XXXIII. G 30 NAPOLI
XIII
30
BIBLIOTECA NAZ. Vittorio Emanuele III
XXIII
G
30
NAPOLI

Digitized by Google



Cum Grat. et Privilegio S. C. Maiest.

NAPOLI

Digitized by Google

P. GASPARIS SCHOTTI
REGIS-CURIANI,
E SOCIETATE JESU.

Olim in Panormitano Siciliæ, nunc in Herbipolitano Franconiæ ejuſdem Societatis Iesu Gymnaſio Matheſeos Profeſſoris

CURSUS MATHEMATICUS,

Sive

ABSOLUTA OMNIUM MATHEMATICARUM DISCIPLINARUM.

ENCYCLOPÆDIA,

In LIBROS XXVIII. digeſta,

Eoque Ordine diſpoſita, ut quivis, vel mediocri præditus ingenio, totam Matheſin à primis fundamentis proprio Marte addiſcere poſſit.

Opus deſideratum diu, promiſſum à multis, à non paucis tentatum, à nullo numeris omnibus abſolutum.

Acceſſerunt in fine

THEORESES MECHANICÆ NOVÆ

Additis INDICIBUS locupletiſſimis

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI

Cum Privilegio Sacræ Cæſareæ Majeſtatis.

BAMBERGÆ,
Sumpt. JOH. MARTINI SCHÖNWETTERI,
Bibliopolæ Francofurtenſis.
M. DC. LXXVII.

Digitized by Google

LEOPOLDO I.
ROMANORUM
IMPERATORI
SEMPER AUGUSTO, PIO,
SAPIENTI,

GERMANIÆ, UNGARIÆ, BOHEMIÆ,
DALMATIÆ, CROATIÆ, SCLAVONIÆ,

REGI,

Encyclopædiam Mathematicam

O. D. C.

CASPARUS SCHOTTUS
Soc. Jesu.

INgenti fiduciâ, nec minori timore, Matheſis mea Tuo ſe ſiſtit conſpectui, Imperator Auguſtisſime, ac Sapientisſime. Fiduciam parit incredibilis illa humanitas, qua, cùm à felicisſima, bonisque omnibus optatisſima in Romani Imperii Monarcham inauguratione Francofurto redux, Herbipolim noſtram beare Tua præſentia fuiſti dignatus; me meaque donaria

 char-

chartacea excepiſti; affectus, quo Opus præſens animo tunc conceptum, ac Majeſtati Tuæ ſubmiſsſimè oblatum acceptaſti; deſiderium quod, idem ut quàm maturrimè conſcriptum videret lucem, & tunc, & deinceps non ſemel oſtendiſti. Quæ me omnia, tametſi ſponte currentem, adeò excitarunt, atque animarunt, ut ſepoſitis confeſtim aliis ſtudiis, ſpatio non plùs quàm annuo immenſum Mathematicarum Diſciplinarum pelagus legendo ac penſitando percurrerem, ac intra præſentis Voluminis anguſtias ſcribendo coarctarem. Adeo ex voto provehitur, quem aura propellit Cæſarea. Ingenti igitur (iterum dico) fiduciâ Matheſis mea Majeſtatis Tuæ pedibus advolvitur. Nec minori tamen timore percuſſa trepidat. Scit enim verò, Te, Imperator Sapientisſime, quantò cæteris anteſtas dignitate, tantò præſtare ingenio, judicio, doctrinâ, & Mathematicarum Diſciplinarum peritiâ, adeo ut vel primo oculorum conjectu intelligas, ſitnè in Opere, quod offert, aliquid perfectum ingenio, elaboratum induſtriâ, dignum Litteraria Republica, dignum Cæsare, ac tanto Cæsare. Non ex eorum es numero, qui arma ſolùm, non libros; paludamentum, non togam; haſtam, non calamum decere autumant Imperatores. Noveras jam antea, quàm Imperii habenas ſuſciperes moderandas,

das, unam & eandem eſſe armorum ac litterarum præſidem Minervam; Muſagetæ, hoc eſt, Muſarum Ducis ac Moderatoris cognomenti gloriari Herculem; ejuſdem clavam, fortitudinis ſymbolum, & rerum præclarè geſtarum inſtrumentum, non è quercu & robore, ſed ex olea, quæ ſapientiæ eſt arbor, exciſam. Sciebas, neminem plura & meliora ſcire debere, quàm Principem; populi ſtabilimentum eſſe Regem ſapientem; tum demum beatam fore Rempublicam, cùm Principes philoſophantur. Sciebas, Mathematicas ſcientias cum Philoſophiæ peritia conjunctas, in plebeis quidem argentum, in Nobilibus aurum, at in Principibus, Regibus, Imperatoribus, eſſe gemmas. Sciebas deniq; earundem Scientiarum ſtudium omni ævo cordi fuiſſe Regibus, ac Mundi Monarchis: Mauritaniæ Regem Atlantem, Ægypti Ptolemæum, Caſtellæ Alphonſum, Romanæ Monarchiæ fundatorem Cæſarem, Occidentis Imperatorem Carolum Magnum, & (ut alios innumeros omittam) glorioſisſimæ memoriæ Parentem Ferdinandum III. ejuſdem ſtudii cultores fuiſſe eximios, & munificentisſimos fautores. Horum veſtigiis, Cæſar ter Auguſte, ut inſiſteres, & gradum ad ſummum Imperii Romani veſtigium, quò Te cœlum vocabat, parares; poſt emenſum amœniorum Litterarum curriculum,

Philoſophiæ ac Matheſeos curſum adeo ardenter es aggreſſus, adeo fortiter, feliciter, conſtanter emenſus, ut inter excellentisſima ingenia tantum excelleres, quantum inter myricas humiles Cypreſſus. Hæc cùm Orbi nota ſint, meritò timet Matheſis mea Tuo ſe ſiſtere conſpectui, TUAMq; experiri cenſuram. Sed qualis eam cunque maneat, gaudet interim, ſibique gratulatur non modicè, primam ſe eſſe, quæ omnium Mathematicarum Diſciplinarum ſtipata Choro, ſummo Romani Imperii Monarchæ LEOPOLDO, ab Auctore ſuo ſiſtatur. Inſcripſère plurimi ac præſtantisſimi Mathematici, nullo non tempore, Opera ſua Serenisſimis Principibus ac Ducibus, Potentisſimis Regibus, Auguſtisſimis Imperatoribus, Sanctisſimis Eccleſiæ Romanæ Pontificibus. Ex innumeris paucos recenſeo. Joannes Keplerus, trium Auſtriacorum Imperatorum (RUDOLPHI, MATTHIÆ, ac FERDINANDI) Mathematicus doctisſimus dedicavit Harmonicen Mundi Jacobo magnæ Britanniæ Regi; Aſtronomiam novam de Martis ſtella, & Aſtronomiam Opticam, Rudolpho II. Cæſari; Tabulas Rudolphinas Ferdinando II. itidem Cæſari: Chriſtophorus Clavius, ſui ævi Euclides, Calendarium Gregorianum Clementi VIII. Pontifici Maximo; Gnomonicen Stephano Poloniæ Regi; Opera Mathematica

omnia,

omnia, quinque Tomis comprehenſa, Godefrido Bambergenſi Epiſcopo, & Cæſareo apud Summum Pontificem Legato: Athanaſius Kircherus, Scriptor hujus ſæculi celeberrimus, Magnetem primò editun, & Oedipum Ægyptiacum (Opus incomparabile) Ferdinando III. MAIESTATIS Tuæ Parenti Auguſtisſimo; Artem Magnam Lucis & Umbræ, & Magnetem iterum editum, Ferdinando IV. ejuſdem Majeſtatis Tuæ Fratri Auguſto; Muſurgiam ſeu Artem magnam Conſoni ac Diſſoni Leopoldo Vilhelmo, Patruo Tuo Sereniſsimo; Obeliſcum Pamphilium Innocentio X. Pontifici Summo; ac recentiſsimè Iter Exſtaticum cœleſte Chriſtinæ Gothorum ac Wandalorum Reginæ; Iter verò Exſtaticum Terreſtre Majeſtati Tuæ, tunc Ungariæ ac Bohemiæ Regi: Gregorius à S. Vincentio Opus Geometricum de Quadratura circuli toti Auguſtisſimæ Domui Auſtriacæ. Omitto innumeros alios, tum veteres, tum neotericos, qui eundem tenuêre morem. At qui integram Mathematicarum Diſciplinarum Encyclopędiam vel Regi, vel Imperatori, vel quantovis alteri Monarchæ obtulerit unquam, eamq; glorioſo cujuſquam nomine exornaverit, repertus eſt hactenus nemo. Prima Matheſis mea eſt, quæ hoc ſe honore dignatam gloriari audet. Age ergo,

Imperator Auguſtiſsime , pedibus Tuis advolutam benigno reſpice obtutu , porrige dexteram , erige , & favore Cæſareo tuere. Hoc ſi feceris , læta ac ſecura in omnium conſpectum ſe dabit , nec verebitur vel hoc ſolo triumphare nomine , quòd tanti Cæſaris nutu concepta , auctoritate parta, favore nutrita, gratiâ ornata, prodeat in lucem. Vale, Sapientiſsime Imperator , & innumeris trophæis bello ac pace clarus , diutiſsimè vive Deo , Eccleſiæ, Imperio. Dabam Herbipoli ex Collegio noſtro , Die Sexto Anni M DC LXI.

FACULTAS

R. P. Provincialis Societatis Ieſu per Rheni ſuperioris Provinciam, Auctori facta.

RICQVINUS GÖLTGENS

Provincialis Societatis Jeſu Rheni ſuperioris.

CVm Curſum Mathematicum, compoſitum à P. Caſparo Schott noſtræ Societatis Sacerdote, tres ejusdem Societatis Sacerdotes, quibus id commiſſum fuit, recognoverint, & in lucem edi poſſe probaverint; facultate nobis ab Admodum Reverendo P. N. Goſwino Nickel Præpoſito Generali communicatâ concedimus, ut idem typis mandetur. In cujus rei fidem has literas manu noſtra ſubſcriptas, & ſigillo noſtro munitas dedimus: Herbipoli 27. Junii, 1660.

Ricquinus Göltgens.

L. S.

PRIVILEGIUM CÆSAREUM,

Et Poteſtas Bibliopolæ facta à Rev. P. Provinciali Provinciæ Rheni Superioris Societatis Jeſu.

CUm Sac. Cæſareæ Majeſtatis Decreto Typographis, Bibliopolis ac aliis Librariam negotiationem exercentibus inhibitum ſit, ne quis libros à PP. Societatis Jeſu editos ſine Superiorum ejuſdem Societatis licentia intra S. R. I. ac Regnorum & Dominiorum ſuorum fines ſive in toto, ſive in parte recudere, vel recudendos aliò mittere, aut alibi impreſſos adducere, ac diſtrahere audeat; Concedo ego Nicolaus Lutz per Rheni Superioris Provinciam Præpoſitus Provincialis Joanni Arnoldo Cholino Francofurtenſi Bibliopolæ facultatem excudendi Curſum Mathematicum à R. P. Caſparo Schott noſtræ Societatis Sacerdote concinnatum. In cujus rei fidem hoc illi teſtimonium dari curavi. Moguntiæ 25. Auguſti 1674.

Nicolaus Lutz, m. p.

L. S.

PRO-

PROOEMIUM TOTIUS OPERIS.

§. I. *Præloquium Auctoris.*

QVod me poſſe negavi ſemper, quod facere recuſavi diu, ingenti nunc animo, divinâ fretus gratiâ, multorum precibus impulſus, Cæſareo animatus favore, tandem aggredior. Curſum Mathematicum, ſeu Mathematicam Encyclopædiam, quæ generis ejus Diſciplinas omnes uno comprehendat ambitu, nec adeò magno concludat Volumine, ſcribere tento; Opus multorum votis diu expetitum; promiſſum à multis; à nonnullis quoque non ſemel inchoatum; à nullo, ſi Alſtedium & Herigonum, doctiſſimos Viros, excipias, abſolutum: quorum uterque ut multùm in ea re effecit, diſcentium ac ſcire cupientium deſiderio non omnino ſatisfecit; brevitate quippe nimiâ uterque, poſtremus etiam obſcuritate affectatâ, ac pænè hieroglyphica, peccavit. Qvid ego, horum ſecutus exemplum, præſtare debeam, video; quî præſtare id valeam, vix diſpicio. Omnia tradere, quæ univerſo Matheſeos ambitu continentur, ac multa nihilominus omittere, nè nimiam in molem excreſcat Opus, jubeor; Tyronibus ac primis Mathematicæ candidatis verborum claritate, rerum tractandarum methodo ac diſpoſitione, dicendorum copiâ ſimul ac brevitate, facere ſatis, nec diſplicere tamen doctis, & in erudito illo pulvere exercitatis, & debeo, & cupio; quorum altera quàm difficilia ſint, altera tantùm non impoſſibilia, hac præſertim tempeſtate, quâ tanta carpendi aliena graſſatur libido, nemo non videt qui aliquid videt. Quid ergo faciam? Quod potero, præſtabo libens; quod poſſe me autumant qui onus humeris meis impoſuerunt, efficere conabor: ſi voluntati & conatui effectus reſponderit, ſoli Deo, cujus fretus auxilio humeros ſubmiſi, referã grates; ſi oneri ſuccubuero, conatum non in laude hominum, ſed in præmio apud remuneratorem munificentiſſimum Deum reponam.

Encyclopædiam igitur Mathematicam, Lector Benevole, conſcribam, hoc eſt, Mathematicas Diſciplinas omnes, tot hactenus conſcriptis eruditè libris comprehenſas, uno concludam non adeo magno Volumine, non ſolum ut ſimul habeant Mathematicæ Canditati & Amatores, quæ ſparſa apud alios reperiuntur, ſed ut methodum nanciſcantur quâ aggredi ſeu omnes, ſeu ſingulas Mathematicæ Diſciplinas, modum quo addiſcere eaſdem ſine cõfuſione debeant. Hoc meum præcipuum eſt conſilium. Quod ſi non aſſecutus omnino videbor, conſidera Lector, non me hibiſco gracili, vel ſcirpo fiſcellam contexere, ſed numeris, ſchematibus, & apodixibus Mathematicis, quæ nec Natura, nec Ars protulit ſine nodis ac ſpinis. En Operis ideam, ac ſecuturorum librorum ſeriem, ſerieique cauſam.

§. II. *Synopſis Operis.*

SCio varias à variis afferri Mathematicarum ſcientiarũ partitiones, quarum nonnullas ſequenti primo libro affero, aliam verò novã ac prolixam libro ultimo. Ego, quia Tyronibus ſcribo, & Mathematicæ Candidatis iter arduum, ac ſpinis obſitum explano; non Naturæ, ſed doctrinæ ordinem ubique ſervo, illaq; primo, illa ſecũdo ac tertio pono loco, quæ primò, quæ deinde, quæ poſtremò addiſcẽda eſſe, propriâ non ſine temporis diſpendio addidici experientiâ. Itaque

I. Liber erit iſagogic⁹; in quo ubi breviter de Mathematicæ etymo, objecto, natura, ac diviſione egero, explicabo primũ terminos varios, dein praxes varias ac faciles, ad lineas, ſuperficies, & corpora ſpectãtes, & toto ſequenti Opere, atq; adeo in Matheſi univerſa frequentiùs occurrentes. Conſilii mei cauſam libri ejuſdem proœmium aperiet.

II. Liber erit Arithmeticus; in quo de Arithmetica Practica agetur, tam generali, quàm ſpeciali. Generalis Canones tradet ſeu Regulas de uſu numerorum ab omnibus rebus ſeparatorũ, tam integrorũ, quàm fractorum, ut vocant. Specialis exhibebit Canones de eorundẽ numerorũ uſu certis rebus applicato, generaleſq; regulas ſpecialib⁹ modis ac praxibus numerãdi ſeu ſupputandi adaptabit. Habebis itaq; Arithmeticam, Geometricam, Aſtronomicam, Politicam ſeu Civilem, Rabdologicam Neperi, Calcularem, & Divinatoriam. Militarem damus in Polemica; alias alibi. Divinam Algebram, quoniam nec paucis tradi poteſt, nec ſi multis tradatur, ad Mathematicas ſcientias capeſſendas neceſſaria eſt, in finem Operis rejicimus. Toti Matheſi Arithmeticam præmittimus, quoniam toti ancillatur.

III. Liber erit Geometricus Elementaris, continebitque Elementorum geometricorum Euclidis ſex priores libros, brevibus quidem, ſed dilucidis tamen ac facilibus (ni φιλαυτία me fallit) demonſtrationibus roboratos. Hæc Euclidæa elementa Matheſi univerſæ ſunt adeo non ſolùm utilia, ſed neceſſaria etiam, ut qui ſine illis Mathematicas adgreditur Diſciplinas, non majori fructu laboret, quàm qui ſine literarum elementis Grammaticam, ſine hac Philoſophiam, aliamvè quamcunque ſubtiliorem adgreditur ſcientiam. Meritò ergo Arithmeticæ hunc ſubjungimus librum.

IV. Liber erit Trigonometricus Elementaris, agetque de Doctrina Siunuum, Tangentium, & Secantium, unà cum Canone triangulorũ, ejusque ſtructura, & uſu. Logarithmorum naturam & uſum in fine Operis explicamus, nè præceptorum multitudine nimiâ hoc loco Tyrones obruamus.

V. Liber erit Trigonometricus Practicus, tradetque Canones ad triangulorum dimenſionem, ſeu, ut loquuntur, reſolutionem ſpectantes; primò quidem planorum ſeu rectilineorum, deinde ſphæricorum ſeu curvilineorum. Hic, cum præcedenti libro, quoniam & antecedentium cognitionem uſumque depoſcunt, & ſubſequentib⁹ ferè omnibus facem præferunt, meritò hunc ſortiti ſunt locum. Addimus in fine Libri compendium Trigonometriæ Practicæ doctum & elegans, ab erudita elaboratum manu.

VI. Liber erit Geometricus Practicus, continebitque nobiliſſimam ac utiliſſimam dimetiendi Artem, non terram tantum, ſed quidquid uſpiam ſub menſuram cadit. Agemus in eo de Euthymetria, Epipedometria, Stereometria, Geodæſia; de vaſorum, aliorumque concavorum corporum menſuratione, quam κοιλομετρίαν; deque magnitudinum ab una in aliam figurã transformatione, quam μεταμόρφωσιν nuncupant. In his omnibus elucebit Arithmeticæ, Elementaris Geometriæ, ac Trigonometriæ utilitas, atque neceſſitas; qua de cauſa illis ſubjungitur. Et his quidem ſex libris explicatur Matheſis pura, ac velut abſtracta à materia: ſequent.b⁹, materiæ cõcreta, cœleſti primũ, deinde aliis.

VII. Liber erit Aſtronomicus Elemẽtaris, agetque de Sphæra Mundi, illiſque omnibus, quæ Sphæræ Scriptores tractare ſolent, & ſunt veluti Elemenra ac Introductio in ſublimiorem Aſtronomiam: cujusmodi ſunt Mundi figura, ac Sphæræ circuli; ſtellarum motus, ortus & occaſus, hisque ſimilia, ad motum præcipuè Primum, omnibusq; cœleſtibus corporibus communem explicandum, ac per Organum Sphæræ armillaris, aut Globi cœleſtis oculis ſubjiciendum ſpectantia.

VIII. Liber erit Aſtronomicus Theoricus, agetque de Planetarum Theorica; hoc eſt, Hypotheſibus ad Motuum Secundorum rationẽ explicandam, apparentemque anomaliam eorum adæquandam aptis. Non novas quidem cudemus, non omnes omnium proponemus, ſed paucas ac faciles ab aliis excogitatas, firmiſſimisque rationibus ex intimis Geometriæ penetralibus deſumptis, ſtante phœnomenorum ac obſervationum veritate, ſtabilitas.

IX. Liber erit Aſtronomicus Practicus, variaque reſolvet Problemata Aſtronomica, faciliora tamen, magisque neceſſaria, iis præſertim, quæ ſubſequentibus Libris tradentur. Problematum porrò reſolutio vel Organica erit per uſum ſphæræ armillaris, & Globi Aſtronomici; vel Geometrica per Trigonometriam.

X. Liber erit Aſtrologicus, agetque de judiciis ac prædictionibus ex aſtris, aſtrorumque qualitatibus, motibus, congreſſibus, aſpectibus, aliisque ſimilibus accidentibus, non tam ex propriâ, quàm ex Aſtrologorum ſententia. Tametſi enim Aſtrologiam omnem aut vanam ac fallacem judicem, aut penitus incertam, ideoque omnino prætermittendam; ut tamen videant Tyrones, quibus fundamentis nitantur Aſtrologaſtri, paucula ſaltem dare non pigebit.

XI. Liber erit Chronographicus, agetque de ratione temporis Aſtronomici, Politici, & Eccleſiaſtici diſtinguendi, ordinandi, ac ſupputandi; nec non de Computu, ut vocant, Eccleſiaſtico. Rectè autem Aſtronomiæ ſubjungitur, quoniam aſtra præter uſus alios, in hunc etiam finem à Deo ſunt condita, *ut dividant diem ac noctem, & ſint in ſigna, & tempora, & dies, & annos*, Geneſ. 1.

XII. Liber erit Geographicus, agetque de Terraquei globi, inter Mundana corpora quæ Aſtronomus conſiderat, non poſtremi conſtitutione, diviſione, deſcriptione, dimenſione, repræſentatione, aliisq; affectionib. ut ſciat Mathemat. Tyro quæ ſit illius non ſolùm figura, loc⁹, & magnitudo (quod ex Aſtronomia didicit) ſed quæ cõtinetes quoq; regna, provinciæ, inſulæ, cherſoneſi, iſthmi, mõtes, promõtoria;

quæ

Google

quæ maria, fluvii, paludes; quas Oceanus alluat regiones? quæ & quot climata, paralleli, Zonæ, cardines; ubi terrarum ac marium aſcii, amphiſcii, periſcii, heteroſcii, antœci, periœci, antipodes, aliaque multa.

XIII. Liber erit Hydrographicus, agetque brevirer, & per ſumma tantum capita, de Limeneuritica, & Hiſtiodromica, hoc eſt, de Arte portum inveniendi, deque via ſeu curſu navis ad portum: ubi de cognitione ſpatii inter duo loca maritima interjecti, de inventione plagarum Mundi in mari quovis loco ac tempore, de pyxide ſeu compaſſo nautico, de ſitu locorum ad quæ dirigenda eſt navis ex loco dato, de via ſeu linea per quam navis ab uno loco in alium dirigenda eſt, aliiſque ſimilibus.

XIV. Liber erit Horographicus, in quo, præmiſſo Apparatu horographico, ſuccinctè, & ſine demonſtrationum parergis (nè à præfixa brevitate deflectamus) dilucide tamen ac ſummâ varietate proponemus modos varios omnis generis horologia conſtruendi; idque geometricè per lineas, arithmeticè per numeros, organicè per varia inſtrumenta; in ſuperficiebus planis, concavis, convexis, mixtis, ſtabilibus, pendulis; radio directo, reflexo, refracto.

XV. Liber erit Mechanicus, in eoque, præmiſſis Definitionibus, Axiomatis, Hypotheſibus, ac fundamentalibus Propoſitionibus ad Mechanicam ſpectantibus, explicabuntur quinque Machinæ fundamentales, Vectis, Axis in perirrochio, Trochlea, Cuneus, & Cochlea, quibus potentia ſeu vis motrix juvatur ad pondera, quæ alioquin vires potentiæ longè ſuperant, movenda; ac inſuper proportio inter vires motrices & pondera, uti & inter tempus in quo, ac ſpatium per quod fit motus per Machinas, nec non machinalium motionum cauſa inquiretur, ac pro viribus explanabitur. Accedent in fine Theoreſes Mechanicæ Phyſico-Mathemat. novæ, à docto Mathemat. conſcriptæ.

XVI. Liber erit Staticus, ipſamque Staticam, hoc eſt, gravium ponderandorum ſcientiam, ſed breviter, explicabit. Continebit itaque primò Statica Elementa, ſecundò Statica ſeu Ponderatoria Inſtrumenta, tertiò Staticas praxes.

XVII. Liber erit Hydroſtaticus, & artem docebit ſeu Scientiam, tam liquida librandi, quàm ſolida in liquido ponderandi. Continebit primo Hydroſtatica Elementa, ſecundò Hydroſtatica Theoremata ab aliis demonſtrata, tertiò Hydroſtatica Problemata.

XVIII. Liber erit Hydrotechnicus, agetque de illis Machinis aquaticis, quæ aquæ & ſpiritus ope conſtruuntur, ideoque Hydraulico-pneumaticæ appellantur. Explicabuntur breviter quatuor dictarum Machinarum principia, alibi fuſiùs à nobis explicata; quæ ſunt, Vis Attractiva, Vis Expulſiva, Vis Rarefactiva, & Fluxus aquæ naturalis. Varia deinde technaſmata, ex dictis principiis conſtructa, in medium proferentur.

XIX. Liber erit Opticus, ubi poſtquàm de oculi ſtructura & partibus, de ejuſdem objecto & objecti radiatione, de viſione & modo videndi, de Opticis Hypotheſibus egerimus; breviſſimè de organica re-

)()(rum

rum delineatiône ſecundùm Opticæ Practicæ præſcripta tractabimus; geometricamverò delineationem, quoniam paucis tradi non poteſt, in alium differemus locum.

XX. Liber erit Catoptricus, tradetque catoptricas Definitiones, atque Hypotheſes: varias ſpeculorum proprietates, tum omnibus communes, tum planis, ſphæricis, cylindricis, conicis, peculiares. Non pauca etiam de cauſticis ſpeculis habebit, tam ſphæricis, quàm parabolicis, ac etiam planis.

XXI. Liber erit Dioptricus, ac præter Dioptricas Definitiones, atque Hypotheſes, vitrorum refringentium figuras ac proprietates explicabit, variasque rerum per radios refractos in aquis, & vitris, repræſentationes inſinuabit, alibi à nobis pertractatas

XXII. Liber erit Architectonicus, & Architecturam Militarem continebit, non univerſam, ſed modernam: non de novo conſcriptam, ſed ex optimis Auctoribus collectam. Agetur in ea de munimentorum tam regularium, quàm irregularium, delineatione, ortographia, ichnographia, in campis exſtructione, de Operibus externis, aliisque ſimilibus.

XXIII. Liber erit Polemicus, & exhibebit breviter Polemicam Offenſivam ac Defenſivam, hoc eſt, modum hodie uſitatum urbes obſidendi, oppugnandi, ac defendendi, nec non tormenta bellica, quorum in obſidione, oppugnatione, ac defenſione urbium præcipuus eſt uſus, dirigendi.

XXIV. Liber erit Tacticus, ac primò Tacticam caſtrorum, ſeu Caſtrametationem; deinde Tacticam acierum, ſeu aciei inſtructionem tradet; utramque breviter, & prout hac noſtra ætate in uſu eſt.

XXV. Liber erit Muſicus, breviſſimamque introductionem in Muſicam, tum veterem Græcorum, tum modernam Latinorum continebit, cum regulis nonnullis in Melopœia ſervandis.

XXVI. Liber erit Algebraicus, tradetque breviter, ac pro Tyronum etiam captu dilucidè. Ac primò quidem exhibebit Algebræ Elementa in numeris rationalibus: ſecundò, explicationem Regulæ Algebræ, omniumque ejus partium: tertio, Exercitationem Algebraicam, hoc eſt, variorum ænigmatum algebraicorum ſolutionem, in gratiam Tyronum: quartò, Elementa Algebræ numeris irrationalibus: quintò denique Exercitationem aliam Algebraicam tam in numeris irrationalibus, quàm rationalibus.

XXVII. Liber erit Logarithmicus, & breviter explicabit primò naturam ac geneſim Logarithmorum, eorumque Proprietates varias: deinde Tabularum Logarithmicarum, quæ apud varios Auctores exſtant, ipſorumque Logarithmorum uſum, tum in Trigonometria, tum alibi.

XXVIII. Liber erit Synopticus, & continebit novam atque elegantem omnium Mathematicarum Diſciplinarum non tam enumerationem, ac partitionem, quàm Synopſin ſeu Breviarium, à Viro quodam doctiſſimo conſcriptum. Quod ne intereat, ac multis aliis proſit, huic Operi noſtro adjungendum duximus:

§. III.

§. III. INSTRVCTIO PRO TYRONIBVS.

HÆc ſeries eſt Librorum Curſus noſtri Mathematici; hic ordo ſcribendi. Quem ſi legendo quoque ſervaverit Tyro Mathematicus, in hiſce ſtudiis quantumvis rudis & hoſpes, nec ad ſubſequentia gradum fecerit prius, quam intellexerit, mediocriter ſaltem, antecedentia; ſpondeo audacter, eximios in Matheſi progreſſus facturum tempore exiguo: ſi neglexerit, ſi temerè hinc inde velut canis è Nilo lambendo aliquid decerpſerit; diſcet fortaſſis ac ſciet ex omnibus aliquid, ſed ex toto nihil, ut veteri jactatur paræmia. Antiqua eſt multorum, nec de trivio tantùm homuncionum, ſed de ſublimioribus quoque ſubſelliis Virorum querela, Mathematicorum libros adeo videri obſcuros, adeo ἀτέκτως, ut cùm diu multumque legeris, tantum ſcias in fine, quantum initio noveras. Sit ita, mi homo, ut ais; at vitium eſt hoc non Mathematicorum Libris peculiare, ſed omnibus omnium Scriptorum monumentis commune, ſi Elementorum rudis accedas, ac inſuper ſine ordine legas. Da Hiſtoricum facilem, ac clarum, & vel ipſo Livio, Tacitovè, aut quovis alio elegantiſſimo eleganriorem; accedat qui litteras quidem noſcat optimè, at in ſyllabas ac dictiones ordinare neſciat; quid intelliget? Da Philoſophum ſtylo, ordine, ſubtilitate, claritateque omnibus, quotquot hactenus cum laude ſcripſere, ſuperiorem; accedat ſummus Grammaticus, at Grammaticus tantùm, Summularum autem, ut vocant, Terminorumque apud Philoſophos uſitatorum rudis; quid poſtquàm ad nauſeam uſque legerit, tandem ſciet? Idem intellige de aliarum facultatum monumentis, ſi ſine dictionum ac locutionum in illis uſitatarum ſufficienti notitia, ac ſine ordine evolvantur. Quod ergo Mathematicorum libri obſcuri, quòd ἄτακτοι videntur multis, non ſcribentium, ſed legentium eſt vitium. Diſce priùs Mathematicas voces, non illas quidem omnes initio, ſed frequentiùs occurrentes: lege quæ primo, quæ ſecundo, ac tertio legenda ſunt loco; & tuum non invitus damnabis errorem. Ordo eſt mater, non ſpiritus tantùm, hoc eſt, in ſpirituali vita profectûs, ut Aſcetici teſtantur Scriptores, ſed ſcientiæ quoque & eruditionis. Ut aliæ igitur ſcientiæ omnes, ita Mathematicæ ſunt cum ordine addiſcendæ. At quo ordine, inquis? Qui doctis probatur, & hocce in ſtudio exercitatis. Hic autem non unus eſt omnium ſenſus, ſed totuplex ferè, quot ea de re ſcripto ſententiam ſuam expreſſêre, ut partim ex primo ſequenti Libro, partim ex ultimo conſtabit. Ut alibi plerumque, ita hic quoque ſuum cuique videtur pulcherrimum. Ego paulò antè in Operis Synopſi exhibitum ordinem Tyronibus Mathematicis ut ſervent, auctor ſum, non quòd omnium pulcherrimũ & optimum, ſed quòd diſcentium captui commodiſſimum exiſtimem. Cauſam §. 1. expoſui.

Igitur mi Tyro, ſi me audis, lege ac diſce quæ commodo tuo ſcripſi, eo prorſus ordine ac methodo, quâ ſcripſi; niſi fortaſsis Logarithmicã cũ Trigonometria, hoc eſt, Librũ penultimũ cum quarto & quinto conjungere malis. A primo ergo Libro, quã Iſagogen Mathemati. inſcribim⁹ lectionem auſpicare, ut ante omnia eadẽ ſaltem ac ſuperficialem Methemat. Terminorum nanciſcâre cognitionem. Tum perge ad ſecundum, & quæ primâ ejus Parte tradimus, penitus addiſce; reli-

qua, ſi tunc minùs arrident, quia minùs neceſſaria, in tempus aliud differ. Magno deinde animo, ſi docti ac veri Mathematici nomen ambis, aggredere Librum tertium, hoc eſt, Elementorum Euclidis libros priores ſex; nec ullam tranſili aut Definitionem, aut Poſtulatum, aut Axioma, aut Propoſitionem ullam, quin intelligas. Intelliges autem, mihi crede, ſi ingenium afferas non nullum, ac ſedulum laborem. Intellexit totum Euclidem non multo labore D. Auguſtinus, nullo docente, ut de ſeipſo in Confeſſionum Libris fatetur: intellexit Chriſtophorus Clavius, admodum juvenis, dum Logicæ operam daret, ut alibi fuſe referam, & inſinuatur à Chriſtophoro Grienbergero in Præloquio ad Euclidis Commentariolum, intelleximus nos mediocri licèt ingenio præditi: intellexêre alii multi quos novimus. Superatis Euclidæarum Demonſtrationum ſpinis (roſas debeam dicere) nullâ difficultate reliquos evolves libros, præſertim ordine præſcripto lectitatos; & magno tuo gaudio teipſum miraberis ac ſalutabis Mathematicum. Quòd ſi Euclidæorum Librorum difficultates vincere aut ingenii, aut laboris atque induſtriæ defectus non permittet, nè tamen animum deſponde, ſed reliquos Libros ordine adgredere, occurrentesque inter legendum Demonſtrationes omitte, dabit labor improbus, ut ſi non optimus, evadas tamen Mathematicus. Sed antequam manum operi admoveas, lege, obſecro, ſequentes Paræneſes, commodo tuo adſcriptas.

PA-

PARÆNESES
VIRORUM DOCTORUM
In Curſum Mathematicum.

PROOEMIUM.

CUm & antequàm præſenti Operi manum admoviſſem, & poſtquàm jam favente Numine ad finem perduxiſſem, conſilium meum atque conatum cum Viris doctiſſimis communicaſſem, miſſa ad nonnullos vel Operis idea, vel librorum ſylloge, quò eorum experirer judicium; dici vix poteſt, quantopere vel animi propoſitum approbarint, vel dilaudarint Opus confectum. Illicò igitur Roma, Vienna, Vratiſlavia, Dilinga, Clagenfurto, Monachio, Moguntia, aliiſque è locis advolarunt aut gratulatoria, aut parænetica Epiſtolæ numero complures, urgentium, ac pœnè importunè exſtimulantium, inchoatum ut Opus maturarem, ac perfectum prælo actutum ſubjicerem; ſpe facta, non gratum modò atque acceptum omnibus, ſed utile quoque Reipublicæ Litterariæ futurum. Harum Epiſtolarum unam aut alteram hic exhibere placuit, non alio conſilio, quàm ad Tyronum animos, quorum potiſſimum cauſa ſcribendi laborem ſuſcepi, excitandos, atque ad ſtudia acuenda. Quæ etiam cauſa eſt, cur ipſe in Mathematicarum Diſciplinarum commendationem, pro more aliorum, in Operis veſtibulo non excurram, nec ad ſedulam ac ſtudioſam lectionem ejuſdem incitem Tyrones. Merces tuas ſi laudes ipſe, non rarò vileſcunt; ſi aliis, pretium acquirunt, ſi modo laus eſt ſincera, & fuco adulationis minimè infecta.

R·P·ATHANASII KIRCHERI
E SOCIETATE JESU

PARÆNESIS
AD TYRONES MATHEMATICOS.

ALcibiades Socratem vero vivoque colore in Sympoſio ſuo expreſſurus, cum pharmacopæi pyxidem non incongruè dixit. Pyxidem certè ſi extrà videas, deformi corporis habitudine ridiculam cernis; intùs ſi penetres, heroicis atque divinis dotibus refertam deprehendis. Pharmacopæi officinam ingreſſus, pyxides, urnas, ampullas, vaſaque omnigena rerum varietate inſtructa intueris quidem; at quæ ſpectatorem externâ facie ſuâ ad riſum potiùs, quàm ad ſeriam rerum intus latentium conſiderationem alliciant, dum nil adeo conſideratione dignum ſeſe obtutui exhibet. Vides hic Harpyas monſtroſâ corporis metamorphoſi ridiculas; illic Satyriſcos hædinis cruribus exaſperatos: alibi Dracones tortuoſos cervis ſtipatos aligeris, Pegaſos diceres: Anſeres quoque frænis loriſque inſtructos, in concha neſcio quam Deaſtram trahentes; innumera denique alia ſpectas Naturæ monſtra tùm ridicula, ita humanæ imaginationis, quæ priùs rideas, quàm videas, ludibria. Intus verò ſi penetras? erit quod quæras; quæris? erit quod ames; amas? erit quod ingenti pretio coëmas, balſama, ambram, muſchum, gemmas, unioneſque, & pretioſa quælibet tum ad præſervan-

dam ſanitatem, tum ad ſanandum hominem, qualicunque tandem infirmitate detentum. Cujuſmodi officinam meliori ſanè ſimilitudine Mathematum ſtudio, quàm quâ Socratem expreſſit Alcibiades, comparandam duxi. Nonnulli eorum qui prima Mathematicæ palæſtræ limina ſubeunt, dum libros tot exoticis deformatos figuris, tot barbaris inſignitos nominibus, tot inſolitis characterum formis, circulis, lineis, triangulis, parallelogrammis, rhombis ac rhomboidibus implexos intricatosque, tot ſchematiſmorum Aſtronomicorum portentis depictos intuentur; ea omnia vel cum riſu excipientes, mox propudioſum illud, *cui bono*, occinunt; vel, quod pejus eſt, ſannis cachinniſq; imperitâ quâdam cenſoriæ virgulæ licentiâ immeritò execrantur, abominanturque. Alii contrà, neglectâ externâ rerum facie, uti otioſum minimè putant eſſe, quod tanto figurarum apparatu inſignitum cernunt; ita quoque intimis mentis oculis in ea, quæ ſub iis latent pretioſiſſimarum rerum cimelia defixi, abjecto cortice medullam ſectantur, tantò majori explorandæ veritatis deſiderio, quantò majores inde ſibi ſcientiæ theſauros pollicentur. Talem tibi officinam præſens hoc Opus, Lector, exhibet; in quo quot Libri, tot pyxides ſunt. In quibus primâ quidem fronte tot ſchematum tricis, tot inſolitorum nominum monſtris te terreri nolim; nec penetrandi difficultate ac labore vinci. Duri corticis involucra indefeſſo ſtudio perfringe; ac deteges tandem, quod ingenii humani inquietudo & vora nullo non tempore adeo ardenter ambiêrunt, artium & ſcientiarum theſauros inexhauſtos, inacceſſaque ſcientiæ adyta recluſa, tantâ rerum varietate inſtructa, tantâ arcanorum ſociata multitudine & copiâ, ut nulla ſit tam ſtudioſè affectata oratio, nullum tam eruditæ pennæ robur, quæ eorum aut pretium, aut magnitudinem ſufficienti adumbratione deſcribat.

Fuit jam dudum à Republica Mathematica deſideratus Vir imperterriti pectoris, qui ſuperatis difficultatum ſcopulis, tum in Reipublicæ Litterariæ bonum, tum ad Tyronum exſtimulationem, Herculeos ſubdens oneri humeros, *Curſum* conderet *Mathematicum*, quo univerſam Matheſeos Encyclopædiam in certas claſſes redactam, methodo facili & expeditâ comprehenderet. Præſtitit id tandem pro ea, qua pollet, ingenii amplitudine & capacitate P. Gaſpar Schottus; qui frequentibus ſtimulis non à me tantùm, & ab iis quorum directioni ſubeſt, ſed vel ab ipſa Cæſarea Majeſtate, cujus imperio recalcitrare nefas erat, ſollicitatus, tandem Opus aggreſſus tanta felicitate confecit, quantam bonarū artium ſtudioſi deſiderare poterant. Ad diviſionem Operis quod attinet, continet id viginti octo libros, quibus ſingularis ordinis progreſſu omnem Matheſeos ambitum ita concluſit, ut quid ei addas, quid demas, diſpicere vix valeas. Ordini ſtylum junxit didacticum, & Scholis appoſitè adaptatum, quo Arithmetica Geometricis, utraque Aſtronomicis, hæc Opticis, Staticiſque ita pulchrè, ſcitè, & eleganter connexuit, ut quemadmodum in catena heracleotica annulus annulum, ita compoſitis ritè argumentis unum alterum pulchro ſanè confluxu ultrò ad ſe allicere, & attrahere, attractum occultis modis in unionem alterius neſcio quo magnetiſmo

con-

conjungere videatur. Invenient hîc Matheſeos Tyrones, quo ſitibunda uberrimis fontium venis labra proluant, proficiantque non tam ordinis ratione, quàm Diſciplinarum κατὰ τὰς ἀρχάς traditarum luculentá methodo, doctrina exquiſita, facili, clarâ, & vel ipſis durioribus ingeniis haud impetviâ. Nil dico hic de ſummis emolumentis, quæ ex hujus lectione Operis, veluti ex cornu quodam Copiæ redundabunt: ſileo utilitates, quas ſacra Matheſis, hoc Opere contenta, nullo non hominum ſtatui confert: prætereo intemeratæ voluptatis ubertatem, qua ſuos ſibi deditos Alumnos eadem demulcet. Quæ major voluptas & delectatio homini ad cœlum aſpiciendum contemplandumque nato eſſe poteſt illa, quæ ex cœleſtium rerum cognitione & ſcientia percipitur? Quis ſcire non aveat, qua ratione tantæ aſtralium corporum moles, tot raris immutabilibuſque curſibus in æthere permeabili circumagitentur? quanta eorundem corporum magnitudo, & à ſe invicem atque à terra diſtantia? qui cœleſtium virtutum influxus? Hæc, atque his ſimilia, non niſi divinum Matheſeos ſtudium docet. Ea etenim ſola cœlos penetrat, atque ad altiſſimos aſtrorum exercitus, eodem quo ipſa motu curſuque agitata, pertingens, non cuncta duntaxat pervadit, & veluti manibus attrectat, ac verſatur, ſed tantarum rerum ordinem, numerum, motum, magnitudines, intervalla, brevibus dimenſa circumſcriptionibus, infallibili numerorum calculo definita, anguſto orbis ſpatio comprehenſa, cœlo demiſſa hominibus defert; luminarium, Solis dico, Lunæque deliquia, ſuis quandoque futura temporibus, ſummo mortalium ſtupore & admiratione non exhibet ſolùm, ſed & mirâ ingenii ſagacitate & ſolertiâ demonſtrat. Terris verò reddita, regiones omnes, cuncta perluſtrat maria; Oceanumque pervagata, ſtrictis exiguæ chartæ anguſtiis omnem nobis Geocoſmi diſtributionem ob oculos ponit, & quantis ſingula à ſingulis diſtent intervallis, mirâ quadam proportionis evidentia oſtendit: ut nihil jam, quo labefactari tanta ejus contentio queat, interrumpere poſſe videatur; non ſtrata ſuper terræ ſuperficiem maria; non ſaxorum aſperitates; non impendentium montium altitudines, immenſitateſque camporum; non ille, qui fuſus prope immenſa cœlorum confinia aër, ejuſdem velocitati moram ac tarditatem affetat, quin minùs cuncta perluſtret, ac perfectè deſcripta, dimenſaque, ut diſſentiri non poſſis, objiciat. Hæc (ut innumera alia præteream) in tanta opinionum diſcrepantia, in tanto contrariantium placitorum conflictu, in ſumma rerum ignoratione, in tectæ veritatis revelatione ſeſe veluti arbitram quandam, tutamque ducem ac magiſtram conſtituit, & interponit, dum, Pythagorâ teſte, ad ſummum humanæ cognitionis faſtigium tutum parat aditum, leniemque ſtruit aſcenſum. Hæc naturæ obſcuritate involutas rerum cauſas, & inacceſſa Mundi Sacramenta, veluti profunda quadam obvelata caligine, mentis acumine non attingit tantùm, ſed & è tenebris, quibus obtecta jacebant, evoluta, abditarum rerum indagine tandem in lucem educit. Quid tam ſingulare, & propè divinum, quàm vulgi poſſe ſtuporem & admirationem eludere; & captas vana formidine mentes imperitorum, ratione ſoli ſibi percepta diſſolvere, torpenteſque ad

ſpem rurſus & fiduciam excitare? Sunr hæc divinæ Matheſeos miracula; adeo ut nihil inrer humanæ mentis repertum ſit tam rarum, mirum, inſolitum, paradoxum, quod Matheſis non ex abditis Arithmeticæ, Geometricæ, Muſicæ, Aſtronomicæ, Opticæ, Mechanicæ, Staticæque officinis, miro quodam Artis & Naturæ conjugio produxerit. Sine hac omne deficit militaris diſciplinæ ſtudium; langueſcit in urbibus quà defendendis, quà oppugnandis, militibuſque in aciem ritè diſponendis, vigor omnis, atque induſtria. Hæc temporum Magiſtra; hæc æqui bonique, juſti atque injuſti arbitra, dum vitiis pœnas, virtutibuſque præmia, unicuique quod ſuum eſt, ad Geometricæ, Arithmeticæ, atque Harmonicæ proportionis leges, quibus Reipublicæ ſalus, atque humani generis, quin vel ipſius Mundi conſervatio ſubſiſtit, unicè decernit, & aptè diſtribuit.

Quare ſi nihil vobis, Tyrones, ad delectationem jucundius, nihil ad exiſtimationem honeſtius, nihil ad vitæ fructum optabilius, ad rerum cognitionem aptius, ad Rempublicam adminiſtrandam utilius, & denique ad vitæ beatitudinem ſalubrius poſſit accidere; quis non operam, curam, ſtudiumque omne in hiſce Diſciplinis omnium maximis addiſcendis ſibi impendendum eſſe putaverit? Agite itaque, officinam à me vobis deſcriptam jam legiſtis, pyxidum arcana ſpectaſtis: nihil porrò vobis reſtat, niſi ut quæ hujus Operis argumentum in ſe continet, voluptatum emolumentorumque ubertate refertum, magno animo, ad divini Numinis gloriam, in Reipublicæ, atq; adeo in veſtra propria commoda & utilitates depromatis; memores illius:

Οἱ Θεοὶ πάντα τῷ πόνῳ πωλοῦσι.

Dii omnia laboribus vendunt.

R. P. BALTHASARIS CONRADI
E SOCIETATE JESU,
In Pragenſi, Græcenſi, & Uratislavienſi ejuſdem SOCIETATIS Collegiis Mathematicæ Profeſſoris

PARÆNESIS
AD AUCTOREM CURSUS MATHEMATICI.

Reverende in Chriſto Pater, Pax Chriſti.

QVod pridem optaveram, ut eſſet quis è Societate noſtrâ, qui etiam, quod Philoſophis hactenus ab aliquo tempore in uſu fuit, *Curſum* aliquem *Mathematicum* conciperet; id ego cum magna animi mei voluptate intelligo Reverentiam Veſtram meditari. Res eſt, fateor, operæ nec parvæ, nec brevis. Inprimis enim ipſa materies, quam ambitu ſuo complectitur Matheſis, quàm illa latè diffuſa ſit, optimè novit R^{ua}. V^{a}. Certè ſolæ ejuſdem partes, eæque non paucæ, ſi pro dignitare debeant tractari, integros Tomos requirunt. Quid quòd ſumma duntaxat rerum capita Patri Hugoni Sempilio Codicem bene magnum pepererint? & tamen ſola illa recenſuit; non deduxit; non demonſtravit. Quid ergo ſi deducantur? ſi, ut debet, demonſtrentur: Credam, ergo citius Reverentiam Veſtram & vires & vitam defectutam, quàm omnes Matheſeos partes,

quam-

Digitized by Google

quamque pro dignitate ſua, explicet, & deducat. Quod ſi vela velit contrahere, nec ita latè ſeſe committere alto; facile intelliget R^{tia}. R^{a}., quantum ipſi laborandum ſit, ut res tam naturâ ſuâ diffuſas breviter quidem, ſed clare; nec ſummatim ſolùm, ſed fundatè etiam & cum demonſtrationibus complectatur. Nec ſat ſcio, quomodo ſe Oceanus ingens in cochleat ſinat contrahi. Et cùm multa dicuntur breviter, plura tacentur. Ars ſumma ſit, nec redundare in tanta copia, nec deficere in neceſſariis. Et quid fiet Elementis veterum Geometrarum? Supponetne illa aliunde cognita? tum Curſus non erit integer. Aut ſimul edet? quàm autem tum non excreſcet moles: Aut illa contraheret? quàm vero hoc impoſſibile?

Quam deinde multa adhuc ſunt in tota ſparſim Matheſi, quæ ſuam nondum perfectionem attigerunt? Nota ea ſunt $R^{tiæ}$. $V^{æ}$. ut proinde recenſere opus non ſit. Niſi autem ea perfecta edat R^{tia}. V^{a}., Curſus erit mancus, & multâ laude privabitur. Ut potiùs præſtare videatur, unam aliquam materiam ad umbilicum deducere, quàm omnes colligere, & contrahere.

Verùm hæc neutiquam eò dico, ut abſterream Reverentiam Veſtram à propoſito tam laudabili; ſed potius (ſi mihi tamen tam multum ſumere audeam) ad curſum incitem atque adhortet. Cum enim Reverentia Veſtra & ex diſciplina incomparabilis illius Viri Athanaſii Kircheri prodierit, & ejuſdem poſtea conſortio Romæ diutius fruita, eundem pœnè æquis paſſibus conſequatur, inſuper tot jam annos in docendis hiſce ſcientiis verſata ſit: nemo ambigere poteſt, quin omnes materias ad fundum uſque penetratit: cumque & mirè facilis in ſcribendo ſit, & ſumma cum claritate ac brevitate res obſcuriſſimas ac fuſiſſimas, uti jam Orbi notum eſt, proponere poſſit; in eam veni ſententiam, poſſe Reverentiam Veſtram, ſi quem alium, omnes totius Matheſeos partes ſcribendo complecti, eoque compendio proponere, ut nemo queri poſſit aut obrutum ſe multitudine, aut neceſſariis ſcitu privatum eſſe. Id quod mihi quidem ad integrum Matheſeos Curſum cum laude Orbi proponendum ſatis eſſe videtur; licet interim nec Elementa addantur Geometrica, & multa ſint quæ necdum ad ſummam ſint deducta perfectionem quam ſi expectare vellemus, nimis diu cum Curſu foret exſpectandum: & Curſus ipſi Philoſophici non ii ſunt, quibus ultima ſit addita manus; imò forte nondum ſatis prima.

Sed nec actum actutam exiſtimem Reverentiam Veſtram. Licèt enim jam nuper Petrus Herigonius integrum Curſum hoc etiam titulo ediderit; & ante ipſum quadraginta circiter annis hoc idem in re fecerit Simon Stevinus (ut aliorum taceam Syſtemata) putarem tamen non ita eos cucurriſſe, ut omnē poſteris, ac inprimis Reverentiæ Veſtræ palmam præripuerint. Erunt & in iis quæ corrigantur, addantur, demantur: erunt quæ clariùs, quæ ordinatius proponantur. Non unis Auctoribus laudem omnem adſtrinxit Deus.

Accedit quòd idipſum non niſi gratiſſimum accidere poſſit noſtris hominibus, qui optant, ac deſiderant, ut aliquis methodo ſtyloque nobis familiariore totam, quàm latè patet, mathematicam compendio,

dio, quo fieri poteſt, complectatur. Quorum votis ac deſideriis ſerviſſe, ſatis magnum erit operæ pretium.

Quapropter cùm & utile futurum opus ſit, & multorum votis exoptatum; nec ſit quod ab ea cogitatione ac conſilio Reverentiam Veſtram abſtertere poſſit: imò multa ſint quæ invitent, alliciant, & pænè pertrahant: accedat inſuper impulſus haud dubiè divinus, qui operum laborumque noſtrorum optimus pro cujuſque viribus diribitor eſt: magno velim animo ac ardore meditatum Opus & aggrediatur, ſi nondum aggreſſa eſt: & urgeat, ac ad metam perducat. Pro quo faventiorem è cœlis auram, & ſpecialem Numinis adſiſtentiam ex animo precor: meque R^tiæ. V^æ. ſanctisſimis ſacrificiis ac precibus enixè commendo, Uratislaviæ 12. Decembris 1658.

Reverentiæ Veſtræ

Servus in Chriſto

Balthaſar Conradus.

MATHEMATICÆ POSTERITATI

M. Adamus Adamandus Kochánnski Polono-Dobriniacus è Soc. JESU, Matheſeos in Alma Univerſitate Moguntina Profeſſor, Eruditum id Mathematum Stadium decurſuræ his numeris præluſit.

ARCANA PANDO. Cui generoſior
Ad magna mens eſt, nec popularibus
Arctare votis, ſed recenter
Progenita novitate gaudes,
Prenſaſque rarum: ſeu tibi regios
Fortuna faſces, ſeu rigidum feri
Mavortis enſem, ſeu ſacrati
Iura pedi, vetereſque Ceras
Indulſit; huc ſi fortè reconditas
Veneris Artes, acrior indole,
Scientiarum, Curioſi
Si quis AMOR ſtudiumque VERI,
Adeſto! ſoli nam tibi Lechico
Horatianum carmine barbyton
Affligo, quò ſic innocentes
Vera canant documenta Chordæ.
Fruſtra nefaſta Poma per arboris
BEATIORIS furta SCIENTIAE
Moliris Adam, tuque vanos
Progenies imitaris auſus.
Haud damno mentem: non malè quæritur
Inter retruſas clauſa Scientias
BEATITVDO; ſola tantis
Poma latent alimenta ſpebus.
An illa fulvis Heſperidum tibi
Quærenda ramis? pervigil horridi
Draconis hortum cura ſervat,
Ni medica ſubigatur herba.
An quæ loquacis mala famelicum
Ludunt palatum Punica Tantali?
Vel faſcinatus fraudulenta
Fert Paris in Veneris favorem?
POMVM ſit ORBIS; quo Deus unicè
Quæcunque ſperes abdidit omnia:
Felicitatis expetitas
Hinc liceat cumulare gazas.
O quis diſerti carmina barbyti,
Raramque Suadæ grandiloquentiam
Accommodabit, pomiformis
Abdita dinumerare Mundi!
Huc tu Supremi Magna Geometra,
Et Architecti Filia Numinis,
Deſcende Regnatrix MATHESIS,
Et liquidum ſine nube nobis
Effare VERVM, nempe quod aſſoles;
Effare quæ nam quòve DECEMPEDIS
Dimenſa quadam et ordientem,
PONDERIBVS NVMERISQVE Mundum?
Vt qua latentum parte receſſum,
Rudique mundus cortice melleam
Nobis recondat Fauſtitatem,
Sit facilis reperire cenſu.
Deſcendit: Io, currite præpetes:
Deſcendit, en jam fulgurat eminus
Induta ſtellas, dexteraque
Gemmiferum moderante Sceptrum,
Corona peplo ſidit janthino:
Vt vultus ipſum vulnerat æthera
Fulgore lucis, quàm pudicum
Erubuit labiis corallum,
Quamque innocentes hinc adamantina
Caſtaſque vibrent lumina flammulas,
Illinc verecundis decentes
Lenè fluant humeris capilli!
Iam jam rotatis volvitur aureus
Temone ducto Currus in Orbibus:
Commune frenum cum feroci
Vrſa ferox ſubiit Leone.
Et TVlatentis verior Arbitra
Virago Salve LVMINIS: ô Pharos
FELICITATIS, cui petendæ
Dædaleas ſimul addis alas
Emancipatis mentibus; Abdita
Evolve Mundi: protinùs attinens
Delineatos illa curſus,
Id roſeo dedit ore carmen.
NON conſtat auro, nec latet ultimis
Eviſcerata montibus Indiæ,
Regnique ſub fines Eoi
Heſperiis ſpatiatur Hortis
Queiscunque terris Incola Fauſtitas:
Sub Sole quovis nata, domeſticos
Inter penates otioſus
Verna tuas Here velit aures.
Exile magnis turget, & obvio
Natura gaudet: tu facis arduum
Mortale vulgus, quod minori
Fas fuerat cumulare ſumptu.
Afflata pango: Quid quid amabili
Suſpiriorum vota Favonia
Captatis, & partem beatæ
Expetitis numerare vitæ,
Compendioſo, credite, munere

Tradam

Tradam Matheſis, pluribus unicum
Æque valebit SCIRE, pleno
Dilapidans ſua dona cornu.
Fucata neſcit ſtare Beatitas:
Diffibulatam prætereuntium
Vertigo rerum diſſipabit,
SCIRE ſenes patietur annos.
An multa cenſus millia divitis
Felicitati ſufficiunt tuæ?
Quò plura ſuſpirabit ignis
Ignibus intepefactus auri!
At me Magiſtrâ promptior artifex
Felicitatem quiſquis faber tuam
Parabis, & de FONTE VERI
Nectareis ſatiatus undis,
Faſtidientis lege ſupercili
Damnabis omnem quam ſequitur rude
Vulgus voluptam; jam volucris
Regna ſuper populoſque mentis
Subvectus alis, altior æthere
Transnavigato, diſpicies NIHIL
Telluris & deforme PVNCTVM.
Ipſa tuis minor eſſe pennis
Decircinoti concameratio
Carcerque Mundi Sphæra videbitur.
Vt major arcto pullus ovo
Cæruleum ferias putamin.
Quod ſi ſeveræ Scito Scientia
Non mitiores allubeant jocis
Exercitatiuncularum,
Haud tenues generabit Artes,
MENSVRA PONDVS cum NVME-RO, tria
Felicitatis materies tua:
Intende nervos hîc, decora
Quiſquis amas monumenta Famæ,
Et arduorum, fortis ut Hercules,
Terrore lætus, difficiles niſi
Victoriarum quæris herbas,
Magnanimus domitor pericli.
His his QVADRANDI Principium Cycli,
His Artefactum Continuò MOVENS,
His conſtas æternumque DVRANS,
Hæ reliquas moderantur Artes.
Hæc volve, quiſquis grandia concipis
Inventa Mundi: me vocat urbium
Francotuorum prima, torvo
Herbipolis dominata Mœno:
Vbi meorum prodigus Artium
KIRCHERIANO lumine nobilis

I. luminis æmulus

SCHOTTVS vagabundis ſupremum
CVRSIBVS amplificare Circum,
Metasque tentat ponere. Olympicis
Fortaſſe gaudes? Pentathlus omnia
Certare geſtis? Si perennis
Multa ſedet tibi cura Laudis,
Audeto CVRSVM. Quid tibi muneris
Poeta noſter? cætera reſpuis,
En lyncis iſtud perſpicacis
Hoc capies Adamande Vitrum.
Quæ forma rerum? quæ facies ſolis?
Quæ monſtra cælo? quis color ætheris?
Cælùmne viſitare terras,
Annè polo propiare Tellus?
Novusne ſacli fabula poſthumi
Hermes Deorum nuntius, æthera
Talarium conduplicatis
Trajecto revelatus alis?
O vaſto Mundi cærula vitrei!
O Solis aurum commemorabile,
Argenteoque Lunæ diſco,
Et reliqui vaga monſtra cæli,
Mendàxne vana ludit imagine
Cryſtallus auri? Vellere Colchico
Effulgurans comparet Agnus
Stelliferas vagus inter herbas.
Et auſpicatam cornibus aureis
Diſpenſat Orbi Veris originem.
Hinc ardet effulgens obryzo
Ecce Leo Nemeæus auro.
Illinc Tonantis providus Armiger?
Defert ab altis fulmina nubibus
Hæc terna cæli ſigna noſtram
Præ reliquis feriunt Dioptram.
Hæc (Curioſos abdita ſi movent)
Luſtrent acutis Aſtronomi Tubis.
INFERNA CONCORDANT SV-PERNIS,
Atque Polo ſua ſponſa Tellus
Dum ſemiſectam porriget Iridem,
Connubiali jungetur annulo,
Et auream MVNDI CATENAM
Qui fuerit paranymphus, offert.
Hanc linque Sphyngem barbytos Oedipo;
Vatumque ſacro percitus entheo
Futura prædic. HIC PERENNES CVRSVS AGET TIBI SCHOTTE LAVDES.

Perpen-
DICVLVM.

LIBER

LIBER I.

ISAGOGE MATHEMATICA,

Sive

Brevis Introductio in omnes Mathematicas Diſciplinas.

PROOEMIUM.

Duo ſunt, quæ ad Mathematicæ adyta penetranda tam ſunt neceſſaria Tyroni, quàm avi ad volandum alæ, magno etiam Platone adſtipulante; Arithmetica ſcilicet, & Geometria, ijs maximè libris, quæ Elementa Euclidis appellantur, contenta. Quæ duo qui ignoraverit penitus, non ſolùm ad Mathematicæ ſublimia non pertinget unquam, ſed nec paſſum ullum in ea cum fructu provehetur. Hæc igitur ante omnia & mihi pertractanda diligenter, & Tyroni non ſegniter ſunt addiſcenda. Sed utriſq; præmittere placuit ſequentem Iſagogen, omnibus Mathematicæ ſpeciebus, quæ plurimæ ſunt, æque communem. Quod eò facio libentiùs, quoniam experientiâ edoctus ſcio, illam non Tyronibus modò & Mathematicæ Candidatis, ſed alijs etiam in ea ſcientia non mediocriter provectis, accidere gratiſſimam. Adde quòd qui non poſſet, aut nollet Euclidis Elementa, de quibus lib 3. agetur, addiſcere, & tamen aliqualem ſaltem progreſſum in reliquis ſubſequentibus facere; neceſſariò ſcire debet quæ hujus Iſagoges continentur cap. 3 & 4. Accedit & hoc commodi, quòd in Euclidis Elementis tradendis non erit neceſſarium, terminorum & praxium explicationes interſerere, & Auctoris textum interrumpere. Quatuor autem capita continebit Iſagoge: in primo diſſeretur breviſſimè de Mathematicæ natura & objecto: in ſecundo variæ Mathematicarum diſciplinarum diviſiones adſignabuntur: in tertio explicabuntur Termini ſeu vocabula in Mathematicis ſcientijs uſitatiora & frequentiùs occurrentia: in quarto Praxes nonnullæ Mathematicæ magis neceſſariæ, & ſæpiùs obviæ (ſine tamen demonſtrationibus, quas tertio libro, in quo de Euclidis Elementis, reſervo) tradentur. Addi deberent Effata ſeu Axiomata, apud Mathematicos recepta; ſed ea dabimus initio Elementorum Euclidis in Libro 3. ſequente. Poterit Tyro prima duo capita omittere; imò & ſine reliquis duobus poterit ad Arithmeticam practicam pergere, & poſt eam ad hanc Iſagogen redire.

Alæ Mathematicæ ſunt Arithmetica & Geometria.

Iſagoge mathematica.

CAPUT I.

De Etymo, Objecto, & Natura Mathematicæ.

Mathematicæ etymon. Meritò mirantur nonnulli, cur inter omnes humanas divinaſq; ſcientias, ſola illa, quæ circa quantitatem terminatam, tanquam circa proprium, ac ſibi peculiare ubjectum verſatur, communiter quę à primis jam ſæculis Mathematica appellatur, hoc ſibi nomen, quod aliis commune eſſe debebat, tanquam proprium uſurpet, non vulgi errore, ſed ſapientum omnium decreto. Eſt enim Mathematica, ſi nominis etymon ſpectes, idem ac diſciplinaris ſcientia, à Græco vocabulo μάθησις (matheſis) vel μάθημα (mathema) quorum utrumq; diſciplinam, & doctrinã ſonat iis, qui Græcæ linguæ notitiam habent; quæ quidem nomenclationes omnibus ſcientiis meritò conveniunt, cùm & doceantur à magiſtris, & à diſcipulis diſcantur. Duas potiſſimùm hujus uſurpationes cauſas apud probatos Auctores reperio; alteram Pythagoreorum atque Platonicorum, ſed impiam ac falſam, utpote in falſo & impio de metempſychoſi dogmate fundatam; alteram veram, & doctis probatam, putantium ideo ſcientiam illam præ cæteris nomen doctrinæ ac diſciplinæ ſibi vendicare, quòd ſola modum rationemque ſcientiæ, ſi more Philoſophis uſitato loquendum ſit, retineat. Procedit enim ſemper ex præcognitis principiis vel per ſe notis, vel evidenter probatis ad concluſiones demonſtrandas (quod proprium eſt munus atque officium ſcientiæ) neque unquã aliquid non evidenter demunſtratum aſſumit, ut ſuis locis apparebit. Quod quidem alias ſcientias non ſemper obſervare videmus, cùm plerùmque in confirmationem eorum, quæ oſtendere volunt, non niſi probabiliter ſtabilita adducant. Nec tamen diſplicet Alſtedij etymologia, dictam videlicet Matheſin ſeu Mathematicam, παρὰ τὸ μαθεῖν, ſive quòd omnium fuerit olim diſcenda in ſcholis Græcorum; ſive quòd non omnibus ſit obvia, ſed iis tantùm, qui diligenter diſcunt, ſive quòd nos reddat aptos ad diſcendũ; ſive deniq; quòd diligenter ſit diſcẽda.

Objectum Mathematicæ quod attinet, in confeſſo apud omnes eſt, quantitatem terminatam id eſſe, (ut jam inſinuavi) tam continuam, quàm diſcretam. Verſatur enim circa numeros numerabiles; varièque inter ſe, & cum aliis numeris comparabiles, & circa lineas, ſuperficies, & corpora, prout variè terminantur, & varias figuras induunt, angulos inquàm, triangulos, circulos, priſmata & ſimilia, de quibus in ſequentibus. At non omnes Mathematicæ partes, ſeu ſpecies eodem modo circa quantitatem hanc verſantur, ſed quædam contemplantur illam ab omni materia ſenſibili, non tamen intelligibili abſtractã: neque enim conſiderant numerum prout in hac vel illa re, v. g. in pecunia, in plantis, in hominibus, in Angelis reperitur, nec triangulum, circulum, & ſimilia, quatenus in auro ſunt, aut in ligno, in lapide, in ferro. Aliæ verò eandem quantitatem conſiderant materiæ immerſam, ut quæ verſantur circa motum cœleſtium corporum, circa viſuales radios, aliaque multa, ut mox patebit. Hinc variæ oriuntur Mathematicarum Diſciplinarum diviſiones, de quib. ſequenti capite.

Ejuſdem definitio. Ex dictis colligitur, quæ ſit Mathematicæ eſſentia ſeu natura; *eſt quippe ſcientia tractans de quantitate terminata, eaq; vel à ſenſibili materia abſtractâ, vel eidem immerſâ.*

CAPUT II.

De variis Mathematicarum Diſciplinarum diviſionibus.

Mathematica diviſiones variæ. Varij varias afferunt. Nonnullas breviter recitabo, deinde meam inſinuabo; diutius enim huic rei in ipſo limine inhærere, eſt Tyronibus tenebras affundere. Antiquiſſimi Philoſophi ac Mathematici Pythagorei, Proclo teſte *l. 1. Commentar. in Euclid. c.* 12. quos deinde ſecuti ſunt reliqui propemodum omnes, diſtribuerunt Mathematicas diſciplinas univerſas in quatuor partes, Arithmeticã, Muſicam, Geometriã, & Aſtronomiã. Nec ſine fundamento. Cùm enim quantitas, circa quã verſantur, duplex ſit, diſcreta nimirũ & continua, ſeu multitudo & magnitudo; & utraq; conſiderari poſſit dupliciter, ſecundum ſe ſcilicet, & comparatione ad aliud: viſum illis fuit conſentaneũ, juxta quadruplicẽ illam quantitatis conſiderationẽ, quadruplicẽ conſtituere Mathematicæ ſpeciem. Illam igitur ſpeciem, quæ quantitatẽ diſcretam, ſeu numerũ, conſiderat ſecundũ ſe, inquirendo & explicando numerorum proprietates & paſſiones; appellarunt Arithmeticam, hoc eſt, ſcientiã de numeris. Quæ eandem quantitatem diſcretã ſeu numerum in comparatione ad aliud conſiderat, nimirum ad ſonum, contemplando numerum ſonorum, ſeu ſonũ numeroſum atq; harmonicum; appellarunt Muſicam. Quæ quantitatem continuam ſecundum ſe conſiderat, Geometriam: quæ eandem comparatam ad aliud, nempe ad motum, ſeu ut mobilis eſt, contemplatur, Aſtronomiam appellarunt.

Alij cum Gemino antiquiſſimo Geometra, eodem Proclo teſte *loc. cit.* c. 13. dividunt omnes Mathematicas Diſciplinas in duas claſſes, quarũ altera continet puras, altera non puras, ſeu mixtas. Puras appellant, quæ verſantur circa quantitatẽ terminatam ab omni materia ſenſibili abſtractã: non puras verò, quę circa quantitatem terminatã materiæ ſenſibili concretã verſantur. Prioris generis ſtatuunt duas tantùm, Arithmeticã & Geometriã, quarum prior diſcretam, poſterior continuam quantitatẽ conſiderat: poſterioris verò generis conſtituunt ſex, Mechanicã, Aſtrologiã, Perſpectivam, Geodæſiam, Canonicã, & Supputatricem. Singularum explicationes, ſubditiones, & officia, lege apud Proclum, & apud Chriſtoph. Clavium *in Prolegom. Comment. ad Elem. Euclid.* Eaſdem nos in ſequentibus explicab. ſuis locis.

Adrianus Romanus *in Matheſi Polemica dividit* Matheſin in principẽ, & mechanicam Principem in puram, & mixtã. Puram in univerſalem, & ſpecialem. Univerſalẽ in logiſticam, & primam matheſin. Specialẽ in Arithmeticam, & Geometriã. Mixtam in Coſmographiam, Ouranographiam, Geographiam, Aſtronomiam, Chronologiam, Geodæſiam, Opticam, Euthymetriam, Muſicam, Mechanicã in Sphæropæjã, Manganariam, Mechanopoëticã, Organopoëticam Automatopoëticam. Singula membra variè ac fusè ſubdividit, & explicat. Legat ipſum qui volet.

P. Paulus Guldinus *in principio lib. 1. de Centro gravitatis*, dividit omnes Mathematicas ſcientias, in puras, & mixtas puris ſubalternatas; & utraſq; in ſpeculativas & practicas. Puras dividit in Arithmeticã, Geometriam, & Algebram ex Arithmetica & Geometria compoſitã. Harum ſingulas variè iterũ ſubdividit. Mixtas partitur in quatuor velut præcipuas, Opticam nimirum, Staticã, Muſicam & Aſtronomiam. Harum quoq; ſingulas

variè

variè iterum ac prolixiſſimè ſubdividit, & valde exoticis nominibus afficit, quæ nimis longum eſſet recitare. Ipſum adeat qui volet.

P. Honoratus Fabry *tom. 1. Phyloſophiæ lib. 1. c. 2. art.* 4. dividit easdem cum antiquis in puras. & non puras. Puratum ſtatuit duas ſpecies, Geometriam, & Arithmeticam. Geometriam ſubdividit in tres partes, Elementarem conſiderantem præcipuè Elementa Euclidis, Trigonometriam verſantem circa plana, & Stereometriam verſantem circa ſolida. Arithmeticam partitur in quinque partes: Elementarem, explicantem praxes & demonſtrationes operationum cardinalium Arithmeticæ practicæ, tum in numeris integris, tum in fractis: Analogicam, explicantem ac demonſtrantem regulas proportionum, ſocietatum, alligationis, poſitionum, progreſſionum: Logiſticam, tractantem de ſinubus, tangentibus, ſecantibus, logarithmis: Figuraram, tractantem de analyſi & geneſi polygonorum, & poteſtatum: Analyticam, diviſam in zeteticem, poriſticem, & exegeticem. Non puras dividit in Geometriam practicam, Arithmeticam ſupputatricem, Aſtronomiam. Opticam, Staticam, & Muſicam. Harum ſingolas iterum variè ſubdividit.

Omitto diviſiones Alſtedii, Heinlini, Abdiæ Trevv, Menii, Herigonii, Rami, Stevini, Merſeni, & aliorum paſſim.

Noſtra diviſio. Ego totã Matheſin, quæ infinita pænè eſt, ita breviter ac ruditer diſtribuo in membra. Matheſis omnis verſatur circa quantitatem terminatã, vel diſcretã, vel continuã: itẽ vel abſtractã à materia ſenſibili, vel ipſi concretã, id eſt, materiis phyſicis accomodatã: item vel ſpeculativè, vel practicè. Quæ circa diſcretam & à materia abſtractam verſatur, id eſt, circa numerum ſecundum ſe conſideratum, dicitur Arithmetica: ſpeculativa quidẽ, ſi ſpeculativè tantum cõſiderat numeros, eorumque proprietates: practica verò, ſi practicè eoſdem conſiderat. Utraq; Arithmetica habet varias alias ſubdiviſiones, ut videbimus in libro ſecundo. Quæ circa eandem diſcretã materiæ im̃erſã, ſcilicet circa numerum ſonorum ſeu harmonicum verſatur, dicitur Muſica, ſeu ſpeculativa, ſeu practica, prout ſpeculativè aut practicè circa eum verſatur. Quæ circa continuam quantitatem occupatur, ſed à materia ſenſibili abſtractam, ſive ſpeculativè, ſive practicè: Geometria ex Mathematicorum uſo nuncupatur, aot ſpeculariva, aut practica. Quæ circa eandem contiouam, ſed corpori aut qualitati alicui concretam verſatur, dividitur in plurimas ſpecies, quatũ univerſaliores, ac velor ſum̃a capita ſunt Aſtronomia, Mechanica, Optica, & Muſica. Harum quælibet in alias pænè innumeras ſubdividitur, ut ſuis locis videbimus.

CAPUT III.

De Terminis ſeu Vocab. Mathematicis.

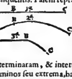
Termini ſeu vocabula mathematica. *Termini Mathematici, qui hoc capite explicantur, ſpectant fere ad ſolas illas ſpecies, quæ circa continuam quantitatem verſantur. Alii qui ad ſpecies circa diſcretam verſantes pertinent, ſuis locis explicabuntur, non enim niſi ad illas ſolas neceſſarii ſunt.*

Articulus I.

De puncto, linea, ſuperficie, & corpore; eorumque varia diviſione.

Punctum. 1. PUnctũ Mathematicũ eſt, quod nullas habet partes quãtitatis, nempe neq; lõgitudinẽ, neq; latitudinẽ, neq; profunditatem. Euclides ita definit: *Punctum eſt, cujus pars nulla eſt.*

2. Linea eſt quantitas continua, habens longitudinẽ ſine latitudine, & profunditate. Concipitur creari ex fluxu puncti, veſtigium poſt ſe relinquentis. Talem repræſentant figuræ prima, *Linea.*



ſecunda & tertia. Dico; repræſentant, quia revera lineæ non ſunt, cum latitudinem habeant.

3. Dividitur linea in terminatam, & interminatam. Illa habet terminos ſeu extrema, hæc minimè. Termini lineæ ſunt puncta. Linea terminata dividitur in rectam, curvam, & mixtam.

4. Linea recta eſt, quæ ex æquo ſua interjacet extrema puncta; id eſt, quæ ita æqualiter extenditur inter extrema ſua puncta; ut nihil ſit in ea flexuoſum. Talem repræſentat pilus aut filũ tenue ſum̃a vi extenſum; talemque crearet punctũ fluens recta per breviſſimam inter duo puncta viam, ita ut in nullã partem deflecteret, prout apparet in 1. figura. Recta linea dicitur ope Regulæ ſeu Amuſſis exactè fabricatæ, de qua infra *cap.* 4. *Linea recta, curva & mixta.*

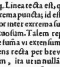
5. Linea curva eſt, quæ non ex æquo jacet ſeu extenditur inter ſua extrema puncta. Talem repræſentat 2. figura.

6. Linea mixta eſt, quæ componitur ex recta & curva. Talem repræſentat 3. figura.

7. Curvarum linearum ſunt quã plurimæ ſpecies, nempe Circularis, Elliptica, Helica ſeu Spiralis plana, Spiralis cylindrica, Spiralis conica, Spiralis ſphærica, Parabolica, Hyperbolica, & aliæ multæ, qoas ſuis locis explicabimus.

8. Superficies eſt quantitas continua, habens longitudinẽ & latitudinẽ ſine profunditate. Talẽ repræſentat figura 4. Dividitur in terminatã, *Superficies.*

4



& interminatã. Illa habet terminos, hæc minimè. Superficiei terminatæ extrema ſeu termini ſunt lineæ, vel linea. Terminata ſuperficies ſubdividitur in planam, curvã, & mixtam ex utraque.

9. Superficies plana eſt (intellige, terminata) quæ ex æquo ſuas interjacet extremas lineas; ita nimirũ, ut mediæ partes ab extremis ſurſũ deorſumvè ſubſultando nõ recedant. Talẽ repræſentat ſoliũ chartæ delicatiſſimę ſum̃â vi extenſum; talemq; crearet linea recta, fluens in tranſverſũ per breviſſimam inter duas lineas viã, ita ut nihil haberet eminens, nihil lacunoſũ, nihil inæquale. Solent Mathematici ſuperficiẽ planã appellare abſolutè *planũ*; unde quãdo loquuntur de plano ſine addito, intelligendum id eſt de ſuperficie plana. *Superficies plana, & curva.*

10. Superficies curva eſt, qoæ non ex æquo jacet inter ſuas extremas lineas. Hujus multæ ſunt ſpecies, nempe ſphærica, conica, cylindrica, &c. Omnes dividuntur in cõvexas, & cõcavas. Convexa eſt exterior alicujus ſphæræ, cylindri, coni, &c. ſuperficies. Concava eſt interior eorundem corporum, ſi intus cava ſunt. Quid ſit ſphæra, cylindrus, conus, &c. dicetur infra, *Artic. V.*

11 Corp⁹, ſive ſolidũ, eſt quantitas cõtinua, habens trinam dimenſionẽ, nempe longitudinem, latitudinem, & profunditatẽ. Termini ſive extrema corporis (intellige, finiti ac terminati) ſunt ſuperficies, vel una, vel moltiplex. Varias corporis diviſiones afferemus infra, *Art. V.* *Corpus.*

Articulus II.

De linearum inclinationibus, ſive de angulis planis.

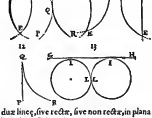
Angulus planus.

1. ANgulus planus eſt duarũ linearũ in plano ſe mutuò tangentiũ, & non in directũ jacentiũ alterius ad alterã inclinatio. Tales ſunt omnes figuræ à 5 usq; ad 12 incluſivè. Hæc definitio non eſt formalis, ſed cauſalis, quia inclinatio linearũ in plano nõ eſt angulus planus, ſed efficit angulũ planum. Senſus definitionis eſt hic. Quando

5 6 7



8 9 10 11



duæ lineç, ſive rectæ, ſive non rectæ, in plana aliqua ſuperficie invicem concurrunt ita, ut non in directum jaceant, ſed una ad alteram inclinetur; efficitur angulus planus, id eſt, in plana ſuperficie conſtitutus. Tunc autẽ dicuntur duæ lineæ non in directum jacere, ſed una ad alteram inclinari, quando alterutra earum poſt concurſum ulteriùs in directum protenſa non concidit cum altera ita, ut unam cum ipſa efficiat lineam (prout facit linea AB, concurrens cum linea CB, in prima & ſecunda figura ſupra poſitis) ſed vel eam ſecat, ut fit in lineis DE, FE; vel certè ſtatim poſt punctum concurſus ab ea recedit, ut fit in lineis PQ RQ, & quotieſcunq; duo circuli ſe contingunt, vel etiam quando linea recta tangit circulum, ut apparet in circulis IL tangentibus ſeſe in puncto L; & in linea GH, tangente dictos in punctis I. Lineæ porrò angulum conſtituentes, vocantur crura ſeu latera anguli.

2. Anguli hactenus explicati appellantur plani ſeu ſuperficiales, ad differentiam angulorum ſphæricorum in ſuperficiebus ſphæricis deſcriptorum; & angulorum ſolidorum conſtitutorum in corpore ſeu ſolido. De utriſq; ſuo loco. Formalis definitio anguli plani ſic formari poſſet: Angulus planus eſt ſuperficies in uno puncto collecta, & duabus lineis ad ſe invicem inclinatis utrimque terminata.

Angulus incidentiæ & contactus.

3. Quando duæ lineæ ita concurrunt in plana ſuperficie, ut vel de facto ſe mutuò interſecent, vel ſi poſt concurſum protenderentur, ſe mutuò interſecarent; conſtituunt angulum incidentiæ: quando vero tantum ſe mutuo tangunt, conſtituunt angulum contactus. Primi generis ſunt anguli DEF, ſecundi generis anguli PQR, & GI, HI, LL, in figuris poſitis.

Angulus rectilineus curvilineus & mixtus.

4. Omnis angulus planus conſtituitur aut ex duab. lineis rectis, aut ex duab. curvis, aut ex recta & curva. Quando fit ex duab. rectis, vocatur angulus rectilineus; quando ex duabus curvis, curvilineus; quãdo ex recta & curva, mixtus ſeu mixtilineus vocatur. Rectilineum exhibent figuræ 6, & 7, curvilineum 8, 9. & 10, mixtilineum 5. 11, & 12.

Angulorũ quantitas unde ſumatur.

5. Anguli cujuſvis menſura ſeu quantitas cõſiſtit in ſola inclinatione unius lineæ ſupra aliam, non verò in longitudine linearum: nam lineæ longius excurrentes ab inclinatione ſicut non augent ſuam inclinationem, ita neq; anguli magnitudinem. Penes quid autem ſumatur angulorum quantitas, poſtea dicemus Artic. ſequente nu. 17. ubi etiam definiemus, quinam anguli cenſeantur æquales, qui inæquales.

Angulus per 3 literas quomodo exprimatur.

6. Quando Mathematici volunt denotare ſeu verbis exprimere angulum alicubi conſtitutum, utuntur plerumq; trib. litteris Alphabeti, quarũ illa quæ enuntiatur ſecundo loco, denotat angulum de quo loquuntur. Sic in præcedentibus figuris angulum conſtitutum ad punctum E, appellant angulum DEF, aut FED; & angulum cõſtitutum ad punctum Q, appellant angulũ PQR, vel RQP. Faciunt hoc, quia ſæpe ad idem punctum ſunt conſtituti plures anguli, unde ſi unica uterentur littera, neſciretur de quo angulo ſermo eſſet, ut patet ex ſequentibus figuris 14, & 15, ubi littera A poteſt ſignificare angulum BAC, & angulum DAC. Quando tamen ad unum punctum concurſus linearum eſt conſtitutus unus tantum angulus, ut in ſeqq. figuris 16, 17, & 18, in punctis B, C, & D; poſſunt & ſolent uti unicâ litterâ.

14 15



Linea perpendicularis.

7. Quando una linea recta ita inſiſtit alteri lineæ rectæ, ut nũ magis inclinet in unam partem, quam in alteram; dicitur ipſi inſiſtere perpendiculariter, vocaturque linea perpendicularis, reſpectu alterius lineæ cui inſiſtit, & anguli quos hinc & inde cõſtituit, talis, linea alteri inſiſtens, appellantur anguli recti. Quãdo verò linea recta inſiſtens alteri lineæ rectæ inclinat magis in unã partem quam in alteram, nullum conſtituit angulum rectum, ſed unum majorem recto, & alterum minorẽ recto. Et major quidẽ recto vocatur angulus obtuſus, minor verò recto acutus.

Angulus rectus, acutus & obtuſus.

8. Itaq; angulus rectilineus triplex eſt, rectus obtuſus, & acutus. Rectus eſt, quẽ efficiunt duæ lineæ rectæ perpẽdiculariter ſibi mutuo inſiſtentes. Tales ſunt anguli ad punctum A in figura 14. ſive anguli BAC, DAC, facti à lineis BD, CA, Obtuſus eſt, qui eſt major recto. Acutus eſt, qui eſt minor recto. Hos duos angulos efficiunt, vel potius continent lineæ non perpendiculariter ſibi mutuo inſiſtentes, ut ſunt in figura 15 lineæ EG, FA, efficientes angulos EAF, FAG, quorum prior eſt obtuſus, poſterior acutus.

9. Nõ tantum efficitur angulus rect⁹, aut obtuſus, aut acutus, quando una linea ita cadit ſupra aliam, ut fit in fig. 14, & 15. ſed etiã quando ſe mutuo tãgunt in extremitatib. ut fit in figuris 16, 17, & 18. Hinc fit, ut recta AB in fig. 16 dicatur etiam perpẽdicularis rectæ BC, & viciſſim recta BC in eadem figura dicitur perpendicularis rectæ AB. Et ratio eſt, quia ſe alterutra, aut utraq; protenderetur ultra punctum B, altera non inclinaret

16 17 18



inclinaret magis in unam alterius partem quàm in alterá. Ob contrariam rationem reliquæ in figuris 17, & 18, non dicuntur perpendiculares.

Anguli deinceps. 10. Quando una linea ita cadit ſupra aliam lineã, ut efficiat duos angulos, unũ ex una parte, & alterum ex altera, ut fit in figuris 14, & 15, tunc anguli qui fiunt hinc & inde ad punctũ incidentiæ, dicuntur eſſe deinceps, eò quòd unus ſit poſt alium. Et quidem ſi anguli deinceps ſunt inter ſe æquales (quod tunc contingit, quando una linea cadit ſupra alteram perpendiculariter) quales ſunt anguli ad A in figura 14; tunc uterq; vocatur & eſt angulus rectus. Unde è contrario quando duo anguli deinceps ſunt recti, neceſſariò ſunt inter ſe æquales, & linea illos efficiens dicitur perpendicularis. Quando verò anguli deinceps non ſunt inter ſe æquales, ut in figur. 15 tunc neuter illorum eſt rectus, & lineæ illos conſtituentes non dicuntur perpendiculares invicem.

Articulus III.

De figuris planis Curvilineis, & præcipuè de Circulo.

Terminus apud mathematicos quid ſit. TErminus eſt, quod alicujus extremum eſt. Tale eſt punctum reſpectu lineæ, linea reſpectu ſuperficiei, ſuperficies reſpectu corporis, ut ex ſuprà dictis patet.

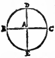
Figura mathematica. 2. Figura eſt, quæ ſub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur. Itaque licet linea finita habeat terminos; nempe extrema puncta, tamen non eſt figura Mathematica, prout hìc ſumitur nomẽ figuræ, quia non comprehenditur, id eſt, non clauditur aut circumdatur à ſuis terminis.

Figura plana. 3. Figura dividitur in planam, & ſolidam. Planæ figuræ ſunt ſuperficies terminatæ, id eſt, lineis aut lineâ comprehenſæ. Solidæ verò figuræ ſunt corpora terminata, ſuperficie aut ſuperficiebus comprehenſa.

4. Planæ figuræ aut ſunt curvilineæ, aut rectilineæ. Curvilineæ figuræ ſunt Circulus, Ellipſis, Cyſſoides ſive hederæ folio ſimilis, Myrthoides ſive Myrthi folio ſimilis, Hyppopeda ſive equinæ pedicæ ſimilis, & aliæ id genus. Nos omiſſis omnibus aliis de ſolo circulo, ejuſque partibus hîc agimus.

Circulus. 5. Circulus eſt figura plana, ſub unâ lineâ comprehenſa, quæ peripheria ac perimeter, hoc eſt, circumferentia appellatur; ad quã ab uno puncto eorũ, quæ intra figurá ſunt poſita, cadentes omnes rectæ lineæ, inter ſe ſunt æquales. Itaque circulus non eſt linea illa circularis ambiens ſuperficiem circularé, ſed eſt ipſamet ſuperficies concluſa tali linea circulari. Talis eſt figura 19. Aliquando tamen prædicta circularis linea vocatur circulus.

19.



6. Centrum circuli eſt punctũ illud intra circulũ, à quo omnes lineæ rectæ ad circumferẽtiam ductæ, ſunt æquales. Tale eſt punctum A in eadẽ figur. 19.

Diameter 7. Diameter ſeu Dimetiens circuli eſt recta quæcunque linea per centrum ducta, & ex utraq; parte in circuli circumferentiam terminata; quæ circulum bifariã ſecat. Tales ſunt in figura 19 recta BC, DE, & aliæ infinitæ aſſignabiles.

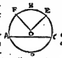
Semidiameter. 8. Semidiameter circuli eſt recta quæcunque à centro ad circumferentiam ducta. Appellatur etiam radius circuli, ob ſimilitudinem cum radio rotæ.

Semicirculus. 9. ſemicirculus eſt figura, quæ continetur ſub diametro & ſub ea linea, quæ de circuli circũferentia aufertur à diametro. Talis eſt in ſuperiori circulo figura BDC, & DCE, & CEB, & EBD. Centrum autem ſemicirculi idem eſt cum centro circuli; eademque eſt utriuſque dimetiens.

Circuli ſegmentum. 10. Si recta linea ſecans circulum in duas portiones, non tranſit per centrum circuli, ſecabitur ab ea circulus non bifariam, ſed in duas partes inæquales; quarum utraque dicitur ſegmentum circuli. Et illa quidem pars, in qua exiſtit centrum circuli, dicitur ſegmentum majus; altera verò pars ſegmentum minus. Dicitur tamen etiam ſemicirculus ſegmentum circuli.

Circuli arcus. 11. Arcus circuli eſt quæcunq; circumferentiæ portio, præſertim ſi ſit major aut minor quàm ſemicircumferentia. In appoſita figura 20 arcus ADC eſt minor quã ſemicircũferentia, arcus verò ABC major, quia linea AC non tranſit per centrum O circuli.

20.



Circuli chorda. 12. Chorda eſt quæcunq; recta linea quæ arcum aliquem in circulo ſubtendit. Talis eſt recta AC in prædicta figura 20. Appellatur etiam ſubtenſa.

Circuli ſector. 13. Sector circuli eſt, cùm à circumferentia circuli ad centrum ipſius ducuntur duæ ſemidiametri conſtituentes angulum in ipſo centro. Talis eſt in præcedenti circulari figura FOE.

Circuli diviſio. 14. Omnis circulus, ſive magnus, ſive parvus, dividitur à Mathematicis in partes 360. quas ipſi gradus appellant; quilibet verò gradus ſubdividitur in alias 60 partes, quas appellant minuta ſive ſcrupula prima; & quodlibet minutum primum ſubdividitur in 60 minuta ſecunda; & quodlibet ſecundum in 60 tertia; & ſic ulteriùs, quouſq; libuerit, aut opus fuerit. Ita ſemicirculus continet gradus 180; quarta verò pars ſeu Quadrans circuli continet gradus 90; & quilibet arcus circuli continet aliquot gradus, aut graduum partes, plures aut pauciores, prout fuerit magnus aut parvus iſte arcus.

Circuli quadrans 15. Si in circulo quocunq; ducantur duæ diametri ſecantes ſe ad angulos rectos, hoc eſt, inſiſtentes ſibi mutuò perpendiculariter; dividitur circulus in quatuor æquales partes, quæ propterea appellantur quadrantes, ſive quartæ circuli; quas diximus continere 90 gradus.

Anguli ad centrũ circuli. 16. Quotieſcunq; à circumferentia circuli ad centrum ducuntur duæ ſemidiametri conſtituentes angulum in centro, arcus circumferentiæ, totumq; ſpatium inter duas ſemidiametros contentum, complectitur aut gradus, aut graduum partes. Et quidẽ ſi continet gradus 90 præciſè, angulus ille ad centrum conſtitutus, eſt rectus: ſi continet plures quàm 90, angulus eſt obtuſus: ſi pauciores quàm 90, angulus eſt acutus. Omnes itaque anguli recti ſunt inter ſe æquales, quia omnes continent gradus 90 præciſè.

Anguli recti omnes ſunt inter ſe æquales.

Angulus quilibet quantus eſſe dicatur. 17. Quotieſcunq; duæ lineæ rectæ conſtituunt angulum, poteſt ex puncto concurſus deſcribi inter duas illas rectas lineas angulũ conſtituentes arcus; qui arcus neceſſariò continet gradus, aut minuta graduum ex illis 360, in quos diviſibilis eſt circulus, ſi ex arcu illo circulus compleretur. Tantus autem dicitur à Mathematicis eſ-

ſe angolus ille, quantus eſt arcus inter duas lineas, anguli conſtituenres comprehenſus, hoc eſt, tot graduum aut minutorum eſt ille angulus, quot graduum aut minutorum eſt arcus inter lineas angulum conſtituentes contentus. Quare ſi arcus prædictus continebit grad. 90, angulus erit graduum 90, hoc eſt, rectus: ſi arcus continebit plus quàm 90. gradus, angulus erit major recto, ac proinde obtuſus: ſi arcus continebit minùs quàm 90 gradus, angulus erit minor recto, ac proinde acutus. Verbo, tantus erit angulus, quantus arcus, hoc eſt, tot graduum erit angulus, quot graduum erit arcus.

Anguli menſura quanã ſit. 18 Quantitas igitur ſeu menſura anguli cujuſcunq; deſumitur à quantitate arcus comprehenſi inter duas lineas angulum conſtituentes, ſi ex puncto concurſus tanquam ex centro deſcribatur circulus (ſive parvus, ſive magnus) cujus circumferentiæ pars aliqua comprehendatur à duabus illis lineis; quot enim gradus aut minuta continet prædictus arcus, tot graduum aut minutorum dicetur eſſe ille angulus. Hinc patet, illos angulos dici inter ſe æquales, qui æquales numero gradus aut minuta continent; illus verò majores, aut minores, qui plores aut pauciores gradus & minuta comprehendunt. Quomodo autem cognoſcatur, quinam anguli ſint inter ſe æquales, qui inæquales, dicetur cap. ſequenti.

Articulus IV.

De figuris planis rectilineis.

Figura plana rectilinea. RECtilineæ figuræ ſunt, quæ ſub rectis lineis continentur. Trilateræ quidem, quæ ſub tribus lineis rectis; Quadtilateræ verò, quæ ſub quatuor; Multilateræ autem, quæ ſub pluribus quàm quatuor rectis lineis cumpreheuduntur.

Earum ſpecies. 2. Tres igitur ſunt ſpecies figurarum planarum rectilinearum. Prima continet figuras quæ clauduntur tribus lineis velut lateribus; & ſub hac continétur omnia triangula; nam figura habens tria latera, neceſſariò habet tres angulos. *Triangulum rectilineum.* Triangulũ ergo rectilineũ nihil aliud eſt, quàm figura plana rectilinea, tribus rectis lineis ſeu lateribus cõprehenſa. Secunda cuntinet figuras quæ clauduntur quatuor lineis velut lateribus, & ſub hac cuntinentur omnia quadrangula; nam figura habens quatuor latera, habet etiã quatuor angulos. Tertia continet figuras quæ clauduntur pluribus lineis quàm quatuor; & ſub hac continẽtur omnia Quinquangula, Sexangula Heptangula, Octangula, & infinitæ aliæ figuræ plurium laterũ, quæ omnes uno generali vocabulo appellãtur Multilateræ, & Multangulæ, græcè Polygonæ univerſaliter, & in particulari Pentagonæ, Hexagonæ, Heptagonæ, Octogenæ, &c.

Trianguli rectilinei ſpecies tres æquilaterum, iſoſceles, Scalenum. 3. Trilateræ ſive Triangulæ figuræ poſſunt conſiderari & ratione laterum, & ratione angulorũ, Ratione laterum dividuntur in tres ſpecies, eò quod tria latera tribus modis ſeſe poſſint habere. Aut enim omnia æqualia ſunt; aut duo tantùm, tertio exiſtente vel majore, vel minore; aut omnia inæqualia. Si omnia tria latera ſunt ęqualia, conſtituitur triangulum æquilaterũ, ſeu Iſopleurum, ut Græci appellant: Si duo tantùm ſunt æqualia, triangulũ Iſoſceles: Si omnia inæqualia, triangulum Scalenum. Itaque Æquilaterum triangulum eſt, quod tria latera habet æqualia; quale eſt figura 21. Iſoſceles triangulum eſt, quod duo tantùm æqualia habet latera; quale eſt figura 22. & 23. Scalenum triangulum eſt, quod tria inæqualia habet latera; quale eſt fig. 24

21 22 24



24 25



4. Omne triangulum habens tria latera æqualia, habet etiam tres angulos æquales: & omne triangulũ habens duo latera æqualia, habet etiã duos angulos æquales: & omne triangulum habens tria latera inæqualia, habet etiam tres angulos inæquales. Potuiſſet itaq; dividi triangulum ratione angulorũ in tres ſpecies ita, ut prima contineret triangula æquiangula, ſive trium angulorũ æqualium; ſecunda, duorũ æqualium angulorũ; tertia omniũ angulorum inæqualiũ.

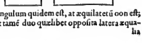
5. Ratione angulorum eædem trilateræ figuræ dividuntur in tres alias ſpecies. Nam aut unus angulus trianguli eſt rectus, ac proinde reliqui acuti, ut ex *lib. 3. Elementor. Propoſ.* 17. patebit; aut unus eſt obtuſus, ac proinde reliqui ſimiliter acuti; aut nullus rectus, nulluſq; obtuſus, ſed omnes acuti. *Trianguli rectangulum, obtuſangulum, acutangulum.* Quando triangulum aliquod habet unum angulum rectum, vocatur Rectangulum; quando habet unum angulũ obtuſum, vocatur Obtuſangulũ; quando deniq; habet omnes tres acutos, vocatur Acutangulum. Primum vocatur græcè Orthogonium, ſecundum Amblygoniũ, tertium Oxigonium. Itaq; Rectangulum triangulũ eſt, quod rectum angulũ habet; Obtuſangulum, quod obtuſum habet angulum; Acutangulum quod tres habet acutos angulos. Figura 24 exhibet Rectangulum, reliquæ Acutangulũ.

6. Nullum triangulum, ut jam inſinuavi, poteſt habere plures angulos rectos, aut obtuſos, quàm unum; nec unum rectum, & alterũ obtuſum. Itaq; in aliquo triangulo unus angulus eſt rectus, aut obtuſus, reliqui duo ſunt neceſſariò acuti.

Trianguli baſis. 7. Quotieſcunq; in aliquo triangulo expreſſè nominantur aut deſignantur duo quæcunq; latera, ſolet reliquum tertium latus appellari à Mathematicis baſis, ſive illud in ſitu inferiorem occupet locum, ſive ſuperiorem, ſive dextrum, ſive ſiniſtrum. Ordinariè tamen in triangulis latus illud, quod eſt horizonti parallelum, vocatur *baſis*; & latus quod perpendiculariter inſiſtit huic baſi, appellatur *Cathetus*; latus deniq; quod ſubtendit angulum rectum, appellatur *hypothenuſa* græcè, latinè *ſubtenſa*. *Trianguli rectanguli hypothenuſa.*

Quadratum. 8. Quadrilaterarũ figurarum quinq; ſunt ſpecies, Quadratum, Oblongũ, Rhombus, Rhomboides & Trapezium. Quadratum eſt, quod & æquilaterum, & rectangulum eſt, hoc eſt, quod habet omnia latera æqualia, & omnes angulos rectos. Tale eſt figura 26. *Oblongũ.* Oblongum eſt, quod

26. 27.



rectangulum quidem eſt, at æquilaterũ non eſt; habet tamẽ duo quælibet oppoſita latera æqualia

lia. Appellatur etiã Figura altera parte longior.
Rhombus. Talis eſt figur. 27. Rhombus eſt, qui habet omnia latera æqualia, ſed angulos non rectos, habet tamen duos quoslibet oppoſitos angulos æquales. Talis eſt figura 28. Rhomboides eſt, qui neq; *Rhomboides.*

28

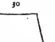


29



æqualia habet omnia latera, neque angulos rectos; habet tamen adverſa & latera, & angulos æquales. Talis eſt figura 29. Trapezium eſt quæcunq; figura quadrilatera à prædictis diſtincta. *Trapeziũ* Tales ſunt figuræ 30, 31, 32. Trapeziorum tres

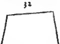
30



31



32



ſunt ſpecies, iſoſceles, ſcalenum, & irregulare. Trapezium iſoſceles eſt, cujus duo latera oppoſita ſunt parallela, reliqua duo non quidem parallela, ſed inter ſe æqualia. Scalenum, quod duo latera parallela habet, reliqua inæqualia. Irregulare, cujus nulla latera ſunt parallela.

Parallelogrammũ. 9. Parallelogrammum eſt figura quadrilatera, cujus bina oppoſita latera ſunt parallela, hoc eſt, cujus extremæ lineæ rectæ figuram in oppoſitis lateribus terminantes, ſunt parallelæ. Tales ſunt figuræ 26, 27, 28, & 29.

Parallelæ lineæ. 10. Parallelæ autem rectæ lineæ ſunt, quæ cùm in eodem ſint plano, & ex utraq; parte in infinitum producantur, nunquã concurrunt ita ut faciant angulum. Tales ſunt quælibet duæ oppoſitæ lineæ in prædictis quatuor parallelogramis.

11. Quatuor ſolùm ſunt parallelogramma, Quadratum, Oblongum, Rhombus, & Rhomboides. Priora duo vocantur rectangula, eò quòd omnes angulos habeant rectos; poſteriora vero duo non rectangula vocantur, eò quòd nullus in iis angulus ſit rectus.

Figuræ rectilineæ regulares & irregulares. 12. Figuræ planæ rectilineæ ſunt vel ordinatæ ſeu regulares, vel inordinatæ ſeu irregulares. Primi generis ſunt illæ, quarum omnia latera, & omnes anguli ſunt æquales inter ſe. Hujuſmodi in ſingulis ſpeciebus non ſunt plures unâ nempe in triangulis triangulum æquilaterum, in quadrangulis quadratum, in multangulis Pentagonum, hexagonum, &c. æqualium laterum. Secundi generis ſunt reliquæ omnes figuræ.

Triangulum eſt prima & ſimpliciſſima figurarum planarum. 13. Omnium figurarum planarum prima ac ſimpliciſſima eſt triangulum, quia non eſt compoſita ex aliis prioribus & ſimplicioribus, nec in alias priores & ſimpliciores reſolvi poteſt; reliquæ verò omnes & ex ipſo oriuntur, & in ipſum reſolvuntur, ut conſideranti patet.

Figuræ iſoperimetræ 14 Iſoperimetræ planæ figuræ ſunt, quæ æqualis ſunt ambitus, ſive homogeneæ eædẽ fuerint, hoc eſt, ejuſdẽ rationis ac nominis, ut triangula, ut quadrangula &c. ſive heterogeneæ. Sic triangulũ, quadrangulum, multangulũ, circulus, &c. quorum cujuslibet ambitus eſt v. g. palmorum 12. dicuntur iſoperimetræ ad invicem figuræ.

Figuræ æquales. 15. Figuræ æquales ſunt, quæ in eiſdem parallelis conſiſtunt, vel conſtitui poſſunt: ſeu quarum perpendiculares à vertice ad baſim demiſſæ, ſunt æquales: altitudo enim figuræ rectilineæ eſt perpendicularis à vertice ad baſin. Tales ſunt figuræ 26 & 27, 28 & 29, 30 & 31, 32, ex conſtructione, ut ſupponitur.

16. Similes figuræ ſunt, quæ & angulos ſingulos ſingulis æquales habent, & latera quæ circum æquales angulos ſunt, proportionalia. Sic omnia triangula æquilatera, omnia quadrata; & omnes figuræ rectilineæ ordinatæ, ſive iſoperimetræ ſint, ſive non, figuræ ſimiles ſunt. Si verò alterutra conditio deeſt, diſſimiles ſunt figuræ. *Figuræ ſimiles.*

Articulus V.

De figuris ſolidis.

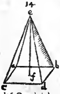
1. SOlidæ figuræ ſunt, quæ ſuperficie, aut ſuperficiebus comprehenduntur. Tales ſunt omnes figuræ quas hoc articulo deſcribemus. *Figura ſolida.*

2. Angulus ſolidus eſt corpus, in uno puncto collectum, quod à ſuperficiebus ad ſe invicem inclinatis, vel ab una ſuperficie ad ſe ipſam inclinata (ut patet in cono) continetur. Omnis igitur angulus ſolidus, cùm corpus ſit, aut unâ tantùm ſuperficie, aut duabus, aut pluribus continetur. Quòd ſi angulus ſolidus ex planis tantùm ſuperficiebus conſtet, ex tribus ad minùs conſtabit, quia duæ tantùm ſuperficies planæ non poſſunt conſtituere angulum ſolidum. *Angulus ſolidus.*

3. Sphæra ſive globus eſt figura ſolida, unicâ ſuperficie comprehenſa, ad quam ab uno puncto eorum quæ intra figuram ſunt cadentes rectæ lineæ, inter ſe ſunt æquales. Centrum ſphæræ eſt punctum illud in medio ſphæræ, à quo ad ſuperficiẽ ductæ lineæ, æquales ſunt. Diameter ſphæræ, eſt quælibet recta linea per centrum ejus ducta, & utrimq; à ſphæræ ſuperficie terminata. Axis ſphæræ eſt illa diameter, circa quam immotã ſphæra revolvitur. Poli ſphæræ eſt ſuperficies circularis ſecans ſphæram in duas partes ita, ut tota ipſius circumferentia applicetur exactè ſuperficiei ipſius axis. Circulus ſphæræ eſt ſuperficies circularis ſecans ſphæram in duas partes ita ut tota ipſius circumferentia applicetur exactè ſuperficiei ipſius ſphæræ. Maximi ſphæræ circuli ſunt, qui dividunt ſphæram bifariam, hoc eſt, in duas portiones æquales, indeoq; tranſeunt per ejus centrum Non maximi ſeu minores ſphæræ circuli ſunt, qui dividunt ſphærã in duas portiones inæquales; ideoq; non tranſeunt per ejus centrum. Hemiſphærium ſeu dimidia ſphæra eſt figura ſolida, quæ à dimidia ſphæræ ſuperficie, & à circulo ſphæræ maximo comprehenditur. Portio major ſphæræ eſt figura ſolida, quæ à majori ſphæræ circulo, & à parte ſuperficiei ſphæræ minori quàm dimidia, continetur. *Sphæra ſive globus ejuſq; centrum, diameter, &c.*

4. Pyramis eſt figura ſolida, quæ planis continetur, quorum uni reliqua inſiſtunt, & in triangula paulatim faſtigiantur, donec in unum confluant punctũ, uti figur. 34 monſtrat. Planũ illud, ſupra quod cõſtituta ſunt reliqua pyramidis plana, appellatur baſis Pyramidis, ut eſt in dicta fig. *Pyramis, ejuſque ſpecies variæ.*

34.



planũ *abcd*, reliqua verò plana appellantur latera Pyramidis; & punctũ in quod confluunt, quale eſt punctũ *e* in poſita figura, appellatur vertex. Sæpè tamẽ omnia Pyramidis plana etiã baſis, dicuntur latera græcè hedræ; unde Pyramis triangula, habens omnia quatuor plana æqualia, vocatur tetraëdrũ. Omnia igitur plana lateralia Pyramidis ſemper ſunt triangula, quia omnia ad unum punctũ

tendentia paulatim acuminantur: baſis verò pyramidis poteſt eſſe vel triangulum, vel quadratum, vel pentagonũ, &c. à qua quidem tota pyramis denominationẽ ſumit, ut videlicet dicatur pyramis triangula, quadrãgula, pentagona, &c. Pyramis tetraëdra eſt omnium ſolidorum planis contentorum prima & ſimpliciſſima, quia omnia corpora reſolvuntur in tales pyramides, & ipſa in nullum aliud reſolvi poteſt.

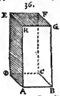
Priſma ejuſque ſpecies. 5. Priſma eſt figura ſolida, quæ planis continetur, quorum adverſa duo, quæ baſes appellantur, ſunt & æqualia, & ſimilia, & parallela; alia verò plana, quæ latera appellantur, ſunt parallelogramma.

Plana æqualia & plana ſimilia & parallela.

35.



36.



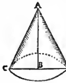
Talis eſt figur. 35. & 36. Æqualia porrò plana ſunt, quorum eadẽ eſt capacitas: Similia verò plana ſunt, quæ angulos ſingulos ſingulis æquales habent, atq; etiam latera quæ circum æquales angulos ſunt, proportionalia, juxta dicta Art. 4. num. 16. Parallela plana ſunt, quæ undequaq; in infinitum producta, nullâ in parte conveniunt. Poſſunt autem baſes Priſmatis eſſe vel triangula, vel quadrangula, vel pentagona, vel hexagona, &c. Itaque Priſma nihil aliud eſt quàm columna quædam laterata æqualis undiq; craſſitudinis, cujus baſes oppoſitæ ſunt æquales, ſimiles, & parallelæ; ſive hæ ſint triangula vel quadrangula, &c. Unde tot latera continebit Priſma quodlibet, quot angulos continet quælibet oppoſitarum baſium. Et à baſiũ figura, Priſma dicitur vel triangulũ, vel quadrangulum, vel Pentagonum, &c A multitudine vero omnium planorum priſmatum appellatur aliud pentaëdrum, aliud hexaëdrum, aliud hebdaëdrum, &c. pendaëdrum quidẽ, quando baſis eſt triangulũ; hexaëdrum, quando baſis eſt quadrangulũ, &c. Univerſaliter tamen quando baſis plures habet angulos quàm quatuor, & Priſma plura latera quàm quatuor, appellatur Polyëdrum.

6. Parallelepipedum eſt figura ſolida ex planis *Parallelepipedũ.* quadrilateris contenta, quorũ quælibet duo oppoſita ſunt parallela, & æqualia. Talis eſt fig. 36, & aliæ ſimiles. Vocantur hujuſmodi corpora Parallelepipeda, eò quòd parallelis planis contineantur. Oppoſita igitur parallelepipedi plana ſunt ſemper & æqualia & ſimilia, & parallelogramma, ut ex definitione colligitur. Tot verò *Ejus quatuor genera ſunt.* ſunt parallelepipedorũ genera, quot parallelogrammorum; nempe quatuor. Si enim ſex parallelogramã fuerint æquilatera, & rectangula, hoc eſt, quadrata; dicetur parallelepipedũ illud cubus. Si autem ſex parallelogramã fuerint rectangula quidem, at non omnia æquilatera, ſed quatuor fuerint longiora, quàm duo reliqua; appellabitur parallelepipedum oblongum, ſeu alterâ parte longius. Quòd ſi ſex parallelogramma extiterint æquilatera quidem, at non omnia rectangula, ſed duo tantùm; vocabitur parallelepipedum illud Rhombus. Si denique ſex parallelogramma neque rectangula fuerint omnia, neq; omnia æquilatera, quamvis duo ſint rectangula & æquilatera, vel rectangula tantùm, vel æquilatera tantùm; parallelepipedũ tale vocabitur Rhomboides. Atq; ex his patet, omne parallelepipedũ eſſe Priſma, non tamẽ è contra.

7. Trapezium ſolidum eſt, cujus oppoſita plana neq; parallela ſunt, neq; æqualia. Hujuſmodi ſunt omnia ſolida quæ plana habent latera, nec tamen ſunt Priſmata, nec parallelepipeda. *Trapeziũ ſolidum.*

8. Conus eſt figura ſolida, quæ fit ex circumvolutione trianguli rectanguli, quando nimirũ rectanguli trianguli uno latere eorum: quæ circa rectum ſunt angulum, quieſcente, ipſum triangulum tam diu circumducitur, donec in eundem rurſus locum reſtituatur, unde moveri cœperat. Ut ſi triangulũ ABC, circa latus AB (quod *Conus, ejusq; axis vertex & baſis.*

37.



eſt circa rectum angulũ B) quieſcens circumducatur donec integrã revolutionem expleat, deſcribetur ſolida quædã figura, quæ continetur duab⁹ ſuperficiebus, circulari unâ ac planâ, quam BC latus alterum circa angulum rectum motu ſuo deſcribit; & curvâ aliâ, eâq; convexâ, quam latus AC recto angulo oppoſitum delineat. Axis coni eſt quieſcens illa linea, circa quam triangulum vertitur, nempe hîc AB. Baſis coni eſt circulus, qui à circumducta linea deſcribitur. Vertex coni eſt punctum A. Quando coni apex abſciſſus eſt, vocatur figura enaſcens conus truncatus. *Conus truncatus.* Conus hactenus deſcriptus appellatur rectus, quia axis eſt ad baſin rectus. Præter hunc dantur Coni inclinati, ſeu Scaleni, quia nimirum axis eſt ad baſin inclinatus.

9. Cylindrus eſt, quando rectanguli parallelogrammi manente uno latere eorũ, quæ circa rectũ angulum, circumductum parallelogramum in ſeipſum rurſus revolvitur, unde cæperat moveri, circumaſſumptâ figurâ. Veluti ſi rectangulum parallelogrammum ABCD, circa latus AB quie- *Cylindrus eiusq; axis & baſes.*

38.



ſcens circumducatur, donec integram expleat revolutionem; appellabitur figura deſcripta Cylindrus ſeu Columna rotũda, tribus ſuperficiebus contenta, nempe duab⁹ planis circularibus ſuprà & infrà, & unâ curvâ convexâ. Axis Cylindri eſt quieſcens linea AB. Baſes cylindri ſunt bini circuli. Et hic eſt Cylindros rectus, quia axis eſt ad baſes rectus. Inclinatus eſt, quando axis eſt inclinatus ad baſes.

10. Corpora ſolida omnia, vel regularia ſunt, *Corpora regularia & irregularia.* vel irregularia. Regularia vocantur, quorum omnia plana, quibus continentur, æqualia ſunt, & æquilatera, & æquiangula. Hęc ſunt ſolùm quinque, Tetraëdrũ, Hexaëdrum ſeu Cubus, Octaëdrum, Dodecaëdrum, & Icoſaëdrũ; quæ à nonnullis appellantur corpora Platonica, quòd Plato iis compararet quinque ſimplicia univerſi corpora, nempe Cœlum, & quatuor Elementa. *Corpora Platonica*

11. Tetraëdrum eſt figura ſolida ſub quatuor *Tetraedrũ* triangulis æqualibus & æquilateris contẽta. Hexaëdrum ſeu cubus eſt figura ſolida ſub ſex quadratis ęqualibus contenta. Octaëdrum eſt figura *Hexaedrũ Dodecaedrum. Icoſaedrũ.*

ſolida

ſolida ſub octo triangulis æqualibus & æquilateris contenta. Dodecaëdrum eſt figura ſolida ſub duodecim pentagonis æqualib⁹ & æquilateris & æquiangulis contenta. Icoſaëdrum eſt figura ſolida ſub viginti triangulis æqualibus & æquilateris contenta. Figuræ paſſim extant apud ſcriptores Geometricæ practicæ. Conſtructionem earundem breviter indicabimus *lib. 5. part. 3. Prop. 5.*

CAPUT IV.

De praxibus Mathematicis.

Praxes Mathematicæ.

SEquentes Praxes ſeu Problemata nude & ſine ulla demonſtratione proponam, plus enim Tyronum captus, & intentus à nobis hic finis non requirit. Subinde tamen loca ex Elementis Euclidis indicabo, ex quibus demonſtrationes peti poſſunt, ſi quis illas deſiderat, antequam eò legendo perveniat. Faciliora tantum, & Mathematicis operationibus, aliisq; hoc opere tractandis magis neceſſaria ſeligam, nè multitudo confuſionem pariat & utiliorum tractationi tempus eripiat. Ordinem ſervabo quem Articulorum tituli indicant. Inſtrumenta neceſſaria pro operationibus ſunt, Regula, Circinus, & aliquando Gnomon ſeu Norma rectangula, de qua poſtea Praxi quinta.

Articulus I.

De Praxibus ſpectantibus ad lineas.

AB his incipimus, utpote ſimplicioribus, & à quibus cætera dependent. Sequentur deinde praxes ſpectantes ad ſuperficies, & corpora.

Praxis I. Lineam rectam ducere.

Linea recta quomodo ducenda.

CUm linea Mathematica ſit omnis latitudinis expers, conſtat talem re ipſa nunquam à nobis aſſignari poſſe, ſed quaſcunque in quocunque plano dicimus, Phyſicas eſſe, & latitudinem aliquam habere; quibus tamen in operationibus noſtris utimur pro Mathematicis. Rectas porrò lineas ducere poſſumus variis modis, pro varia circumſtantiarum ratione. Hic tres breviter ſubjiciam modos; quorum primus eſt ope Regulæ, ſecundus ope Amuſſis, tertius ope radii optici ſeu viſualis. Primo modo utimur in planis exiguis, ſecundo in planis longioribus, tertio in longiſſimis.

Primus Modus. Ope Regulæ rectæ

SIt ducenda linea recta in charta, aliovè plano exiguo, à puncto A ad punctum B. Pone

39.



regulam ſuper planum in quo ducenda eſt linea, ita ut latus rectum CD Regulæ congruat punctis A & B; deinde ſtylo, cultro, calamo, circini crure, atramento, rubrica, aliovè coloris genere, deſigna lineam juxta latus CD Regulæ, & habebis intentum, ſi quidem dictum latus CD fuerit rectum, quod quâ ratione ſciri poſſit, poſtea dicemus.

Secundus Modus. Ope Amuſſis funicularis.

AMuſſim funicularem hic voco funiculum tenuem, atramento aut rubricæ intinctum, quo utuntur fabri lignarii in trabibus ac tabulis ſcindendis ſecundum rectam lineam. Sit igitur, ut antea (vide figuram præcedentem) deſignanda recta linea per puncta A & B, in trabis aut tabulæ extremitatibus notata. Extende Amuſſim atramento aut rubricæ intinctum, ab A ad B, & apprehenſam in medio inter A & B eleva parumper, iterumq; remitte, ut planum ſubjectum fortiter percutiat; & habebis lineam rectam deſignatam.

Amuſſis funicularis.

Tertius Modus. Ope radii viſualis.

SIt in campo aliquo plano deſignanda linea recta à ſigno A ad ſignum B, (vide eandem figuram præcedentem) pro dividendo aut dimetiendo agro, ducenda foſſa, formanda munitione, &c. in termino A conſiſtens cura erigi perpendiculariter ope perpendiculi baculum inter A & B, eo loco & ſitu, v, g. in E, ut baculus E & ſignum B, tibi ad A in B proſpectanti, in eadem recta linea occurrant, hoc eſt, ut radius opticus ſeu viſualis ab oculo ex A in B directus tranſeat per baculum E. Quod fiet, ſi ſocius cum baculo E inter A & B conſiſtens tam diu ad nutum tuum accedat nunc ad dexteram, nunc ad ſiniſtrā, donec eodem radio viſuali videas & baculum E & ſignum B. Tunc enim ſi ab A ad E, & ab E ad B funem extendas, & juxta funem lineā deſignes; habebis intentum. Poſſunt autem hac eādem ratione inter A & B erigi plures baculi, ſi opus fuerit. Poterit præterea adhiberi Inſtrumentū aliquod Dioptricum eo modo, quo dicemus in ſequenti lib. 5. ubi de Geometria practica.

Etiam in campo.

Praxis II Regulam examinare, num recta ſit, pro ducendis lineis rectis.

SIt regula FG (fig. 39. cujus latus CD. examinandum, num rectum ſit, necnè; & an linea ſecundum illud latus ducta, ſit recta, an nō. Colloca Regulam ſupra planum aliquod ut vides, & tenuiſſimo ſtylo duc lineam ſecundum latus CD, à C verſus D. Deinde inverte Regulam ita, ut G ſit ubi F, & F ubi G. & applica idem latus CD lineæ jam ductæ, eodemque ſtylo ſecundum prædictum latus duc aliam lineam. Si hæc poſteriot priori omni ex parte congruit, rectum eſt latus CD; ſin minus, minimè ac proinde corrigendum, donec fiat id quod diximus.

Regulam examinare an recta ſit.

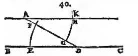
Praxis III. Per datum punctum, datæ rectæ lineæ, parallelam rectam lineam ducere.

Primus Modus.

SIt ducenda parallela ipſi BC, per punctū A. Ducatur recta AD utcunque ad BC, & ex D

Parallelā lineam ducere data lineæ per datū punctum

40.



& A, ad idē intervallū quodlibet, deſcribantur

duo

tendentia paulatim acuminantur: baſis verò pyramidis poteſt eſſe vel triangulum, vel quadratum, vel pentagonũ, &c. à qua quidem tota pyramis denominationẽ ſumit, ut videlicet dicatur pyramis triangula, quadrãgula, pentagona, &c. Pyramis terraëdra eſt omnium ſolidorum planis contentorum prima & ſimpliciſſima, quia omnia corpora reſolvuntur in tales pyramides, & ipſa in nullum aliud reſolvi poteſt.

Priſma ejusque ſpecies.

5. Priſma eſt figura ſolida, quæ planis continetur, quorum adverſa duo, quæ baſes appellantur, ſunt & æqualia, & ſimilia, & parallela; alia verò plana, quæ latera appellantur, ſunt parallelogramma.

Plana æqualia & plana ſimilia & parallela.

35.



36.



Talis eſt figur. 35. & 36. Æqualia porrò plana ſunt, quorum eadẽ eſt capacitas: Similia verò plana ſunt, quæ angulos ſingulos ſingulis æquales habent, atq; etiam latera quæ circum æquales angulos ſunt, proportionalia, juxta dicta Art. 4. num. 16. Parallela plana ſunt, quæ undequaq; in infinitum producta, nullâ in parte conveniunt. Poſſunt autem baſes Priſmatis eſſe vel triangula, vel quadrangula, vel pentagona, vel hexagona, &c. Itaque Priſma nihil aliud eſt quàm columna quædam laterata æqualis undiq; craſſitudinis, cujus baſes oppoſitæ ſunt æquales, ſimiles, & parallelæ; ſive hæ ſint triangula vel quadrangula, &c. Unde tot latera continebit Priſma quodlibet, quot angulos continet quælibet oppoſitarum baſium. Et à baſiũ figura, Priſma dicitur vel triangulũ, vel quadrangulum, vel Pentagonum, &c. A multitudine verò omnium planorum priſmatum appellatur aliud pentaëdrum, aliud hexaëdrum, aliud hebdaëdrum, &c. pendaëdrum quidẽ, quando baſis eſt triangulũ; hexaëdrum, quando baſis eſt quadrangulũ, &c. Univerſaliter tamen quando baſis plures habet angulos quàm quatuor, & Priſma plura latera quàm quatuor, appellatur Polyëdrum.

Parallelepipedũ.

6. Parallelepipedum eſt figura ſolida ex planis quadrilateris contenta, quorũ quælibet duo oppoſita ſunt parallela, & æqualia. Talis eſt fig. 36, & aliæ ſimiles. Vocantur hujuſmodi corpora Parallelepipeda, eò quòd parallelis planis contineantur. Oppoſita igitur parallelepipedi plana ſunt ſemper & æqualia & ſimilia, & parallelogramma, ut ex definitione colligitur.

Ejus quatuor genera ſunt.

Tot verò ſunt parallelepipedorũ genera, quot parallelogrammorum; nempe quatuor. Si enim ſex parallelogramma fuerint æquilatera, & rectangula, hoc eſt, quadrata; dicetur parallelepipedũ illud cubus. Si autem ſex parallelogramma fuerint rectangula quidem, at non omnia æquilatera, ſed quatuor fuerint longiora, quàm duo reliqua; appellabitur parallelepipedum oblongum, ſeu alterâ parte longius. Quòd ſi ſex parallelogramma extiterint æquilatera quidem, at non omnia rectangula, ſed duo tantùm; vocabitur parallelepipedum illud Rhombus. Si denique ſex parallelogramma neque rectangula fuerint omnia, neq; omnia æquilatera, quamvis duo ſint rectangula & æquilatera, vel rectangula tantùm, vel æquilatera tantùm; parallelepipedũ tale vocabitur Rhomboides. Atq; ex his patet, omne parallelepipedũ eſſe Priſma, non tamẽ è contra.

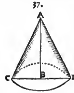
Trapeziũ ſolidum.

7. Trapezium ſolidum eſt, cujus oppoſita plana neq; parallela ſunt, neq; æqualia. Hujuſmodi ſunt omnia ſolida quæ plana habent latera, nec tamen ſunt Priſmata, nec parallelepipeda.

Conus, ejusq; axis vertex & baſis.

8. Conus eſt figura ſolida, quæ fit ex circumvolutione trianguli rectanguli, quando nimirũ rectanguli trianguli uno latere eorum: quæ circa rectum ſunt angulum, quieſcente, ipſum triangulum tam diu circumducitur, donec in eundem rurſus locum reſtituatur, unde moveri cœperat. Ut ſi triangulũ ABC, circa latus AB (quod

37.



eſt circa rectum angulũ B) quieſcens circumducatur donec integrã revolutionem expleat, deſcribetur ſolida quædã figura, quæ continetur duab⁹ ſuperficiebus, circulari unâ ac planâ, quam BC latus alterum circa angulum rectum motu ſuo deſcribit; & curvâ aliâ, eâq; convexâ, quam latus AC recto angulo oppoſitum delineat. Axis coni eſt quieſcens illa linea, circa quam triangulum vertitur, nempe hîc AB. Baſis coni eſt circulus, qui à circumducta linea deſcribitur. Vertex coni eſt punctum A. Quando coni apex abſciſſus eſt, vocatur figura enaſcens conus truncatus. Conus hactenus deſcriptus appellatur rectus, quia axis eſt ad baſin rectus. Præter hunc dantur Coni inclinati, ſeu Scaleni, quia nimirum axis eſt ad baſin inclinatus.

Conus truncatus.

Cylindrus ejusq; axis & baſes.

9. Cylindrus eſt, quando rectanguli parallelogrammi manente uno latere eorũ, quæ circa rectũ angulum, circumductũ parallelogrammum in ſeipſum rurſus revolvitur, unde cœperat moveri, circumaſſumptâ figurâ. Veluti ſi rectangulum parallelogrammum ABCD, circa latus AB quieſcens circumducatur, donec

38.



integram expleat revolutionem; appellabitur figura deſcripta Cylindrus ſeu Columna rotũda, tribus ſuperficiebus contenta, nempe duab⁹ planis circularibus ſuprà & infrà, & unâ curvâ convexâ. Axis Cylindri eſt quieſcens linea AB. Baſes cylindri ſunt bini circuli. Et hic eſt Cylindrus rectus, quia axis eſt ad baſes rectus. Inclinatus eſt, quando axis eſt inclinatus ad baſes.

Corpora regularia & irregularia.

10. Corpora ſolida omnia, vel regularia ſunt, vel irregularia. Regularia vocantur, quorum omnia plana, quibus continentur, æqualia ſunt, & æquilatera, & æquiangula. Hæc ſunt ſolùm quinque, Tetraëdrũ, Hexaëdrum ſeu Cubus, Octaëdrum, Dodecaëdrum, & Icoſaëdrũ; quæ à nonnullis appellantur corpora Platonica, quòd Plato iis compararet quinque ſimplicia univerſi corpora, nempe Cœlum, & quatuor Elementa.

Corpora Platonica

Tetraedrũ Hexaedrũ Dodecaedrum. Icoſiedrũ.

11. Tetraëdrum eſt figura ſolida ſub quatuor triangulis æqualibus & æquilateris contẽta. Hexaëdrum ſeu cubus eſt figura ſolida ſub ſex quadratis æqualibus contenta. Octaëdrum eſt figura

ſolida

ſolida ſub octo triangulis æqualibus & æquilateris contenta. Dodecaëdrum eſt figura ſolida ſub duodecim pentagonis æqualib⁹ & æquilateris & æquiangulis contenta. Icoſaëdrum eſt figura ſolida ſub viginti triangulis æqualibus & æquilateris contenta. Figuræ paſſim extant apud ſcriptores Geometricæ practicæ. Constructionem earundem breviter indicabimus *lib. 5. part. 3. Prop. 5.*

CAPUT IV.

De praxibus Mathematicis.

Praxes Mathematicæ.

SEquentes Praxes ſeu Problemata nude & ſine ulla demonſtratione proponam; plus enim Tyronum captus, & intentus à nobis hic finis non requirit. Subinde tamen loca ex Elementis Euclidis indicabo, ex quibus demonſtrationes peti poſſunt, ſi quis illas deſiderat, antequam eò legendo perveniat. Faciliora tantum, & Mathematicis operationibus, aliisq; hoc opere tractandis magis neceſſaria ſeligam, nè multitudo confuſionem pariat & utiliorum tractationi tempus eripiat. Ordinem ſervabo quem Articulorum tituli indicant. Inſtrumenta neceſſaria pro operationibus ſunt, Regula, Circinus, & aliquando Gnomon ſeu Norma rectangula, de qua poſtea Praxi quinta.

Articulus I.

De Praxibus ſpectantibus ad lineas.

AB his incipimus, utpote ſimplicioribus, & à quibus cætera dependent. Sequentur deinde praxes ſpectantes ad ſuperficies, & corpora.

Praxis I. Lineam rectam ducere.

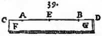
Linea recta quomodo ducenda.

CUm linea Mathematica ſit omnis latitudinis expers, conſtat talem re ipſa nunquam à nobis aſſignari poſſe, ſed quaſcunque in quocunque plano ducimus, Phyſicas eſſe, & latitudinem aliquam habere; quibus tamen in operationibus noſtris utimur pro Mathematicis. Rectas porrò lineas ducere poſſumus variis modis, pro varia circumſtantiarum ratione. Hic tres breviter ſubjiciam modos; quorum primus eſt ope Regulæ, ſecundus ope Amuſſis, tertius ope radii optici ſeu viſualis. Primo modo utimur in planis exiguis, ſecundo in planis longioribus, tertio in longiſſimis.

Primus Modus. Ope Regulæ rectæ

SIt ducenda linea recta in charta, aliovè plano exiguo, à puncto A ad punctum B. Pone

39.



regulam ſuper planum in quo ducenda eſt linea, ita ut latus rectum CD Regulæ congruat punctis A & B; deinde ſtylo, cultro, calamo, circini cuſpide, atramento, rubrica, aliovè coloris genere, deſigna lineam juxta latus CD Regulæ, & habebis intentum, ſi quidem dictum latus CD fuerit rectum, quod quâ ratione ſciri poſſit, poſtea dicemus.

Secundus Modus. Ope Amuſſis funicularis.

AMuſſim funicularem hic voco funiculum tenuem, atramento aut rubricæ intinctum, *Amuſſis* quo utuntur fabri lignarii in trabibus ac tabu- *funicula-* lis ſcindendis ſecundum rectam lineam. Sit igi- *ris.* tur, ut antea (vide figuram præcedentem) deſignanda recta linea per puncta A & B, in trabis aut tabulæ extremitatibus notata. Extende Amuſſim atramento aut rubricæ intinctum, ab A ad B, & apprehenſam in medio inter A & B eleva parumper, iterumq; remitte, ut planum ſubjectum fortiter percutiat; & habebis lineam rectam deſignatam.

Tertius Modus. Ope radii viſualis.

SIt in campo aliquo plano deſignanda linea *Etiam in* recta à ſigno A ad ſignum B, (vide eandem fi- *campo.* guram præcedentem) pro dividendo aut dimetiendo agro, ducenda foſſa, formanda munitione, &c. in termino A conſiſtens cura erigi perpendiculariter ope perpendiculi baculum inter A & B, eo loco & ſitu, v. g. in E, ut baculus E & ſignum B, tibi ad A in B proſpectanti, in eadem recta linea occurrant, hoc eſt, ut radius opticus ſeu viſualis ab oculo ex A in B directus tranſeat per baculum E. Quod fiet, ſi ſocius cum baculo E inter A & B conſiſtens tam diu ad nutum tuum accedat nunc ad dexteram, nunc ad ſiniſtrã, donec eodem radio viſuali videas & baculum E & ſignum B. Tunc enim ſi ab A ad E, & ab E ad B funem extendas, & juxta funem lineã deſignes; habebis intentum. Poſſunt autem hac eâdem ratione inter A & B erigi plures baculi, ſi opus fuerit. Poterit præterea adhiberi Inſtrumentũ aliquod Diopticum eo modo, quo dicemus in ſequenti lib. 5. ubi de Geometria practica.

Praxis II Regulam examinare, num recta ſit, pro ducendis lineis rectis.

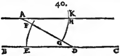
SIt regula FG (fig. 39. cujus latus CD. examinandum, num rectum ſit, necnè; & an linea *Regulam* ſecundum illud latus ducta, ſit recta, an nõ. Col- *examinare an recta* loca Regulam ſupra planum aliquod ut vides, *ſit.* & tenuiſſimo ſtylo duc lineam ſecundum latus CD, à C verſus D. Deinde inverte Regulam ita, ut G ſit ubi F, & F ubi G, & applica idem latus CD lineæ jam ductæ, eodemque ſtylo ſecundum prædictum latus duc aliam lineam. Si hæc poſterior priori omni ex parte congruit, rectum eſt latus CD; ſin minus, minimè ac proinde corrigendum, donec fiat id quod diximus.

Praxis III. Per datum punctum, datæ rectæ lineæ, parallelam rectam lineam ducere.

Primus Modus.

SIt ducenda parallela ipſi BC, per punctũ A. *Parallelã* Ducatur recta AD utcunque ad BC, & ex D *lineam ducere datæ lineæ per datũ punctum*

40.



& A, ad idẽ intervallũ quodlibet, deſcribantur

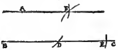
duo

duo arcus ad diverſas partes, unus EF ad partes B, alter GK ad partes DC. Deiode beneficio circini abſeindarur ex arcu GK arcus GH, æqoalis arcui EF. Si igitur ex A, per H, recta ducatur; erit hæc parallela ipſi EC. *per 27. Propoſit. lib. 1. Element. Euclidis.*

Secundus Modus.

EX centro A, ad quodvis intervallum, deſeribatur arcus ſecaos rectam BC. in puncto D.

41

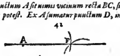


Deinde eodem intervallo ex D ſumatur punctuoı E, in eadem recta BC. Poſtremo eodem intervaſlo ex A, & E, deſcribantur doo areus, ſecaores ſeſe in F. Nam ducta recta AF, erit parallela rectæ BC, quoniam propter idem intervallum aſſumptum recta AF eſt æqualis rectæ DE, & recta A D rectæ EF (ſi ducerentur hæ lineæ) ac proinde AF oppoſitæ DE parallela, *per Scholium 34. Propoſit. lib. 1. Elem. Euclidis.*

Annotatio.

SI punctum A ſit nimis vicinum recta BC, ſic procedi poteſt. Ex A ſumatur punctum D, in recta

42

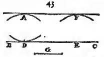


BC, ad quodvis intervallum; & ex quovis puncto ejusdem recta BC, nempe ex E, quod aliquantulum diſtet à puncto D (quo vero magis diſtat, eo melius erit) eodem intervallo deſcribatur arcus ad partes A. Deinde ex A, intervallo DE, alter arcus deſcriptus ſecet priorem arcum in F. Recta namq́, ducta AF, erit parallela recta BC, propter eandem rationem ut prius.

Tertius Modus.

EX A ducatur areus, tangens rectam BC in D. Deinde eodem intervallo circini, ex quo-

43



vis puncto E rectæ BC, formetur alius arcus F. Nam recta AF, ducta per A, & tangens arcum F, erit parallela rectæ BC,

Si ducatur adhuc alius arcus ex D. per A tranſiens, accuratius ducetur parallela, ſi tranſeat per A, & tangat utrumq́, arcum A & F.

Corollarium.

Data recta linea parallelam rectam lineam ducere, ad datum vel aſſumptum intervallum.

Parallelā ducere al- EX dictis patet, quomodo datæ rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere oporteat ad datum vel aſſumptum intervallum. Sit enim recta BC præcedenns figuræ, (fig 43) cui ad intervallum G datum, aut aſſumptum ducenda ſit parellela. Sumantur in BC duo puncta D & E, ex quibos ad intervallum rectæ G deſcribantur duo arens, A & F, & ad contactum areum ducta linea AF erit parallela deſiderata. Simili ratione operandum eſt per alios modos Praxis præcedentis. *teri itnen ad datum intervallum.*

Quartus Modus.

ALiter & faeilimè duci poteſt parallela alteri rectæ datæ, ope Goomonis ſeu Normæ, ſive per ponctum datum, ſive ad libitum aſſumptum. Sit enim data recta BC, &

44



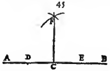
punctum A vel datum, vel aſſumptum. Applica Gnomonem lineæ BC ita, ut unum latus congruat lineæ, alterum tranſeat per punctum A, ut in figura apparet: & juxta punctum A nota in latere Gnomonis punctum. Deinde applica iterum Gnomonem lineæ BC in loco *f* aliquaotulum à priori loco diſtante, ita ut unum latus congruat lineæ; & juxta punctum alteri lateri antea impreſſum nota in plano punctum v.g. D. Recta enim per A & D ducta, erit parallela rectæ BC. Qooniam enim A *e*, D *f*, æquales ſunt, & parallelæ: erunt etiam BC & A D parallelæ, *per 31. primi.*

Praxis IV. Data rectâ linea, & puncta in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.

Primus Modus.

SIt data recta AB, datumque in ea punctum C. Ex C, abſcindantur utrinque partes æqua- *Perpendicularem ducere à puncto dato in linea.*

45



les CD, CE: & ex D & E deſcribantur duo arcus ſupra vel infra lineam datam, ſeeanres ſeſe in F, ducaturque recta FC, & erit FC perpendieularis ad AB. Demonſtrationem vide apud *Euclidem lib. 1. Propoſit. 11.*

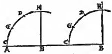
Si punctum datum in linea recta fuerit extremum, aut ferè extremum, producenda erit linea in directum & continuum ad partes puncti dati, ſi fieri poteſt, ut ex illo erigi poſſit ſecundum Praxin prædictam linea perpendicularis. Ut ſi linea data fuerit AC, in figura præcedente, & punctum datum C, protrahenda erit AC verſus B, & ſumenda æquales CD, CE, & operandum ut dictum.

Secundus Modus.

SI data recta AB, punctumq́; in ea datū B, ſive in extremo, ſive non. Poſito circini pede uno in B,

in B, extende alterum ad libitum intervallum,

46.

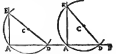


v.g. uſque ad C, & ſupra vel infrà lineam A B, deſcribe arcum Quadrante circuli majorem. Deinde eâdem circini aperturâ retentâ, pone circini pedem in C, & ſeca arcum in D eumque divide biſariam in G, & ſpatiom CG, vel G D, transfer ex D in H, & duc rectam H B; quæ erit perpendicularis, quia ſimul cum B C intercipit Quadrantem circuli.

Tertius Modus.

SIt data linea AB, punctûque in ea A, ſive in extremitate, ſive ooo. Ex centro C extra lineam

47.



aſſumpto ubi libuerit, (dummodò recta AB producta cum ipſo non concurrat) intervallo verò uſque ad A, deſcribatur arcus circuli ſecans A B in D; & ex D, per C recta ducatur ſecans arcum in E. Recta enim E A ducta, erit perpendicularis ad AB, quoniam angulus A rectus eſt, cùm ſit in ſemicirculo, *per 32. Tertij.*

Non eſt tamen neceſſarium perficere totum arcum, totamque rectam D E, ſed ſufficit notare arculum apud D & E, & interſecare illos, poſitâ regulâ in C & D.

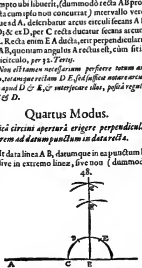
Quartus Modus.

Vnicâ circini aperturâ erigere perpendicularem ad datum punctum in data rectâ.

Perpendicularem ducere unica circini apertura.

SIt data linea A B, datumque in ea punctum B, ſive in extremo lineæ, ſive non (dummodò

48.



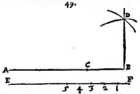
poſt extremum lineæ ſuperſit adhuc ſpatium in plano dato.) Ex B, ad libitum intervallum, fac ſemicirculum CDE, & circino invariato abſcinde primò arcum CD, deinde arcum DE. Poſtea invariato adhuc circino, ex D & E fac duos arcus interſecantes ſe in F, eritque ducta FB perpendicularis ad AB.

Quod ſi magis exquiſitè velis ducere perpendicularē per tria puncta, aperi magis crura circini, & ex D & E deſcribe alios duos arcus interſecantes ſe ſuprà F in G, & per G F B duc perpendicularem.

Quintus Modus.

SIt data recta A B, datumqoe in ea punctum B ubicunq, Ex linea recta quacunq; E F, abſcinde

49.



de quinque æquales partes, & primò intercipe circino tres partes, eaſque ex B transfer in C: deinde intercipe circino quatuor partes, eaſqoe ex B transfer in D, facto arcu: tertio intercipe quinque partes, eaſque ex C transfer in D, facto alio arcu interſecante priorem. Ex D puncto interſectionis, ad B duc rectam, eritque hæc perpendicularis. Ratio pendet ex 47. *Primi Euclid.*

Idem poteſt fieri cum duplo, triplo, quadruplo, decuplo, &c. prædictorum numerorum, ut cum 6, 8, 10, cum 9, 12, 15; cum 12, 16, 20, cum 30, 40, 50, &c.

Corollarium.

Ad datam rectam ducere perpendicularem ad punctum quodcunq; aſſumptum.

SI ducenda eſt perpendicularis ad aliquam lineam, non quidem in puncto aſſignato, ſed utcunque; aſſigna in ipſa linea punctum, & operare aliquo ex prædictis modis, aut modo ſequenti.

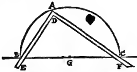
Perpendicularem ducere ad punctum quodcunque aſſumptum in linea.

Sextus Modus.

MOdi prædicti ſunt Geometrici, ſeu Mathematici. Poteſt etiam angulus rectus conſtitui, ſeu linea perpendicularis ad datam lineam erigi, & erecta examinari, mechanicè ope Normæ ſeu Gnomonis, quod eſt Inſtrumentum B A C, conſtans ex duabus regulis A B E, & A C F, ad

Norma ſeu Gnomon rectangulus

50.



angulum rectum in A conjunctis. Applicatur enim unum latus lineæ datæ, ita ut punctum A reſpondeat puncto in linea dato, aut aſſignato ad libitum; & deinde juxta alterum latus ducitur recta. Vide dicta Praxi 3. præcedente in Quarto modo.

Annotatio I.

UT porrò hac recta ducta, ſit verè perpendicularis, neceſſe eſt normam eſſe exactè conſtructam. Docendum ergo eſt, quomodo examinanda ſit norma, ad explorandum num accuratè ſit conſtructa; quod fiet Praxi ſequenti.

Anno-

Annotatio II.

Qua ratione in agris & campis deſignanda ſit linea perpendicularis, ſeu angulus rectus faciendus.

Perpendicularem in campis excitare.

MOdi hactenus dicti utiles ſunt ad perpendicularem lineam ducendam in chartis, aliiſq; planis exiguis. In agris verò & campis id fieri debet ope Inſtrumenti alicujus dioptrici, quale poteſt eſſe Pantometrum Kircherianum, aut Menſula Geometrica, (de quibus in Geometria Practica) ſi per ejus medium ducantur duæ lineæ rectæ interſecantes ſeſe ad angulos rectos. Si enim radius viſualis dirigatur primò juxta unam, & deinde juxta aliam lineam, & in campo rectæ deſignentur baculis fixis, modo dicto Praxi 1. Modo 3. habebitur intentum.

Praxis V. Examinare Normam, num accuratè ſit fabricata.

Normam examinare an recta ſit.

SIt examinanda Norma Fig. præced. B A C. Ex centro G deſcribatur in aliquo plano arcus ſemicirculo major, cujuſvis magnitudinis; ductâque diametro BC, ponatur Normæ angulus A in aliquo puncto circumferentiæ, ut in A; latuſq; unum ejuſdẽ Normæ, ut A B, tranſeat per B punctum extremum diametri. Si tunc alterum latus Normæ tranſeat per alterum punctum extremũ C ejuſdẽ diametri, ritè fabricata eſt Norma propoſita quoad latera externa, eò quòd tunc angulus A in ſemicirculo rectus ſit *per 31. Tertii.* Eâdem ratione interiorem partem Normæ examinabis, ſi angulum D applices circumferentiæ, & latera DE, DF, punctis extremis B & C diametri.

Praxis VI. Super datam rectam lineam, à dato puncto quod in ea non eſt perpendicularem erigere.

Primus Modus.

Perpendicularem excitare à puncto extra lineā datā.

SIt data recta FG, & punctum extra ipſam datũ C. Facto centro in C, intervallo quovis eodẽ,



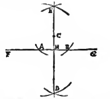
deſcribantur duo arcus ſecantes rectam datam in A & B. Deinde ex A & ex B, eodem intervallo ut priùs, vel alio quolibet, deſcribantur alij duo arcus ſecantes ſe in D. Nam ducta recta CD, ſecans AB in E, erit perpendicularis ad AB, *per 12. Primi.*

Annotationes.

I.

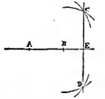
SI punctum C fuerit nimis vicinum rectæ F G, ita agendum erit. Centro C, ad intervallum quodvis ſecetur recta FG in duobus punctis A & B, ut antea; ex quibus ad majus intervallum quodcunq; quam A C, vel B C, bini arcus tam ſuprà, quam infra deſcribantur, ſe interſecantes in D & E. Nam ducta recta D C E, quæ producta neceſſariò per punctum H tranſibit, perpendicularis erit ad rectam FG, in puncto H.

52.



II. Si punctum C ſit juxta extremum plani in quo eſt linea data, ita ut linea data non poſſit produci ulteriùs, ad praxim prædictam adhibendam; ita agemus. Ex puncto quovis B lineæ datæ, quod ſit verſus extremum lineæ, deſcribantur duo arcus ſupra & infra lineam AB, ad intervallum B C. Deinde ex alio puncto A aliquantùm remoto a puncto B, alii duo arcus ad intervallum AC deſcribantur ſecantes priores arcus in C & D. Nam recta CD perpendicularis erit ad rectam dictam in puncto E.

53.



III. Si linea data ſit in extremo plani, ita ut non poſſint formari duo arcus infrà & ſuprà, ſed ſolùm ſupra, aut ſolùm infra, poſſit tamen continuari ulteriùs linea; procedemus modo ſequenti.

Secundus Modus.

SIt ad rectam A B, (Fig. 47.) ex puncto E, ducenda perpendicularis. Ductâ utcunq; rectâ ED, ſecetur ea bifariam in C; & centro C, per E deſcribatur arcus circuli ſecans rectam datam in A. Quòd ſi non ſecet, producenda erit, donec ab arcu ſecetur. Recta enim E A erit ad AB perpendicularis, *per 31 Tertij.*

Tertius Modus.

IN omnibus prædictis caſibus poteſt etiam duci perpendicularis ope Normæ, ſi unum ejus latus applicetur lineæ datæ, & alterum tranſeat per punctum datum, & juxta hoc ducatur recta.

Annotatio.

Qua ratione in agris & campis ducenda ſit perpendicularis ad datam rectam à puncto extra dato.

Perpendicularem in campis ducere à puncto extra lineā.

UTere inſtrumento dioptrico habente in medio duas rectas ad angulos rectos ſe interſecantes, & poſito illo ſupra rectam in Campo datam, ita ut una Inſtrumenti linea congruat datæ rectæ in Campo; move Inſtrumentum ad dextram, & ad ſiniſtram in eadem recta, donec radio viſuali directo juxta alterā Inſtrumenti lineam occurrat punctum ſeu ſignum datum. Si enim a puncto ad rectam datam ducatur alia recta, erit ea perpendicularis quæſita.

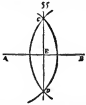
Praxis

Praxis VII. Dividere lineam rectam finitam bifariam.

Lineam rectam bifariam dividere.

SIt linea data A B. Centro A, intervallo majori quam eſt medietas lineæ AB, deſcribatur arcus C D.

55



cus C D. Deinde centro B, intervallo eodem, deſcribatur alius arcus, ſecans priorem in C & D. Per puncta C & D ducatur recta: eritque A B, diviſa bifariam in E.

Annotationes.

I.

SUfficit tamen, delineare tantum arcus parvos infra & ſupra, ubi C & D, interſecantes ſeſe.

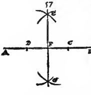
II. Si linea data eſt in extremo plani, ita ut infra aut ſupra ipſam non ſit locus in quo deſcribi poſſint arcus ſeſe interſecantes tunc deſcriptis ſupra aut infra ipſam duobus arcubus interſecantibus ſeſe in C, deſcribantur alii duo interſecantes ſe in D, ſive hoc fiat infra C, ſive ſupra.

56



III. Si recta data tam longa ſit, ut centris A & B non poſſunt formari infra & ſupra arcus ad intervallum majus medietate ipſius lineæ datæ; abſcinde utrimque æquales portiones A D, BC, & ex D & C centris operare ut dictum.

57



Corollarium.

PAtet hinc, quomodo propoſita linea ſit dividenda in quatuor, in octo, & quotcunque æquales partes numero pares, ſi nimirum qualibet medietas ſubdividatur.

Praxis VIII. Datam lineam rectam finitam in quotlibet partes æquales ſecare.

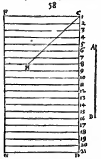
Primus Modus.

Per Parallelogrammum.

Lineam rectam in quotlibet partes ſecare.

INaſſere aliquo polito, aut in lamina metallica, chartave craſſa, duc duas lineas parallelas F G, CD, ad aliquod intervallũ inter ſe diſtãtes Quò autẽ longiores fuerint parallelæ prædictæ & quo magis invicẽ diſtabunt, eo comodius erit inſtrumentum. In utraque quotcunque partes inter ſe omnino æquales aſſume, ab F & C verſus G & D, v.g. 10, 20, aut 30, prout linearum longitudo permittet; & puncta reſpondentia lineis rectis

58



junge ut figura oſtendit; paratumq; erit Inſtrumentũ, quod Parallelogrammum appellare placet.

Uſus inſtrumenti hic eſt. Sit linea AB dividenda in 7 æquales partes. Accipe circino longitudinem oblatæ lineæ AB, & poſito uno circini pede in puncto C, vel in quovis alio, lineæ F C, alterum pedem extende (immota circini apertura) uſque ad octavam lineam (hæc enim cum prima F C includit ſeptem æqualia ſpatia) notando in ea punctum H, & duc lineam ſive manifeſtam, ſive occultam C H, Eritq; linea CH æqualis lineæ AB, diviſa in 7. æquales partes: quæ diviſo ſi transferatur circino in AB, habebis intentum.

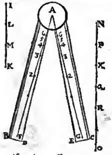
Secundus Modus.

Per Inſtrumentum partium.

Inſtrumentum partium.

PRæpara ex orichalco, vel alia quavis materia ſolida, duas Regulas æquales, & oblongas, ABD, ACE, quæ in A ita conjungantur clavo aliquo tereti, ut circa ipſum clavum tanquam circa axem uniformiter poſſint moveri, & prout opus fuerit, dilatari atque conſtringi.

59



Deinde ex puncto A tanquam ex centro ducantur ſuper planis dictarum Regularum duæ lineæ rectæ æquales, A F & A G, eæque dividantur primo in duas, deinde in tres, in quatuor, in quinque, in ſex, &c. partes æquales, & numeri adſcribantur ut vides: eritque Inſtrumentum præparatum, quod inſtrumentum partium appellare lubet.

Uſus inſtrumenti hic eſt. Sit linea IK dividenda in tres æquales partes. Accipe circino longitudinem totius lineæ IK, & poſito uno circini

Pede in puncto F inſtrumenti, alterum extende (immota permanente circini apertura) uſque ad punctum G dilatando vel conſtringendo Inſtrumentum, donec punctum G congruat alteri circini pedi. Hoc facto, relinque inſtrumentũ immotum, & accipe circino diſtantiam inter puncta 3 & 3, notata in lineis Inſtrumenti, illamque diſtantiam transfer ex I in L, & ex L in M, eritque linea I K diviſa in tres æquales partes.

Annotationes.

I.

EOdem modo procedendum eſt in diviſione linearum in quotcunque æquales partes. Si linea dividenda eſt nimis longa, ita ut tota non poſſit intercipi inter duo puncta F & G Inſtrumenti, quantumcunque dilatetur, prout eſt linea N O; intercipiatur primo pars ipſius quæ poterit, v.g. N Q, & hujus tertia pars N P notetur: deinde intercipiatur reliqua pars Q O, & hujus etiam tertia pars Q R notetur: tandem hæc pars Q R transferatur a P in X, eritque N X tertia pars totius lineæ N O. Si linea dividenda eſt nimis parva, ita ut non poſſit intercipi inter duo puncta F & G Inſtrumenti, quantumcunque conſtringatur; intercipiatur ipſius duplum, & hujus dupli accipiatur pars tertia, tandemque hujus partis tertiæ accipiatur pars dimidia, quæ facilius haberi poteſt quam tertia totius lineæ.

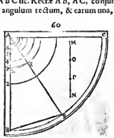
II. Si data linea dividenda eſſet in partes quæ in Inſtrumento non ſunt notatæ, v.g. in 40, 30, 36, &c. dividatur in illarum ſubmultiplices quæ ſunt in Inſtrumento, v.g. in 20, 15, 18, &c. & deinde harum quælibet dividantur in duas partes æquales.

Tertius Modus.

Per quadrantem Proportionum.

Quadrans proportionum. LOco prædicti Inſtrumenti conſtrui poteſt in lamina aliqua, vel in plano quolibet. Quadrans A B C ſic. Rectæ A B, A C, conjungantur in A ad angulum rectum, & earum una, ut A B,

60



dividatur primo in duas partes, deinde tota in tres, & tota in quatuor, &c. Deinde in centro A, per ſingula diviſionis puncta ducantur arcus ut vides; eritque paratum Inſtrumentum, quod Quadrantem proportionum appellare placet.

Uſus eſt hic. Oblata quacunq; linea, v.g. M N, quæ ſit dividenda in tres v.g. partes æquales, intercipe circino totam lineam M N, & in infimo arcu BC ſume intervallum B D, æquale lineæ M N datæ, & duc rectam occultam A D: deinde in tertio arcu accipe circino intervallum E F, & transfer ex M in O; eritque M O tertia pars totius lineæ M N.

Si linea data eſt aut nimis longa, aut nimis brevis, obſerva ea quæ in præcedente Annotatione I. diximus.

Praxis IX. Ex data recta quamvis partem centeſimam aut milleſimam abſcindere.

Primus Modus.

Per inſtrumentum partium.

IN altera parte Inſtrumenti partium duc ex centro A alias duas rectas, A F, A G, eaſque in 100, aut 1000 æquales particulas divide. Quibus peractis; ſic ex quavis recta propoſita abſcindes quotcunque centeſimas, aut milleſimas partes, prout lineæ Inſtrumenti diviſæ fuerint in 100, aut 1000. particulas. Dilata vel conſtringe Inſtrumentum, donec intervallum inter F & G ſit æquale lineæ datæ. Deinde extende circinum inter partes deſideratas, in lineis A F, A G notatas, v.g. inter 50 & 50, inter 35 & 35, &c. & intervallum in lineam datam translatum abſcindet partes quæſitas. *Linea recta quamvis partē centeſimā abſcindere.* vide fig. 59.

Annotationes.

SI linea data eſt nimis longa, aut nimis brevis, operare ut dictum in Annotationibus præcedentis Praxis.

II. Ejuſdem inſtrumenti auxilio ex quavis linea data quamvis partem deſideratam, v.g. ſeptimam, undecimam, decimam tertiam, &c. auferes, hoc eſt, quamlibet lineam datam in quotlibet partes æquales divides ſic: Sit dividenda linea in 7. partes, ſeu auferenda ſit pars ſeptima ex aliqua linea. Multiplica 7 per 10 fiunt 70; aperi ergo Inſtrumentum donec longitudo lineæ datæ circino accepta ſtatuatur inter 70 & 70: tunc enim intervallum quod eſt inter 10 & 10. manente eadem Inſtrumenti apertura, dabit deſideratam partem ſeptimam. Licebit etiam partem auferendam multiplicare per aliũ quemvis numerum. Sic ſi undecima pars [illegible], multiplicari poſſunt 11 per 5, ut fiant [illegible] Inſtrumenti, intercapedo inter 5 & 5 dabit partem undecimam deſideratam. Item quã libet partem deſideratam.

Secundus Modus.

Per Quadrantem proportionum.

IN altera parte Quadrantis proportionum duc ex centro A alias duas rectas, A B, A C, facientes angulum rectum, eaſque divide in 100 aut 1000 partes æquales. Deinde in ultimo arcu B C accipe intervallum B D æquale lineæ datæ, & duc rectam A D. Demum quære numerum partium deſideratarum in linea A B, v.g. 50, 30, &c. & per numerum inventum ex centro A duc arcum interſecantem rectam A D: intervallum enim hujus arcus à numero dato uſque ad punctum interſectionis dabit partes deſideratas in linea propoſita. vide fig. 60.

Quid faciendum ſit, quando linea data eſt aut nimis longa, aut nimis brevis, patet ex dictis Praxi 8. præcedente.

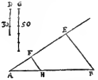
Praxis X. Datam rectam in duas aut plures ſecare, quæ habeant proportionem quamcunque datam.

Rectã ſecare in habentes proportionem. SIt data recta A B, quæ ſecanda ſit in duas partes, habentes eandem proportionem inter ſe, quam

Digitized by Google

quam habet D ad G, aut quam habet 30. ad 50. Ex A lineæ termino ducatur recta AE, faciens

63



cum AB quemcunque angulum acutum. Deinde in AE abſcindatur AF æqualis ipſi G. Demum ducatur recta EB, & ipſi parallela FH, eritque AB ſecta in H ſecundum proportionem datam D ad G.

Annotationes.

I.

SI AB ſecanda eſſet in plures partes habentes proportionem ſimilem pluribus rectis datis, aut pluribus numeris, abſcindenda eſſent ex AE plures partes datis rectis æquales, & operandum ut dictum.

II. Idem fieri poteſt per Inſtrumentum partium, & Quadrantem proportionum, ſi lineæ proportionem habentes ſumantur in linea Inſtrumenti, aut Quadrantis, & inter extrema majoris extendatur linea data; tunc enim intercapedo inter extrema minoris, aut minorum habebit ad datam lineam proportionem quæſitam.

Corollaria.

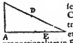
COlligitur hinc I. quomodo ex data linea recta auferenda ſit pars, quæ vel ad totam, vel ad reſiduam, habeat proportionem datam.

Colligitur II quomodo datam rectam terminatam ſecare oporteat ut ſecta eſt alia data.

Praxis XI. Datam rectam lineam ſecare proportionaliter extrema & media ratione.

Rectam ſecare proportionaliter extrema & media ratione.

SIt data linea AB, dividenda proportionaliter extrema & media ratione ſeu proportione, ita videlicet, ut tota linea AB ſe habeat ad ſegmentum majus, ut idem ſegmentum majus ad reſiduum minus. Ex puncto A erigatur perpendicularis AC, æqualis dimidiæ lineæ datæ,



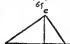
& ducatur recta CB, à qua ſecetur CD, æqualis ipſi CA, reliqua vero DB, transferatur in rectam AB, ex A in E, eritque AB ſecta proportionaliter in E, ita ut AE majus ſegmentum ad EB minus ſe habeat, ſicut tota AB, ad AE.

raxis XII. Datis duabus rectis tertiam proportionalem invenire.

Tertiam proportionalem duabus datis invenire.

SInt duæ rectæ AB, BC, datæ, quib⁹ tertia cõtinuè proportionalis ſit invenienda. Conſti-

65



tuantur ad angulum rectum ABC, & conjungantur recta AC, Producta autem AB, quam volumus eſſe antecedentẽ: ducatur ex C ad AC, perpendicularis CD, occurrens ipſi AB productæ in D, eritque BD tertia proportionalis, *per Corollarium octavæ l. 6. Eucl. &c.* Si duæ datæ ſint notæ in numeris, v. g. prima 4. pedum, & ſecunda 6. reperitur tertia per Regulam Auream, (de qua libro ſeq. in Arithm.) ſic diſponendo numeros: ut 4 ad 6, ita 6, ad 9.

Praxis XIII. Datis tribus rectis, quartam proportionalem invenire.

Quartam proportionalem tribus datis invenire.

HAbitis tribus lineis continuè proportionalibus, ſi omiſſa prima, aliis duabus tertiam inveneris proportionalem modo dicto in antecedenti praxi, habebis quartã proportionalem. Eâdem arte reperies quintam, ſextam, & quotquot volueris proportionales. Si in numeris notæ fuerint tres, invenitur quarta per Regulam Auream, modo paulo ante inſinuato.

Corollarium.

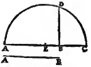
HInc colligitur, quo pacto datis duabus lineis certam proportionem inter ſe habentibus duæ aliæ in eadem cum illis proportione reperiri poſſint, præſertim ſi in numeris nota ſint.

Praxis XIV. Inter duas rectas lineas datas, mediam proportionalem invenire.

Mediam proportionalem inter duas datas invenire.

SInt duæ rectæ AB, BC, inter quas media proportionalis ſit inquirenda. Diſponantur in lineam rectam AC, & ex puncto medio E tan-

66



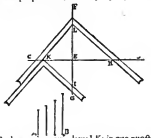
quam centro, deſcribatur ſemicirculus intervallo EA, vel EC, & ex puncto B erigatur perpendicularis BD, eritque hæc media proportionalis quæſita, *per 13. lib. 6. Euclid.* Si datæ duæ rectæ ſint notæ in numeris, multiplica illos inter ſe, & ex producto extrahe radicem quadratam: erit hæc media quæſita in numeris.

Praxis XV. Inter duas rectas invenire duas medias proportionales.

Medias duas proportionales inter duas datas invenire.

SInt datæ duæ rectæ, A & B, interque eas inveniendæ aliæ duæ continuè proportionales. Ducantur duæ rectæ, CD, & FG, ſecantes ſe orthogonaliter ſeu ad angulos rectos in puncto E, per praxin 4. & ex E verſus D abſcindatur EH æqualis ipſi B, verſus G vero abſcindatur EI æqualis ipſi A. Accipiantur deinde duæ normæ exactiſſimæ, ex orichalco, ligno, charta

craſſiore fabricatæ, & uoa applicetur angulo ſoo interooL lioeæ EFita, ut interna brachii lineaL H tráſeat per punctũH, noteturq; K, per quod trá-



ſit alrerum internum latus LK: in quo puocto K applicetur altera norma angulo ſuo externo K ita, ut latus ejus externum ooum contingat latus ioternum prioris normæ. His factis, ſi alterum latus exteroum tranſierit per punctum I, erunt EK, & EL duæ mediæ quæſitæ, critque, I E ad EK, ut KE ad EL, *per 13. lib. 6 Euclid* & EK ad EL, ut EL, ad EH, *per eandem 13.* Si autem externum latus ſecundæ normæ uon traoſierit per punctum I, tam diu norma prima moveri deber ſurſum ac deorſum, angulo ſuo ioterno L ſemper in linea EL manente, & laterc interno io puocto H, dooec alterius normæ latus tranſeat per I, & ponctum ioterſectioois K.

Articulus II.

De Praxibus ſpectantibus ad Superficies

Praxes ſpectantes ad ſuperficies.

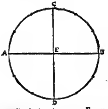
INnumera hic dici poſſent; nos magis neceſſaria & utiliora Tyronibus ſeligemus.

Praxis I. Circulum in 360. partes æquales dividere.

Circulum dividere in 360. gradus.

SIt dividendus circulus A B C D. Ductis duabus diametris, AB, C D, interſecantibus

68



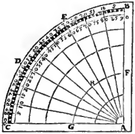
ſe ſe perpendiculariter in centro E, retentaque eadem circini apertura qua deſcriptus eſt circulus: ponatur unus pes in punctis A, C, B, D, & alter extendatur utrimque in circumferentiam circuli, & notentur puncta ut vides factum in figura: eritque torus circulus diviſus in partes 12. Quælibet harum partium dividatur primum in tres partes: deiode quælibet harum trium in quinque tandem, quælibet harum quinque io duas: eritque torus circulus diviſus in partes 360, ſi è centro ad puncta diviſioois ducantur rectæ lineæ. Ne tamen in centro confundantur lineæ, præſtat relioqoere circellum circa centrum vacuum.

Praxis II. Quadrantem mirificum fabricare, eumque in 90. gradus dividere.

Quadrantem mirificum facere, ac dividere.

IN tabula ænea, vel lignea, alteriuſvè materiæ durabilis ac bene politæ, duc duas rectas, A B, A C, facientes angulum rectum in A. Ex

69



poncto A velut centro deſcribe quadrantem circuli BC, eumque divide io 90. partes æquales, initio facto à B, ſic. Ea apertura circini, qua deſcripſiſti Quadrantem B C, retenta, pone uoum pedem in B, & alterum extende in D, & fac punctum: iterum poſito ooo pede io C, extende alterum in E, & fac aliud puoctum: eritque Quadraos diviſus in tres æquales partes: quarum quamlibet ſi dividas primo in tres, & quamlibet quinque in duas: erit totus Quadrans diviſus in 90. partes, qui ob inſignem uſum vocari poteſt Mirificus.

Annotatio.

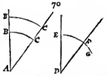
SI ex centro A ad ſingulos gradus ſeu puncta diviſionis in arcu B C ducantur rectæ, & ex eodem centro deſcribantur quotvis alii quadrantes minores: habebis Iostrumentum infinitis uſibus in Mathematica aptum.

Praxis III. Angulum rectilineum alteri dato æqualem conſtituere.

Angulum rectilineũ alteri æqualem conſtituere.

SIt datus angulus rectilineus BAC, eique cooſtituendus æqualis alius. Centro A, ioter vallo quolibet AB, fiat arcus BC. Deinde ducta DE, ex D puncto velut centro, intervallo eodem AB, ſiat alius arcus EG. Demum intercapedo BC circino accepta transferatur in arcum EG, ex E in F, & ducatur recta DF, erit angulus EDF æqualis angulo B A C.

70



Praxis

Praxis IV. Quot gradus contineat quilibet angulus aut arcus datus, cognoſcere.

Angulus quot gradus contineat, agnoſcere.

FIt hoc ope Quadrantis mirifici. Sit enim inquirendum, quot graduum ſit angulus BAC, aut arcus BC præcedentis figuræ. Centro A in Quadrante, intervallo AF, æquali intervallo AB, deſcribatur arcus FG, in eumque transferatur ab F in H, v. g. intercapedo BC, & per H ducatur ex centro A recta: oſtendet ea in extremo Quadrante BC graduum numerum quem quæris.

Annotationes.

SI angulus datus ſit major recto, accipe primo ex Quadrante rectum angulum modo dicto, & deinde reſiduum; hoc enim additum recto dabit totum angulum. Si arcus BC datus eſſet deſcriptus ex majori ſemidiametro quàm Quadrans circuli, deſcribe intra anguli crura minorem arcum, & operare ut dictum.

II. In campis dicta praxis inſtruenda eſt ope alicujus Inſtrumenti dioptrici.

Corollarium.

Ex arcu dato quotlibet gradus accipere.

Arcum in gradus dividere.

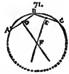
COlligitur hinc, quomodo ope Quadrantis ſumi debeant gradus quotlibet ex quovis arcu aut circulo dato, ſi nimirum in Quadrante deſcribatur arcus ad idem intervallum ſemidiametri, ad quod deſcriptus eſt arcus datus, & operatio inſtituatur modo dicto.

Praxis V. Dato arcu alicujus circuli, circulum perficere, invento ejus centro.

Arcu dato, circulum perficere.

SIt datus circuli arcus ABC, qui ſit in circulum integrum efformandus, invento centro

71.



ex quo deſcriptus eſt arcus. Notentur in dicto arcu tria quælibet puncta, A, B, C, ductisque rectis AB, BC, dividantur eæ biſariam in punctis D & E, & excitentur perpendiculares DF, EF, interſecantes ſe in F. Erit F centrum quæſitum, *per 25. lib. 3. Euclid.*

Corollarium.

Per tria qualibet puncta non in unam rectam lineam cadentia circuli peripheriam ducere.

Circulum deſcribere per tria puncta data.

COlligitur hinc, quomodo per tria quælibet puncta in eodem plano, & non in eadem recta linea jacentia, duci debeat peripheria circuli, ſi nimirum duo quælibet connectantur recta lineâ, & ea biſariam diviſâ ducantur perpendiculares, &c.

Praxis VI. Super data, aut aſſumpta recta linea conſtituere triangulum æquilaterum, iſoſceles, ſcalenum.

Triangulum æquilaterum, iſoſceles, ſcalenum conſtituere ſuper data recta linea.

SIt data aut aſſumpta AB. Ex punctis A & B tanquam centris, intervallo totius lineæ datæ, deſcribantur duo arcus inter ſecantes ſe in C, & ducantur rectæ CA, CB; & habebis triangulum æquilaterum. Si ex iiſdem punctis A & B, intervallo majore vel minore totius lineæ, fiant duo arcus, & ducantur rectæ CA, CB, habebis triangulum iſoſceles. Si ex iiſdem punctis deſcribantur duo arcus, intervallis inæqualibus; habebis Scalenum triangulum.

72



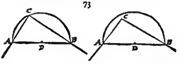
Praxis VII. Examinare angulum propoſitum, an ſit rectus, obtuſus, acutus.

Angulum examinare an ſit rectus obtuſus, acutus,

PRimus modus eſt ope Quadrantis mirifici ſupra *Praxi 2. hujus Artic.* deſcripti. Nam ſi angulus eſt graduum 90, eſt rectus; ſi major, eſt obtuſus; ſi minor eſt acutus.

Secundus modus eſt ope Normæ rectangulæ. Nam ſi unum latus applices uni cruri anguli

73



dati, ita ut angulus Normæ congruat puncto C, & latus externum lineæ CA, ſi tunc alterum latus Normæ congruat lateri CB, angulus eſt rectus, ſi cadit intra latus CB, angulus eſt acutus: ſi extra, obtuſus.

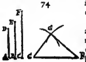
Tertius modus eſt, ſi ſubtendas angulo dato rectam AB utcunque in eadem figura, eâque diviſâ biſariam in D, deſcribas ſemicirculum intervallo DA. Si enim ſemicirculus tranſit per punctum C, angulus eſt rectus: ſi tranſit infrà, eſt acutus, ſi ſuprà, eſt obtuſus.

Praxis VIII. Datis tribus lineis rectis, conſtruere triangulum, dummodo duæ qualibet ſint majores reliqua.

Triangulum conſtruere ex tribus lineis datis.

SInt datæ rectæ AD, BE, CF. Conſtituatur earum quælibet pro baſi, v.g. CF. & centro C, intervallo AD fiat arcus: item centro F, intervallo BE fiat alius arcus, interſecans priorem in G, & duc rectas GC, GF, habebisque intentum.

74



Corollarium.

Triangulo dato conſtruere aliud ſimile & æquale.

Triangulo dato aliud ſimile & æquale cõſtruere.

EOdem prorſus modo cuilibet triangulo dato conſtrues aliud ſimile & æquale, ſi tria trianguli dati latera ſumas tanquam tres rectas, & opereris ut dictum.

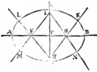
Praxis IX. Figuram ovalem ſeu ellipticam deſcribere.

Primus Modus.

Ellipticam ſeu ovalem figuram facere.

DUcatur recta AB, & ad rectos angulos eam ſecans CD in E. Tum centro E, ſecen-

75



tur utrinq; æquales ad lubitum intervallum, EA, EB, item æquales inter ſe ad lubitum etiam intervallum, EF, EG, & pro libito etiam æquales EI, EH. Deinde ex H, & ex I, per F & per G, educantur, & producantur ut lubet HK, HL, IM, IN. Tandem centris F & G, intervallis FA, GB. ducantur arcus MAL, KBN: centro præterea H, intervallo HL, ducatur arcus LK, & centro I, intervallo IM, ducatur arcus MN, & prodibit figura quæſita.

Notandum tamen, futuram figuræ varietatem pro libito, prout puncta F & G accipientur magis vel minus diſtantia tum ab A & B, tum ab H & I.

Secundus Modus.

ASſumptis in linea recta quacunque duobus punctis, A & B, deſcribe ex ipſis, eadem cir-

76



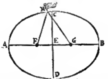
cini apertura, duos circulos, interſecantes ſe in C & D. Deinde duc rectas BAG, CBH, DAE, DBF. Tandem ex D, intervallo DE, duc arcum EF, & ex C, intervallo CH, arcum GH, eritq; figura ovalis deſcripta.

Notandum, neque primum, neque ſecundum modum producere figuram vere ellipticam, ſicut eam producit ſequens modus.

Tertius Modus.

SIt futuræ ellipſeos maxima diameter AB, minima CD, quæ ſecent ſe mutuò biſariam & orthogonaliter in E. Eligantur in AB duo puncta, F & G, æqualiter diſtantia ab E, ad libitum intervallum; & in iis infigantur claviculi, & circa illos ducatur filum quod duplicatum pertingat ab F uſque ad B, ubi nodo facto colligetur. His factis, accipe graphium H, aut aliud quip-

77



piam, & extende filum ita ut formet triangulũ FGH, & ſervata ſemper æquali extenſione circumduc graphium H, ut radat filum, & in plano ſubjecto ſignum imprimat; prodibitque ellipſis perfectiſſima.

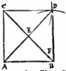
Si plano in quo deſcribenda eſt ellipſis, non poſſunt infigi claviculi FG, accipe bacillum æqualis longitudinis cum maxima diametro AB futuræ ellipſis, & infige ipſi claviculo FG, ac circumducto, ligatoque filo, applica bacillum diametro futuræ ellipſeos, & operare ut dictum.

Praxis X Super data recta linea Quadratum deſcribere.

Quadratum deſcribere.

SUper data AB ſit deſcribendum Quadratũ. Ex puncto A erigantur AC, æqualis & perpendicularis ipſi AB, & centris C & B, intervallo AB, fiant duo arcus ſecantes ſeſe in D, ducanturque rectæ CD, BD, eritque Quadratum perfectum.

78

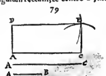


Praxis XI. Datis duabus rectis inæqualibus, deſcribere parallelogrammum rectangulum ab iis comprehenſum.

Parallelogrammũ deſcribere.

SInt datæ rectæ AG, AB. Conjungantur in A ad angulum rectum, & centro D, intervallo

79



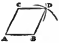
AC fiat arcus verſus E, item centro C, intervallo AB, fiat alius arcus interſecans priorem in E, & ducantur rectæ ED, EC, habebiſque intentum.

Rhombum facere.

Praxis XII. Super data recta Rhombum conſtituere.

SIt ſuper data AB conſtituendus Rhombus. Ducatur AC, æqualis ipſi AB, & faciens cũ ipſa angulum acutum quemcunque, vel etiam angulum datum. Deinde centris C & B fac duos arcus ſecantes ſe in D, & necte rectas CD, BD.

80

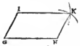


Praxis

Praxis XIII. Rhomboidem deſcribere

Rhomboidem facere. REctæ inæquales duæ, GH, GI, conſtituant angulum acutum quemcunque, aut angulum datum: & centro I, intervallo GH, item

81



centro H, intervallo GI, fiant arcus ſecantes ſe in K, & habebis quod quæritur.

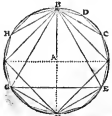
Praxis XIV Figuras planas regulares, circulo inſcribere.

Figuras planas regulares circulo inſcribere. FIguræ planæ regulares ſunt, quæ habent & latera omnia, & omnes angulos æquales, ut diximus cap. præced. Art. 4. n. 12. Docebimus hic, quâ ratione ſint circulis inſcribendæ.

Pro Hexagono, & Dodecagono.

SEmidiameter circuli eſt latus Hexagoni circulo inſcribendi. Itaque ſi ſemidiametrum BA ſexies in peripheria circumduxeris, à puncto

82



B in C, E, F, G, H, & puncta notata rectis conjunxeris, habebis hexagnnum. Si arcum B C, dividas bifariam in D, erit recta BD latus Dodecagoni.

Pro Trigono, & Nonagono:

EAdem apertura, quâ deſcripſiſti circulum, nota in circumferentia ſex puncta, hoc eſt, ſemidiametrum circumduc ſexies, ut antea, & conjunge tria ipſorum, intermedio inter quælibet duo omiſſo, & habebis trigonum BEG, & conſequenter Nonagonum, ſi dividas triſariam arcum ſubtenſum.

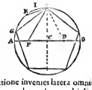
Pro Quadrato, & Octagono.

DUc in circulo duas diametros occultas, & connecte rectis earum extrema: & habebis Quadratum: & conſequenter Octogonum, ſi dividas bifariam unum arcum ſubtenſum.

Pro Pentagono, Decagono, & Icoſagono

SEmidiametrum CB divide bifariam in D, intervallum DE transfer à D in F, eritque recta EF latus Pentagnni. Si arcum EG ſubtenſum ab uno latere Pentagoni dividas bifariã in K, erit recta EK latus Decagoni. Si arcum EK dividas bifariam in I, erit recta EI latus Icoſagoni.

83

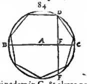


Hac ratione invenies latera omnium figurarum, quarum latera ſunt multiplicia laterum Pentagoni.

Pro Heptagono & Quatuordecagono.

DUc diametrum BAC, & eadem apertura, quâ circulum deſcripſiſti, ſervata, pone unum circini pedem in C, & altero nota puncta

84



D & E, ac duc rectam DE ſecantem diametrum in F, eritque DF latus Heptagoni, non quidem præciſè & geometricè, ſed circumcitca. Habito latere Heptagoni, habere potes latus Quatuordecagoni, ſi arcum à latere heptagoni ſubtenſum dividas bifariam.

Annotatio.

EAſdem figuras inſcribere poteris circulo ope Quadrantis Mirifici. Nam chorda ſubtendens gradus 120. eſt latus Trigoni, & chorda ſubtendens gradus 90. 72, 60. 51$\frac{3}{7}$. 45. &c. eſt latus Tetragoni, Pentagoni, Hexagoni, Heptagoni, Octagoni, &c. Porrò quot gradus ſubtendat latus cujuſcunque figuræ, invenies, ſi circulum integrum, id eſt, 360, dividas per numerum laterum figuræ propoſitæ, quotus enim dat numerum graduum.

Praxis XV. Supra datam rectam, quãlibet figuram regularem deſcribere.

QVomodo ſupra datam rectam ſit deſcribendum triangulum æquilaterum, & Quadratum, conſtat ex Praxi 4. & 10. hujus Articuli. Reliquas hoc modo conſtituemus. *Figuras planas regulares ſuper data recta ſcribere.*

85



Sit ſupra rectã AB deſcribendũ Pentagonũ. Centro B, intervallo BA, deſcribatur circulus, aut circuli arcus ſemicirculo major, & cõtinuetur AB uſq; ad C, ut AC ſit diameter. Divide deinde circulũ integrum, hoc eſt, 360. gradus, per numerũ laterum aut angulorum Polygoni deſcribendi, ut hic per 72, & arcũ graduũ productorum

ctorum in Quotiente numerà à C uſq. ad BD & ducatur recta BD, quæ cum AB conſtituet angulum internum Polygoni deſcribendi: Demum per tria puncta A, B, D, deſcribe circuli peripheriam, per Praxin 5. hujus Artic. & in ea accommodentur rectæ DE, EF, æquales ipſis AB, vel BD: eritque deſcriptum Pentagonum ſupra AB datam.

Articulus III.

De Praxibus ſpectantibus ad Corpora.

Praxes ſpectantes ad corpora.

CORpora ſeu ſolida figurari ſolent & è ſolida materia ritè configurata, & è planis conglutinatis. Nos hic de ſecundo modo agemus.

Praxis I. Quinque corpora regularia fabricare.

Corpora regularia fabricari.

EX materia ſolida, ut ex ære plano, papyro craſſiore, aut ſimili, fac quatuor triangula æquilatera, eaq; ritè inter ſe cōpone, & habebis tetraëdrum. Si ſimili modo conjunges inter ſe ſex quadrata, habebis hexaëdrum ſeu Cubum: Si octo triangula æquilatera, habebis octaëdrum: Si duodecim quinquangula ordinata, dodecaëdrum: Si viginti triangula æquilatera, icoſaëdrum.

Ad corporum è planis conſtitutorum imitationem fieri ſolent eadem corpora è materia ſolida, ſed hæc meliùs explicabimus in Geometria practica.

Praxis II. Corpora inordinata fabricare.

Corpora inordinata fabricari.

SI ſuper ſingula cuiliber trianguli, quadranguli, vel multanguli latera conſtituantur triangula æquicrura, & æquialta, habentia baſes dictorum triangulorum, quadrangulorum, ac multangulorum lateribus, quibus inſiſtere debent, æquales: habebis pyramides trilateras, quadrilateras, & multilateras.

Si ſuper ſingula cujusvis trianguli latera exſtruas parallelogramma rectangula æquialta, & iis imponas triangulum ſimile & æquale triangulo baſis, habebis priſma pentaëdrum. Eademque ratione conficies reliqua priſmata, & rhombos, ac rhomboides ſolidos. Plura dicemus in Geometria Practica.

Multa hic dici poſſent de Mathematicæ dignitate ac præſtantia, de utilitate ac neceſſitate, aliisque ſimilibus quæ Tyrones ad ejus ſtudium amplectendum alliciant: ſed brevitatis causâ omitto. Interim lege quæ ſcribimus in Procemio Tertiæ partis Magiæ Univerſalis.

LIBER II.

De

ARITHMETICA PRActica Generali, ac Speciali.

PROOEMIUM.

Arithmetica eſt ſcientia quæ verſatur circa numeros; à quibus & nominis ſumpſit originem: Græcis enim, qui ante Latinos Arithmeticam excoluerunt, numerus dicitur ἀριθμὸς, *à qua voce* ἀριθμητικὴ, *hoc eſt, numerorum ſcientia derivatur. Hæc toti Matheſi, & omnibus ejus partibus inſervit, ideoq́; neceſſariò præmittenda ante omnes eſt. Nec minus neceſſaria & utilis eſt omni hominum ſtatui, adeo ut Plato* in Epinom. & lib. 7. Reipubl. *dicere audeat, omnem humanitatem è Mundo eos tollere, qui Arithmeticam tollunt, cum ſine ea neque publicæ, neque privatæ res conſtare queant. Varii variè eam dividunt, & exoticis vocabulis neſcio an cohoneſtent, an deturpent. Ego brevitatis ac ſimplicitatis amans, eam divido in Speculativam, & Practicam. Speculativa numerorum naturam, paſſiones, ac proprietates conſiderat, atque demonſtrat: Practica eorundem uſum tradit per varios Canones ac Regulas, computum ſeu ſupputationem concernentes; unde & Logiſtica ſeu Supputatrix appellatur communiter, & barbarè Algorithmus, ex algo & ἀριθμὸς ab Arabibus doctis concinnato vocabulo. Olim etiam calculatoria dicebatur, quoniam calculis utebantur antiqui in ſupputationibus, uti nunc nummis orichalcinis mercatores noſtrates, & globulis ferreo filo innexis, ac in ciſtulam compactis, Chinenſes,* teſte P. Martino Martini, *à quo ex China reduce id oretenus accepi. Practicam ſolum hic tradam, idque breviter & quaſi compendio, omiſſis demonſtrationibus: quas qui volet, legat accuratiſſimam Arithmeticæ Theoriam & Praxin P. Andreæ Tacquet inſignis Mathematici. Hanc duplicem facio, Generalem, ac Specialem. Generalem voco, quæ Canones tradit de uſu numerorum ab omnibus rebus ſeperatorum; Specialem verò quæ tradit Canones de eorundem numerorum uſu certis rebus applicato, aut quæ generales Canones ſpecialibus modis ac praxibus numerandi ſeu ſupputandi applicat. Priorem parte prima, poſteriorem parte ſecunda hujus libri explicabo.*

Arithmeticæ etymon.

Ejus utilitas & neceſſitas.

Ejus diviſio in ſpeculativam & practicam.

Practica generalis, ac ſpecialis.

PARS

PARS I.

De Arithmetica Practica Generali.

Arithmetica practica generalis.

IN tria capita dividam hanc primam Partem: in primo tradam Elementa Arithmeticæ Practicæ Generalis in numeris integris; in ſecundo, eadem Elementa in numeris fractis: in tertio, Regulas quaſdam practicas.

CAPUT I.

De Elementis numerorum integrorum.

Elementa Arithmeticæ practicæ in numeris integris.

INtegros numeros appello, qui nec fracti ſunt, nec fractos habent adjunctos. Quid autem ſint numeri fracti, dicetur capite ſequenti. Elementa numerorum integrorum ſunt, Numeratio, Additio, Subtractio, Multiplicatio, ac Diviſio. Has alii appellant quinque ſpecies Arithmeticæ Practicæ; quamvis nonnulli Numerationem inter ſpecies non numerent.

Articulus I.

De Numeratione, ſimulque de Notatione numerorum integrorum.

Arithmetica notatio ſeu ſcriptio & numeratio ſeu lectio.

UT Grammatica, ita & Arithmetica ſuã habet ſcriptionem, & lectionem. Illam Notationis, hanc Numerationis vocabulo exprimo. Notatio igitur ſive Scriptio Arithmetica, eſt cujusvis numeri per proprios characteres ſeu figuras deſcriptio. Numeratio verò ſive lectio Arithmetica, eſt valoris numeri cujuſcunq; per proprios characteres ſeu figuras deſcripti expreſſio. Ad ſcribendum porro numerũ quemcunque, eumque legendum, ſeu valorem ejus exprimendum, hæc Nota.

Arithmeticæ figuræ decem.

Primo Arithmetici ad ſcribendũ quemcunque numerum, quantumvis magnum, utuntur tantum his decem characteribus ſeu figuris: 1. 2.3.4.5.6 7.8.9.0. Harum primæ novem tantum ſunt ſignificativæ, & quælibet ſignificat tot unitates, quotum ipſa locum in propoſita ſerie occupat; ut prima ſignificat unam unitatem, ſecunda duas, tertia tres, &c Decima verò, quæ cifra, vel zerus, aut nulla ab Arithmeticis appellatur, nihil per ſe & ſolitariè poſita ſignificat; adjuncta tamen aliis figuris ad dexteram, auget ipſarum valorem, ut mox dicetur.

Arithmetici ad valorem numeri cognoſcendum incipiunt à dextera verſus ſiniſtram.

Secundo. In quolibet numero pluribus figuris ſcripto, prima figura eſt illa, quæ extrema eſt verſus dexteram legentis, aut ſcribentis; ſecunda, quæ proximè ſequitur verſus ſiniſtram; dein ſequitur tertia, quarta, quinta, &c Sic in hoc numero, 1659. prima figura eſt 9, ſecunda 5. tertia 6, quarta 1 Cur autem ordo figurarum in numeris progrediatur à dextera verſus ſiniſtram, cauſa fortaſſis eſt, quod Arithmetica primum inventa fuit ab Hebræis, aliisq; populis Orientalibus, qui à dextera verſus ſiniſtram ſcribunt, & legunt. Nos tamen Latini ad cognoſcendũ quidẽ propoſiti numeri pluribus figuris expreſſi valorẽ, incipimus à dextera verſus ſiniſtram, ut mox patebit, ad ſcribendum tamen, & legendum ſeu valorem ejus exprimendum, inchoamus à ſiniſtra verſus dextram. Sic ad cognoſcendum valorem hujus numeri, 29345, incipimus à 5, ad eundem vero ſcribendum, & legendum, incipimus à 2.

Arithmeticarum figurarum valor.

Tertiò. Quælibet figura primo loco poſita, hoc eſt ad dextram, ſignificat ſeipſam ſemel, ſecundo loco ſeipſam decies, tertio loco centies, quarto millies, quinto decies millies, ſexto centies millies, ſeptimo millies millies, octavo decies millies millies, nono centies millies millies, decimo millies millies millies, & ſic deinceps ſemper decuplum incrementum progrediendo ad finem uſque propoſiti numeri, quantuſcunque ſit. In idem recidit, ſi dicas, primam figuram ad dexteram ſignificare monades ſeu unitates, ſecundam decades ſeu denitates, (id eſt, tot denitates, quot ipſa unitates continet) tertiam centenarios, quartam millenarios, quintam denitates millenariorum, ſextam centenarios millenariorum, ſeptimam millenarios millenariorum, ſeu milliones (nam millena millia, ſeu millies mille efficiunt unũ millionẽ) octavam denitates millionum, nonam centenarios millionũ, decimã millenarios millionũ, undecimam denos millenarios millionũ, duodecimã centenos millenarios millionum, decimam tertiam millenos millenarios millionum, ſeu milliones millionum, & ſic ulterius progrediendo, ſemper per decuplum incrementum; nam ſequens ad ſiniſtram figura ſemper valet decies plus quam immediatè præcedens ad dexteram, ut dicebam. En tabellam valoris figurarum.

Figurarum Locus.		Valor.
Primus		Unitates
Secundus		Denitates
Tertius		Centenarios
Quartus		Millenarios
Quintus	Valet	Denitates millenariorum
Sextus		Centenarios millenariorũ
Septimus		Milliones
Octavus		Denitares millionum
Nonus		Centenarios millionum
Decimus		Millenarios millionum
Undecimus		Denit. millenar. million.
Duodecimus		Centen. millenar, millio.

His notatis facillimè cognoſces cujuſcũq; propoſiti numeri valorẽ, eumq; leges ſeu enuntiabis, ut exempli gratia hunc ſequentẽ 9125342, ſic: Novẽ milliones, centũ & viginti quinq; millia, trecenta, quadraginta duo. Vel ſic: Novies millena millia, centum & viginti quinq; millia, trecenta, & quadraginta duo. Hunc vero aliũ, 10870360. ſic pronuntiabis: Decem milliones, octingenta & ſeptuaginta millia, trecenta, & ſexaginta. Vel ſic: Decies millena millia, octingenta, & ſeptuaginta millia, trecenta ſexaginta,

Obſervanda ad numeros facilius exprimendos.

Arithmeticarum figurarũ valor ut facile cognoſcatur & exprimatur.

UT porrò facile cognoſcas valorem numerorum majorum, eumq; expedite & ſine hæſitatione enunties, hæc obſerva, *Primo*, divide propoſitum numerum in minora membra, incipiendo à dextera verſus ſiniſtram, & ponen-

do

do ſub quarta figura punctum, & duabus prætermiſſis ſub ſeptima, iterumque duabus prætermiſſis ſub decima, deinde ſub decima tertia, & ſic deinceps, ſemper duas poſt ultimum punctum figuras omittendo. *Secundo*, ſupra figuram ſecundi puncti pone unam virgulam, ſupra quarti puncti figuram duas virgulas, ſupra ſexti puncti figuram tres virgulas, & ſic ulterius progrediendo à dextera verſus ſiniſtram: & *Nota*, primam & unicam virgulam ſignificare milliones, duas virgulas milliones millionum, tres virgulas milliones millionum millionum, quatuor virgulas milliones millionum millionum millionum, & ſic ulterius, &c. Sequentem ergo numerum ſic diſtingues in membra.

```
'''         "         '
7 6 9 7 4 3 2 3 2 9 0 8 9 5 6 2 4 3 6
.     .     .     .     .     .
```

Numerandi modus duplex. Sic autem leges ſeu enuntiabis hunc eundem numerum: Septem milliones millionum millionum; ſexcenta, nonaginta ſeptem millia millionũ millionũ quadringenti & triginta duo milliones millionum: trecenta, viginti novem millia millionũ, octoginta novem milliones: quingenta, ſexaginta duo millia, quadringẽta, triginta ſex.

Quidam recentiores, ne toties reiterare cogantur vocem *millionum*, vocant milliones millionum *Bimilliones*, & milliones millionum millionum vocant *Trimilliones*, &c. ac proinde ubi eſt una virgula ſuperſcripta, enuntiant milliones: ubi duæ, bimilliones: ubi tres, trimilliones: ubi quatuor, quadrimilliones: ubi quinque, quinimilliones, deinde ſeximilliones, ſeptimilliones, octimilliones, & ſic ulterius. Itaque propoſitum paulo ante numerum ſic enuntiant: Septem trimilliones: ſexcenta: nonaginta ſeptem millia bimillionum: quadringenta, triginta duo bimilliones: trecenta, viginti novem millia millionum, octoginta novem milliones, &c. ut ſupra. Optima numerandi ratio.

Annotationes.

I.

Numerandi modus alius. A*Lii aliter legunt ſeu pronuntiant numeros dicta ratione punctis notatos: incipiendo enim a ſiniſtra verſus dextram, toties dicunt millies, quot ſunt puncta, ſed ſub penultimo puncto dicunt millena, & ſub ultimo millia. Sic ergo prædictũ numerũ enuntiarent: Septies millies, millies, millies, millies millena millia: ſexcenties, & nonagies ſepties millies, millies millies, millena millia; quadringenties, & trigeſies bis millies, millies millena millia: trecenties, vigeſies novies millies millena millia: octogeſies, & novies millena millia: quingenta, ſexaginta duo millia: quadringenta, trigintaſex. Sed prior modus, quo Itali præſertim utuntur, facilior & brevior eſt.*

II. Alii quoque aliter diſtinguunt in membra majores numeros: ponunt enim poſt tertiam quamque figuram, incipiendo à dextera, comma ſeu virgulam. In lectione vero ſeu enuntiatione poſt primam a dextera virgulam numerans millia: poſt ſecundam millena millia ſeu milliones; poſt tertiam millies millena millia, ſeu mille milliones, & ſic ulterius toties repetunt millies, quot virgulæ ſuperſunt. Sic ergo ſequentem numerum diſtinguunt ac legunt.

42, 563, 450, 673, 189, 246:

quadragies bis millies, millies, millies millena millia: quingenties & ſexagies ter millies, millies millena millia: quadringenties & quinquagies millies millena millia: ſexcẽties & ſeptuagies ter millena millia: centum & octoginta novem millia; ducenta, & quadragintaſex. Noſter tamen diſtinguendi ac pronuntiandi modus facilior mihi videtur.

III. Quando inter ſingulas figuras ponitur punctum, tum qualibet per ſe ſignificat ſeipſam ſemel: at quando plures ſe mutuo ſine punctis interpoſitis conſequuntur, omnes ſimul unum numerum conſtituunt, qui modis prædictis legi debet. Hæ itaque figuræ, 2.4.9.3. ſic legi debent: duo quatuor, novem, tria.

IV. Novem primæ ex decem ſupra poſitis figuris arithmeticis appellantur digiti. His ſi apponitur ad dexteram unus aut plures zeri, reſultant articuli. Ex digitis & articulis inter ſe compoſitis reſultant numeri mixti. Articuli ſunt, 20, 400, 90, Mixti ſunt, 34, 781. *Numeri digiti, & articuli.*

Articulus II.

De Additione numerorum integrorum.

ADditio, Græcè πρόσθεσις, eſt duorum, pluriumvè numerorum ejuſdem denominationis in unã ſummam collectio. Ejuſdẽ denominationis numeri ſunt, qui ejuſdẽ denominationis ſeu ſpeciei res ſignificant, ut florenos, bacios modios, urnas, &c Numeri, qui in unam ſummam colligi debent, vocantur Addendi, & Dati, numerus, qui ex additione reſultat, vocatur Summa, Aggregatum, & Quæſitum. Ad ritè peragendam Additionem, hæc obſerva. *Arithmetica Additio.*

Primò. Numeros addendos ita ſub ſe invicem colloca, ut prima figura unius ſeriei ſit directè ſub prima alterius, & ſecunda unius ſub ſecunda alterius, &c. à dextris incipiendo, idque ideo, ut unitates ſint ſub unitatibus, denitates ſub denitatibus, &c. Et ſi quis eſt exceſſus in una ſerie, aut in pluribus, eum à parte ſiniſtra relinque. Utrumque factum vides in ſequentibus exemplis.

```
     2 3 2 4          |        1 2 2 0 1
A.   4 3 5 2 7   K7   |  B.    2 5 3 0 2
----------------------|        8 0 7 3 4   4X4
     6 6 7 6          |  -----------------------
                      |      1 1 8 2 3 7

C.   3 2 5 4 5        |  D.    8 2 0 1 3
       1 5 2 3   3X3  |        9 7 0 8 6   8X8
----------------------|  -----------------------
     3 4 0 6 8        |      1 7 9 0 9 9

     E.  7   4 0 9 3 7
             8 0 5 3 7   8X8
     -------------------------
         8   2 1 4 7 4
```

Secundo. Duc lineam infra numeros dicto modo collocatos, prout in præcedentibus exemplis factũ vides; & incipe operationem à dextra procedendo verſus ſiniſtram, hoc modo. Collige in unam ſummam unitates, hoc eſt, omnes numeros primo loco ad dexteram directè ſibi invicem ſuppoſitos, & ſummam reſultantem ſcribe directè infra lineam, cum cautela mox dicenda. Deinde collige ſimiliter in unam ſummam denitates, ſeu numeros ſecundo loco ſibi invicem ſuppoſitos, & ſcribe ſummam infra cum cautela eadem. Idem fac circa reliquos numeros qui ſuperſunt. Cautela hæc eſt. Si ſumã ex figuris ſibi directè ſuppoſitis reſultans ſcribi poteſt unica figura, totã ſubſcribe; ſin autem duabus figuris ſcri-

ſcribenda eſſet, ſubſcribe tantum primam, hoc eſt, illam quæ ad dexteram ſcribi deberet, ſecundam verò mente retine, ut eam deinde ad ſummam ex additione proxime ſequentium figurarum reſultantem addas: ſi denique tribus figuris ſcribi deberet, primam ſcribe directè infrà, ſecundam retine pro proximè ſequenti ſumma, & tertiam pro tertia ſumma. Sic in exemplo A dic: 2 & 4, faciunt 6, ſcribe ergo 6 infra lineam: item 5 & 2, faciunt 7. ſcribe ergo 7 infra: item 3 & 3 faciunt 6, ſcribe ergo 6 infra: itē 4 & 2 faciunt 6; ſcribe ergo 6 infra. Sic etiam in exemplo B dic: 4 & 2 & 1, faciunt 7, ſcribe ergo 7 infra: item 3 & 0 & 0 faciunt 3, ſcribe ergo 3 infra: itē 7 & 3 & 2 faciunt 12, ſcribe ergo 2 & retine 1, item 0 & 5 & 2 & 1 antea retentum, faciunt 8, ſcribe ergo 8 infra: item 8 & 2 & 1, faciunt 11. ſcribe ergo totum infra, ut mox dicetur. Ratio hujus retentionis in mente, & ſubſcribendi modi, eſt, ut unitates correſpondeant unitatibus, denitates denitatibus, centenarii centenariis, &c. Conſidera etiam reliqua exempla, in quibus hæc omnia videbis obſervata.

Tertio. Si ex additione figurarum ultimi loci procreatur numerus qui pluribus quàm una figuris ſcribendus eſt, nil retine memoria, ſed omnes illas figuras ſcribe ſub linea, ut vides factū in exemplis B & D, in quorum primo quoniam ex additione 8 & 2 & 1, reſultant 11, in ſecundo verò quoniam ex 9 & 8 reſultant 17, ſubſcribitur in uno 11, in altero 17 Ratio eſt, quia nullus alius tunc ſequitur numerus, cui ſit facienda additio ejus figuræ, quæ retineretur.

Quarto. Si in una aut altera ſerie numerorum qui adduntur, reperitur exceſſus ad ſiniſtram, ut in exemplo C & E, eum ſcribe infra lineam ad ſummam verſus ſiniſtram eodem ordine, quo ſupra lineam ſcriptus reperitur, niſi ex proximè antecedente ſumma retinueris aliquid memoria: tunc enim addendum eſt illud dicto exceſſui, & totum aggregatum infra lineam ſcribendum, ut in exemplis C & E factum vides.

Quinto Zerum inter numeros addendos occurrentem nihil cura, ſed ſcribe ſub linea ſolum figuras ſignificativas, vel earum ſummam modo dicto, ut vides factum in exemplo B. Quod ſi in tota aliqua ſerie numerorum ſibi invicem ſuppoſitorum reperiuntur meri Zeri ſine figura ſignificativa, ut in exemplo D, pone infra lineam unum Zerum tantum: niſi fortè ex præcedenti operatione habeas aliquam figuram mente retentam, tunc enim loco Zeri ponere debes illam figuram, ut factum eſt in exemplo E.

Examen ſive Proba Additionis.

Additionis arithmeticæ examen. EXamen ſive probationem Additionis, ad probandū videlicet an rectè peracta ſit, nec ne, ſic inſtitues. Primo rejice ex omnibus numeris ſupra lineam poſitis 9, quoties potes, nulla habita ordinis aut loci ratione, & reputando ſingulas figuras pro monadicis, hoc eſt, ac ſi ſingulæ ſignificarent unitates, reſiduum vero infra 9, quodcunque illud ſit, pone ante crucem, ut factum vides in omnibus exemplis ſupra poſitis. Secondo, rejice ex tota ſumma infra lineam poſita ſimiliter 9, quoties potes, eadem ſervata cautela, & reſiduum pone poſt crucem. Si ambo reſidua fuerint æqualia, probabile eſt, fuiſſe ritè peractam additionem: ſin minus, erratum eſt, ac proinde reiteranda operatio. Ratio hujus rei eſt, quia novenarius numerus habet hanc proprietatem, ut ſi ex quocunq; numero rejiciantur 9 dicto modo, quoties fieri poteſt, perinde ſit ac ſi ex eodem numero extrahantur tot novenarii, quot in illo continentur; ſic ſi ex hoc numero, 38, rejiciantur 8, & 1 ex 3, remanent 2, & ſi ex eodem numero extrahantur 9, quoties id fieri poteſt, nempe quater, remanent ſimiliter 2. Quoniam igitur *totum eſt æquale omnibus ſuis partibus ſimul ſumptis*, ſumma autem infra lineam eſt totum, & numeri ſupra lineam ſunt ejus partes; item quoniam *ſi ab æqualibus auferantur æqualia, remanent æqualia*; ſi tam ex tota ſumma infra, quàm ex omnibus numeris ſupra lineam ſcriptis abjiciantur omnes novenarii, & reſidua ſint æqualia, ſignum eſt ſummam eſſe æqualem partibus, ac proinde operationem fuiſſe ritè peractam. Alii loco Examinis repetunt additionem.

Poteſt etiam additio examinari per Subtractionem, de qua ſequenti Articulo. Nam ſi duo tantum numeri ſunt additi, & unus ſubtrahatur ab altero; debet remanere reſiduum æquale alteri. Si verò plures ſunt additi, & unus ſubtrahatur ex eorum ſumma, reliqui vero colligantur in unam ſummam, debet hæc eſſe æqualis reſiduo ex ſubtractione, alioquin certiſſimò erratum eſt.

Annotationes.

SI valde multa ſunt numerorum addendorum ſeries ſibi invicem ſuppoſita, dividi poſſunt in plures claſſes lineis interpoſitis, & ſingularum claſſium ſumma fieri ſeparatim ac demum omnes hæ Summæ in unam colligi.

II. Alii alios præſcribunt additionis modos. Sed noſter eſt communiter uſitatus, alii ſolum ad ingenium oſtentandum inventi.

Articulus III.

De Subtractione numerorum integrorum.

SUbtractio, ſive ſubductio, Græcè ἀφαίρεσις eſt minoris numeri ex majori, vel æqualis ex æquali ablatio, ad explorandum quid remaneat, aut quæ ſit inter utrumque differentia. In Subtractione igitur tantum duo interveniunt numeri; alter à quo ſit Subtractio, & appellatur ſuperior, quia ſuperiori ſcribitur loco; & alter qui ſubtrahitur, & appellatur inferior, quia ſcribitur in loco inferiori: & ſubtrahēdus, quia debet ſubtrahi ab altero. Numerus qui poſt Subtractionem remanet (ſi quis remanet) vocatur Reſiduum, & Differentia Dixi, *minoris numeri ex majori, vel æqualis ex æquali*, quia major à minori non poteſt ſubtrahi, niſi augeatur minor. Porro inter duas numerorum ſeries ille eſt major qui plures habet figuras, aut ſi æquales ſunt quoad figurarum multitudinem, cujus ultima ad ſiniſtram figura major eſt, aut ſi & hæ æquales, cujus penultima eſt major, aut ſi & hæ etiam æquales, cujus antepenultima: verbo, in quo primo major figura occurrit, ille major eſt numerus. *Arithmetica ſubtractio.*

Subtractionem porro ſic inſtitues. *Primò* Colloca numerum minorem ſub majori ita, ut unitates reſpondeant unitatibus, denitates denitatibus, &c. & ſi quis fuerit in ſuperiori exceſſus, relinquatur is à parte ſiniſtra, ut apparet in ſequentibus exemplis.

Secun-

A.	4 2 5 6	8X8	B	2 4 3	oXo
	2 1 3 2			5 2	
	2 1 3 4			1 9 1	

C.	3 2 5 2	3X3	D.	2 8 4 5 6	7X7
	1 1 5 2			6 5 3 4	
	2 1 0 0			2 1 9 2 2	

Secund. Due ſubnumeris ita collocatis lineam, & incipe ſubtractionē à dextera verſus ſiniſtrā, tali pacto. Si inferior figura eſt minor quàm ſuperior cui directè eſt ſuppoſita, ſubtrahe eam ex ſuperiori, & reſiduum ſcribe directè infra lineam, ut vides factum in exemplis A, & B, & D. Si æqualis eſt inferior ſuperiori, pone pro reſiduo zerum infra lineam ut factum vides in exemplo C. Si inferior aliqua figura major eſt quam ſuperior ſibi correſpondens, aſſume decem ad ſuperiorem figuram, & ex toto aggregato ſubtrahe inferiorē, ut factum vides in exemplis B, & D, ubi quia 5 non poſſunt ſubtrahi à 4, aſſumpta ſunt 10 ad 4, & facta ſubtractione à 14, remanſerunt 9. Quotieſcunque vero ſuperior aliqua figura augetur denario numero, debet ſequens ſuperior figura minui unâ unitate, & ex reſiduo debet ſubtrahi ſequens figura inferior, ut factum vides in exemplo D: vel ſi nulla ſupereſt inferior figura ſubtrahenda, debet ipſum reſiduū poni infra lineam, ut factum vides in Exemplo B, in quo quia ad 4 aſſumpta ſunt decem, ſequens figura 2, minuta eſt unitate, & reſidua unitas poſita eſt infra lineam.

Sed rem melius, in gratiam Tyronum, declaremus practicè in exemplo D. Dic ergo, incipiendo à dextera, 4 à 6, remanent 2: ſcribe ergo 2 infra: Dic iterum 3 à 5, manent 2: quæ ſcribe ſimiliter infra. Dic tertio, 5 à 4 non poſſunt ſubtrahi: aſſume ergo decem ad 4, ut fiant 14, & dic: 5 à 14 manent 9, quæ ſcribe infra. Dic quarto, 6 à 7 (non ab 8, nam hæc figura minuta fuit unâ unitate) manet 1: quod ſcribe infra. Demum quia nulla figura inferior ſupereſt, ſcribe ſuperiorem reſiduam, 2, infra lineam. Eodem modo procceditur in Exemplo B: nam ſubtrahe 2 à 3, & manet 1. iterum ſubtrahe 5 à 14 (aſſumptis decem ad 4) & manent 9, tandem reſiduum eſt, 1, non 2, quia figura, 2, minuta eſt unitate, ſcribitur ergo 1. infra lineam.

Tertiò. Si inferior figura eſt zerus, ſuperiorem ipſi correſpondentē ſcribe integrè ſub linea tanquam reſiduum, ut factū vides in exemplo C, niſi diminuta fuerit ſuperior figura unitate: tunc enim ſcribendum eſt infra ſolum reſiduum ex diminutionè, ut in exemplo E: ubi quia 9 non poſ-

5 6 3 8 E	ſunt ſubtrahi ab 8, ſed ab 18, ſequens
1 2 0 9	figura ſuperior, 3, minuta eſt unita-
4 4 2 9	te, ideoque ſubtracto zero, debent

poni infra lineam, 2. Si ſuperior figura eſt zerus; & inferior correſpondens eſt figura ſignificativa, aſſume decem ad zerum, & ſubtrahe inferiorem à 10, ut factum vides in exemplo F, in quo

2 0 3 0 9 F	quia 7 non poſſunt ſubtrahi à 0,
1 0 1 7 2	ſubtrahuntur à 10, & deinde 1 ſub
1 0 1 3 7	trahitur à 2. Si denique tam ſuperi-

or, quam inferior figura eſt zerus, pone infra lineam zerum, ut factum vides in proximè præcedente exemplo F.

Quartò. Si finita ſubtractione omnium inferiorū figurarum à ſuperioribus remanet adhuc aliquis exceſſus in ſuperiori numero; pone illū integrè, quantuſcunq; ſit, infra lineam ad reſiduum verſus ſiniſtram, ut factum eſt in exemplo D.

Examen Subtractionis.

EXamen ſubtractionis fit *Primò* per additionem. Si enim reſiduum ea ſubtractione addas numero illi qui ſubtractus fuit, & reſultet numerus ille à quo fuit facta ſubtractio: certum eſt, operationem fuiſſe bonam, eò quod tunc partes ſimul ſumptæ ſint æquales ſuo toti.

Secundo per abjectionem novenarii. Si enim abjeias 9, quoties potes, primo ea ſolo numero ſuperiore à quo facta eſt ſubtractio, deinde ex duobus reliquis ſimul: & invenias reſidua æqualia: probabile eſt operationem fuiſſe bonam.

Tertiò, per aliam Subtractionem. Si enim Reſiduum ſubtrahas à numero ſuperiore, à quo fuit facta ſubtractio, & remaneat numerus æqualis ſubtracto: ritè peracta fuit Subtractio.

Annotationes,

I.

ALii, quando inferior figura major eſt ſuperiore ſibi correſpondente, aſſumunt decem ad ſuperiorem, ut nos, & ex toto aggregato ſubtrahunt inferiorem: at ſuperiorē ſequentem non minuunt unitate, ſed inferiori ſequenti addunt unitatē, & aggregatum ſubtrahunt à ſuperiori ſequente integra: aut ſi nulla ſuperſit figura inferior, ponunt loco illius 1. & à ſuperiore ſubtrahunt. Sed hic modus in ſubſtantia non eſt diverſus à noſtro, eadem enim ſemper inter ſuperiorem & inferiorem figuram differentia eſt, ſive à ſuperiore unitatem auferas, ſive inferiori unitatem addas.

II. Si plures figuræ ſignificativæ ſubtrahendæ ſint à pluribus ciphris; ut ſi à 50008 ſubtrahenda ſint 15432

5 0 0 0 8	*eadem ſervanda ſunt quæ diximus ſupra. Unde ſic procedes*
1 5 4 3 2 4X4	*in dicto exemplo. Subtrahe 2 ab*
3 4 5 7 6	*8, remanent 6: 3 à 10, remanent*

7: 4 à 9, remanent 5: 5 à 9, remanent 4: 1 à 4. remanent 3. Si à 2116 ſubtrahenda ſint 2049, ſic procede. 9 à 16, remanent 7, 4 à 10, remanent 6: 0 à 0, remanet 0: 2 à 2, remanet 0.

III. In Subtractione non niſi duæ numerorum ſeries interveniunt, ut ſupra etiam dixi. Itaq; ſi aliquis numerus ſubducendus eſt à pluribus numeris, vel plures numeri ex uno: prius in unam ſummam colligi debent illi plures, & deinde Subtractio inſtituenda.

IV. Sunt adhuc alii modi Subtractionis, quos omitto, quoniam plus ingenii habent, quam utilitatis. Noſter communis eſt, & univerſalis.

Articulus IV.

De Multiplicatione numerorum integrorum.

MUltiplicatio, Græcè πολλαπλασιασμὸς, eſt ductus duorum numerorum in ſe invicem ad inveniendum aliquem tertium numerum, in quo alter illorum toties continetur, quoties in altero unitas. Sic ſi multiplicetur 8 per 4, ſeu ſi ducatur 4 in 8, invenitur numerus 32, in quo numero toties continentur 4, quoties in 8 unitas, vel in quo toties continetur 8. quoties in 4 unitas. In idem recidit, ſi dicas: Multiplicare unum numerum per alterum, eſt, toties ſumere unum illorum, quoties alter continet unitatem. Sic

multiplicare 8 per 4, eſt ſumere octo quater, vel quatuor octies, & efficere 32, in quo numero, octo continentur quater, & quatuor continentur octies. In Multiplicatione ergo interveniunt duo numeri, & reperitur tertius. Ille qui multiplicatur, hoc eſt, aliquoties ſumitur, appellatur Multiplicandus, alter per quem multiplicatur, appellatur Multiplicans, ſeu Multiplicator, tertius qui reſultat, vocatur Factus, Quæſitus, Productus, Summa

Aliquando tam Multiplicatus, quam Multiplicans, continet unam figuram, ut ſi multiplicanda ſint 8 per 9: aliquando uterque plures continet figuras, ut ſi multiplicanda ſint 1959 per 24. aliquando unus continet plures figuras, alter unam, ut ſi multiplicanda ſint 3459 per 4. Pro ſingulis caſibus praecepta trademus.

Primus caſus, Quando uterque numerus unicâ figurâ conſtat.

IN hoc caſu ſumma reperitur vel naturali judicio, aut ex frequenti uſu: vel ex appoſita Tabula, quam ab auctore Pythagoricam appellant: vel per Regulam pigri.

Pythagorica tabula, & uſus ipſius. Uſus hujus Tabulæ hic eſt. Quære in ſiniſtro latere A B multiplicandum, & in ſuperiori A C multiplicatorem (vel è contrario) & ab illo latere perge dextrorſum, ab hoc verò deorſum, invenies in communi quadrangulo concurſus ſummam quæſitam.

A.			Tabula	Pythagorica.				C.
1	2	3	4	5	[illegible]	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81
B.								D.

Exempli gratia, ſint multiplicanda 8 per 4: quære 8 in latere AB, & 4 in latere AC; ac deinde ab 8 progredere dextrorſum, à 4 verò deorſum, & in quadratulo concurſus invenies 32. Eandem ſummam invenies, ſi ab 8. verſus dexteram numeres quatuor quadratula. vel à 4 deorſum numeres octo quadratula.

Regula pigri. Regula pigri ita ſe habet. Primo ſcribe multiplicatorem ſub multiplicando, & ad latus pone utriusq; differentiam à 10, ut in ſequentibus exemplis factum vides. *Secundò.* Multiplica unum reſiduum per alterum, & ſummam totam, ſi unica figura ſcribi poteſt, ſubſcribe: ſi autem duabus figuris ſcribi debet, ſubſcribe dextimam, & mente retine ſiniſtimam. *Tertiò.* Adde inter ſe multiplicandum & multiplicatorem, & ſummam totam ſubſcribe, addito illo quod mente antea retinuiſti. *Quartò.* Abjice ex tota ſumma infra ſcripta figuram ultimam ad ſiniſtram, & reſiduum erit ſumma quæſita. Exempli gratiâ ſint multiplicanda 8 per 7, aut 7 per 7 aut 9 per 5, aut 8 per 6. aut 8 per 4. Colloca numeros ut vides, & in primo exemplo multiplica 3 per 2, & ſummam 6 infra ſcribe: deinde adde inter ſe 8 & 7, & ſummam 15 ſcribe infra: demum abiice 1, & remanebunt 56 pro ſumma quæſita. Eodem modo procede in reliquis exemplis.

8 2	7 3	9 1	8 2	8 2
7 3	7 3	5 5	6 4	4 6
1 5 6	1 4 9	1 4 5	1 4 8	1 3 2

Aliter.

COllocatis numeris, & facta multiplicatione reſiduorum, ſubtrahe alterutrum reſiduum à numero ſibi per crucem oppoſito, & reſiduum ſcribe totum infra, & habebis ſummam quæſitam. Sic ſi in primo exemplo ſubtrahas 2 à 7, vel 3 ab 8, remanent 5: In ſecundo exemplo ſi ſubtrahas 3 à 7, remanent 4: in tertio ſi ſubtrahas 1 à 5, vel 5 à 9, remanent 4. &c.

Secundus caſus, Quando unus numerus unam, alter plures figuras continet.

SI Multiplicandus plures figuras continet, & Multiplicator unam: hæc obſerva. *Primò*, Colloca duos numeros ita ſub ſe invicem, ut vides in exemplis infra poſitis. *Secundò.* Duc lineam infra numeros, & incipe operationem à dextera verſus ſiniſtram, ſic. Duc inferiorem numerum in primam figuram ſuperioris ad dexteram, & ſummam ſcribe infra lineam directè ſub inferiore numero. Deinde duc eundem inferiorem numerum in ſecundam figuram ſuperioris, & ſummam ſcribe directè infra lineam poſt ſummam priorem verſus ſiniſtram, ut in exemplis factum vides. Eodem modo procede uſque ad finem. Et quidem ſi ſumma ex multiplicatione unius figuræ per aliam reſultans eſt unica figura, ſcribenda eſt integre ſub linea modo dicto, ut in exemplo A. Si autem fuit duæ figuræ, ſcribatur ſolum prima, & ſecunda retineatur mente, ſummæque ex ſequenti multiplicatione productæ addatur, ut in exemplo B. Si nulla ſuperſit figura ſuperior, ſumma ex ultima multiplicatione reſultans ſcribatur integrè infra lineam, ut in eodem exemplo B factum eſt.

A			B.	
4 2 3 2			3 7 2 4	7
2	4X4		3	3X3
8 4 6 4	2		1 1 1 7 2	3

Sint igitur multiplicanda 4232 per 2. Colloca numeros ut in exemplo A apparet, & dic: bis 2, faciunt 4, ſcribe ergo 4 infra lineam. Iterum, bis 3, faciunt 6, ſcribe ergo 6 infra. Iterum bis 2, faciunt 4, ſcribe 4 infra. Tandem, bis 4 faciunt 8, & ſcribe 8 infra lineam. Sint iterum multiplicanda 3724 per 3. Colloca numeros ut in exemplo B, & dic: ter 4 faciunt 12. ſcribe ergo infra lineam 2, & retine 1. Iterum dic: ter 2 faciunt 6 & unum antea retentum, faciunt 7, ſcribe ergo 7 infra. Iterum, ter 7, faciunt 21, ſcribe infra 1, & retine 2. Tandem dic, ter 3, faciunt 9, & 2 antea retenta, faciunt 11, ſcribe ergo 11 infra lineam. Simili modo procedes in omnibus aliis exemplis, quando multiplicator eſt ſolum una figura.

Tertius

Tertius Caſus, Quando uterque numerus continet plures figuras.

PRimo. Colloca numeros modo dicto, & prout apparet in ſequentibus exemplis. *Secundo.* Ducta infra eos linea, duc primam figuram inferioris in ſingulas figuras ſuperioris, & ſummas ſcribe infra ut antea in ſecundo caſu. *Tertiò* Duc ſimiliter ſecundam figuram inferioris numeri in ſingulas ſuperioris, & ſcribe ſummas infra, incipiendo directè ſub ſecunda figura inferioris & ſuperioris, prout in exemplis factum vides. Simili modo procede cum aliis figuris inferioris numeri, ſi quæ ſuperſunt, ducendo illas in ſingulas ſuperioris, & ſummas ſcribendo infra, ut in exemplo B. *Quarto.* Omnes ſummas infra lineam ſcriptas collige in unam ſummam, ut factum vides in utroque exemplo.

A.	4256	8
	24	3X3
	17024	6
	8512	48
	102144	

	72454	
	247	4
B.	507178	7X77
	289816	4
	144908	16
	15896138	

Sint igitur multiplicanda 4256, per 24. Colloca numeros, ut in exemplo A apparet, & ducta infra eos linea, primo multiplica omnes ſuperiores figuras per 4, ac dic: quater 6, faciunt 24, ſcribe ergo 4 infra, & retine 2. Iterum dic, quater 5 faciunt 20, & 2 antea retenta, 22, ſcribe ergo 2 infra, & retine 2. Iterum dic, quater 2 faciunt 8, & 2 antea retenta 10, ſcribe ergo infra & retine 1. Iterum dic, quater 4 faciunt 16, & 1 antea retentum 17, ſcribe ergo 17 infra. His factis, procede ad ſecundam figuram multiplicatoris, eamque duc in omnes ſuperioris numeri figuras, dicendo: bis 6 faciunt 12, ſcribe ergo 2 infra lineam directè ſub 2, & ſub 5, & retine 1. Iterum, bis 5, faciunt 10, & 1 antea retentum, 11, ſcribe ergo 1 infra, & retine 1. Iterum bis 2, faciunt 4, & 1 antea retentum, 5, quæ ſcribe infra. Tandem, bis 4, faciunt 8, quæ etiam ſcribe infra. His etiam factis, duc lineam infra duas ſummas inventas, eaſque collige per Additionem, de qua *Artic.* 2. in unam ſummam, incipiendo à dextera verſus ſiniſtram. Simili prorſus modo procede in exemplo B, in quo quia multiplicator continet tres figuras, habebis tres ſummas partiales.

Examen Multiplicationis.

Multiplicationis Arithmetica examen.

PRimò Rejice ex Multiplicando, 9, quoties potes, & reſiduum pone ſupra crucem. *Secundo.* Rejice ex Multiplicatione ſimiliter, 9, quoties potes, & reſiduum pone infra crucem. *Tertio.* Duc in ſe invicem hæc duo reſidua, & ex ſumma reſultante rejice, 9, & reſiduum pone ante crucem. *Quarto* Rejice ex Facto ſeu Summa partiali infra primam lineam ſcripta, 9, quoties potes, & reſiduum pone poſt crucem. Si duo reſidua ante & poſt crucem poſita, fuerint æqualia, probabile eſt, multiplicationem fuiſſe ritè peractam. *Quinto.* Si multiplicatio fuit facta per plures figuras, rejice etiam 9. quoties potes, ex ſumma totali per Additionem collecta, & infra ſecundum lineam ſcripta, & reſiduum pone poſt crucem. Si hoc reſiduum fuerit æquale reſiduo ante vel poſt crucem poſito, probabile eſt, etiam Additionem fuiſſe bonam.

Fit etiam Examen per Diviſionem, de qua articulo ſequenti. Si enim totalis ſumma producta dividatur per Multiplicandum, & redeat in Quotiente Multiplicator, aut ſi eadem ſumma dividatur per multiplicatorem, & in Quotiente redeat Multiplicandus, certum eſt fuiſſe ritè peractam multiplicationem.

Annotationes.

I.

SI in Multiplicando occurrant cifræ, ducatur Multiplicator in illas, ſed loco producti ſcribatur cifra infra lineam, niſi ex præcedenti producto aliquid mente retentum fuerit; tunc enim loco cifræ ponendum eſt, id quod fuerat retentum. Vtrumque ſervatum vides in exemplo A, in quo ſic fuit inſtituta operatio. Bis 2, faciunt 4; bis 0, faciunt 0, bis 2, faciunt 4, bis 8 faciunt 16; ſcriptum ergo eſt 6, & retentum 1, bis 0, facit 0, & 1 antea retentum, facit 1, bis 3, faciunt 6.

A.	308202
	2
	616404

II. Si in Multiplicatore occurrat cifra una, aut plures; cum inter operandum ad eas deventum fuerit, pone loco producti infra lineam [illegible] cifram, & operationem proſequere cum reliquis figuris ſignificativis; ut vides factum in exemplo B, ubi ſecundo loco in multiplicatore eſt 0, & loco ipſius infra lineam poſita eſt cifra, & continuata operatio per tertiam figuram Multiplicatoris.

B.	3[illegible]67	
	108	7
	276536	0X00
	345670	0
	3733236	

III. Si in Multiplicatore, aut in utroque, fuerint aliquot zeri in principio, hoc eſt, ad dexteram; tunc abjectis zeris multiplicentur reliquæ figuræ inter ſe, & ſummæ productæ apponantur ad dexteram omnes zeri abjecti. Ut ſi multiplicandus ſit numerus 3462, per 2000; rejectis tribus zeris ex Multiplicatore, multiplicetur datus numerus per 2, & ſummæ productæ 6924, apponantur ad dexteram iidem zeri hoc modo, 6924000. Sic etiam ſi multiplicanda ſint 420000, per 32; rejectis quatuor zeris, multiplicentur 42, per 32, & producto numero 1344, apponantur quatuor zeri hoc modo, 13440000. Eodem modo ſi multiplicanda ſint 420000, per 32000, rejectis ſeptem zeris, multiplicentur reliqui numeri inter ſe, & Producto addantur totidem zeri ſic 1344000000.

IV. Si numerus aliquis multiplicandus eſt per 10, vel 100, vel 1000. &c. Sufficit Multiplicando addere ad dextram tot ziffras, quot continentur in multiplicatore, ſine ulla alia operatione, quia unitas non multiplicat, ſed ducta in aliquem numerum producit eundem.

Articulus V.

De Diviſione numerorum integrorum.

Arithmetica Diviſio. DIviſio (Græcè διαίρεσις) unius numeri per alium, ſcilicet majoris per minorem, eſt inquiſitio & inventio alicujus tertii numeri, qui unitatibus ſuis exprimit, quoties minor in majori contineatur. Ut gratia exempli, diviſio numeri 20 per 4. eſt inquiſitio & inventio numeri 5, qui quinque ſuis unitatibus quibus conſtat, exprimit quod 4 in 20 contineatur quinquies. Numerus qui dividitur, appellatur Dividendus: numerus per quem dividitur, Diviſor: numerus qui per diviſionem inquiritur ac reperitur, Quotus ſeu Quotiens. Ex quibus patet, Diviſionem nihil aliud eſſe, quam diſtributionem numeri Dividendi in partes, à Diviſore denominatas.

Diviſor aliquando eſt unica figura, aliquando plures. De utroque caſu regulas trademus, ac primum de primo.

Caſus primus, Quando Diviſor eſt unica figura.

PRoponam prius omnes regulas ſervandas in hoc caſu; deinde unum aut alterum exemplum ſubjiciam.

Primò. Pone Diviſorem ſub Dividendo ad ſiniſtram, ita tamen, ut ſi eſt minor quam ultima figura Dividendi, aut ipſi æqualis, ſub illa directè collocetur, ut vides factum in exemplis A & E: ſi verò eſt major, collocetur ſub penultima, ut vides factum in exemplis B, C, D.

Secundò. Forma dimidiam lunulam ad dexteram Dividendi, ut in iiſdem exemplis factum vides: & inquire, quoties Diviſor contineatur in numero illo, ſub quo eſt poſitus, ſive hic ſit unica figura, ut in exemplis A & E, ſive duæ, ut in exemplis: & [illegible]tum ſeu quotientem inventum (hoc eſt nu[illegible] qui indicat quoties Diviſor contineatur in numero ſibi ſuppoſito) ſcribe poſt lunulam, ut in omnibus exemplis factum eſt.

Tertiò. Duc Quotum in Diviſorem, & Productum ſubtrahe ab illa, aut illis figuris Dividendi, ſub qua vel quibus poſitus eſt Diviſor: & ſi quid remanet poſt ſubtractionem, ſcribe id ſupra illas figuras à quibus facta eſt ſubtractio: ſi autem nihil remanet, ſcribe zerum ſupra. Deinde dele Diviſorem, & illam partem Dividendi, à qua facta eſt ſubtractio, relicto eo quod poſitum fuit ſupra poſt ſubtractionem, ut vides in dictis exemplis.

Quartò. Promove Diviſorem, & colloca eum ſub proximè ſequenti figura Dividendi non deleta, & operare ut antea, ſi poſt priorem operationem nihil remanſit ſuprascriptum, ut vides in exemplis A & B eſſe factum. Si autem aliquid remanſit, vide quoties Diviſor contineatur in toto illo numero ſub quo eſt poſitus, nempe in aggregato ex figura Dividendi ſub qua poſitus eſt Diviſor, & ex figura ante relicta, ut vides in exemplo D.

Quintò. Si Diviſore promoto nihil accipi poſſit, quod ponatur poſt lunulam pro Quoto, eò quod major ſit Diviſor quam figura Dividendi cui ſuppoſitus eſt; pone cifram poſt lunulam, & & relicto Dividendo immoto promove Diviſorem, & colloca eum ſub proximè ſequenti figura Dividendi, & vide quoties contineatur in Dividendo duabus jam figuris conſtante, ac operare ut ſupra, ut factum vides in exemplis, D & E

Sextò. Si peracta tota diviſione remanſit aliquid ſupra Dividendum poſt ſubtractionem relictum, pone illud poſt Quotum ſupra lineolam tranſverſam, & infra eandem lineolam pone Diviſorem, ut vides factum in exemplo B, C, & D. Significat, quod in exemplo B pars tertia totius numeri diviſi ſint $811\frac{1}{3}$, & in exemplo C pars quarta ſit $608\frac{2}{4}$, ſeu $\frac{1}{2}$: & in exemplo D, pars quarta ſit $858\frac{2}{4}$, ſeu $\frac{1}{2}$. Vel ſignificat, quod facta diviſione totius Summæ dividendæ in tot partes, quot unitates continet Diviſor, remanent aliquæ partes quæ dividi debeant in alias minores partes, & iterum dividi per eundem Diviſorem, eo modo, quo dicemus cap. ſequenti de numeris fractis agentes. Sic ſi in exemplo B diviſi eſſent floreni 2434. inter tres, facta diviſione remaneret unus florenus dividendus iterum inter tres; qui proinde ad minores partes, v. g. ad bacios eſſet redigendus.

```
      0 0 0                 0 0 1
A.    4 6 8 (234.    B.  2 4 3 4 (811⅓.
      2 2 2                 3 3 3

        0   2               2     2
C.  2 4 3 4 (608 2/4.  D. 3 4 3 4 (858 2/4.
      4 4 4                 4 4 4 .

              0   0 0
         E.   2 1 2 4 (1062
              2 2 2 2
```

Explicem⁹ nunc unũ, aut alterũ ex poſitis exemplis. Sint dividenda 468. per 2. Colloca numeros ut hic vides in F. Deinde dic: 2 in 4 continentur bis; ſcribe ergo duo poſt lunulã pro Quoto, & multiplica hunc Quotum per Diviſorem, nempe 2 per 2, fiunt 4. quæ ſcribe infra 2, ut vides in G, aut mẽte retine: ſubtrahe jam hæc 4 à figura Dividendi cui ſubſcriptus eſt Diviſor, nempe à 4, & nihil remanet; ſcribe ergo zerũ ſeu cifram ſuper 4, & dele Dividendum 4, Diviſorem 2, & Productum multiplicationis, 4. ut factum vides in G, & peracta erit prima operatio. His factis promove Diviſorem infra 6, ſtabitque exemplum ut in H. Dic iterum: 2 in 6, continentur ter; ſcribe ergo 3 poſt lunulam, ut in I apparet: & multiplica 2 per 3, fient 6, quæ ſcribe infra 2 & 6, ut ibidẽ apparet: ſubtrahe jam 6 à 6 ſuprapoſitis, & nihil remanet; ſcribe ergo zerum ſupra 6, & dele 6, & 2, & 6, ut factum vides; eritq; peracta 2. Operatio. Tandem promove Diviſore 2 infra 8, & operare ut antea, ſtabitq; exemplum ut in A, & erit peracta tertia & ultima operatio.

```
F. 468 (2
   2

1.a Operatio.
   0 6 8
G  4       (2
   2
   4

   0
H. 468
   22    (2
   4

2.a Operatio.
    0 0
I   4 6 8 (32.
    2 2
    4 6
```

In exemplo C, pone Diviſorem 4 non ſub 2, ſed ſub 4. ut ſtet infra 24. Vide ergo quoties contineatur 24 in 4, & operare ut in præcedenti exemplo. Promove deinde 4 infra 3, & quia 4 in 3 non continetur, cum 4 major ſit numerus quam 3, ideo relinque 3, & promove 4 infra 34, & operare ut antea.

In exemplo D, pone diviſorem 4 infra 4. ut ſtet infra 34. & facta operatione, remanebunt 2 ſupra

ſupra 4 Promove Diviſorem infra 3, ſtabitque infra 23. Operare ergo ut antea, & remanebunt 3, promotusque Diviſor ſtabit infra 34.

Caſus ſecundus, Quando Diviſor continet plures figuras.

PRimò. Colloca Diviſorem infra Dividendum ita ut ultima illius figura correſpondeat ultimæ Dividendi, & penultima penultimæ, &c. ut apparet in exemplo A. Quod ſi totus Diviſor major eſt quam illa pars Dividendi, cui reſponderet, ſi dicto modo collocaretur; debet uno loco magis verſus dexteram collocari, ut apparet in exemplo B.

1. a Operatio, — 1. a Operatio.

A. 4 8 3 0 (2 — B. 3 2 8 4 (7
2 4 — 4 3

Secundo. Vide, vel quoties totus Diviſor contineatur in parte illa Dividendi, cui eſt ſuppoſitus, vel certè quoties ultima ad ſiniſtram figura Diviſoris contineatur in illa figura aut figuris Dividendi, quibus ſuppoſita eſt; & Quotum pone poſt lunulam. Sic in exemplo A videndum, vel quoties 24 contineantur in 48, vel quoties 2 in 4: & in exemplo B videndum, vel quoties 43 contineantur in 328, vel quoties 4 in 32, & poſt lunulam ſcribendum eſt in primo exemplo 2. in ſecundo exemplo, 7. & non amplius, propter cauſam poſtea dicendam.

Tertiò, Multiplica Quotum inventum in omnes figuras Diviſoris more conſueto in Multiplicatione ordinaria: & Productum vel ſcribe infra, ut apparet in exemplis C & D: vel mente retine. Deinde ſubtrahe Productum ab illa parte Dividendi, cui ſuppoſitus eſt Diviſor, more etiam ordinario in Subtractione, & reſiduum ſcribe infra, deleque & partem Dividendi à qua facta eſt ſubtractio, & Diviſorem, & productum infra Diviſorem, ac ſolum relinque reſiduum infra ſcriptum, ut apparet in iiſdem exemplis C & D.

2. a Operatio. — 2. a Operatio.

C. 4 8 3 0 — D. 3 2 8 4
2 4 (2 — 4 3 (7.
4 8 — 3 0 1
0 0 — 0 2 7

Quartò. Reſiduo poſt ſubtractionem infra lineam ſcripto appone ad dexteram, proximam Dividendi figuram poſt figuras deletas, ut vides factum in exemplis E & F. Efficiet itaque reſiduum illud cum proxime dicta Dividendi figura, novum Dividendi membrum cui ſupponi debet Diviſor. Deinde novo huic Dividendi membro ſubſcribe totum Diviſorem antiquum, ita ut prima ſeu dextera figura hujus ſtet ſub prima ſeu dextera illius, & ſecunda ſub ſecunda, &c. ut vides in iiſdem exemplis B & F factum. Demum vide iterum, ut antea, quoties vel totus Diviſor ſub toto membro Dividendi ſibi correſpondente, vel ultima ad ſiniſtram figura Diviſoris contineatur in illa figura aut figuris Dividendi, quibus ſuppoſita eſt; & Quotum ſcribe poſt lunulam: ut vides factum in exemplo F, eumque duc in omnes Diviſoris figuras, & productum infra ſcribe, ac ſubtrahe à Dividendi membro ſibi correſpondente, reſiduumque ſcribe infra ut antea, prout factum vides in exemplo H. Quod ſi Diviſor major eſt quam Dividendi membrum cui ſubſcriptus eſt, ſcribe poſt lunulam zerum, ut vides factum in exemplo E; & omiſſa omni alia operatione ſcribe adhuc aliam proxime ſequentem Dividendi figuram ad reſiduum antea infra lineam ſcriptum, & promove Diviſorem ut dictum, & operare ut antea, ut vides factum in exemplo G.

3. a Operatio. — 3. a Operatio.

E. 4 8 3 0 — F. 3 2 8 4
2 4 (20 — 4 3 (76
4 8 — 3 0 1
0 0 3 — 0 2 7 4
2 4 — 4 3
— 2 5 8

4. a Operatio. — 4. a Operatio.

G. 4 8 3 0 — H. 3 2 8 4
2 4 $201\frac{6}{24}$ — 4 3 $(76\frac{16}{43}$
4 8 — 3 0 1
0 0 3 0 — 2 7 4
2 4 — 4 3
2 4 — 2 5 8
0 6 — 0 1 6

Sed reſumamus, in gratiam Tyronum, exemplum A, & particulatius explicemus. Sint igitur dividenda 4830 per 24. Colloca numeros, ut vides in A, & dic: 24, in 48, vel 2 in 4, continentur bis, ſcribe ergo 2 poſt lunulam. Multiplica jam 24 per 2, producentur 48, quæ ſcribes infrà, ut vides in C. Subtrahe hæc 48 à 48 ſupra ſcriptis, & nihil remanebit: ſcribe ergo infra 00, ut in eodem C, & dele figuras quas ibi deletas vides. Duobus 00 adde ad dexteram 3, nempe proximum numerum Dividendi non deletum, & ſubſcribe Diviſorem ut vides in E, & dic: 24 in 3, non continetur; ſcribe ergo poſt lunulam zerum, ut ibidem vides, & prædictæ figuræ 3, adde ad dexteram 0, nempe ultimam dividendi figuram, ac promove diviſorem ut in G vides, & dic: 24 in 30, continetur ſemel: ſcribe ergo 1 poſt lunulam: & quoniam 1. non multiplicat, ſubtrahe 24 à 30, remanent 6, quæ ſcribe poſt Quotum ſupra virgulam tranſverſam, & ſubſcribe Diviſorem, ut in G vides factum. Simili modo procede in exemplo B, & in omnibus aliis ſimilibus exemplis.

Examen Diviſionis.

DUc diviſorem in Quotum inventum, & numero ex multiplicatione reſultanti adde reſiduum ex diviſione, ſi quid remanſit, ſi tota ſumma fuerit æqualis Dividendo, certum eſt fuiſſe bonam operationem. Sic ſi in exemplo proximè propoſito ducas 24 in 201, producentur 4824: quibus ſi addas 6 quæ remanſerunt, prodibunt 4830, nempe Dividendus. *Arithmetica diviſionis examen.*

Annotationes.

I.

Pro Quoto nunquam in particularibus operationibus poni debet poſt lunulam plus quam una figura,

atque adeo Quotus particularis nunquam erit major quam 9. tametſi Diviſor aliquando videatur contineri ſæpius in numero Dividendi ſibi directè ſuprapoſito.

II. Id quod remanet tum poſt ſingulas operationes, quam poſt totam diviſionem peractam, debet eſſe minus quam totus Diviſor, alioquin erratum fuit, & ſignum eſt Quotum in operatione aliqua particulari acceptum fuiſſe nimis parvum, ac proinde major accipi debet, reiterando operationem.

III. Quando aliquo Quoto particulari accepto, & facta multiplicatione illius in Diviſorem, ſumma reſultans eſt major quam pars illa Dividendi ex qua debet fieri ſubtractio, ſignum eſt, Quotum acceptum eſſe nimis magnum, ac proinde minor accipi debet.

IV. Quotus totalis peracta tota diviſione, debet habere tot figuras, quoties Diviſor ſub Dividendo fuit poſitus, ſive Diviſio fiat per unicam figuram, ſive per plures. Unde ſtatim à principio ſciri poteſt, quot figuras debeat habere Quotus qui quæritur.

V. Quando minor numerus per majorem proponitur dividendus, ut 48 per 60, non poteſt fieri diviſio, ſed ponendus eſt Dividendus ſupra Diviſorem, interjecta lineola ſic, $\frac{48}{60}$. *Significat, Diviſorem non contineri in Dividendo, ne ſemel quidem, debereque dividi Dividendum in alias partes minores ac plures, ut fieri poſſit diviſio.*

VI. Cum magnus numerus dividendus eſt per magnum numerum, expedit ut facta una aut altera operatione particulari examinetur diviſio facta, antequam ulterius procedatur, ne ſi erratum fuit, error ulterius propagetur. Examinatur autem pars diviſionis non aliter, quam tota diviſio.

VII. Si Diviſor habet unam aut plures cifras ad dexteram, poſſunt auferri, & à Dividendo poſſunt abſcindi totidem figuræ ad dexteram, & cum reliquis figuris inſtitui poteſt operatio. Sed tunc peracta tota diviſione debent figuræ ex Dividendo abſciſſæ poni ſupra lineolam tranſverſam pro reſiduo, illiſque præponi ad ſiniſtram ſi quid remanſit poſt diviſionem, & infra lineolam poni Diviſor. Ut ſi dividenda ſint 359. per 20 fiat diviſio per 2, & ſeponatur dextima Dividendi figura 9. & quia facta diviſione remanet 1, erit totum reſiduum $\frac{19}{20}$.

VIII. Si ultima Diviſoris nota ad ſiniſtram fuerit 1, & reliquæ meri zeri, peracta eſt diviſio, ſi a dextra Dividendi reſcindantur tot figuræ quot zeros habet Diviſor, & ex figuris reſectis ac integro Diviſore fiat fractio. Ut ſi dividenda ſint 4983 per 10, proveniet pro Quoto $498\frac{3}{10}$ *: ſi per 100, erit Quotus* $49\frac{83}{100}$.

IX. Quando Diviſor continet plures figuras, alii ſic procedunt. Quotum particularem quemlibet ducunt in ſingulas figuras Diviſoris incipiendo a ſiniſtra verſus dexteram, & reſiduum ſcribunt ſupra Dividendum. Sed tunc oritur maxima confuſio, propter tot ſupra ſcriptiones; & ſi erratur ſemel, difficiliter error corrigi poteſt, niſi incipiatur de novo.

X. Quando inquiritur, quoties figura ſiniſtra Diviſoris contineatur in illa aut illis figuris Dividendi, ſub quibus eſt poſita debet haberi reſpectus ad ſequentem figuram Diviſoris, & videndum num & ipſa toties contineatur in illa parte Dividendi quæ ipſi correſpondet. Sic in exemplo B ſupra poſito, 4 continentur quidem octies in 32, at quia 3 quæ ſequuntur poſt 4, non continentur octies in ſequenti figura Dividendi, nempe in 8, ideo non poſſunt poni 8 pro Quoto, ſed tantum 7, quia in 8. una cum reſiduo ex 32. continetur ſepties. Quod ſi nè ſepties quidem contineretur, ponenda eſſent pro Quoto tantum 6.

XI. Quotus particularis in ſingulis operationibus, in quo inveniendo conſiſtit tota difficultas diviſionis, facile invenitur, I. Si incipias multiplicare Diviſorem totum per 2, per 3, per 4 &c. donec invenias in producto vel præcisè Dividendum ipſi directè ſuprascriptum, vel proxime minorem numerum: tunc enim quotus eſt ille numerus, per quem ultimo multiplicaſti Diviſorem. II. Ex tabula Pythagorica extenſa, aut ex tabulis Neperianis, de quibus infra. III. Si Quotus veriſimiliter acceptus ducatur mentaliter in primam & ſecundam figuram Diviſoris à ſiniſtris, ut videatur num ſumma reſultans ſubduci poſſit à ſuperſcripto numero: IV. Per ſubtractionem, ſi Diviſor a Dividendo ſubducatur quoties poteſt: tot enim unitates continere debet Quotus, quoties Diviſor fuit ſubductus in Dividendo. Ex quo patet, diviſionem eſſe compendioſam ſubtractionem.

CAPUT II.

De Elementis numerorum fractorum.

Elementa arithmetica practica in numeris fractis.

NUmerus fractus (qui & fractio, & minutia dicitur) eſt pars, aut partes alicujus integri in plures partes æquales diviſi, cujuſmodi ſunt hi numeri: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, *&c.*

Articulus I.

De Scriptione & Numeratione fractorum numerorum.

Numeratio fractorum numerorum.

AD ſcribendum quemcunque numerum fractum, duo requiruntur numeri: quorum unus ſcribitur ſupra lineam, & dicitur Numerator: alter infra lineam, & dicitur Denominator. Tales ſunt numeri paulo ante poſiti, & ita pronuntiantur ſeu leguntur: Una ſecunda, una tertia, una quarta, duæ quartæ, tres quartæ, quatuor quintæ. Eodem modo leguntur ac enunciantur omnes aliæ fractiones. Inferior numerus in fractionibus vocatur Denominator, ut diximus, qui nominat in quot partes æquales diviſum ſit integrum: ſuperior vero appellatur Numerator quia numerat partes acceptas ex partibus, in quas totum diviſum eſt.

Articulus II.

De Æſtimatione, ſeu Valore numerorum fractorum.

Valor fractorum numerorum.

QVando Numerator alicujus minutiæ ſeu fractionis eſt æqualis Denominatori, minutia æquivalet uni integro. Sic $\frac{3}{3}$, æquivalent uni integro diviſo in tres partes æquales.

Quan-

Quando Numerator eſt minor Denominatore, tunc minutia eſt minor uno integro. Sic $\frac{2}{3}$ minus eſt quam integrum diviſum in tres æquales partes.

Quando Numerator eſt major Denominatore, tunc minutia eſt major quam unum integrum. Sic $\frac{4}{3}$ plus ſunt quam unum integrum diviſum in tres partes.

Augetur Minutiarum valor, quando Numeratore manente eodem minuitur Denominator; item quando Denominatore manente eodem augetur Numerator. Sic in his fractionibus, $\frac{1}{8}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$, item in his $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$, quælibet poſterior eſt majore priore.

Minuitur Minutiarum valor, quando numeratore manente eodem Denominator augetur; item quando Denominatore manente eodem Numerator minuitur. Sic in his fractionibus, $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, &c & in his $\frac{7}{8}, \frac{6}{8}, \frac{5}{8}$, &c. quælibet poſterior priore minor eſt.

Minutiæ quæcunque, quarum unius Numerator ad ſuum Denominatorem habet eandem proportionem, quam reliquarum Numeratores ad ſuos Denominatores inter ſe æquales ſunt. Sic hæ minutiæ, $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{8}{16}, \frac{50}{100}, \frac{100}{200}$, &c. omnes ſunt inter ſe æquales.

Si tam Numerator quam Denominator alicujus Minutiæ multiplicetur, aut dividatur per eundem numerum procreatur alia minutia ejuſdem valoris cum priori. Sic ſi hujus minutiæ $\frac{6}{9}$, tam Numerator quam Denominator multiplicetur per 3, producetur minutia $\frac{18}{27}$, Si dividatur per 3, producetur hæc, $\frac{2}{3}$, quarum utraque eſt ejuſdem valoris cum priori. Sed de hoc iterum Articulo 4.

Utra duarum minutiarum major ſit, ſic cognoſces. Poſitis minutiis ordine, multiplica earum numeros in crucem, id eſt, Numeratorem prioris in Denominatorem poſterioris, & poſterioris Numeratorem in prioris Denominatorem, ponendo ſummam productam ſupra, aut infra minutias datas. Nam cujus Numerator majorem ſummam produxerit, ea minutia major erit. Si ſummæ productæ ſunt æquales, etiam minutiæ æquales erunt. Inſpice ſequentia exempla.

$$\frac{2}{3} \times \frac{6}{8} \;\Big|\; \frac{1}{2} \times \frac{20}{41} \;\Big|\; \frac{2}{3} \times \frac{9}{12} \;\Big|\; \frac{2}{3} \times \frac{8}{12}$$

16. 18. 41. 40. 24. 27. 24. 24.

Articulus III.

Qua ratione valor minutiarum majoris moneta, ponderis, menſura, &c. explorandus in minori moneta, pondere, menſura.

Valor minutiarum quomodo explorandus

HAbes $\frac{2}{3}$ unius floreni, vis ſcire quot bacios faciant: item habes $\frac{3}{4}$ unius bacii, vis ſcire quot cruciferos faciant. Eadem eſt ratio de ponderibus, & menſuris. Multiplica Numeratorem per numerum illum, qui indicat quoties minor moneta, &c. ad quam revocanda eſt fractio data, continetur in majori, & productum divide per Denominatorem, & Quotus indicabit valorem datæ minutiæ in minore moneta. Sic, quia unus florenus facit 15 bacios, ſi 15 multiplices per 2, & productum 30 dividas per 3. Quotus 10 indicabit, $\frac{2}{3}$, unius floreni eſſe in bacios.

Aliter. Divide numerum illum, qui indicat quoties minor moneta continetur in majori, per Denominatorem, & Quotum productum multiplica per Numeratorem, & productum indicabit valorem datæ minutiæ in minori moneta. Sic ſi 15 bacios dividas per 3, & productum 5 multiplices per 2, productum 10 indicabit idem quod antea.

Articulus IV.

De Fractionum ad minores, & minimos terminos reductione.

Fractiones ad minores terminos quomodo reducenda.

SÆpe minutia aliqua ſcribitur valde magnis numeris, ut difficulter intelligatur ejus valor, qui tamen facile intelligitur, ſi minoribus terminis ſcribatur, quando id fieri poteſt. Sic difficulter intelligitur quid ſint $\frac{30}{60}$ unius floreni, facile tamen ſcitur quid ſit $\frac{1}{2}$ unius floreni, & tamen utraque minutia idem valet, ut patet ex dictis Artic. 2.

Ad minores terminos redigitur minutia, ſi tam Numerator, quam Denominator, dividatur per eundem numerum ita, ut nihil remaneat: tunc enim quoti producti conſtituunt minutiam minorum terminorum, ejuſdem tamen valoris. Sic ſi hujus minutiæ $\frac{30}{60}$, utrumq; numerum dividas per 3, habebis $\frac{10}{20}$: ſi per 2 habebis $\frac{15}{30}$; ſi per 5 habebis $\frac{6}{12}$: quæ omnes ſunt ejuſdem valoris.

Ad minimos terminos reducitur minutia ſic. Subtrahe tamdiu minorem numerum ex majori, v.g. Numeratorem ex Denominatore, donec Subtrahendus & Reſiduum fiant æqualia: Vel, divide tam diu majorem per minorem, donec nihil remaneat. Hoc facto, ſi tam Numerator quam Denominator minutiæ majoris datæ dividatur per ultimũ illud Reſiduũ, aut per ultimũ Diviſore, conſtituent duo Quoti novã fractionem in minimis terminis, ejuſdem tamen valoris cum priore. Sic ſi in hac minutia $\frac{30}{60}$, ſubtrahas 30 à 60, remanet 30, quod eſt æquale priori ſubtrahendo. Divide ergo utrumq; numerum minutiæ datæ per 30, & habebis $\frac{1}{2}$. Idem fiet, ſi ſubtractione modo dicto utaris. Quod ſi in hac mutua ſubtractione reſiduum nunquam æquale ſit ſubtrahendo, aut in diviſione ſemper aliquid remaneat donec ad unitatem perveniatur; ſignum eſt fractionem non poſſe reduci ad minores terminos. Numerus per quem uterque fractionis numerus dividitur, vocatur communis menſura: & ille qui invenitur dicta ſubtractione ac diviſione mutua, appellatur maxima utriuſque menſura.

Articulus V.

De Fractionum ad eandem denominationem reductione.

Fractiones ad eandem denominationem reducere.

FRactiones ad eandem denominationem reducere, eſt efficere ut fractiones diverſorum Denominatorum acquirant eundem Denominatorem, diverſos autem Numeratores, idem tamen quod antea valeant. Fractiones reducendæ aut ſunt duæ tantum, aut plures.

Si duæ fractiones ſint reducendæ, duc Denominatores in ſe invicem; & habebis comũnẽ Denominatorẽ Pro novis Numeratoribus, duc per crucem fractionum Numeratores in earũ Deno-

minatores. Vis reducere ad eandem denominationem has duas fractiones, $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$, colloca illas ut vides, & duc inferiores numeros in ſe, & habebis 15 pro communi Denominatore: deinde pro primæ fractionis Numeratore duc 2 in 5, pro ſecundæ verò duc 3 in 4, & habebis 10 & 12 hoc modo: $\frac{10}{15}$, $\frac{12}{15}$, quæ idem valent quod $\frac{2}{3}$, & $\frac{4}{5}$. Vide etiam quæ dicimus in Amuſſi Ferdinandea, Decade 1. Propoſit. 9.

Si plures fractiones ſint reducendæ, duc primæ Denominatorem in denominatorem ſecundæ, productum in denominatorem tertiæ, & hoc productum in Denominatorem quartæ, &c. & erit poſtremum productum Denominator communis. Pro novis Numeratoribus, duc Numeratorem primæ fractionis in Denominatorem communem jam inventum, & productum divide per ejuſdem Denominatorem, & Quotus erit novus Numerator pro prima fractione reducta. Deinde duc Numeratorem ſecundæ fractionis in eundem communem Denominatorem jam inventum, & productum divide per ejus Denominatorem, eritque Quotus novus Numerator. Eodem modo procedes in aliis. Sint reducendæ ad eandem denominationem hæ fractiones, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$. Duc Denominatores in ſe, hoc eſt, duc 2 in 3, fient 6, hoc productum in 4, fient 24, hoc in 5, fient 120 pro communi Denominatore. Pro primo novo Numeratore duc 1 in 120, productum divide per 2, & provenient 60 pro primo Numeratore. Pro ſecundo duc 2 in 120. productũ 240. divide per 3, & invenies 80 pro ſecun: Numeratore. Pro 3. duc 3 in 120, productum 360 divide per 4, & prodibunt 90 pro tertio Numeratore. Pro quarto duc 4 in 120, & productum 480 divide per 5, & reperies 96. Sic ergo ſtabit exemplum $\frac{60}{120}$, $\frac{80}{120}$, $\frac{90}{120}$, $\frac{96}{120}$, quæ reduci poſſunt ad minores terminos.

Articulus VI.

De fractionum reductione ad integra, & è converſo.

Fractiones reducere ad integra. Divide Numeratorem per Denominatorem, & Quotiens dabit numerum integrorum quibus æquivalet minutia, & ſi quid poſt diviſionem remanet, ſuppone ipſi eundem Denominatorem. Sit v. g. hæc minutia, $\frac{60}{12}$, reducenda ad integra. Divide 60 per 12, & provenient 5 integra.

Multiplica integra per Denominatorem minutiæ, ad quam integra ſunt reducenda, & productum erit Numerator, cui ſubſcribendus eſt Denominator datæ minutiæ. Sic reduces 7 integra ad quintas, ſi multiplices 7 per 5, & producto 35 ſupponas 5, ut fiat hæc fractio, $\frac{35}{5}$.

Si integris adhæret minutia, addendus eſt Numerator ad numerum productum. Ut ſi reducenda ſint $8\frac{2}{5}$ ad quintas, multiplicatis 8 per 5, & productis 40, addenda ſunt 2. ut fiant $\frac{42}{5}$.

Articulus VII.

De Additione numerorum fractorum.

Fractionum additio. SI fractiones addendæ habeant eundem Denominatorem, adde invicem Numeratores, & ſuppone illis communem Denominatorem, v.g. ſint addendæ hæ minutiæ: $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{7}$: adde Numeratores inter ſe & habebis 14, quibus ſi ſupponas 7, habebis $\frac{14}{7}$, quæ reducta ad integra, faciunt 2.

Si fractiones habent diviſos Denominatores, reduc ipſos ad eundem, juxta Artic. 5, & operare modo dicto.

Si integris adhærent minutiæ, addenda ſunt ſeorſim integra, & ſeorſim minutiæ. Sic ex $4\frac{3}{5}$ & $5\frac{2}{5}$, fiunt $9\frac{5}{5}$.

Examen Additionis

EXamen additionis fit per ſubtractionem; ſubtracta enim altera minutiarum ex ſumma collecta, remanere debet altera, ſi duæ tantum fuerunt additæ: Si plures ſunt additæ, ſubtracta una earum ex ſumma, relinqui debet minutia aliis ſimul ſumptis æqualis.

Articulus VIII.

De Subtractione numerorum fractorum.

SI duæ minutiæ habent eundem Denominatorem, ſubtrahe minorem Numeratorem à majori, & reſiduo ſuppone communem Denominatorem. Sit hæc fractio, $\frac{3}{7}$. ſubtrahenda ex hac, $\frac{5}{7}$, ſubtrahe 3 ex 5, & remanent 2, quibus ſuppone 7 ſic, $\frac{2}{7}$. *Fractionũ ſubtractio.*

Si non habeant eundem Denominatorem, reduc eas prius ad eundem, juxta dicta Artic. 5. & deinde age ut dictum.

Si ab integris ſubtrahenda eſt aliqua fractio, reduc unam unitatem integrorum ad fractionem ejuſdem Denominatoris, ita ut fiat minutia cujus Numerator æqualis ſit Denominatori, & deinde ab hac minutia ſubtrahe minutiam propoſitam. Sint ex 10 auferendæ $\frac{6}{11}$, accipe unitam ex 10, & fac hanc fractionem, $\frac{11}{11}$, auferque ex ipſis $\frac{6}{11}$, & remanebunt $9\frac{5}{11}$.

Si ab integris detrahenda ſint integra, & præterea fractio aliqua, reduc unam unitatem illorum integrorum, quibus nulla adjuncta eſt fractio, ad minutiam ejuſdem Denominationis: deinde detrahe integra à reliquis integris, & fractionem à fractione. Sic ſi à 10 ſubtrahas $4\frac{3}{5}$, remanent $5\frac{2}{5}$.

Si ab integris una cum fractis detrahenda ſint integra una cum fractis, vel fractiones ſolæ, tunc ſi fractio detrahenda eſt minor, quam illa à qua fieri debet ſubtractio, vel illi æqualis, detrahe fractionem à fractione, & integra ab integris; ſi vero fractio ſubtrahenda eſt major, quàm illa à qua fieri debet ſubtractio, reduc unam unitatem integrorum, à quibus ſubtractio fieri debet ad fractionem quæ illis adhæret, & operare ut dictum.

Si una minutia à pluribus eſt ſubtrahenda, vel plures à pluribus, reduc prius plures illas minutias in unam ſummam.

Examen ſubtractionis.

EXamen ſubtractionis fit per additionem: ſi enim minutia relicta ad ſubtractam minutiam adjiciatur, & reſultet iterum minutia illa à qua fuit facta ſubtractio, bona fuit operatio.

Ar-

Articulus IX.

De Multiplicatione numerorum fractorum.

Fractionū Multiplicatio.

QVando multiplicanda eſt fractio per fractionem, ducam Numeratores quam Denominatores in ſe, & erit multiplicatio peracta. Vis multiplicare $\frac{4}{5}$ per $\frac{2}{3}$, ducam 4 in 2, quam 5 in 3, & produces $\frac{8}{15}$.

Quando integer per fractum eſt multiplicandus, aut fractus per integrum: ſuppone integro unitatem: ut fiat quaſi fractio quædam denominata ab unitate: deinde age ut dictum. Sint multiplicanda 8 per $\frac{4}{5}$: pone 1. ſub 8 ſic, $\frac{8}{1}$, & multiplica inter ſe tam Numeratores, quam Denominatores, & producentur $\frac{32}{5}$, quæ æquivalent huic numero, $6\frac{2}{5}$.

Quando numero integro adhæret minutia, reduc totum numerum integrum ad illam minutiam, ut fiat una fractio ex integro & minutia adjuncta. Sint multiplicanda 8 per $3\frac{5}{8}$: fac ex $3\frac{5}{8}$ hanc minutiam $\frac{29}{8}$, & numero 8 ſuppone 1, & operare ut dictum.

Examen Multiplicationis.

EXamen fit per diviſionem. Si enim minutia producta dividatur per alteram minutiarum multiplicantium, prodibit in Quotiente altera minutia multiplicans.

Articulus X.

De Diviſione numerorum fractorum.

Fractionū diviſio.

QVando dividenda eſt minutia per minutiam, inverte Diviſorem, hoc eſt, ex Numeratore fac Denominatorem, & contrà: deinde operare ut in præcedenti Artic. Sint dividenda $\frac{4}{7}$ per $\frac{1}{3}$: inverte Diviſorem huc modo, $\frac{3}{1}$: deinde duc tam ſuperiores, quam inferiores numeros in ſe, & produces $\frac{12}{7}$: & factâ reductione fractionum ad integra, habebis $1\frac{5}{7}$ pro Quoto.

Quando numerus integer dividendus eſt per minutiam, vel per numerum integrum cum minutia, vel minutia per numerum integrum, vel per numerum integrum cum minutia, vel denique numerus integer cum fractione per minutiam, aut per numerum integrum cum fractione; ſuppone integro unitatem, ſi ei non adhæret minutia; ſi verò adhæret minutia, reduc numerum integrum ad minutiam adjunctam, ut fiat una minutia. His factis, operare modo dicto.

Examen Diviſionis.

EXamen fit per multiplicationem. Nam ſi minutia Quotiens multiplicetur per minutiam dividentem, producetur minutia diviſa. Sic quia ex diviſione $\frac{4}{5}$ per $\frac{1}{2}$ producitur hæc minutia, $\frac{8}{5}$, ſive $1\frac{3}{5}$: fit ut ex multiplicatione $1\frac{3}{5}$ per $\frac{1}{2}$ producatur minutia diviſa, nempe $\frac{8}{10}$, id eſt, $\frac{4}{5}$.

CAPUT III.

De Regulis nonnullis Arithmeticæ Practicæ.

Regulæ Arithmeticæ practicæ.

UT uſum multiplicem eorum quæ hactenus diximus, oſtendamus, Regulas nonnullas practicas a dictis dependentes trademus, ex multis paucas.

Articulus I.

De Regula proportionum.

Regula proportionum.

REgula proportionum, quæ & Regula Trium appellatur, eſt modus ſeu praxis inveniendi è tribus numeris cognitis quartum ignotum, qui eandem habeat proportionem ad tertium ex tribus datis, quam habet ſecundus ad primum. Cum igitur in quatuor numeris proportionalibus, quorum priores tres noti ſunt, quartus autem qui quæritur, ignotus, verſetur hæc praxis: ideo Regula proportionum appellatur. Et quia tres numeros notos ponit, & ex iis quartum ignotum elicit; ideo Regula Trium vulgo appellatur. Vocatur etiam Regula aurea ob immenſam utilitatem non ſolum in Mathematicis, ſed in omni humano commercio. Exemplum quæſtionis hac Regula ſolvendæ eſto hoc. Emit quis 4. florenis, 12 libras certarum mercium, & cupit ſcire quot libras poſſit emere 20. florenis. Habes hic tres numeros notos, & ex iis inquiritur quartus ignotus, qui cum tertio habeat eandem proportionem, quam ſecundus cum primo. Et quidem horum trium unus in hoc, & in omnibus aliis exemplis, habet annexam quæſtionem, & idem ſignificat in ſpecie, quod unus ex reliquis duobus, ut conſideranti patet; quartus verò qui quæritur, ſignificat ſimiliter eandem rem in ſpecie, quam alter ex reliquis duobus. Duo numeri ex his quatuor qui idem ſignificant, poſſunt vocari homogenei, brevitatis gratia.

Porro Regula hæc, facilitatis & claritatis gratia ob diverſitatem exemplorum, fieri poteſt quadrimembris, nempe Simplex Directa, Simplex Inverſa, Compoſita Directa, Compoſita Inverſa. Singulas ordine explicabo.

Regula Proportionum Simplex Directa.

Simplex directa.

PRaxis hujus Regulæ hæc eſt. Colloca ordine tres numeros notos ita, ut is, qui quæſtionem habet annexam, ſtatuatur tertio loco: reliquorum autem ille qui idem ſignificat quod hic tertius, hoc eſt, eandem rem in ſpecie, ſtatuatur primo loco: alter demum locorum, cui quartus, qui quæritur, homogeneus eſt, occupet medium locum. His factis, multiplicetur tertius per ſecundum & ſumma producta dividatur per primum: & quartus erit Quotus qui quæritur.

Sic ergo ſtabit exemplum ſupra poſitum: 4. 12. 20.

Diſpoſitis hoc modo tribus numeris, duc ſecundum numerum in tertium, aut tertium in ſecundum, & productum 240 divide per primum: & Quotus reſultans ex diviſione, ſcilicet 60, erit quartus qui quæritur, habebitque eandem proportionem ad tertium numerum ex tribus datis, quam habet ſecundus ad primum, ut conſideranti patet.

Examen.

EXamen hujus Regulæ fit ut in diviſione, multiplicando nimirum Quotum, ſeu quartum numerum inventum, per Diviſorem, id eſt, per primum numerum notum: nam ſi provenit iterum numerus Diviſus, id eſt, procreatus antea ex ductu numeri ſecundi in tertium; bona fuit operatio.

Annotationes.

I.

Dicitur hæc Regula ſimplex, quia conſtat tribus numeris ſimplicibus, & non compoſitis ex pluribus. Dicitur Directa, quia numeri diſponuntur eo ordine, quo proponuntur, & quem rectus ordo quatuor proportionalium numerorum requirit.

II. Ad faciliorem operationem poteſt aliquando primus & ſecundus numerus, aut primus & tertius, reduci ad minores terminos, per communem aliquam menſuram, ſive maximam, ſive non maximam, eos dividendo, & loco illorum ſtatuendo Quotos. Sic quia in exemplo ſupra poſito numerus 4. metitur primum & ſecundum ſi diviſo utroque per 4. Quotientes 1. & 3 pro illis accipiantur, ſic ſtabit idem Exemplum: 1.3.20? Item, quia in eodem exemplo idem numerus 4 metitur primum & tertium, ſi diviſo utroque per 4, accipiantur pro illis Quoti 1 & 5, ſic ſtabit idem exemplum: 1.12.5? Utrobique cum proveniat 60. Ratio eſt, quia eadem proportio eſt inter Quotientes duorum numerorum per eundem numerum diviſorum, quæ inter ipſos numeros.

III. Quando in aliquo exemplo proponuntur pro uno termino moneta, aut alia ſimilia, diverſæ ſpeciei, debent reduci ad unam ſpeciem, V. G. expendit quis 1. ſeptimana pro victu 1. flor. & 12 crucigeros, quantum expendit integro anno? In hoc ac ſimilibus exemplis debent reduci termini ad homogeneitatem, ac proinde annus debet reſolvi in 52 ſeptimanas, & florenus in 60. crucigeros, illisque addi 12 crucigeri. Sic ergo ſtabit exemplum: 1. ſept. 72. cruc. quid 52. ſeptim?

Regula Proportionum Compoſita Directa.

Compoſita directa.

Aliquando tres termini principales habent adjunctos alios minus principales, cujuſmodi ſunt qui tempus, lucrum, damnum, vel aliquid ſimile ſignificant. In quibus caſibus oportet terminos ſeu numeros minus principales componere cum principalibus, ut fiant tres ſolum termini: quod fit multiplicando quemlibet principalem, per ſuum adjunctum minus principalem & totum productum, quod terminum compoſitum vocamus, debet collocari ut in præcedenti Regula, & in ſequenti exemplo apparebit. Hac igitur de cauſa hanc Regulam vocamus Compoſitam.

Compoſita igitur Regula in eo differt à priori, quod ad tres terminos principales reducat minus principales, & numeros compoſitos diſponat ut ſimplices.

Exemplum Convictores 4, diebus 15, ſolvunt florenus 20; quæritur, quot florenos ſolvere debeant 12 convictores, diebus 36? Tres termini principales noti ſunt, 4 convictores, 20 floreni, 12 convictores. Minus principales ſeu adjuncti termini ſunt, 15 dies, & 36. dies. Ad 4 convictores ſpectant dies 15, & ad 12 convictores dies 36. Multiplica ergo 4 per 15, fient 60 pro termino compoſito. Multiplica item 12 per 36, fiunt 432 pro altero termino compoſito. His factis, diſpone ita tres numeros: Si 60, dant 20, quid dabunt 432? Duc ſecundum in tertium, & productum 8640 divide per primum, & dabit Quotus florenus 144.

Annotatio.

Hoc, & ſimilia exempla poſſunt etiam ſolvi per duplicē operationem in Regula ſimplici factā, ſi dicatur primo: 4 dant 20, quid dant 12? proveniunt 60. Deinde, 15. dant 60, quid dant 36? proveniunt ut prius 144. Hic quoniam quinque interveniunt numeri, ideo aliqui vocant hunc modum operandi Regulam Quinque.

Regula proportionum Simplex Inverſa.

Simplex inverſa.

In quatuor numeris Regulæ proportionum hactenus explicatæ ea eſt proportio primi numeri ad ſecundum, quæ eſt tertii ad quartum, ut vidimus: ac proinde (ut ex Propoſit. 14. lib. 5. Element. Euclidis colligitur) ſi primus major eſt vel minor tertio, etiam ſecundus major eſt vel minor quarto, uti conſideranti patet. Solet autem nonnunquam accidere, ut ex tribus numeris notis quæratur quartus, ad quem ſecundus ita ſe habeat, ut quo major eſt primus tertio, eo minor eſſe debeat ſecundus quarto: & quo minor eſt primus tertio, eo major eſſe debeat ſecundus quarto: ut ſi 30. operarii abſolvunt opus aliquod 4 diebus, 50 operarii abſolvere debent idem opus paucioribus diebus, nempe 2 diebus, 8 horis, minutis 48. ut mox videbimus.

In hoc igitur, & ſimilibus caſibus, vel invertendus eſt ordo trium numerorum propoſitorum, faciendo ex primo tertium, & ex tertio primum; vel ſervato ordine uti in prioribus, variandus eſt modus operandi, nempe primum numerum per ſecundum (vel, quod idem eſt, ſecundum per primum) multiplicando, & productum dividendo per tertium: tunc enim Quotus erit quartus numerus quæſitus.

Exemplum I. 20. muratores conficiunt murum 4, diebus, 30. muratores quot diebus conficerent eundem? Multiplica 20. per 4. & productum 80, divide per 30, provenient $2\frac{20}{30}$, ſeu $2\frac{2}{3}$, hoc eſt, dies 2, horæ 16.

Exemplū II. 30 operarii abſolvunt opus aliquod 4, diebus, 50. operarii quot diebus abſolverent? Multiplica 30 per 4, & productum 120 divide per 50, & invenies $2\frac{20}{50}$, ſeu $\frac{2}{5}$ unius diei, quæ $\frac{2}{5}$ faciunt horas $8\frac{4}{5}$ unius horæ, hæc autem $\frac{4}{5}$ unius horæ faciunt minuta 48.

Exemplum III. Milites 850. obſeſſi in munitione aliqua habent victum pro diebus 11, ſed nulla eſt ſpes futuri auxilii, niſi poſt dies 25, quæritur, quot milites dimittendi, ut pro reliquis ſufficiat victus ad dies 25. Dic, 11 dies requirunt 850. milites, 25 dies quot milites requirunt? Duc 11 in 850, & productum 9350 divide per 25, provenient 374.

Regula proportionum Compoſita Inverſa.

Compoſita inverſa.

Sicut Regula proportionum Directa Simplex differat à directa compoſita, quod hæc præter terminos tres principales adjunctos habet alios minus principales, ita & Inverſa Simplex ab Inverſa Compoſita in hoc differt, quod hæc etiam præter tres principales terminos habet adjunctos alios minus principales, qui ad illos reduci debent, & inſtitui operatio ut paulo ante diximus.

Facilius tamen eſt, in hujuſmodi exemplis duas inſtituere operationes, eo modo quo in exemplis ſequitur.

Modii 100. farinæ ſufficiunt pro 4 Legionibus militum per dies 24, 150 modii pro 12 legionibus per quot dies ſufficiunt? Dic primo: 4 legiones

4. legiones requirunt dies 24, 12 legiones quot dies requirunt? Operare per regulam Inverſam ſimplicem, & invenies 8. Dic iterum: 100 modii ſufficiunt pro 8 diebus, 150 modii pro quot diebus ſufficient? Operare per Regulam Directam Simplicem, & invenies 12.

Meſſores 10, intra dies 12, demetunt jugera 30. meſſores 20 intra quot dies demetent jugera 40? Dic per Regulam inverſam Simplicem: 10 meſſores requirunt 12 dies, 20 meſſores quot dies requirunt? invenies 6. Dic iterum: 30 jugera requirunt 6. dies, 40 jugera quot dies requirunt? invenies 8.

Articulus II.

De Regula Conſortii ſeu Societatis.

Regula Conſortii.

PLures ineunt conſortium ſeu ſocietatem, & ſinguli in ſortem conferunt certam ſummam pecuniæ, aut lucrantur, aut perdunt certam item ſummam; Vis ſcire, quantum quilibet accipere debeat, aut perdere ex ſumma acquiſita, aut perdita, ut lucrum aut damnum integrum dividatur in ſingulos juxta illam proportionem, quam inter ſe habent ſummæ ſingulorum in ſortem collatæ.

Ad ſolvendam quæſtionem adhibetur Regula Trium toties, quot ſunt ſocii conſortii, tali pacto. Pecuniæ omnium in ſortem collatæ in unam ſummam colliguntur, & numerus collectus primo loco in Regula Trium ſtatuitur: ſecundo vero loco ponitur lucrum, vel damnum, quod ex omnium pecuniis provenit: tertio denique loco ponuntur pecuniæ ſingulorum ſingulatim, & ut dicebam, toties fiet operatio per Regulam Trium, quot ſunt particulares ſummæ. Atque hæc vocatur Regula Conſortii ſeu Societatis, quia uſum præcipuè habet apud mercatores ſocietatem mercaturæ ineuntes. Exemplo rem melius declarabimus.

Tres mercatores ſocietate inita lucrati ſunt 800. florenos: primus in ſortem contulit florenos 2400. ſecundus 3000, tertius 3600: quæritur, quantum quilibet ex lucro florenorum 800 accipere debeat? Adde in unam ſummam pecunias ſingulorum in ſortem collatas, & habebis florenos 9000. Deinde colloca numeros ut ſequitur.

$$9000.\ 800.\begin{cases} 2400? \\ 3000? \\ 3600? \end{cases}$$

Dic jam primo: 9000 dant 800, quid dant 2400? & invenies pro primo florenos 213$\frac{3000}{9000}$, ſive $\frac{3}{9}$, vel $\frac{1}{3}$. Dic ſecundo: 9000 dant 800, quid dant 3000? & invenies pro ſecundo florenos 266$\frac{2}{3}$, Dic tertio: 9000 dant 800, quid dant 3600? invenies pro tertio florenos 320.

Examen.

EXamen ſit, colligendo lucra omnium in unam ſummam: ſi enim reſultat iterum prior ſumma totius lucri, v. g. in præcedenti exemplo, 800, bona fuit operatio.

Admonitio.

QVando intervenit temporum diverſitas, quod unius pecunia diutius in negotiatione fuit quam alterius, tunc vel adhibenda eſt Regula Trium compoſita Directa, vel multiplicanda eſt uniuſcujuſque pecunia per ſuum tempus, antequam omnium pecuniæ in unam ſummam colligantur. Deinde hi numeri producti ex multiplicatione colligendi ſunt in unam ſummam, ut habeatur primus numerus in Regula Trium: tertium autem locum occupabunt ſinguli numeri producti ex multiplicatione pecuniæ cujuſque in ſuum tempus, collocato rurſus lucro vel damno communi in medio ſeu ſecundo loco.

Tres lucrati ſunt 7000 aureos: primus poſuit 6000 aureos per annos 6, ſecundus 4000 aureos per annos 4; tertius 2000 aureos per annos 2; quantum ergo quilibet ex communi lucro accipiet? Multiplica primo pecuniam primi per ſuum tempus, nempe 6000 per 6, habebis 36000: multiplica ſecundo pecuniam ſecundi per ſuum tempus, nempe 4000 per 4, habebis 16000: multiplica tertio pecuniam tertii per ſuum tempus, nempe 2000 per 2, habebis 4000. Collige jam in unam ſummam 36000, 16000, 4000, & habebis 56000; & dic: ſi 56000 dant 7000, quid dant 36000? quid 16000? quid 4000? & invenies lucrum primi 4500, ſecundi 2000, tertii 500.

Articulus III.

De Regula Poſitionis, ſeu Falſi.

Regula poſitionis.

REgula poſitionis eſt, quando propoſita aliqua quæſtione per numerum ſolvenda, ponimus quemcunque numerum qui propoſitæ quæſtioni putatur ſatisfacturus, licet reipſa non ſatisfaciat, & cum ipſo procedimus prout quæſtio vult, tandemque quæſtionem ſolvimus, verum ac deſideratum numerum inveniendo. Vocatur paſſim Regula Falſi; non quod falſum doceat, ſed quod ex numero pleurumque falſo verum invenire doceat. Duplex eſt Regula Poſitionis, una vocatur Simplicis poſitionis, in qua ponitur unus numerus falſus, aut veriſimilis, & cum eo proceditur; altera vocatur Duplicis Poſitionis, in qua ponitur duplex numerus falſus, aut veriſimilis. Inter eas hæc eſt differentia, quod quæcunque ſolvi poſſunt per primam, poſſunt etiam ſolvi per ſecundam, at non è contra. Utramque breviter tradēmus.

Regula Simplicis Poſitionis.

Regula ſimplicis poſitionis.

PRopoſito quocunque numero abſcondito per hanc Regulam inveniendo, pone pro numero abſcondito numerum quemcunque, & cum illo procede ut quæſtio vult. Si omnia conſonant quæſtioni propoſitæ, numerus à te poſitus erit is qui quæritur: ſin minus, falſa fuit poſitio numeri aſſumpti; & ex tali falſo numero poſito eliciendus eſt verus per Regulam Trium tali pacto. Pone primo loco id quod per numerum falſum fuit inventum: ſecundo vero loco pone ipſum numerum falſum: in tertio denique loco id quod jam antea ex quæſtione propoſita eſt notum. His poſitis, operare modo conſueto per Regulam Trium, & invenies numerum abſconditum qui quæritur.

Exemplum. Tres volunt emere domum conſtantem aureos 2700, & ſecundus vult ſolvere duplum primi, tertius vero triplum ſecundi: quæritur, quantum ſinguli debeant ſolvere. Pone primum dare 2, dabit ergo ſecundus 4, & tertius 12, ac proinde omnes ſimul 18, cum tamen ſingulorum pecuniæ ſimul collectæ deberent efficere 2700. Dic ergo: ſi 18. proveniunt ex falſa poſitione

ſitione 2, ea qua vera poſitione provenient 2700? & facta operatione per Regulam Trium, invenies primum debere dare 300, ſecundum 600, tertium 1800. *In idem recidit, ſi per 18. dividas 2700, & Quotis duplum accipias pro illo qui ſolvit 2, &c.*

Regula Duplicis Poſitionis.

Regula duplicis poſitionis. PRopoſito quæſito, ponitur quivis numerus qui putatur quæſtioni ſatis facturus, & juxta tenorem quæſtionis examinatur, ut factum eſt in præcedenti Regula. Si quæſtio reſpondet, ſoluta eſt quæſtio, & numerus poſitus eſt is qui quærebatur. Sin minus, notatur exceſſus, vel defectus, quo à veritate aberratum eſt, ante crucem, una cum littera P, vel M (quarum illa ſignificat Plus, ſive exceſſum, hæc Minus, ſive defectum) prout videlicet error veritatem exceſſerit, aut ab ea defecerit. Deinde ponitur rurſus aliquis alius numerus qui quæſito ſatisfacturus putatur, ſive major priore jam anteà poſito, ſive minor: & eodem modo examinatur. Si quæſito reſpondet, eſt ſoluta quæſtio: ſin minus, notatur exceſſus vel defectus poſt crucem, una cum littera P, vel M, & cum numero ſecundo poſito.

His factis, ſi in utraq; poſitione à veritate aberratum eſt per exceſſum, vel per defectum, & conſequenter uterque error tam ante quam poſt crucem poſitus, habet eaſdem litteras: ſubtrahe minorem errorem ex majore, & reſiduum numerum ſerva pro Diviſore, ſcribendo eum infra crucem. Deinde multiplica numerum primo poſitum per ſecundum errorem, & numerum ſecundo poſitum per primum errorem (ſive duc per crucem primam poſitionem in ſecundum errorem & ſecundam poſitionem in primum errorem,) & productum minus detrahe à producto majore. Tandem reſiduum divide per Diviſorem jam antea inventum, nempe per Differentiam duorum errorum, & quotiens inventus erit numerus quæſitus.

Si vero in una poſitione aberratum eſt à veritate per exceſſum, & in altera per defectum: collige duos errores in unam ſummam, & productũ ſerva pro Diviſore. Deinde duos illos numeros, qui ex multiplicatione numerorum poſitorum per errores producuntur, collige etiam in unam ſummam, & productum ſerva pro dividendo. Tandem divide hoc productum per Diviſorem prius ſervatum; & erit Quotiens numerus quæſitus.

Exemplum. Quidam habet pecuniam, à cujus dimidio ſi auferatur $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, remanent 30; quæritur, quantum habeat. Pone primò eum habere 24, à cujus dimidio, nempe à 12, ſi auferas $\frac{1}{3}$, nempe 4, & $\frac{1}{4}$, nempe 3, remanent 5, cum tamen deberent remanere 30: aberratum ergo fuit à veritate per defectum 25. unitatum. Scribe igitur numerum poſitum 24, cum errore 25, & cum littera M, ante crucem, ut vides in exemplo. Pone ſecundo eum habere 48, à cujus dimidio, nempe à 24, ſi auferas $\frac{1}{3}$, nempe 8 & unam $\frac{1}{4}$, nempe 6, remanent 10, cum tamen deberent remanere 30: aberratum ergo iterum fuit à veritate per defectum 20 unitatum. Scribe igitur numerum poſitum 48, cum errore 20, & littera M, poſt crucẽ,

24.		48.
M.	X	M.
25.	5.	20.

ut vides. Subtrahe nunc minorem errorẽ à majore, nempe 20. à 25, & reſiduũ, nempe 5, ſcribe infra crucem pro Diviſore. Deinde multiplica 24 per 20, & habes 480: iterũ multiplica 48 per 25, & habes 1200. Præterea ſubtrahe 480 ex 1200. remanent 720. Tandem divide 720 per 5, & habebis 144 pro numero quæſito: nam ab hujus dimidio, quod eſt 72, ſi auferas $\frac{1}{3}$, nempe 24, & $\frac{1}{4}$, nempe 18: remanent 30.

Eadem quæſtio poteſt etiam ſciri per alios duos numeros aberrantes à veritate per exceſſum, item per alios duos, quorum unus excedat veritatem, alter ab ipſa deficiat.

Annotatio.

PRæcedens quæſtio ſolvi etiam poteſt per ſimplicem Poſitionem. Pone enim ipſum habere 24, à cujus dimidio ſi auferas $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$, remanent 5. Dic ergo: 5 remanent ex falſa poſitione 24: ex qua poſitione vera remanent 30? invenies 144.

Articulus IV.

De Regula Alligationis ſeu Miſtionis.

Regula alligationis. REgulam Alligationis ſeu Miſtionis vocant Arithmetici illam, qua alligant ſive miſcent varias merces, aliasvè res, variorum pretiorum, menſurarum, ponderum, ut ſciant quantum ex quolibet genere debeat accipi, ſi quis velit illas emere pretio quodam arbitrario, medio inter pretia ſtatuta. Sed res melius patebit exemplo.

Sunt duo genera vini: menſura una primi generis valet 20 crucigeros, & menſura una ſecundi generis 12 crucigeros, habẽs crucigeros 15, & vis emere unam menſuram ex utroque genere mixtam; quæritur, quantum ex utroque genere ſit ſumendum.

Regula ad id inveniendum hæc eſt. Ponitur unum pretium ſtatutum ſub altero, ut in ſequenti exemplo apparet; & ad ſiniſtram illorum ponitur pretium arbitrarium medium inter pretia ſtatuta: ad dexteram vero ponuntur differentiæ inter hoc & illa alternatim, ita ut differentia majoris pretii ponatur juxta minus pretium, & differentia minoris juxta majus. Hæ differentiæ colliguntur in unam ſummam, & inſtituitur Regula Trium toties, quot ſunt differentiæ, nempe in appoſito exemplo bis, ita ut ſumma differentiarum occupet primum locum, menſura vero una ſecundum locum, & differentia una tertium locum, dicendo: Si 8 dant 1, quid dabunt 3? Item ſi 8 dant 1, quid dabunt 5? Invenies enim ex primo vino accipiendas eſſe $\frac{3}{8}$ unius menſuræ, ex ſecundo verò $\frac{5}{8}$, quæ cum ſimul faciant $\frac{8}{8}$, id eſt, 1 menſuram, ſignum eſt fuiſſe legitimam operationem.

	20.	3.
15	12.	5.
		8.

Articulus V.

De Radicis Quadratæ è dato numero extractione.

Radicis quadratæ extractio. Numerus quadratus quid ſit. RAdix quadrata eſt numerus qui in ſe ductus producit numerũ quadratum. Numerus vero quadratus eſt, qui reſultat ex numero aliquo in ſeipſũ ducto. In adjecta tabella numeri ſecundæ colũnæ ſunt quadrati, numeri verò primæ columnæ ſunt radices eorum. Ideo autẽ numeri prædicti omneſq; alii qui in ſeipſos multiplicati producunt numeros quadratos, appellantur Radices

qua-

quadratæ, ſeu radices numeri quadrati, quia ex ipſis ceu radicibus oriuntur quadrati numeri. Appellantur etiam latera quadrata, ſeu quadratorũ numerorum, quia ſi quadrati numeri diſponantur

Radices	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quadrati	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100.

in figuram quadratam, hoc eſt, ut tot ſint unitates in qualibet ſerie ſecundùm latitudinem, quot ſunt ſecundum longitudinem, ut in figura apparet; numerus ille, ex cujus multiplicatione in ſe reſultavit ille numerus quadratus, eſt unum latus talis quadrati.

```
o o o
o o o
o o o
```

Extrahere igitur, ſeu invenire Radicem quadratam, aut latus quadratum alicujus numeri, eſt numerum invenire, qui in ſe ductus efficiat propoſitum numerum, ſi quadratus eſt; vel ſi non eſt quadratus, maximum numerum quadratum in ipſo contentum.

Regula igitur ad extrahendam radicem quadratam hæc eſt. Si numerus propoſitus non excedit 100, & quadratus eſt; radix ejus invenitur in columna prima ſuprà dictæ tabellæ. Si non invenitur in dicta tabella, ſignum eſt non eſſe quadratum, atque adeo non habere radicem quadratã.

Si autem numerus propoſitus major eſt centenario, ſic operare. *Primo.* Colloca numerum ut in Diviſione ſit, eumque divide in certa membra, ponendo lineolam ſeu punctum infra primam figuram, incipiendo à dextera, & aliud infra tertiã, aliudque infra quintã, & ſic deinceps ſemper poſt binam quamque, ut factum vides in exemplo A. Et ſcias, radicem inveniendã debere habere tot figuras, quot membra notaſti. Quodlibet autem membrum continet duas figuras, excepto ultimo verſus ſiniſtram, quod aliquando habet unicam.

Secundo. Incipe operationem ab ultimo ad ſiniſtram membro, & vide (ex tabella ſuprà poſita) an ſit numerus quadratus; ejuſque radicem pone poſt lunulam pro Quoto, ut in Diviſione. Si verò non eſt quadratus, quære in tabula quadratum proximè illo minorem, ejuſque radicem pone poſt lunulam pro Quoto, ſeu pro prima figura radicis inveniendæ. Eandem radicem pone etiam infra ultimum prædictum membrum, tanquam Diviſorem, (immediatè ante ſecundum membrum, ut vides in eodem exemplo A) & operare ut ſit in Diviſione; nempe multiplica Quotum in Diviſorem, & productum ſubtrahe ab ultimo prædicto membro, reſiduumque ſcribe ſuprà aut infrà, ut vides factum in A.

Tertiò Pro novo Diviſore duplica Quotum jam ante inventum; productum enim erit novus Diviſor. Hunc pone ſub Dividendo, modo dicto in Diviſione, nempe ſub illa figura Dividendi, quæ ſequitur proximè illam ſub qua poſitus erat primus Diviſor, ut vides factum in B. Et hæc duo ſervanda ſunt pro omni novo Diviſore inquirendo, & infra Dividendũ collocando; ſemper enim duplicandus eſt Quotus qui reperitur poſt lunulã, quotcunq; figurarum is ſit: ſemper item dicto modo eſt collocandus. Invento & collocato novo Diviſore, vide quoties is contineatur in Dividendo ſupra ſe ſcripto; & novũ Quotum (qui non poteſt eſſe major quàm 9) pone poſt lunulam, & ſimiliter poſt novum Diviſorem verſus dexterã, ut in eodem exemplo B factum eſt; & operare ut in Diviſione, multiplicando nimirum Quotum ultimum in Diviſorem novum, & Quotum ipſi adſcriptum; productumq. ſubtrahendo, & reſiduum ſuprà aut infrà ſcribendo, ut factũ eſt in C.

Quartò. Idem modus quem proximè expoſui, ſervandus eſt uſque ad finem, & toties repetendus, quot membra adhuc ſuperſunt.

Videndum autem poſt quamvis operationem, nè reſiduum ſit majus radice inventâ duplicatâ. Procurandũ præterea, ut totus Diviſor prædictus multiplicatus per Quotum, non ſit major quam Dividendus, ſupra ſe ſcriptus, alioquin ultimus Quotus, poſt lunulam & ante novum Diviſorem poſitus, minuendus eſt.

Exemplum. Sit extrahenda radix quadrata ex hoc numero: 11902 5. Colloca, & in membra divide ipſum ut vides in A. Et quoniam numeros primi membri à ſiniſtra, nempe 11, non eſt quadratus & numerus quadratus proximè minor eſt 9; pone hujus radicem, 3, poſt lunulam, & ſub 11, imediatè ante ſecundum membrum, & factã multiplicatione ſubtrahe 9 ab 11, remanent 2. quæ ſcribe ſuprà, ut vides ibidem. Duplica deinde radicem, 3, inventã, & pone 6 infra 9, ut vides in B eſſe factum, & quoniam 6 in 29 continetur quater, pone 4 poſt lunulam, & poſt 6, ut totus Diviſor ſit 64, ut ibidem factũ eſt. Multiplica igitur 4 in 64, & factâ ſubtractione ſcribe reſiduũ 34 ſuprà, ut vides factum in exemplo C. Duplica iterum totã radicem inventam, nempe 34, & productũ 68 ſcribe infra 342, ut vides factũ in D. Vide jam, quoties 68 contineatur in 342; & quoniam continetur quinquies, ſcribe 5 poſt lunulam, & poſt 68, ut totus Diviſor novus ſit 685; factaque multiplicatione hujus per 5 ſubtrahe productum. Et quoniam nihil remanet, ſignum eſt propoſitum numerum eſſe quadratum, ejuſque radicem eſſe 345.

```
      2
A.  1 1 9 0 2 5
      .   .   .   (3
      3

      2
B.  1 1 9 0 2 5 (34
      3 6 4

          0
        2 3 4
C.  1 1 9 0 2 5 (34
      3 6 4
      -----
      2 8 6

          0
        2 3 4
D.  1 1 9 0 2 5 (345
      3 4 6
      -------
      2 8 6 5
        6 8
```

Examen.

Multiplica radicem inventam per ſe ipſam, & producto adde reſiduum, ſi quod remanſit poſt ultimam operationem; ſi prodit numerus primò poſitus, bona fuit operatio; ſi minùs, erratum eſt.

Annotationes.

Notandum eſt 1. Si numerus qui ex radice poſt primam, aut ſecundam, aut quamvis aliam operationem inventa duplicata reſultavit, non continetur in numero illo ſub quo collocatur velut Diviſor novus; ponendus eſt zerus poſt lunulam pro radice, & deleto novo illo Diviſore, omnibuſq; alijs relictis, procedendum eſt ut antea ad inveniendas reliquorum numerorum radices, duplicando ſcilicet totam radicem poſt lunulam contentam, & duplum ſcribendo infra, ſed unà figura magis verſus dexteram quam ſcriptum erat præcedens duplum.

Radicem quadratã propinquã invenire. *Notandum II. Si peractâ extractione radicis manet aliquod reſiduum, ſignum eſt numerum propoſitum non eſſe quadratum, ſed ſurdum, ac proinde non habere radicem rationalem, ut vocant, & quæ numero poſſit exprimi; adeoq; radicem inventam non eſſe radicem numeri propoſiti, ſed maximi numeri quadrati in propoſito numero contenti, quē videlicet producit radix inventa in ſe multiplicata. Si quis autem invenire velit radicem numeri propoſiti non quadrati propinquam (vera enim inveniri non poteſt, ut dixi) cujus nimirū numerus quadratus à propoſito numero non quadrato diſtet inſenſibili fere differentiâ; id duplici viâ aſſequetur. Priori reperitur radix propinquior minor quàm vera, adeò ut ejus numerus à numero propoſito ſuperetur: Poſteriori invenitur radix propinquior quæ veram excedat, ita ut ejus numerus quadratus major ſit numero propoſito. Prior via hæc eſt. Inventâ radice maximi quadrati in propoſito numero comprehenſi, adjiciatur ad eam fractio, cujus Numerator eſt reſiduum extractionis, Denominator verò duplum radicis inventæ, & præterea unitas. Poſterior hæc eſt. Inventâ radice maximi quadrati in propoſito numero comprehenſi, adjiciatur ad eam fractio, cujus Numerator eſt reſiduum extractionis, Denominator verò duplum radicis inventæ.*

Extractio radicis quadratæ in fractionibus eodem modo perficitur, ita nimirum, ut radix ſeorſim extrahatur ex Numeratore, & ſeorſim ex Denominatore. Ut radix quadrata fractionis $\frac{4}{9}$, eſt $\frac{2}{3}$.

Articulus VI.

De Radicis cubicæ è dato numero extractione.

Numerus cubicus dicitur ille, qui fit ex ductu numeri alicujus primò in ſeipſum, & deinde in productum: Ut ſi 10. ducantur in ſe, hoc eſt, in 10. fiunt 100; quæ iterum multiplicata per 10, producunt 1000. Hic igitur numerus 1000, dicitur cubicus, ſeu cubus; 10. verò, ejus radix cubica, ſeu latus cubicum. *Radicis cubicæ extractio. Numerus cubicus quid ſit.*

Hiſce præcognitis, Radicem cubicam ex quolibet numero oblato facilè erues, ſi ſequentia obſervaveris præcepta.

Primò. Habenda eſt præ manibus Tabella decem primorum cuborum, eorumdemque Radicum. Hæc autem fit ex multiplicatione cubica primorum ſimplicium numerorum ab unitate uſque ad numerum denarium continuatorum, ut ſequitur.

Radices	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quadrati	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100.
Cubi	1	8	27	64	125	216	343	512	726	1000

Secundò. Numerus datus diſtinguatur, antequam operatio incipiatur, in aliquot membra punctis, à dextra ſiniſtram verſus, ita ut ſub prima dextima figura ponatur primum punctum, ſecundum ſub quarta lævam verſus, tertium ſub ſeptima, quartum ſub decima verſus eandem ſiniſtram, ac ita deinceps, quod numeri ſuffecerint, notentur puncta, duabus figuris ſemper intermiſſis, ut hîc apparet.

3 4 2 5 8 6 3 0 9 2 1

Tertiò. Ex Tabella prædicta cape Radicem numeri à primo puncto ad ſiniſtrā intercepti, ſive is unâ figurâ conſtet, ſive duabus, ſive tribus: hoc eſt, quære numerū hunc in tabella ſub titulo, Cubi, hoc eſt, in tertia columna (quòd ſi non reperiatur, ſume proximè minorē cubum (ejuſq; radicem cubicam colloca extra lunulā. Ut in ſuperiori exemplo paulò antè poſito, quære radicē numeri 34; qui cùm in tabula cuborū exactè non reperiatur, accipe proximè minorē, nempe 27, ejuſq; radicē cubicam, 3, annota poſt lunulā hoc modo:

3 4 2 5 8 6 3 0 9 2 1 (3

Quartò. Radicis hujus cubum, 27, ſubtrahe ex numero ſub dicto primo puncto intercepto, nempe ex 34; reſiduumque 7 ſuprà ſcribe, eo planè modo, ut in vulgari diviſione fieri ſolet, & apparet in ſequenti exemplo.

0 7
3 4 2 5 8 6 3 0 9 2 1 (3

2 7

Quintò. Tripla radicem modò inventam, & triplum hoc ſubjice figuræ proximè antecedenti figuræ ſequenti puncto notatam: ſi autē plures fuerint figuræ hujus tripli, collocentur ex ordine lævâ verſus, eo modo quo infrà apparet in exemplo.

Sextò. Para Diviſorem hoc modo. Duc Quotientem (hoc eſt, Radicem poſitam poſt lunulam) in triplum jam inventum: productum ſcribe uno loco deinceps remotiùs, lævam verſus, quàm triplum incœperis, & loco inferiori, ut ſint jam duo numeri diſtincti, quorum unus Triplum, alter Diviſor à nobis poſthac appellabitur. Per hunc Diviſorem ſi numerum ipſi ſuprascriptum dividas, habebis ſecundam figuram Radicis in Quotiente poſt lunulam collocandam. Exemplum habes infrà.

Septimò. Totum id quod jam in Quotiente eſt, duc in Triplum; productum iterum duc in figurā Quotientis per diviſionem modò inventam; huic producto adde Cubum ejuſdem numeri, eo tamē ordine, ut ultima ipſius cubi figura dextram verſus non ſubjiciatur immediatè loco inferiori figuræ ultimæ ſuperioris producti, ſed ad intervallum unius figuræ dextram verſus rejiciatur.

Octavò. Numerorū eorum hoc ordine deſcriptorum aggregatum ſubduc ex numeris ſuperioribus, ſi id fieri poterit, & reſiduū (ſi quod fuerit) ſuprà ſcribe; ſi autem ſubduci non poterit; minuendus erit Quotiens eò uſq;, quoad aggregatum dicto modo inventum ſubduci poſſit à ſuperiore, manente ſemper eodē Diviſore & Triplo.

Exemplum.

Ut in ſuperiori exemplo, tripla radicem, 3, fiunt 9; quæ ſcribe ſub 5. Duc deinde 3 in 9, provenient 27; quæ colloca inferiùs quàm Triplum, ac unâ deinceps figurâ verſus lævam, nempe ſub 72. Divide jam 72 per 27, habebis Quotientem. 2, priori Quotienti, 3, adjungendum, ut fiat totus Quotiens 32. Hunc duc in triplum 9, fit productum 288. Hoc rurſus multiplica per numerum modò inventum, nempe per 2, & habebis productum ſecundum 576. Huic denique adde cubum numeri, 2, modò inventi, nempe 8. fiet aggregatum ex numeris eo ordine diſpoſitis, ut in paradigmate ſequenti apparet, 5768; quod ex ſuperiori numero, 7258, ſubductum relinquit pro reſiduo 1490.

3 047

```
07
3425863092 1        (32
 .   .   .   .
       9 - - - - - - -  Triplum Quoti.
 27 - - - - - - - -  Diviſor.
  32 - - - - - -  Radix tota multiplicata
                        per triplum.
──────
 288 - - - - - - -  Productum.
   2 - - - - -  Numerus modò inventus.
──────
 576 - - - - - - .  Productum.
   8 - - - - -  Cubus numeri modò
                        inventi
──────
 5768 - - - - -  Aggregatum.
```

Hæc igitur eſt Summa totius operationis. Si tamen adhuc numerorum figuræ ſuperſunt (ut in exemplo ſuprà poſito) ex quibus Radix cubica extrahi debeat; operatio ulterior inſtituenda eſt eodem prorſus modo: quo inſtituta fuit proximè præcedens: nempe triplatur. Quotiens totus, Triplum ducitur in Radicem immediatè inventam, Producto additur cubus modò inventæ Radicis, Aggregatum deniq; ſubducitur à numero ſuperiori, Reſiduumque (ſi quod fuerit) annotatur ſuperiùs. Ut in noſtro exemplo, quia plures reſtant figuræ numerorum, ex quibus Radix cubica extrahenda eſt; ideo inſtitutâ ulteriori operatione juxta regulas traditas, habebis Radicem cubicam totam numeri ſuperioris hanc, 3247, manente reſiduo 25480698.

Examen

TOta Radix inventa cubicetur, cubo deinde adjiciatur numerus ex operatione ultima reſiduus; hoc aggregatum ſi reſpondeat numero, ex quo Radix extracta eſt, nullus error in operatione admiſſus eſt; Sin minùs, iteranda operatio, ut error emendetur. Sic ſi in exemplo poſito ducantur 3247 in ſe, producetur Quadratum 10543009; quod ſi multiplicetur per 3247, producetur Cubus 34233150223; cui ſi addantur 25480698, producetur numerus è principio propoſitus, nempe 34258630921.

Articulus VII.

De inventione numerorum proportionalium.

SUprà art. 1. tradidimus modum inveniendi quartum numerum proportionalē ex tribus datis. Nunc tradendi ſunt alii modi alios proportionales eruendi, quoniam in ſequentibus, maximè in Geometria practica, frequens eorum occurrit uſus.

§. *I. Inter duos numeros datos, medium proportionalem invenire.*

Numerū proportionalem inter duos medios invenire.

MEdius proportionalis inter duos datos numeros eſt is, qui minorem tantùm ſuperat, quantum ſuperatur à majori; ſeu qui ad minorem datorum talem proportionem habet, qualem major ad ipſum. Res meliùs in exemplis patebit. Ita autem repetitur. *Duos numeros datos multiplica inter ſe & ex producto erue radicem quadratam; hæc erit medius proportionalis.* EXEMPLUM. Sit inter 4. & 16 inveniendus medius proportionalis. Multiplica 16. per 4, fiunt 64; cujus radix quadrata eſt 8, eſtq; medio loco proportionalis inter 4. & 16; quia ut eſt 4 ad 8, ita 8 ad 16.

§. *II. Inter duos numeros datos, invenire duos medios proportionales.*

Numeros duos proportionales inter duos datos invenire.

PRima praxis. *Multiplica quadratū primi numeri dati in ſecundum numerum datum, & ex productione radicem cubicam; & habebis primum medium proportionalem poſt primum datorum collocandum. Iterum multiplica quadratum ſecundi numeri dati in primum numerum datum, & ex producto erue radicem cubicam, & habebis ſecundum numerum proportionalem ante ultimum datorum collocandum* EXEMPLUM Sint inter 8. & 27, inveniendi duo medii proportionales in proportione continua. Duc 8 in ſe, & productum 64, nempe quadratum numeri 8, duc in 27, & producentur 1728, quorum radix cubica eſt 12, ſcilicet primus mediùs proportionalis collocandus poſt 8. Iterum duc 27 in ſe, & quadratum productum, quod eſt 729, duc in 8, & producentur 5832, quorum radix cubica eſt 18, ſcilicet ſecundus medius proportionalis collocandus ante 27. Sic ergo ſtabunt numeri: 8, 12, 18, 27. in quibus ſe habet 8 ad 12, ut 12 ad 18; & 12 ad 18, ut 18 ad 27.

Aliud exemplum. Sint inter 32 & 4, inveniendi duo medij proportionales. Duc quadratū prioris, quod eſt 1024, in poſteriorē, nempe in 4, & fiunt 4090 quorū radix cubica 16, eſt primus proportionalis ſecundo loco collocandus. Rurſus quadratū poſterioris 4, nempe 16, multiplica in priorē 32, fiunt 512; quorum radix cubicus, nempe 8, eſt ſecundus proportionalis tertio loco collocandus. Sic ergo ſtabunt numeri: 32, 16, 8, 4, quorum anterior ſemper duplus poſterioris.

Secunda praxis. *Quære primum proportionalem modo prædicto, & inventum multiplica per extremū remotiorem duorum datorum; producti radix quadrata erit alter medius proportionalis.* Sic in primo exemplo, ſi invento primo 12, is multiplicetur per 27, & ex producto extrahatur radix quadrata, quæ eſt 18: erit is ſecundus proportionalis. Sic etjam in ſecundo exemplo ſi inventus primus 16 ducatur in 4, erit producti 64 radix quadrata 8. alter medius.

Tertia praxis. *Quæratur primus medius modo dicto, & ducatur in ſe, productumque dividatur per primum datorum: quotus erit alter proportionalis.* Sic ſi inter 4. & 32 inveniendi ſint duo medii proportionales, duc 4 in ſe, fiunt 16: hæc duc in 32, fiunt 512: hujus radix cubica, 9, eſt primus medius proportionalis. Deinde duc 8 in ſe, fiunt 64, hæc divide per 4, fiunt 16, qui eſt ſecundus medius proportionalis. Sic ergo ſtabunt numeri: 4, 8, 16, 32.

§. *III. Datis duobus numeris, tertium continuè proportionalem invenire.*

Numerū tertium duobus datis; proportionalē invenire.

D*Uc ſecundum in ſeipſum, & productum divide per primum: quotus erit tertius proportionalis.* EXEMPLUM. Sint dati numeri 2 & 4: multiplica 4 in ſe, fiunt 16. hæc divide per 2, fiunt 8, ſcilicet tertius proportionalis quæſitus. Ex his patet, hanc praxin nihil aliud eſſe quàm regulam Trium, ſecundo termino bis repetito.

Digitized by Google

§. IV. Datis tribus numeris, quartum proportionalem invenire.

Utere Regulâ Trium, diſponendo numeros datos ut ibidem docetur, & invenies quod quæris.

PARS II.

De Arithmetica Practica Speciali.

Arithmetica practica ſpecialis.

Arithmeticam Practicam Specialem ſuprà nominavi illam, quæ tradit Canones de numerorum uſu certis rebus applicato, aut quæ generales Canones ſpecialibus modis applicat. Hinc multæ ortæ ſunt Arithmeticæ Practicæ ſpecies, nempe Geometrica, Aſtronomica, Politica ſeu Civilis, Militaris, Divinatoria, Eccleſiaſtica, Calcularis, Neperiana ſeu Rabdologica, & aliæ plures. De nonnullis breviter agemus.

CAPUT I.

De Arithmetica Geometrica.

Arithmetica geometrica.

In ea Geometriæ Practicæ parte, quæ ſuperficierum dimenſionem ac diviſionem docet, & Embadometria ac Geodæſia, vel potius Agrimenſoria & Agridiviſoria appellatur, neceſſariæ plerumq;, ſaltem utiliſſimæ ſunt quatuor è vulgatis Arithmeticæ Practicæ Generalis ſpeciebus nempe Additio, Subtractio, Multiplicatio, ac Diviſio, tam in numeris integris, quam in fractis. Quoniam verò ſi per uſitatam viam incedatur, ſolent plurimum negotij faceſſere numeri fracti, excogitarunt Recentiores Mathematici numeros, quos vocant Geometricos, quorum ope facillime, & ſine ulla fractionis moleſtia, prædictæ operationes abſolvuntur. Operationes vero Arithmeticas hujuſmodi Numerorum ſubſidio peractas, alij appellant Calculum Geometricum, alij Arithmeticam decimalem: nobis Arithmeticam Geometricam appellare placuit, quam hic breviter trademus. Poterit tamen Tyro omittere lectionem & ſtudium hujus Arithmeticæ, donec ad Geometriam practicam pervenerit in libro 6. ſequenti.

Articulus I.

De numero, & Calculo Geometrico in genere.

Geometricus calculus, ſeu numerus.

Ut ſciat Tyro Arithmeticus ac Geometricus, quid Numerorum Geometricorum, & quid Calculi Geometrici nomine Mathematici intelligant, ſciendum eſt, Geometras Recentiores dividere virgam (quotcunque ſit pedum in longitudine) quâ in agris metiendis utuntur, in decem æquales partes, eaſque appellare Prima; deinde ſingula hujuſmodi Prima ſubdividere in decem alias æquales partes, eaſque Secunda appellare; rurſus ſingula Secunda diſtribuere iterum in decem æquales partes, eaſque appellare Tertia. Poteſt ulteriùs, ſi lubet, aut expedit, quodlibet Tertium dividi in decem Quarta, quodlibet Quartum in decem Quinta, & ſic deinceps. Virgam ita diviſam, appellant Decempedam.

Decempeda ejusq. diviſio.

Ex his conſtat primò, Decempedas eſſe Integra, Prima eſſe Pedes, Secunda eſſe Uncias (ſi pes unus intelligatur diviſus in decem Uncias.) Tertia eſſe Minuta reſpectu unciarum. Conſtat ulteriùs, Prima ſeu Pedes eſſe partes decimas Decempedarum, Secunda centeſimas, Tertia milleſimas. Et tametſi in agrorum dimenſionibus rarò ultra Prima ſeu Pedes procedatur; tamen in aliis dimenſionibus, præſertim Stereometricis, ſæpe accidit ut ultra Prima & Secunda progredi ſit neceſſe.

Geometricorũ numerorum ſignatio.

Compendii porrò causâ Geometræ, exemplo Aſtronomorum, de quibus capite ſequenti, hos ſuos Geometricos numeros peculiari ratione ſignare ſolent. Nam ſuprà numerum integrarum Decempedarũ notare ſolent ciſram, ſupra Prima unam virgulam, ſupra Secunda duas, ſupra Tertia tres, ſupra Quarta quatuor virgulas, & ita deinceps. Exempli gratiâ, numerum ſignificantẽ 10. Decẽpedas, 8 Prima, 6 Secunda, 4 Tertia, ita ſcribere & ſignare ſolent: 10⁰, 8′, 6″, 4‴. Item hunc alium numerũ: 20⁰, 3′, 0″, 7‴, 5⁗, ſic ſignant & enunciant: viginti Decempedæ, tria Prima, nulla Secunda, ſeptem Tertia, quinque Quarta.

Numeri hi Geometrici ſignificant menſuras geometricas non ſolum ſimplices, ſed etiam quadratas, & cubicas. Hæ quid ſint, docemus in Geometria Practica. Itaque ſunt Decempedæ, Prima ſeu pedes, Secunda ſeu unciæ, Tertia ſeu minuta, &c. ſimplicia, quadrata, & cubica.

Articulus II.

De Additione Numerorum Geometricorum.

Geometricorũ numerorũ additio.

In ſuperficierum dimenſionibus addi ſolent, ſeu in unam colligi ſummam, Decempedæ, Prima, Secunda, &c. ſimplicia, & quadrata. Recolendum igitur eſt, decem Prima ſimplicia efficere unam Decempedã ſimplicem; & decem Secunda ſimplicia unum Primum ſimplex; & decem Tertia ſimplicia unum ſecundũ ſimplex. At verò centũ Prima quadrata efficiunt unã Decempedam quadratam; & centum ſecunda quadrata unum Primum quadratũ; & centum Tertia quadrata unum Secundũ quadratum. Quod benè notandum eſt, alioquin enormes committi poſſunt errores in Additione, & in aliis ſequentibus Operationibus.

In Additione igitur ſimplicium Numerorum ſcribantur Integra ſub Integris, Prima ſub Primis, Secunda ſub Secundis, Tertia ſub Tertiis, &c. Deinde inſtituatur operatio ut in vulgari modo, nempe incipiendo à dextra verſus ſiniſtram, & colligendo numeros in dextima columna repertos in unam ſummam, & deinde numeros reliquarum columnarum. Quoties verò repereris 10. in ſumma aliqua alicujus columnæ collecta, toties pones 1. ad proximè ſequentem columnam, & reſiduum, ſi quod eſt, pone infra numeros additos. Sed in exemplis res melius patebit.

Sint igitur addendi hi tres numeri: 240, 6′, 3″; & 200, 2′, 4″; & 80, 4′. Scribe illos ut in A. vides. Deinde incipiendo à dextra collige in unam ſummam 3 & 4 Secunda; quæ quoniam efficiunt ſolùm 7, ſcribe 7 infra lineã. Collige deinde 4, & 2, & 6 Prima, quæ quoniam efficiunt 12 Prima, & decẽ eorum faciunt Decempedam

	240, 6′, 3″.
A.	200, 2′, 4″.
	80, 4′.
	530 [illegible] 7″

dam; ſcribe infra lineam ſolum 2, & pro reliquis 10, adde 1. numeris ſequentis columnæ. Collige tandem 8 & 4 Integra, quæ faciunt 12, & addito 1 priùs retento, faciunt 13; ſcribe ergo 3 infra lineam, & 1 adde numero ſequenti, qui eſt 2 & 2, quæ addito 1 faciunt 5, infrà ſcribenda. Erit igitur totalis ſumā, 53°, 2', 7", id eſt, quinquaginta tria Integra, duo Prima, & ſeptem Secunda, quæ efficiunt 53 Decempedas, 2 pedes, & 7 Scrupula ſeu minuta.

	40, 2'.
	18, 17
B.	9, 0.
	20, 40
	36, 73.
	880, 32'.

In additione quadratorum numerorum ſcribe numeros ut antè, & incipe à ſiniſtra, & quoties ſumma collecta unius ſeriei excedit 100, appone 1 ſequentis ſeriei numeris, & reſiduum ſcribe infra lineam. Exempli gratiâ, ſint addendi numeri in B. poſiti. Prima addita efficiunt 131; ſcribe ergo infrà 31, & adde 1 Integris; quæ ſimul cum hoc 1, efficiunt 88.

Articulus. III.

De Subtractione Numerorum Geometricorum.

Geometricorū numerorum ſubtractio

POſſunt ac ſolent ſubtrahi numeri ſimplices à ſimplicibus, & quadrati à quadratis; non verò ſimplices à quadratis, & è contra. Utrobique numeri eodem ſigno notati, ſeu ejuſdem ſpeciei, ſibi invicem ſupponuntur, nempe Integra ſub Integris, Prima ſub Primis, Secunda ſub Secundis, &c. Incipitur à dextra verſus ſiniſtram; operatio fit ut in vulgata ſubtractione; reſiduum quod ſcribitur infra lineam, eandem denominationem accipit, quam habent numeri ſupra lineā ſcripti.

Exempla.

Primum.	Secundum.
80, 7', 5".	80, 9', 3", 4"', 2"".
3. 5, 2,	3, 0, 0, 8. 0
50, 2', 3",	50, 9', 2", 6"', 2"".

Quando ſubtrahendæ ſunt partes, ſcilicet Prima, Secunda, Tertia, &c. ab Integris, & numeri ſunt ſimplices, tunc numero Integrorū addi debent tot ciſræ, quot virgulas habet ſupra ſe numerus partium, qui primus eſt à dextra in ſerie partium. Exempli gratiâ, ſi ab 8 Integris ſubtrahenda ſunt 2' Prima; addi debet ad 8 una ciſra; ſi 2' Prima, & 3" Secunda; addi debent duæ ciſræ: ſi 2' Prima, 3" Secunda, 4"' Tertia; addi debent ad 8 tres ciſræ. Sic ergo ſtabunt ſequentia exempla.

Primum.	Secundum.	Tertium.
80 0	80 0 0	80 0 0 0
2'	2'. 3"	2'. 3". 4"'.
70. 8'	70. 7'. 7".	70. 7'. 6". 6"'

Ratio hujus rei eſt, quia ut Prima ſubtrahantur ab Integris, item Secunda & Tertia ab Integris; debent integra converti in Prima, Secunda, Tertia, &c. quod fit per additionem ciſrarum modo prædicto: & hoc ideo, quia multiplicatio fit per 10.

Eodem modo ſi à Primis ſubtrahenda ſunt Secunda, aut Tertia; addi debent Primis una, aut duæ ciſræ, & operatio inſtituenda ut dictum.

Quando verò ſubtrahendi ſunt numeri quadrati à numeris quadratis, ſcilicet Partes ab Integris, aut partes plurium virgularum à partibus pauciorum virgularum; tunc loco unius ciſræ addi debent duæ, & loco d[illegible]um quatuor, & loco trium ſex, &c. Verbi gratiâ, ſubtrahenda ſint 2 Prima quadrata ab 8 Integris quadratis; aut 2 Prima, & 3. Secunda quadrata ab 8 Integris, &c. debent ſtare exempla ut ſequitur.

Primum.	Secundum.	Tertium.
80 0 0	80. 0 0 0 0	80. 0 0 0 0 0 0
2'.	2'. 3".	2'. 3". 4"'.
70. 9'. 8".	70. 9'. 9". 7"'. 7"".	70, 9'. 9". 5"'. 7"". 0'. 6'. 1.

Ratio verò hujus rei eſt, quia unum Integrum quadratum æquivalet 100 Primis quadratis, & 10000. Secundis quadratis, & 1000000 Tertiis quadratis; quæ quidem æquivalentia ſeu converſio ac multiplicatio habetur per additionem ciſrarum modo dicto.

Eodem modo ſi à Primis quadratis ſubtrahi debent Secunda quadrata, Tertia, &c. addi debent ad Prima duæ, aut quatuor, aut ſex ciſræ, idq; ob eandem rationem jam dictam.

Articulus IV.

De Multiplicatione Numerorum Geometricorum.

Geometricorū numerorum multiplicatio.

MUltiplicatio in illa Geometriæ practicæ ſpecie, quæ de ſuperficierum dimenſionibus agit, maximè eſt neceſſaria, & in omnibus operationibus adhibenda; ideoque valde familiarem ſibi reddat ipſam Geometra neceeſſe eſt.

Sciendum autem, ac bene notandum, quando multiplicantur inter ſe numeri ſimplices, ſeu ſignificantes menſuras ſimplices, produci numeros quadratos, ſeu ſignificantes menſuras quadratas; ut ſi 4 Decempedæ ſimplices multiplicentur per 3. Decempedas ſimplices, producuntur 12. Decempedæ quadratæ.

Quid porrò producatur, dum multiplicantur perticæ per pedes, & pedes per uncias, aut perticæ & pedes per pedes, &c. alii multis docent Regulis; nos qui diviſione denariâ Integrorum, Primorum, Secundorum, &c. utimur, nullâ peculiari Regulâ indigemus, niſi ſequente unicâ, quæ univerſalis eſt, pro omnibus menſurarum ſpeciebus, ſuppoſitâ prædictâ denariâ diviſione.

Pro Multiplicatione igitur Numerorum Geometricorum ſimplicium hæc duo obſerva.

Primò. ſcribe Multiplicatorē ſub Multiplicando, prout fieri ſolet in vulgata multiplicatione; deinde operationem inſtitue eo penitus modo, quo fieri ſolet in eadem multiplicatione vulgari, nullâ adhuc habitâ ratione Primorum, Secundorum, &c. ac ſi omnes numeri eſſent Integri, aut omnes unius cujuſcunque ſpeciei, v.g. Prima, Seda, &c.

Secundò, peractâ operatione, ac deſcripto infrà lineā totali producto, vide quot virgulis ſignata ſit dextra ſigura tam multiplicandi, quàm Multiplicatoris; & totidem virgulis, quot in utraq; reperies, ſignabis dextimam ſiguram totalis producti, reliquas verò ejuſdem producti ſiguras verſus ſiniſtram nota unâ ſemper virgulâ minùs. Sed in exemplis res clariùs apparebit.

Sint igitur multiplicandæ 3 Decempedæ, & 2 Prima, per 2 Decempedas, & 4 Prima. Scribe numeros ſub ſe invicem, ut vides in primo Exemplo,

Digitized by Google

& deinde vulgari modo 24 in 32: producentur 768. Quia igitur duæ dextimæ figuræ, nempe 2 & 4 (quæ ſunt dextimæ figuræ Multiplicandi & Multiplicatoris) habent ſingulæ unam virgulam: notabis ſupra 8, quæ eſt dextima figura producti, duas virgulas, hoc eſt, denominationem Secundorum (ſed quadratorum) at ſupra proximè ſequentem figuram, 6, notabis unam virgulam, ſeu ſignum Primorum. & ſupra 7, notabis cifram, ſeu ſignum Integrorum (ſed quadratorum.) Si igitur detur ſuperficies quadrilatera rectangula, cujus unum latus ſit longum 3 decempedas, & 2 Prima, hoc eſt, 32 pedes ſimplices: alterum verò latus ſit latum 2 decempedas, & 4 Prima, id eſt, 24 pedes ſimplices: continebit tota area ſeu capacitas ipſius 7 decempedas quadratas, 6 Prima, & 8 Secunda quadrata.

Exempla.

Secundum.	Primum.	Tertium.
3°. 2'.	6°. 3'. 4".	
2°. 4'	4°. 2'.	3°. 4'.
		2'.
1 2 8	1 2 6 8	
6 4	2 5 3 6	6'. 8".
7°. 6'. 8".	26°. 6'. 2". 8".	

Sint iterum multiplicanda 6°, 3', 4", per 4°, 2', hoc eſt, ſex Decempedæ, tria Prima, quatuor Secunda, per quatuor Decempedas, & duo Prima. Scribe numeros ut vides in ſecundo Exemplo, & operare ut in præcedenti Exemplo, producenturque 26°, 6', 2", 8". Ubi vides, dextimam figuram producti, nempe 8, eſſe ſignatam ſigno Tertiorum, quia duæ dextimæ figuræ ſupra lineam habent ſimul tres virgulas.

Sint denique multiplicandæ 3 decempedæ & 4 Prima, per 2 Prima. Stabit Exemplum, ut vides, dabitque productum 6', 8". In hoc Exemplo videtur productum eſſe minus quàm multiplicandus numerus, non tamen ita res ſe habet, quia in Producto ſunt Prima & Secunda quadrata, at in triplicando ſunt Integra & Prima ſimplicia.

Ratio verò prædicti modi operandi eſt, quòd propter denariam decempedæ diviſionem, ac ſubdiviſionem hâc ratione idem præſtatur, ac ſi Integra Multiplicandi ac Multiplicatoris reſolverentur in partes, & partes majores in partes minores, ac deinde productum divideretur, ut fieri ſolet per aliorum Regulam multiplicandi, prout conſideranti patet.

Articulus V.

De Diviſione Numerorum Geometricorum.

Geometria Numerorum diviſio. IN Diviſione Numerorum Geometricorum, Dividendus numerus ſignificat ſuperficies, ſeu numeros ſignificantes menſuras quadratas; Diviſor ſignificat unum latus ſuperficiei illius, quam exprimit numerus dividendus; Quotus denique proveniens ſignificat alterum latus ejuſdē ſuperficiei. Verbi gratiâ, ſint propoſitæ 24 decempedæ dividendæ per 3 decempedas; ſenſus eſt, quod ſit ſuperficies aliqua continens 24 decempedas quadratas in ſua area, & habens in latitudine 3 decempedas ſimplices; quæritur igitur alterum latus quot decempedarum ſimplicium ſit longitudine?

Poſſunt dividi numeri ejuſdem ſpeciei, id eſt, ſignificantes vel ſola Integra, vel ſola Prima, vel ſola Secunda, &c. Poſſunt etiam dividi numeri diverſarum ſpecierum, ut Integra, Prima, & Secunda, &c. Diviſor præterea poteſt ſignificare res ejuſdem ſpeciei, & res diverſarum ſpecierum.

Quid in ea obſervandum. In omni porrò diviſione proceditur ut in diviſione vulgari, obſervando ſolum duo.

Primum eſt, ut quando prævidetur fore, ut peractâ diviſione remaneat aliquod reſiduum, adeoque occurrat aliqua fractio; adjungantur Dividendo numero duæ, aut tres cifræ cum notis partium convenientium; ut ſi dividenda ſint 25 Integra, proximè ſequens cifra ſignificet Prima, altera verò cifra ſignificet Secunda. Hoc autem ideo fit, ut numerus Dividendus reducatur ad numerum ſignificantem minores partes, ſaltem Secunda: ſi enim habentur ſecunda, ſatis præciſa & exacta erit diviſio, etiamſi remaneant Tertia & Quarta; quia hæc ordinariè ſunt tam exigua, ut ſine errore poſſint negligi.

Secundum eſt, ut peractâ diviſione modo communi, videatur quot virgulis ſignata ſit dextima figura tam Diviſoris, quàm Dividendi; ac deinde minor numerus virgularum ſubtrahatur à majori; & denique tot virgulis ſignetur dextima figura Quotientis, quot poſt factam ſubtractionem remanſerunt, ſequentes verò figuræ poſt dextimam ſignentur ſemper unâ virgulâ minùs.

Exempla.

Primum.	Secundum.
2	2
1'. 8'. 4". (2'. 3°.	1' 8". 4". (2°. 3'.
8'. 8'.	8 8"
Tertium.	**Quartum.**
2	2
1°. 8'. 4". (2. 3°	1°. 8'. 4". (2'. 3".
8' 8"	8° 8°

Sint dividenda 1'. 8". 4". per 8'. Collocentur numeri ut vides in primo Exemplo factum, & fiat diviſio more ordinario; dabitque Quotiens 2'. 3". Nam cùm Diviſor, 8, ſignetur tantùm unâ virgulâ, dextima autem figura Dividendi tribus; ſi unam ſubtrahas à tribus, remanebunt duæ, quæ poni debent ſupra, 3, dextimam Quoti, & ſupra ſequentem numerum, 2, debet poni una.

Quòd ſi eundem numerum, 1', 8", 4". dividas per 8"; provenient in Quotiente 2°. 3', ut in ſecundo Exemplo apparet.

Si verò hunc numerum, 1°. 8', 4", dividas per 8", provenient in Quotiente 23 Integra, ut in tertio Exemplo patet.

Si deniq; dividas 1°. 8'. 4" per 8°; provenient in Quotiente 2', 3". ut in quarto Exemplo apparet.

Sint iterum dividenda 8°. 4'. per 9'. Quoniam factâ diviſione numeri 84 per 9, remanet 3; addatur ad 84 una cifra, & remanebunt, factâ primâ diviſione, 30': quoniam verò factâ ſecundâ diviſione remanet iterū 3', addatur altera cifra, & remanebunt 3"; quæ ferè negligi poſſunt, ſi tamen vis exactiorem diviſionem, addere poteris plures cifras.

Ex his patet, tum potiſſimùm adjungendas eſſe cifras ad Dividendum, quando Diviſor continet plures virgulas, aut quomodocunque major eſt, quàm Dividendus; quod contingere poteſt, ſi Dividendus ſignificat integra, Diviſor partes.

Anno-

Annotatio.

Arithmeticæ decimalis utilitas

USus decimalium numerorum non ſolùm locum habere poteſt in calculo geometrico, ſed etiam in aſtronomico, & quarumvis aliarum menſurarum ac ponderum. Si enim menſura & pondera integra, v.g. libra, dividantur non in 12, aut 16, ut fieri alias aſſolet, ſed in 10. partes æquales, & ſingulæ decimæ in alias rurſus 10. æquales, id eſt, in centeſimas totius; atque harum ſingula rurſus in 10, quæ proinde jam erunt milleſimæ totius; & ſic ulteriùs, quò uſq; licet, aut neceſſarium fuerit, ponderibuſque (aut menſuris) hunc in modum diviſis utamur in calculo ponderum, &c. nuſquam fractiones ſeſe ingerent, & moleſtiam creabunt, ſed earum loco integris numeris adhærebunt particulæ decimales, quas licebit in additione, ſubtractione, multiplicatione, ac diviſione, adhibere ut integros numeros, modo hactenus dicto. Idem fieri poterit in calculo Aſtronomico (de quo mox,) ſi circumferentia circuli dividatur quidem in 360 gradus, at gradus ſinguli non in 60, ſed in 10. æquales partes ſecentur, & harum ſingulæ in alias 10, & has in alias, &c. quò uſque placuerit, aut neceſſitas exegerit. Qui quidem modus placet nunc aliquibus Aſtronomis, atq; utinam placuiſſet & antiquis, non eſſet tam intricatus Aſtronomicus calculus, prout eſſe mox patebit.

CAPUT II.

De Arithmetica Aſtronomica.

Arithmetica aſtronomica.

Aſtronomici numeri.

ARithmeticam Aſtronomicã, ſeu, ut alii loquuntur, Aſtronomicam, calculum hic appello illam numerandi praxin, quæ circa numeros Aſtronomicos verſatur. Numeri Aſtronomici ſunt, quibus Aſtronomi utuntur in aſtrorum motibus, & temporum periodis calculandis, dum quærunt, ac docent, aut quanto tempore datus aliquis motus cœleſtis abſolvatur, aut quantus motus in dato aliquo tempore peragatur. Eſt hæc calculandi ratio ſummè neceſſaria in calculandis eclipſibus in cœleſti themate erigendo, in ephemeridib. condendis, & in omni Aſtronomiæ uſu; adeoque non minùs diligenter, quàm vulgaris arithmetica addiſci debet. Poteſt tamen Tyro eam differre uſque ad Aſtronomiam ipſam, de qua infrà ſuo loco.

Articulus I.

De numeris Aſtronomicis.

Circuli diviſio in gradus & minuta.

ASTrorum motus cùm circulares ſint, numerantur in circulis, & circuli partibus. Circulus, ut l. 1. c. 3. art. 3. num. 14. diximus, dividitur in gradus 360, gradus quilibet ſubdividitur in minuta ſeu ſcrupula prima 60, quodlibet minutum primum in ſecunda 60, quodlibet ſecundũ in tertia 60, & ſic ulteriùs procedendo uſq; ad decima minuta, vel etiam ulteriùs, ſi neceſſarium fuerit.

Zodiaci diviſio in ſigna.

Dividitur prætereà Zodiacus (cujus præcipua ratio habetur in calculo aſtronomico) vel in 12 ſigna comunia, vel in 6 ſigna phyſica, ut appellant. Itaque ſignum unum commune continet gradus 30, phyſicum verò unum gradus 60. Ex his conſtat, diviſionem motus aſtronomici fieri in circulos, ſigna, gradus, minuta, ſecũda, tertia, &c. tanquam in integra & partes.

Gradus & minuta quomodo notentur.

Graduum nota eſt cifra ſupra numeros poſita, minutorũ primorum una virgula, ſecundorum duæ virgulæ, tertiorum tres &c. ſic, $3^{0}\ 7^{'}.12^{''}.30^{'''}.52^{''''}$. Ad collectionem eorundem motuum quod attinet, colliguntur, minuta in gradus, & hi in ſigna (phyſica ſcilicet, aut comunia) & circulos; vel in ſexagenas primas, ſecundas, tertias, &c.

Sexagena quid ſint,

Una ſexagena prima continet gradus 60, una verò ſexagena ſecunda comprehendit 60 primas, ſive gradus 3600, una Sexagena tertia, 60 ſecundas, ſive gradus 216000, & ſic ſemper aſcendendo per ſexagecuplam proportionem, donec uſus poſtulaverit. In diviſione itaque motus aſtronomici deſcendimus, in collectione verò aſcendimus, utrobique per dictam ſexagecuplam rationem. En tabulam, quam ſi à ſiniſtra ingrederis, invenies quot minuta prima, ſecunda, &c. continet unus gradus circuli; ſi verò à dextera, ſcies quot gradus comprehendat una ſexagena prima, ſecunda, &c.

Unus grad° cõprehẽd. minuta		Una verò Sexagena continet Gradus
1ª.	60	1ª.
2.	3600	2.
3.	216000	3.
4.	12960000	4.
5.	777600000	5.
6.	46656000000	6.
7.	2799360000000	7.
8.	167961600000000	8.
9.	10077696000000000	9.
10.	604661760000000000	10.

Temporis diviſio.

Tempus, hoc eſt, motus duratio, numeratur in annis, menſibus, diebus, horis, minutis primis, ſecundis, tertiis, &c. uſq; ad decima, aut quòuſque neceſſarium eſt, & etiam in Sexagenis.

Annus aſtronomicus, & vulgaris.

Annus vel eſt aſtronomicus, vel vulgaris. Vulgaris vel Julianus, eſt vel Ægyptiacus. Julianus habet menſes 12. Menſis habet dies vel 28, vel 29, vel 30, vel 31. Dies habet horas 24. Hora habet minuta prima 60, minutũ primũ 60 ſecunda, ſecundum 60 tertia, ſicq; ulteriùs. Ægyptiacus añus habet menſes 12, Menſis verò habet dies æquabiliter 30, qui diſtinguuntur in horas & minuta, ut Juliani. Aſtronomic⁹ annus eſt ſecundum Alphonſinos dierum 365, horarum 5. minutorum primorum 49. ſecundorum 16; ſecuodũ alios alius, ut infrà ſuo loco videbimus.

Diei diviſio ſecundum aſtronomos.

Aſtronomi deſcendendo dividunt diẽ velut integrum in minuta ſeu ſcrupula 60 prima, primũ in totidẽ ſecunda, ſecundum in totidem tertia, & ſic porrò. Sic uni horæ vulgari competunt ſcrupula horaria aſtronomica, 2 prima, & 30 ſecunda. Aſcendendo verò colligunt dies in Sexagenas, ita ut dies 60 faciant unam Sexagenam primam, ſexaginta Sexagenæ primæ unam Sexagenam ſecundam, ſeu dies 3600, & ſic porrò, ut ſuprà de gradibus diximus.

Dies & ſcrupula dierum ſic notantur: $12^{0},\ 14^{'}\ 7^{''},16^{'''},20^{''''},23^{v}$, &c. ſignificat, dies 12, ſcrupula prima 14, ſecuuda 7, tertia 16, quarta 20, quinta 23, &c. Dies & Sexagenæ dierum notantur ſic: $5^{x}\ 4^{x}\ 3^{x},\ 2^{x}\ 1^{x}$ | ſignificat, ſexagenas primas 15, 32, 29, 18, 37, 15, | ſecundas 37, tertias 18, quartas 29, quintas 32, &c.

Articulus II.

De Notatione, & Numeratione aſtronomica.

Aſtronomica notatio, & numeratio,

IN notatione numerorũ aſtronomicorum tria ſũt obſervãda, primò recta collocatio, ſecundò

genuina deſignatio, tertiò legitima enuntiatio ſeu numeratio. Hæc ttia enjuſmodi eſſe debeant, tametſi ex dictis intelligi queat, exponemus ramen exemplis nonnullis.

Exemplum I. in motibus.

Signa.	Gradus.	Scrupula.
Notat. S.	o.	' '' ''' '''' v. vi.
Numer. 10	28.	13.18.28.39.52.49.

Signa 10, Gradus 28, Scrupula prima 13, ſecunda 18, tertia 28, quarta 36, quinta 52, ſexta 49. &c.

Vel

	Sexagenæ.	Gradus.	Scrupula.
Notat.	3ª. 2ª. 1ª.	o.	' '' ''' '''' v
Numer.	7. 17. 12.	37.	29.18.24.19.38.

Sexagenæ ternæ 7, ſecundæ 17, primæ 12 Gradus 37, Scrupula prima 29, ſecunda, 18, &c.

Exemplum II. in tempore.

	Anni.	Menſes.	Dies.	Horæ.	Minuta.
Notat.	A.	M.	D.	H.	' '' '''
Numer.	16.	10.	21.	19.	50. 39. 42

Anni 16, menſes 10, dies 21, horæ 19, minuta prima 50, ſecunda 39, tertia 42, &c.

Vel

	Sexagenæ.	Dies.	Scrupula.
Notat.	3ª. 2ª. 1ª.	D.	I. II. III.
Numer.	4 7. 2.	38.	55. 38. 17

Sexagenæ tertiz'4 e.undæ 7, primæ 3, Dies:38. Scrupula prima 55, ſecunda 38. tertia 17, &c.

Articulus III.

De Additione aſtronomica.

Aſtronomica Adduo. PRimò. Similium ſpecierum numeros colloca ſub ſimilibus, ut Sexagenas primas ſub ſexagenis primis, ſecundas ſub ſecundis, gradus ſub gradibus, annos ſub annis, ſcrupula prima ſub primis, &c. interpoſitâ lineâ, vel juſto intervallo inter ſingulas ſpecies, ut ſine errore à ſe invicem diſcerni poſſint, prout in ſequentibus exemplis vides factum. *Secundo.* Si quis locus alicujus ſeriei caret numero, pone ejus loco cifram, ut vides in primo exemplo in ſerie ſcrupulorum ſecundorum. *Tertiò.* Ductâ infra omnes numeros addendos lineâ, incipe à dextera Additionem, ut in ordinaria fieri ſolet; & ſummâ unius ſeriei collectâ, quoties illa ſumma continet ſpeciem anteriorem, tot unitates illi anteriori adjice, & reſiduum pone infra lineam, ut in omnibus exemplis vides eſſe factum.

Exemplum I. Sint addenda in motibus.

	S.	o.	I.	II.	III.	IV.
	9.	28.	56.	o.	37.	15.
	10	19.	44.	13.	48.	59.
Summa.	8.	18.	40.	14.	26.	14.

In hoc exẽplo ſcrupula 60 poſteriora faciunt 1 anterius, & 60 prima, 1 gradum & 30 gradus, 1 ſignum. Incipiendo itaque à ſcrupulis quartis, ſumma eorum eſt 74; à qua ſi rejiciantur 60, & pro iis addatur unitas priori ſpeciei; remanent 14. Deinde ſumma ſcrupulorũ ſecundorum, unà cũ unitate addita, eſt 86, à quibus ſi rejiciantur 60, & pro iis addatur unitas antecedenti ſpeciei, remanent 26. Summa ſcrupulorum ſecundorum cum unitate addita, eſt 14. Summa ſcrupulorum primorum eſt 100, à quibus ſi 60 abjiciantur, & pro iis addatur unitas gradibus qui præcedunt; remanent 40. Summa graduum cum unitate addita, eſt 48, à quibus ſi 30 abjiciantur, & unitas addatur ſignis antecedentibus, remanent 18. Summa denique Signorum, cum unitate antea addita, eſt 20 quidem, at quia 12. Signa efficiunt circulum, & circuli integri ferè abjiciuntur in calculo aſtronomico, & retinetur id tantùm, quod infra 12. & circulo minus eſt (in motibus enim cœleſtibus rarò quæritur, quoties ſidus aliquod ſuum circulum fuerit emenſum, ſed in qua circuli parte quolibet tempore verſetur) ideo reſiduum Signorum eſt tantum 8.

Exemplum II. Sint iterum addenda in motibus.

	Sexagenæ.	Gradus.	Scrupula.
	4ª. 3ª. 2ª. 1ª.	o	I. II. III. IV.
	o. 49. 50. 37.	45.	50. 13. 9. 18.
	o. 17. 36. 8.	53.	58. 47. o. 59.
Summa.	1. 7. 26. 46.	39.	49. o. 10. 17.

In hoc exemplo gradus 60 æquivalent uni Sexagenæ primæ, & 60 Sexagenæ tertiæ uni quartæ, ideo licet colligantur gradus 99, infra tamen ſcribuntur tantum 39, & licet colligantur ſexagenæ tertiæ 67, infra tamen ſcribuntur tantùm 7, & pro 60 abjectis ponitur unitas infra ſexagenas quartas

Exemplum III. Sint addenda in tempore.

	Anni.	Dies.	Horæ.	Minuta.
				I. II. III.
	30.	38.	23.	3 18 39
	60.	59.	18.	59. 27. 30.
Summa.	90.	98.	18.	2. 46. 9.

In hoc exemplo horæ 24 efficiunt unum diem. Licet igitur ſumma horarum ſit 42, infra tamen ſcribuntur tantùm 18, & pro reliquis 24 abjectis additur unitas ad dies.

Examen Additionis fit per Subtractionem, ſubtrahendo unum additorum numerorum à ſumma inventa, &c. prout dictum fuit in Additionis vulgaris Examine.

Articulus IV.

De Subtractione Aſtronomica.

PRimò. Scribe ſpecies ſimiles ſub ſimilib. hac *Aſtronomica Subtractio.* conditione, ut major numerus ſcribatur ſupra, minor verò infra, ut in exemplis apparet. *Secundò.* Operationem inſtitue ut in Subtractione ordinaria. Si in aliqua ſpecie numerus ſuperior eſt minor quàm inferior, ut propterea ſubtractio fieri nequeat; ſume unitatem ex numero ſuperiore ſpeciei antecedentis, eamque reſolve in ſpeciem conſequentem, & adjice numero ipſius ſuperiori, ut in iiſdem exemplis factum vides. In hoc autem caſu ſpeciei antecedentis numerum ſuperiorem diminutum eſſe unitate memineris. *Tertiò.* Si primæ ad ſiniſtram

'abula
exage-
aria pro
ıultipli-
atione
ſtrono-
uica.

ide Tab.
exagen.

Aſtronomica A duce.

ſtram ſpeciei numerus ſuperior etiam minor eſt inferiore, aſſume ad eum unum integrum, v.g. integrum circulum ad ſigna, unum annum ad dies, unum diem ad horas, &c. Exemplum ponam tantùm in motibus. Idem autem operandi modus eſt in temporum ſubtractione.

Exemplum.

	Signa.	Gradus.	Minuta.		
	S.	o.	I.	II	III.
	8.	20.	o.	43.	56.
	3.	28.	18.	53.	58.
Reſiduum.	4.	21.	41.	49.	58.

In hoc exemplo ſuppono unum ſignum valere 30 gradus. Itaque incipiendo à ſcrupulis tertiis, ſubtrahantur 8 à 16, & 5 non à 4, ſed à 10, quia unum minutum ſecundum mutuò acceptum valet 60 ſecunda, ſeu 6 denitates tertiorum, quib. ſi addantur 40‴, ſeu 4, denitates tertiorum, fiunt 10 denitates tertiorum; à quibus ſi 5 ſubtrahantur, remanent 5, ideoque 58 tertia. Deinde pergendo ad ſecunda ſcrupula, 3 ſubtrahantur à 12, & 5 à 9, remanent 4, ideoque 49. ſecunda. Poſtea ad prima pergendo, ſubtrahuntur 8 à 9, remanet 1, & 1 à 5. remanent 4, atque adeo 41. Iterum pergendo ad gradus, ſubtrahuntur 8 à 9, remanet 1, & 2 à 4 (aſſumendo ſcilicet unum ſignum, quod valet 30 gradus) remanent 2. Tandem pergendo ad ſigna, ſubtrahuntur 3 à 7, remanent 4. Quòd ſi ſignum valeret gradus 60, deberent ſubtrahi gradus 28 à 70, & remanerent 51 gradus, & ſigna 4 ut antea. Si ſubtrahenda eſſent ſigna 10 ab 8. aſſumi deberet circulus ad 8, & conſtitui ſigna 20, & ab illis detrahi 10.

Examen. Subtractionis fit per Additionem, addendo reſiduum ad numerũ ſubtractũ &c. prout dictum fuit in Examine Subtractionis vulgaris.

Articulus V.

De Multiplicatione Aſtronomica.

Aſtronomica multiplicatio. INtricatiſſima eſt praxis multiplicandi numeros aſtronomicos ſexagenariam proportionem ſervantes, præſertim quando diverſæ ſpecies per diverſas ſpecies multiplicandæ ſunt, nempe gradus per minuta, ſecunda, &c; aut ſexagenæ primæ per ſecundas, tertias, &c. Conabor tamen quàm ordinatiſſimè procedere. Igitur

Primò. Commodioris operationis gratiâ ſcribe majorem numerum (qui nimirum ex plurib. ſpecieb. compoſitus eſt) ſuprà pro Multiplicando. minorem verò, ſeu pauciorum ſpecierum, infra pro Multiplicante, ita tamen ut ultima ad dexterã multiplicantis ſpecies ſubjiciatur ultimæ Multiplicandi, ſive ambæ ultimæ ſint ejuſdem ſpeciei, ſive diverſæ, ut in exemplis infra apparet. Quòd ſi uterque numerus æq; multas ſpecies continet, perinde eſt qui ſupernè, & qui infernè ponatur.

Secundò. Ductâ lineâ infra numeros collocatos, à dextera incipe, & duc ſingulas Multiplicantis ſpecies, in ſingulas Multiplicandi, more conſueto in multiplicatione ordinaria, productum, ſi ſexagenarium numerum excedit, divide per 60, reſiduum colloca ſub Multiplicante, Quotum verò productum ex diviſione adjice ſpeciei antecedenti, uti in iiſdem exemplis factum vides.

Tertio. Peractâ totâ multiplicatione, nota ac diſtingue ritè in ſpecies numeros ex multiplicatione emergentes, tali pacto: ſi notæ utriuſq; numeri, multiplicandi videlicet & multiplicantis, ſint ejuſdẽ ſpeciei, hoc eſt, ſi uterq; habeat notas tantùm tales, o, I, II, III, &c. eas adde inter ſe, & productu ſuprà ſcribe: ſi diverſas, ut o & I, o & II, &c. itẽ minuta & ſexagenas; ſubtrahe minorẽ ex majore & reſiduum ſcribe pro nota ſupra productũ.

Exemplum. Sint multiplicanda 4°. 13'. 42''. 50'''. per 38''. Colloca numeros ut vides, & duc 38 in 50, producentur 1960, hæc divide per 60, producentur 32, & remanebunt 40, ſcribe ergo 40 infra multiplicantem, & 32 pone infra antecedentem ſpeciem, adjicienda ſummæ ex multiplicatione ſequenti producendę, ut vides factum in exemplo.

	4°.	13'.	42''.	50'''.
				38''.
	8.	26.	31.	4.
2.	32.	14.	36.	
2.	40°.	41'.	7'''.	40ᵛ.

Iterum duc 38 in 42, producentur 1596, hæc diviſa per 60, dant 26, & remanent 36, ſcribe 36 infra 42, & infra 31, ſed 26 pone infra 13. Iterum duc 38 in 13, productumque 494 divide per 60; habebis 8, & remanebunt 14, hæc ſcribe infra 13, illa infra 4. Tandem duc 38 in 4, producentur 152, quæ diviſa per 60, dant 2, & 32. ſcribe 32 infra 4, & 2 ſcribe in loco anteriori. His peractis, collige ſummas infra primam lineam poſitas in ſummam totalem, modo dicto Artic. 3. & habebis ſummam infra ſecundam lineam, notatam ut vides juxta tertium præcedens præceptũ, quoniam ſecunda ducta in tertia, dant quinta: in ſecunda, quarta: in prima, tertia, in integra, ſecunda, & hæc diviſa per 60, dant prima.

Simili prorſus modo procedendum eſt in omnibus aliis exemplis, ſive motus per motum multiplicentur, ſive tempora per tempora: & etiamſi Multiplicans contineat plures ſpecies. Exempla tu ipſe tibi ſtatue.

Annotatio.

De Tabula Sexagenaria, pro multiplicatione, diviſione, in numeris aſtronomicis.

QUoniam res laboris ac tædii plena eſt productum ex multiplicatione, quoties ſexagenarium numerum ſuperat, dividere per 60, & quotum inventum ad anteriorem ſpeciem rejicere, retento ſolùm reſiduo; ordinarunt Artifices, magno ingenio, Tabulam quam Canonem Sexagenarium appellant, ſeu ſexageſimorũ ſcrupulorum, ex qua ſtatim & uno quaſi intuitu colligitur quid ex qualibet multiplicatione producatur ad diverſas ſpecies ſpectans, quam propterea hic loco inſerere volui. Conſtat ea trianguli ABC, & trapezii DEFG formâ. Tabula Sexagenaria pro multiplicatione aſtronomica. vide Tab. Sexagen.

Uſus Tabulæ hic eſt. Si tam multiplicandus, quàm multiplicator, triceenario major ſit, quæratur major in trianguli latere dextro BC, minor verò in ſuperiori tranſverſali AB: Si verò alteruter triceenario minor ſit, quæratur major in trapezii latere ſiniſtro DE, minor in tranſverſali obliquo DF. Cum his duobus numeris in utrolibet caſu, perge ad areolam eorum communem, & invenies inibi productum ſub duabus ſpeciebus, antecedente, & conſequente: & ſiniſtimus quidẽ numerus dictæ cellæ ſignificat quotum ad ſpeciem antecedentem rejiciendã, dextimus verò reſiduum ex multi-

multiplicatione. Quã porrò notam hoc reſiduum habere debeat diſces ex tertio præcepto paulò antè poſito.

Exemplum. Sint ut antea, multiplicanda 5̊0 per 38̊: quære 50 in trianguli latere dextro BC. & 38 in latere ſuperiore AB; invenies in areola ſeu quadratulo communi, 31, 40; quæ ſignificant in caſu poſito 31‴, & 40̊. Item ſint multiplicanda 13 per 38̊: quære 35 in trapezii latere ſiniſtro DE, 13 verò in diagonali DF; invenies in areola ſeu quadrangulo concurſus 8, 14; quæ ſignificant in poſito caſu 8″. & 14̊.

Hæc autem Tabula ſervit etiam pro diviſione, ut ex dicendis Articulo ſequenti patebit. Examen *multiplicationis fit per diviſionem, de qua nunc agemus.*

Articulus VI.

De Diviſione Aſtronomica.

Aſtronomica diviſio. Diviſio numerorum aſtronomicorum per aſtronomicos, rarum habet uſum & per Tabulam Sexagenariam difficulter peragitur, ſine Tabula difficillimè. Qui ea deſtituitur, reſolvat tam Dividendum, quàm Diviſorem, per continuã multiplicationem Sexagenariam, in ultimas ſpecies quas continent, & tum diviſionem more vulgaro inſtituat, quotumque inventum rurſus per continuam diviſionem ſexagenariam more vulgato in ſuas ſpecies colligat.

Exemplum. Sint dividenda Sexageſimæ ſecundæ 15, Sexageſimæ primæ 5, gradus 9, Minuta 12, Secunda 17, Tertia 16. per Sexageſimas primas 42, Gradus 23, Minuta 35, Secunda 46. Reduc totũ dividẽdum ad Tertia, per continuã multiplicationem per 60, & habebis Tertia 1250838 8236. Similiter reduc totum Diviſorẽ ad Secunda, per eandem continuam multiplicationẽ

2.ª	1.ª	0			
16.	5	9.	12.	17.	16,
	1.ª	0			
	42.	23.	35.	46.	
Tertia.	12508388236				
Secunda.	9156946				
Prima.	1366				
Gradus 22.	Minuta 46,				

per 60, & habebis Secunda 9156946. Divide jam Tertia per Secunda, diviſione vulgari, & habebis pro Quoto Prima 1366, uti patebit ex Regulis paulò pòſt adſignandis. Hæc rurſus divide diviſione vulgari per 60, & produces Gradus 22, Minuta 46, uti ex iiſdem Regulis patebit.

Per Tabulam Sexagenariam ſic inſtitues diviſionem. *Primò.* Totum Dividendum cum ſuis ſpecieb. ſcribe loco ſuperiori, eique ſubjice, incipiendo à ſiniſtra, totum Diviſorem cum ſuis etiam specieb. ita ut vel ſiniſtima figura diviſoris ſubjiciatur ſiniſtimæ Dividendi, ſi minor ſit Diviſor quàm membrum Dividendi cui reſpondere debet; vel proximè ſequenti, ſi ſit major. Deinde poſt utrumque numerum ad dexteram forma ſemilunulam, cui Quotus inſcribatur, prout in Diviſione ordinaria fit, & prout in exemplo factum vides in A & B.

Secundò. Si itaq; prima ſpecies, tam Diviſoris, quàm Dividendi, excedat triginta, adi tabulam triangularem, & quære Diviſorẽ in latere ſupremo tranſverſali AB, Dividendũ verò in ſubjecta columna perpendiculari; vel ſi Dividendus in dicta columna præcisè nõ reperitur, quære numerum proximè minorem; & ab hoc numero perge ad latus dextrum BG trianguli, inveniesque Quotum poſt lunulam ſcribendum. Si verò alterutra, ſive Dividendi, ſive Diviſoris, prima ſpecies minor eſt tricenario, adi tabulam quadrangularem, & quære Diviſorem in latere ſiniſtro DE dictæ tabulæ, Diviſorem verò in columna tranſverſali, vel ipſo proximè minorem numerum, à quo numero ſi aſcendas rectà ad caput tabulæ, invenies in ejus latere obliquo DF Quotum poſt ſemilunulam ſcribendum, ut vides in L factum.

Tertiò. Quotum inventum multiplica in totum Diviſorem, modo dicto in Articulo V. de Multiplicatione aſtronomica, ut vides factum in C.

Quartò. Productum ex multiplicatione collige in unam ſummam, diſtinctã ritè in ſuas ſpecies, ut vides in D: eamque ſummam ſubtrahe à Dividen-

Exemplum.

			2.ª	1.ª	0				
I. Dividendus.	A.		16.	5.	9.	12.	17.	16.	0
				1.ª	0				(L.22.
Diviſor.	B.			42.	23.	35.	46.		
Numeri ex multiplicatione			15.	8.	12.	16.	52.		
Quoti in Diviſorem orti.	C.			24.	26.	50.			
Summa ſubtrahen-			2.ª	1.ª	0				
da ex Dividendo.	D		15.	32.	39.	6.	52.		
Reſiduum ex				1.ª	0				
ſubtractione.	E.	on		32.	30.	5.	25.		

		1.ª	0				0
II. Novus Dividendus	F.	32.	30.	5.	25.	16.	(M.22.46.
			1.ª	0			
Diviſor promotus.	G.		42.	23.	35.	46.	
Numeri ex multiplicatione	H.	32,	17.	26.	35.	16.	
novi Quoti in Diviſorem orti.			12.	38.	50.		
Summa ſubtrahenda		1.ª	0				
ex novo Dividendo.	I.	31.	30.	5.	25.	16.	
Reſiduum ex ſubtractione.	K.	00.	00.	0.	00,	00.	

do

do, cui ſubſcriptus eſt diviſor, & reſiduum ſcribe infrà, ut in ſequenti exemplo vides in E.

Quintò. Reſiduo infrà notato adjunge aliam ſpeciem Dividendi, ut factum vides in F. Diviſoreq; promoto, ut fieri ſolet in diviſione ordinaria, & ut vides factum in G, repete operationes omnes ut antè, & ut factum vides in H, in I, in K, & in M.

Sextò. Si plures ſuperſunt ſpecies Dividendi, repete eundem operandi modũ, donec omnes abſumpſeris. Si promoto Diviſore, is major eſt quã Dividendus cui ſubſcriptus eſt, pone cifram poſt lunulam, & iterum promove Diviſoré, operareque ut antea. Si quid ex diviſione reſiduũ ſit, placeatque ulterius per eundem Diviſorem dividere; tunc reſiduo à dextris loco ulterioris ſpeciei adjunge cifram ſemel, aut iterum, prout libuerit, numerumque iſtum ulterius partire modo antea dicto. Sic ad minima pervenire poteris.

Sit dividẽdus & diviſor ut ſupra. Colloca illos ut vides in A & B. Et quoniã prima dividendi ſpecies, 16, minor eſt tricenario, quære diviſoré, 42, in latere DE trapezij, & perge dextrorſum in eadem columna; in qua quia non occurrunt 16, 5; accipe proximè minorem numerum 15, 24, & aſcendendo invenies 22. Scribe ergo 22 pro Quoto, ut vides in L. eumque multiplica in diviſorem B. invenies numeros C quos collige in ſummam D, & ſubtrahe ab A. eritque reſiduus numerus E. Hinc adde ultimam dividendi ſpeciem, ontimam $:_{6}^{o}$, & habebis novum dividendum F, cui ſubſcribes diviſorem, ut vides factum in G. Et quia prima ſpecies tam dividendi, quàm diviſoris major eſt tricenario, quære primam diviſoris ſpeciem, 42, in fronte AB trianguli, & deſcendendo invenies 32, 12, à quo numero perge dextrorſum, & in latere BC trianguli invenies 46. Scribe hæc poſt lunulam pro Quoto, ut vides in M: eundem multiplica in G, numeros H productos collige in ſummam I, eamque ſubtrahe ab F, & nihil remanebit. Erit itaque Quotus, 22, 46.

Septimò. Peractâ diviſione totâ, ſigna notis convenientibus ſpecies Quoti ex diviſione emergentis, obſervando ſequentes Regulas.

Regulæ ad ſignandas ſpecies Quoti.

Regulæ ad ſignandas ſpecies quoti in diviſione aſtronomicam.

PRimò. Cùm diviſor & dividendus habent notas ejuſdem ſpeciei, & quantitatis, proveniunt integra. *Sic ſi dividas gradus per gradus, Sexagenas primas per primas, Secundas per ſecundas, &c. Scrupula prima per prima, ſecunda per ſecunda, &c. emergunt gradus, qui integrum conſtituunt.*

Secunda. Cùm diviſor & dividendus habent notas ejuſdẽ ſpeciei, ſed nota dividendi ſuperat notã diviſoris: ſubtrahe minorem notam ex majori, eritque reſiduum nota Quoti ejuſdem ſpeciei ut antea. *Sic ſi dividas ſcrupula* $36^{''}$ *per* $6^{'}$*, fiet Quotus* $6^{'}$*: Si ſexagenas* 12^{tas} *per* 3as*, fiet Quotus* 2as*.*

Tertia. Cùm diviſor & dividendus habent notas ejuſdem ſpeciei, ſed nota diviſoris ſuperat notam dividendi; ſubtrahe ſimiliter minorẽ ex majore, eritq; reſiduum nota Quoti diverſæ ſpeciei quàm antea: nam ex ſcrupulis fiunt Sexagenæ, & ex Sexagenis ſcrupula. *Sic ſi dividas ſcrupula* $12^{''}$ *per* $6^{''}$*, fiunt* 2^{a} *Sexagena: ſi vero ſexagenas* 16as *per ſexagenas* 4^{tas}*, fiunt ſcrupula* $4^{'}$*.*

Quarta. Cùm diviſor & dividendus habent notas diverſæ ſpeciei, adde notas diviſoris notis dividendi, & ſumma erit nota Quoti ſub ea ſpecie, ſub qua dividendus erat. *Sic ſi dividas* 20as *ſexagenas* $4^{''}$ *ſcrupula, emergunt 5 ſexagenæ quintæ: & ſi dividas ſcrupula* 16° *per 4 Sexagenas tertias, emergunt 4 ſcrupula quinta*

Quinta. Cùm gradus dividuntur per ſcrupula, proveniunt Sexagenæ ejuſdẽ ſpeciei, cujus ſunt ſcrupula diviſoris. *Sic ſi dividas* 16° *per* $4^{'}$ *ſcrupula, habebis in Quoto* 4^{tas} *ſexagenas.*

Sexta Cùm ſcrupula per gradus dividuntur, proveniunt ſcrupula ejus ſpeciei, cujus eſt dividendus. *Sic ſi dividas* $16^{''}$ *ſcrupula per* 4°*, habebis in Quoto* $4^{''}$ *ſcrupula.*

Septima. Cùm gradus ſexagenas dividuntur, proveniunt in Quoto ſcrupula ejus ſpeciei, quam habet diviſor. *Sic diviſis* 16° *per* 4as *ſexagenas, erit Quotus* $4^{''}$ *ſcrupula.*

Octava. Cùm Sexagenæ per gradus dividuntur, proveniunt ſexagenæ ejus ſpeciei, cujus eſt dividendus. *Sic diviſis* 16as *ſexagenis per* 4°*, erit Quotus* 4^{a} *ſexagena.*

Annotatio.

HÆ regulæ valent, cùm dividendus primùs eſt major diviſore: ſi enim minor eſt, producitur ſpecies in Quoto uno loco inferior illa, quam Regulæ docent; ſcilicet non gradus, ſed ſcrupula; non ſcrupula, ſed ſecunda. Si tamen minorem dividendum reducas ad ſequentem ſpeciem minorem, v.g. gradus ad ſcrupula, ſcrupula ad ſecunda, &c. valent Regulæ.

CAPUT III.

De Arithmetica Politica ſeu Civili.

Arithmetica Civilis.

POliticam ſeu Civilem Arithmeticam voco, quæ vulgaris Arithmeticæ operationes ac regulas applicat monetis, ponderibus, menſuris aridorum, liquidorum, intervallorum, in politica ſeu civili vita uſitatis. Moneta, pondera ac menſuræ, ut ſemper apud varias gentes ac nationes varia fuere, ita nunc quoq; tanta habitu locorum, in Germania præſertim, diverſitas eorundem eſt, ut in iis non ſolùm regna à regnis, provinciæ à provinciis, ſed ſæpe etiam ejuſdem regni ac provinciæ urbes ab urbibus diſcrepent. Modus tamen calculandi idem cum proportione eſt, ita ut qui unius loci monetas, pondera, ac menſuras inter ſe addere, ſubtrahere, multiplicare, dividere (in his enim quatuor præcipuè conſiſtit omnis Arithmetica Civilis praxis) novit, poſſit eundem operandi modum aliorũ quoque locorum monetis, ponderibus, ac menſuris applicare, dummodò ingenio mediocri polleat, & varias dictarum rerum diviſiones in partes minores ac minores ſciat, uti ex dicendis patebit. Regulæ *ergo quas trademus, omnibus applicari poterunt, ut varia exempla, quæ adducemus, declarabunt.*

Arti-

Articulus I.

De monetarum, ponderum, ac menſurarum diverſis denominationibus ſeu ſpeciebus.

Denominationes ſeu ſpecies variæ monetarum, ponderum, & menſurarum.

VAriæ nationes variis monetis variè diviſis utuntur. Romani hodie utuntur ſcutis, Juliis, bajocis, granis. Scutum habet 10 Julios, Julius 5 bajocos, bajocus 5 grana. Siculi utuntur unciis, tarenis, granis. Uncia valet 30 tarenos, tarenus 20 grana. Germani aliqui utuntur florenis, baciis, crucigeris, nummis. Florenus valet 15 bacios, bacius 4 crucigeros, cruciger (alicubi ſaltem) 4 nummos. Monetas hiſce ac ſimilibus modis diviſas appello hîc monetas diverſæ denominationis ſeu ſpeciei.

Idem intelligi debet de ponderibus, & menſuris aridorum, liquidorum, intervallorum. Pondera ſunt pleriſque in locis, centenarius, libra, uncia, ſemiuncia ſeu loto, drachma, &c. Centenarius continet 100 libras, libra 16 uncias, uncia 2 lotones, loto 4 drachmas. Menſuræ liquidorum & aridorum majorem diverſitatem habent apud pleroſque populos. Intervallorum menſuræ ſunt milliaria, paſſus, pedes, cubiti, palmi, digiti, grana hordei, &c.

Ex his patet, in monetis, ponderibus, & menſuris quib. liber reperiri integra, & partes in quas integra dividuntur. Hæc integra & partes appello hîc diverſas ſpecies ſeu denominationes.

Articulus II.

De Additione monetarum, ponderum, menſurarum diverſæ ſpeciei.

Additio politica arithmetica.

PRimò. Colloca ſpecies ſimiles ſub ſimilibus, ac primo quidem loco, ſeu ad dexteram, minimas, tum ordine majores uſque ad maximas, & ſi ſpecies aliqua intermedia deſit in aliqua ſerie, ejus locum tranſili, aut cifrâ reple. *Secundò*, Vide quoties ſpecies antecedens conſequentem verſus dexteram contineat in ſe, ſeu quoties dextera contineatur in ſiniſtra ſubſequente. *Tertiò*. Ductâ lineâ infra omnes numeros, incipe à minima ſpecie ad dextram, & collige omnes numeros in unam ſummam; & quoties in ea continetur antecedens ſpecies, tot unitates adjice numero antecedenti: reſiduum verò pone infra lineam ſub ſpecie illa, in cujus numeris occuparis.

Exemplum I. in monetis Sint addendi floreni, bacii, crucigeri, & nummi A. Colloca numero ut

	Flor.	Bacii.	Crucig.	Numi.
A.	13.	14.	3.	2.
	19.	8.	0.	3.
B.	33.	8.	0.	3.

vides, & incipe à numis, dicendo: 3 & 2 faciunt 5, & quoniam quatuor nummi faciunt crucigerum, retine unã unitatem pro ſequenti ſpecie, & 1 reſiduũ ſcribe infra lineã. Perge deinde ad crucigeros, & dic: 3 & 1 antea retentũ, faciunt 4, & quoniam quatuor crucigeri efficiunt unum bacium, ſcribe cifram infra lineã, & retine unam unitatẽ pro ſequenti ſpecie. Mox perge ad bacios, quorũ ſumma, unà cũ unitate antea retenta, eſt 23; à quibus ſi auferas 15. qui florenũ efficiunt, remanent 8, pone ergo 8 infra lineã, & adde florenis ſequentibus unitatem, quorum ſumma cum hac unitate facit 33. Omnium ergo ſpecierum ſummam exhibet numerus B.

Exemplum II. in ponderibus. Sint addendi cẽtenarii, libræ, & unciæ C. Unciarum ſumma eſt 30, à quib. ſi auferas uncias 16, quæ unam libram efficiunt, remanent unciæ 14. Librarum ſumma, unà cum unitate addita, eſt 113, à qua ſi auferas 100, quæ centenarium efficiunt, remanent 13 Centenariorum ſumma, unà cum unitate addita, eſt 111. Summam omnium exhibet numerus D.

	Cent.	Lib.	Unic.
C	53.	94.	12.
	17.	18.	8.
	40.	0.	10.
D.	111.	13.	14.

Simili prorſus modo procedendum eſt in menſuris, & in omni aliarum monetarum, ponderum; & menſurarum genere, tametſi in aliis facilior ſit operatio, in aliis difficilior, propter diverſitatem partium in quas integra dividuntur.

Ex his patet, additionem hanc eſſe ſimilem additioni aſtronomicæ ſuprà explicatæ, & unam alteri lucem afferre.

Articulus III.

De Subtractione monetarum, ponderum, menſurarum diverſæ ſpeciei.

Subtractio arithmetica politica.

PRimò. Colloca ut antea ſpecies ſimiles ſub ſimilib. ita tamen, ut numerus minor ſeu ſubtrahendus, ſit infra majorem ejuſdem ſpeciei, ut in exemplis apparet. *Secundò*. Si alicujus ſpeciei inferior numerus non poteſt ſubtrahi à ſuperiori, eò quòd major eſt, accipiatur mutuo unitas à numero ſuperiori ſpeciei proximè antecedentis, & reſolvatur in ſpeciem illam de qua tractas, & tunc à toto aggregato ſubtrahe inferiorem, ut in iiſdem exemplis patet.

Exemplum I. Sit ſubtrahendus numerus E, à numero F. Incipe à

	Scuta.	Julii.	Bajo.	Gra.
F	23.	8.	4.	2.
E.	19.	3.	4.	4.
G.	4.	4.	4.	3.

granis; & quia 4 à 2 ſubtrahi non poſſunt, mutuum accipe unum bajocum, & reſolve in grana 5, quæ addita ad 2, faciunt grana 7, à quibus ſi ſubtrahas 4, remanent 3. Perge jam ab bajocos, & quoniam 4 à tribus (unum enim ſuſtuliſti, & reſolviſti in grana) non poſſunt ſubtrahi, reſolve unum Julium in quinq. bajocos (tot enim valet) quibus additis ad 3, ſubtrahe 4 ab 8, remanent 4. Ulteriùs ſubtrahe 3 Julios non ab 8, ſed à 7, remanent 4. Tandem ſubtrahe 19 ſcuta à 23, remanent 4.

Exemplum II. Sint iterum ſubtrahendi numeri H à numeris I. Dic. 3 à 4, remanet

	Floren.	Bacii.	Cruc.
I	128.	8.	4.
H	29.	14.	3.
K	98.	9.	1.

1. 14 ab 8 non poſſunt ſubtrahi, reſolve ergo unũ florenum in bacios, & habebis 23 bacios, à quib. ſi ſubtrahas 14, remanent 9. Tandem florenis 9 à 17 ſubtractis, remanent 8, & duobus ſubtractis ab undecim, remanent 9. Simili modo proceditur in ponderibus & menſuris.

Arti-

Articulus IV.

De multiplicatione monetarum, ponderum, & menſurarum diverſæ ſpeciei.

Multiplicatio Arithmetica politica

MUltiplicatio rerum diverſæ ſpeciei per res diverſæ ſpeciei maximè, & ferè unicè locum habet in menſutis geometricis. Si tamen in aliis quandoq; tebus occurrat, ut ſi multiplicandi ſint floreoi 30, bacii 12, crucigeri 3. per flotenos 10, bacios 8, crucigeros 2; ſic procedi poreſt. Omnes monetæ multiplicandi reducantur per multiplicationem ordinariam ad minimam ſpeciem, nempe in caſu poſito ad crucigeros, multiplicando videlicet 30 per 15. & ſommæ productæ addeodo 12; totumque aggregatum iterum multiplicando per 4. & ſummæ productæ addendo 3. Simili modo monetæ Multiplicatoris reducantur ad crucigeros. His factis, multiplicentur modo ordinario crucigeri per crucigeros, & ſumma producta diviſione etiam ordinaria reducatur ad bacios, & bacii ad florenus, eritque multiplicatio peracta, in exemplo poſito crucigeri multiplicandi ſuut 1851, multiplicantis verò ſunt 634: ſumma producta ſunt 1333534; crucigeri; quæ diviſa per 60, (tot enim crucigeri faciunt unum florenum) dant flotenos 22215, bacios 8$\frac{1}{4}$. Simili ratione in aliis proeedi poteſt.

Io menſuris Geometricis pro operationibus geometriæ practicæ, adhibentur perticæ, pedes, digiti, & grana, & ſcrupula, ut ex dictis ſuprà in Arithmetica geometrica cap. 1. conſtat. Si igitur pertica dividatur in decem pedes & pes in decem digitos, & digitus in decem grana; faciliima eſt multiplicatio ut ex ibidem dictis patet. Hoc autem fieri poteſt etiam in illis locis, in quibus decempeda non eſt in uſu, ſed vel duodecempeda, vel ſexdecempeda. Si quis tamen uti malit ſexdecempeda v.g. perticâ nimirum diviſa in pedes 16, & pede diviſo indigitos 16, & digito diviſo in 16 grana, & granis in 16 ſcrupula diviſis; ita procedere poteſt.

Primò. Numerus qui plures ſpecies continet, aut ſaltem major eſt altero, commoditatis gratiâ fiat multiplicandus, & ſcribatur ſuperiori loco; alter verò fiat multiplicator, & inferiori loco ſcribatur ut in exemplo ſequenti apparet. *Secundò.* Similes ſpecies ſub ſimilibus collocentur, & in abſentium locum ſubſtituatur in medio ac ſine cifra. *Tertiò.* Singuli oumeri inferiores multiplicentur more ordinario in ſingulos ſuperiores, & productum cujuslibet ſpeciei ſeparatim & integrè ſcribatur infrà, ſive unâ, ſive pluribus conſtet notis ſeu figuris. *Quartò.* Singulorum oumeri in unam ſummam colligantur, ac deiode ſingulæ ſpecies poſteriores reducantur ad antecedentes, & quoties continent antecedentes, tot unitates iis addaotur, ſumendo pro ſingulis 16 unitatibus poſterioris unam unitatem anterioris. *Quintò.* Totum numerum productum divide ac diſtingue ritè in ſuas ſpecies, per Regulas poſtea tradcudas.

Exemplum.

				Pett.	Ped.	Dig.
Multiplicandus.				3.	4.	6.
Multiplicator.				2.	3.	5.
Numeri prodocti	A			15.	20.	30.
ex multiplicatione.	B.		9.	12.	18.	
	C.	6.	8.	12.		
Summa eorum.	E.	6.	17.	39.	38.	30.
Reducta.	F.	7.	3.	9.	7.	14.

In hoc Exemplo digiti multiplicaroris ducti in multiplicaodum, produxerunt numetum A, pedes numerum B, perticæ numerum C. Horum trium numerorum ſumma eſt E; quæ reducta, dividendo ſingulos numeros ſeparatim poſitos per 16, dat ſummam F. Quam io ſpecies divides per ſequentes Regulas.

Regula ad cognoſcendam ſpeciem emergentem ex multiplicatione prædicta.

Regula ad cognoſcendam ſpeciem emergentem ex multiplicatione politica Arithmetica,

P*Rima.* Digiti ducti in digitos, pedes in pedes, perticæ in perticas, producunt quadratos digitos, pedes, perticas. *Secunda.* Digiti ducti in pedes, producunt pedes latos uno digito; quos Agrimenſores appellaot pedes contractos, *krumme Schue* Horum ſexdecim juxta ſe poſiti ſecundùm latitudiuem, efficiont pedem quadratum, *ein Creutz-Schube. Tertia.* Digiti ducti in perticas, producunt perticas uoum digitum latas quas Agrimeoſures Germani vocant *Creutz-Viertel.* Harum ſexdecim juxta ſe ſecundum longitudioem poſiti efficiunt pedem quadratum. *Quarta.* Pedes ducti in perticas efficiunt perticas unùm pedem latas; quarũ ſexdecim æquivaleot uni perticæ quadratæ, quam Germani *Creutz-Ruthen* vocant. Igitur 16. digiti quadrati efficiunt unum antecedentis ſpeciei, nimirum unum pedẽ latum uno digito: & 16. pedes lati uno digito, efficiunt unum pedem quadratum: & 16. pedes quadrati unam perticam quadratam. Item 16. perticæ latæ unum pedem, faciunt unam perticã quadratam. Deſcendendo itaque, poſt perticas quadratas ſunt perticæ latæ unum pedem, ſeu pedes quadrati; poſt hos ſunt pedes lati unum digitum, ſeu digiti quadrati poſt hos grana; poſt hæc tandem ſcrupula quadrata.

In ſuperiori ergo exemplo ſuma producta eſt, 7. perticæ quadratæ; 3. perticæ latæ unum pedẽ, ſeu 3. pedes quadrati; 9. pedes longi unum digitum, ſeu 9. digiti quadrati; 7. digiti lati uno grano, ſeu 7. grana quadrata; 14. grana lata uno ſcrupulo, ſeu 14 ſcrupula quadrata. Ratio eſt, quia cùm perticæ multiplicatæ in perticas, producant perticas quadratas, neceſſariò ſiniſtima figura ſignificat perticas quadratas, & reliquæ ſingulæ ſequentes ſignificant ſpeciem quadratam proximè minorem.

Articulus V.

De Diviſione monetarum, ponderum, ac menſurarum diverſæ ſpeciei.

Diviſio arithmetica politica

QVomodo inſtituenda ſit diviſio, ſi decimali perticæ diviſione uramur, patet ex dictis in Arithmetica Geometrica. Qui uti volet ſex decimali diviſione, ſic procedat, omiſſis aliis

 modis

modis difficilioribus. *Primò.* Propoſiti numeri, tam Dividendi, quàm Diviſoris, reducantur ſeparatim ad minimam ſpeciem continuâ per 16 multiplicatione. *Secundò.* Reducti numeri diviſio inſtituatur modo vulgari, & quotus dabit ſpeciem maximam Dividendi. *Tertiò.* Reſiduum iterum multiplica per 16, & per priorem diviſorem divide, & habebis aliam ſpeciem proximè minorem priori. Hoc idem tam diu facies, quàm diu reſiduum aliquod fuerit, aut quòuſque placuerit. Exemplum tu ipſe forma.

CAPUT IV.

De Arithmetica Rabdologica Neperi.

Arithmetica Rabdologica

RAbdologicā Arithmeticam appello modum artificioſum numerandi per virgulas, in certa quadratula ac triangula diſtinctas, & certis numeris inſignitas, excogitatas feliciſſimè ante non adeo multos annos à Joanne Nepero Scoto, Merchiſtonij Barone, auctore Logarithmorum, de quibus alio in loco. Ego non virgulis ſeu bacillis, ſed laminis utor, quoniam parabiliores ac magis tractabiles ſunt. Et quoniam nihil aliud ſunt quàm columnæ mobiles tabulæ Pythagoricæ, de qua ſupra Par. 1. cap. 1. Arti. 4. ideo hoc nomine eas impoſterum appellabo. Hanc igitur columnarum fabricam, & uſum, quoniam præclarus is eſt, breviter hic, & quàm potero clariſſimè tradam, licet utrumque præſtet auctor ipſe, ſed valde obſcurè & fusè, non quidem in laminis, ſed in virgulis ſeu priſmatibus quadrangulis.

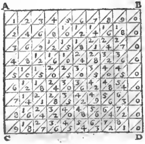
Articulus I.

De fabrica columnarum mobilium tabulæ Pythagoricæ.

Columnæ mobiles tabulæ Pythagoricæ

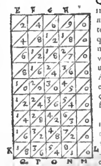
EX ære, charta ſolida, aliavè quacunq; materia idonea, præparetur lamina tenuis, ſed rigida ABCD, eaque dividatur in decem (aut plu-

86



res etiam, ob cauſam poſtea dicendam) columnas æqualis longitudinis & latitudinis inter ſe. Singulas columnas divide in novē æqualia inter ſe quadratula, & quodlibet quadratula partire in duo triāgula, ductâ diagonali ab angulo inferiori ſiniſtro ad angulum ſuperiorem dextrum, uti figura monſtrat. Novem prioribus columnis, & ſingulis earum quadratulis, inſcribe eoſdem numeros quos ſuprà loco citato inſcripſimus tabulæ Pythagoricæ, hoc pacto, ut qui unicâ figurâ conſtat, ſcribantur in triangulo inferiore ſeu dextero; qui vero duabus figuris conſtant, dividantur, & una ſcribatur in ſuperiore, altera in inferiore triangulo, prout eadem figura monſtrat. Decimæ columnæ triangulis inferioribus inſcribatur una ciſra. Hoc facto, ex oppoſita laminæ parte, ſi placet, fiant ſimiles columnæ, quadratula, & triangula, omnia ejuſdem omnino cum prioribus magnitudinis, atque ita, ut diviſionum lineæ unius faciei exactiſſimè correſpondeant diviſionum lineis alterius faciei. Non tamen iidem numeri utriq; faciei unius ejuſdem columnæ inſcribantur, ſed ſi una facies columnæ contineat unitatem cum ſuis multiplis, altera facies contineat binarium, aut ternarium, &c. cum ſuis multiplis. His etiam factis, ſingulæ columnæ exſcindantur, ut à ſe invicem ſeparari, & pro libitu aliis modis inter ſe conjungi iterum queant, ut apparet in figura EFGHL.

87



Quò autē plures fuerint hujuſmodi columnæ, eò magis parentem uſum in omnibus quantumvis magnis multiplicandis ac dividendis habebunt, ut ex dicēdis parebit. Abundè tamen ſatis erit habere ſex uniuſcujuſque formæ bifrontes columnas.

Hæc fabrica eſt mobilium columnarum. Neperus jubet adhiberi priſmata quadrangularia, hoc eſt, columnulas quadrilateras æqualium inter ſe laterum quoad longitudinem ac latitudinem, eaſq; dividi in quadratula & triangula modo dicto, ita ut quodlibet priſma contineat duas noſtrarum columnarum. Quod perinde quidem eſt; at ut dixi, laminæ noſtræ parabiliores, & magis tractabiles ſunt.

Poteſt formari ciſtula, in decem loculamenta diviſa & decem characteribus arithmeticis inſignita, ut ſingulis loculamentis convenientes columnæ induantur hoc pacto, ut capita earum è ciſtula emineant, quibus facilè apprehendi, atque eximi; prout neceſſarium fuerit, queant. Habeat etiam ciſtula operculum ſuum. Plura uſus ſuggeret.

Articulus. II.

De Multiplicatione per columnas mobiles tabulæ Pythagoricæ.

USus prædictarum virgularum & columnarum mobilium præcipuè excogitatus fuit ad

Multiplicatio Rabdologica.

ad facilitandam multiplicationem, ac diviſionẽ quæ difficiliores ſunt quàm additio & ſubtractio.

Notandum autem ante omnia, quotieſcunq; duæ quælibet columnæ conjunguntur inter ſe, triangulum ſuperius uniuscujuſque quadratuli columnæ dexteræ, cum triangulo inferiore alterius quadratuli columnæ ſiniſtræ, conſtituere rhombum, uti in ſuperiobus duabus figuris patet. Hoc præmiſſo, explicabo nunc multiplicandi praxin duobus exemplis.

Sit multiplicandus numerus A, per numerum 9. Scribe unũ ſub altero, ut in ordinaria multiplicatione, & prout in exemplis vides.

A.	24690.
	9
C.	222210

Quære deinde multiplicandum A in capitibus columnarum, id eſt, ſelige columnas quæ in vertice habent 2. & 4, & 6, & 9. & 0, & colloca unam poſt alterã, ut factum vides in figura 87. His factis, quoniam multiplicator eſt 9, numera deſcendendu novem quadratula, uſque ad KL, & numerum in quadratulis KL repertum exſcribe, & colloca infra multiplicatorem, hoc pacto, ut numeri qui in rhombis inveniuntur, addantur ſimul in unam ſummã; quæ ſi unicâ figurâ ſcribi poteſt, ſcribatur infrà integrè; ſi verò duabus ſcribi debet, ſcribatur infrà dextima, & mente retineatur ſiniſtima, apponenda ſequenti ſummæ, prout in ordinaria multiplicatione fit; eritq; multiplicatio peracta. Summa ergo producta ex ductu numeri 9 in numerum A, erit numerus C. Nam primò exſcribitur o trianguli K L deinde 1 rhombi N; tum quia 4 & 8 rhombi O faciunt 12, ſcribuntur 2, & retinetur unitas; iterum quia 6 & 5 rhombi P, cum unitate retenta, faciunt 12, ſcribuntur iterum 2, & retinetur unitas, ulteriùs quoniam 8 & 3 rhombi Q, cum unitate retenta faciunt rurſus 12, ſcribuntur 2, & retinetur unitas: tandem quia 1 trianguli K, & unitas retenta, faciunt 2, ſcribuntur 2, & facta eſt multiplicatio.

Sit iterum multiplicandus numerus A per 4. Scribe numeros ut vides, & quære multiplicandum in columnarum capitibus ut antea, & deſcendendo uſque ad quartam ſeriem quadratulorum exſcribe numeros illius ſeriei modo dicto.

A.	24690
	4
D.	98760

Nempe primò ſcribe o, deinde 6, deinde quia 4 & 3 faciunt 7, ſcribe 7 infrà: & quia 6 & 2 faciunt 8, ſcribe 8 infrà: tandem quia 8 & 1 faciunt 9, ſcribe 9 infrà. Productum igitur ex multiplicatione erit numerus D.

Sit iterum multiplicandus numerus A per 28. Collocatis numeris ut vides, & invento multiplicando in columnarũ vertice, inſtitue primò multiplicationem per 8, exſcribendo numeros ex ſerie octava quadratulorum, & habebis numerum B.

A.	24690
	28
B	197520
E	49380
F	691320

Deinde inſtitue multiplicationem per 2, exſcribendo numeros ex ſerie ſecunda quadratulorum; & habebis numerum E, qui ſcribi debet infra B ut vides, & ut fieri ſolet in multiplicatione ordinaria. Has duas ſummas partiales B & E, collige in unam ſummam totalem F; eritque hæc, producta ſumma ex multiplicatione numeri 28 in numerum A.

Simili prorſus modo procedendum eſt, quotcunque figuris conſtet multiplicandus, & multiplicator.

Articulus III.

De Diviſione per eaſdem Columnas mobiles.

Diviſio Rabdologica. Sit dividendus numerus M, per Diviſorem N. *Primò.* Colloca numeros ut vides in 1. Operatione, ut fieri ſolet in diviſione vulgari. *Secundò.* Quære diviſorem N, 24, in capite columnarum, nempe in columnis E Q F P. figuræ 87, eaſq; juxta ſe colloca ut vides.

1. Operatio.		
M.	98073	
N.	24	(4

Tertiò. Deſcendendo in dictis columnis, quære membrũ dividendi cui ſuppoſitus eſt diviſor N, quod membrum eſt hîc 98: & quoniam id præcisè non invenis, quære numerum proximè minorem, & invenies in quarto ordine quadratulorum, 96.

2. Operatio.		
	2	
M.	98073	
	244	(40
N.	2	

3. Operatio.		
	2	
M.	98073	
N.	2444	40
	22	

Scribe ergo 4 poſt lunulam pro Quoto & ſubtrahe 96 à 98, remanebuntque 2, quæ ſcribes ſupra 8, & deletis 98, & 24, promove diviſorem N, ſtabitque exemplum ut in 2. Operatione. *Quartò.* Deſcendendo iterũ in dictis columnis, quære 20, membrum videlicet dividendi cui ſuppoſitus eſt diviſor N; quod membrum cùm non inveniatur in columnis, nec numerus proximè minor; ſignum eſt, diviſorem in eo non contineri, nẽ ſemel quidem. Scribe ergo cifram poſt lunulam pro quoto, & deleto diviſore, relictoq; dividendo, promove diviſorem; ſtabitque exemplum ut in 3. Operatione. *Quintò.* Deſcendendo iterum, quære in columnis membrũ dividendi cui ſuppoſitus nunc eſt diviſor N, nimirũ 207; quæ cùm non inveniantur in columnis, quære numerum proximè minorem, & invenies in 8 ordine quadratulorum 192.

4. Operatio.
215
98073
24444 $(4086\frac{9}{24}$
222

Scribe ergo 8 poſt lunulam pro quoto, & ſubtrahe 192 à 207, & remanebunt 15; quæ ſcribes ſuprà, & deletis 207 cum diviſore 24, promove eum; ſtabitq; exemplum ut in 4. Operatione. *Sextò.* Quære in iiſdem columnis membrum dividendi cui nunc ſuppoſitus eſt diviſor, nempe 153, aut proximè minorem numerum; & invenies in ſexto ordine quadratulorũ 144; quæ ſubtrahe à 153. & remanebunt 9, eritq; peracta tota diviſio. Erit itaque quotus inventus $4086\frac{9}{24}$, ut in 4. Operatione apparet. Examen fit ſicut in diviſione ordinaria.

Simili prorſus modo procedendum eſt in omnibus aliis exemplis, ſive per unam, ſive per plures figuras fiat diviſio: ſemper enim quærendus eſt diviſor in capite columnarum, & ſub eo quærendum membrũ cui diviſor ſuppoſitus eſt, aut numerus proximè minor (ſi illud præcisè non inveniatur) & pro quoto ponendus ille numerus, quẽ indicat ordo quadratulorũ in quo repertum eſt dictum membrũ dividendi; repertusq; numerus ſubtrahendus eſt ab hoc membro, & diviſor pro-

moveudus; & hoc toties, donec totus dividendus exhauſtus ſit.

Annotatio.

N*Eperus in ſua Rabdologia* lib. 1. cap. 6. *præſcribit modum extrahendi radicem quadratam, è numero dato, ope virgularum aut columnarum prædictarum, idem facit P. Andreas Tacquet* lib. 3. Arithmet. pract. cap. 9. *Quitamen modus non eſt legitimus; nam qui juxta illum operatur, invenit radicem longe diverſam a radice inventa per modum ordinarium ſupra* Parte 1. cap. 3. art. 5 *traditum.*

CAPUT V.

De Arithmetica Calculari ſeu Lineari.

Arithmetica Calcularis ſeu Linearis

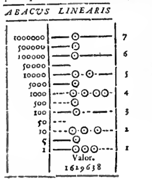
C*Alcularis ſeu linearis Arithmetica, eſt ars numerandi per calculos & lineas, modo mox explicando. Ex quo patebit etiam etymi ſeu nominis ratio. Loco calculorum Europæi noſtri utuntur nummis ex orichalco, aut avè quavis materia. Chinenſes, ut in hujus Libri Proœmio dixi, nec calculis aut nummis, nec lineis utuntur, ſed globulis filo ferreo inſertis, & ſurſum atq; deorſum in ciſtula ad id diſpoſita atq; diviſa mobilibus. Modum explicat quem citato loco laudavit* P. Martinus Martinius lib. 1. Decad. 1. Hiſtor. Sinenſ. *Habet Calcularis ſeu Linearis Arithmetica maximum & facillimũ uſum in rationibus dati atq; accepti computandis, ſive addendæ ſint inter ſe partes variis temporibus accepta aut expenſa, ſive aliæ ab alijs ſubducendæ, ſive invicem multiplicandæ aut dividendæ: ideò familiariſſima eſt noſtratibus mercatoribus, ut meritò etiam Mercatoria appellari poſſit. Poteſt ac ſolet adhiberi tam in ſupputatione rerum unius, quam plurium ſpecierum: volo dicere, tam in ſupputatione florenorum, v. g. aut bazorum, aut nummorum, &c. tantum; quam florenorum & bazorum, & nummorum, &c. ſimul. Utrumq; modum explicabo.*

Articulus I.

De præparatione Abaci Linearis, ejuſque uſu in Numeratione.

Abacus Linearis.

CRetâ, aut rubricâ duc in menſa, aut tabula quacunq;, vel atramento in charta, ſeptem



lineas (pluresvè aut pauciores, prout res exiget pro majori aut minori calculo inſtituendo) ac primæ ſeu infimæ lineæ adſcribe 1, ſecundæ 10, tertiæ 100, quartæ 1000, quintæ 10000, ſextæ 100000, ſeptimæ 1000000, prout in appoſito Abacu factum vides. Deinde ad faciliorem uſum, & ad confuſionem vitandam, primo ſpatio inter primam & ſecundam lineam adſcribe 5, ſecundo ſpatio 50, tertio 500, quarto 5000, quinto 50000, ſexto 500000.

Numeratio Calcularis.

Valor calculorum in hiſce lineis ac ſpatiis collocatorum hic eſt. Calculi poſiti in prima linea, valent ſeipſos, ſeu unitates; in ſecunda linea decies ſeipſos, ſeu denitates; in tertia centies ſeipſos, ſeu centenarios; in quarta millies ſeipſos, ſeu millenarios; in quinta decies millies ſeu denitates millenariorum; in ſexta centies millies ſeipſos, ſeu centenarios millenariorum; in ſeptima denique millies millies ſeipſos, ſeu milliones. Calculi verò poſiti in primo ſpatio inter primam & ſecundam lineam, valent quinque unitates; in ſecundo quinque denitates, ſeu quinquaginta; in tertio quinque centenarios, ſeu quingenta; in quarto quinque millenarios, ſeu quinque millia; in quinto quinquaginta millenarios; in ſextu denique quingentos millenarios.

Ex his patet I. valorem calculorum cujuſcunque lineæ, eſſe decies majorem valore calculorum lineæ proximè antecedentis: item valorem calculorum cujuſcunque ſpatii, eſſe quinquies majorem valore lineæ quæ immediatè præcedit. Valor itaque calculorum in præcedenti abaco diſpoſitorum eſt hic: 1629638. Nam tres calculi in prima linea, & unus in primo ſpatio, qui æquivalet quinque calculis, efficiunt octo: item tres calculi in ſecunda linea, efficiunt triginta: item unus in tertia linea, valens centum, & unus in tertio ſpatio, valens quingenta, efficiunt ſexcenta: item quatuor calculi in quarta linea, qui valent quatuor millia, & unus in quarto ſpatio, qui valet quinque millia, efficiunt novem millia: item duo in quinta linea, efficiunt viginti millia: item unus in ſexta linea, qui valet centum millia, & unus in ſexto ſpatio, qui valet quingenta millia, efficiunt ſexcenta millia: tandem unus calculus in ſeptima linea efficit unum millionem. Alia exempla quæcunque (quæ ad libitum gratiâ exercitii formare ſibi potuerit Tyro) ſimili prorſus modo calculantur, ac pronunciantur; cujuſmodi ſunt ſequentia.

Patet II. in nulla linea poni poſſe plures calculos quàm quatuor, nec in ullo ſpatio plures quàm unum: quare ſi in linea aliqua reperiuntur quinq; calculi, auferendi ſunt, & unus in proximo ſubſequenti ſpatio collocandus; & ſi in aliquo ſpatio reperiuntur duo, removendi ſimiliter ſunt, & collocandus unus in proximè ſequenti linea. Ratio ex dictis patet. Si in linea reperiuntur ſex, ſeptem, octo, aut novem calculi, ablatis quinque, relinquẽdi ſunt reliqui, & unus collocandus in proximo ſequenti ſpatio. Verbo, tot calculi in ſpatio collocari debent, quot quinarii à proximè antecedenti linea tolluntur; & tot in linea, quot binarii à ſpatio proximè antecedenti auferuntur: qui tamen ſi ſuperant in lineis quatuor, in ſpatiis unum, removeri debent, ut dixi.

Exem-

Digitized by Google

Exempla.

	Primum.	Secundum.	Tertium.	Quartum.	
1000000	--O-O-O--	- -O - -O- -	—— ——	—— ——	7
500000	-- O	—			
100000	-O-O-O-O	--O O-O-	—— ——	——	6
50000	-- O	— O			
10000	-- O-O —	- -O-O --	—— ——	— O —	5
5000	- - O	- -	O		
1000	--O-O-O -.	- - - O - - -	—— ——	—— ——	4
500	-- O	—— O			
100	-- O ——	-O-O-O-O	-O-O-O-O	-O-O-O--	3
50	- -O	— O			
10	-OO-O-O-	- - O - -	-O-O-O-O	—— ——	2
5	- -O	——		O	
1	---O-O---	O O-O-O-	- - O.-O - -	—— ——	1
	Valor 3978697	Valor 2375964	Valor 5442	Valor 10305	

Articulus II.

De Additione rerum ejusdem ſpeciei.

Additio calcularis ſimplex.

ADditio rerum ejuſdem ſpeciei eſt, quando duæ, treſvè aut quotcunque ſummæ particulares florenorum tantùm, aut aureorum tantùm, aut librarum tantùm, aut quarumcunque demum terum ejuſdem denominationis ſeu ſpeciei, colliguntur in unam ſummam. Haoc qui ſcit, ignorare non poterit additionem terum diverſæ ſpeciei. Ab illa ergo incboandum, quæ hoc modo perficitur.

Addendi		*Summa.*	
Colum. 1.	Colum. 2	Colum. 3	
—— ——	—— ——	—.—O—.—	4
——O	——.	——	
—O—O—	—O-O-O —	——O——	3
—— O	—.. O	——.O	
—O-- O- -O—	——O-O——	—.O—.O.—	2
——.O	——..	——	
— O--O--O —	...O.O O——	——O——	1
Valor 788	Valor 383	1171.	

1. Summæ invicem addendæ collocentur in diverſis columnis Abaci calcularis antea præparati (ut appatet in appoſito Abaco) hoc eſt, loco rerum addendatum ponaotur calculi, ſervatâ Praxi præcedentis articuli. 2. Summæ ſeu calculi ſingularum linearum & ſpatiorum cotteſpondentium colligantut io unam ſuinmam, ſetvatâ eâdem præcedentis Articuli Ptaxi; & ſumma ex illis ptoveniens ponatut io lioeis aut ſpatiis columnæ ſequentis, juxta exigentiam valotis.

EXEMPLUM. Sint hæ duæ ſummæ addendæ: 788. & 383. Primò, adde ttes calculos iofimæ lineæ primæ columnæ ad ttes calculos infimæ lineæ ſecundæ columnæ, & ptovcoiunt 6; ex quibus aufer quioq;, & unum colloca in ptima linea tertiæ columnæ, iterumq; unũ loco quinq; ablatorum colloca in primo ſpatio ejuſdẽ columnæ tettiæ. Hunc adde ad unum poſitũ in primo ſpatio primæ columnæ, nt fiant duo, qui duo cùm faciant 10, colloca 1 in ſecunda linea tertiæ columnæ; & adde inter ſe tres & tres ſecundæ lineæ columnæ primæ ac ſecuodæ, ut fiant ſex: ex quibus turſus aufer quinque, & relinque unum in ſecunda linea tertiæ columnæ, unum verò pro quinque ablatis pone in ſecundo ſpatio ejuſdem tertiæ columnæ. Iterum collige duos calculos in ſecundo ſpatio columnæ primæ & ſecundæ, & habebis decem; quibus ablatis, pone unum in tertia linea columnæ tertiæ. Ulterius collige duos & tres tertiæ lineæ columnæ primæ ac ſecundæ, ut ſint quinque, quibus ablatis, colloca unum in tertio ſpatio tertiæ columnæ: quòd unà cum alio in eodem ſpatio primæ columnæ poſito facit decem; pro quibus colloca unum in quarta linea columnæ tertiæ, eritq; additio peracta: & ſumma reſultans erit 1171. Simili modo procede in omnibus aliis exemplis, quotcunque fuerint columnæ ſeu ſummæ inter ſe addendæ.

EXAMEN operationis fit per ſubtractionem: ſi in additione duarum ſummarum ſubtrahatur una à ſumma totali inventâ, & remaneat altera; vel ſi io additione plurium ſumarum ſubtrahantur ſingula præter unam à ſomma totali inventa, & remaoeat ea quæ ſubtracta noo fuit; evidens eſt operationem fuiſſe bonaoı.

Articulus III.

De Additione rerum multiplicis ſpeciei.

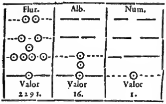
Additio calcularis compoſita

ADditio terom multiplicis ſpeciei eſt, quaodo plutes ſumnıæ, quatum una ſignificat v. g. florenos, altera bazios aut albos, tertia nummos, &c. colliguntut in unam ſummam.

EXEMPLUM. Praxin monſtro in exemplo Nummorum, Alborum, & Flotenotum pecuniæ Moguntinæ, io qua 8 nummi faciunt album, & 27 albi flotenum. Sint igitut colligendi in unam ſummam ſequentes numeri floren. alb. & num. Divide Abacum linearum in tres columnas, & in una diſpooe nummos, in altera albos, & in tertia flotenos. Collige deiode primò in unam ſummam nummos, & ſummam reduc ad albos.

Tum collige albos, & ſummam reduc ad florenos. Deniumm collige florenos in unam ſummam, Sic ergo ſtabit exemplum in Abaco.

Flor.	Alb.	Num.
456	23	7
597	25	6
78	25	7
79	26	6
13	24	7
420	26	7
75	25	6
89	26	5
469	25	6
Sum. 2291	16	1



Eodem modo operandum eſt in aliis exemplis ejuſdem monetæ; ſimili verò modo in omnibus exemplis quarumcunque monetarum, ponderum, aut menſurarum: Dummodò minores monetæ, menſuræ, &c. ritè reducantur ad majores, juxta dicta ſuprà cap. 3. in Arithmetica Politica.

Articulus IV.

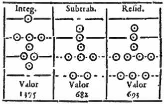
De Subtractione rerum unius ſpeciei.

Subtractio calcularis ſimplex.

PRo hujus Subtractionis praxi explicanda, numerum à quo fit Subtractio, vocabo *Integrũ*; numerum qui ſubtrahitur, *Subtrahendum*; numerum relictum factâ ſubtractione, *Reſiduum*. Abacus ergo linearis dividendus eſt in tres columnas, in quarum prima collocari debet *Integrũ*, in ſecunda *Subtrahendum*, in tertia *Reſiduum*.

Praxis itaque hujus Subtractionis hæc eſt, Primò, Diviſo Abaco in tres columnas, collocentur in prima calculi æquivalentes *Integro*, in ſecunda verò calculi æquivalentes *Subtrahendo*. Secundò, calculi columnæ ſecundæ ſubtrahantur à calculis columnæ primæ, accipiendo tot calculos ex correſpondente linea aut ſpatio majoris numeri primæ columnæ, quot ſunt calculi in linea aut ſpatio numeri minoris ſecundæ columnæ; reſiduum verò in prima columna colloca in tertiæ columnæ lineis aut ſpatiis competentibus. Quod ſi in linea aut ſpatio columnæ primæ non ſunt tot calculi, ut poſſint ſubduci calculi ſecundæ columnæ; reſolvatur unus calculus ſuperioris lineæ aut ſpatii in plures calculos, ponanturque in dicta linea aut ſpatio; ut fiat ſubtractio modo dicto. Res in exemplo meliùs patebit.

EXEMPLUM. Sint ſubducenda 682, à 1375. Quoniam duos calculos in linea infima columnæ ſecundæ non potes ſubducere ab uno calculo poſito in primo ſpatio columnæ primæ; reſolve unum illum, collocando In linea inferiore quinque calculos; & ſubtractis duobus, colloca tres reſiduos in prima linea tertiæ columnæ. Iterum

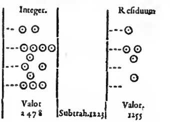


cùm tres calculi in ſecunda linea columnæ ſecundæ non poſſint ſubtrahi à duobus in ſecunda linea primæ columnæ poſitis, reſolve proximè ſequentem in ſpatio, & loco ejus pone quinque calculos in dicta linea, ut fiant 7; à quibus 3 ſubtracti, relinquunt 4, collocandos in ſecunda linea tertiæ columnæ. Rurſus quoniam unus calculus poſitus in ſecundo ſpatio ſecundæ columnæ, non habet calculum reſpondentem in eodẽ ſpatio primæ columnæ (jam enim reſolutus fuit in quinq;) reſolve unũ ex linea tertia primæ columnæ, & loco ejus colloca 2 in ſpatio inferiore; à quibus ſubtrahe 1, & 1 reſiduum colloca in ſpatio ſecundo tertiæ columnæ. Ulteriùs, 1 in tertia linea ſecundæ columnæ poſitũ, ſubtrahe à 2 poſitis in eadem linea primæ columnæ (jam enim unus fuit ablatus, ac reſolutus) & reſiduum 1 collocá in tertia linea tertiæ columnæ. Tandem unũ poſitum in quarta linea primæ columnæ, reſolve in 2, & colloca in ſpatio immediatè inferiori, ab iiſq; ſubduc unum poſitum in ſpatio tertio ſecundæ columnæ, ac reſiduum colloca in eodem ſpatio tertiæ columnæ; eritq; operatio abſoluta.

EXAMEN operationis fit per Additionem. Si enim reſiduum collocatum in tertia columna, addas ad ſubtrahendũ poſitum in ſecunda columna, reſultetque integer poſitus in prima columna; certum eſt, operationem fuiſſe ritè peractã.

Annotatio.

IN ſubtractione non eſt neceſſarium præparare Abacum aut columnam in Abaco, pro numero Subtrahendo, ſed poteſt hic ſcribi vel ad latus, vel infra numerum integrum, ut apparet in ſequenti Exemplo. Non eſt etiam neceſſarium ut formetur Abacus modis hactenus exhibitis, ſed ſufficit ſi fiat ut ſequitur.



Arti-

Articulus V.

De Subtractione rerum diverſarum ſpicierum.

Subtractio calcularis compoſita

PRaxis conſiſtit in hoc, ut pro ſingulis ſpecieb. præparentur ſingulæ columnæ in Abaco, una nimirũ pro florenis, alia pro albis, tertia pro nummis, &c. Deinde, ut incipiatur à minima ſpecie, & nummi, v.g. ſubtrahantur à nũmis, albi ab albis, floreni à florenis. Quòd ſi in Integro nulli ſint nummi à quibus fiat ſubtractio, aut ſint pauciores quàm ut fieri poſſit, reſolvendus eſt unus albus ex præcedentibus in nummos. Idem ſervandum eſt, quando albi non poſſunt ſubtrahi ab albis: tunc enim reſolvendus eſt florenus in albos. Sed rem exemplo declaremus.

Exemplum.

Integrum.			Reſiduum.		
Flo.	Albi	Num.	Flor.	Albi	Num.
o					
--- o o	---	---	--- o o o o	---	---
			o		
--- o o o	---	---	--- o o o	---	---
o					
--- o o o	--- o o	---	--- o	---	---
	o	o	o	o	
--- o o o o	--- o	--- o o	--- o	--- o	--- o o o
7384	26	7	4816	6	3

| Subtrahendum 2568,20,4 |

QVidã debebat mihi flo. 7384. alb. 26, num. 7. Solvit flo. 2568, alb 20, num. 4: volo ſcire, quantum adhuc debeat. Subtraho fl. 2568, alb. 20, num. 4, à flo. 7384, alb. 26, num. 7. (qui numerus eſt in primo Abaco per calculos expreſſus) & reſiduum calculorum pono in ſecundo Abaco. Dico itaque, inchoando à numeris, 4 à 7, remanent 3, & ablatis 7 calculis ex columna Nummorum primi Abaci, pono tres in columna Nummorum ſecundi Abaci. Deinde progrediendo ad albos, ſubtraho 20 à 26, dicendo, 20 à 26 remanent 6, anfero igitur 26 calculos ex columna Alborum primi Abaci, & colloco 6 intra columnam Alborũ ſecundi Abaci. Demũ progrediendo ad florenos, ſubtraho 2568 à 7384, dicendo, 8 à 4, non poſſum auferre, accipio ergo unum calculũ ex linea denitatum, ut habeam 14, & dico, 8 à 14, remanent 6, aufero igitur 14 calculos ex primo Abaco (quatuor nimirum ex prima lioea, & unũ ex ſecunda) & pono 6 in ſecundo. Iterum dico, 6 à 7 (non ab 8, quia jam ablatus fuit unus calculus) remanet 1, aufero ergo 7 ex primo Abaco, & colloco unum in ſecundo. Rurſus dico, 5 à 3, non poſſum auferre, accipio igitur unum ex linea millenariorum, ut habeam 13, & dico, 5 à 13, remanent 8, anfero igitur 13 calculos ex primo Abaco, & pono 8 in ſecundo. Tandem dico, 1 à 9, remanent 4, & ablatis 6 ex primo Abaco, relinquo 4 in ſecundo.

Simili prorſus modo in omnib. aliis exemplis, tam monetarum, quàm ponderũ, & menſuratũ proceditur, niſi quòd ut antea dixi, ſubinde reſolvendus eſt alb. in nummos, aut florenus in albos, item libra in uncias, aut centenarius in libras, &c.

Articulus VI.

De Multiplicatione

Multiplicatio calcularis.

MUltiplicatio aut nullum, aut rarum habet uſum in rebus diverſarum ſpecierum, ideo tantùm in rebus unius ſpeciei ejus praxin oſtendemus, quæ in hoc conſiſtit.

§. 1. *Quando Multiplicator eſt unica figura.*

PRimò. Diſponatur unus Abacus pro Multiplicando, alius pro Multiplicatore, tertius pro Producto. *Secundò.* Omnes figuræ Multiplicandi multiplicentur per figuram Multiplicatoris (hoc eſt, calculi iſtius per calculos hujus) & Productum ponatur in ſuo Abaco.

EXEMPLUM. Sint multiplicanda 1282. per 3. Diſponantur calculi in primo & ſecundo Abaco, ut vides, & dic, ter duo, faciunt 6, colloca ergo 6 calculos in prima linea & primo ſpatio tertii

Multiplicãd⁹	Multiplicator	Productum	
--- o	---	--- o o o	4
		o	
--- o o	---	--- o o o	3
o			
--- o o o	---	--- o o o o	2
		o	
--- o o	--- o o o	--- o	1
1282	3	3846	

Abaci. Dic iterum: ter octo, faciunt 24, pone ergo quatuor calculos in ſecunda linea tertii Abaci, & mente retine duo. Dic tertiò: ter duo, faciunt 6, & additis 2 antea retentis, fiunt 8, pone ergo octo calculos in tertia linea & tertio ſpatio tertii Abaci. Dic tandem, ter unum, faciunt 3, pone ergo tres calculos in quarta linea tertii Abaci. Abſolutâ operatione, productum eſt 3846. Eodem modo procedendum eſt in omnibus aliis exemplis, in quibus Multiplicans eſt unica figura.

Annotatio.

NOn eſt neceſſarium, Multiplicatorem diſponere intra Abacum, ſed poteſt ad latus aut infra Multiplicandum ſcribi, aut mente retineri, quod & in ſequenti exemplo obſervabimus.

§. II. *Quando Multiplicator conſtat pluribus figuris.*

P*Rimò.* Præter Abacū pro Multiplicando præparatū, fac tot alios pro Productis, quot figuris conſtat Multiplicator: tot n. Producti particulares provenient. *Secundò*, Multiplica Multiplicandū ſingulatim per ſiogulas figuras Multiplicatoris, & in notatione Productorū ſingulis figuris reſpōdentiū hoc obſerva, ut quemamodū in multiplicatione ordinaria quę numeris ſcriptis perficitur, prima ſeu dextima figura producti primi ponitur immediatè ſub Multiplicantis prima ſeu dextima figura, ſecundi verò producti figura prima ſub ſecunda figura Multiplicantis, &c. ita etiā in hac Multiplicatione Calculari ponas primi producti priores calculos in ea linea Abaci, in qua numeri Multiplicantis aut Multiplicandi primi calculi ponuntur; ſecundi verò producti primos calculos in eadem linea, in qua ponuntur ſecundi calculi Multiplicatoris aut Multiplicandi; & ſic conſequenter aſcendendo. *Tertiò.* Peracta tota multiplicatione, collige in unam ſummam Productos particulares, juxta praxin Articuli 2.

Exemplum.

	Multiplicaodus	Multiplicator 43	Product. I.	Product. II.	Summa
100000	---		---	---	--- o
				o	
10000	---		---	--- o o o o	---
			o	o	o
1000	--- o o		--- o o	--- o o o	---
					o
100	--- o o o o		--- o o o	--- o o	--- o
	o		o	o	o
10	---		--- o o	--- o o ●	---
	o				
1	--- o o		--- o	---	--- o
	2457		7371	9828	105651

Sint multiplicanda 2457, per 43. Diſpone Abacos ut vides factū in exemplo, & per praxin paulò antè hoc eodem Articulo dictam multiplica primò dextimam Multiplicatoris figuram (quę eſt 3) in omnes figuras ſeu calculos Multiplicandi, & Productum 7371, diſpone in Abaco. Iterum multiplica ſecundam Multiplicatoris figuram in omnes calculos ejuſdem Multiplicandi, & Productum 9828, diſpone etiam in Abaco. Tandem hæc duo Producta collige in unam ſummam, & habebis 105651.

Annotatio.

I*N hac, & in præcedenti multiplicatione quotieſcunq; Multiplicandorum Abaco notatus eſt calculus in ſpatio ſupra lineam, Multiplicator fuit multiplicatus in numerum calculorum compoſitum ex calculis in linea & in ſpatio callocatis. Et hoc ſemper in omnibus aliis exemplis obſervandum eſt.*

EXAMEN multiplicationis fit per diviſionem: ſi enim ſumma dividatur per multiplicantē, & prodeat multiplicandus; certum eſt operationem fuiſſe bonam.

Articulus VII.

De Diviſione.

D*Iviſio linearis ſeu calcularis longè difficilior* videtur eſſe, quàm ordinaria per oumeros *Diviſio calcu-laru.*
ſcriptos, ideoque omitti poterat: nè tamen manca ſit hæc tractatio, paucis eam explico.

Primò itaque diſpone Dividendum ac Diviſorem prout in ſequenti exemplo apparet; & nota, diviſorem hîc non promoveri ex linea in lineam, ſed tantùm digito manus ſiniſtræ deſignari ejus promotionem. *Secundò*, incipe operationem à parte ſuperiore; in ejus ſupremæ lineæ calculo, ſi Diviſorem nè ſemel habere poſſis, compone calculos ſupremæ lineæ cum calculis lineæ ſequentis. *Tertiò*, ut Quotus ritè collocetur in Abaco ſito, ante omnia conſidera, quot operationes inſtitui poſſint, ſeu quoties Diviſor promoveri poſſit, ut tot lineis ab ioſima primos calculos Quoti colloces.

Exemplum.

	Dividend.	Diviſor	Quotus	Reſiduum
5	— o	—	—	—
4	— o o	—	—	—
	o	o		
3	— o o o	— ●	—	—
				o
2	— o o o	—	— o o	— o
		o		
1	— o o	— o o o	— o	— o o o o
	12832	608	21	64

Sint

Digitized by Google

Siot divideoda 12832, per 608. Primò, cum 6 nè ſemel quidem in 1 reperiantur, pone digitum manus ſiniſtræ in quarta linea, & dic, 6 in 12, reperitur bis: pone ergo 2 in ſecunda linea, quia tantùm duas operationes in hoc exemplo inſtituere potes. Deinde multiplica 6 per 2, nempe 6 calculos Diviſoris, per 2 calculos Quoti, & habebis 12, ablatiſque 12 ex 12 calculis Dividendi, nihil remanet in quarta & quinta linea. Ulteriùs, quia in Diviſore ſequens linea calculo caret, eandem omitte, & multiplica 8 per 2, fiunt 16, quæ ſubtrahe à calculis ſuperioribus Dividendi, incipiendo à ſecunda linea, in qua cùm tantùm tres calculi inveniantur, reſolve unum ex tertia linea ſumptum (qui æquivalet decem præcedentium) ut fiant 13, à quibus abſtracta 6, relinquunt 7, & iterum 1 à 7, (quæ ſunt in tertia linea & tertio ſpatio) relinquit 6. Totus itaque numerus Dividendi reſiduus pro ſecunda operatione eſt 672.

Promove jam Diviſorem, promovendo videlicet digitum manus ſiniſtræ ad tertiam lineam, in qua, & ſimul in ſpatio ſupra ſe, ſunt æquivalentet 6 calculi; & dic, 6 in 6. habetur ſemel: pone ergo 1 calculum in infima linea, & omiſsâ multiplicatione Diviſoris per Quotum (quoniam 1 non multiplicat) ſubtrahe primò 6 à 6 nihil remanet in tertia linea: deinde 8 à 12 (reſolvendo unum calculum aſſumptum ex ſecunda linea) remanent 4, atque adeo totum reſiduum erit 64, ut in exemplo patet.

EXAMEN fit per multiplicationem: ſi enim Diviſor multiplicatus per Quotum, reſtituat Dividendum, (priùs reſiduo ad productũ addito) certum eſt, diviſionem fuiſſe bene inſtitutam.

Atque hæc ſufficiant pro Arithmetica Calculari, quæ procul dubio eſt ingenioſa, & fortaſſis apud antiquos uſitata, qui propterea Arithmeticam Practicam vocarunt Artem calculatoriam: quamvis nunc ferè apud ſolos idiotas in uſu eſt. Ordinaria autem operatio per numeros ſcriptos eſt procul dubio facilior, & compendioſior.

CAPUT VI.

De Arithmetica Divinatoria.

Arithmetica divinatoria

ITa voco Praxes quaſdam ſolvendi Arithmeticarum operationum ope nonnullas quæſtiones adeo occultè, ut id divinationis ſpeciem præ ſe ferat. Interſero illas hoc loco, velut roſas inter Arithmeticæ præcedentis & Geometriæ ſubſequentis ſpinas. Duces ſequor Bedam, Gemmam Friſium, Cardanum, Budeonem, Clavium, alioſque pleroſque Arithmeticæ Practicæ Scriptores, nè quis exorbitare me putet.

Articulus I.

Divinare quot quis nummos in crumena habeat.

Divinare quot quis nummos in crumena habeat.

ALii docent divinare, quem quis numerum mente conceperit, ut univerſalior & abſtractior ſit praxis. Suppono, eum cujus nummos in crumena divinare volo, ſcire quot habeat nummos. Itaque

Jube primò numerum nummorum mente triplicari: ſecundò, triplicatũ, ſi par ſit, dimidiari, ſi impar, addi unitatem, & poſtea dimidiari: tertiò, dimidiatum jube rurſus triplicari, & abjici 9 quoties fieri poteſt. His factis, pro ſingulis novenariis abjectis ſepone tibi 2, & pro unitate addita ſepone 1, & habebis numerum nummorum, aut numerum mente ab alio conceptum.

EXEMPLUM I. Habeat quis 4 nummos: triplicati faciunt 12, dimidiati faciunt 6; hæc triplicata faciunt 18. Abjici poſſunt 9 bis. Unde colligo, eum habere quatuor nummos, quia ſinguli novenarii dant mihi duos.

EXEMPLUM II. Conceperit aliquis mente quinariũ, ſeu 5. unitates. Hæ triplicatæ faciunt 15, & quia hic numerus eſt impar, ut poſſit dimidiari, addatur 1, ut fiant 16, cujus dimidium ſunt 8. Hoc iterum triplicetur, fiunt 24, & poſſunt abjici 9 bis. Pro duobus ergo novenariis ſepono mihi 4, & pro unitate addita 1, & dico eum concepiſſe 5.

EXEMPLUM III. Habet quiſpiam 3, ſi triplicet, habet 9, ſi addat 1, & dimidiet, habet 5. ſi hos triplicet, habet 15, Abjici poteſt novenarius ſemel, pro quo ego computo 2, & 1 pro unitate addita, & dico, eum habere 3.

EXEMPLUM IV. Habet 2, triplicatum ſunt 6, dimidiatum ſunt 3, triplicatum ſunt 9. Ergo habet 2.

EXEMPLUM V. Habet 1, triplicatum ſunt 3, addat 1 & dimidiet, fiunt 2, hoc triplicet, fiunt 6. Non poſſunt abjici 9, & primo triplicato fuit addita unitas; habet ergo 1.

Annotatio.

H*Æc eſt omnium aliarum praxium, quæ circumferunt, ſimpliciſſima, & faciliſſima. Quod ut pateat, indico unam, aut alteram adhuc in ſequenti Articulo. Poteſt quis hac ratione divinare, quâ quis horâ illo die ſurrexit, quot commiſit peccata, &c. Præſtat ut non jubeatur alter abjicere novenarios, ſed indicare ultimum numerum productum, ex quo tu clanculum abjicies novenarios.*

Articulus II.

Aliter divinare, quem quis animo conceperit numerum.

Divinare quem quis numerũ conceperit.

JUbe 1. ut antea, conceptum numerum triplicari, triplicatum, ſi par ſit, dimidiari; ſi impar, addi unitatem, & poſtea dimidiari. 2. Dimidiatum jube rurſus triplicari, triplicatum, ſi par ſit, dimidiari, ſi impar, addi unitatem, & poſtea dimidiari. 3. Poſtremum dimidiatum jube dividi per 9, & quotum tibi dici (hoc eſt, jube abjici novem quoties poteſt fieri) quem quotum duc tu in 4 (hoc eſt, pro ſingulis novenariis ſepone tibi 4) & producto adde 1, ſi primo triplicato fuit addita unitas; 2 verò, ſi ſecundo, proditque numerus quem alter animo concepit.

EXEMPLUM I. Conceperit quis 20, triplum eſt 60, dimidium 30, triplum hujus 90, dimidium hujus 45, quod diviſum per 9, reddit pro Quoto 5 (hoc eſt, continet quinquies 9, quæ abjici poſſunt) quæ ducta in 4, producunt 20, qui fuit numerus conceptus.

EXEMPLUM II. Concepit quis 10, triplum eſt 30, dimidium 15, triplum hujus 45, qui numerus quia impar eſt, dimidiari nõ poteſt, niſi

adda-

addatur unitas. Addatur ergo 1, fiunt 46, cujus dimidium 23, diviſum per 9, reddit 2, quæ ducta in 4 faciunt 8, quib. quia ſecundo triplicato addita fuit unitas, junge 2, & fient 10, numerus nimirum mente conceptus.

EXEMPLUM III. Concepit quis 1, triplum ſunt 3, dimidium, addito prius 1, ſunt 4, dimidium 2. triplum hujus 6. Hoc triplum quia dividi non poteſt per 9, & tamen primo triplicato fuit addita unitas; collige eum concepiſſe animo 1. tantùm.

EXEMPLUM IV. Concepit quis 11, triplum ſunt 33, qui numerus quia impar eſt, addatur ei unitas, ut fiant 34. Dimidium hujus ſunt 17, quod triplicatum, facit 51, ſed quia impar eſt hic numerus, addatur unitas, ut fiant 52. Dimidium 26, diviſum per 9, reddit 2. quæ in 4 ducta faciunt 8, quibus, quòd utrique triplicationi addita fuerit unitas, junge 3, & conficies 11, qui fuit numerus mente ab altero conceptus.

Articulus III.

Adhuc aliter divinare, quem quis numerum conceperit.

Divinare aliter, quem quis numerum cogitaverit.

PRimò, jube numerum triplicari, & ex producto abjici novenarium quoties licet, & tu interim pro quolibet novenario ſepone tibi 3. *Secundò* interroga num quid reſidui ſit poſt abjectionem novenariorum, & ſi quid eſt, num ſit numerus par, aut impar. Pro impari ſepone tibi 1, pro pari 2. Junctis ergo ternariis cum 1, vel 2, ex reſiduo, habebis numerum ab alio conceptum. Si nihil adſit poſt abjectionem novenarii, ſoli ternarii dabunt ſummam. *Tertiò*, ſi ex numero triplicato non poſſunt fieri 9. quære, an triplicatum illud ſit par, aut impar, ſi par, dic eum concepiſſe 2, ſi impar, dic concepiſſe 1.

EXEMPLUM I. Habeat quis 8. triplicati faciunt 24. novenarius poteſt abjici bis, ergo bis ſepono mihi ternarium, id eſt, 6, juxta primum præceptum. Abjectis novenariis ex 24, ſuperſunt 6, qui numerus cùm ſit par, dat 2, juxta ſecundum præceptum, quæ 2 addita præcedentibus 6, faciunt 8. quæ eſt ſumma quæſita.

EXEMPLUM II. Habes 9: triplum ſunt 27, novenarius abjici poteſt ter, & nihil ſupereſt. Habuiſti ergo ter tria, id eſt, 9.

EXEMPLUM III. Habes 2: triplum ſunt 6, non poſſunt abjici novem, & tamen productum eſt par. Habuiſti ergo 2.

EXEMPLUM IV. Habes 1: triplum ſunt 3, non poſſunt abjici 9, & tamen productum eſt impar. Habuiſti ergo 1.

Articulus IV.

Divinare numeros quos plures conceperunt mente, aut nummos quos habent.

Divinare numeros quos plures conceperunt.

SUnt quatuor qui diverſos numeros mente conceperunt, aut diverſum numerum nummorum habent, ſed ſecundus habet duplo plùs quàm primus, tertius triplo plùs quã primus, & quartus eodẽ quadruplo plùs, omnes tamen ſimul habent 160. Vis ſcire, quot quilibet habeat. Utere Regulà Falſi ſimplicis poſitionis, de qua ſuprà Par. 1. cap. 3. art. 3.

Articulus V.

Trium rerum quam quilibet ex tribus hominibus tetigerit, aut acceperit, divinare.

Divinare quam trium rerũ quilibet ex tribus tetigerit.

SInt tres quæcunque res, v.g. liber, chirotheca, pileus, ſint & tres homines; Petrus, Andreas, Joannes. Conſtitue jã inter tres perſonas, quàm

AEI	EAI	AIE	EIA	IAE	IEA
1.2.3.	1.2.3.	1.2.3.	1.2.3.	1.2.3.	1.2.3.
1	2	3	5	6	7

inter tres res abſcondendas ordinem, ut ſcias quæ ſit perſona prima; quæ ſecunda, quæ tertia, item quæ res ſit prima, quæ ſecunda, quæ tertia. Sit explicationis gratiã, res prima A. ſecunda E, tertia I. Sit item perſona prima 1, ſecunda 2 tertia 3. Expone coram tribus perſonis 24. calculos, aut nummos, aut quaſcunque alias res; & ex illis da primæ perſonæ unum calculum, ſecundæ duos, tertiæ tres calculos. Deinde recede paulisper, aut averte te, & jube unumquemque ex tribus accipere clàm, & te non vidente, rem unam quam placuerit, ſic tamen, ut qui primam rem A accepit, ſumat tot calculos ex reſiduis, quot ei dediſti antea, qui verò ſecundam rem E accepit, ſumat duplum eorum quos dediſti; qui denique tertiam rem I accepit, ſumat quadruplum eorum quos antea dediſti. His factis, accede, & vide quot calculi reſidui ſint. Qui quidem non poſſunt eſſe plures quàm aut 1, 2, aut 3, aut 5, aut 6, aut 7. Si igitur remanſit unus, accepit primus rem A, ſecundus E, tertius rem I. Si duo ſuperſunt; accepit primus E, ſecundus A, tertius I. Si tres ſuperſunt, accepit primus A, ſecundus I; tertius E. Si quinq; reſidui ſunt, accepit primus E, ſecundus I, tertius A. Si ſex ſunt reſidui, accepit primus I, ſecundus A, tertius E. Si denique ſeptem remanent calculi, accepit primus I, ſecundus E, tertius A. Inſpice præcedentem tabellam, in qua quæ diximus, exprimuntur.

Sed ut memoriter & ſine tabolæ inſpectione ſcire queas promptiſſimè, quàm quilibet rem acceperit, conſidera ſequentium verſuum alterutrũ.

1	2	3	5	6	7
Salve	Certa	Animæ	Semita,	Vita,	Quies.
Pallẽtis	Evandri	Sanguine	Feritas	Imãne	Vigebat

Horum verſuum primum vocabulum ſervit pro uno calculo remanente, ſecundum pro duobus, tertium pro tribus, &c. ut numeri appoſiti indicant. Cujuslibet vocabuli ſyllaba prima accommodetur perſonæ primæ, ſecunda ſecundæ, tertia (ſive adſit, ſive non) tertiæ. Vocalis A ſignificat primam rem. E ſecundam, I tertiam. Itaque ſi remanſit unus calculus, primum vocabulum, *Salve*, aut *Pallentis*, indicat, primam perſonam accepiſſe rem A, id eſt, primam, ſecundam perſonam rem E, id eſt, ſecundam, & conſequenter tertiam perſonam accepiſſe rem I, id eſt, tertiam. Iterum, ſi reſidui ſunt quinque calculi, quantum vocabulum *Semita*, vel *Feritas*, indicat primum hominem accepiſſe rem ſecundam E, ſecundum rem tertiam I, tertium rem primam A.

Arti-

Articulus VI.

Quæ plurium perſonarum, quoto in digito, & quoto in articulo digiti, annulum geſtet, divinare.

Divinare quæ perſona, quoto in digito, & articulo geſtet annulum.

SInt quotcunque perſonę. Conſtitue inter illas ordinem, ut ſciatur quæ ſit prima, quę ſecūda, quæ tertia, &c. Conſtitue item ordinem inter digitos, & articulos, ſitque v. g. pollex ſiniſtræ manus digitus primus, & pollex dextræ manus ſit ultimus: item articulus proximus ungui ſit primus, proximus volæ manûs ſit tertius. His conſtitutis, porrige perſonis annulum, & jube unam ex illis eum clàm inſerere cui placet digito, & cui lubet articulo (quod tamen ſciat unus ex omnibus) & pauliſper recede. Tum reverſus, jube conſcium, in ſecreto, te non audiente, à prima perſona verſus ultimam numerare uſque ad illam, quæ annulum habet; numerum inventum jube duplicari; duplicato addi 5; ſum̄am totam multiplicari per 5; producto addi numerū digitorum; conflatum multiplicari per 10; multiplicato addi numerum articuli in quo annulus eſt; tandemque totam ſummam tibi indicari. Ex qua ſumma ſi abjicias 250, reſidui primus à dextris numerus indicabit articulum digiti, ſecundus digitum, tertius (quicunque ſit, ſive articulus ſeu ſimplex, ſive digitus ſeu compoſitus) perſonam quæ annulum habet.

EXEMPLUM. Sint triginta perſonæ, occulteteque vigeſima in ordine annulum, in digito quarto (hoc eſt, in annulari ſiniſtræ manus) in articulo ſecundo. 20. duplicata ſunt 40, & addita 5, dant 45 hæc multiplicata per 5, faciunt 225, quib. additus numerus digitorum, nempe 4, facit 229. hæc rurſus multiplicata per 10, producunt 2290, quibus additus numerus articulorum, nempe 2, dat 2292. Ab hac ſumma ſi abſtrahas 250, remanent 2042, cujus primus numerus, 2, ſignificat articulum ſecundum, ſecundus, 4, digitum, tertius, 20, perſonam quæ annulum habat.

Monitio.

QUando producti ultimi figura ſecunda eſt cyphra, ſignum eſt annulum eſſe in decimo digito. Et tunc ex antecedenti numero auferri debet unitas, & cyphra addi, reſiduum verò ſignificat perſonam. Sed rem exemplo declaremus.

EXEMPLUM. Habeat annullum perſona 23, in digito decimo, in articulo primo. Numerus 23 duplicatus dat 46, & 5 addita, faciunt 51, hæc multiplicata per 5, producunt 255. additis 10, qui eſt numerus digitorum, fiunt 265, hæc ſumma multiplicata per 10, dat 2650, quibus addita unitas, quæ eſt nota primi articuli, facit 2651. Ab his ablata 250, relinquunt 2401, cujus ſummæ prima figura ſignificat primum articulum, ſecunda cum unitate mutuata à 24, ſignificat digitum, reſiduum 23 ſignificat perſonam.

Annotatio.

UT indagatio varietur, poteſt ad duplicatum numerū perſonæ habentis annulum addi 1, vel 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, &c. Sed tunc ſi addatur 1, ex ultimo producto auferantur 50, ſi addantur 2, auferātur 100, ſi 3, auferantur 150, ſi 4, auferantur 200, ſi 5, auferantur 250, ut in exemplis fecimus; ſi 6, auferantur 300, & ſic conſequenter, ſemper toties 50, amplius auferantur, quot amplius unitates fuerint additæ.

Et hoc conſtat, numerum qui ſubducitur ex ultimo numero producto continere toties 50, quoties unitas continetur in numero addito ad numerum duplicatum perſonæ habentis annulum.

Articulus VII.

Quos numeros infra decem conceperint plures divinare.

Divinare quos numeros conceperint plures,

HÆc praxis non differt à præcedenti; variari tamen quoad aliqua poteſt, ſic. Primò. Numerum à primo conceptum jube duplicari, duplicatum augeri per 5. auctum multiplicari per 5. Deinde toti producto jube addi numerum à ſecundo cogitatum, productum augeri per 10, actum per 10 multiplicari. Tādem jube addi numerum à tertio cogitatum. Quòd ſi plures numeri quàm tres fuiſſent concepti, ultima ſumma rurſus per 10 multiplicanda foret, & producto quartus numerus addendus; ſicque ulteriùs progrediendum uſque ad decimum. His factis, pete tibi exhiberi ultimam ſummam procreatam, ab eaque ſi duo tantum fuerunt cogitati, ſubtrahe 35, ſi tres fuerunt cogitati, ſubtrahe 350, ſi quatuor, 3500, & ſic conſequenter: reſiduum indicabit quod quæris, ut antea.

EXEMPLUM. Cogitaverit primus 2, ſecundus 3, tertius 4, quartus 5, Duplicentur 2, fiunt 4; addantur 5, fiunt 9, multiplicetur hoc per 5, fiunt 45. Addatur numerus ſecundi, nempe 3. fiunt 48, addantur his 10, fiunt 58, multiplicentur hæc per 10, fiunt 580. Addatur numerus tertii, nempe 4, fiunt 584, multiplicētur hæc per 10, fiunt 5840. Addatur numerus quarti, nempe 5, fiunt 5845. Ab hoc numero auferantur 3500 remanent 2345. Cogitavit ergo primus 2, ſecundus 3, tertius 4, quartus 5.

Annotatio.

DIffert hic modus à priori, quòd ſumma poſt additionem numeri à ſecundo cogitati augetur priùs per 10, & deinde multiplicatur per 10. Deinde quod hic auferuntur ab ultima ſumma 350, aut 3500, in priori verò modo 250, 2500, &c. Poteſt & hic modus variari ut præcedens, ſi ad duplicatū numeri primi addantur nunc 1, nunc 2, nunc 3, nunc 4, nunc 5, &c. ut diximus articulo præcedenti.

Articulus. VIII.

E numero plurium quis rem aliquam ſurripuerit, divinare.

Divinare quis à pluribus rem acceperit.

AFfinitatem aliquam cum præcedenti habet hæc praxis, imò eadem eſt cum paucioribus ambagibus: & in hoc conſiſtit. Primò, ſtatuatur ordo inter perſonas pręſentes, ut ſciatur quęnam ſit prima, quæ ſecunda, &c. & qui ſcit furem, notet tacitus numerum loci in quo eſt. Secundò, duplicet animo eum numerum, duplicato addat 5, ſummam ex additione conflatam multiplicet per 5, deinde abjectâ primâ figurâ producti, ſubtrahat 2 ex reliquis producti figuris: reliquus enim numerus erit index furis.

EXEM-

EXEMPLUM. Adſint perſonæ 9. & qui nono eſt loco, ſurripuerit rem. Jube hujus rei conſcium duplicare ſecretò numerum loci ſuis, nempe 9, & fiunt 18, & addi 5, fiunt 23, & hanc ſummam multiplicari per 5, fiunt 115. Jube tibi indicari hanc ultimam ſummam; ex qua tu abjice figuram 5, relinquuntur 11, ex his ſubtrahe 2, remanent 9.

Innumera alia divinandi praxes per Arithmeticam, ingenioſa ac jucunda, extant apud P. Leurechon in Recreationibus Mathematicis Gallico idiomate editis, & apud alios qui eundem Latinè ac Germanicè ediderunt, uti & paſſim apud alios Auctores. Nobis has paucas attuliſſe ſufficiat.

MONITIO AD LECTOREM.

M*Ulta alia Speciales Arithmetica hic tradi poſſent, nempe* Primò *Militaris, ad diſtribuendos milites ac manipulos in formanda acie quadrata, oblonga, alteriuſvè cujuſcunque figuræ.* Secundò *Eccleſiaſtica, ad inveniendа novilunia, plenilunia, cyclum Solarem ac lunarem, Indictionem, Annum Biſſextilem aliaque ſimilia ad Kalendarium Eccleſiaſticum pertinentia.* Tertio, *Memorialis, ſubſtituendo vocabula pro numeris, quos quis mente retinere cupit.* Quartò, *Proportionalis, qua numerorum proportionalium Algorithmus ſive Logiſtica traditur, præſertim in ordine ad Muſica theoriam.* Quintò, *Harmonica, qua harmonicorum numerorum doctrina comprehenditur. Sed de prima & ſecunda agemus infrà ſuis locis in Chronologia, & Tactica. Tertia ingenioſa quidem eſt, ſed nec neceſſaria eſt, nec utilis, nec jucunda, ideoque libenter eam omittimus. Qui volet, legat* Herigonium *in Curſu Mathem. to. 2. tract. de Arithmet. Pract. cap. 17. Quarta & quinta difficiliores ſunt quàm ut hoc loco Tyronibus proponantur. De divina Algebra agemus vel in fine hujus Operis, vel alio peculiari Opere; ubi & de numeris figuratis, ac de progreſſionibus, aliiſque ad Arithmetica ſcientiam ſpectantibus.*

LIBER

Digitized by Google

LIBER III.

De

GEOMETRIA ELEMENTARI.

Sive

Elementorum Geometricorum Euclidis ſex libri Primi.

PROOEMIUM.

G*Eometria, ſi nominis ſignificatum ſpectes, eſt terræ dimenſio;* Geometria quid.
ſi uſum multis jam ſæculis apud antiquiſſimos Græcorum ac
Latinorum receptum, eſt ſcientia quæ circa continuam quantitatem, à materia ſenſibili abſtractam, verſatur (ut ſuprà etiam lib. 1. c. 2. *aſſerui) lineam dico, ſuperficem & corpus; idq́ vel ſpeculativè, conſiderando ejus varias affectiones ac proprietates, cujuſmodi ſunt geneſis, analyſis, transformatio, proportio, & his ſimilia; vel practice, eam dividendo, addendo, menſurando, conſtruendo, &c. Unde duplex eſt Geometria, ſpeculativa alia, alia practica. Hanc infrà* Geometria Elementaris.
lib. *6. trademus, illã hoc libro, non tamen univerſam, ſed eam ſolummodò partẽ, quam Elementarem vocant, ac præcipuè Elementa Geometrica Euclidis complectitur; neque hanc etiam integre, ſed ſolùm libros priores ſex.*

Elementorum porrò geometricorum nomine hoc loco intelligo Propoſitiones quaſ- Geometrica Elementa.
dam universæ Matheſi non ſolùm utiles, ſed apprime neceſſarias, adeo ut qui ſine illis Mathematicas aggreditur Diſciplinas, non majori fructu laboret, quàm qui ſine litterarum elementis Grammaticam, ſine hac Philoſophiam, aliamve quamcunq́ aggreditur ſcientiam. In colligendis hiſce geometricis Elementis ante bis mille & ampliùs annos utilem navârunt operam non pauci, Proclo teſt. lib. *1. in Eu-* Euclidis Elementa geometrica.
clidis Elementa; ſed omnes longo poſt ſe intervallo reliquit Euclides, qui annis ante Chriſti nativitatem trecentis, quindecim eorum (vel ut alii volunt, tredecim, nam quartum & quintum decimũ Hypſicli Alexandrino adſcribunt) conſcripſit libros, tanto ordine, brevitate, perſpicuitate, demonſtrandum evidentiſſimarũ firmitate, ut nihil in ijs omiſſum, nihil ſuperfluum, nihil non ſuo loco poſitum, nihil non clariſſime ac ſolidiſſime demonſtratum, à quoquam hactenus, qui ſine livore ea lectitavit, fuerit deprehenſum. Meritò ergo Mathematicarũ rerum Scriptores antiquiſſimi, Archimedes, Apollonius, Theodoſius, Ptolomæus, & alii innumeri, cum recen-

tioribus omnibus, in ſuis demonſtrationibus uſurpant Euclidis Elementa, tanquam principia evidenter demonſtrata, & ad alia demonſtranda ſummè neceſſaria. Atque hæc cauſa eſt, cur ea, ex parte ſaltem, Encyclopædiæ noſtræ inſerenda judicaverimus. Tyrones igitur ac Mathematicæ Candidati, qui ſeu noſtros in hoc Opere, ſeu aliorum Mathematicorum libros cum fructu evolvere, atque ad Mathematicæ adyta penetrare deſiderant, diligentem hiſce priùs operam navent, nec ullis abſterreri difficultatibus ſe ſinant. Præter enim ingentẽ utilitatem quam olim percipient, ſi demonſtrationum vim, firmitudinem, claritatem, & quaſi palpabilem veritatem deguſtaverint, tam liquido perfundentur mentis oblectamento, tam ardenti deſiderio abripientur, ut ceſſare à lectione non poſſe videantur. Dico hoc, & propria, & multorum aliorum, quibus variis in locis dicta Elementa explicui, edoctus experientiâ. Exempla plurima & luculentiſſima in medium afferrem, ni prolixitatem fugerem. Antequam verò Elementa ipſa Euclidea proponamus, prolegomena quædam, quæ lucem dicendis allatura ſperantur, præmittemus.

PROLEGOMENA
in Euclidis Elementa Geometrica.

I.

Prolegomena in Euclidis Elementa

Euclideorum Elementorũ diviſio.

QVindecim Euclideorum Elementorum libri in quatuor commodè partes dividi poſſunt. Prima, ſex prioribus contenta libris, agit de planis ſeu ſuperficiebus: Secunda, tres ſequentes libros complectens, paſſiones numerorum perſcrutatur: Tertia, ſolo decimo conſtans libro, diſſerit de lineis commenſuralibus & incomenſuralibus: Quarta deniq;, reliquis quinque libris abſoluta, contemplationem ſolidorum ſeu corporum complectitur. Pars prima rurſus triplex eſt. Nam in prioribus quatuor libris agitur de planis abſolutè inveſtigatis; eorũ æqualitas & inæqualitas: in quinto verò, de proportionibus magnitudinum in genere; in ſextu denique, de ſolarum figurarum planarum proportionibus. Singulorũ porrò librorum argumentũ in cujuſque principio exponemus. Ratio ordinis ac diviſionis prædictę videtur eſſe, quòd Geometria præcipuè planorũ ac ſolidorum contemplationẽ ſuſcipit; ſolida autẽ ſine linearum comenſurabilium & incommenſurabilium ſcientia perfectè tractati non poſſunt; nec lineæ illæ ſine numerorũ cognitione: de iis ergo omnibus agendũ fuit.

Eorundẽ Commentatores.

II. Horum quindecim librorum Propoſitiones quæ circumferuntur Græco & Latino ſermone, ſine controverſia Euclidis ſunt. Demonſtrationes eaſdẽ, quas Theon Græcus edidit olim, à Proclo & aliis eidem Euclidi adſcribuntur. Has varij in latinum tranſtulêre ſermonem, alij illuſtribus & copioſis commentariis exornarunt, multi etiam novam ac breviorem demonſtrandi formam excuderunt, ſed priorum ferè ſolummodò ſex librorum. Ego nec omnes quindecim dare volo, ne longior ſim; nec omnes omittere, ne Tyronibus aliorum laboribus deſtitutis deſim. Sex ergo priores dabo, quoniam ferè ſufficiunt Tyronibus. Ordinem eundem Propoſitionum, quem Clavius, Illuſtriſſimus Euclidis Paraphraſtes & Commentator, tenuit, retinebo, quoniam is procul dubio Euclideus eſt; tametſi illum ſubinde pervertant Arabes, & cum illis Campanus. Nec novam cudo editionem: nec in verba ullius juro: Clavij tamen veſtigiis ubique, & ſæpe etiam ſtylo ac verbis inſiſtam, quoniam nemo meliùs, ordinatiùs, univerſaliùs, clariùs, integriùſque, ac magis geometricè illo proceſſit, meâ quidem ſententiâ: & qui Clavio deſerto aliam ac breviorem demonſtrandi formam excogitarunt, aut ſubinde paralogizant, aut non univerſaliter procedunt, ſi Grienbergerum excipias, qui Clavium compendiavit feliciſſimè & integerrimè, cujus proinde demonſtrationibus ſæpe utemur, iiſdem etiam verbis retentis.

III. Quæcunque Euclides in Elementis tradit, aut Principia ſunt Mathematica, aut Propoſitiones ex principiis, aliiſque propoſitionibus evidenter demonſtratis deductæ. Principiorum tria apud Mathematicos reperiuntur genera. In primo genere ſunt omnes Definitiones, quibus artis vocabula explicantur, nè in tractatione ipſa, nominum ambiguitate aut obſcuritate in paralogiſmos incidamus. Has aliqui cum Ariſtotele, ut vult Proclus, appellant Hypotheſes ſeu Suppoſitiones: Alii tamẽ, & meliùs, diſtinguunt Suppoſitiones à Definitionibus. In ſecundo genere ſunt Petitiones quædam, ſeu Poſtulata; quæ quidem adeo clara ſunt, ut tametſi demonſtrari poſſint, nullâ tamen indigeant confirmatione, ſed auditoris tantùm aſſenſum depoſcant, nè ulla ſit in demonſtrando hæſitatio, aut difficultas. In tertio denique genere ſunt Axiomata, ſeu comunes animi notiones (Effata, ſeu Pronunciata alij appellant) quæ non ſolùm in Mathematica ſcientia, ſed etiam in omnibus alijs adeo manifeſta ſunt, ut ab illis diſſentire nequeat qui vocabulorũ ſignificata percipit. Hæc tria principiorũ genera ita tradit in Elementis ſuis Euclides, ut in ipſo quidem introitu proponat illa quæ ſunt toti Geometriæ, imò & Matheſi univerſæ comunia; in aliorum verò librorum principiis, ubi res poſtulat, ea exponit, quæ propriè ad rem illis tractatam ſpectant. Nec tamen omnia expoſuit principia Euclides, ſed multa reliquit lectori diſquirenda; unde à variis Auctoribus varia alia adduntur, & à nobis quoque nonnulla ex Clavio & aliis apponentur. Ipſe quoque Euclides, ejuſque Interpretes nonnullis Pronuntiatis à ſe antea non expoſitis utuntur, quæ niſi ut talia admitterentur, nihil illorum demonſtrationes probarent.

Principia Mathematica.

IV. De-

Problema & Theorema quid.

IV. Demonſtrationes omnes in Euclidis Elementis (imò & in aliis Mathematicorum libris) aut Problemata ſunt, aut Theoremata. Problema vocant Propoſitionem, quæ docet aliquid conſtituere, v. g. triangulum æquilaterum ſuper data linea recta, perpendicularem ſuper datam lineam ad datum punctum, & ſimilia, ut ex ſequentibus patebit. Theorema autem appellant eam propoſitionem, quæ ſolùm paſſionem aliquam unius, vel plurium quantitatum ſimul perſcrutatur, ut quòd omne triangulū habet tres angulos æquales duobus rectis, &c. Itaque Theoremata verſantur circa quantitatem abſtractā ſpeculativè tantùm, quia habent pro fine ſcientiam; Problemata verò practicè, quia pro fine habent aliquod opus intellectuale circa eandem quantitatem abſtractā. Ad Theoremata revocari poſſunt Axiomata ſeu Pronuntiata; ad Problemata verò, Poſtulata, de quibus mox agemus. Tàm Theoremata, quàm Problemata, aliquando proponuntur nomine Lemmatum, quando nimirum præmittuntur vel ſubjiciuntur Propoſitionibus principalibus, quæ ſine his non poſſunt demonſtrari. Ex quibus patet, Euclidis demonſtrationes reſpectu demonſtrationum aliorū Mathematicorum, Lemata eſſe, quoniā ſine ijs demonſtrari non poſſunt. Imò eædem Euclidis demonſtrationes ſunt ſibi mutuò Lemmata, quoniam ita concatenatæ ſunt, ut ſubſequens ſine antecedente demonſtrari nulla ratione queat, uti ex dicendis conſtabit.

Lemma quid.

Demonſtratio fuſior quot rebus conſtet.

V. Theoremata & Problemata interdum breviter, interdum fusè demonſtrantur. Fuſior demonſtratio ordinariè quinq;, interdum quatuor, ſæpè etiā tribus tantùm partibus conſtat. Quinq; partium prima eſt Propoſitio, qua Theorema aut Problema proponitur. Secunda eſt Explicatio, qua propoſitio exponitur. Tertia eſt Conſtructio, ſeu delineatio, quæ demonſtrationi præmittitur. Quarta eſt Demonſtratio propoſitionis ex principiis, aut aliis propoſitionibus evidenter antea demonſtratis. Quinta denique eſt Concluſio, quæ in theoremate fit his aut ſimilibus verbis, *quod erat demonſtrandū*; in problemate verò, *quod erat faciendū*. Interdum tamē omittitur conſtructio, quia nulla requiritur; interdū & explicatio, propter eandem cauſam; ſæpè etiā concluſio, quæ tamen ſemper ſubintelligi debet.

VI. Inter demonſtrandum citabimus ſemper principia & propoſitiones noſtras (id eſt, Euclidis) ſed diverſo charactere, & initialibus tantùm vocabulis, ac numeris, in hunc modum. Defi. 1. 2. &c. Pet. 1. 2 &c. Axi. 1. 2. 1. Primi, 3. ſecundi, 20. undec. 7. ſex &c. Significat, Definitio 1. 2. &c. Petitio 1. 2. &c. Axiom. 1. 2. Prima primi, Tertia ſecundi, vigeſima undecimi, Septima ſexti, id eſt, Prima propoſit. lib. 1. Elementorum Euclidis, &c. Citando propoſitionem aut definitionem, &c. præmiſſam in eodem libro, in quo verſor, dicam, Defi. 1. hujus, 1. hujus, &c. Hactenus Prolegumena, nunc ad Elementa ipſa; quæ pro viribus clarè & breviter, ut decet, tractare conabor.

Monitio ad Tyrones.

Euclidis Elementa quomodo legenda à tyronibus.

TYrones relegant prius Iſagogen Mathematicā; tum aggrediantur Elementa Euclidis & lecta conferant cum locis dictæ Iſagoges ad quæ remittentur, nec ad alia pergant, antequam quæ legerunt, intelligant. Si primâ vice lecta non percipiunt, repetant ſecundâ & tertiâ, ac etiam quartâ; intelligent enim certiſſimè, ni ſtupidi prorſus ſint. Si noſtra non capiunt, alium adeant Auctorem, ſi copia datur. Si nec hunc intelligant, animum tamen non dejiciant, ſed ad alios libros pergant, & ſubinde, ſed ſerò, ad hunc revertantur. Novi ego adoleſcentes, & adultos, qui propriâ induſtriâ, nullo conſulto magiſtro, totum Euclidem ex Clavij Commentarijs perfectè perceperunt; alios qui magiſtro ſolùm intentante digitum idem fecerunt: alios, qui cùm primam, ac ſecundam, aut etiam tertiam explanationē planè ſtupidi audiviſſent; ad quartum tandem oculos aperuêre. Conentur omni ſtudio quartā ſaltem ac quintam Propoſitionem intelligere: ijs enim intellectis, non ſolùm nullâ difficultate ſed magna etiā voluptate reliquas intelligent.

EUCLIDIS ELEMENTUM PRIMUM

TRactat in eo Euclides præcipuè de triangulis planis rectilineis, & de parallelogrammis, explicans eorum ortus, & affectiones varias, contemplansque illa interdum per ſe, interdum verò inter ſe comparata. Horum occaſione docet etiam diviſionem anguli rectilinei, & lineæ, in partes æquales, conſtitutionem lineæ perpendicularis, proprietates parallelorum, & alia. Ante omnia tamen præmittit Definitiones, Petitiones, & Axiomata ob cauſas in Prolegomeno III. explicatas. Definitiones explicatæ ſunt lib. 1. cap. 2. ubi etiam neceſſarias figuras appoſuimus. In Petitionibus verba diverſo charactere ſubjuncta, ſunt noſtra, & præcedentium explicatio. In Axiomatibus ſimili charactere addita verba, ſunt Clavij, & aliorum.

Euclidis Elementū primum quid contineat.

DEFINITIONES.

Definitiones libri primi Elementorū Euclidis.

1. PUnctum eſt, cujus pars nulla eſt.
2. Linea verò longitudo, latitudinis expers.
3. Lineæ autem termini, ſunt puncta.
4. Recta linea eſt, quæ ex æquo ſua interjacet puncta.
5. Superficies eſt, quæ longitudinem, latitudinemque tantùm habet.
6. Superficiei autem extrema, ſunt lineæ.
7. Plana ſuperficies eſt, quæ ex æquo ſuas interjacet lineas. *Vel ſecundùm Heronem*, cui ex omni parte congruit linea recta.
8. Planus verò angulus, eſt duarum linearum in plano ſe mutuò tangentium, & non in directū jacentium, alterius ad alteram inclinatio.
9. Cùm autem, quæ angulum continet, lineæ rectæ fuerint, rectilineus ille angulus appellatur.
10 Cùm verò recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam eos, qui deinceps ſunt, angulos æquales inter ſe fecerit, rectus eſt uterq; æqualium angulorum: Et quæ inſiſtit recta linea, perpendicularis vocatur ejus, cui inſiſtit.
11. Obtuſus angulus eſt, qui recto major eſt.
12. Acutus verò, qui minor eſt recto.
13. Terminus eſt, quod alicujus extremum eſt.
14. Figura eſt, quæ ſub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur.
15. Circulus eſt figura plana, ſub una linea cōprehenſa, quæ peripheria appellatur; ad quàm ab uno puncto eorū, quæ intra figurā ſunt poſita,

cadentes omnes rectæ lineæ inter ſe ſunt æquales.

16. Hoc verò punctũ, centrum circuli appellatur.

17. Diameter autem circuli eſt recta quædam linea per centrum ducta, & ex utraque parte in circuli peripheriam terminata, quæ circulum bifariam ſecat.

18. Semicirculus verò eſt figura, quæ continetur ſub diametro, & ſub ea linea, quæ de circuli peripheria aufertur.

19. Rectilineæ figuræ ſunt, quæ ſub rectis lineis continentur.

20. Trilateræ quidem, quæ ſub tribus.

21. Quadrilateræ verò, quæ ſub quatuor.

22. Multilateræ autem, quæ ſub pluribus, quàm quatuor, rectis lineis comprehenduntur.

23. Trilaterarum autem figurarum Æquilaterum eſt triangulũ, quod tria latera habet æqualia.

24. Iſoſceles autem eſt, quòd duo tantùm æqualia habet latera.

25. Scalenum verò eſt, quod tria inæqualia habet latera.

26. Adhæc etiam, trilaterarum figurarum Rectangulum quidem triangulum eſt, quod rectum angulum habet.

27. Amblygonium autem, quod obtuſum angulum habet.

28. Oxygonium verò, quod tres habet acutos angulos.

29. Quadrilaterarum autem figurarum, Quadratum quidem eſt, quod & æquilaterum, & rectangulum eſt.

30. Alterâ verò parte longior figura eſt, quæ rectangula quidem, at æquilatera non eſt.

31. Rhombus autem, quæ æquilatera, ſed rectangula non eſt.

32. Rhomboides verò, quæ adverſa & latera & angulos habens inter ſe æquales, neque æquilatera eſt, neque rectangula.

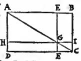
33. Præter has autem, reliquæ quadrilateræ figuræ Trapezia appellantur.

34. Parallelæ rectæ lineæ ſunt, quæ cum in eodẽ ſint plano, & ex utraque parte in infinitum producantur, in neutrâ ſibi mutuò incidunt.

35. Parallelogrammum eſt figura quadrilatera, cujus bina oppoſita latera ſunt parallela, ſeu æquidiſtantia.

36. Cùm verò in parallelogrammo diameter ducta fuerit, duæq; lineæ lateribus parallelæ, ſecantes diametrum in uno eodemq; puncto, ita ut parallelogrammum ab hiſce parallelis in quatuor diſtribuatur parallelogramma, appellantur duo illa, per quæ diameter non tranſit, complementa; duo verò reliqua, per quæ diameter incidit, circa diametrum conſiſtere dicuntur. *Parallelogrammum ſit ABCD, diameter AC, duæ lineæ lateribus parallelæ, EF, HI, ſecantes diameterum in G. Duo parallelogramma AEGH, & GIFC, dicuntur conſiſtere circa diametrum; reliqua duo appellantur complementa.*

88.



Definitio ultima ac penultima eſt Clavij, reliqua ſunt Euclidis.

PETITIONES ſive POSTULATA.

Poſtulata libri primi Elementorum Euclid. 1. Poſtulatur, ut à quovis puncto in quodvis punctum rectam lineam ducere concedatur, *mente videlicet; quod fit per conceptionem breviſſimæ extenſionis à puncto ad punctum.*

2. Et rectam lineam terminatam, in continuum rectè producere *quantumlibet.*

3. Item quovis centro, & intervallo, circulum deſcribere, *circumductu videlicet mentali lineæ quantæcunq; circũ unum extremum immotum.*

4. Item quacunq; magnitudine datâ, ſumi poſſe aliam magnitudinem vel majorem, vel minorem, *vel æqualem.*

Ultima petitio eſt Clavij, & aliorum.

AXIOMATA ſeu PRONUNTIATA.

Axiomata libri primi Elementorũ Euclidis. 1. Quæ eidem æqualia & inter ſe ſunt æqualia. *Et quod uno æqualium majus eſt, aut minus; majus quoq; eſt, aut minus altero æqualiũ. Et ſi unum æqualium majus eſt, aut minus magnitudine quâpiam, alterum quoq; æqualium eàdem magnitudine majus eſt, aut minus. Et quæ æqualibus ſunt æqualia, etiam inter ſe ſunt æqualia. Et quod eſt majus majore, eſt etiam majus minore: & quod eſt minus minore, eſt etiam minus majore.*

2. Et ſi æqualibus æqualia adjecta ſunt, tota ſunt æqualia.

3. Et ſi ab æqualibus æqualia ablata ſunt, quæ relinquuntur, ſunt æqualia. *Et ſi à toto auferatur dimidium remanet dimidium: ſi auferatur majus aut minus dimidio, remanet minùs aut plus dimidio: ſi auferatur pars tertia, remanent duæ tertiæ, &c.*

4. Et ſi inæqualibus æqualia adjecta ſunt, tota ſunt inæqualia. *Et ſi inæqualibus inæqualia adjecta ſint, majori majus, & minori minus, tota ſunt inæqualia; illud nimirum majus, hoc minus.*

5. Et ſi ab æqualibus æqualia ablata ſunt, reliqua ſunt inæqualia. *Et ſi ab inæqualibus inæqualia ablata ſint, à majori minus, & à minori majus; reliqua ſunt inæqualia, illud nimirum majus, & hoc minus. Et ſi ab æqualibus inæqualia ablata ſint, reliqua ſunt inæqualia.*

Porrò in his omnibus Pronuntiatis, primo excepto, nomine æqualium quantitatum intelligenda eſt etiam una & eadem multis communis.

6. Et quæ ejuſdem, *vel æqualium*, duplicia ſunt, inter ſe ſunt æqualia. *Et quod unius æqualium duplum eſt, duplum eſt & alterius æqualium. Et duplum majoris majus eſt duplo minoris. Et ſi unũ æqualium duplum eſt cujuſpiam magnitudinis, alterum quoque æqualium duplum eſt ejuſdem magnitudinis.*

7. Et quæ ejuſdem, *vel æqualium*, ſunt dimidia, inter ſe ſunt æqualia. *Et ſi unum æqualium dimidium eſt cujuſpiam magnitudinis, alterum quoq; æqualium dimidium eſt ejuſdem magnitudinis. Et quod unius æqualium dimidium, alterius quoq; æqualium eſt dimidium. Et dimidium majoris majus eſt dimidio minoris.*

Quæ in ſexto & ſeptimo axiomate dicta ſunt de duplo & dimidio, poſſunt etiam ſumi de triplo, quadruplo, &c. & de partibus tertijs, quartis, &c.

8. Et quæ ſibi mutuò congruunt, *ita ut ſi ſibi mutuò ſuperponantur, neutrum excedat alterum*; ea inter ſe ſunt æqualia. *Et quæ ſunt æqualia, ſibi mutuò congruunt, ſi alterum alteri ſupponatur, intellige, ſi quantitates ſunt ſimiles, nam in diſſimilibus falſum eſt.*

9. Et

9. Et totum ſuâ parte majus eſt. *Et menſura non eſt major menſurate.*

10. Item, omnes anguli recti ſunt inter ſe æquales. *Patet ex definitione 10. ubi angulus rectus conſtitui dicitur a linea alteri linea perpendiculari, qua in neutrā partem magis inclinetur; hac autem linearum duarū mutua inclinatio immutabilis eſt, alioquin non conſtitueret angulum rectum. Æquales ergo ſunt inter ſe omnes anguli recti, quia omnes aquali conſtant linearum inclinatione.*

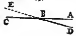
11. Et ſi in duas rectas lineas altera recta incidens, internos, ad eaſdemq; partes angulos duobus rectis minores faciat; duæ illæ rectæ lineæ in infinitum productæ ſibi mutuo incident ad eas partes, ubi ſunt anguli duobus rectis minores. *Explicabitur ad propoſit. 28. ſine qua non poteſt ſufficienter intelligi.*

12. Duæ rectæ lineæ ſpatium non comprehendunt. *Quocunque enim modo ſibi occurrant ex una parte, ſejuncta manent ex altera; unde ut ſpatium comprehendant, adjungenda neceſſariò eſt ad minimum tertia quadam linea.*

Hîc finis Euclides Axiomata ſua. Quæ ſequuntur, adjecit Clavius, & alii, idq; bene, quoniam in ſequentibus ſubinde ut axiomata ſupponuntur, alioquin demonſtrationes claudicarent.

13. Duæ lineæ rectæ non habent unum & idem ſegmentum commune. *Sic ſi A B C, & D B, recta ſunt linea, ſegmentum B C non poteſt eſſe commune utriq;, quia ſi D B producatur in directum à puncto B, non pergit ad C, ſed ad E, alioquin linea recta non eſſet.*

89.



14. Duæ rectæ in uno puncto concurrentes, ſi producantur ambæ, neceſſariò ſe mutuò in eo puncto interſecabunt. *Sequitur ex jam dictis.*

15. Si punctum ſit in duabus rectis, erit aut in earum interſectione, aut in contactu. *Sequitur ex natura linea recta, & ex dictis.*

16. Si duo puncta ſunt in eodem plano, etiam recta ipſa connectens eſt in eodem plano. *Sequitur ex natura linea recta, qua eſt via breviſſima à puncto ad punctum.*

17. Si æqualibus inæqualia adjiciantur, erit totorum exceſſus, adjunctorum exceſſui æqualis.

18. Si inæqualibus æqualia adjungantur, erit totorum exceſſus, exceſſui eorum quæ à principio erant, æqualis.

19. Si ab æqualibus inæqualia demantur, erit reſiduorum exceſſus, exceſſui ablatorum æqualis.

20. Si ab inæqualibus æqualia demantur, erit reſiduorum exceſſus exceſſui totorum æqualis.

21. Omne totum æquale eſt omnibus ſuis partibus ſimul ſumptis.

22. Si totum totius eſt duplum, & ablatum ablati; erit & reliquum reliqui duplum.

23. Si ſingulæ partes alicujus magnitudinis ſint duplæ totidē ſingularū partiū alterius magnitudinis; prima magnitudo erit dupla ſecundæ.

24. Magnitudo quæ alterâ magnitudine nec major eſt, nec minor, eſt ipſi æqualis.

25. Circuli ex eodem, aut æqualibus intervallis deſcripti, æquales ſunt.

26. Circuli ex diverſis ejuſdem intervalli extremis tanquam centris deſcripti, interſecant ſe mutuò. *Unius enim peripheria tranſit neceſſariò per centrum alterius.*

17. Quod eſt majus majori, eſt etiam minori quantitate, ſi hæ inter ſe comparentur.

PROPOSITIONES.

Legatur Prolegomenum 4. 5. & 6. Priores aliquot propoſitiones paulò fuſiùs ac diſtinctiùs proponam ac demonſtrabo, in gratiam Tyronum, in reliquis brevior ero. *Propoſitiones libri primi Elementorū Euclidis.*

Propoſitio I. Problema.

Super data recta linea terminata triangulum æquilaterum conſtruere.

Sit data recta linea terminata A B, ſuper qua oporteat conſtituere triangulum æquilaterū, cujus unum latus ſit linea data. *Triangulū æquilaterū conſtruere ſuper data recta.* Centro A, intervallo AB, deſcribatur circulus C B D, *per 3. Pet.* Rurſus centro B, intervallo eodem B A, deſcribatur circulus C A D, ſecans priorem in punctis C & D, *per 16. Ax.* ex quorum utrovis puncto, nempe ex C, ducantur rectæ C A, C B, ad puncta A & B *per 1. Pet.* Dico, triangulum ABC, conſtitutum ſuper recta AB, eſſe æquilaterum. Quoniam enim rectæ AB, AC, ſunt ductæ ex centro A ad circumferentiam circuli CBD; erit recta AC æqualis rectæ AB, *per 15. Def.* Rurſus quoniam recta BA, BC, ſunt ductæ ex centro B ad circumferentiam circuli C A D; erit recta B C æqualis rectæ B A. Cùm igitur tàm recta AC, quàm recta BC, æqualis ſit uni & eidem rectæ A B; erunt & inter ſe æquales, *per 1. Ax.* ac proinde omnia tria latera erunt inter ſe æqualia. Ergo triangulum A C B & æquilaterum eſt, *per 23. Defi.* & ſuper data recta AB conſtitutum; quod erat faciendum.

90.



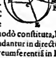
Poſſet hæc demonſtratio, & quævis alia, proponi in forma ſyllogiſtica, quàm tamen Mathematici, brevitatis cauſa, negligunt. In praxi ſufficit deſcribere ſupra A B, ex centris A & B, intervallo ejuſdem A C, duos arcus interſecantes ſe in C, & ex puncto interſectionis C ducere rectas C A, C B, modo dicto lib. 1. cap. 4. art. 2. praxi 6. ubi etiam docuimus, quomodo ſuper data recta ſit conſtituendum triangulum iſoſceles, & ſcalenum.

Propoſitio II. Problema.

Ad datum punctum, data recta linea æqualem rectam lineam ponere.

Sit datum punctum A, & data recta linea BC, cui aliam rectam lineam æqualem ponere oporteat ad punctum A. *Lineam alteri æqualem ponere ad punctum datum.* Facto alterutro extremo lineæ BC, nempe C, centro, deſcribatur intervallo C B circulus B E, *per 3. Pet.* & ex A, ad centrū C, ducatur recta A C, *per 1. Pet.* & ſuper A C conſtruatur triangulū æquilaterū A C D, *per 1. hujus*, ſive ſurſum ſive deorſum. Deinde duo latera modò conſtituta, D A; DC, verſus rectā AC extendantur in directū, *per 2. Pet.* D C quidē uſq; ad circumferentiā in E, DA verò quantum libet in F. Demū centro D intervallo DE, deſcribatur alter circulus E G, *per 3. Pet.*

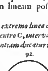
91.



Pet. ſecans rectam DF productam in G. Dico, rectam AG, quæ poſita eſt ad punctum A datum, æqualẽ eſſe datæ rectæ BC. Quoniam enim DE, DG ductæ ſunt ex centro D ad circumferentiam LG; erunt inter ſe æquales, *per* 15. *Def.* ablatis igitur DA, DC, æqualibus lateribus trianguli æquilateri CDA, remanebit recta AG æqualis rectæ CE, *per* 2. *Ax.* ſed eidem CE æqualis eſt recta BC, *per* 15. *Def.* igitur rectæ AG, BC, æquales ſunt inter ſe, *per* 1. *Ax.* Ad datum igitur punctum, datæ rectæ lineæ æqualem rectam lineam poſuimus; quòd erat faciendum.

Si punctum datum fuerit in uno extremo lineæ datæ, ut in C figura 92, deſcribatur centro C, intervallo CB, circulus, & ad ejus circumferentiam ducatur recta CE verſus quam volueris partem, & erit factum quod petitur. Si verò punctum datum eſt in ipſa linea BC data; ut in eadem figura punctum A, conſtituatur triangulum æquilaterum ſuper ſegmento AC, & cætera fiant ut antea. In praxi ſufficit accipere circino intervallum rectæ datæ & ex dato tanquam centro deſcribere circulum aut arcum, atq; ex eodem ad circumferentiam ducere rectam quamlibet.

92.



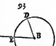
Propoſitio III Problema.

Datis duabus rectis lineis inæqualibus, de majore æqualem minori abſcindere.

Lineam æqualem minori abſcindere ex majori.

SInt duæ rectæ inæquales, A minor, & BC major, opurteatque ex majore BC detrahere lineam æqualem minori A. Ad alterutrum extremum punctum lineæ majoris BC, nempe ad B, ponatur linea BD, æqualis lineæ minori A, *per* 2. *hujus.* Deinde centro B, intervallo BD, fiat circulus, *per* 3. *Pet.* ſecans BC in E. Dico, BE abſciſſam, eſſe æqualem ipſi A.

93



Quoniam enim BE æqualis eſt rectæ BD, *per* 15. *Def.* & eidem rectæ BD æqualis eſt recta A, per conſtructionem; erunt A & BE inter ſe æquales, *per* 1. *Ax.* Datis igitur duabus inæqualibus, de majore æqualem minori abſcidimus; quod erat faciendum.

Quod ſi duæ rectæ datæ conjungantur in uno extremo, quales ſunt BD, BC, conjunctæ in puncto B; deſcribatur circulus ex B ad intervallum minoris BD: hic enim auferet BE, æqualem ipſi BD, *per* 15. *Def.*

In praxi ſufficit accipere circino intervallum minoris lineæ, & poſito uno circini pede in uno extremo majoris, altero abſcindere portionem; hæc enim æqualis erit minori datæ.

Propoſitio IV. Theorema.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant, utrumque utrique, habeant verò & angulum angulo æqualem ſub dictis æqualibus lateribus contentum; tunc & baſin baſi æqualem habebunt; eritque triangulum triangulo æquale; ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, uterq; utriq; quibus æqualia latera ſubtenduntur.

Duo triangula, quæ habent duo latera æqualia utrumq; utriq; & angulos his lateribus contentos æquales, habent & baſes æquales, & ipſa ſunt inter ſe æqualia.

SInt duo triangula, ABC, DEF, & unius duo latera AB, AC, æqualia ſint alterius duobus lateribus DE, DF, utrumque utriq;, hoc eſt, AB ipſi DE, & AC ipſi DF; anguluſque A contentus lateribus AB AC, æqualis ſit angulo D, contento lateribus DE, DF. Dico, etiam baſin BC æqualem eſſe baſi EF; & totum triangulum ABC, toti triangulo DEF; & reliquos angulos B & C, reliquis angulis E & F, utrumque utrique, eſſe æquales, nempe angulos B & E, quibus ſubtenduntur æqualia latera AC, DF, inter ſe; & angulos C & F, quibus ſubtenduntur ſeu opponuntur æqualia latera AB, DE, inter ſe quoq; eſſe æquales. Quoniam enim recta AB æqualis ponitur rectæ DE, fit ut ſi altera alteri ſupponi intelligatur, collocato puncto

94.



A in puncto D; ipſæ ſibi mutuò congruant, *per* 8. *Ax.* punctumq; B; in punctum E cadat; ac proinde tota AB cadat in totam DE. Quoniam præterea angulus A angulo D ponitur æqualis, latuſque AC lateri DF; fit ut ſi angulus angulo ſuperponi intelligatur, congruant ſibi mutuò, *per idem* 8. *Ax.* ideoq; latus AC cadat ſupra latus DF, alioquin anguli non eſſent æquales; & conſequenter fit ut punctum C cadat ſupra punctum F, propter eandẽ cauſam. Baſis igitur BC baſi EF congruet quoq;, ideoq; æquales erunt, *per dictum* 8. *Ax.* alioquin ſi ſuprà caderet, ut infrà, ut efficeretur recta EGF, vel EHF, clauderent duæ rectæ EF, EGF, vel EF, EHF, ſpatium ſeu ſuperficiem; quod eſt impoſſibile, *per* 12. *Ax.* Cùm ergo ſingula latera trianguli ABC, congruant ſingulis lateribus trianguli DEF; neceſſe eſt, totum illud eſſe æquale toti huic, & angulum B angulo E; angulumq; C angulo F; quod erat demonſtrandũ.

Duas conditiones involvit antecedens Propoſitionis, quarum alterâ deficiente, reliqua quæ in conſequente ponuntur, non rectè inferuntur; quare diligenter notanda ſunt. Sequens Propoſitio pons eſt aſinorũ, quem qui tranſierit, ſecurius in reliquis perget.

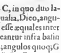
Propoſitio V. Theorema.

Iſoſcelium triangulorum anguli ad baſin ſunt inter ſe æquales: & ſi producantur latera infra baſin, etiam anguli infra baſin ſunt inter ſe æquales.

Iſoſceliũ triangulorũ anguli ad baſin æquales ſunt.

SIt triangulum Iſoſceles ABC, in quo duo latera, AB, AC, ſint inter ſe ęqualia. Dico, angulos ABC, ACB ſupra baſin BC, eſſe æquales inter ſe: & ſi latera AB, AC, producantur infra baſin quantum libuerit verſus G & E; angulos quoq; GBC, ECB, infra baſin eandem BC, eſſe æquales. Sumatur enim ad libitum recta AD, & ipſi æqualis AF abſcindatur ex AE, *per* 3. *hujus*, ducanturque rectæ BF, CD, *per* 1. *Pet.* Conſiderentur deinde duo triangula ABF, ACD. Quia ergo duo latera AB, AF, trianguli ABF, æqualia ſunt duobus lateribus, AC, AD, trianguli ACD, utrumque utriq;

95.



nempe AB, ipſi AC, ex hypotheſi, & AF ipſi AD, ex conſtructione; anguluſque A contentus lateribus AB, AF, non ſolùm æqualis eſt angulo A contento lateribus AC, AD, ſed etiam eſt idem

cum

cum ipſo; erit, *per 4. hujus*, baſis BF æqualis baſi CD; & angulus F angulo D, angulusq; DBF angulo ACD, cùm & priores duo & duo poſteriores opponantur æqualibus lateribus in dictis triangulis, ut patet. Rurſus conſiderentur duo triangula, BDC, CFB. Quoniam igitur duo latera BD, DC, trianguli BDC, æqualia ſunt duobus lateribus CF, FB, trianguli CFB, utrumq; utrique videlicet DC ipſi FB, ut probatum fuit, & BD ipſi CF, *per 3. Ax.* (quoniam enim rectæ AD, AF, æquales ſunt ex conſtructione, & AB, AC, etiam æquales ex ſuppoſitione; ideo ſi hæ auferantur ex illis, remanent BD, CF, æquales, *per dictū 3. Axio.*) ſunt autem & anguli D & F contenti dictis lateribus æqualibus æquales, ut oſtenſum etiam fuit; erit quoque, *per 4. hujus*, angulus DBC æqualis angulo FCB; & angulus BCD angulo CBF: tam enim priores duo, quàm poſteriores, æqualibus opponuntur lateribus. Jam ſic. Anguli ABF, ACD, ſunt æquales, ut probatum fuit; item anguli FBC, DCB ſunt æquales, ut etiā probatū fuit; ſi ergo hi auferantur ab illis, remanebunt anguli ABC, ACB ſupra baſin CB æquales, *per 3. Ax.* Iterum anguli DBC, FCB, qui ſunt infra baſin BC, ſunt æquales, ut etiam probatum fuit. Iſoſcelium ergo triangulorum, &c. quod erat demonſtrandum.

Poteſt hac Propoſitio demonſtrari etiam (& fortaſſis magis ad captum Tyronum) per ſuperpoſitionē, ſi intelligatur triangulum ABC bis poſitum, ſed ſitu converſo a c b. *Quoniam enim in duobus triangulis, ABC,* a c b, *ex hypotheſi latus AB æquale eſt lateri* a c, *& latus AC lateri* a b, *& angulus A angulo* a; *ſi in dicto ſitu intelligantur ſibi mutuò ſuperponi, congruent ſingula latera ſingulis lateribus, & ſinguli anguli ſingulis angulis*, per 8. Axio. *ac proinde angulus ABC æqualis erit angulo* a c b, *hoc eſt, angulo ACB; qui ſunt anguli ſupra baſin. Et ſi in utroq; triangulo producantur æqualiter latera uſq; ad EF, &* f d; *etiam hæ ſibi mutuò congruent, ac proinde & anguli infra baſin, nempe angulus DBC, angulo* f e b, *hoc eſt, angulo FCB.*

96.



Corollaria.

Æquilaterū triangulum eſt æquiangulum

COlligitur I. etiam in triangulo æquilatero angulos ſupra & infra baſin, ſi latera producātur, eſſe æquales. II. Omne triangulum æquilaterum eſſe etiam æquiangulum, hoc eſt, habere omnes angulos inter ſe æquales, quoniam ſumptis quibuſcunq; duabus lineis pro lateribus, & reliquâ pro baſi, ſemper anguli ſupra baſin æquales inter ſe erunt.

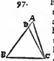
Propoſitio VI. Theorema.

Si trianguli duo anguli æquales inter ſe fuerint, etiam latera æqualibus illis angulis ſubtenſa, erunt æqualia.

Triangulū habens duos angulos æquales. habet etiam duo latera ipſis oppoſita æqualia.

IN triangulo ABC, ſint duo anguli, ABC, ACB, æquales. Dico, duo latera illis oppoſita, AB, AC eſſe quoq; æqualia. Si enim non ſunt æqualia, erit unū altero majus. Sit igitur AB majus, quàm AC, ſi fieri poteſt; & ex AB majori abſcindatur recta DB, æqualis minori rectæ AC, *per 3. hujus*; ducaturq; recta CD, & conſtituatur triangulū DBC, intra triangulum ABC. Quoniā igitur duo latera AC, CB trianguli ACB, æqualia ſunt duobus laterib⁹ DB, BC, trianguli DBC, utrumque utriq;, nempe AC ipſi DB, ex adverſariī conceſſione & conſtructione: & CB ipſi BC, eùm ſint unum & idem: quoniā præterea anguli ACB, DBC, contenti dictis æqualibus lateribus, æquales ſunt, ex hypotheſi: Erunt, *per 4. hujus*, triangula ACB, DBC, æqualia inter ſe, totum & pars: quod eſt impoſſibile, & contra 9. *Ax.* Non igitur inæqualia erunt latera AB, AC, ſi anguli B & ACB, ſuper latus BC, æquales ſunt, ſed æqualia exiſtent. Quare ſi trianguli duo anguli, &c. quod erat demonſtrandum.

97.



Corollarium.

Æquiangulū triangulum eſt etiam æquilaterum.

OMne ergo triangulum æquiangulum, eſt etiam æquilaterum, ut conſideranti patet.

Hæc propoſitio convertit primam partem Propoſitionis quintæ præcedentis; & hoc Corollarium eſt converſum Corollarii ejuſdem quintæ Propoſitionis.

Propoſitio VII. Theorema.

Super eadem recta, duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales, utraque utriq; non poſſunt conſtitui ad aliud atque aliud punctum, ad eaſdem partes, eoſdemque terminos cum duabus initio conſtitutis rectis lineis habentes.

Propoſitio. 7. l. 1. Euclidis nullum habet uſum in Geometria niſi in ordine ad octavam.

DEmonſtratio hujus Propoſitionis prout à Theone & aliis ex Euclide proponitur, difficilis eſt Tyronibus, propter multos caſus quos admittit, & multiplices linearum ductus; nullumq; habet in his Elementis, imò in tota Geometria uſum, niſi ad demonſtrandam octavam ſequentem Propoſitionē: quæ tamen cum aliter, & faciliùs demonſtrari poſſit independenter à dicta ſeptima, ſolius quintæ antecedentis ope, meritò omitti poteſt.

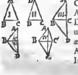
Propoſitio VIII. Theorema.

Si duo triangula duo latera habuerint duobus lateribus, utrumque utrique, æqualia, habuerint verò & baſin baſi æqualem; angulum quoque ſub æqualibus rectis lineis contentum angulo æqualem habebunt.

Duo triangula, quæ duo latera æqualia habent utrique utrique & baſes æquales, habēt etiam angulos baſibus oppoſitos æquales.

SInt duo triangula, ABC, DBC, (ut in 1. & 11. figur.) ſintque trianguli ABC duo latera AB, AC, æqualia duobus trianguli DBC lateribus DB, DC utrūque utrique, nempe AB ipſi DB, & AC ipſi DC, ſit autem & baſis BC unius, baſi BC alterius æqualis. Dico, angulum A æqualem eſſe angulo D. Intelligantur enim dicta

98.



 duo

duo triangula conjuncta ad communem baſin BC, ita ut cadant in diverſas partes (ut patet in 3. 4. & 5. fig) & latera æqualia ſint etiam conterminа, nempe latus A B conterminum lateri DB, & latus AC lateri DC; ducaturq; recta ad A D à punctis A & D. Vel hæc linea A D coincidit cum lateribus A C, C D, ut in 3. fig. vel cadit intra illa latera, ut in 4. fig vel extra, ut in 5. fig Si primum; ergo anguli A & D ſuper baſin A D ſunt æquales, *per 5. hujus*, quandoquidem latera A B, D B, ſunt æqualia ex ſuppoſitione. Si ſecundum; ergo propter æqualitatem laterum AB, DB, anguli BAD, BDA, ſunt æquales, *per eandē 5 hujus*; & propter æqualitatē laterum AC, DC, anguli quoq; CAD, CDA, ſunt æquales, etiam *per 5. hujus*; ac proinde *per 2. Ax.* totus BAC, eſt æqualis toti angulo B D C. Si tertium: ergo ut antea propter æqualitatem laterum B A, B D, totus angulus BAD eſt æqualis toti angulo BDA; & propter æqualitatem laterū AC, DC, partialis angulus CAD eſt æqualis partiali angulo C D A: ſi ergo hi duo partiales auferantur ab illis totalibus, remanebit angulus B A C æqualis angulo B D C, *per 3. Ax.* Si ergo duo triangula, &c. quod demonſtrare oportuit.

Corollarium.

C*Olligitur hinc, etiā reliquos angulos eſſe æquales reliquis angulis, utrumq; utriq;, qui videlicet æqualibus lateribus opponuntur, atq; adeo totum triangulum toti triangulo*, per 4. primi hujus.

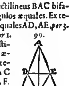
Propoſitio IX. Problema.

Datum angulum rectilineum bifariam ſecare.

Angulum rectilineū bifariam ſecare.

SIt dividendus angulus rectilineus BAC bifariam, hoc eſt, in duos angulos æquales. Ex rectis AB, AC, abſcindantur æquales AD, AE, *per 3. hujus*; ducaturq; recta DE, *per 1. Pet.* Deinde ſuper D E conſtituatur, *per 1. hujus*, triangulū æquilaterū DFE, & ducatur recta A F, dividens angulū B A C in duos angulos, B A F, C A F. Dico, hos angulos eſſe inter ſe æquales. Nam latera D A, A F, trianguli D A F, æqualia ſunt lateribus E A, A F, trianguli E A F, utrumque utrique, quòd D A ipſi E A per conſtructionem, ſit æquale, & A F commune utrique triangulo; eſt autem & baſis D F baſi E F æqualis, utpote latera trianguli æquilateri; Ergo, *per 8. hujus*, angulus D A F æqualis eſt angulo E A F, ideoque angulus B A C diviſus eſt bifariam; quod erat faciendum.

99.



Poteſt ſuper D E conſtrui triangulum iſoſceles, loco æquilateri. In praxi ſufficit notare circino ex A velut centro duo puncta D & E, & ex his duos arcus verſus F interſecantes ſeſe, & ex A ad F ducere rectā. Quod ſi arcus non poſſint fieri infra D E, ob defectum ſpatij, fiant ſuprà. Hinc autem conſtat, quomodo angulus rectilineus quilibet dividi poſſit in partes 4, 8, 16, 32, & alias deinceps, per continuam biſectionem præcedentium angulorum. At in quolibet partes æquales dividi debet tentando per circinum.

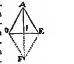
Propoſitio X. Problema.

Datam rectam lineam finitam bifariam ſecare.

Lineā rectā ſecare bifariam.

SIt recta linea finita D E, dividenda bifariam. Deſcribatur ſuper D E, *per 1. hujus*, triangulū laterum DAE, cujus angulus D A E, *per 9. hujus* dividatur bifariam per rectam A F, quæ rectam D E ſecet in I. Dico rectam DE bifariā eſſe diviſam in I. Nam duo latera D A, AI, trianguli D AI; æqualia ſunt duobus lateribus E A, A I, trianguli E AI; utrumq; utrique (quia DA, EA, ſunt latera trianguli æquilateri, & A I eſt commune;) eſt autem & angulus D A I, angulo E AI æqualis, per conſtructionē; Ergo & baſis D I baſi E I æqualis eſt, *per 4. primi.* Datam ergo rectam finitam ſecuimus bifariam; quod facere oportebat.

100



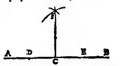
Quomodo in praxi procedendum ſit, docuimus in lib. 1. cap. 4. art. 1. praxi 7. & in Annotationibus.

Propoſitio XI. Problema.

Datâ linea recta, à puncto in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.

Lineam perpendicularem excitare alteri ad punctum datum.

REcta linea data ſit AB, & in ea punctum C, à quo ſit erigenda ſuper A B linea ad angulos, rectos, ſeu perpēdicularis. A puncto C ſumantur



NB. Deſunt rectæ DF, EF.

hinc & inde æquales C D, C E, *per 3. hujus*; & ſuper DE conſtituatur triangulum æquilaterum D F E, *per 1. hujus*; atq; ex F ad C ducatur linea recta FC. Dico, hanc eſſe ad A B perpendicularem. Nam latera D C, C F, trianguli D C F, æqualia ſunt lateribus EC, CF, trianguli ECF, utrumque utrique, ex conſtructione facta; & baſis D F eſt æqualis baſi E F, quia ſunt latera trianguli æquilateri: ergo anguli deinceps ad C, contenti dictis lateribus, ſunt æquales, *per 8 hujus*: Ergo uterque eſt rectus, *per 10 Defi.* atque adeo recta FC ad rectam AB perpendicularis eſt, excitata à puncto dato; quod faciendum erat.

Plures praxes idem faciendi tradidimus in lib. 1. cap. 4. art. 1. praxi 4. & in Annotationibus & Corollariis.

Propoſitio XII. Problema

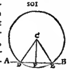
Super datam rectam lineam infinitam, à dato puncto quod in ea non eſt, perpendicularem rectam ducere.

Lineam perpendicularem excitare alteri à puncto extra data.

SIt recta A B, interminatæ quantitatis vel quæ ſaltem prolongari in infinitum utrimq; poſſit; extra ipſam ſit punctum C, à quo oporteat ducere lineam perpendicularem ad rectam A B Centro C, intervallo competente, deſcribatur circulus ſecans A B, in D & E, (ideo enim requiritur

requiritur intervallum competens, ut ſecetur recta AB) diviſâque rectâ DE bifariam in F, *per 10. primi*, ducatur recta CF. Erit ea perpendicularis. Nam ſi ducantur CD, CE, erunt duo latera DF, FC, æqualia duobus lateribus EF, FC, utrumq; utriq; per conſtructionem; baſisq; CD æqualis baſi CE, *per 15. Def.* Ergo *per 8. pri.* angulus DFC, æqualis erit angulo EFC, ideoque uterque *per 10. Def.*

101



Quomodo in praxi procedendum ſit, docuimus lib. 1. cap. 4. art. 5 praxi 6. & in Annotationibus.

Propoſitio XIII. Theorema.

Cùm recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam angulos facit, aut duos rectos, aut duos rectis æquales efficiet.

Linea recta inſiſtens alteri, facit hinc inde duos angulos æquales duobus rectis.

NAm ſi AB conſiſtens ſuper CD, inſiſtat ipſi perpendiculariter, facit angulos ABC, ABD, utrimque æquales, & conſequenter rectos, *per 10. Def.* Si verò EB, conſiſtens ſuper CD, inſiſtat ipſi oblique, & neutrum angulum faciat rectum, ſed EBC obtuſum, EBD acutum; excitetur perpendicularis BA, *per 11. pri.* & fiant duo recti, ABC, ABD. Quoniam igitur tam duo recti jam dicti, quàm duo non recti antea dicti, æquales ſunt tribus angulis CBA, ABE, EBD; ſequitur duos non rectos EBC, EBD, eſſe æquales duobus rectis ABC, ABD, *per 1. Ax.*

102



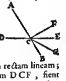
Propoſitio XIV. Theorema.

Si ad aliquam rectam lineam, atque ad ejus punctum, duæ rectæ lineæ non ad eaſdem partes ductæ eos, qui ſunt deinceps, angulos duobus rectis æquales fecerint; in directum erunt inter ſe ipſæ rectæ lineæ.

Lineæ duæ rectæ ad aliam ac diverſas partes ductæ ſi faciant duos angulos æquales duobus rectis, in directum ſunt poſitæ.

AD punctum C, lineæ rectæ AB, in diverſas partes eductæ ſint duæ rectæ CD, CE, facientes cum AB, duos angulos ACD, ACE, vel rectos vel duobus rectis æquales. Dico, ipſas CD, CE, eſſe inter ſe conſtitutas in directum, ita ut conſtituant unam lineam rectam DCE. Si enim DCE non eſt recta, ſeu ſi DC, EC, non ſunt in directum conſtitutæ; ergo recta DC producta ultra C in directum & continuum, cadet ut ſupra CE, ut ſit recta DCF; aut infra CE, ut ſit recta DCG. Si cadit ſupra, & DCF conſtituit unam rectam lineam; cum AC conſiſtat ſuper rectam DCF, fient duo anguli ACD, ACF, duobus rectis æquales, *per 13. pri.* ſunt autem ex hypotheſi etiam duo anguli ACD, ACE, æquales duobus rectis; Erunt ergo priores duo ACD, ACF, poſterioribus duobus ACD, ACE, æquales, pars toti; quod eſt impoſſibile, & contra *9. Ax.* Non igitur recta DC producta cadit ſupra CE. Neq; etiam infra cadit, propter ſimilem rationem, quia ſequeretur angulos ACD, ACE, eſſe æquales angulis ACD, ACG.

103



Hæc eſt converſa præcedentis, ut conſideranti patet. Quid ſit jacere in directum, & qui dicantur anguli deinceps, explicavimus lib. 1. c. 3 art. 2. n. 1. & 10.

Propoſitio XV. Theorema.

Si duæ rectæ lineæ ſe mutuò ſecuerint, angulos ad verticem oppoſitos efficient inter ſe æquales.

Anguli oppoſiti ad verticem, ſunt æquales inter ſe.

SEcent ſe duæ rectæ BA, CD, in puncto E utcunque. Dico, angulos ad verticem E oppoſitos, eſſe inter ſe æquales, nimirum angulum AED angulo CEB, & angulum ADC angulo DEB. Nam duo anguli, AED, DEB, ſunt æquales duobus rectis, *per 13. pr.* item duo anguli, DEB, BEC, ſunt duobus rectis æquales, *per eandem 13. pri.* Cùm ergò omnes recti ſunt inter ſe æquales, *per 10. Ax.* erunt duo anguli AED; DEB, duobus angulis DEB, BEC, æquales; ac proinde dempto communi angulo DEB, remanebit angulus AED æqualis angulo BEC, *per 3. Ax.* Eâdem ratione probatur, angulum AEC æqualem eſſe angulo DEB.

104.



Corollaria.

COlligitur hinc I. *duas lineas rectas ſe mutuò ſecantes efficere ad punctum ſectionis quatuor angulos æquales quatuor rectis. II. Omnes angulos circa idem punctum conſtitutos, quotcunq; fuerint, ſimul ſumptos, tantùm quatuor rectis æquales eſſe.*

Propoſitio XVI. Theorema.

Cujuſcunque trianguli uno latere producto, externus angulus utrolibet interno & oppoſito, major eſt.

Angulus externus major eſt utrolibet interno & oppoſito trianguli.

TRianguli ABC latus BA producatur ad D, ut fiat angulus externus DAC. Dico, hunc eſſe majorem tam interno oppoſito ACB, quàm interno & oppoſito ABC. Dividatur enim latus AC bifariam in E, *per 10. pr* & ex B per E extendatur recta BEF, donec EF ſit æqualis rectæ EB; ducaturq; recta FA. Quoniam igitur duo latera CE, EB, trianguli CEB, æqualia ſunt duobus lateribus AE, EF, trianguli AEF, utrumque utriq; per conſtructionẽ; & anguli AEF, BEC, comprehenſi dictis lateribus ſunt æquales, *per 15. prs* Erit, *per 4. pri.* baſis CB æqualis baſi AF; & angulus ECB æqualis angulo EAF. Cùm igitur externus angulus DAC, major ſit quàm angulus EAF, *per 9. Ax.* erit etiam major quàm angulus internus & oppoſitus ACB. Quod autem ſit etiã major angulo ABC, ſic demonſtro. Producatur latus CA ad G, & dividatur latus BA bifariam in H,

i. 105



in H, extendaturque linea C H I, ita ut H I ſit æqualis ipſi HC, & ducatur recta I A. Quoniam igitur, ut antea, duo latera C H, H B, æqualia ſunt duobus lateribus HI, HA, utrumque utrique; & anguli ad H dictis lateribus contenti æquales; erit & angulus C B H æqualis angulo I AH. Cùm igitur externus angulus G A B major ſit quàm H AI; angulus autem DAC æqualis ſit angulo G A B, *per 15. pri.* erit idem angulus D A C major quàm internus & oppoſitus A B C, *per 1. Axiomat.* membrum tertium.

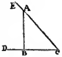
Propoſitio XVII. Theorema.

Cujuſcunque trianguli duo anguli duobus rectis ſunt minores, omnifariam ſumpti.

Trianguli duo anguli minores ſunt duobus rectis.

SIt triangulum ABC. Dico, duos angulos A B C, & A C B, minores eſſe duobus rectis. Si enim producatur latus C B in D, erit angulus externus D B A major interno & oppoſito B C A, *per 16. pri.* ac proinde ſi addatur communis ABC, erunt, *per 4. Axi.* duo anguli ABC, ACB, minores duobus angulis A B D, A B C: Sed hi duo ſunt æquales duobus rectis, *per 13. pri.* ergo illi ſunt minores duobus rectis. Eâdem ratione probabitur, angulos C B A, C A B, minores eſſe duobus rectis: nam externus angulus D B A major eſt interno & oppoſito B A C, *per 16. pri.* addito ergo communi angulo CBA, erunt duo DBA, CBA majores quàm duo CBA, CAB, *per idem 4. Axiom.* Sed hi duo, DBA, CBA, ſunt minores duobus rectis, *per 13. pri* ergo reliqui duo, CBA, CAB, ſunt minores duobus rectis. Non ſecus probabitur, duos CAB, BCA, eſſe minores duobus rectis.

106



Corollaria.

COlligitur hinc I. Si in quocunque triangulo unus angulus eſt rectus, aut obtuſus, reliquos eſſe acutos, ut monuimus lib. 1. cap. 3. art. 4 n. 5. II. ab eodem puncto ad eandem rectam lineam non poſſe deduci duas aut plures lineas perpendiculares, alioquin duo anguli interni conſtituti à duabus perpendicularibus, eſſent æquales duobus rectis III. Si linea recta cum alia recta angulos inæquales faciat, unum acutum, alterum obtuſum; lineam perpendicularem a quovis ejus puncto demiſſam ad aliam illam rectam, cadere ad partes anguli acuti. IV. Omnes angulos trianguli æquilateri, & duos angulos ſupra baſin trianguli iſoſcelis, eſſe acutos.

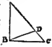
Propoſitio XVIII. Theorema.

Omnis trianguli majus latus majorem angulum ſubtendit.

Latus majus majori angulo opponitur in eodem triangulo.

IN triangulo ABC, ſit latus AC majus latere AB. Dico, angulũ ABC, ſubtenſum à majore latere AC, majorẽ eſſe angulo C, qui à minore latere A B ſubtenditur. Auferatur enim, *per 3. pri.* ex AC, recta A D, æqualis ipſi AB, & ducatur recta B D; Erunt duo anguli, ABD, ADB, æquales, *per 5. pri.* Sed ADB major eſt quàm C, *per 16. pri.* ergo & A B D major eſt quàm C, *per 1. Axiomatis membrum tertium*: cùm autem totum ſit majus ſuâ parte, *per 9. Axiom.* multò magis angulus A B C major erit quàm angulus C. Eâdem ratione probabis, angulum AC B majorem eſſe angulo A, ſi latus A B majus eſt quàm latus B C.

107.



Corollarium.

OMnes ergo tres anguli trianguli ſcaleni, ſunt inter ſe inæquales, quia omnia tria latera inæqualia ſunt.

Propoſitio XIX. Theorema.

Omnis trianguli major angulus majori lateri ſubtenditur.

Angulus major opponitur majori lateri in eodem triangulo.

IN triangulo præcedente, ſit angulus A B C major angulo C. Dico, latus AC, ſubtendens majorem illum angulum, majus eſſe latere AB quod angulum C minorem ſubtendit. Si enim latus A C non eſt majus latere A B, erit vel æquale illi, vel minus. Si æquale, ergo angulus ABC erit æqualis angulo C, *per 5. pri.* cùm tamen major eſſe ſupponatur: Si minus, ergo angulus ABC ſubtenſus à minori latere AC, minor erit angulo C ſubtenſo à majore latere AB, *per 8. hujus*, cum tamen ſupponatur eſſe major. Cùm ergo latus AC, nec æquale ſit lateri AB, nec minus eo, erit majus.

Corollarium.

HInc ſequitur, ſi ab uno puncto ad eandem rectam lineam ducantur plures rectæ, eam quæ perpendicularis eſt, eſſe omnium minimam, quia facit majorem angulum internum quàm aliæ.

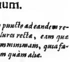
Propoſitio XX. Theorema.

Omnis trianguli duo latera reliquo ſunt majora, quomodocunque aſſumpta.

Duo latera trianguli ſimul ſunt majora reliquo tertio

SIt triangulum ABC. Dico, quælibet ejus duo latera, nempe AB, AC ſimul majora eſſe reliquo latere BC. Producatur enim latus C A uſque ad D, & fiat A D æqualis lateri AB, & ducatur BD, erunt duo anguli, A B D, & A D B, æquales inter ſe, *per 5. pri.* Eſt autem angulus C B D major, quàm angulus A B D, *per 9. Axiom.* ergo idem angulus CBD major eſt quàm angulus A DB, *per 1. Axiomatis membrum ſecundum*, ac proinde latus C D majus eſt quàm latus C B, *per 9. hujus*, ſed duo latera, C A, A B, æqualia ſunt lateri C D, *per 2. Axiom.* ergo eadem duo latera C A, A B, majora ſunt quàm latus CB, *per 1. Axiomatis membrum tertium.* Eodem modo demonſtratur, alia quælibet duo latera eſſe majora tertio.

108



Propo-

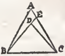
Propoſitio XXI. Theorema.

Si ſuper trianguli uno latere ab extremitatibus duæ rectæ lineæ interiùs conſtitutæ fuerint, hæ conſtitutæ reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, majorem verò angulum continebunt.

Latera intra triangulum ſuper eadē baſi, minora ſunt quidem latera trianguli exterioris, &c.

IN triangulo A B C, ſuper extremitates B & C, lateris B C, intra triangulum conſtituantur duæ rectæ lineæ B D, CD, in puncto D concurrentes. Dico, has duas B D, C D, ſimul minores eſſe duobus lateribus B A, C A ſimul; at verò angulum B D C majorem eſſe angulo B A C. Producatur enim B D ad punctum E lateris CA. Quoniam igitur in triangulo B A E, duo latera B A; A E, majora ſunt latere B E, *per* 20. *hujus*; ſi addatur commune B C, erunt B A, A C, majora, quam B E, E C, *per* 4. *Axio.* Rurſus quia in triangulo C E D, duo latera, C E, E D, majora ſunt latere C D, *per* 20. *hujus*; ſi addatur commune D B, erunt CE, EB majora, quàm C D, D B, *per* 4. *Axio.* Jam ſic, BA, A C, majora ſunt, quàm B E, E C, ut probatum fuit; ergo multò magis B A, A C, majora ſunt, quàm BD, CD; quod primò demonſtrandum fuit. Præterea, quoniam angulus B D C major eſt angulo D E C, *per* 16. *pri.* & angulus D E C major eſt angulo A, *per eandem* 16. *pri.* erit multò magis angulus B D C major angulo A, *per* 27. *Axiom.* quòd ſecundò demonſtrandum fuit.

109



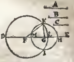
Propoſitio XXII. Problema.

Ex tribus rectis lineis, quæ ſint tribus datis æquales, quarumque duæ qualibet reliquâ ſint majores, triangulum conſtituere.

Triangulum conſtruere ex tribus rectis lineis datis.

TRes lineæ rectæ datæ ſint, A, B, C, quarum quælibet duæ ſint reliquâ majores (alioquin ex ipſis non poſſet conſtitui triangulum, ut conſtat ex Propoſit. 20.) oporteatque conſtruere triangulum habens tria latera tribus datis lineis æqualia. Ex aſſumpta recta quavis DE, ſufficientis magnitudinis, abſcindatur primò recta DF, æqualis rectæ A; ſecundò recta F G, æqualis rectæ B; tertiò recta G H, æqualis rectæ C. Deinde centro F, intervallo F D, deſcribatur circulus D I K: Item centro G, intervallo GH, alius circulus deſcribatur H I K (qui priorem neceſſariò ſecabit in K & I, quoniam F D, G H, majores ſunt quàm F G) Ex K ducantur rectæ KF, KG, factumque erit quod petebatur. Nam K F eſt, *per* 15. *Def.* æqualis ipſi FD, hoc eſt, ipſi A; & F G eſt, *per conſtructionem* æqualis ipſi B; & K G æqualis ipſi GH, *per* 15. *Def.* hoc eſt, ipſi C.

110.



Quomodo in praxi procedendum ſit, docuimus, lib. 1. cap. 4 art. 2. praxi 8.

Propoſitio XXIII. Problema.

Ad datam rectam lineam, datumque in ea punctum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum conſtituere.

Angulum rectilineū æqualem alteri facere.

DAta recta ſit AB, datumque in ea punctum C, & datus angulus DEF; oporteatque in eo puncto conſtituere angulum æqualem angulo E. Sumantur in rectis E D, E F, duo puncta G & H utcunque, & connectantur rectâ lineâ G H. Deinde, *per* 22. *pri.* conſtituatur ad punctum C datæ rectæ A B. triangulum C I K, habens tria latera æqualia tribus rectis E G, G H, H E, ita ut latus CI æquale ſit ipſi E G; & C K ipſi E H; & I K ipſi G H, ſumendo videlicet ex recta data, GI æqualem ipſi E G, & CL ipſi E H, & I M ipſi G H; ac deinde centris C & I, intervallis verò C L, & I M deſcribendo circulos interſecantes ſeſe in K, efformandoque triangulum ICK. His enim factis, erit angulus ad C conſtitutus, æqualis angulo E. Nam quia in triangulo ICK, duo latera C I, C K, æqualia ſunt duobus lateribus E G, E H, utrumque utrique, & baſis I K baſi G H, per conſtructionem; ideo, *per* 8. *pri.* angulus C æqualis eſt angulo E.

111.



In praxi procedendum eſt eodem modo, quo in præcedenti praxi, ut loco cit. in Corollario etiam notavimus.

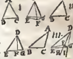
Propoſitio XXIV. Theorema.

Si duo triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, utrumque utrique, angulum verò angulo majorem ſub æqualibus rectis lineis contentum; & baſin baſi majorem habebunt.

Triangulorū duorū habentium duo latera æqualia illud baſin majorem habet quod majorem angulū ſub dictis lateribus contentum.

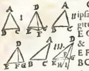
TRianguli ABC duo latera, A B, A C, æqualia ſunt duobus trianguli D E F lateribus, D E, DF, utrumque utrique, hoc eſt, AB ſit æquale ipſi D E, & A C ipſi D F; angulus verò A major ſit angulo E D F. Dico, baſin B C majorem eſſe baſe E F. Ad lineam enim D E, ad ejuſque punctum D, conſtituatur, *per* 23. *hujus*, angulus E D G, æqualis angulo A, ponaturque D G æqualis ipſi D F, hoc eſt, ipſi A C, & ducatur recta E G. Cadet ea aut ſupra rectam E F, ut in primo triangulo D E F; aut in ipſam, ut in ſecundo; aut infra ipſam, ut in tertio Cadat *primò* ſupra EF, & ducatur recta FG. Quia ergo latera AB, A C, æqualia ſunt lateribus D E, DG, utrumque utrique, & angulus A æqualis eſt angulo D G, per conſtructionem; ideo baſis B C, æqualis erit baſi E G, *per* 4. *pri.* Sed baſis E G major eſt, quàm baſis EF; ergo & baſis BC major eſt, quàm baſis E F. Eſſe autem baſin E G majorem EF, ſic demonſtro. Duo latera D F, D G, inter ſe ſunt æqualia; ex conſtructione; ergo

112.



per

per 5. pri. anguli DFG, DGF. æquales ſunt: & quoniam angulus DFG major eſt, quam EFG, *per 9. Axio.* ideo etiam angulus DFG major eſt, quàm angulus EGF, *per 1. Axiomatis membrum tertiũ*; & multò magis totus angulus EFG, major eſt eodem angulo EGF, *per 9 Axio.* Si ergo angulus EFG major eſt, quàm angulus EGF; erit *per 19. pri.* in triangulo EFG latus EG majus, quàm latus EF: ſed latus EG eſt æquale lateri BC; ergo & BC majus eſt quàm EF; quod erat demonſtrandum.



Cadat *ſecundò* EG in ipſam EF. Quoniam igitur, *per 4. pri.* baſis EG æqualis eſt baſi BC, & EG major eſt quàm EF, *per 9. Axi.* ideo & BC major eſt quàm EF.

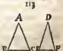
Cadat *tertiò* EG infra EF, & producantur rectæ DF, DG, uſque ad H & I, & ducatur recta FG: erit rurſus, *per 4. pri.* baſis EG æqualis baſi BC, major autem quàm EF. Nam quia duo latera DF, DG, æqualia ſunt, per conſtructionem; erunt, *per 5. pri.* anguli FGI, GFH, infra baſin FG, æquales: eſt autem angulus FGI major angulo FGE, *per 9. Axio.* ergo & angulus GFH eodem angulo FGE major eſt, *per 1. Axiomatis membrum tertium*; multoque magis illo major eſt totus angulus EFG, ideoque, ut antea, *per 19. pri.* latus EG, & conſequenter ipſi æquale BC, majus eſt latere EF; quod demonſtrandum erat.

Propoſitio XXV. Theorema.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, utrumq; utriq; baſin verò baſi majorem; etiam angulum ſub æqualibus lateribus contentum angulo majorem habebunt.

Et viciſſim. LAtus AB ſit æquale lateri DE, & latus AC lateri DF, ſed baſis BC ſit major baſe EF. Dico, angulum A eſſe majorem angulo D. Non enim eſt æqualis, alioquin & baſis baſi æqualis erit, *per 4. pri.* quod eſt contra hypotheſin. Nec etiam eſt minor, alioquin baſis EF major erit baſi BC, *per 24. pri.* quod iterum eſt contra hypotheſin.

113

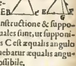


Propoſitio XXVI. Theorema.

Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint, utrumque utrique, unumque latus uni lateri æquale, ſive quod æqualibus adjacet angulis, ſive quod uni æqualium angulorum ſubtenditur; & reliqua latera reliquis lateribus æqualia, utrumque utrique, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

SInt *primò* duo anguli, B & C, æquales duobus angulis E & EFD, uterq; utrique nempe B ipſi E & C ipſi EFD; ſitque latus BC, quod angulis B & C adjacet, æquale lateri EF, quod adjacet angulis E & EFD. Dico, reliqua quoque latera, AB, AC, reliquis lateribus DE, DF, æqualia eſſe, utrumque utrique; & reliquum angulum A reliquo angulo D. Si enim AB non eſt æquale lateri DE, ſed DE majus; abſcindatur, *per 3. pri.* recta linea EG, æqualis ipſi AB, ducaturq; recta GF. Tum ſic. Latera AB, BC, æqualia ſunt lateribus GE, EF, utrumque utrique, ex conſtructione & ſuppoſitione; & anguli B & E æquales ſunt, ut ſupponitur; ergo, *per 4. pri.* angulus C eſt æqualis angulo EFG parti, & tamen ſupponebatur æqualis angulo EFD toti; quod eſt impoſſibile.

114



Sint *ſecundò* latera AB, DE, ſubtendentia æquales angulos C & EFD, inter ſe æqualia. Dico iterum, reliqua latera BC, CA, reliquis lateribus EF, FD, eſſe æqualia, utrumq; utrique, & reliquũ angulum A reliquo angulo D æqualem. Si enim BC non eſt æquale lateri EF, ſit EF majus, & abſcindatur, *per 3 pri.* EG æquale ipſi BC, ducaturque recta DG. Tum ſic. Latera AB, BC, æqualia ſunt lateribus DE, EG, utrumque utrique, & anguli contenti B, & E æquales, per hypotheſin; ergo, *per 4. pri.* angulus C æqualis eſt angulo EGD: ponitur autem angulus C æqualis angulo F; igitur & angulus EGD æqualis eſt angulo F, externus interno & oppoſito; quod eſt impoſſibile, & contra demonſtrata Propoſit. 16. hujus.

Corollarium.

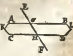
C*Olligitur hinc, etiam tota triangula quoad areas eſſe inter ſe æqualia*, per 4. primi.

Propoſitio XXVII. Theorema.

Si duas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquales inter ſe fecerit; parallelæ erunt inter ſe illæ duæ rectæ lineæ.

IN duas rectas AB, CD, incidens linea EF, faciat angulos alternatim AGH, DHG, inter ſe æquales. Dico; lineas AB, CD, eſſe parallelas. Si enim non ſunt parallelæ, concurrent tandem, ſi producantur in infinitũ. Si enim non concurrent unquam, parallelæ erunt, *per 34. Def.* Conveniant ergo ad partes B & D, in puncto I, & conſtituant cum linea incidente triangulũ GIH; in quo externus angulus AGH major eſt interno & oppoſito DHG, *per 16. pri.* & tamen ſupponitur eſſe eidem æqualis. Quòd ſi concurrant ad partes A & C, in puncto K, & conſtituant triangulum GHK, erit iterum externus angulus DHG major interno & oppoſito AGH, cui tamen æqualis ponebatur. Eadem eſt ratio ac demonſtratio, ſi ponantur anguli alterni BGH, CHG, æquales.

115



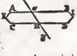
Propo-

Propoſitio XXVIII. Theorema.

Si in duas rectas lineas recta incidens linea, externum angulum interno, & oppoſito, & ad eaſdem partes, æqualem fecerit, aut internos, & ad eaſdem partes, duobus rectis æquales: parallelæ erunt inter ſe ipſæ rectæ lineæ.

IN duas rectas AB, CD, præſentis figuræ, recta incidens EF, faciat *primò* externum angulum EGA, æqualem interno, & oppoſito ad eaſdem partes GHC. Dico rectas AB, CD, eſſe parallelas. Quoniam enim

115



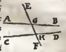
angulo EGH: æqualis ponitur angulus GHC, & eidẽ angulo EGA æqualis eſt *per 15. pri.* angulus HGB, erunt anguli alterni GHC, HGB, æquales, *per 1. Ax.* ideoque *per 27. hujus*, lineæ AB, CD, parallelæ ſunt; quod erat primò demonſtrandum. Idem oſtendetur, ſi angulus externus EGB, æqualis ponatur interno GHD.

Faciat *ſecundò* recta EF, angulos internos ex eadem parte, nempe AGH, CHG, duobus rectis æquales: Dico rurſus rectas AB, CD, parallelas eſſe. Quoniam enim anguli AGH, CHG, duobus rectis æquales ponuntur: ſunt autem & anguli AGE, AGH, *per 13. pri.* duobus rectis æquales: erunt duo anguli AGH, CHG, duobus angulis AGE, AGH, æquales: *per 1. Axio.* ablato ergo communi angulo AGH remanebit angulus AGE externus, angulo CHG interno, & oppoſito ad eaſdem partes, æqualis, *per 3. Ax.* ac proinde, ut jam oſtenſum eſt, erunt rectæ AB, CD, parallelæ. Idem oſtenderur, ſi duo anguli BGH, DHG, duobus rectis ponantur æquales.

Axioma 13 Eucl. explicatur.

Ex poſteriore parte hujus Propoſitionis conſtat ſufficienter veritas Axiomatis 13. Euclidis, *ſi numirum in duas rectas AB, CD, incidens recta EF, faciat internos & ad eaſdem partes angulos G, & H, duobus rectis minores, duas illas rectas non eſſe parallelas, ſed ſi producantur, concurrere ad partes GH, ubi ſunt anguli duobus rectis minores. Licet enim Proclus & alii merito è numero Axiomatum id rejiciant, quoniam revera non eſt ex ipſis terminis notum: poteſt tamen admitti ut*

116



evidenter deductum ex prædicta ſecunda partis demonſtratione: ſi enim duæ rectæ, AB, CD, tunc ſunt parallelæ, quando recta linea EF incidens facit angulos internos duobus rectis æquales, eo quod tunc à ſe invicem ita ſunt divaricatæ, ut concurrere non poſſint verſus illas partes, ad quas ſunt recti anguli: ergo ſi facit eoſdem duobus rectis minores, neceſſario concurrere debent ad partes, ubi minores ſunt anguli, eo quod tunc minus à ſe invicem divaricentur quam antea: alioquin ſi æque divaricarentur ut antea, recta linea EF incidens faceret duos angulos internos duobus rectis æquales ut antea. Adhiberi ergo in poſterum poteſt Axioma illud 13. Euclidis, ſi non ut Axioma, ſaltem ut Theorema evidenter deductum ex demonſtratione: tametſi id aliter & multis demonſtrare conetur Proclus, Clavius, Tacquet. & alii.

Propoſitio XXIX. Theorema.

In parallelas rectas lineas recta incidens linea, & alternos angulos inter ſe æquales efficit: & externum interno, & oppoſito, & ad eaſdem partes æqualem: & internos, ac ad eaſdem partes, duobus rectis æquales.

REctæ AB, CD, præcedentis figuræ 115. ſint parallelæ, in eaſque incidat recta EF. Dico *primò*, angulos alternos AGH, DHG, inter ſe eſſe æquales. Si enim non ſunt æquales, ſed alteruter v. g. AGH, major eſt altero DHG: ergo ſi addatur communis angulus BGH, erunt, *per 4. Ax.* duo anguli AGH, BGH, majores quam duo DHG, BGH; at duo AGH, BGH, ſunt æquales duobus rectis, *per 13. pri.* ergo duo DHG, BGH, minores ſunt duobus rectis, ideoque, *per 13. Axio.* lineæ AB, CD, ad partes B & D concurrent; quod eſt abſurdum, cum ponantur eſſe parallelæ

Dico *ſecundò* angulum externum AGE æqualem eſſe externo, & ad eaſdem partes oppoſito CHG. Quoniam enim angulo BGH, æqualis eſt alternus CHG, ut oſtenſum eſt, & eidem BGH æqualis eſt angulus AGE, *per 15. pri.* erunt & anguli AGE, CHG, inter ſe æquales, *per 1. Axio.*

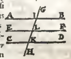
Dico *tertiò*, angulos internos ad eaſdẽ partes, AGH, CHG, æquales eſſe duobus rectis. Quoniam enim oſtenſum fuit angulum externum AGE, æqualem eſſe angulo interno CHE: ſi addatur communis AGH, erunt, *per 2. Ax.* duo anguli AGE, AGH, æquales duobus rectis, *per 13. pri.* ergo & hi.

Propoſitio XXX. Theorema.

Quæ eidem rectæ lineæ ſunt parallelæ, & inter ſe parallelæ ſunt.

SInt AB, CD, eidem rectæ EF, parallelæ. Dico, eaſdem AB, CD, eſſe etiam inter ſe parallelas. Nam ducta recta GH,

117



quia AB ponitur parallela ipſi EF, erit, *per 29. pri.* angulus AIL, alterno FLI, æqualis Rurſus quia CD ponitur eidem EF parallela, erit, *per eandem 29. pri.* DKL, eidem angulo FLI æqualis, ac proinde *per 1. Axi.* erunt & anguli AIL, DKL, æquales inter ſe; ideoque & rectæ AB, CD *per 29. pri.* inter ſe parallelæ.

Propoſitio XXXI. Problema.

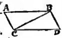
A dato puncto, datæ rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere.

EX puncto A, ducenda ſit linea FE, parallela lineæ BC. Ducatur ex A, ad BC, linea AD faciens angulum quemcunque ADB, conſtituaturque

Parallelā ducere alteri à dato puncto.

turque ei, *per* 23. *pri.* ad A æqualis angulus E A D, eritque *per* 27. *pri.* recta F E parallela rectæ B C.

118



Praxin tradidimus in lib.1.cap. 4.art.2 praxi 3. & in Annotationibus.

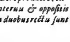
Propoſitio XXXII. Theorema.

Cujuscunq; trianguli uno latere producto, externus angulus duobus internis & oppoſitis eſt æqualis: Et trianguli duobus rectis ſunt æquales.

Angulus externus æqualis eſt duobus internis oppoſitis.

IN triangulo ABC, producatur latus BC, ad D. Dico *primò*, angulum externum A C D, æqualem eſſe duobus internis & oppoſitis ſimul, nimirum angulis A, & B. Ducatur enim C E, parallela lateri A B, *per* 31. *pri.*

119



eritque *per* 29. *pri.* E C A æqualis alterno A, & *per eandem* 29. *pri.* externus E C D. æqualis erit interno B, adeoque totus externus trianguli angulus A C D, æqualis erit duobus internis & oppoſitis A, & B.

Triangulum habet tres angulos æquales duobus rectis.

Dico *ſecundò*, tres angulos internos trianguli, A & B, & A C B, eſſe æquales ſeu æquivalere duobus rectis. Nam cum externus A C D, ut oſtenſum fuit, æqualis ſit duobus internis A&B, ſi addatur communis A C B, erunt, *per* 2. *Axi.* duo anguli A C D, A C B, æquales tribus A. B, & A C B: ſed duo A C D, A C B, æquales ſunt duobus rectis, *per* 13. *pri*, ergo & tres A, B, A C B, duobus æquales ſunt.

Corollaria.

COlligitur I. *Tres angulos cujuslibet trianguli ſimul ſumptos, æquales eſſe tribus angulis cujuscunque alterius trianguli ſimul ſumptis. Unde, quando duo anguli unius trianguli, ſunt æquales duobus alterius, erit & reliquus illius reliquo hujus æqualis.*

Colligitur II. In omni triangulo iſoſcele, cujus angulus lateribus æqualibus comprehenſus, eſt rectus, quemlibet reliquorum ad baſin eſſe ſemirectum. At ſi angulus æqualibus lateribus comprehenſus, obtuſus eſt, reliqui ſunt ſemirecto minores; ſi acutus fuerit ille, hi ſemirecto majores erunt.

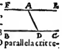
Colligitur III. Quemlibet angulum trianguli æquilateri eſſe unam tertiam duorum rectorum, vel duas tertias unius recti. IV. Angulos internos quadrilateri eſſe æquales quatuor rectis, quia reſolvi poteſt in duo triangula, &c.

Propoſitio XXXIII. Theorema.

Re[illegible]lineæ, quæ parallelas & æquales lineas ad partes eaſdem conjungunt, ſunt parallelæ, & æquales.

PArallelas & æquales AB, CD, conjungant ad eaſdem partes rectæ AC, BD. Dico, AC, & B D, eſſe æquales, & parallelas. Ducatur enim B C; erunt, *per* 29. *pri.* alterni ABC, DCB, æquales, & duo latera A B, B C, duobus BC, CD, æqualia, utrumq; utrique, ideoque & baſes AC, BD, *per* 4. *pri.* æquales erunt, & angulus ACB æqualis alterno CB D, ideoque *per* 27. *pri.* recta BD parallela erit rectæ A C.

120



Propoſitio XXXIV. Theorema.

Parallelogrammorum & latera oppoſita, & anguli oppoſiti, ſunt æquales; & diameter ſecat illa biſariam.

Parallelogrammorum oppoſita latera, & anguli, ſimul æquales.

SIt parallelogrammum A B C D præcedentis figuræ, quod dividat diameter CB. Dico, tam oppoſita latera AB, CD, quam AC, BD, æqualia eſſe inter ſe; itemque tam angulos oppoſitos A& D, quam ABD, DCA, æquales inter ſe: ac præterea diametrum BC dividere illud biſariam. Cum enim latera AB, C D, nec non AC, BD, parallela ſint, *per* 25. *Def.* erit, *per* 29. *pri.* angulus ABC, æqualis angulo D C B, itemque angulus A C B, angulo D B C. Itaque cum trianguli ABC, anguli ACB, ABC, æquales ſint trianguli DCB angulis DBC, DCB, uterque utrique, & latus BC, dictis angulis adjacens, ſit commune utrique triangulo: erit *per* 26. *pri.* recta AB æqualis oppoſitæ CD: & recta AC æqualis oppoſitæ BD, ac præterea æqualis erit angulus A angulo D, *per eandem* 26. *pri.* & denique reliqui duo anguli oppoſiti ACD, ABD æquales inter ſe erunt: quia conſtant ex æqualibus, ut oſtenſum fuit. Et quia triangulum ABC, æquale eſt triangulo DCB, *per* 4. *pri.* ſequitur quod diameter CB dividat parallelogrammum biſariam,

Vide fig. 120.

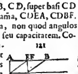
Propoſitio XXXV. Theorema.

Parallelogramma ſuper eadem baſi, & in eiſdem parallelis conſtituta, inter ſe ſunt æqualia.

Parallelogramma ſuper eadem baſi, & in eiſdem parallelis, æqualia ſunt.

INter duas parallelas A B, C D, ſuper baſi C D exiſtant duo parallelogramma, CDEA, CDBF. Dico, ipſa inter ſe æqualia, non quod angulos & latera, ſed quoad aream ſeu capacitatem. Coincidat enim *primo* punctum F cum puncto E, ut in prima figura ex tribus hic poſitis. Erit igitur tam recta AE, quam recta F B, æqualis rectæ C D, *per* 34. *hujus*: ideoque & rectæ AE, F B, erunt inter ſe æquales, *per* 1 *Axi.* Sunt autem & rectæ A C, E D, æquales inter ſe, *per* 34. *pri* & angulus B F D æqualis eſt angulo E A C, externis interno, *per* 29. *pri.* Ergo triangulum E A C, æquale eſt triangulo B F D, *per* 4. *pri.* & addito communi triangulo C D E, parallelogrammum C D E A, æquale eſt parallelogrammo C D B F, *per* 2. *Axi.*

121



Cadat *ſecundo* punctum F inter A & E, ut in ſecunda figura ex tribus. Erunt ut antea, rectæ A E, F B, æquales inter ſe, quia utraque æqualis

eſt rectæ C D, & dempta communi F E, remanebit *per 3. Axi.* A F ipſi E B æqualis: Eſt autem & A C æqualis ipſi E D: & angulus E angulo A: triangulumque F A C, triangulo B E D, Ergo addito communi trapezio C D E F, erit parallelogrammum C D E A, æquale parallelogrammo C D B F, *per 2. Axiom.*

Cadat *tertiò* punctum F ultra punctum E, ut in tertia figura ex tribus. Erunt rurſus, ut antea, rectæ A F, E B, æquales inter ſe, quia æquales ſunt eidem C D. Addita ergo communi E F, erit *per 2. Axi.* A F æqualis ipſi E B: eſt autem & A C ipſi E D æqualis *per 34. pri.* & angulus E angulo A *per 29. pri.* triangulumque F A C triangulo B E D, *per 4. pri.* Ablato ergo communi triangulo F E G, remanebit trapezium E A C G, trapezio B F G D æquale, *per 3. Axi.* & addito communi triangulo C G D, fiat *per 2. Axi* totum parallelogrammum C D E A, toti parallelogrammo C D B F æquale.

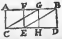
Dicuntur parallelogramma eſſe in eiſdem parallelis conſtituta, quando duo latera oppoſita ſunt partes parallelarum, ut in exemplis propoſitis cernitur.

Propoſitio XXXVI. Theorema.

Parallelogramma ſuper æqualibus baſibus, & in eiſdem parallelis conſtituta, inter ſe æqualia ſunt.

Parallelogramma ſuper æqualibus baſibus, & in eiſdem parallelis, æqualia ſunt.

SInt duo parallelogramma, A C E F, G H D B, ſuper æquales baſes C E, H D, & inter eaſdem parallelas A B, C D, conſtituta. 122



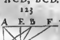
Dico, illa eſſe æqualia inter ſe quoad aream ſeu capacitatem. Nam ſi connectatur C E, G B, lineis rectis, fiatque parallelogrammum C E G B: erit huic æquale, *per 35. hujus*, tam A C E F, quam G H D B, ideoque, *per 1. Axi.* hæc duo erunt inter ſe æqualia.

Propoſitio XXXVII. Theorema.

Triangula ſuper eadem baſi conſtituta, & in eiſdem parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

Triangula ſuper eadem baſi & in eiſdem parallelis, æqualia ſunt.

INter parallela A B, C D, & ſuper baſin C D, ſint conſtituta duo triangula, A C D, B C D. Dico, ea triangula eſſe æqualia. 123



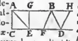
Ducatur enim per D, *per 31. pri.* recta D E parallela rectæ A C, & alia D F parallela rectæ C B, erunt, *per 35. pri.* parallelogramma A C D E, B C D F, æqualia: ſed horum dimidia ſunt triangula A C D, B C D, *per 34. pri.* Ergo & hæc ſunt inter ſe æqualia, *per 7. Axiom.*

Propoſitio XXXVIII. Theorema.

Triangula ſuper æqualibus baſibus conſtituta, & in eiſdem parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

Triangula ſuper æqualibus baſibus, & in eiſdem parallelis, æqualia ſunt.

INter parallelas A B, C D, & ſuper æquales baſes C E, F D, ſint cōſtituta triangula A C E, B F D, Dico, ea eſſe æqualia. 124

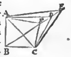


Ducatur enim *per 31. pri.* E G parallela ipſi A C, & alia D H parallela ipſi G B: erunt parallelogramma A C E G, B F D H, æqualia, *per 36. pri.* Cum igitur horum dimidia ſunt dicta duo triangula, *per 34. pri.* erunt & hæc inter ſe æqualia, *per 7. Axiom.*

Propoſitio XXXIX. Theorema.

Triangula æqualia ſuper eadem baſi, & ad eaſdem partes conſtituta, ſunt in eiſdem parallelis.

SInt duo triangula æqualia, A B C, D B C, ſuper eandem baſin B C, & ad eaſdem partes. Dico, ipſa eſſe inter eaſdem parallelas conſtituta, hoc eſt, ſi ducatur recta A D, ipſam eſſe parallelam rectæ B C. 125

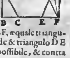


Si enim non eſt, ducatur, *per 31. pri.* ex A parallela ipſi B C: quæ cadet vel ſupra A D vel infra. Si cadat ſupra A D, qualis eſt A E, ducaturque recta E C: Erit triangulum E B C æquale triangulo A B C, *per 37. pri.* eſt autem per hypotheſin eidem triangulo A B C æquale triangulum D B C: ergo, *per 1. pri Axi.* duo triangula E B C, D B C. æqualia erunt, totum parti. Si cadat infra A D, qualis eſt A F, ducaturque recta F C: erit, eandem ob cauſam, triangulum F B C æquale triangulo A B C, pars toti.

Propoſitio XL. Theorema.

Triangula æqualia ſuper æqualibus baſibus, & ad partes eaſdem conſtituta, ſunt in eiſdem parallelis.

SInt duo triangula A B C, D E F, ſuper baſes æquales B C, E F, & ad eaſdem partes conſtituta. Dico ea eſſe in eiſdem parallelis, hoc eſt, rectam ex A in D ductam, eſſe parallelam rectæ B F. 126



Si enim non eſt, ducatur parallela: quæ erit vel A G, vel A H: & in utrolibet caſu erit vel triangulum G E F, vel triangulum H E F, æquale triangulo A B C, *per 38. pri.* ac proinde & triangulo D E F: quorum utrumque eſt impoſſibile, & contra 9. *Axioma.*

Propoſitio XLI. Theorema.

Si parallelogrammum cum triangulo eandem baſin habuerit, in eiſdemque fuerit parallelis; erit parallelogrammum duplum trianguli.

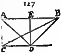
INter parallelas A B, C D, & ſuper baſin C D conſtituantur parallelogrammum A E C D, & triangulum C B D. Dico illud eſſe hujus duplum. *Parallelogrammum eſt duplum trianguli.*

 Nam

habentis eandem baſin, & exiſtentis in eiſdem parallelis.

Nam ducta diametro AD, erunt triangula ACD, BCD, ſuper eadem baſi CD, æqualia inter ſe, *per 37. pri.* At parallelogrammum AECD eſt duplum trianguli ACD, *per 34. pri.* Ergo & trianguli BCD duplum eſt *per 6. Axiom.*

127



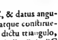
Propoſitio XLII. Problema.

Dato triangulo æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.

Triangulo æquale parallelogrammū conſtituere.

DAtum triangulum ſit ABC, & datus angulus rectilineus D, oporteatque conſtituere parallelogrammum æquale dicto triangulo, habens angulum æqualem angulo D. Baſis BC trianguli ſecetur bifariam in E *per 10. pri.* & ducatur AE. Fiat deinde angulus CEF æqualis angulo D, *per 23. pri.* ducaturque AF parallela baſi BC, *per 31. pri.* quæ ſecet EF in F: & alia CG parallela ipſi EF, & occurrens rectæ AF in G. Dico, parallelogrammum CEFG, habens angulum CEF æqualem angulo D, eſſe æquale triangulo ABC, quia tam ipſum parallelgrammum, quam triangulum ABC ſunt duplum trianguli AEC, *per 41. pri. & per 38. pri.* quæ autem ejuſdem dupla ſunt, inter ſe æqualia ſunt, *per Axi.*

128.

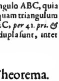


Propoſitio XLIII. Theorema.

In omni parallelogrammo complementa eorum parallelogrammorum, quæ circa diametrum ſunt, inter ſe æqualia ſunt.

IN parallelogrammo ABCD, ſint circa diametrum AC, parallelogramma AEGH, CFGI: complementa verò eorum ſint DFGH, & EBIG, *juxta 36. Def.* Dico, complementa hæc eſſe inter ſe æqualia. Nam triangula ABC, CDA, item triangula AEG, GHA: item triangula CFG; GIC, inter ſe æqualia ſunt, *per 34. pri.* ablatis autem AGH, & CFG, ex CDA, remanet complementum GD: & ablatis AEG, & GIC, ex ABC, remanet complementum GB: quorum unum eſt æquale alteri, *per 3. Axio.*

129



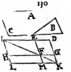
Propoſitio XLIV. Problema.

Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum applicare, in dato angulo rectilineo.

Triangulo æquale parallelogrammū applicare ad datam rectam lineam.

DAta recta linea ſit A, datū triangulū B, datus angulus rectilineus C, oporteatq; conſtituere parallelogrammum æquale triangulo B, habens angulum æqualem angulo C, & unum latus æquale rectæ A. Fiat, *per 42. pri.* parallelogrammum DEFG, æquale triangulo B, cum angulo F æquali angulo C, & ex DE protracta ſumatur EI, æqualis rectæ A, & ducta IF ſecet DG protractam in K, perficianturq; reliqua parallelogramma. Quibus factis, eſt complementum FHLM *per 43 pri.* æquale complemento DEFG, hoc eſt, triangulo B, & habet latus FH æquale ipſi EI, hoc eſt ipſi A, & angulum MFH æqualem angulo F, *per 15. pri.* hoc eſt, angulo C.

130



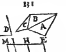
Propoſitio XLV. Problema.

Dato rectilineo æquale parallelogrammum conſtituere, in dato angulo rectilineo.

Rectilineo dato æquale parallelogrammū facere.

DAtum rectilineum ſit ABC, & datus angulus D, oporteatq; conſtituere parallelogrammum æquale rectilineo dato, quod habeat angulum æqualem angulo D. Diſtribuatur rectilineum in triangula A, B, C: ipſique A, fiat, *per 42. pri.* æquale parallelogrammum EFGH, habens angulum F angulo D æqualem: item ſuper rectam GH fiat parallelogrammum GHIK, æquale triangulo B, habens angulum G æqualem angulo D: Denique ſuper rectam IK fiat parallelogrammum IKLM, æquale triangulo C, habens angulum K æqualem angulo D. eritque factum quod jubetur. Nam tria parallelogramma ſimul æqualia ſunt rectilineo dato, & conſtituunt unum parallelogrammum; quod ſic probo. Duo anguli, F & HGK ſunt inter ſe æquales, *per 1 Ax.* quia uterque æqualis eſt angulo D: addito ergo communi HGF, erunt duo anguli EFG, HGF, æquales duobus HGF, HGK, *per 2. Ax.* Sed illi ſunt æquales duobus rectis, *per 29. pri.* ergo & hi duo ſunt æquales duobus rectis; ergo FG GK, efficiunt unam rectam lineam, *per 14. pri.* Eadem ratione oſtenditur, rectas EH, HI, conſtituere unam rectam lineam; nam duo anguli EHG, HIK, ſunt æquales duobus oppoſitis F, & HGK, *per 34. pri.* & conſequenter æquales inter ſe, ſicuti hi, cum igitur duo GHI, KIH, æquales ſint duobus rectis, *per 29. pri.* erunt & duo EHG, IHG, æquales duobus rectis, & *per 14. pri.* duæ rectæ EH, HI, conſtituent unam rectam lineam. Simili modo demonſtratur, duas rectas GK, KL, & alias duas HI, IM, conſtituere unam rectam. Cum igitur GH, ſit æqualis & parallela ipſi EF, & KI æqualis & parallela ipſi GH, & LM æqualis & parallela ipſi KI; erunt etiam EF, LM, æquales & parallelæ, *per 30. pri* & ſimiliter FL, EM, æquales & parallelæ erunt, *per 33. pri.* Parallelogrammum ergo eſt EMLF, & dato rectilineo ABC æquale, angulum habens æqualem dato angulo D.

131



Propo-

Propoſitio XLVI. Problema.

Super datam rectam lineam quadratum deſcribere.

Quadratum deſcribere ſuper datam rectam.

SIt deſcribendum quadratum ſuper datam AB. Erigantur, *per 11. pri.* duæ perpendiculares AD, BC, æquales ipſi AB, connectatur recta DC, quæ & ipſa, *per 33. pri.* æqualis & parallela erit ipſi AB, & angulis rectis A & B, erunt *per 34. pri.* æquales oppoſiti C & D, & conſequenter figura ABCD erit æquilatera & rectangula, id eſt, quadratum, *per 29. Defin.*

132



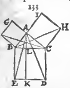
Praxin idem efficiendi dedimus lib. 1. cap. 4. art. 2. praxi 10.

Propoſitio XLVII. Theorema.

In rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum ſubtendente deſcribitur, æquale eſt eis, quæ à lateribus rectum angulum continentibus deſcribuntur.

IN triangulo ABC, angulus BAC ſit rectus, deſcribanturque, *per 46. pri.* ſuper AB, AC, BC, quadrata ABFG, ACHI, BCDE. Dico, quadratum BCDE, deſcriptum ſuper latus BC, quod angulo recto opponitur, æquale eſſe duobus quadratis ABFG, ACHI, quæ ſuper alia duo latera ſunt deſcripta, ſive hæc duo latera æqualia ſint, ſive inæqualia. Ducatur enim *per 31 pri.* recta AK, parallela ipſi BE, vel ipſi CD, ſecans BC in L, & jungantur rectæ AD, AE, CF, BH. Et quia duo anguli BAC, & BAG, ſunt recti: erunt rectæ GA, AC, una linea recta, *per 14. pri.* Eodemq; modo IA, AB, una recta linea erunt. Rurſus, quia anguli ABF, CBE, ſunt æquales, cum ſint recti: ſi addatur communis angulus ABC, fiet *per 2. Axiom.* totus angulus CBF, toti angulo ABE æqualis. Similiterq; totus angulus BCH, toti angulo ACD. Quoniam igitur latera AB, BE, trianguli ABE, æqualia ſunt lateribus FB, BC, trianguli FBC, utrumque utrique, ut conſtat ex definitione quadrati: ſunt autem & anguli ABE, FBC, contenti hiſce lateribus æquales, ut oſtendimus; Erunt triangula ABE, FBC, æqualia, *per 4. pri.* Eſt autem quadratum ſeu parallelogrammum ABFG, duplum trianguli FBC. *per 41. pri.* cum ſint inter parallelas BF, CG, & ſuper eandem baſin BF: Et parallelogrammum BEKL, duplum trianguli ABE, quod ſint inter parallelas BE, AK, & ſuper eandem baſin BE. Quare æqualia erunt, *per 6. Axi.* quadratum ABFG, & parallelogrammum BEKL. Eadem ratione oſtendetur, æqualia eſſe quadratum ACHI, & parallelogrammum CDKL: erunt enim rurſus triangula ACD, HCB, æqualia, ideoque & eorum dupla, parallelogrammum videlicet CDKL, & quadratum ACHI. Quamobrem totum quadratum CBDE, quod componitur ex duobus parallelogrammis BEKL, CDKL æquale eſt duobus quadratis ABFG, ACHI. In rectangulis ergo triangulis, quadratum, &c, quod demonſtrandum erat.

133



Summi momenti & frequentiſſimi uſus eſt in tota Matheſi hæc propoſitio; ideo bene intelligenda. ...onium nemo ordinatius eam demonſtrat quam ...ius, ideo ejus fere verba adnumeravi.

Propoſitio XLVIII. Theorema.

Si quadratum quod ab uno laterum trianguli deſcribitur, æquale eſt eis quæ à reliquis trianguli lateribus deſcribuntur; angulus comprehenſus ſub reliquis duobus lateribus, rectus eſt.

Pythagorica propoſitio.

IN triangulo ABC, quadratum lateris AC ſit æquale quadratis reliquorum laterum BA, BC. Dico, angulum ABC eſſe rectum. Erigatur enim ex puncto B, ſuper BA, perpendicularis BD, & æqualis rectæ BC, connectaturq; recta DA: erit, *per 47. pri* quadratum AD æquale quadratis AB, BD, hoc eſt, quadratis AB, BC: atque adeo quadrato AC: & ideo AD erit æqualis ipſi AC: & quia duo latera, AB, BD, ſunt æqualia duobus lateribus AB, BC: erit, *per 8. pri.* angulus ABD, æqualis angulo ABC, ac proinde ut ille, ita hic rectus.

134



EUCLIDIS ELEMENTUM SECUNDUM.

IN hoc agit Euclides de potentiis linearum rectarum, inquirendo quanta ſint quadrata partium cujusvis lineæ rectæ diviſæ, & parallelogramma rectangula ſub partibus ejuſdem lineæ diviſæ comprehenſa. Brevis quidem, ſed utiliſſimus eſt liber. Præmittuntur duæ.

DEFINITIONES.

I.

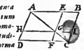
OMne parallelogrammum rectangulum contineri dicitur ſub rectis duabus lineis, quæ rectum comprehendunt angulum. *Duo tantum ſunt parallelogramma rectangula, quadratum, & altera parte longius. Utrumque definivimus lib. 1. cap. 3. a. 4. nu. 8. Utrumque contineri dicitur ſub duabus lineis angulum rectum efficientibus, v. g. ſub lineis AB, & AD, conſtituentibus angulum rectum DAB, quia illis lineis & angulo recto adſignatis, ſufficienter adſignatur tota longitudo parallelogrammi: unde & oriri dicitur ex ductu unius hujuſmodi linearum in aliam.*



 II. In

In omni parallelogrammo ſpatio, unumquodlibet eorum, quæ circa diametrum illius ſunt parallelogrammorum, cum duobus complementis, Gnomon vocetur. *Sicut in parallelogrammo ABCD, diviſo in alia quatuor, modo explicato libro præcedente Propoſit. 43. duo complementa DHGF, EBIG, una cum GICF, conſtituunt gnomonem; ſic dictum, ob ſimilitudinem quam habet cum Norma rectangula, de qua lib. 1. cap. 4. &. 1. praxi 4. in Sexto Modo.*

129.



Annotatio.

Rectangulum quid ſit apud Mathematicos.

M*Athematici cum Euclide in hoc libro, & aliis ſequentibus, appellant parallelogrammum rectangulum ſimpliciter & ſine addito rectangulum. Et ne toties eadem litteræ repeti debeant, ſolent omne parallelogrammum, etiam non rectangulum, exprimere duabus duntaxat litteris, quæ per diametrum in eo opponuntur. Sic præcedens parallelogrammum integrum appellant AC, vel BD: quatuor vero partialia illa appellant à G, EI, IF, ID, ſive HE, GB, GC, HF.*

PROPOSITIONES.

Propoſitio I. Theorema.

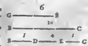
Si fuerint duæ rectæ lineæ, ſeceturque ipſarum altera in quotcunque ſegmenta; rectangulum comprehenſum ſub illis duabus rectis lineis, æquale eſt iis, quæ ſub inſecta & quolibet ſegmentorum comprehenduntur, rectangulis.

SInt duæ rectæ GB, & BC, quarum BC ſecetur quomodocunque in quotlibet ſegmenta BD, DE, EC; at GB maneat inſecta. Dico, rectangulum ſub GB, & BC comprehenſum, æquale eſſe omnibus rectangulis ſimul ſumptis, quæ ſub linea GB inſecta, & quolibet ſegmento comprehenduntur, nempe rectangulo ſub GB & BD, item ſub GB & DE, item ſub GB & EC comprehenſis. Si enim fiat ex GB inſecta & BD ſecta in punctis D&, E rectangulũ BF, & ex punctis D & E erigantur DH, EI, parallelæ lateri GB; diſtribuetur rectangulum BF in rectangula BH, DI, EF, quorum primum continetur ſub GB & BD, ſecundum ſub HD, id eſt, GB (nam HD eſt æqualis ipſi GB) & DE, tertium ſub IE, id eſt, GB, & EC. His autem tribus ſimul ſumptis æquale eſt rectangulum BF. quia per 19. *Ax.* totum eſt æquale ſuis partibus.

125



Pleraque Propoſitiones huius libri poſſunt applicari numeris. Sit itaque in hac Propoſitione GB 6 partium, & EC 10. Si 6 ducantur in 10, fiunt 60. Secetur BC in BD 5, DE 4, EC 1: ſi 6 ducantur in 5, in 4, in 1, fiunt 30, 24, 6, quæ ſimul faciunt 60 ut antea.



Propoſitio II. Theorema.

Si recta linea ſecta ſit utcunque rectangula quæ ſub tota & quolibet ſegmentorum comprehenduntur, æqualia ſunt ei, quod à tota fit, quadrato.

REcta linea AB dividatur utcunque duas in partes AC, CB. Dico, duo rectangula comprehenſa ſub tota AB, & ſegmentis AC, CB, ſimul ſumpta, æqualia eſſe quadrato totius lineæ AB. Fiat enim, per 46. pri. ſuper AB quadratum AD, & ex C ducatur CF parallela rectæ AE, vel BD: dividetur quadratum AD in rectangulum AF contentum ſub EA, AC, hoc eſt, ſub AB, AC: & in rectangulum CD contentum ſub FC, CB, hoc eſt, ſub AB, CB, ideoque quia, per 19. *Ax.* totum eſt æquale ſuis partibus, erit quadratum AD æquale dictis duobus rectangulis.

136



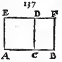
Si numerus 10 dividatur in 7 & 3, numerus quadratus 100, erit æqualis numeris 70 & 30.

Propoſitio III. Theorema.

Si recta linea ſecta ſit utcunque; rectangulum ſub tota & uno ſegmentorum comprehenſum, æquale eſt illi rectangulo quod ſub ſegmentis comprehenditur, & illi quadrato quod à prædicto ſegmento deſcribitur.

LInea recta AB diviſa ſit utcunque in C. Dico, rectangulum comprehenſum ſub tota AB, & utrovis ſegmento, ut AC (ſive hoc ſegmentum majus ſit, ſive minus) æquale eſſe rectangulo ſub ſegmentis AC, CB comprehenſo, & quadrato prioris ſegmenti aſſumpti AC. Fiat enim rectangulum AF, cujus latus EA æquale ſit ſegmento AC, erit hoc rectangulum comprehenſum ſub tota AB, & uno ſegmentorum. Ducatur deinde ex C, recta CD parallela rectæ AE, vel BF: dividetur prædictum rectangulum AF, in quadratulum AD, deſcriptum ſuper ſegmento AC: & in rectangulum CF comprehenſum ſub DC, CB, hoc eſt, ſub AC, CB: eſt autem rectangulum AF æquale quadrato AD, & rectangulo CF, per 19. *Ax.* ergo, &c.

137



Numerus 10. dividatur in 7 & 3, productum ex 10, in 7, nempe 70. eſt æquale producto ex 7 in 3, id eſt 21, & ex 7 in 7, id eſt, 49.

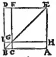
Propoſitio IV. Theorema.

Si recta linea ſecta ſit utcunque; quadratum quod à tota deſcribitur, æquale eſt & illis, quæ à ſegmentis deſcribuntur, quadratis, & ei, quod bis ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo.

REcta AB diviſa ſit utcunque in C. Dico quadratum totius AB, æquale eſſe quadratis ſegmen-

ſegmentorum A C, C B, & rectangulo comprehenſo bis ſub ſegmentis A C, C B. deſcribatur enim ſuper A B, quadratum A D, ducaturque diameter BE. Deinde ex C erigatur C F, parallela rectæ B D, ſecans diametrum in G

138



puncto, per quod rurſus ducatur HI, parallela rectæ A B. Erit quadratum AD diviſum in quatuor parallelogramma, ut patet; quibus omnibus ſimul æquale eſt quadratum A D, *per 19 Axi.* Dico nunc *primo*, H F, CI, eſſe quadrata ſegmentorum AC, CB. Nam trianguli ABE, latera AB, AE, æqualia ſunt, quoniam ſunt latera quadrati: ergo, *per 2. Coroll. 32. pri.* anguli AEB, ABE, ſunt ſemirecti: ſed iſtis ſunt æquales anguli C G B, HGE, *per. 29. pri.* ergo omnes quatuor ſunt æquales, *per 12. Axi.* ergo *per 6. pri.* latera H G, HE, & C G, C B, æqualia ſunt inter ſe, atque adeo, HF eſt quadratum rectæ H G quæ *per 34. pri.* eſt ſegmento AC æqualis: & CI eſt quadratum ſegmenti C B. Dico *ſecundo*, duo rectangula AG, GD, contineri ſub iisdem ſegmentis A C, C B. Nam A G continetur ſub AC, & CG, quia C G æqualis eſt ipſi C B: & G D continetur ſub CF, & G I, quarum C F eſt æqualis G H, hoc eſt, ſegmento A C: & GI eſt æqualis ſegmento C B, ut manifeſtum eſt *ex 34. pri.*

Corollarium.

Parallelogramma circa diametrũ quadrati ſunt quadrata.

HInc manifeſtum eſt, parallelogramma circa diametrum quadrati eſſe quadrata, ut patet in H F, & C I.

Si numerus 10. dividatur in 7 & 3, quadratum totius, quod eſt 100, æquale eſt duobus quadratis ſegmentorum, quæ ſunt 49, & 9. & numero 21 bis ſumpto, qui ex multiplicatione 7 in 3 procreatur.

Propoſitio V. Theorema.

Si recta linea ſecetur in æqualia, & non æqualia; rectangulum ſub inæqualibus ſegmentis totius comprehenſum, una cum quadrato quod ab intermedia ſectionum fit, æquale eſt ei quadrato, quod à dimidia deſcribitur.

REcta AB dividatur bifariam in C, & nõ bifariam in D, ut ſectionũ intermedia ſit CD. Dico, rectangulum ſub ſegmentis inæqualibus A D, DB comprehenſum, una cum quadrato intermediæ ſectionis C D, æquale eſſe quadrato dimidiæ CB. Deſcribatur enim quadratum C F ſuper dimidia CB, & ducta diametro B E, erigatur DG parallela ipſi CE vel B F, ſecans diametrum

193



in H, & per H ducatur I L parallela & æqualis rectæ BA, connectaturque AL. Erit, *per Coroll. præcedentis*, K G quadratum ſectionis intermediæ C D, quoniam in conſtitutione K H eſt æqualis C D: & D I, erit quadratum ſegmenti D B; & rectangulum AH erit comprehenſum ſub inæqualibus ſegmentis AD, DB, eo quod DH ſit æqualis DB. Probo nunc, hoc rectangulum A H, una cum quadrato K G, æquale eſſe quadrato C F. Nam complementum H C, eſt *per 43. pri.* æquale complemento HF, ergo adjecto commũni D I, rectangulum GB eſt æquale rectangulo BK, *per 2. Axi.* Sed BK eſt æquale ipſi K A, *per 35. pri.* ergo KA, GB, ſunt æqualia, *per 1. Axi.* ergo adjecto communi CH, erit AH æquale gnomoni G B K, *per 2. Axi.* & rurſus addito communi quadrato KG, erit A H una cum quadrato G K, æquale toti quadrato CF, quod componitur ex gnomone G B K, & quadrato KG,

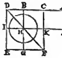
Numerus 10. dividatur æqualiter in 5, & 5, inæqualiter in 7 & 3, ſitque medius numerus interſectionis ſit 2. Numerus 21 ex 7 in 3 productus, una cum 4, quod eſt quadratum intermedii numeri 2, eſt æqualis numero 25, quod eſt quadratum dimidii numeri 5.

Propoſitio VI. Theorema.

Si recta linea bifariam ſecetur, & illi recta quædam linea in directum adjiciatur, rectangulum comprehenſum ſub tota cum adjecta, una cum quadrato à dimidia, æquale eſt quadrato à linea, quæ cum ex dimidia, tum ex adjecta componitur tanquam ab una, deſcripto.

REcta AB ſecetur bifariam in C, & ei in rectum adjiciatur BD. Dico, rectangulum cõprehenſũ ſub tota compoſita AD, & adjecta BD, una cum quadrato dimidiæ CB, æquale eſſe quadrato lineæ CD, quæ ex dimidia CB, & adjecta BD, componitur. Fiat conſtructio ſimilis præcedenti, & ut figura

140



monſtrat: erunt, *per Coroll. 4. hujus* B I, K G, quadrata: ideoque recta DI rectæ BD æqualis: itemque recta KH rectæ CB æqualis: quare rectangulum AI comprehendetur ſub rectis AD, DB: & K G erit quadratum rectæ C B. Oſtendo nunc, rectangulum A I; una cum quadrato K G, æquale eſſe quadrato CE. Nam rectangula C L, CH, æqualia ſunt, *per 35. pri.* & CH, HE æqualia, *per 34. pri.* ergo C L æquale eſt H E, *per 1. Axi.* adjectoque communi CH, totum A I æquale eſt gnomoni G I B K: Sed hic unà cum quadrato KG, æquivalet quadrato C E *per 19 Axi.* ergo & A I una cum eodem quadrato KG, æquivalet eidem C E.

Secetur numerus 10. bifariam in 5 & 5, addaturque ei numerus 2, ut fiat totus numerus 12. Numerus 24, qui producitur ex toto numero compoſito 12, ducto in adjectum 2, una cum 25, quadrato dimidii numeri, eſt æqualis numero 49, qui eſt quadratum numeri 7, compoſiti ex dimidio 5. & adjecto 2.

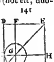
Propoſitio VII. Theorema.

Si recta linea ſecetur utcunque; quod à tota, quodcunque ab uno ſegmentorum, utraque ſimul quadrata, æqualia ſunt & illi rectangulo, quod bis ſub tota & dicto ſegmento comprehenditur, & illi quadrato quod à reliquo ſegmento fit.

REcta A B ſecetur utcunque in C. Dico, quadratum totius A B. nimirum A D unà cum quadrato ſegmenti v.g. A C, hoc eſt, unà

cum quadrato HF, æquale eſſe rectangulo comprehenſo ſub AB, AC, bis ſumpto (hoc eſt, duobus rectangulis AF, HD) una cum quadrato CI reliqui ſegmenti CB. Nam duo rectangula AF, HD, ſunt æqualia gnomoni CHEFI, & quadrato HF, ut patet, ergo addito quadrato CI erunt duo rectangula AF, HD & quadratum CI, æqualia gnomoni prædicto, & duobus quadratis HF, CI. Sed gnomon & quadratum CI, faciunt quadratum AD, ergo quadrata AD, HF, ſunt æqualia duobus rectangulis AF, HD, & quadrato CI.

141



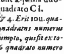
Dividatur numerus 10, in 6 & 4. Erit 100. quadratus numerus totius, & 36. quadratus numerus partis 6, æqualis numero 60 bis ſumpto, qui fit ex toto 10. in partem 6, una cum 16 quadrato numero alterius partis 4.

Propoſitio VIII. Theorema.

Si recta linea ſecetur utcunque; rectangulum quater comprehenſum ſub tota, & uno ſegmentorum, cum quadrato quod à reliquo ſegmento fit, æquale eſt quadrato quod ex tota, & dicto ſegmento, tanquam ab una linea deſcribitur.

Sit recta AB diviſa in C utcunque, eique adjiciatur BD æqualis ipſi CB v. g. (poteſt eidem adjici æqualis ipſi AC,) & ſupra totam AD fiat quadratum AE, quod dividatur in minora rectangula modo ſimili præcedentibus, prout figura monſtrat. Dico, quadratum totius AD, æquale eſſe quatuor rectangulis comprehenſis ſub AB, & BC, ſeu BD, & quadrato reliqui ſegmenti AC. Nam AE eſt quadratum totius AD: OI, NQ, BM ſunt quadrata, *per coroll. 4. hujus*, & OI quidem eſt quadratum ſegmenti AC, quoniam OK æqualis eſt AC reliqua duo ſunt quadrata ſegmenti CB, aut BD, qualia etiam ſunt quadrata CH, & HP. Unde conſtat, AH eſſe rectangulum comprehenſum ſub AB, BC, quia BH eſt æqualis BC. Alterum rectangulum huic æquale, eſt LQ, quia continetur ſub LH, HQ, quæ ſunt æquales ipſis AB, BC, ut patet. Tertium rectangulum his æquale, eſt HE, contentum ſub HG, HM, quæ etiam ſunt æquales eiſdem AB, BC, quoniam HQ eſt æqualis BC, & QG eſt æqualis CA, & tota HG toti AB, & HM æqualis eſt ipſi BD, hoc eſt BC. Quartum denique rectangulum prioribus æquale, conſtituunt KG, BM, ſimul quia KG eſt æquale QE, *per 36. pri.* & quadratum BM eſt æquale quadrato HP. Cum igitur hæc quatuor rectangula conſtituant gnomonem IEDAO, qui cum quadrato OI facit totum quadratum AE, manifeſtum eſt, totum quadratum AE, æquale eſſe quatuor rectangulis AB, BC, & quadrato ſegmenti AC.

142



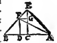
Secetur numerus 10 in 6 & 4. Numerus 240, qui fit ex toto 10 in partem 6 quater dicto, unà cum 16 quadrato numero alterius partis 4, hoc eſt, numerus 256. æqualis eſt numero quadrato numeri 16, qui componitur ex dato numero 10, & dicta parte 6.

Propoſitio IX. Theorema.

Si recta linea ſecetur in æqualia, & non æqualia, quadrata quæ ab inæqualibus totius ſegmentis fiunt, duplicia ſunt & ejus quod à dimidia, & ejus quod ab intermedia ſectionum fit, quadrati.

Recta AB ſecetur biſariam in C, & non biſariam in D. Dico, quadrata ſegmentorũ inæqualium AD, DB, dupla eſſe quadratorũ quæ fiunt ex dimidia AC, & ex intermedia ſectionum CD. Fiat enim CE perpendicularis ad AB, & æqualis CA, vel CB, ducanturque rectæ AE, EB, Deinde ex D ducatur quoq; ad AB perpendicularis DF, ſecans EB in F, & ab F ducatur FG parallela ipſi AB, fiatque recta FA. Erunt itaque triangula ACE, ECB, iſoſcelia rectangula, quoniã CA, CE, ut & CB, CE, æquales ſunt ex conſtructione. & anguli ad C, recti: ergo *per 2. Coroll. 32. pri.* quatuor anguli ad baſes AE, BE, ſemirecti ſunt, & cõſequenter totus angulus AEB rectus. Rurſus triangula FDB, FGE, rectangula ſunt, quoniam FD eſt perpendicularis ad AB, & FG perpendicularis ad EC: & quia anguli DBF, GEF ſunt ſemirecti, ut oſtenſum fuit: erunt, *per 32. pri.* & reliqui DFB, GFE, ſemirecti, & *per 6 pri.* DF erit æqualis DB. & EG æqualis GF, vel CD, quoniã CF eſt parallelogrammum ex conſtructione facta. Oſtendo nunc, quadrata AD, & DB, ſeu DF, eſſe duplicia quadratorum AC, & CD. Nam, *per 47. pri.* quadratum rectæ AE, eſt æquale quadratis CA, CE, & conſequenter duplum quadrati AC, & quadratum EF, eſt æquale quadratis FG, GE, & cõſequenter duplũ quadrati GF, ſeu CD, ergo duo quadrata AE, EF, dupla ſunt duorum quadratorum AC, CD: & quia quadratum AF æquale eſt quadratis AE, EF, ideo & quadratum AF duplũ eſt quadratorum AC, CD: ſed quadrato AF æqualia ſunt quadrata AD, DF, ſeu DB: ergo & quadrata AD, DB ſunt dupla quadratorum AC, CD, quod demonſtrandum erat.

143



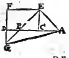
Dividatur numerus 10. æqualiter in 5 & 5, & inæqualiter in 7 & 3. ut intermedia ſectio ſit 2. Quadrati numeri 49 & 9, partium inæqualium 7 & 3, dupli ſunt quadratorum 25 & 4, ſeu dimidii numeri 5, & intermedii 2.

Propoſitio X. Theorema.

Si linea recta ſecetur biſariam, adjiciaturque ei in rectum quæpiam recta linea; quadrata quæ fiunt à tota cum adjuncta, & ab adjuncta tantum, duplicia ſunt quadrati quod à dimidia, & quadrati quod à compoſita ex dimidia & adjuncta fit.

Secetur recta AB biſariam in C, & ei in rectum addatur BD. Dico, duo quadrata rectarum AD, & BD, dupla eſſe quadratorũ ex AC, CD deſcriptorum. Erigatur enim ex C recta CE, perpendicularis ad AD, & æqualis ipſi AC, vel CB: & jungantur rectæ AE EB. Deinde per D educatur

144



DF,

DF, ipſi CE parallela, occurrens rectæ EB protractæ in G, & per E ducatur rectæ CD parallela EF, ſecans DF in F: jungaturque tandem recta AG. Erit Angulus AEG rectus, ut in præcedente oſtenſum fuit, & CEB ſemirectus, ideoque & ejus alternus EGF ſemirectus, *per 29. pri.* Et quia angulus F rectus eſt ex conſtructione; erit & angulus GEF ſemirectus, *per 32. pri.* ac propterea, *per 6. pri.* recte EF, FG æquales Eadem ratione oſtenditur, rectas DB, DG, eſſe æquales, quoniam angulus D rectus eſt, & angulus DGE ſemirectus, ut oſtenſum fuit, ideoque & DBG ſemirectus eſt, ac propterea, *per 6. pri.* latera DB, DG æqualia. Jam ſic; Quadratum AE, *per 47. pri* eſt duplum quadrati AC, & quadratum EG duplum quadrati EF, hoc eſt, quadrati CD (eſt enim CF parallelogrammum ex conſtructione facta) Ergo duo quadrata AE, EG, dupla ſunt quadratorum AC, CD. Sed duobus quadratis AE, EG, æquale eſt quadratum AG; & huic æqualia ſunt quadrata AD, DG, hoc eſt, AD, DB. ergo & hæc duo quadrata AD, DB, dupla ſunt duorum quadratorum AC, CD; quod oſtendendum erat.

Numerus 10. biſariam ſecetur in 5 & 5. eique adjiciatur numerus, v. g. 3. ut totus compoſitus ſit 13, compoſitus vero ex dimidio & adjuncto ſit 8. Quadrati numeri, 169, & 9 horum numerorum 13 & 3, dupli ſunt numerorum quadratorum 25, & 64, qui ex bis numeris, 5, & 8. gignuntur.

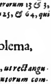
Propoſitio XI. Problema,

Datam rectam lineam ita ſecare, ut rectangulum ſub tota & altero ſegmentorum comprehenſum, æquale ſit quadrato quod à reliquo ſegmento ſit.

Lineam rectam media & extrema ratione ſecare

DAta ſit recta AB, quam oporteat dicta ratione ſecare Super AB fiat quadratum AC: & diviſo latere AD biſariam in E, ducatur recta EB: cui ex EA protracta ſumatur æqualis EF, & ipſi AF fiat æqualis AG. Dico rectam AB ſectam eſſe in G ita, ut rectangulum comprehenſum ſub AG, & BG, æquale ſit quadrato rectæ AG. Ducatur enim per G, recta HI parallela rectæ DF: & per F ducatur FH parallela ipſi AG. Erit rectangulum AH quadratum, cum omnia ejus latera ſint, *per 34. pri.* æqualia: rectangulum CG erit comprehenſum ſub AB, & ſegmento BG, quia AB eſt æqualis ipſi CB. Probo nunc, rectangulum CG, & quadratum AH, eſſe æqualia. Recta DA diviſa eſt biſariam in E, & ei addita in rectum AF: ergo *per 6. hujus*, rectangulum ſub DF, FA, hoc eſt, rectangulum DH, una cum quadrato dimidiæ AE, æquale eſt quadrato rectæ EF, hoc eſt, quadrato rectæ EB, quæ rectæ EF æqualis eſt: Sed quadratum rectæ EB, eſt æquale, *per 47. pri.* quadratis rectarum AE, AB: ergo dempto communi quadrato rectæ AE, remanet rectangulum DH æquale quadrato rectæ AB, hoc eſt, quadrato AC; ergo ablato rurſus communi rectangulo AI, remanet rectangulum GC æquale quadrato AH

145



Hoc theorema non poteſt applicari numeris, quia dividi nullus numerus poteſt in duos, ut numerus productus ex toto in alteram partem, æqualis ſit quadrato alterius partis, ut demonſtrat Clavius ad Propoſit. 14. libri 9. Euclidis, & ad propoſit. 27. ejuſdem libri.

Propoſitio XII. Theorema.

In amblygoniis triangulis, quadratum quod ſit à latere angulum obtuſum ſubtendente, majus eſt quadratis quæ ſiunt à lateribus obtuſum angulum comprehendentibus, rectangulo bis comprehenſo, & ab uno laterum quæ ſunt circa obtuſum angulum, in quod cum protractum fuerit, cadit perpendicularis, & ab aſſumpta exterius linea ſub perpendiculari prope angulum obtuſum.

IN triangulo ABC, ſit angulus B obtuſus, ita ut perpendicularis AD, *per 2. Coroll. 17. pri.* cadat extra triangulum in latus CB protractum. Dico, quadratum lateris AC, excedere quadrata laterum AB, BC, gemino rectangulo ſub CB, BD comprehenſo; hoc eſt, quadratum lateris AC æquale eſſe duobus quadratis laterum AB, BC, una cum rectangulo ſub CB, BD, bis comprehenſo. Cum enim CD diviſa ſit in B utcunque erit; *per 4. hujus*, quadratum rectæ CD æquale quadratis rectarum CB, BD, & gemino rectangulo ſub CB, BD comprehenſo: addito igitur communi quadrato rectæ AD, erunt duo quadrata CD, DA, æqualia tribus quadratis CB, BD, DA, & rectangulo comprehenſo bis ſub CB, BD: & conſequenter quadratum AC, quod *per 47. pri.* æquale eſt duobus quadratis CD, DA, erit æquale iiſdem tribus quadratis CB, BD, DA, & gemino rectangulo CB, BD: cum tamen quadrata rectarum CB, BA, ſunt ſolum æqualia tribus quadratis CB, BD, DA, (quoniam quadratum BA æquale eſt duobus BD, DA, *per 47. pri*)

146



Propoſitio XIII. Theorema.

In oxygoniis triangulis, quadratum à latere angulum acutum ſubtendente minus eſt quadratis quæ ſiunt à lateribus acutum angulum comprehendentibus, rectangulo bis comprehenſo & ab una laterum quæ ſunt circa acutum angulum, in quod perpendicularis cadit, & ab aſſumpta interius linea ſub perpendiculari prope acutum angulum.

IN triangulo ABC ſint omnes anguli acuti, & ex A demiſſa perpendicularis AD cadat in latus BC, *per 2. Coroll. 17. pri.* Dico, quadratum lateris AB, quod acuto angulo C opponitur, minus eſſe quadratis laterum AC, CB, circa dictum angulum acutum C, rectangulo bis comprehenſo ſub BC, CD, hoc eſt quadratum lateris AB, una cum rectangulo bis comprehenſo ſub BC, CD, æquale eſſe duobus quadratis laterum AC, CB. Nam quia recta BC diviſa eſt in D

147



utcunq;

in H, extendaturque linea C H I, ita ut H I ſit æqualis ipſi H C, & ducatur recta I A. Quoniam igitur, ut antea, duo latera C H, H B, æqualia ſunt duobus lateribus H I, H A, utrumque utrique; & anguli ad H dictis lateribus contenti æquales; erit & angulus C B H æqualis angulo I A H. Cùm igitur externus angulus G A B major ſit quàm H A I; angulus autem D A C æqualis ſit angulo G A B, *per 15. pri.* erit idem angulus D A C major quàm internus & oppoſitus A B C, *per 1. Axiomat.* membrum tertium.

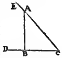
Propoſitio XVII. Theorema.

Cujuſcunque trianguli duo anguli duobus rectis ſunt minores, omnifariam ſumpti.

Trianguli duo anguli minores ſunt duobus rectis.

SIt triangulum ABC. Dico, duos angulos A B C, & A C B, minores eſſe duobus rectis. Si enim producatur latus C B in D, erit angulus externus D B A major interno & oppoſito B C A, *per 16. pri.* ac proinde ſi addatur communis ABC, erunt, *per 4. Axi.* duo anguli ABC, ACB, minores duobus angulis A B D, A B C: Sed hi duo ſunt æquales duobus rectis, *per 13. pri.* ergo illi ſunt minores duobus rectis. Eâdem ratione probabitur, angulos C B A, C A B, minores eſſe duobus rectis: nam externus angulus D B A major eſt interno & oppoſito B A C, *per 16. pri.* addito ergo communi angulo C B A, erunt duo D B A, C B A majores quàm duo C B A, C A B, *per idem 4. Axiom.* Sed hi duo, D B A, C B A, ſunt minores duobus rectis, *per 13. pri.* ergo reliqui duo, C B A, C A B, ſunt minores duobus rectis. Non ſecus probabitur, duos C A B, B C A, eſſe minores duobus rectis.

106



Corollaria.

COlligitur hinc I. Si in quocunque triangulo unus angulus eſt rectus, aut obtuſus, reliquos eſſe acutos, ut monuimus lib. 1. cap. 3. art. 4. n. 5. II. ab eodem puncto ad eandem rectam lineam non poſſe deduci duas aut plures lineas perpendiculares, alioquin duo anguli interni conſtituti a duabus perpendicularibus, eſſent æquales duobus rectis. III. Si linea recta cum alia recta angulos inæquales faciat, unum acutum, alterum obtuſum; lineam perpendicularem a quovis ejus puncto demiſſam ad aliam illam rectam, cadere ad partes anguli acuti. IV. Omnes angulos trianguli æquilateri, & duos angulos ſupra baſin trianguli iſoſcelis, eſſe acutos.

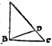
Propoſitio XVIII. Theorema.

Omnis trianguli majus latus majorem angulum ſubtendit.

Latus majus majori angulo opponitur in eodem triangulo.

IN triangulo ABC, ſit latus AC majus latere AB. Dico, angulũ ABC, ſubtenſum à majore latere A C, majorẽ eſſe angulo C, qui à minore latere A B ſubtenditur. Auferatur enim, *per 3. pri.* ex A C, recta A D, æqualis ipſi AB, & ducatur recta B D; Erunt duo anguli, ABD, ADB, æquales, *per 5. pri.* Sed ADB major eſt quàm C, *per 16. pri.* ergo & A B D major eſt quàm C, *per 1. Axiomatis membrum tertium*: cùm autem totum ſit majus ſuâ parte, *per 9. Axiom.* multò magis angulus A B C major erit quàm angulus C. Eâdem ratione probabis, angulum A C B majorem eſſe angulo A, ſi latus A B majus eſt quàm latus B C.

107.



Corollarium.

OMnes ergo tres anguli trianguli ſcaleni, ſunt inter ſe inæquales, quia omnia tria latera inæqualia ſunt.

Propoſitio XIX. Theorema.

Omnis trianguli major angulus majori lateri ſubtenditur.

Angulus major opponitur majori lateri in eodem triangulo.

IN triangulo præcedente, ſit angulus A B C major angulo C. Dico, latus AC, ſubtendens majorem illum angulum, majus eſſe latere AB quod angulum C minorem ſubtendit. Si enim latus A C non eſt majus latere AB, erit vel æquale illi, vel minus: Si æquale, ergo angulus ABC erit æqualis angulo C, *per 5. pri.* cùm tamen major eſſe ſupponatur: Si minus, ergo angulus ABC ſubtenſus à minori latere AC, minor erit angulo C ſubtenſo à majore latere AB, *per 8. hujus*, cum tamen ſupponatur eſſe major. Cùm ergo latus AC, nec æquale ſit lateri AB, nec minus eo, erit majus.

Corollarium.

HInc ſequitur, ſi ab uno puncto ad eandem rectam lineam ducantur plures rectæ, eam quæ perpendicularis eſt, eſſe omnium minimam, quia facit majorem angulum internum quàm aliæ.

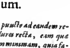
Propoſitio XX. Theorema.

Omnis trianguli duo latera reliquo ſunt majora, quomodocunque aſſumpta.

Duo latera trianguli ſimul ſunt majora reliquo tertio

SIt triangulum ABC. Dico, quælibet ejus duo latera, nempe AB, AC ſimul majora eſſe reliquo latere BC. Producatur enim latus C A uſque ad D, & fiat A D æqualis lateri AB, & ducatur BD, erunt duo anguli, A B D, & A D B, æquales inter ſe, *per 5. pri.* Eſt autem angulus C B D major, quàm angulus A B D, *per 9. Axiom.* ergo idem angulus CBD major eſt quàm angulus ADB, *per 1. Axiomatis membrum ſecundum*, ac proinde latus C D majus eſt quàm latus CB, *per 9. hujus*, ſed duo latera, C A, A B, æqualia ſunt lateri C D, *per 2. Axiom.* ergo eadem duo latera C A, A B, majora ſunt quàm latus CB, *per 1. Axiomatis membrum tertium*. Eodem modo demonſtratur, alia quælibet duo latera eſſe majora tertio.

108



Prupo-

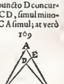
Propoſitio XXI. Theorema.

Si ſuper trianguli uno latere ab extremitatibus duæ rectæ lineæ interiùs conſtitutæ fuerint, hæ conſtitutæ reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, majorem verò angulum continebunt.

Latera intra triangulum ſuper eadē baſi, minora ſunt quàm latera trianguli exterioris, &c.

IN triangulo A B C, ſuper extremitates B & C, lateris B C, intra triangulum conſtituantur duæ rectæ lineæ B D, C D, in puncto D concurrentes. Dico, has duas B D, C D, ſimul minores eſſe duobus lateribus B A, C A ſimul; at verò angulum B D C majorem eſſe angulo B A C. Producatur enim B D ad punctum E lateris C A. Quoniam igitur in triangulo B A E, duo latera B A; A E, majora ſunt latere B E, *per 20. hujus*; ſi addatur commune B C, erunt B A, A C, majora, quam B E, E C, *per 4. Axio.* Rurſus quia in triangulo C E D, duo latera, C E, E D, majora ſunt latere C D, *per 20. hujus*; ſi addatur commune D B, erunt C E, E B majora, quàm C D, D B, *per 4. Axio.* Jam ſic, B A, A C, majora ſunt, quàm B E, E C, ut probatum fuit; ergo multò magis B A, A C, majora ſunt, quàm B D, C D; quod primò demonſtrandum fuit. Præterea, quoniam angulus B D C major eſt angulo D E C, *per 16. pri.* & angulus D E C major eſt angulo A, *per eandem 16. pri.* erit multò magis angulus B D C major angulo A, *per 27. Axiom.* quòd ſecundò demonſtrandum fuit.

109



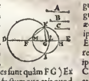
Propoſitio XXII. Problema.

Ex tribus rectis lineis, quæ ſint tribus datis æquales, quarumque duæ quælibet reliquâ ſint majores, triangulum conſtituere.

Triangulum conſtituere ex tribus rectis lineis datis.

TRes lineæ rectæ datæ ſint, A, B, C, quarum quælibet duæ ſint reliquâ majores (alioquin ex ipſis non poſſet conſtitui triangulum, ut conſtat ex Propoſit. 20.) oporteatque conſtruere triangulum habens tria latera tribus datis lineis æqualia. Ex aſſumpta recta quavis DE, ſufficientis magnitudinis, abſcindatur primò recta DF, æqualis rectæ A; ſecundò recta F G, æqualis rectæ B; tertiò recta G H, æqualis rectæ C. Deinde centro F, intervallo F D, deſcribatur circulus D I K: Item centro G, intervallo G H, alius circulus deſcribatur H I K (qui priorem neceſſariò ſecabit in K & I, quoniam F D, G H, majores ſunt quàm F G) Ex K ducantur rectæ KF, KG, factumque erit quod petebatur. Nam K F eſt, *per 15. Def.* æqualis ipſi FD, hoc eſt, ipſi A; & F G eſt, *per conſtructionem* æqualis ipſi B; & K G æqualis ipſi GH, *per 15. Def.* hoc eſt, ipſi C.

110.



Quomodo in praxi procedendum ſit, docuimus, lib. 1. cap. 4 art. 2. praxi 8.

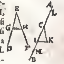
Propoſitio XXIII. Problema.

Ad datam rectam lineam, datumque in ea punctum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum conſtituere.

Angulum rectilineū æqualem alteri facere.

DAta recta ſit AB, datumque in ea punctum C, & datus angulus DEF; oporteatque in eo puncto conſtituere angulum æqualem angulo E. Sumantur in rectis E D, E F, duo puncta G & H utcunque, & connectantur rectâ lineâ G H. Deinde, *per 22. pri.* conſtituatur ad punctum C datæ rectæ AB. triangulum C I K, habens tria latera æqualia tribus rectis E G, G H, H E, ita ut latus CI æquale ſit ipſi E G; & C K ipſi E H; & I K ipſi G H, ſumendo videlicet ex recta data, GI æqualem ipſi E G, & CL ipſi E H, & I M ipſi G H; ac deinde centris C & I, intervallis verò C L, & I M deſcribendo circulos interſecantes ſeſe in K, efformandoque triangulum ICK. His enim factis, erit angulus ad C conſtitutus, æqualis angulo E. Nam quia in triangulo ICK, duo latera CI, C K, æqualia ſunt duobus lateribus E G, E H, utrumque utrique, & baſis I K baſi G H, per conſtructionem; ideo, *per 8. pri.* angulus C æqualis eſt angulo E.

111.



In praxi procedendum eſt eodem modo, quo in præcedenti praxi, ut loco cit. in Corollario etiam notavimus.

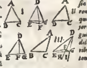
Propoſitio XXIV. Theorema.

Si duo triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, utrumque utrique, angulum verò angulo majorem ſub æqualibus rectis lineis contentum; & baſin baſi majorem habebunt.

Triangulorū duorū habentium duo latera æqualia illud baſin majorem habet quod majorem angulū ſub dictis lateribus contentum.

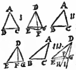
TRianguli ABC duo latera, AB, AC, æqualia ſunt duobus trianguli DEF lateribus, DE, DF, utrumque utrique, hoc eſt, AB ſit æquale ipſi DE, & AC ipſi DF; angulus verò A major ſit angulo EDF. Dico, baſin BC majorem eſſe baſe EF. Ad lineam enim DE, ad ejuſque punctum D, conſtituatur, *per 23. hujus*, angulus EDG, æqualis angulo A, ponaturque D G æqualis ipſi D F, hoc eſt, ipſi A C, & ducatur recta E G. Cadet ea aut ſupra rectam E F, ut in primo triangulo D E F; aut in ipſam, ut in ſecundo; aut infra ipſam, ut in tertio Cadat *primò* ſupra EF, & ducatur recta FG. Quia ergo latera AB, A C, æqualia ſunt lateribus D E, DG, utrumque utrique, & angulus A æqualis eſt angulo D G, per conſtructionem; ideo baſis B C, æqualis erit baſi E G, *per 4. pri.* Sed baſis E G major eſt, quàm baſis EF; ergo & baſis BC major eſt, quàm baſis E F. Eſſe autem baſin E G majorem EF, ſic demonſtro. Duo latera D F, D G, inter ſe ſunt æqualia, ex conſtructione; ergo

112.



per

per 5. pri. anguli DFG, DGF. æquales ſunt: & quoniam angulus DFG major eſt, quam EFG, *per 9. Axio.* ideo etiam angulus DFG major eſt, quàm angulus EGF, *per 1. Axiomatis membrum tertiũ*; & multò magis totus angulus EFG, major eſt eodem angulo EGF, *per 9 Axio.* Si ergo angulus EFG major eſt, quàm angulus EGF; erit *per 19. pri.* in triangulo EFG latus EG majus, quàm latus EF; ſed latus EG eſt æquale lateri BC; ergo & BC majus eſt quàm EF, quod erat demonſtrandum.



Cadat *ſecundò* EG in ipſam EF. Quoniam igitur, *per 4. pri* baſis EG æqualis eſt baſi BC, & EG major eſt quàm EF, *per 9. Axi.* ideo & BC major eſt quàm EF.

Cadat *tertiò* EG infra EF, & producantur rectæ DF, DG, uſque ad H & I, & ducatur recta FG: erit rurſus, *per 4. pri.* baſis EG æqualis baſi BC, major autem quàm EF. Nam quia duo latera DF, DG, æqualia ſunt, per conſtructionem; erunt, *per 5. pri.* anguli FGI, GFH, infra baſin FG, æquales: eſt autem angulus FGI major angulo FGE, *per 9. Axio.* ergo & angulus GFH eodem angulo FGE major eſt, *per 1. Axiomatis membrum tertium*; multoque magis illo major eſt totus angulus EFG, ideoque, ut antea, *per 19. pri.* latus EG, & conſequenter ipſi æquale BC, majus eſt latere EF; quod demonſtrandum erat.

Propoſitio XXV. Theorema.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, utrumq; utriq;, baſin verò baſi majorem; etiam angulum ſub æqualibus lateribus contentum angulo majorem habebunt.

Et viciſſim. LAtus AB ſit æquale lateri DE, & latus AC lateri DF, ſed baſis BC ſit major baſe EF. Dico, angulum A eſſe majorem angulo D. Non enim eſt æqualis, alioquin & baſis baſi æqualis erit, *per 4. pri.* quod eſt contra hypotheſin. Nec etiam eſt minor, alioquin baſis EF major erit baſi BC, *per 24. pri.* quod iterum eſt contra hypotheſin.

113

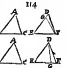


Propoſitio XXVI. Theorema.

Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint, utrumque utrique, unumque latus uni lateri æquale, ſive quod æqualibus adjacet angulis, ſive quod uni æqualium angulorum ſubtenditur; & reliqua latera reliquis lateribus æqualia, utrumque utrique, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

SInt *primò* duo anguli, B & C, æquales duobus angulis E & EFD, uterq; utrique nempe B ipſi E & C ipſi EFD; ſitque latus BC, quod angulis B & C adjacet, æquale lateri EF, quod adjacet angulis E & EFD. Dico, reliqua quoque latera, AB, AC, reliquis lateribus DE, DF, æqualia eſſe, utrumque utrique; & reliquum angulum A reliquo angulo D. Si enim AB non eſt æquale lateri DE, ſed DE majus; abſcindatur, *per 3. pri.* recta linea EG, æqualis ipſi AB, ducaturq; recta GF. Tum ſic. Latera AB, BC, æqualia ſunt lateribus GE, EF, utrumque utrique, ex conſtructione & ſuppoſitione; & anguli B & E æquales ſunt, ut ſupponitur; ergo, *per 4. pri.* angulus C eſt æqualis angulo EFG parti, & tamen ſupponebatur æqualis angulo EFD toti; quod eſt impoſſibile.

114



Sint *ſecundò* latera AB, DE, ſubtendentia æquales angulos C & EFD, inter ſe æqualia. Dico iterum, reliqua latera BC, CA, reliquis lateribus EF, FD, eſſe æqualia, utrumq; utrique, & reliquũ angulum A reliquo angulo D æqualem. Si enim BC non eſt æquale lateri EF, ſit EF majus, & abſcindatur, *per 3 pri.* EG æquale ipſi BC, ducaturque recta DG. Tum ſic. Latera AB, BC, æqualia ſunt lateribus DE, EG, utrumque utrique, & anguli contenti B, & E æquales, per hypotheſin; ergo, *per 4. pri.* angulus C æqualis eſt angulo EGD: ponitur autem angulus C æqualis angulo F; igitur & angulus EGD æqualis eſt angulo F, externus interno & oppoſito; quod eſt impoſſibile, & contra demonſtrata Propoſit. 16. hujus.

Corollarium.

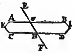
C*Olligitur hinc, etiam tota triangula quoad areas eſſe inter ſe æqualia*, per 4. primi.

Propoſitio XXVII. Theorema.

Si duas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquales inter ſe fecerit; parallelæ erunt inter ſe illæ duæ rectæ lineæ.

IN duas rectas AB, CD, incidens linea EF, faciat angulos alternatim AGH, DHG, inter ſe æquales. Dico; lineas AB, CD, eſſe parallelas. Si enim non ſunt parallelæ, concurrent tandem, ſi producantur in infinitũ. Si enim non concurrent unquam, parallelæ erunt, *per 34. Def.* Conveniant ergo ad partes B & D, in puncto I, & conſtituant cum linea incidente triangulũ GIH; in quo externus angulus AGH major eſt interno & oppoſito DHG, *per 16. pri.* & tamen ſupponitur eſſe eidem æqualis. Quòd ſi concurrant ad partes A & C, in puncto K, & conſtituant triangulum GHK, erit iterum externus angulus DHG major interno & oppoſito AGH, cui tamen æqualis ponebatur. Eadem eſt ratio ac demonſtratio, ſi ponantur anguli alterni BGH, CHG, æquales.

115



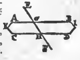
Propo-

Propoſitio XXVIII. Theorema.

Si in duas rectas lineas recta incidens linea, externum angulum interno, & oppoſito, & ad eaſdem partes, æqualem fecerit, aut internos, & ad eaſdem partes, duobus rectis æquales: parallelæ erunt inter ſe ipſæ rectæ lineæ.

IN duas rectas AB, CD, præſentis figuræ, recta incidens EF, faciat *primò* externum angulum EGA, æqualem inrerno, & oppoſito ad eaſdem partes GHC. Dico rectas AB, CD, eſſe parallelas. Quoniam enim

115



angulo EGH: æqualis ponitur angulus GHC, & eidẽ angulo EGA æqualis eſt *per 15. pri.* angulus HGB, erunt anguli alterni GHC, HGB, æquales, *per 1. Ax.* ideoque *per 27. hujus*, lineæ AB, CD, parallelæ ſunt; quod erat primò demonſtrandum. Idem oſtendetur, ſi angulus externus EGB, æqualis ponatur interno GHD.

Faciat *ſecundò* recta EF, angulos internos ex eadem parte, nempe AGH, CHG, duobus rectis æquales: Dico rurſus rectas AB, CD, parallelas eſſe. Quoniam enim anguli AGH, CHG, duobus rectis æquales ponuntur: ſunt autem & anguli AGE, AGH, *per 13. pri.* duobus rectis æquales: erunt duo anguli AGH, CHG, duobus angulis AGE, AGH, æquales: *per 1. Axio.* ablato ergo commum angulo AGH remanebit angulus AGE exrernus, angulo CHG interno, & oppoſito ad eaſdem partes, æqualis, *per 3. Ax.* ac proinde, ut jam oſtenſum eſt, erunt rectæ AB, CD, parallelæ. Idem oſtendetur, ſi duo anguli BGH, DHG, duobus rectis ponantur æquales.

Axioma 13. Eucl explicatur.

Ex poſteriore parte hujus Propoſitionis conſtat ſufficienter veritas Axiomatis 13. Euclidis, *ſi nimirum in duas rectas AB, CD, incidens recta EF, faciat internos & ad eaſdem partes angulos G, & H, duobus rectis minores, duas illas rectas non eſſe parallelas, ſed ſi producantur, concurrere ad partes GH, ubi ſunt anguli duobus rectis minores. Licet enim Proclus & alii merito è numero Axiomatum id rejiciant, quodiam revera non eſt ex ipſis terminis notum: poteſt tamen admitti ut*

116



evidenter deductum ex prædicta ſecundæ partis demonſtratione: ſi enim duæ rectæ, AB, CD, tunc ſunt parallelæ, quando recta linea EF incidens facit angulos internos duobus rectis æquales, eo quod tunc à ſe invicem ita ſunt divaricatæ, ut concurrere non poſſint verſus illas partes, ad quas ſunt recti anguli: ergo ſi facit eoſdem duobus rectis minores, neceſſario concurrere debent ad partes, ubi minores ſunt anguli, eo quod tunc minus à ſe invicem divaricentur quam antea: alioquin ſi æque divaricarentur ut antea, recta linea EF incidens faceret duos angulos internos duobus rectis æquales ut antea. Adhiberi ergo in poſterum poteſt Axioma illud 13. Euclidis, ſi non ut Axioma, ſaltem ut Theorema evidenter deductum ex demonſtratione: tametſi id aliter & multis demonſtrare conetur Proclus, Clavius, Tacquet, & alii.

Propoſitio XXIX. Theorema.

In parallelas rectas lineas recta incidens linea, & alternos angulos inter ſe æquales efficit: & externum interno, & oppoſito, & ad eaſdem partes æqualem: & internos, ac ad eaſdem partes, duobus rectis æquales.

REctæ AB, CD, præcedentis figuræ 115. ſint parallelæ, in eaſque incidat recta EF. Dico *primò*, angulos alternos AGH, DHG, inter ſe eſſe æquales. Si enim non ſunt æquales, ſed alteruter v. g. AGH, major eſt altero DHG: ergo ſi addatur communis angulus BGH, erunt, *per 4. Ax* duo anguli AGH, BGH, majores quam duo DHG, BGH: at duo AGH, BGH, ſunt æquales duobus rectis, *per 13. pri.* ergo duo DHG. BGH, minores ſunt duobus rectis, ideoque, *per 13. Axio.* lineæ AB, CD, ad partes B & D concurrent; quod eſt abſurdum, cum ponantur eſſe parallelæ

Dico *ſecundò* angulum externum AGE æqualem eſſe externo, & ad eaſdem partes oppoſito CHG. Quoniam enim angulo BGH, æqualis eſt alternus CHG, ut oſtenſum eſt, & eidem BGH æqualis eſt angulus AGE, *per 15. pri.* erunt & anguli AGE, CHG, inter ſe æquales, *per 1. Axio.*

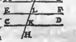
Dico *tertiò*, angulos internos ad eaſdẽ partes, AGH, CHG, æquales eſſe duobus rectis. Quoniam enim oſtenſum fuit angulum externum AGE, æqualem eſſe angulo interno CHE: ſi addatur communis AGH, erunt, *per 2. Ax.* duo anguli AGE, AGH, æquales duobus rectis, *per 13. pri.* ergo & hi.

Propoſitio XXX. Theorema.

Quæ eidem rectæ lineæ ſunt parallelæ, & inter ſe parallelæ ſunt.

SInt AB, CD, eidem rectæ EF, parallelæ. Dico, eaſdem AB, CD, eſſe etiam inter ſe parallelas. Nam ducta recta GH,

117



quia AB ponitur parallela ipſi EF, erit, *per 29. pri.* angulus AIL, alterno FLI, æqualis Rurſus quia CD ponitur eidem EF parallela, erit, *per eandem 29. pri* DKL, eidem angulo FLI æqualis, ac proinde *per 1. Axi.* erunt & anguli AIL, DKL, æquales inter ſe; ideoque & rectæ AB, CD *per 29. pri.* inter ſe parallelæ.

Propoſitio XXXI. Problema.

A dato puncto, datæ rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere.

EX puncto A, ducenda ſit linea FE, parallela lineæ BC. Ducatur ex A, ad BC, linea AD faciens angulum quemcunque ADB, conſtituaturque

Parallelā ducere alteri à dato puncto.

eſt rectæ C D, & dempta communi F E, remanebit *per 3. Axi.* A F ipſi E B æqualis: Eſt autem & A C æqualis ipſi E D: & angulus E angulo A: triangulumque F A C, triangulo B E D, Ergo addito communi trapezio C D E F, erit parallelogrammum C D E A, æquale parallelogrammo C D B F, *per 2. Axiom.*

Cadat *tertiò* punctum F ultra punctum E, ut in tertia figura ex tribus. Erunt rurſus, ut antea, rectæ A F, E B, æquales inter ſe, quia æquales ſunt eidem C D. Addita ergo communi E F, erit *per 2. Axi.* A F æqualis ipſi E B: eſt autem & A C ipſi E D æqualis *per 34. pri.* & angulus E angulo A *per 29. pri.* triangulumque F A C triangulo B E D, *per 4. pri.* Ablato ergo communi triangulo F E G, remanebit trapezium E A C G, trapezio B F G D æquale, *per 3. Axi.* & addito communi triangulo C G D, fiat *per 2. Axi* totum parallelogrammum C D E A, toti parallelogrammo C D B F æquale.

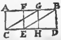
Dicuntur parallelogramma eſſe in eiſdem parallelis conſtituta, quando duo latera oppoſita ſunt partes parallelarum, ut in exemplis propoſitis cernitur.

Propoſitio XXXVI. Theorema.

Parallelogramma ſuper æqualibus baſibus, & in eiſdem parallelis conſtituta, inter ſe æqualia ſunt.

Parallelogramma ſuper æqualibus baſibus, & in eiſdem parallelis, æqualia ſunt.

SInt duo parallelogramma, A C E F, G H D B, ſuper æquales baſes C E, H D, & inter eaſdem parallelas A B, C D, conſtituta. 122



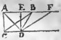
Dico, illa eſſe æqualia inter ſe quoad aream ſeu capacitatem. Nam ſi connectantur C E, G B, lineis rectis, fiatque parallelogrammum C E G B; erit huic æquale, *per 35. hujus*, tam A C E F, quam G H D B, ideoque, *per 1. Axi.* hæc duo erunt inter ſe æqualia.

Propoſitio XXXVII. Theorema.

Triangula ſuper eadem baſi conſtituta, & in eiſdem parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

Triangula ſuper eadem baſi, & in eiſdem parallelis, æqualia ſunt.

INter parallelas A B, C D, & ſuper baſin C D, ſint conſtituta duo triangula, A C D, B C D. Dico, ea triangula eſſe æqualia. 123



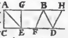
Ducatur enim per D, *per 31. pri.* recta D E parallela rectæ A C, & alia D F parallela rectæ C B, erunt, *per 35. pri.* parallelogramma A C D E, B C D F, æqualia: ſed horum dimidia ſunt triangula A C D, B C D, *per 34. pri.* Ergo & hæc ſunt inter ſe æqualia, *per 7. Axiom.*

Propoſitio XXXVIII. Theorema.

Triangula ſuper æqualibus baſibus conſtituta, & in eiſdem parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

Triangula ſuper æqualibus baſibus, & in eiſdem parallelis, æqualia ſunt.

INter parallelas A B, C D, & ſuper æquales baſes C E, F D, ſint cõſtituta triangula A C E, B F D. Dico, ea eſſe æqualia, Ducatur enim *per 31. pri.* E G parallela ipſi A C, & alia D H parallela ipſi G B: erunt parallelogramma A C E G, B F D H, æqualia, *per 36. pri.* 124

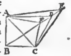


Cum igitur horum dimidia ſunt dicta duo triangula, *per 34. pri.* erunt & hæc inter ſe æqualia, *per 7. Axiom.*

Propoſitio XXXIX. Theorema.

Triangula æqualia ſuper eadem baſi, & ad eaſdem partes conſtituta, ſunt in eiſdem parallelis.

SInt duo triangula æqualia, A B C, D B C, ſuper eandem baſin B C, & ad eaſdem partes. Dico, ipſa eſſe inter eaſdem parallelas conſtituta, hoc eſt, ſi ducatur recta A D, ipſam eſſe parallelam rectæ B C. 125



Si enim non eſt, ducatur, *per 31. pri.* ex A parallela ipſi B C: quæ cadet vel ſupra A D vel infra. Si cadat ſupra A D, qualis eſt A E, ducaturque recta E C: Erit triangulum E B C æquale triangulo A B C, *per 37. pri.* eſt autem per hypotheſin eidem triangulo A B C æquale triangulum D B C: ergo, *per 1. pri Axi.* duo triangula E B C, D B C, æqualia erunt, totum parti. Si cadat infra A D, qualis eſt A F, ducaturque recta F C: erit, eandem ob cauſam, triangulum F B C æquale triangulo A B C, pars toti.

Propoſitio XL. Theorema.

Triangula æqualia ſuper æqualibus baſibus, & ad partes eaſdem conſtituta, ſunt in eiſdem parallelis.

SInt duo triangula A B C, D E F, ſuper baſes æquales B C, E F, & ad eaſdem partes conſtituta. Dico ea eſſe in eiſdem parallelis, hoc eſt, rectam ex A in D ductam, eſſe parallelam rectæ B F. 126



Si enim non eſt, ducatur parallela: quæ erit vel A G, vel A H: & in utrolibet caſu erit vel triangulum G E F, vel triangulum H E F, æquale triangulo A B C, *per 38. pri.* ac proinde & triangulo D E F: quorum utrumque eſt impoſſibile, & contra *9. Axioma.*

Propoſitio XLI. Theorema.

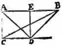
Si parallelogrammum cum triangulo eandem baſin habuerit, in eiſdemque fuerit parallelis; erit parallelogrammum duplum trianguli.

INter parallelas A B, C D, & ſuper baſin C D conſtituantur parallelogrammum A E C D, & triangulum C B D, Dico illud eſſe hujus duplum. *Parallelogrammum eſt duplum trianguli.*

habentis eandem baſin, & exiſtentis in eadem parallelis.

Nam ducta diametro A D, erunt triangula A C D, B C D, ſuper eadem baſi C D, æqualia inter ſe, *per 37. pri.* At parallelogrammum AE C D eſt duplum trianguli A C D, *per 34. pri.* Ergo & trianguli BCD duplum eſt *per 6. Axiom.*

127



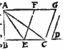
Propoſitio XLII. Problema.

Dato triangulo æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.

Triangulo æquale parallelogrammū conſtituere.

DAtum triangulum ſit ABC, & datus angulus rectilineus D, oporteatque conſtituere parallelogrammum æquale dicto triangulo, habens angulum æqualem angulo D. Baſis BC trianguli ſecetur bifariam in E *per 10. pri.* & ducatur A E. Fiat deinde angulus C E F æqualis angulo D, *per 23. pri.* ducaturque A F parallela baſi B C, *per 31. pri.* quæ ſecet E F in F: & alia CG parallela ipſi BF, & occurrens rectæ A F in G. Dico, parallelogrammum C E F G, habens angulum C E F æqualem angulo D, eſſe æquale triangulo ABC, quia tam ipſum parallelgrammum, quam triangulum ABC ſunt duplum trianguli AEC, *per 41. pri. & per 38. pri.* quæ autem ejusdem dupla ſunt, inter ſe æqualia ſunt, *per Axi.*

128.

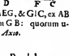


Propoſitio XLIII. Theorema.

In omni parallelogrammo complementa eorum parallelogrammorum, quæ circa diametrum ſunt, inter ſe æqualia ſunt.

IN parallelogrammo A B C D, ſunt circa diametrum AC, parallelogramma A E G H, C F G I: complementa verò eorum ſunt DFGH, & EBIG, *juxta 36. Def.* Dico, complementa hæc eſſe inter ſe æqualia. Nam triangula A B C, CDA, item triangula AEG, GHA; item triangula CFG; GIC, inter ſe æqualia ſunt, *per 34. pri.* ablatis autem A G H, & C F G, ex CDA, remanet complementum GD: & ablatis AEG, & GIC, ex AB C, remanet complementum G B: quorum unum eſt æquale alteri, *per 3. Axio.*

129



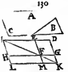
Propoſitio XLIV. Problema.

Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum applicare, in dato angulo rectilineo.

Triangulo æquale parallelogrammū applicare ad datam rectam lineam.

DAta recta linea ſit A, datū triangulū B, datus angulus rectilineus C, oporteatq; conſtituere parallelogrammum æquale triangulo B, habens angulum æqualem angulo C, & unum latus æquale rectæ A. Fiat, *per 42. pri.* parallelogrammum DEFG, æquale triangulo B, cum angulo F æquali angulo C, & ex D B protracta ſumatur E I, æqualis rectæ A, & ducta I F ſecet D G protractam in K, perficianturq; reliqua perallelogramma. Quibus factis, eſt complementum FHLM *per 43 pri.* æquale complemento DEFG, hoc eſt, triangulo B, & habet latus F H æquale ipſi E I, hoc eſt ipſi A, & angulum MFH æqualem angulu F, *per 15. pri.* hoc eſt, angulo C.

130



Propoſitio XLV. Problema.

Dato rectilineo æquale parallelogrammum conſtituere, in dato angulo rectilineo.

Rectilineo dato æquale parallelogrammū facere.

DAtum rectilineum ſit ABC, & datus angulus D, oporteatq; conſtituere parallelogrammum æquale rectilineo dato, quod habeat angulum æqualem angulo D. Diſtribuatur rectilineum in triangula A, B, C: ipſique A, fiat, *per 42. pri.* æquale parallelogrammum E F G H, habens angulum F angulo D æqualem: item ſuper rectam GH fiat parallelogrammum G H I K, æquale triangulo B, habens angulum G æqualem angulo D: Denique ſuper rectam IK fiat parallelogrammum IKLM, æquale triangulo C, habens angulum K æqualem angulu D. eritque factum quod jubetur. Nam tria parallelogramma ſimul æqualia ſunt rectilineo dato, & conſtituunt unum parallelogrammum; quod ſic probo. Duo anguli, F & HGK ſunt inter ſe æquales, *per 1 Ax.* quia uterque æqualis eſt angulo D; addito ergo communi HGF, erunt duo anguli EFG, HGF, æquales duobus H G F, H GK, *per 2. Ax.* Sed illi ſunt æquales duobus rectis, *per 29. pri.* ergo & hi duo ſunt æquales duobus rectis; ergo F G GK, efficiunt unam rectam lineam, *per 14. pri.* Eadem ratione oſtenditur, rectas EH, HI, conſtituere unam rectam lineam; nam duo anguli E H G, HIK, ſunt æquales duobus oppoſitis F, & HGK, *per 34. pri.* & conſequenter æquales inter ſe, ſicuti hi, cum igitur duo GHI, KIH, æquales ſint duobus rectis, *per 29. pri.* erunt & duo E H G, IHG, æquales duobus rectis, & *per 14. pri.* duæ rectæ EH, HI, conſtituent unam rectam lineam. Simili modo demonſtratur, duas rectas GK, KL, & alias duas HI, IM, conſtituere unam rectam. Cum igitur GH, ſit æqualis & parallela ipſi EF, & K I æqualis & parallela ipſi GH, & L M æqualis & parallela ipſi K I; erunt etiam EF, LM, æquales & parallelæ, *per 30. pri* & ſimiliter F L, E M, æquales & parallelæ erunt, *per 33. pri.* Parallelogrammum ergo eſt EMLF, & dato rectilineo A B C æquale, angulum habens æqualem dato angulo D.

131



Propo-

Propoſitio XLVI. Problema.

Super datam rectam lineam quadratum deſcribere.

Quadratum deſcribere ſuper datam rectam.

SIt deſcribendum quadratum ſuper datam AB. Erigantur, *per 11. pri.* duæ perpendiculares AD, BC, æquales ipſi AB, connectatur recta DC, quæ & ipſa, *per 33. pri.* æqualis & parallela erit ipſi AB, & angulis rectis A & B, erunt *per 34. pri.* æquales oppoſiti C & D, 132 & conſequenter figura ABCD erit æquilatera & rectangula, id eſt, quadratum, *per 29. Defin.*



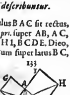
Praxin idem efficiendi dedimus lib. 1, cap. 4. art, 2. praxi 10.

Propoſitio XLVII. Theorema.

In rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum ſubtendente deſcribitur, æquale eſt eis, quæ à lateribus rectum angulum continentibus deſcribuntur.

IN triangulo ABC, angulus BAC ſit rectus, deſcribanturque, *per 46, pri.* ſuper AB, AC, BC, quadrata ABFG, ACHI, BCDE. Dico, quadratum BCDE, deſcriptum ſuper latus BC, quod angulo recto opponitur, æquale eſſe duobus quadratis ABFG, ACHI, quæ ſuper alia duo latera ſunt deſcripta, ſive hæc duo latera æqualia ſint, ſive inæqualia. Ducatur enim *per 31 pri.* recta AK, parallela ipſi BE, vel ipſi CD, ſecans BC in L, & jungantur rectæ AD, AE, CF, BH. Et quia duo anguli BAC, & BAG, ſunt recti: erunt rectæ GA, AC, una linea recta, *per 14. pri.* Eodemq; modo IA, AB, una recta linea erunt, Rurſus, quia anguli ABF, CBE, ſunt æquales, cum ſint recti: ſi addatur communis angulus ABC, fiet *per 2. Axiom.* totus angulus CBF, toti angulo ABE æqualis. Similiterq; totus angulus BCH, toti angulo ACD. Quoniam igitur latera AB, BE, trianguli ABE, æqualia ſunt lateribus FB, BC, trianguli FBC, utrumque utrique, ut conſtat ex definitione quadrati: ſunt autem & anguli ABE, FBC, contenti hiſce lateribus æquales, ut oſtendimus; Erunt triangula ABE, FBC, æqualia, *per 4. pri.* Eſt autem quadratum ſeu parallelogrammum ABFG, duplum trianguli FBC. *per 41. pri.* cum ſint inter parallelas BF, CG, & ſuper eandem baſin BF: Et parallelogrammum BEKL, duplum trianguli ABE, quod ſint inter parallelas BE, AK, & ſuper eandem baſin BE. Quare æqualia erunt, *per 6. Axi.* quadratum ABFG, & parallelogrammum BEKL. Eadem ratione oſtendetur, æqualia eſſe quadratum ACHI, & parallelogrammum CDKL: erunt enim rurſus triangula ACD, HCB, æqualia, ideoque & eorum dupla, parallelogrammum videlicet CDKL, & quadratum ACHI. Quamobrem totum quadratum CBDE, quod componitur ex duobus parallelogrammis BEKL, CDKL æquale eſt duobus quadratis ABFG, ACHI. In rectangulis ergo triangulis, quadratum, &c, quod demonſtrandum erat.

133



Summi momenti & frequentiſſimi uſus eſt in tota Matheſi hæc propoſitio; ideo bene intelligenda. [illegible]oniam nemo ordinatius eam demonſtrat quam [illegible]ius, ideo ejus fere verba adnumeravi.

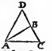
Propoſitio XLVIII. Theorema.

Si quadratum quod ab uno laterum trianguli deſcribitur, æquale eſt eis quæ à reliquis trianguli lateribus deſcribuntur; angulus comprehenſus ſub reliquis duobus lateribus, rectus eſt.

IN triangulo ABC, quadratum lateris AC ſit æquale quadratis reliquorum laterum BA, BC. Dico, angulum ABC eſſe rectum. Erigatur enim ex puncto B, ſuper BA, perpendicularis BD, & æqualis rectæ BC, connectaturq; recta DA: erit, *per 47. pri* quadratum AD æquale quadratis AB, BD, hoc eſt, quadratis AB, BC: atque adeo quadrato AC: & ideo AD erit æqualis ipſi AC: & quia duo latera, AB, BD, ſunt æqualia duobus lateribus AB, BC: erit, *per 8. pri.* angulus ABD, æqualis angulo ABC, ac proinde ut ille, ita hic rectus.

Pythagorica propoſitio.

134



EUCLIDIS ELEMENTUM SECUNDUM.

IN hoc agit Euclides de potentiis linearum rectarum, inquirendo quanta ſint quadrata partium cujusvis lineæ rectæ diviſæ, & parallelogramma rectangula ſub partibus ejusdem lineæ diviſæ comprehenſa. Brevis quidem, ſed utiliſſimus eſt liber. Præmittuntur duæ.

DEFINITIONES.

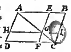
I.

OMne parallelogrammum rectangulum contineri dicitur ſub rectis duabus lineis, quæ rectum comprehendunt angulum. *Duo tantum ſunt parallelogramma rectangula, quadratum, & altera parte longius. Utrumque definivimus lib. 1. cap. 3. a. 4. nu. 8. Utrumque contineri dicitur ſub duabus lineis angulum rectum efficientibus, v. g. ſub lineis AB, & AD, conſtituentibus angulum rectum DAB, quia illis lineis & angulo recto adſignatis, ſufficienter adſignatur tota longitudo parallelogrammi: unde & oriri dicitur ex ductu unius hujusmodi linearum in aliam.*



In omni parall:logrammo ſpatio, unumquodlibet eorum, quæ circa diametrum illius ſunt parallelogrammorum, cum duobus complementis, Gnomon vocetur. *Sic in parallelogrammo ABCD, diviſo in alia quatuor, modo explicato libro præcedente Propoſit. 43. duo complementa DHGF, EBIG, una cum GICF, conſtituunt gnomonem; ſic dictum, ob ſimilitudinem quam habet cum Norma rectangula, de qua lib. 1. cap. 4. a. 1. praxi 4. in Sexto Modo.*

129.



Annotatio.

Rectangulum quid ſit apud Mathematicos.

M*Athematici cum Euclide in hoc libro, & aliis ſequentibus, appellant parallelogrammum rectangulum ſimpliciter & ſine addito rectangulum. Et ne toties eadem littera repeti debeant, ſolent omne parallelogrammum, etiam non rectangulum, exprimere duabus duntaxat litteris, quæ per diametrum in eo opponuntur. Sic præcedens parallelogrammum integrum appellant AC, vel BD: quatuor vero partialia illa appellant AG, EI, IF, ID, ſive HE, GB, GC, HF.*

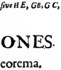
PROPOSITIONES.

Propoſitio I. Theorema.

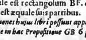
Si fuerint duæ rectæ lineæ, ſeceturque ipſarum altera in quotcunque ſegmenta; rectangulum comprehenſum ſub illis duabus rectis lineis, æquale eſt iis, quæ ſub inſecta & quolibet ſegmentorum comprehenduntur, rectangulis.

SInt duæ rectæ GB, & BC, quarum BC ſecetur quomodocunque in quotlibet ſegmenta BD, DE, EC; at GB maneat inſecta. Dico, rectangulum ſub GB, & BC comprehenſum, æquale eſſe omnibus rectangulis ſimul ſumptis, quæ ſub linea GB indiviſa, & quolibet ſegmento comprehenduntur, nempe rectangulo ſub GB & BD, item ſub GB & DE, item ſub GB & EC comprehenſis. Si enim fiat ex GB inſecta & BD ſecta in punctis D &, E rectangulū BF, & ex punctis D & E erigantur DH, EI, parallelæ lateri GB; diſtribuitor rectangulum BF in rectaogula BH, DI, EF, quorum primum continetur ſub GB & BD, ſecundum ſub HD, id eſt, GB (nam HD eſt æqualis ipſi GB) & DE, tertium ſub IE, id eſt, GB, & EC. His autem tribus ſimul ſumptis æquale eſt rectangolum BF. quia, *per* 19. *Ax.* totum eſt æquale ſuis partibus.

125



Pleraque Propoſitiones hujus libri poſſunt applicari numeris. Sit itaque in hac Propoſitione GB 6 partium, & BC 10. Si 6 ducantur in 10, fiunt 60. Secetur BC in BD 5, DE 4, EC 1: ſi 6 ducantur in 5, in 4, in 1, fiunt 30, 24, 6, quæ ſimul faciunt 60 ut antea.



Propoſitio II. Theorema.

Si recta linea ſecta ſit utcunque rectangula quæ ſub tota & quolibet ſegmentorum comprehenduntur, æqualia ſunt ei, quod à tota ſit, quadrato.

REcta linea AB dividatur utcunque duas in partes AC, CB. Dico, duo rectangula comprehenſa ſub tota AB, & ſegmentis AC, CB, ſimul ſumpta, æqualia eſſe quadrato totius lineæ AB. Fiat enim, *per* 46. *pri.* ſuper AB quadratum AD, & ex C ducatur CF parallela rectæ AE, vel BD: dividetur quadratum AD in rectangulum AF contentum ſub EA, AC, hoc eſt, ſub AB, AC: & in rectangulum CD contentum ſub FC, CB, hoc eſt, ſub AB, CB, ideoque quia, *per* 19. *Ax.* totum eſt æquale ſuis partibus, erit quadratum AD æqnale dictis duobus rectangulis.

136



Si numerus 10 dividatur in 7 & 3, numerus quadratus 100, erit æqualis numeris 70 & 30.

Propoſitio III. Theorema.

Si recta linea ſecta ſit utcunque; rectangulum ſub tota & uno ſegmentorum comprehenſum, æquale eſt illi rectangulo quod ſub ſegmentis comprehenditur, & illi quadrato quod à prædicto ſegmento deſcribitur.

LInea recta AB diviſa ſit utcunqun in C. Dico, rectangulum comprehenſum ſub tota AB, & otrovis ſegmeoto, ut AC (ſive hoc ſegmentum majus ſit, ſive minus) æquale eſſe rectangulo ſub ſegmentis AC, CB comprehenſo, & quadrato prioris ſegmenti aſſumpti AC. Fiat enim rectangulum AF, cujus latus EA æquale ſit ſegmento AC, erit hoc rectangulum comprehenſum ſub tota AB, & uno ſegmentorum. Ducatur deinde ex C, recta CD parallela rectæ AE, vel BF: dividetur prædictum rectangulum AF, in quadratulum AD, deſcriptum ſuper ſegmento AC: & in rectangulum CF comprehenſum ſub DC, CB, hoc eſt, ſub AC, CB: eſt autem rectangulum AF æquale quadrato AD, & rectaogulo CF, *per* 19. *Ax.* ergo, &c.

137



Numerus 10. dividatur in 7 & 3, productum ex 10, in 7, nempe 70. eſt æquale producto ex 7 in 3, id eſt 21, & ex 7 in 7, id eſt, 49.

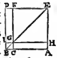
Propoſitio IV. Theorema.

Si recta linea ſecta ſit utcunque; quadratum quod à tota deſcribitur, æquale eſt & illis, quæ à ſegmentis deſcribuntur, quadratis, & ei, quod bis ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo.

REcta AB diviſa ſit utcunque in C. Dico quadratum totius AB, æquale eſſe quadratis ſegmen-

ſegmentorum A C, C B, & rectangulo compre- henſo bis ſub ſegmentis A C, C B. deſcribatur enim ſuper A B, quadratum A D, ducatúrque diameter BE. Deinde ex C erigatur C F, parallela rectæ B D, ſecans diametrum in G puncto, per quod rurſus ducatur H I, parallela rectæ A B. Erit quadratum A D diviſum in quatuor parallelogramma, ut patet; quibus omnibus ſimul æquale eſt quadratum A D, *per 19 Axi.*

138



Dico nunc *primo*, H F, C I, eſſe quadrata ſegmentorum A C, C B. Nam trianguli A B E, latera A B, A E, æqualia ſunt, quoniam ſunt latera quadrati: ergo, *per 2. Coroll. 32. pri.* anguli A E B, A B E, ſunt ſemirecti: ſed iſtis ſunt æquales anguli C G B, H G E, *per. 29. pri.* ergo omnes quatuor ſunt æquales, *per 12. Axi.* ergo *per 6. pri.* latera H G, H E, & C G, C B, æqualia ſunt inter ſe, atque adeo, H F eſt quadratum rectæ H G quæ *per 34. pri.* eſt ſegmento A C æqualis: & C I eſt quadratum ſegmenti C B. Dico *ſecundo*, duo rectangula A G, G D, contineri ſub iiſdem ſegmentis A C, C B. Nam A G continetur ſub A C, & C G, quia C G æqualis eſt ipſi C B: & G D continetur ſub C F, & G I, quarum C F eſt æqualis G H, hoc eſt, ſegmento A C: & G I eſt æqualis ſegmento C B, ut manifeſtum eſt *ex 34. pri.*

Corollarium.

Parallelogrãmma circa diametrũ quadrati ſunt quadrata.

Hinc manifeſtum eſt, parallelogramma circa diametrum quadrati eſſe quadrata, ut patet in H F, & C I.

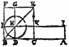
Si numerus 10. dividatur in 7 & 3, quadratum totius, quod eſt 100, æquale eſt duobus quadratis ſegmentorum, quæ ſunt 49, & 9. & numero 21 bis ſumpto, qui ex multiplicatione 7 in 3 procreatur.

Propoſitio V. Theorema.

Si recta linea ſecetur in æqualia, & non æqualia; rectangulum ſub inæqualibus ſegmentis totius comprehenſum, una cum quadrato quod ab intermedia ſectionum fit, æquale eſt ei quadrato, quod à dimidia deſcribitur.

Recta A B dividatur bifariam in C, & nõ bifariam in D, ut ſectionũ intermedia ſit C D. Dico, rectangulum ſub ſegmentis inæqualibus A D, D B comprehenſum, una cum quadrato intermediæ ſectionis C D, æquale eſſe quadrato dimidiæ C B. Deſcribatur enim quadratum C F ſuper dimidia C B, & ducta diametro B E, erigatur D G parallela ipſi C E vel B F, ſecans diametrum

193



in H, & per H ducatur I L parallela & æqualis rectæ B A, connectatúrque A L. Erit, *per Coroll. præcedentis*, K G quadratum ſectionis intermediæ C D, quoniam in conſtitutione K H eſt æqualis C D: & D I, erit quadratum ſegmenti D B; & rectangulum A H erit comprehenſum ſub inæqualibus ſegmentis A D, D B, eo quod D H ſit æqualis D B. Probo nunc, hoc rectangulum A H, una cum quadrato K G, æquale eſſe quadrato C F. Nam complementum H C, eſt *per 43. pri.* æquale complemento H F, ergo adjecto cõmuni D I, rectangulum G B eſt æquale rectangulo B K, *per 2. Axi.* Sed B K eſt æquale ipſi K A, *per 35. pri.* ergo K A, G B, ſunt æqualia, *per 1. Axi.* ergo adjecto communi C H, erit A H æquale gnomoni G B K, *per 2. Axi.* & rurſus addito communi quadrato K G, erit A H una cum quadrato G K, æquale toti quadrato C F, quod componitur ex gnomone G B K, & quadrato K G.

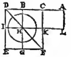
Numerus 10. dividatur æqualiter in 5, & 5, inæqualiter in 7 & 3, ita ut medius numerus interſectionis ſit 2. Numerus 21 ex 7 in 3 productus, una cum 4, quod eſt quadratum intermedii numeri 2, eſt æqualis numero 25, quod eſt quadratum dimidii numeri 5.

Propoſitio VI. Theorema.

Si recta linea bifariam ſecetur, & illi recta quædam linea in directum adjiciatur, rectangulum comprehenſum ſub tota cum adjecta, una cum quadrato à dimidia, æquale eſt quadrato à linea, quæ tum ex dimidia, tum ex adjecta componitur tanquam ab una, deſcripto.

Recta A B ſecetur bifariam in C, & ei in rectum adjiciatur B D. Dico, rectangulum cõprehenſũ ſub tota compoſita A D, & adjecta B D, una cum quadrato dimidiæ C B, æquale eſſe quadrato lineæ C D, quæ ex dimidia C B, & adjecta B D, componitur. Fiat conſtructio ſimilis præcedenti, & ut figura

140



monſtrat: erunt, *per Coroll. 4. hujus* B I, K G, quadrata: ideoque recta D I rectæ B D æqualis: itemque recta K H rectæ C B æqualis: quare rectangulum A I comprehendetur ſub rectis A D, D B: & K G erit quadratum rectæ C B. Oſtendo nunc, rectangulum A I; una cum quadrato K G, æquale eſſe quadrato C E. Nam rectangula C L, C H, æqualia ſunt, *per 35. pri.* & C H, H E æqualia, *per 34. pri.* ergo C L æquale eſt H E, *per 1. Axi.* adjectoque communi C H, totum A I æquale eſt gnomoni G I B K: Sed hic unà cum quadrato K G, æquivalet quadrato C E *per 19 Axi.* ergo & A I una cum eodem quadrato K G, æquivalet eidem C E.

Secetur numerus 10. bifariam in 5 & 5, addatúrque ei numerus 2, ut fiat totus numerus 12. Numerus 24, qui producitur ex toto numero compoſito 12, ducto in adjectum 2, una cum 25, quadrato dimidii numeri, eſt æqualis numero 49, qui eſt quadratum numeri 7, compoſiti ex dimidio 5. & adjecto 2.

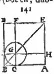
Propoſitio VII. Theorema.

Si recta linea ſecetur utcunque; quod à tota, quodcunque ab uno ſegmentorum, utraque ſimul quadrata, æqualia ſunt & illi rectangulo, quod bis ſub tota & dicto ſegmento comprehenditur, & illi quadrato quod à reliquo ſegmento fit.

Recta A B ſecetur utcunque in C. Dico, quadratum totius A B. nimirum A D unà cum quadrato ſegmenti v. g. A C, hoc eſt, unà

cum quadrato HF, æquale eſſe rectangulo comprehenſo ſub AB, AC, bis ſumpto (hoc eſt, duobus rectangulis AF, HD) una cum quadrato CI reliqui ſegmenti CB. Nam duo rectangula AF, HD, ſunt æqualia gnomoni CHEFI, & quadrato HF, ut patet, ergo addito quadrato CI erunt duo rectangula AF, HD & quadratum CI, æqualia gnomoni prædicto, & duobus quadratis HF, CI. Sed gnomon & quadratum CI, faciunt quadratum AD, ergo quadrata AD, HF, ſunt æqualia duobus rectangulis AF, HD, & quadrato CI.

141



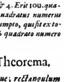
Dividatur numerus 10, in 6 & 4. Erit 100. quadratus numerus totius, & 36. quadratus numerus partis 6, æqualis numero 60 bis ſumpto, qui fit ex toto 10. in partem 6, una cum 16 quadrato numero alterius partis 4.

Propoſitio VIII. Theorema.

Si recta linea ſecetur utcunque; rectangulum quater comprehenſum ſub tota, & uno ſegmentorum, cum quadrato quod à reliquo ſegmento fit, æquale eſt quadrato quod ex tota, & dicto ſegmento, tanquam ab una lineo deſcribitur.

SIt recta AB diviſa in C utcunque, eique adjiciatur BD æqualis ipſi CB v. g. (poteſt eidem adjici æqualis ipſi AC,) & ſupra totam AD fiat quadratum AE, quod dividatur in minora rectangula modo ſimili præcedentibus, prout figura monſtrat. Dico, quadratum totius AD, æquale eſſe quatuor rectangulis comprehenſis ſub AB, & BC, ſeu BD, & quadrato reliqui ſegmenti AC. Nam AE eſt quadratum totius AD: OI, NQ, BM ſunt qoadrata, *per coroll. 4. hujus*, & OI quidem eſt quadratum ſegmenti AC, quoniam OK æqualis eſt AC reliqua duo ſunt quadrata ſegmenti CB, aut BD, qualia etiam ſunt quadrata CH, & HP. Unde conſtat, AH eſſe rectangulum comprehenſum ſub AB, BC, quia BH eſt æqualis BC. Alterum rectangulum huic æqoale, eſt LQ, quia continetur ſub LH, HQ, quæ ſunt æquales ipſis AB, BC, ut patet. Tertium rectangulum his æquale, eſt HE, contentum ſub HG, HM, quæ etiam ſunt æquales eiſdem AB, BC, quoniam HQ eſt æqualis BC, & QG eſt æqualis CA, & tota HG toti AB, & HM æqualis eſt ipſi BD, hoc eſt BC. Quartum denique rectangulum prioribus æquale, conſtituunt KG, BM, ſimul quia KG eſt æquale QE, *per 36. pri.* & quadratum BM eſt æquale quadrato HP. Cum igitur hæc quatuor rectangula conſtituant gnomonem IED AO, qui cum qoadrato OI facit totum quadratum AE, manifeſtum eſt, totum quadratum AE, æquale eſſe quatuor rectangulis AB, BC, & quadrato ſegmenti AC.

142



Secetur numerus 10 in 6 & 4. Numerus 240, qui fit ex toto 10 in partem 6 quater dicto, unà cum 16 quadrato numero alterius partis 4, hoc eſt, numerus 256. æqualis eſt numero quadrato numeri 16, qui componitur ex dato numero 10, & dicta parte 6.

Propoſitio IX. Theorema.

Si recta linea ſecetur in æqualia, & non æqualia, quadrata quæ ab inæqualibus totius ſegmentis fiunt, duplicia ſunt & ejus quod à dimidia, & ejus quod ab intermedia ſectionum fit, quadrati.

REcta AB ſecetur biſariam in C, & non biſariam in D. Dico, quadrata ſegmentorū inæqualium AD, DB, dupla eſſe quadratorū quæ fiunt ex dimidia AC, & ex intermedia ſectionum CD. Fiat enim CE perpendicularis ad AB, & æqualis CA, vel CB, ducanturque rectæ AE, EB, Deinde ex D ducatur quoq; ad AB perpendicularis DF, ſecans EB in F, & ab F ducatur FG parallela ipſi AB, fiatque recta FA. Erunt itaque triangula ACE, ECB, iſoſcelia rectangula, quoniā CA, CE, ut & CB, CE, æquales ſont ex conſtructione. & anguli ad C, recti: ergo *per 2. Coroll. 32. pri.* quatuor anguli ad baſes AE, BE, ſemirecti ſunt, & conſequenter totus angulus AEB rectus Rurſus triangula FDB, FGE; rectangula ſunt, quoniam FD eſt perpendicularis ad AB, & FG perpendicularis ad EC: & quia anguli DBF, GEF ſunt ſemirecti, ut oſtenſum fuit: erunt, *per 32. pri.* & reliqui DFB, GFE, ſemirecti, & *per 6 pri.* DF erit æqualis DB. & EG æqualis GF, vel CD, quoniā CF eſt parallelogrammum ex conſtructione facta. Oſtendo nunc, quadrata AD, & DB, ſeu DF, eſſe duplicia quadratorum AC, & CD. Nam, *per 47. pri.* quadratum rectæ AE, eſt æquale quadratis CA, CE, & conſequenter duplum quadrati AC, & quadratum EF, eſt æquale quadratis FG, GE, & cōſequenter duplū quadrati GF, ſeu CD, ergo duo quadrata AE, EF, dupla ſunt duorum quadratorum AC, CD: & quia quadratum AF æquale eſt quadratis AE, EF, ideo & quadratum AF duplū eſt quadratorum AC, CD: ſed quadrato AF æqualia ſunt quadrata AD, DF, ſeu DB: ergo & quadrata AD, DB ſunt dupla quadratorum AC, CD, quod demonſtrandum erat.

143



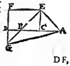
Dividatur numerus 10. æqualiter in 5 & 5, & inæqualiter in 7 & 3, ut intermedia ſectio ſit 2. Quadrati numeri 49 & 9, partium inæqualium 7 & 3, dupli ſunt quadratorum 25 & 4, ſeu dimidii numeri 5, & intermedii 2.

Propoſitio X. Theorema.

Si lineo recta ſecetur biſariam, adiiciaturque ei in rectum quæpiam recta linea; quadrata quæ fiunt à tota cum adjuncta, & ab adjuncta tantum, duplicia ſunt quadrati quod à dimidia, & quadrati quod à compoſita ex dimidia & adjuncta fit.

SEcetur recta AB biſariam in C, & ei in rectum addatur BD. Dico, duo quadrata rectarum AD, & BD, dupla eſſe quadratorū ex AC, CD deſcriptorum. Erigatur enim ex C recta CE, perpeodicularis ad AD, & æqualis ipſi AC, vel CB: & jungantur rectæ AE EB. Deinde per D educatur

144



DF,

DE, ipſi CE parallela, occurrens rectæ EB protractæ in G, & per E ducatur rectæ CD parallela EF, ſecans DF in F: jungaturque tandem recta AG. Erit Angulus AEG rectus, ut in præcedente oſtenſum fuit, & CEB ſemirectus, ideoque & ejus alternus EGF ſemirectus, *per 29. pri.* Et quia angulus F rectus eſt ex conſtructione; erit & angulus GEF ſemirectus, *per 32. pri.* ac propterea, *per 6. pri.* rectæ EF, FG æquales Eadem ratione oſtenditur, rectas DB, DG, eſſe æquales, quoniam angulus D rectus eſt, & angulus DGE ſemirectus, ut oſtenſum fuit, ideoque & DBG ſemirectus eſt, ac propterea, *per 6. pri.* latera DB, DG æqualia. Jam ſic; Quadratum AE, *per 47. pri* eſt duplum quadrati AC, & quadratum EG duplum quadrati EF, hoc eſt, quadrati CD (eſt enim CF parallelogrammum ex conſtructione facta) Ergo duo quadrata AE, EG, dupla ſunt quadratorum AC, CD. Sed duobus quadratis AE, EG, æquale eſt quadratum AG; & huic æqualia ſunt quadrata AD, DG, hoc eſt, AD, DB. ergo & hæc duo quadrata AD, DB, dupla ſunt duorum quadratorum AC, CD; quod oſtendendum erat.

Numerus 10. biſariam ſecetur in 5 & 5. eique adjiciatur numerus, v. g. 3. ut totus compoſitus ſit 13, compoſitus vero ex dimidio & adjuncto ſit 8. Quadrati numeri, 169, & 9 horum numerorum 13 & 3, dupli ſunt numerorum quadratorum 25, & 64, qui ex his numeris, 5, & 8. gignuntur.

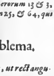
Propoſitio XI. Problema.

Datam rectam lineam ita ſecare, ut rectangulum ſub tota & altera ſegmentarum comprehenſum, æquale ſit quadrato quod à reliqua ſegmento ſit.

Lineam rectam media & extrema ratione ſecare

DAta ſit recta AB, quam oporteat dicta ratione ſecare Super AB fiat quadratum AC: & diviſo latere AD biſariam in E, ducatur recta EB: cui ex EA protracta ſumatur æqualis EF, & ipſi AF fiat æqualis AG. Dico rectam AB ſectam eſſe in G ita, ut rectangulum comprehenſum ſub AG, & BG, æquale ſit quadrato rectæ AG. Ducatur enim per G, recta HI parallela rectæ DF: & per F ducatur FH parallela ipſi AG. Erit rectangulum AH quadratum, cum omnia ejus latera ſint, *per 34. pri.* æqualia: rectangulum CG erit comprehenſum ſub AB, & ſegmento BG, quia AB eſt æqualis ipſi CB. Probo nunc, rectangulum CG, & quadratum AH, eſſe æqualia. Recta DA diviſa eſt biſariam in E, & ei addita in rectum AF: ergo *per 6. hujus*, rectangulum ſub DF, FA, hoc eſt, rectangulum DH, una cum quadrato dimidiæ AE, æquale eſt quadrato rectæ EF, hoc eſt, quadrato rectæ EB, quæ rectæ EF æqualis eſt: Sed quadratum rectæ EB, eſt æquale, *per 47. pri.* quadratis rectarum AE, AB: ergo dempto communi quadrato rectæ AE, remanet rectangulum DH æquale quadrato rectæ AB, hoc eſt, quadrato AC; ergo ablato rurſus communi rectangulo AI, remanet rectangulum GC æquale quadrato AH

145



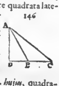
Hoc theorema non poteſt applicari numeris, quia dividi nullus numerus poteſt in duos, ut numerus productus ex toto in alteram partem, æqualis ſit quadrato alterius partis, ut demonſtrat Clavius ad Propoſit. 14. libri 9. Euclidis, & ad propoſit. 27. ejuſdem libri.

Propoſitio XII. Theorema.

In amblygoniis triangulis, quadratum quod ſit à latere angulum obtuſum ſubtendente, majus eſt quadratis quæ ſiunt à lateribus obtuſum angulum comprehendentibus, rectangulo bis comprehenſo, & ab uno laterum quæ ſunt circa obtuſum angulum, in quod cum protractum fuerit, cadit perpendicularis, & ab aſſumpta exterius linea ſub perpendiculari prope angulum obtuſum

IN triangulo ABC, ſit angulus B obtuſus, ita ut perpendicularis AD, *per 2. Coroll. 17. pri.* cadat extra triangulum in latus CB protractum. Dico, quadratum lateris AC, excedere quadrata laterum AB, BC, gemino rectangulo ſub CB, BD comprehenſo; hoc eſt, quadratum lateris AC æquale eſſe duobus quadratis laterum AB, BC, una cum rectangulo ſub CB, BD, bis comprehenſo. Cum enim CD diviſa ſit in B utcumque erit; *per 4. hujus*, quadratum rectæ CD æquale quadratis rectarum CB, BD, & gemino rectangulo ſub CB, BD comprehenſo: addito igitur communi quadrato rectæ AD, erunt duo quadrata CD, DA, æqualia tribus quadratis CB, BD, DA, & rectangulo comprehenſo bis ſub CB, BD: & conſequenter quadratum AC, quod *per 47. pri.* æquale eſt duobus quadratis CD, DA, erit æquale iiſdem tribus quadratis CB, BD, DA, & gemino rectangulo CB, BD: cum tamen quadrata rectarum CB, BA, ſunt ſolum æqualia tribus quadratis CB, BD, DA, (quoniam quadratum BA æquale eſt duobus BD, DA, *per 47. pri*)

146

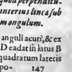


Propoſitio XIII. Theorema.

In oxygoniis triangulis, quadratum à latere angulum acutum ſubtendente minus eſt quadratis quæ ſiunt à lateribus acutum angulum comprehendentibus, rectangulo bis comprehenſo & ab uno laterum quæ ſunt circa acutum angulum, in quod perpendicularis cadit, & ab aſſumpta interius linea ſub perpendiculari prope acutum angulum.

IN triangulo ABC ſint omnes anguli acuti, & ex A demiſſa perpendicularis AD cadat in latus BC. *per 2. Coroll. 17. pri.* Dico, quadratum lateris AB, quod acuto angulo C opponitur, minus eſſe quadratis laterum AC, CB, circa dictum angulum acutum C, rectangulo bis comprehenſo ſub BC, CD, hoc eſt quadratum lateris AB, una cum rectangulo bis comprehenſo ſub BC, CD, æquale eſſe duobus quadratis laterum AC, CB. Nam quia recta BC diviſa eſt in D

147



utcunq;

utcunq; erunt *per 7. ſec.* quadrata rectarum BC, CD, æqualia rectangulo comprehenſo bis ſub BC, CD, & quadrato rectæ BD: Ergo addito quadrato DA, erunt tria quadrata, BC, CD, DA, vel duo BC, CA (nam quadratum CA æquivalet quadratis CD, DA, *per 47. pri.*) æqualia rectangulo geminato rectarum BC, CD, & duobus quadratis BD, DA: Sed his duobus BD, DA æquale eſt quadratum AB: Ergo ſolum quadratum AB minus eſt duobus quadratis BC, CA, prædicto gemino rectangulo BC, CD.

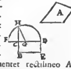
Quod Euclides demonſtrat in oxygoniis triangulis, verum etiam eſt in rectangulis, & ambygoniis, in quibus neceſſario duo reliqui ſunt acuti, per 17. vel 32. pri. *In his tamen demitti debet perpendicularis ab angulo recto, vel obtuſo, ut cadat intra triangulum.*

Propoſitio XIV. Problema.

Dato rectilineo æquale quadratum conſtituere.

SIt datum rectilineum A, cui quadratum æquale conſtituendum eſt. Conſtituatur, *per 42. vel 45. pri.* dicto rectilineo æquale parallelogrammum rectangulum BCDE, cujus unum latus, ut CD, producatur ad F, ſitque CF æqualis rectæ CB, & tota DF dividatur bifariam in G, ex quo velut centro deſcribatur circa totam DF ſemicirculus, eumque ſecet BC protracta in H, & ducatur GH. Dico, quadratum CH æquale eſſe rectangulo DB, & conſequenter rectilineo A. Nam quia recta DF dividitur bifariam in G, & non bifariam in C; erit *per 5. ſec.* rectangulum comprehenſum ſub DC, CF, hoc eſt, rectangulum DB, una cum quadrato GC, æquale quadrato GF, hoc eſt, quadrato GH. Sed huic, *per 47. pri.* æqualia ſunt quadrata GC, CH, Ergo hæc duo quadrata ſunt æqualia dicto rectangulo DB, & quadrato GC; Ergo dempto communi quadrato GC, remanet quadratum CH æquale rectangulo DB, hoc eſt, rectilineo A.

148



EUCLIDIS ELEMENTUM TERTIUM.

IN eo tractat Euclides de proprietatibus fundamentalibus circuli. Utilis eſt ad chordarum & arcuum præciſionem in circulis, & ad totam Aſtronomiam. Ero in demonſtrationibus ſequentibus brevior, quam in præteritis; & ſæpe brevitatis cauſa omittam citationes Axiomatum & Definitionum ex Primo lib. Elem.

DEFINITIONES.

I.

Circuli æquales quorum diametri æquales.

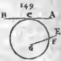
ÆQuales circuli ſunt, quorum diametri ſunt æquales; vel quorum, quæ ex centris, rectæ lineæ ſunt æquales. *Inæquales ergo circuli ſunt, quorum diametri vel ſemidiametri inæquales; majorque aut minor ille, cujus diameter vel ſemidiameter major aut minor eſt.*

II.

Linea tangens circulum quænam?

Recta linea circulum tangere dicitur, quæ cum circulum tangat, ſi producatur, circulum non ſecat. *In appoſita figura, recta AB tangit circulum in C, at recta EG ſecat eundem in F.*

149

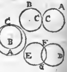


III.

Circuli tangentes ſe.

Circuli ſe mutuo tangere dicuntur, qui ſe ſe mutuo tangentes, ſeſe mutuo non ſecant. *In appoſitis figuris, circuli A & B tangunt ſe mutuo in C: at circuli D & E, ſecant ſe mutuo in F & G.*

150



IV.

Lineæ æqualiter diſtantes à centro circuli quænam.

In circulo æqualiter diſtare à centro rectæ lineæ dicuntur, cum perpendiculares, quæ à centro in ipſas ducuntur, ſunt æquales. Longius autem abeſſe illa dicitur, in quam major perpendicularis cadit. *In præſenti figura rectæ BC, DE, diſtant æqualiter a centro A, ſi perpendiculares AH, AI, ſunt æquales: ut FG diſtat magis, ſi AK major eſt quam AH, aut AI.*

151



V.

Circuli ſegmentum.

Segmentum circuli eſt figura, quæ ſub recta linea, & circuli peripheria comprehenditur. *In figura appoſita, tam ADC, quam ABC, eſt ſegmentum circuli, quorum hoc majus, aliud minus dicitur. Vide quæ diximus lib. 1. cap. 3. a. 3. num. 10.*

20 ·



VI.

Angulus ſegmenti circuli.

Segmenti autem angulus eſt, qui ſub recta linea & circuli peripheria comprehenditur. *Tales ſunt in præcedenti figura anguli mixtilinei DAC, DCA; item BAC, BCA; quorum hi dicuntur anguli ſegmenti majoris, illi vero anguli ſegmenti minoris.* Quod ſi ſegmentum fuerit ſemicirculus, dicetur angulus ſemicirculi.

Angulus ſemicirculi.

VII.

Angulus in ſegmento.

In ſegmento autem angulus eſt, cum in ſegmenti peripheria ſumptum fuerit quodpiam punctum, & ab illo in terminos rectæ ejus lineæ quæ ſegmenti baſis eſt, adjunctæ fuerint rectæ lineæ; is inquam angulus ab adjunctis illis lineis comprehenſus. *In appoſita figura tam angulus rectilineus ACB, quam ADB, eſt angulus in ſegmento; & prior dicitur exiſtere in ſegmento ACB, poſterior in ſegmento ADB. Quod ſi baſis hujuſmodi angulorum eſt diameter circuli, dicuntur anguli in ſemicirculo.*

Angulus in ſemicirculo.

152



VIII.

Angulus peripheriæ inſiſtens.

Cum vero comprehendentes angulum rectæ lineæ aliquam aſſumunt peripheriam; illi angulus inſiſtere dicitur. *In appoſita figura, tam angulus rectilineus ACB ad peripheriam, quam ADB ad centrum, dicitur inſiſtere peripheriæ AB, quam intercipiunt lineæ rectæ continentes angulos C & D.*

153



IX.

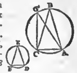
Circuli ſector.

Sector autem circuli eſt, cum ad ipſius circuli centrum conſtitutus fuit angulus, comprehenſa nimirum figura & à rectis lineis angulum continentibus, & à peripheria ab illis aſſumpta. *Talis eſt in præcedenti figura circuli pars A D B, contenta rectis AD, B D, & circumferentia A B.*

X.

Segmenta ſimilia circuli.

154



Similia circuli ſegmenta ſunt, quæ angulos capiunt æquales, aut in quibus anguli inter ſe ſunt æquales. *Sic duo ſegmenta ABC, DEF, inæqualium circulorum, dicuntur ſimilia, ſi anguli ad B & E æquales ſunt. Eodem modo ſi anguli AGC, DEF, æquales ſunt, ſegmenta eadem in quibus dicti anguli exiſtunt, dicuntur ſimilia.*

X.

Angulus contingentiæ.

Angulus contingentiæ eſt, qui continetur linea recta contingente circulū, & circumferentia circuli; vel certe duabus circumferentiis ſe mutuo tangentibus ſive exterius, ſive interius.

PROPOSITIONES.

Propoſitio I. Problema.

Dati circuli centrum reperire.

Centrum circuli reperire.

DUcatur in eo utcunque linea AC, quæ bifariam ſecetur in E, & per E ad A C agatur perpendicularis BD, & dividatur bifariam in F. Dico, eſſe centrum. Si enim non eſt, ſit aliud G extra ipſam B D, & ducantur GA, GC, GE: erunt duo latera GE, EA, æqualia duobus lateribus G E, E C: & baſis AG baſi CG *per 15. Defi. pri.* ergo, *per 8. pri.* anguli AEG, CEG, æquales ſunt, ac proinde recti, *per 10. Defi. pri.* Eſt autem & angulus AEF, rectus, ex conſtructione: ergo cum, *per 10. Axi. pri.* omnes anguli recti inter ſe æquales ſint, erunt AEF, AEG, æquales, pars & totum: quod eſt abſurdum, & contra *9. Axi. pri.*

155



Corollarium.

HInc colligitur, ſi in circulo recta aliqua linea aliquam rectam lineam bifariam & ad angulos rectos ſecat, in ſecante eſſe centrum circuli. Et quidem ſi utraque bifariam ſecatur, centrum eſt in communi earum concurſu.

Propoſitio II. Theorema.

Si in circuli peripheria duo qualibet puncta accepta fuerint; recta linea, quæ ad ipſa puncta adjungitur, intra circulum cadit.

REcta A B nectat duo puncta peripheriæ A & B, Dico, illam cadere intra circulum, ita ut omnia ejus puncta intermedia exiſtant intra circulū. Invento enim centro C *per 1. hujus*, ducantur ſemidiametri CA, CB (qui erunt inter ſe æquales *per 15. Def. pri.*) & ad quodvis aliud punctum D rectæ AB, ducatur recta CD. Erunt igitur, *per 5. pri.* anguli C A B, CBA æquales: eſt autem, *per 16. pri.* CDA major quam CBA; ergo etiam major eſt quam C A D, ideoque, *per 19. pri.* CD minor eſt ſemidiametro C A, ac proinde C D intra circulum cadit.

156



Corollarium.

COlligitur hinc, lineam rectam quæ circulum tangit, in uno tantum puncto ipſum tangere, alioquin ſi in duobus punctis eum tangeret, pars ejus caderet intra circulum, ideoq; circulum ſecaret.

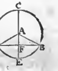
Linea recta tangens circulum tangit eū in puncto.

Propoſitio III. Theorema.

Si in circulo recta quadam linea per centrum extenſa, quandam non per centrum extenſam bifariam ſecet; etiam ad angulos rectos eam ſecat, & ſi ad angulos rectas eam ſecat, bifariam quoque ſecat.

DIameter C A E, ſecet aliam B D non per centrum ductam, bifariam. Dico, ſecare eam ad angulos rectos: & vice verſa, ſecet eam ad angulos rectos, dico, ſecare eam bifariam. Ductis enim rectis A B, A D, erunt in prima hypotheſi duo latera, A B, FB, æqualia duobus lateribus AF, FD: & baſis AB baſi AD æqualis ergo, *per 8. pri.* angulus AFB æqualis eſt angulo AFD, ac proinde uterque rectus, *per. 10. Defi. pri.* In ſecunda vero hypotheſi, præter angulos rectos ad F, erunt *per 5. pri.* anguli ABD, ADB æquales, & latus AF ipſis oppoſitum commune: ergo *per 26. pri.* latus FB erit æquale lateri FD.

157



Corollarium.

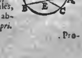
COlligitur hinc, in omni triangulo iſoſceli ABD, & conſequenter in omni triangulo æquilatero, rectam AF ſecantem bifariam baſim BD, ſecare ipſam ad angulos rectos, ſecantem ipſam ad angulos rectos, ſecare bifariam.

Propoſitio VI. Theorema.

Si in circulo duæ rectæ lineæ ſeſe mutuo ſecent non per centrum extenſa; ſeſe mutuo bifariam non ſecabunt.

DUæ rectæ AB, CD, ſecent ſe mutuo in E extra centrum F. Dico, eas non ſecare ſe mutuò bifariam. Si enim AB, CD, ſectæ eſſent bifariam in E; recta FE, ducta ex centro F, eſſet *per 3. hujus.* perpendicularis ad utramque, & anguli FEA, FEC, eſſent æquales, pars & totum: quod eſt abſurdum, & contra *9. Axi. pri.*

158



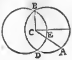
Pro-

Propoſitio V. Theorema.

Si duo circuli ſeſe mutuò ſecent; non erit illorum idem centrum.

SEcent ſe mutuo duo circuli in B & D, & ſit eorum idem centrum, ſi fieri poteſt, C. Ergo recta CB erit ſemidiameter communis, eique erunt æquales aliæ C A, C E, ideoque æquales inter ſe, *per 1. Axi. pr.* quod eſt abſurdum, & contra *9. Axi. pri.*

159

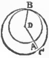


Propoſitio VI. Theorema.

Si duo circuli ſe ſe mutuo tangunt interius: earum non erit idem centrum.

TAngant ſe duo circuli interius in B, & ſit eorum centrum commune D, ſi poteſt fieri. Erit D B communis ſemidiameter, & D C, D A æquales erunt eidem D B, & æquales inter ſe, *per. 1. Axi. pri.* & contra *9. Axi.* ejuſdem.

160



Propoſitio VII. Theorema.

Si in diametro circuli quodpiam ſumatur punctum, quod circuli centrum non ſit, ab eoque puncto in circulum quadam recta linea cadant, maxima quidem erit ea, in qua centrum, minima vero reliqua: aliarum verò propinquior illi qua per centrum ducitur, remotiore ſemper major erit: dua autem ſolum recta linea æquales ab eodem puncto in circulum cadunt, ad utraſq; partes minima.

IN diametro præſentis circuli, cujus centrum F aſſumatur quodcunque punctum excentricum I, & ex eodem educantur IC, ID, IE, utcunque. Erit IFA omnium maxima, IB minima, IC major quam ID, & ID major quam IE; & eidem IE v. g. una tantum IG v. g. poterit eſſe æqualis ex altera parte minimæ. Nam *Primo per 20. pri.* FI, FC ſimul, majores ſunt quam IC: ſed FI, FA ſunt æquales ipſis FI, FC: ergo IA major eſt quam IC, &c. *Secundo,* IF, FC, ſunt æquales IF, FD, & angulus IFC major eſt angulo IFD, ergo, *per 24. pri.* IC major eſt quam ID, &c. *Tertio,* IF, IE, ſunt majores, quam FE, hoc eſt, quam FD, dempta ergo communi IF, remanet IE major quam IB, &c. *Quarto,* ſi angulo BFE fiat æqualis angulus BFG, erunt circa ipſos latera IF, FE, æqualia lateribus IF, FG, ergo *per 4. pri.* & baſis IE, baſi IG æqualis erit, & nulla alia, quia reliquæ omnes ſunt majores vel minores ex præmiſſis.

161



Propoſitio VIII. Theorema.

Si extra circulum ſumatur punctum quadpiam, ab eoque puncto ad circulum deducantur recta quadam linea, quarum una quidem per centrum protendatur, reliqua verò ut libet; in cavam perſpheriam cadentium rectarum linearum maxima quidem eſt illa, qua per centrum ducitur: aliarum autem propinquior ei qua per centrum tranſit, remotiore ſemper major eſt: in convexam verò peripheriam cadentium rectarum linearum minima quidem eſt illa, qua inter punctum & diametrum interponitur; aliarum autem ea qua propinquior eſt minima, remotiore ſemper minor eſt. Dua autem tantum recta linea æquales ab eo puncta in ipſum circulum cadunt ad utraſq; partes minima.

EX puncto A extra circulum poſito, ducantur quorcunque rectæ, quarum AB FE per centrum tranſeat, ADI, AGH cadant utcunque tam ad convexam, quam ad concavam peripheriam. Dico, AE eſſe maximam eductarum ad concavam: AB minimam eductarum ad convexam; AI majorem eſſe AH, & AG majorem AD: ipſique AD v. g. unam tantum aliam poſſe eſſe æqualem. Ducantur enim FI, FH, FG, FD. FC. *primo,* AF, FI, ſunt *per 20. pri.* majores AI: ergo & AFE, quæ eſt æqualis ipſis AF, FI, &c. *Secundo,* AD, DF, ſunt, *per eandem 20. pri.* majores AF, ergo demptis æqualibus FD, FB, remanebit AD major quam AB, &c. *Tertio,* AF, FI, ſunt æquales AF, FH, angulus autem AFI major angulo AFH: ergo *per 24. pri.* AI major eſt quam AH, &c. *Quarto,* Duæ AB, DF, ſunt *per 21. pri.* minores duabus AG, GF, & GF, DF ſunt æquales: ergo AD minor quam AG &c. *Quinto,* Angulus AFC ſit æqualis angulo AFD, ergo *per 4. pri.* AD erit æqualis AC, quia circa æquales angulos latera AF, FD, ſunt æqualia lateribus AF, FC.

162

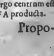


Propoſitio IX. Theorema.

Si in circulo acceptum fuerit punctum aliquod, & ab eo ad circulum cadunt plures quam dua recta linea æquales; acceptum punctum eſt circuli centrum.

TRes rectæ, BA, AC, AD, ſint æquales: Dico, A eſſe centrum. Ducantur enim BC, CD, & ſecentur bifariam in E & F, & ejiciantur AE, AF. Erunt duo latera AE, EB, æqualia duobus lateribus AE, EC, & baſis AB æqualis baſi AC: ergo, *per 8. pri.* anguli AEB, AEC, ſunt æquales, & conſequenter recti: & *per Coroll. prima hujus,* in EA producta erit centrum circuli: ſed propter eandem cauſam debet eſſe in FA producta: ergo centrum eſt A, alioquin non eſſet in EA, & FA producta.

163



Propo-

Propoſitio X. Theorema.

Circulus circulum in pluribus quam duobus punctis non ſecat.

SEcent enim, ſi fieri poteſt, ſe mutuo in tribus punctis, A,B,C, & centrum unius ſit D. Cum ergo tria puncta, B, A, C, ſint communia utrique circulo: erunt etiam ad alterius circuli peripheriam tres rectæ, DB, DA, DC, æquales, ideoque D erit centrum utriusque; quod eſt contra 5. *hujus.*

164



Propoſitio XI. Theorema.

Si duo circuli ſeſe intus contingant, atque accepta fuerint eorum centra; ad eorum centra adjuncta linea, & producta, in contactum circulorum cadet.

PUnctum contactus ſit A, centrum interioris circuli ſit G, exterioris F, & recta FG, ſi fieri poteſt, non tranſeat per A, ſed interiorem ſecet in B, exteriorem in E. Ductis AF, AG, erunt GA, GB æquales, *per 15. Defi pri.* adjectaque FG, erunt AG, GF æquales FB: ſed AG, GF ſunt majores AF, *per 20. pri.* ergo etiam FB major erit quam AF, hoc eſt, major quam FE: quod eſt abſurdum. Idem ſequeretur ex altera parte, ſi F poneretur eſſe centrum interioris, & G exterioris, etiamſi puncta C, D, vel B, E, ponerentur coincidere in unum, quia ſemper unus circulus eſt altero major.

165

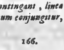


Propoſitio XII. Theorema.

Si duo circuli ſeſe exterius contingant, linea recta qua ad centrum eorum conjungitur, per contactum tranſibit.

SI enim FG, conjungens centra F, G, non tranſit per contactum B, ſed ſecet circulos in C & E: erunt duo latera, FB, GB, vel æqualia, vel minora tertio FCDG; quod eſt contra 20. *pri.*

166.

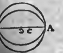


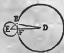
Propoſitio XIII. Theorema.

Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quàm uno, ſive intus, ſive extra tangat.

SI enim duo circuli ſe mutuo tangerent interius in A & B; recta CD, cōjungens centra C & D.

167 168





per 11. hujus, tranſiret per utrumq; , eſſetq; ACDB cōmunis diameter, eademq; ſecta bifariā in duobus punctis C & D: quod eſt abſurdum. Si autem ſe tangerent exterius in duobus punctis B & F: una eademque DE tranſiret per utrumque, *per 12. hujus*; vel certè DB, EB erunt æquales rectis DF, EF, hoc eſt ipſi DE: cum tamen ſint majores, *per 20 pri.*

Propoſitio XIV. Theorema.

In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter diſtant à centro: Et quæ æqualiter diſtant à centro, æquales ſunt inter ſe.

SInt *primo* rectæ AB, DC, æquales. Dico, ipſas æqualiter à centro E diſtare. Ducantur enim perpendiculares EF, EG, & conjungantur EA, ED: ſecabunt illæ duas BA, DC bifariam, *per 3. hujus.* & ideo AF, DG, ſemiſſes æqualium, æquales erunt: & quia *per 47. pri.* æqualibus quadratis ſemidiametrorū EA, ED, æqualia ſunt qudrata AF, FE, & quadrata DG, GE, neceſſe eſt, hæc duo illis duobus eſſe æqualia, & demptis æqualibus AF, DG, remanere æqualia quadrata EF, EG, & conſequenter rectas EF, EG æquales eſſe. Diſtant igitur, *per 4. Defin hujus*, rectæ AB, DC, æqualiter à centro E. Sint *ſecundo* AB, DC, æqualiter diſtantes à centro E. Dico, eas eſſe inter ſe æquales: Nam ſi ex duobus quadratis EF, FA quæ ſunt æqualia duobus EG, GD, quia ſunt æqualia quadratis EA, ED, tollantur æqualia EF, EG: remanent æqualia quadrata EA, GD, ipſæque AF, DG æquales Eſt autem, *per 3. hujus.* AF medietas totius AB, & DG medietas totius DC. Ergo AB, DC, ſunt æquales,

169



Propoſitio XV. Theorema.

In circulo maximo quidem linea eſt diameter; aliarum autem propinquior centro, remotiore ſemper major.

DIameter ſit AF, ei propinquior HI: remotior CD. Dico, AF eſſe maximam, & HI majorem quam CD. Ducantur enim perpendiculares GK, GL, erit illa, *per 4. Defin. hujus*, minor iſta, & ideo ex GL poterit abſcindi GM, æqualis ipſi GK; & BE æquidiſtans ipſi CD, erit *per 14 hujus*, æqualis IH, Nectantur jam GB, GC, GD, GE: eruntque *per 20. pri.* duo latera GB, GE majora reliquo EB: ſed GB, GE ſunt æquales diametro AF: ergo BE, & conſequenter IH, minor eſt diametro. Quod autem IH ſit major quam CD, patet *per 24. pri.* quia latera GB, GE ſunt æqualia lateribus GC, GD, & angulus BGE major angulo CGD; ergo &c.

170



Propoſitio XVI. Theorema.

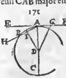
Quæ ab extremitate diametri cujusque circuli ad angulos rectos ducitur, extra ipſum circulum cadit: & in locum inter ipſam rectam lineam, & peripheriam comprehenſum, altera recta linea non cadit: & ſemicirculi quidem angulus quovis angulo acuto rectilineo major eſt, reliquus autem minor.

REcta FAE, diametro ADC perpendicularis in A, cadit tota extra circulū: & angulus cō-

H tin-

cingentiæ E A B non poteſt dividi per lineam rectam: Angulus etiam ſemicirculi C A B major eſt, & reliquus contingentiæ E A B minor omni angulo rectilineo acuto. *Primo*, Dico rectam F E totam cadere extra circulum. Ad quodlibet enim punctum G rectæ E F, ducatur ex centro D recta D G. Quoniam igitur rectus angulus A major eſt acuto D G A: erit *per 19 pri* D G major ſemidiametro D A, & G extra circulum: & idem dicendum eſt de quovis alio puncto rectæ F E, ergo tota eſt extra circulum. *Secundò*. Dico rectam A H eductam ex A utcunque infra A E, ſecare circulum, & non cadere intra rectam E A, & peripheriam A B. Fiat enim angulus A D I æqualis angulo E A H, *per 32. pri.* concurret D I neceſſario cum A H, v.g. in I, quia duo I A D, I D A, ſunt minores duobus rectis, quia ſunt æquales uni recto: nam ſunt æquales duobus E A I, D A I, qui ſunt æquales recto: & ideo angulus D I A rectus eſt, *per 32. pri.* ac proinde latus D A major eſt quam D I, *per 19. pri.* ergo D I non perveniet ad circumferentiam, propterea que punctum I intra circulum exiſtet, atque adeo recta A H circulum ſecabit. Quod autem D I concurrat cum A H, patet ex 11. *Axi. pri. Tertiò.* Dico, angulum ſemicirculi C A B majorem eſſe acuto C A H, quia præter acutum, continet angulum ſegmenti quod abſcindit eadem A H. *Quarto.* Dico, angulum contingentiæ contentum recta A E, & peripheria A B, minorem eſſe quolibet acuto E A H. Hic enim continet angulum contingentiæ, & ſimul angulum ſegmenti abſciſſi à recta A H.

171



Corollarium.

Colligitur hinc, rectam E F, ſi cum diametro C A, ad punctum A, conſtituat rectos C A E, C A F, tangere circulum in puncto A.

Propoſitio XVII. Problema.

A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum circulum tangat.

A puncto lineam ducere quæ circulum tangat.

EX puncto A ducenda ſit linea quæ tangat circulum B C. Ducatur recta A D ad centrum circuli, ſecans circulum in B. Deinde centro D, intervallo D A, deſcribatur alius circulus, vel arcus A E, & ex B educatur perpendicularis ad A D, ſecans arcum in E, & recta D E ſecans circulum in C, ducaturq; recta A C. Dico A C tangere circulum in C. *per Coroll. præcedentis.* Eſt enim, *per 4. pri.* angulus D C A æqualis angulo recto D B E. quia circa angulum D duo latera D C, D A, ſunt æqualia duobus D B, D E.

172

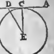


Propoſitio XVIII. Theorema.

Si circulum tangat recta quæpiam linea, à centro autem ad contactum adjungatur recta quædam linea; quæ adjuncta fuerit, ad ipſam contingentem perpendicularis erit.

CIrculum tangat A B in C. Dico, ſemidiametrum E C eſſe perpendicularem ad A B. Nam ſi alia E D eſſet perpendicularis, eſſet E D C rectus, & E C D acutus, *per 17 pri.* & *per ejusdem*, E D minor ſemidiametro E C, punctumque D intra circulum: quod eſt contra hypotheſin.

173

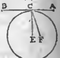


Propoſitio XIX. Theorema.

Si circulum tetigerit recta quæpiam linea, à contactu autem recta linea ad angulos rectos ipſi tangenti excitetur; in excitata erit centrum circuli.

REcta E C conſtituat cum tangente A B angulum rectum A C E. Dico, C E tranſire per centrum E. Si enim E non eſt centrum: ſit F. Ergo, *per antecedentem*, rectus F C A æqualis erit recto E C A: quod eſt abſurdum, & contra 9. *Axi. pri.*

174



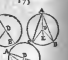
Propoſitio XX. Theorema.

In circulo, angulus ad centrum duplex eſt anguli ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria baſis angulorum.

Angulus ad centrū duplex eſt anguli ad peripheriam.

ANgulus B D C ad centrum D, duplus eſt anguli B A C ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria B C baſis angulorum. Nam *in primo caſu*, anguli E D C, E D B, ſunt dupli angulorum D A C, D A B, quia triangula D A C, D A B, ſunt iſoſcelia, & E D C, E D B, ſunt *per 32. pri.* æquales duobus internis & oppoſitis. *In ſecundo caſu*, propter eandem cauſam B D C duplus eſt anguli B A C. *In tertio caſu*, totus E D C duplus eſt totus E A C: & ablatus E C B duplus ablati E A B: ergo reliquus B D C duplus eſt reliqui B A C, *per* 22 *Axi. pri*

175



Propoſitio XXI. Theorema.

In circulo, qui in eodem ſegmento ſunt anguli, ſunt inter ſe æquales.

Anguli in eodem ſegmento æquales ſunt.

IN eodem ſegmento A D C E B exiſtant anguli A D B, A C B, A E B, & quotvis alii. Dico, eos eſſe inter ſe æquales. Nam quia unus & idem angulus A F B ad centrum, eſt, *per præcedentem*, duplus uniuſcujusque illorum: ſequitur *per 7 Axio.* omnes eſſe inter ſe æquales.

176



Propoſitio XXII. Theorema.

Quadrilaterorum in circulis deſcriptorum anguli, qui ex adverſo, duobus rectis ſunt æquales.

QVadrilateri A B C D, & cujuſcunque alterius, inſcripti circulo, anguli oppoſiti ſunt æquales duobus rectis. Nā anguli A C B, A D B, ſunt æquales *per 21. hujus*: & ſimiliter A B D, A C D, & idcirco A B D,

177



ADB ſimol, ſunt æquales toti BCD: adjectoque communi BAD, duo BCD, BAD, ſunt æquales tribus angulis trianguli ABD: ſed hi tres ſunt æquales duobus rectis *per 32. pri.* ergo & illi duo. Similimodo oſtenditur idem de duobus angulis ABC, ADC.

Propoſitio XXIII. Theorema.

Super eadem recta linea, duo ſegmenta circulorum ſimilia, & inæqualia, non conſtituentur ad eaſdem partes.

VEl, *ſegmenta ſimilia, & ſuper eadem baſi conſtituta, ſunt æqualia.* Nam ſi unum alteri ſuperponatur, ſibi penitus congruunt, alioquin aliqua recta ACD, ſecabit unius peripheriam in C, alterius in D, fietque angulus externus ACB major interno CDB, *per 16. pri.* quod eſt contra hypotheſin: anguli enim ſimilium ſegmentorum debent eſſe æquales, *per 10. Deſin. huius.*

178



Propoſitio XXIV Theorema.

Super æqualibus rectis lineis, ſimilia circulorum ſegmenta, ſunt inter ſe æqualia.

DEmonſtratur eodem modo ut præcedens: ſicut enim rectæ mutuo ſuperpoſitæ ſibi congruunt, ita & peripheriæ; alioquin ſequitur idem abſurdum quod antea.

Propoſitio XXV. Problema.

Circuli ſegmenta dato, deſcribere circulum cujus eſt ſegmentum.

Centrum dati ſegmenti circuli reperire. VEl, *Dati ſegmenti centrum reperire.* In dato ſegmento quod perficere oporteat, ostentur utcunque tria puncta, A, B, C, quæ connectantur rectis AB, BC, & hæ ſecentur bifariam in D & E, & ducantur perpẽdiculares DF, EF; quæ neceſſario interſecabunt ſe in F. Dico, F eſſe centrũ: nam utraque, *per Coroll. 1. huius* tranſit per centrum circuli futuri. Quod autem perpendiculares DF, EF, coeant in puncto aliquo, patet *ex 11. Axio. pri.* quoniam in eas incidens recta DE, facit angulos FDE, FED, minores duobus rectis, quia dividit utrumque rectorum FDB, FEB.

179



Corollarium.

Circulum per tria puncta data deſcribere. COlligitur hinc, quomodo per quælibet tria puncta, quæ non exiſtunt in una linea recta & etiam circa quemlibet triangulum, deſcribi debeat circulus. *Vide quæ diximus lib. 1. cap. 4. art. 2. praxi 5.*

Propoſitio XXVI. Theorema.

In æqualibus circulis, æquales anguli æqualibus peripheriis inſiſtunt, ſive ad centra, ſive ad peripherias conſtituti inſiſtant.

SInt *Primò* æquales anguli ad centra G & H. Cum igitur circa eaſdem ſint quatuor ſemidiametri æquales, erit, *per 4. pri.* baſis AC æqualis baſi DF. Et quia iidem anguli G & H, *per 20. huius*, dupli ſunt angulorum ABC, DEF, ideoq; ſuper æqualibus baſibus ſegmenta ABC, DEF, ſimilia: erunt, *per 24. huius* eadem ſegmenta æqualia, & peripheriæ BAC, EDF, nec non reliquæ BC, EF æquales. *Secundo*, ſi anguli B & E ponantur æquales, neceſſe eſt etiam G & H eſſe æquales, utpote illorum duplos, ergo &c.

180



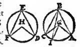
Etiam in eodem circulo, æquales anguli inſiſtunt æqualibus peripheriis, propter eandem cauſam.

Propoſitio XXVII. Theorema.

In æqualibus circulis, anguli qui in æqualibus peripheriis inſiſtunt, ſunt inter ſe æquales, ſive ad centra, ſive ad peripherias conſtituti inſiſtant.

SInt arcus AC, DF æquales. Dico tam angulos ad centra G & H, quam angulos B & E ad peripheriam eſſe æquales. Si enim angulus AGC eſſet major angulo DHF, ipſique DHF fieret æqualis AGI: arcus AI eſſet æqualis arcui DF, *per 26 huius* hoc eſt, ipſi AC: quod eſt abſurdum, & contra *9. Axi. pri.* Similis eſt ratio de angulis B & E.

181

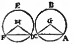


Propoſitio XXVIII. Theorema

In æqualibus circulis, æquales rectæ lineæ, æquales peripherias auferunt, majorem quidem majori, minorem autem minori.

SInt rectæ AC, DF, æquales. Dico majorem peripheriam ABC, æqualem eſſe majori DEF, & minorem AC minori DF. Nam ductis AG; CG, item DH, FH, erunt, *per. 8 pri.* anguli G & H æquales: quia circa ipſas ſunt quatuor ſemidiametri æquales, & inſuper baſis AC ponitur æqualis baſi DF: Ergo, *per 26. huius*, arcus AC eſt æqualis arcui DF, & reliquus ABC reliquo DEF.

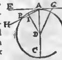
182



Idem etiam verum eſt in eodem circulo, propter eandem demonſtrationem.

tingentiæ EAB non poteſt dividi per lineam rectam: Angulus etiam ſemicirculi CAB major eſt, & reliquus contingentiæ E AB minor omni angulo rectilineo acuto. *Primo*, Dico rectam FE totam cadere extra circulum. Ad quodlibet enim punctum G rectæ E F, ducatur ex centro D recta D G. Quoniam igitur rectus angulus A major eſt acuto D G A: erit *per 19. pri* D G major ſemidiametro D A, & G extra circulum: & idem dicendum eſt de quovis alio puncto rectæ F E, ergo tota eſt extra circulum. *Secundò*. Dico rectam A H eductam ex A utcumque intra A E, ſecare circulum, & non cadere intra rectam E A, & peripheriam A B. Fiat enim angulus A D I æqualis angulo E A H, *per 32. pri.* concurret DI neceſſario cum AH, v.g. in I, quia duo I A D, I D A, ſunt minores duobus rectis, quia ſunt æquales uni recto: nam ſunt æquales duobus E A I, D A I, qui ſunt æquales recto: & ideo angulus D I A rectus eſt, *per 32. pri.* ac proinde latus D A major eſt quam D I, *per 19. pri.* ergo D I non perveniet ad circumferentiam, propterea que punctum I intra circulum exiſtet, atque adeo recta AH circulum ſecabit. Quod autem DI concurrat cum A H, patet ex 11. *Axi. pri. Tertiò*. Dico, angulum ſemicirculi C A B majorem eſſe acuto C A H, quia præter acutum, continet angulum ſegmenti quod abſcindit eadem A H. *Quarto*. Dico, angulum contingentiæ contentum recta A E, & peripheria A B, minorem eſſe quolibet acuto EAH. Hic enim continet angulum contingentiæ, & ſimul angulum ſegmenti abſciſſi à recta AH.

171



Corollarium.

C*Olligitur hinc, rectam E F, ſi cum diametro C A, ad punctum A, conſtituat rectos CAE, C AF, tangere circulum in puncto A.*

Propoſitio XVII. Problema.

A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum circulum tangat.

A puncto lineam ducere quæ circulum tangat.

EX puncto A docenda ſit linea quæ tangat circulum B C. Ducatur recta A D ad centrum circuli, ſecans circulum in B. Deinde centro D, intervallo D A, deſcribatur alius circulus, vel arcus A E, & ex B educatur perpendicularis ad AD, ſecans arcum in E, & recta D E ſecans circulum in C, ducaturq; recta AC. Dico AC tangere circulum in C. *per Coroll. præcedentis*. Eſt enim, *per 4. pri.* angulus D C A æqualis angulo recto DBE. quia circa angulum D duo latera DC, DA, ſunt æqualia duobus DB, DE.

172

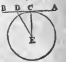


Propoſitio XVIII. Theorema.

Si circulum tangat recta quapiam linea, à centro autem ad contactum adjungatur recta quædam linea; quæ adjuncta fuerit, ad ipſam contingentem perpendicularis erit.

CIrculum tangat AB in C. Dico, ſemidiametrum EC eſſe perpendicularem ad AB. Nam ſi alia E D eſſet perpendicularis, eſſet E D C rectus, & E C D acutus, *per 17 pri. & per ejuſdem*, ED minor ſemidiametro EC, punctumque D intra circulum: quod eſt contra hypotheſin.

173

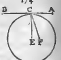


Propoſitio XIX. Theorema.

Si circulum tetigerit recta quapiam linea, à contactu autem recta linea ad angulos rectos ipſi tangenti excitetur; in excitata erit centrum circuli.

REcta E C conſtituat cum tangente AB angulum rectum ACE. Dico, C E tranſire per centrum E. Si enim E non eſt centrum: ſit F. Ergo, *per antecedentem*, rectus F C A æqualis erit recto E C A: quod eſt abſurdum, & contra 9. *Axi. pri.*

174



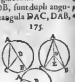
Propoſitio XX. Theorema.

In circulo, angulus ad centrum duplex eſt anguli ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria baſis angulorum.

Angulus ad centrū duplex eſt anguli ad peripheriam.

ANgulus BDC ad centrum D, duplus eſt anguli B A C ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria B C baſis angulorum. Nam *in primo caſu*, anguli EDC, EDB, ſunt dupli angulorum DAC, DAB, quia triangula DAC, DAB, ſunt iſoſcelia, & EDC, E D B, ſunt *per 32. pri.* æquales duobus internis & oppoſitis. *In ſecundo caſu*, propter eandem cauſam BDC duplus eſt anguli BAC. *In tertio caſu*, totus EDC duplus eſt totus E A C: & ablatus E C B duplus ablati E AB: ergo reliquus BDC duplus eſt reliqui B A C, *per 22 Axi. pri*

175



Propoſitio XXI. Theorema.

In circulo, qui in eodem ſegmento ſunt anguli, ſunt inter ſe æquales.

Anguli in eodem ſegmento æquales ſunt.

IN eodem ſegmento A D C E B exiſtant anguli A D B, A C B, A E B, & quotvis alii. Dico, eos eſſe inter ſe æquales. Nam quia unus & idem angulus AFB ad centrum, eſt, *per præcedentem*, duplus uniuſcujusque illorum: ſequitur *per 7 Axio.* omnes eſſe inter ſe æquales.

176



Propoſitio XXII. Theorema.

Quadrilaterorum in circulis deſcriptorum anguli, qui ex adverſo, duobus rectis ſunt æquales.

QVadrilateri ABCD, & cujuſcunque alterius, inſcripti circulo, anguli oppoſiti ſunt æquales duobus rectis. Nā anguli ACB, ADB, ſunt æquales *per 21. hujus*: & ſimiliter A BD, ACD, & idcirco ABD,

177



ADB

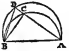
ADB ſimul, ſunt æquales toti BCD: adjectoque communi BAD, duo BCD, BAD, ſunt æquales tribus angulis trianguli ABD: ſed hi tres ſunt æquales duobus rectis *per 32. pri.* ergo & illi duo. Simili modo oſtenditur idem de duobus angulis ABC, ADC.

Propoſitio XXIII. Theorema.

Super eadem recta linea, duo ſegmenta circulorum ſimilia, & inæqualia, non conſtituentur ad eaſdem partes.

VEl, *ſegmenta ſimilia, & ſuper eadem baſi conſtituta, ſunt æqualia.* Nam ſi unum alteri ſuperponatur, ſibi penitus congruunt, alioquin aliqua recta ACD, ſecabit unius peripheriam in C, alterius in D, fietque angulus externus ACB major interno CDB, *per 16. pri.* quod eſt contra hypotheſin: anguli enim ſimilium ſegmentorum debent eſſe æquales, *per 10. Defin. huius.*

178



Propoſitio XXIV Theorema.

Super æqualibus rectis lineis, ſimilia circulorum ſegmenta, ſunt inter ſe æqualia.

DEmonſtratur eodem modo ut præcedens: nam rectæ mutuo ſuperpoſitæ ſibi congruunt, ita & peripheriæ; alioquin ſequitur idem abſurdum quod antea.

Propoſitio XXV. Problema.

Circuli ſegmento dato, deſcribere circulum cujus eſt ſegmentum.

Centrum dati ſegmenti circuli reperire.

VEl, *Dati ſegmenti centrum reperire.* In dato ſegmento quod perficere oporteat, notentur utcunque tria puncta, A, B, C, quæ connectantur rectis AB, BC, & hæ ſecentur bifariam in D & E, & ducantur perpendiculares DF, EF; quæ neceſſario interſecabunt ſe in F. Dico, F eſſe centrū: nam utraque, *per Coroll. 1. huius* tranſit per centrum circuli futuri. Quod autem perpendiculares DF, EF, coeant in puncto aliquo, patet *ex 11. Axio. pri.* quoniam in eas incidens recta DE, facit angulos FDE, FED, minores duobus rectis, quia dividit utrumque rectorum FDB, FEB.

179



Corollarium.

Circulum per tria puncta data deſcribere.

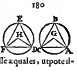
COlligitur hinc, quomodo per quælibet tria puncta, quæ non exſtunt in una linea recta & etiam circa quemlibet triangulum, deſcribi debeat circulus. *Vide quæ diximus lib. 1. cap. 4. art. 2. praxi 5.*

Propoſitio XXVI. Theorema.

In æqualibus circulis, æquales anguli æqualibus peripheriis inſiſtunt, ſive ad centra, ſive ad peripherias conſtituti inſiſtant.

SInt *Primo* æquales anguli ad centra G & H. Cum igitur circa eaſdem ſint quatuor ſemidiametri æquales, erit, *per 4. pri* baſis AC æqualis baſi DF. Et quia iidem anguli G & H, *per 20. huius*, dupli ſunt angulorum ABC, DEF, ideoq; ſuper æqualibus baſibus ſegmenta ABC, DEF, ſimilia: erunt, *per 24. huius* eadem ſegmenta æqualia, & peripheriæ BAC, EDF, nec non reliquæ BC, EF æquales. *Secundo*, ſi anguli B & E ponantur æquales, neceſſe eſt etiam G & H eſſe æquales, utpote illorum duplos, ergo &c.

180



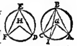
Etiam in eodem circulo, æquales anguli inſiſtunt æqualibus peripheriis, propter eandem cauſam.

Propoſitio XXVII. Theorema.

In æqualibus circulis, anguli qui in æqualibus peripheriis inſiſtunt, ſunt inter ſe æquales, ſive ad centra, ſive ad peripherias conſtituti inſiſtant.

SInt arcus AC, DF æquales. Dico tam angulos ad centra G & H, quam angulos B & E ad peripheriam eſſe æquales. Si enim angulus AGC eſſet major angulo DHF, ipſique DHF fieret æqualis AGI: arcus AI eſſet æqualis arcui DF, *per 26 huius* hoc eſt, ipſi AC: quod eſt abſurdum, & contra *9. Axi. pri.* Similis eſt ratio de angulis B & E.

181

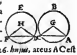


Propoſitio XXVIII. Theorema

In æqualibus circulis, æquales rectæ lineæ, æquales peripherias auferunt, majorem quidem majori, minorem autem minori.

SInt rectæ AC, DF, æquales. Dico majorem peripheriam ABC, æqualem eſſe majori DEF, & minorem AC minori DF. Nam ductis AG; CG, item DH, FH, erunt, *per 8 pri.* anguli G & H æquales: quia circa ipſas ſunt quatuor ſemidiametri æquales, & inſuper baſis AC ponitur æqualis baſi DF: Ergo, *per 26. huius*, arcus AC eſt æqualis arcui DF, & reliquus ABC reliquo DEF.

182



Idem etiam verum eſt in eodem circulo, propter eandem demonſtrationem.

Propoſitio XXIX. Theorema.

In æqualibus circulis, æquales peripherias, æquales recta lineæ ſubtendunt.

QVia io iiſdem circulis, *per 27. huius*, etiam angulns G erit æqualis angulo H, ſi peripheria A C ſit æqualis peripheriæ DF, & *per 4. pri.* baſis A C æqualis baſi D F, propter quatuor ſemidiamerros æquales.

Propoſitio XXX. Problema.

Datam peripheriam ſecare biſariam.

Peripheriam datam ſecare biſariam.

PEripheria ABC ſit biſariam ſecunda. Subtendatur AC, eaque ſeeetur biſariam in D, & erigarur perpendicularis DB. Dico, peripheriam eſſe in B ſectam æqualiter. Nam ductis BA, BC, duo latera A D, DB, ſunt æqualia duobus CD, DB, & anguli ad D æquales, quia recti: ergo *per 4. pri.* baſes AB, CB, æquales, ergo *per 28 hujus*, etiam peripheriæ AB, CB æquales ſunt

183

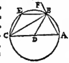


Propoſitio XXXI. Theorema.

In circulo angulus qui in ſemicirculo, rectus eſt: qui autem in majore ſegmento quam ſemicirculus, minor recto; qui vero in minore ſegmento, major recto. Et inſuper angulus majoris ſegmenti recto quidem major eſt, minoris autem ſegmenti angulus minor eſt recto.

CIrculi diameter ſit ADC, conſtituaturq; in ſemicirculo angulus ABC, exiſterq; angulus B A C in majore ſegmento C A B, Conſtituatur quoq; in CEB minori ſegméto angulus BEC. Dico *primò*, angulū A B C in ſemicirculo, eſſe rectum. Nam rectæ DA, DB ſunt æquales, *per 15. Def. pri.* ergo anguli DAB, DBA, æquales ſunt, *per 5. pri.* Item rectæ DB, DC, æquales ſunt, & anguli DBC, DCB, æquales, propter eandem cauſam. Jam ſic. Angulus ADB, *per 20. hujus*, duplus eſt anguli DBC, & angul. CDB, *per 32. pri.* duplus eſt anguli DBA, ergo duo anguli ad D, ſunt duplum duorum angulorū DBA, CBD, *per 13. Axi. pri.* Sed duo anguli ad D, æquales ſunt duob rectis, *per 13. pri.* ergo alii duo DBA, DBC æquales ſunt uni recto. Dico *ſecundo*, in majori ſegmento CAB, angulum BAC eſſe acutum. Nā trianguli ABC duo anguli ABC, BAC, ſunt duobus rectis minores, *per 17. pri.* quia ergo prior eſt rectus, erit alter acutus. Dico *tertiò*, angulū BEC in minori ſegmento BEC, eſſe obtuſum. Nam in quadrilatero ABEC, oppoſiti anguli E & A, ſunt æquales duob. rectis, *per 22. hujus*; cum ergo A ſit acutus, ut fuit oſtenſū, erit E obtuſus. Dico *quartò*, angulū mixtum ABC, ex arcu AB & recta BC, qui eſt angulus majoris ſegmenti, eſſe recto majorem, quia major eſt recto rectilineo ABC, cum præter hunc includat angulum ſegmenti quod abſcindit. Dico *quinto*, angulum CBE ſegmenti minoris, comprehenſum recta CB, & arcu CEB, eſſe minorem recto, quia eſt major angulo CBF, qui rectus eſt, *per 13. pri.*

184



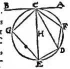
Vice etiam verſa, ſegmentum circuli, in quo angulus conſtitutus eſt rectus, ſemicirculus eſt. Et angulus rectus eſt ad ſemicirculum, hoc eſt, ſi angulus ABC eſt rectus, & AC ſecta biſariam in D, deſcribatur circa eam ſemicirculus; ipſe tranſibit per B.

Propoſitio XXXII. Theorema.

Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem producatur quadam recta linea circulum ſecans: anguli quos ad contingentem facit, æquales ſunt iis, qui in alternis circuli ſegmentis conſiſtunt anguli.

REcta AB tangat circulum in C, & CD ſecet eandem in C & D. Dico, angulo A C D æquales eſſe angulos in alterno ſegmento D E C, & angulo B C D angulos in alterno ſegmento G FD: Nam ſi C D non tranſit per centrum H, tranſeat C H E; eruntque *per 18. hujus* E C A, E CB, recti & ipſius erunt æquales CGE, CDE, in alternis ſegmentis, hoc eſt, *per præcedentem*, in ſemicirculis quos abſcindit ſemidiameter CE. Deinde, quoniam C DE rectus eſt: erunt D E C, DCE, uni recto, nempe toti ECA æquales, *per 32. pri.* demptoque communi D C E, reliquus D E C in alterno ſegmento, æqualis erit reliquo A C D, ad punctum contactus C. Denique in quadrilatero EDFC, anguli oppoſiti DFC, CED, ſunt, *per 22. hujus*, æquales duobus rectis, hoc eſt, duobus DCA, DCB: ſed DCA æqualis eſt DEC; ergo reliquus DFC in alterno ſegmento, eſt æqualis reliquo D C B, ad contactum C.

185



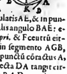
Propoſitio XXXIII. Problema.

Super data recta linea deſcribere ſegmentum circuli, quod capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

REcta data ſit AB *Primò*, quando angulus datus eſt rectus, dividatur AB biſariam in I, & centro I, intervallo IA, vel IB deſcribatur ſemicirculus, & in eo ſuper A B conſtituatur angulus: qui *per 31 hujus.* erit rectus *Secundò*, quando angulus datus eſt acutus. v. g. C, tunc conſtituatur ipſi ad punctum A æqualis BAD, & ex A ſuper A D erigatur perpendicularis AE, & in puncto B ſiat angulus ABF, æqualis angulo BAE: eruntq; FA, FB æquales *per. 6. pri.* & F centrū circuli AGBK, & ang. AGB & in ſegmento AGB, erit æqualis angulo B A D, ad punctū contactus A, nam propter rectum DAE, recta DA tangit circulū, *per 16 huius*: Eſt autem B A D æqualis angulo

Segmentū circuli deſcribere ſuper data recta, quod capiat angulum datum.

186

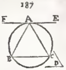


gulo C; ergo etiam AGB eſt æqualis C. *Tertiò.* quando angulus datus eſt obtuſus, v. g. H; accipiatur ejus loco acutus C: deſcripto enim ſemento ACB, habebitur reliquum AKB, & angulus K erit æqualis H, quia *per 22. hujus*, G & K æquivalent duobus rectis, hoc eſt, duobus C & H; ſed C eſt æqualis G; ergo K eſt æqualis H.

Propoſitio XXXIV. Problema.

A dato circulo ſegmentum abſcindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

187



Segmentum à circulo abſcindere, capiens angulum datum.

DAtus circulus ſit ABC, & angulus datus D. Ducatur tangens EAF, & angulus EAC fiat æqualis D, *per præcedentem*; eritque angulus ABC in alterno ſegmento CBA, *per 32. hujus*, æqualis angulo EAC, hoc eſt, angulo D.

Propoſitio XXXV. Theorema.

Si in circulo duæ rectæ lineæ ſeſe mutuò ſecuerint: rectangulum comprehenſum ſub ſegmentis unius, æquale eſt ei, quod ſub ſegmentis alterius comprehenditur rectangulo.

IN circulo ſecent ſe mutuò rectæ AB, CD, in E. Dico; rectangulum comprehenſum ſub ſegmentis AE, EB, æquale eſſe rectangulo comprehenſo ſub ſegmentis CE, ED. Nam *primò*, quando interſectio fit in centro, omnia ſegmenta ſunt ſemidiametri æquales, & rectangula ſub ſegmentis ſunt quadrata æqualia. *Secundò*, quando CD tranſit per centrum F, & ſecat AB bifariã, atq; adeo ad angulos rectos in E, *per 3. hujus*, ut in prima figura ex tribus; tunc recta CD erit ſecta bifariam in F, & non bifariã in E, & *per 5. ſec.* rectangulum CED (ſi CE, ED) unà cum quadrato EF, erit æquale quadrato FD, hoc eſt, quadrato FB, & per *Pythagoricam*, ſeu *per 47 pri.* quadratis BE, EF; ablatoque communi EF, remanebit quadratum BE, æquale rectangulo CED: quadratum autem BE eſt idem cum rectangulo AEB, quoniam AE, EB, æquales ſunt; ergo rectangulum ſub ſegmentis AE, EB, eſt æquale rectangulo contento ſub ſegmentis CE, ED. *Tertiò*, quando CD tranſiens per centrum F, non ſecat bifariam AB in E, ut in ſecunda figura; ſecabitur bifariam in alio puncto G, & FG erit ad AB perpendicularis, & *per 5. ſec.* rectangulum AEB, unà cum quadrato EG, erit æquale quadrato GB; adjectoque quadrato GF, erit idem rectangulum AEB, cum quadratis EG, GF, hoc eſt, cum quadrato EF, æquale quadratis GB, GF, hoc eſt, quadrato FB: huic autem quadrato FB, ſeu BD, oſtendimus æquale eſſe rectangulum CED, unà cum quadrato EF; ablato igitur quadrato EF, remanebunt rectangula CED, AEB, æqualia. *Quartò*, quando neutra tranſit per centrum E, ut in tertia figura; dico, nihilominùs rectangula AEB, CED, æqualia eſſe, quia utrumque debet eſſe æquale rectangulo GEH, *per caſus antecedentes*; ducendo GEH per centrum F.

188

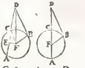


Propoſitio XXXVI. Theorema.

Si extra circulum ſumatur punctum aliquod, ab eoque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera quidem circulum ſecet, altera verò tangat; quod ſub tota ſecante, & exteriùs inter punctum & convexam peripheriam aſſumpta comprehenditur rectangulum, æquale erit ei, quod à tangente deſcribitur, quadrato.

EX puncto D, recta DB tangat circulum, & alia DCA eum ſecet, rectangulum ADC, ſeu AD, DC, erit æquale quadrato DB. Tranſeat enim *primò* recta DCA per centrum F. Quoniam igitur AC ſecta eſt bifariam in F, ipſique addita CD; ideo *per 6. ſec.* rectangulum ADC, cum quadrato FC, erit æquale quadrato FD, hoc eſt, *per 47. pri.* quadratis DB, BF: ſunt autem FC, FB æqualia; ergo & reliqua, nimirum rectangulum ADC, & quadratum DB, ſunt æqualia. *Secundò*, recta DCA non tranſeat per centrum F, ſed recta FE ſit ad ipſam perpendicularis, atque adeo, *per 3. hujus*, ſecet ejus ſegmentum CA bifariam in E. Quare iterum, *per 5. ſec.* rectangulum ADC, cum quadrato EC, erit æquale quadrato ED; adjectoque quadrato EF, erit idem rectangulum ADC, cum duobus quadratis EC, EF, hoc eſt, cum quadrato FC, æquale quadratis ED, EF, hoc eſt, quadrato FD: quadrato autem FD ſunt æqualia quadrata DB, BF, & quadratum BF eſt æquale quadrato FC; ergo etiam reliqua erunt æqualia, nempe rectangulum ADC, & quadratum DB.

189



Corollaria.

HInc colligitur I. ſi à puncto D ducantur plurimæ rectæ circulum ſecantes, rectangula, ſub totis & ſub ſegmentis inter punctum & convexam peripheriam interceptis, eſſe æqualia, quia omnia ſunt eidem quadrato tangentis æqualia.

Colligitur II. Duas tangentes ex eodem puncto ductas ad circulum, eſſe æquales, quia earum quadrata ſunt eidem rectangulo, aut æqualibus rectangulis, æqualia.

Colligitur III. Ex eodem puncto duas tantùm duci poſſe rectas quæ circulum tangant, quia quævis alia præter illas ducta, major eſt, ut perſpicuum eſt.

Colligitur IV. Si duæ rectæ æquales circulo incidant ex eodem puncto extra ſumpto, & unam tangat, etiam aliam tangere.

Propoſitio XXXVII. Theorema.

Si extra circulum ſumatur punctum aliquod, ab eoq; in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera circulum ſecet, altera in eum incidat; ſit autem, quod ſub tota ſecante, & exteriùs inter punctum & convexam peripheriam aſſumpta, comprehenditur rectangulum, æquale ei quod ab incidente deſcribitur, quadrato: incidens ipſa circulum tanget.

REctangulum ADC ſit æquale quadrato DB. Dico, DB tangere circulum. Ducatur enim tangens DF, & nectatur EF; quæ ad DF erit, *per 18. hujus*, perpendicularis; & quia eidem rectangulo ADC æqualia ſunt quadrata DF, DB, illud per præcedentem, hoc ex ſuppoſitione; erunt etiam ipſa æqualia, & ideo rectæ DF, DB æquales: cumque duo latera EF, FD, ſint æqualia duabus EB, BD, & ED ſit baſis communis; erit, *per 8. pri.* angulus EBD æqualis recto F, & ideo *per Coroll. 16. hujus*, DB tanget circulum; quod erat demonſtrandum.

190



EUCLIDIS ELEMENTUM QUARTUM

AGit in eo Euclides de varijs inſcriptionibus figurarum rectilinearum in circulo, & earundem circa circulum deſcriptionibus; nec non de inſcriptionibus circuli in eiſdem figuris, & circuli deſcriptionibus circa eaſdem.

DEFINITIONES.

I.

Figura figuræ inſcripta. Vide Fig. 191. Iconiſ. A.

FIgura rectilinea in figura rectilinea inſcribi dicitur, cum ſinguli ejus figuræ, quæ inſcribitur, anguli ſingula latera ejus, in qua inſcribitur, tangit. *Sic figura D E F dicitur inſcribi figuræ ABC, cùm anguli D, E, F, attingunt latera figuræ ABC.*

II.

Figura figuræ circumſcripta Fig 191. Iconiſ. A.

Figura circum figuram deſcribi dicitur, cùm ſingula ejus, quæ circumſcribitur, latera ſingulos ejus figuræ angulos tetigerint, circum quam illa deſcribitur. *Sic figura ABC dicitur circumſcribi figuræ DEF, cùm latera figuræ A B C attingunt angulos figuræ D E F.*

III.

Figura circulo inſcripta. Fig 191. Icon. A.

Figura rectilinea in circulo inſcribi dicitur, cùm ſinguli ejus figuræ, quæ inſcribitur, anguli tetigerint circuli peripheriam. *Sic ut rectilineum D E F dicatur inſcriptum circulo GHI, debent anguli D, F, E, eſſe ad peripheriam dicti circuli.*

IV.

Figura circulo circumſcripta. Fig. 191. Icon. A.

Figura verò rectilinea circa circulom deſcribi dicitur, cùm ſiogula latera ejus, quæ circumſcribitur, circuli peripheriam tangunt. *Sic ut rectilineum ABC dicatur circulo GHI circumſcriptum, debent latera rectilinei tangere circulum.*

V.

Circulus figuræ inſcriptus. Fig. 191 Icon. A.

Circulus in figura rectilinea inſcribi dicitur, cùm circuli peripheria ſingula latera tangit ejus figuræ, cui inſcribitur. *Sic circulus G H I erit inſcriptus dicto rectilineo A B C, cùm ejus latera contigerit circulus.*

VI.

Circulus figuræ circumſcriptus Fig 191. Icon A.

Circulus circum figuram deſcribi dicitur, cùm circuli peripheria ſingulos tangit ejus figuræ, quàm circumſcribit, angulos. *Sic circulus prædictus GHI erit circumſcriptus figuræ D E F, cùm peripheria tetigerit angulos D, E, F.*

VII.

Linea circulo coaptata.

Recta linea in circulo accommodari, ſeu coaptari dicitur, cùm ejus extrema in circuli peripheria fuerint. *Talis eſt diameter cujuſq; circuli, & quævis linea ſegmentum circuli abſcindens.*

PROPOSITIONES.

Propoſitio I. Problema.

In dato circulo rectam lineam accommodare æqualem datæ rectæ lineæ, quæ circuli diametro non ſit major.

Lineã circulo accõmodare æqualẽ lineæ datæ Vide Fig. 192. Icon. A.

INcirculo ABC, accommodanda ſit recta æqualis rectæ D, quæ tamen major non ſit diametro circuli dati, alioquin non poteſt illi æqualis coaptari in circulo, cùm diameter ſit omnium maxima quæ circulo coaptari puſſunt, *per 15. tert.* Ex diametro BC abſcindatur BE, æqualis D, *per 3. pri.* & centro B, intervallo BE, deſcribatur arcus ſecans datum circulum in A. Recta BA erit æqualis rectæ BE, *per 15. Defi. pri.* & æqualis ipſi D, *per 1. Axio. pri.*

Propoſitio II. Problema.

In dato circulo triangulum deſcribere dato triangulo æquiangulum.

Circulo inſcribere triangulũ alteri æquiangulum. Fig. 193. Icon. A.

SIt in dato circulo A B C deſcribendum triangulum æquiangulum triangulo DEF. Ducatur G H tangens circulum in A, fiatque angulus GAB æqualis angulo F, & HAC æqualis angulo E. Dico, triaogulum ABC eſſe æquiangulũ triangulo DEF. Nam angulus C eſt, *per 32. ter.* æqualis angulo G A B, ſeu F, & angulus B æqualis angulo HAC, ſeu E; ergo *per 32. pri.* etiam reliquus reliquo.

Si hoc modo inſcribatur circulo æquilaterum triangulum, dividetur is in tres partes æquales.

Propoſitio III. Problema.

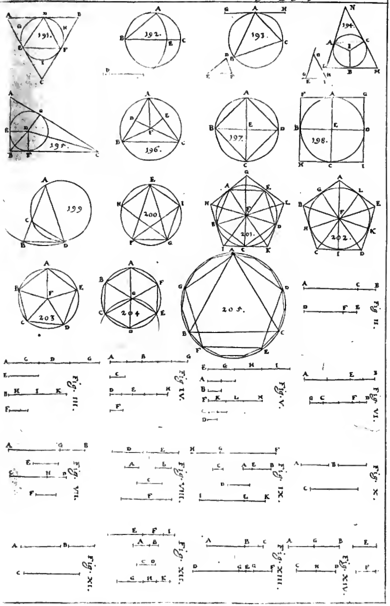
Circa datum circulum deſcribere triangulum dato triangulo æquiangulum.

Circulo circũſcribere triangulum alteri dato æquiangulum Fig. 194 Icon. A.

CIrca circulum A B C deſcribendum ſit triangulum æquiangulum triangulo D E F. Productis lateribus fiant anguli externi D, G, H, & angulo G fiat ad centrum I æqualis angulus AIB: & angulo H æqualis BIC: eritque reliquus AIC reliquo D æqualis, quia *per 2. Coroll. 15. pri.* omnes anguli ad I, & *per 13 ac 32 ejuſdem*, omnes externi D, G, H, ſunt æquales quatuor rectis. Deinde ex A, B, C, educantur ad IA, IB, IC, tres perpendiculares; quæ *per Coroll. 16. ter.* tangent circulum in punctis A, B, C, & *per 13. Axio. pri.* concurrent in punctis L, M, N (ſi enim duceretur recta AC, fierent duo anguli NAC, NCA, minores duobus rectis, &c.) Dico, triangulum LMN eſſe æquiangulum triangulo DEF. Nam omnes anguli quadrilateri AIBL ſunt, *per Corollar. 4. Propoſit. 32. pri.* æquales quatuor rectis, & duo ad A & B ſunt recti; ergo reliqui ad I & L erunt æquales duobus rectis, hoc eſt, duobus G, & DEF; ſunt autem AIB, & G, æquales ex conſtructione; ergo etiam L & DEF. Et eodem modo demonſtratur M eſſe æqualem DFE, & N æqualem EDF.

Pro-

Iconismus. A. *Ponatur e regione pag. 91.*



Digitized by Google

Propoſitio I V. Problema.

In dato triangulo circulum inſcribere.

Circulum in dato triangulo inſcribere

SIt deſcribendus circulus in triangulo A B C. Diviſis duobus angulis B & C biſariam. *per 9. pri.* rectis BD, CD, quæ intra triangulum neceſſariò, *per 13. Axi. pri.* concurrent in puncto v.g. D; ducantur ad tria latera tres perpendiculares DE, DF, D G. Dico, eas eſſe æquales, & ex D per E, F, G, poſſe deſcribi circulum intra triangulū, qui tangat ejus latera. Nam anguli D E B, D B E, ſunt æquales angulis D F B, D B F, uterq; utrique; & latus DB, rectis E & F oppoſitum, eſt commune; ergo *per 10. pri.* perpendicularis DE, eſt æqualis perpendiculari DF. Et eodem modo probatur, rectam D G eſſe æqualem rectæ D F. Cùm igitur tres lineæ, DE, DF, DG, æquales ſint; circulus per E, F, G, deſcriptus, tanget latera trianguli, *per Coroll. 16. ter.*

Fig. 194. Icon. A.

Propoſitio V. Problema.

Circa datum triangulum deſcribere circulum.

Circulum circa trianguli deſcribere.

CIrca triangulum A B C ſit deſcribendus circulus. Duo quælibet latera, ut A B. A C, dividantur biſariam in D & E, & ducantur perpendiculares D F, E F, coëuntes in F (ubi neceſſariò coëunt *per 13. Axi. pri.*) circulus ex F, intervallo FA deſcriptus, tanget angulos A, B, C. Nam ductis rectis F A, F B, F C, erunt latera A D, D F æqualia lateribus BD, DF, & anguli ad D æquales, nempe recti; ergo, *per 4. pri.* baſes F A, F B æquales erunt. Eâdem de cauſâ FA, FC æquales ſunt. Cùm ergò tres rectæ, FA, FB, FC æquales ſint, circulus ex F ad intervallum F A deſcriptus, tranſibit etiam per puncta B & C, ideoque trianguli angulos tanget.

Fig. 196. Icon. A.

Hoc problema reipsà non differt à propoſit. 25. tertij, ubi docuimus per tria puncta data, & non in directum poſita, circulum deſcribere.

Propoſitio VI. Problema.

In dato circulo quadratum deſcribere.

Quadratū in circulo deſcribere

DUcantur duæ diametri A C, BD, ſecantes ſe in centro E ad angulos rectos, & jungantur A B, B C, C D, D A. Dico, quadrilaterum ABCD, eſſe quadratum. Nam latera E A, EB ſunt æqualia lateribus EA, ED, *per 15. Deſ. pri.* & anguli ad E recti; ergo, *per 4. pr.* baſes AB, A D æquales ſunt. Eâdem ratione æquales ſunt C B, C D inter ſe, & prioribus baſibus. Omnia ergo quatuor latera ſunt æqualia: ſunt autem & anguli A, B, C, D, recti, *per 31. ter.* quia ſunt in ſemicirculo; ergo, &c.

Fig. 197. Icon. A.

Propoſitio VII. Problema.

Circa datum circulum deſcribere quadratum.

Quadratū circuli circumſcribere.

DUctis diametris A C, B D, ſecantibus ſe orthogonaliter in centro E, per earum extrema ducantur tangentes F G, G I, I H, H F, eritque figura quadrilatera F I quadratum circa datum circulum deſcriptum. Nam cum anguli A E B, F B E ſint recti, ex conſtructione; erunt, *per 28. pri.* FH, AC parallelæ: ſimiliterque erunt GI, A C parallelæ, ergo & FH, GI, parallelæ erunt, *per 30. pri.* Eodem modo parallelæ erunt F G, H I. Quoniam igitur parallelogrammum eſt A C H F; erunt, *per 34. pri.* latera oppoſita A C, F H æqualia, & anguli oppoſiti ACH, AFH æquales: ſed A C H eſt rectus; ergo & A F H. Eâdem ratione oſtenditur, angulos H, I, G, rectos eſſe, & latera H I, I G, GF æqualia eſſe diametris B D, AC; ac proinde æqualia inter ſe. Igitur F I eſt quadratum, cujus latera circulum tangunt, *per Coroll. 16. ter.*

Fig. [illegible] Icon. A.

Propoſitio VIII. Problema.

In dato quadrato circulum deſcribere.

Quadratū circulum inſcribere

QVadrati præcedentis figuræ ſingula latera dividantur biſariam in A, B, C, D; ductiſq; diametris AC, B D, ſecantibus ſe in E, deſcribatur ex E ad intervallum E A circulus; eritque factum quod petitur. Nam cùm totæ F G, H I, æquales ſint, & parallelæ; erunt & dimidio F A, H C æquales, & parallelæ; & conſequenter F H, A C, quæ illas conjungunt, æquales erunt, & parallelæ. *per 33. pri.* Eâdem ratione oſtendetur, GI, parallelam & æqualem eſſe eidem AC: itemque rectas F G, H I parallelas & æquales ipſi BD. Sunt igitur parallelogramma FE, EH, IE, EG, ideoque rectæ E A, EB, EC, ED, æquales ſunt rectis FB, H C, D I, A G: ſed hæ ſunt inter ſe æquales, cùm ſint dimidiæ æqualium FH, HI, &c. Ergo & EA, EB, EC, ED, æquales erunt, ac propterea circulus ex E ad intervallum E A deſcriptus, tranſibit quoque per puncta B, C, D; qui cùm contingat latera quadrati, *per Coroll. 16. pri.* deſcriptus erit in illo.

Fig. 198. Icon. A.

Propoſitio IX. Problema.

Circa datum quadratum deſcribere circulum.

IN quadrato figuræ 197. ducantur diametri A C, BD, ſecantes ſe in E. Quoniam igitur latera A B, A D, trianguli ABD, æqualia ſunt; erunt anguli A B D, A D B æquales, *per 5. pri.* eſt autem angulus B AD rectus; ergo ABD, ADB ſemirecti, *per 32. pri* Similiter oſtenditur reliquos omnes angulos ad A, B, C, D, eſſe ſemirectos, & ideo inter ſe æquales, ac proinde *per 6 pri.* E A, E B, E C, E D æquales inter ſe. Quare circulus ex E deſcriptus intervallo EA, tranſit per B, C, D, ergo, &c.

Fig. 197. Icon. A.

Propoſitio X. Problema.

Iſoſceles triangulum conſtituere, quod habeat utrumque eorum, qui ad baſin ſunt, angulorum, duplum reliqui.

QUævis recta AB ſecetur, *per 11. ſec.* ita in C, ut rectangulū AB, B C æquale ſit quadrato A C; & centro A, intervallo A B deſcribatur circulus vel arcus BD, eiq; applicetur, *per 1. hujus*, recta B D, æqualis rectæ A C, jungaturq; recta

CD; &

CD; & *per 5. hujus*, deſcribatur circulos circa triaogulum ADC, quem recta B D raoget in D, *per 37. ter.* quia rectangulum AB,BC, æquale eſt quadrato B D, eò quòd B D æqualis ſit rectæ AC. Et *per 32. ejuſdē*, angulu BDC, ad contactū D, æqualis erit in alterno ſegmento angulus C AD; adjectoque communi C D A, erunt duo C A D,CD A, æquales toti ADB; & quia duobus CAD, CD A, æqualis eſt, *per 32. pri.* externus D CB; huic erit æqualis ADB, ſeu A B D; & in triangulo DCB erunt, *per 6. pri.* DB, DC æquales; eſtq; D B æqualis C A; ergo C A æqualis CD, & *per 5. pri.* anguli CAD, CDA, æquales; & DCB, nec non ADB, vel ABD, duplus ipſius BAD; quod faciendum erat.

Propoſirio XI. Problema.

In dato circulo pentagonum æquilaterum, & æquiangulum inſcribere.

Pentagonum regulare circulo inſcribere.

INſcribatur eirculo *per 2. hujus*, triangulum EF G, æquiangulum triangulo A B D propoſitionis anteeedentis; & rectæ F I, G H, ſecent, *per 6. pri.* bifariam angulos E F G, EGF. Hac ratione erunt quinque anguli, F E G, F G H, HGE, EFI, IF G, æquales; & ideo *per 26. ter.* quinque arcus GF, FH, HE, EI, IG, ſunt æquales; & quinque rectæ ipſos ſubtendentes ſont etiam æquales, *per 29. ejuſdem*, & omnes quinque anguli pentagoni F G I E H, æquales, *per 27. ter.* quia ſicut H E I, ioſiſtit tribus arcubus æqualibus H F G I, ita etiam reliqui inſiſtuor totidem æqualibus.

Icon. A. Fig. 200.

Propoſitio XII. Problema.

Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum, & æquiangulum deſcribere.

Pentagonum regulare circulo inſcribere.

CIrculo inſcribatur, *per præcedentem*, pentagonum regulare A B C D E, & ex centro F ducantur rectæ F A, F B, FC, FD, FE; ad quas ducantur perpendiculares G H, H I, I K, K L, L G: quæ quia coëunt io punctis G, H, I, K, L, *per 11. Axi. pri.* & tangunt circulum, *per Coroll. 16. ter.* erit deſcriptum pentagonum GHIKL circa circulum; quod dico eſſe æquilaterum, & æquiaogulū. Ductis enim F G, F H, F I, F K, F L, erunt, *per 47. pri.* quadrato F H, æqualia tam quadrata F A, AH, quàm quadrata FB, BH; ideoque quadrata FA, AH, æqualia erunt quadratis FB, BH; & demptis æqualibus quadratis FA, FB, remanebunt qoadrata A H, BH æqualia, ideoq; & rectæ AH, BH æquales: Qoonia ergo latera A F, F H æqualia ſunt lateribus BF, F H, & baſes AH, BH æquales; erunt, *per 8. pri.* aoguli AFH, BFH æquales; uti & HAF, BHF: doplus igitur eſt angulus A FB, anguli BFH, & angulus AHB anguli BHF. Eodem modo oſteoditur, angulum B F C duplum eſſe angulo B F I, & angulum B I C aoguli B I F. Cùm igitur anguli AFB, BFC ſint æquales, quòd inſiſtant circumfereotiis A B, B C æqualibus, utpote à rectis æqualibus AB, BC ſubtenſis; ideo & dimidii eorum B F H, BFI æquales eruot. Quocirca cùm duo anguli B F H, H B F, æquales ſint doobus B F I, I B F, & latus B F illis adjacens comune; erunt *per 26. pri.* & latera B H, B I æqualia, & anguli B H F, B I F æquales. Dupla ergo eſt recta H I, rectæ B I. Eâdem ratione oſtenditur, rectam G H duplam eſſe rectæ H A. Sunt autem oſtenſæ æquales H B, H A; igitur & earum duplæ HI, HG, æqoales erunt. Similiter demouſtratur, rectas IK, KL, L G, æquales eſſe cuilibet rectarū, HI, HG. Æquilaterum ergo eſt pentagonum GH IKL. Probo nunc æquiangulum eſſe. Quoniam enim oſtenſum eſt, angulos B H F, BIF æquales eſſe, ac dimidios aogulorum B H A, B I C, erunt & eorum dupli BHA, BIC, æquales. Eâdem ratione aoguli I K L, K L G, L G H, erunt æquales cuilibet angulorum B H A, BIC. Æquiangulom igitur eſt peotagonum GHIKL.

Fig. 201. Icon. A.

Propoſitio XIII. Problema.

In dato pentagono æquilatero & æquiangulo, circulum inſcribere.

Circulum pentagono regulari inſcribere.

PEntagoni ABCDE anguli duo proximi B AE, ABC, dividantur bifariam, *per. 9. pri.* rectis A F, BF; & à puncto F, in quo concurruut (concurrent autem oeceſſariò in aliquo puocto, *per 11. Axio. pri.*) ducantur rectæ F C, F D, FE. Quia ergo triangulorum A B F, C BF, duo latera A B, BF, æqualia ſunt duobos lateribus C B, B F; & anguli ABF, C B F ipſis coutenti æquales; erunt baſes AF, CF, & anguli B A F, BCF æquales. Cùm igitur anguli BAE, BCD ponantur æquales, & B A F dimidium ſit BAE; erit & B C F dimidium B C D. Diviſus eſt ergo angulus B C D bifariam. Simili modo oſtenditur, reliquos duos angulos C D E, DEA diviſos eſſe bifariam. Ducaotur jam ex F ad ſingula pentagoni latera perpendiculares F G, F H, FI, FK, FL. Quuniam igitur anguli F G A, FA G æquales ſunt angulis F L A, F A L; eſtque latus A F ſubtenſum uni æqualium angulorum commune; erunt *per 26. pri.* F G, F L æquales. Similiter uſtenditur reliquas F H, F I, F K æquales eſſe cuilibet iſtarum. Circolus igitur deſcriptus ex F, intervallo FG, traoſibit per puncta H, I, K, L. Et quoniam latera pentagoui hunc circulum tangunt, *per Coroll. 16. ter.* erit circulus in pentagono inſcriptus.

Fig. 202 Icon. A.

Propoſitio XIV. Problema.

Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum deſcribere.

Circulum pentagono regulari circumſcribere.

DIviſis duobus angulis B A E, ABC bifariam rectis AF, B F, coëuotibus in F, & ductis F C, F D, F E; oſteoditur in præcedenti problemate, reliquos etiam pentagoni angulos eſſe diviſos bifariam. Qui cùm omnes ſint æquales, etiam dimidii æquales erunt. Quoniam igitur in triangulo A F B duo anguli ad A B æquales ſunt; erunt rectæ FA, FB æquales, *per 6. pri.* Eâdem de causâ æquales ſunt rectæ F C, F D, FE cuilibet iſtarum. Circulus ergo ex F ad ſpatium F A deſcriptus, tranſit per reliqua puocta, atque adeo circa pentagonom deſcribitur.

Fig. 203. Icon A.

Propoſitio XV. Problema.

In dato circulo hexagonum æquilaterum & æquiangulum inſcribere.

Hexagonum regulare.

DUctâ diametro A G D, deſcribatur ex centro G, intervallo D G, circul[illegible]tens C G E, & du-

circulo inſcribere.

& ducantur per centrum G rectæ CGF, EGB, item aliæ AB, BC, CD, DE, EF, FA. Dico hexagonum deſcriptum, eſſe æquilaterum & æquiangulum. Nam CGD, DGE, ſunt triangula æquilatera. & ſingula latera unius ſunt æqualia ſingulis alterius, quoniam omnia ſunt ejuſdē vel æqualium circulorum ſemidiametri. Eadem duo triangula ſunt æquiangula, *per coroll. 5. pri.* ideoq; tam angulus CGD, quam angulus DGE, eſt tertia pars duorum rectorū *per coroll. 32. pri.* Et quoniam hi duo, cum tertio EGF, ſunt æquales duobus rectis, *per 13. pri.* erit & hic tertia pars duorum rectorum. Æquales ergo ſunt inter ſe tres anguli CGD, DGE, EGF, eisdemque totidem alii ad verticem ſunt æquales, *per 15. pri.* & omnibus æquales baſes ſubtenduntur, *per 4. pri.*

Fig. 204. Icon. A.

Corollarium.

Semidiameter eſt latus hexagoni regularis circulo inſcriptibilis.

COlligitur hinc, latus hexagoni circulo inſcripti æquale eſſe ſemidiametro circuli, quoniam latus CD eſt æquale lateri CG, & eadem eſt ratio de cæteris. Hexagonum ergo circulo inſcribitur, ſi ſemidiameter ſexies in eo accommodetur.

Propoſitio XVI. Problema.

In dato circulo, quintidecagonum regulare deſcribere.

Quintidecagonum regulare circulo inſcribere.

CIrculo inſcribatur, *per 2. hujus*, triangulum æquilaterum ABC, & *per 11. hujus*, pentagonum regulare ADEFG. Qualium igitur partium 15, eſt tota circumferentia circuli, talium 5. erit AB, & talium 3 AG, & talium 6 AGF, atque adeo talium una erit BF. Quare ſi recta BF in circulo accommodetur quindecies, erit in eo deſcriptum quintidecagonum æquilaterum, & æquiangulum, ſingula enim latera ſubtendent æquales arcus & angulos.

Fig. 205. Icon. A.

EUCLDIS ELEMENTUM QVINTUM.

IN hoc & ſequenti libro conſiderat Euclides quantitatem continuam non abſolutè, ut in præcedentibus, ſed prout una ad aliam refertur & cum illa proportionem aliquam habet. Et hoc quidem libro agit de proportionibus in genere, non deſcendendo ad lineas, ſuperficies, corpora: in ſequenti vero in ſpecie, conſiderando proportionem linearum, angulorum, circumferentiarum, triangulorum, &c. Sed prius præmittit ſequentes.

DEFINITIONES.

I.

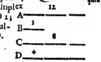
Pars aliquota quid ſit.

PArs eſt magnitudo magnitudinis, minor majoris, cum minor metitur majorem. *Senſus eſt. Pars (aliquota ſcilicet) eſt, quæ metitur ſuum totum præcisè, cujuſmodi eſt 3 reſpectu 9, 12, 15, &c.*

II.

Multiplex, & æquè multiplex quid ſit.

Multiplex autem eſt magnitudo magnitudinis, major minoris, cum minor metitur majorem. *Senſus eſt: Totum quod pars aliqua præcisè metitur, vocatur multiplex reſpectu partis, cujuſmodi ſunt 9, 12, 15, &c. reſpectu 3.* Quod ſi A 12. reſpectu B 3, eſt tam multiplex quam eſt C 8 reſpectu D 2; dicuntur A & C æque multiplices reſpectu B & D.



III.

Ratio quid ſit.

Ratio eſt duarum magnitudinum, ejuſdem generis, mutua quædam ſecundum quantitatem habitudo. *Itaque quando duæ quantitates ejuſdem generis ſunt duo numeri, duæ lineæ, duæ ſuperficies, duo corpora, &c. inter ſe comparantur ſecundum quantitatem, prout una eſt altera vel major, vel minor, vel æqualis; appellatur hujuſmodi comparatio, ſeu habitudo mutua, ratio: quando vero comparantur ſecundum qualitatem v.g. vel cum aliis diverſi generis: non vocatur ratio.*

IV.

Proportio quid ſit.

Proportio verò eſt rationū ſimilitudo, *quando ſcilicet una ratio comparatur ad aliam. Exempli gratia, relatio 2 ad 1, vel 4 ad 2, vocatur ratio, & quia eadem eſt relatio, 2 ad 1, quæ 4 ad 2, ideo inter 2 & 1, & inter 4 & 2, dicitur eſſe proportio. Rationem aliqui vocant proportionem, & hanc vocant proportionalitatem. In omni proportione ea quantitas quæ refertur ad aliam, dicitur antecedens proportionis; ea verò ad quam alia refertur, dicitur, conſequens. Quando antecedens & conſequens ſunt æquales, vocatur proportio æqualitatis, quando inæquales, inæqualitatis. Quando major comparatur ad minorem, eſt proportio majoris inæqualitatis, quando minor ad majorem, minoris inæqualitatis. Quando proportio poteſt numeris exprimi, vocatur rationalis; quando non poteſt, irrationalis. Rationalem proportionem habent duæ quævis quantitates commenſurabiles: irrationalem, incommenſurabiles. Commenſurabiles quantitates ſunt, quæ habent unam menſuram communem, ſeu eſt, unam communem partem aliquotam quæ utramque metitur præcisè: incommenſurabiles, quæ non habent. Primi generis ſunt 8. & 20. nam ea metitur 4. ſecundi generis ſunt latus quadrati & ejus diameter: nulla enim pars aliquota unius metitur præcisè aliam quantitatem illarum.*

Proportio æqualitatis, & inæqualitatis: nē rationalis & irrationalis.

Commenſurabiles & incommenſurabiles quantitates.

V.

Magnitudines ejuſdem generis.

Rationes habere inter ſe magnitudines dicuntur, *ſeu ejuſdem generis magnitudines ſunt illa,* quæ poſſunt multiplicatæ ſeſe mutuo ſuperare. *Tales non ſunt linea & ſuperficies, ſuperficies & corpus, angulus rectilineus & contingentiæ, finitum & infinitum. Curvum tamen & rectum habent proportionem, quia quadrata ſunt lunula, & parabola, & quadrari poteſt circulus.*

VI.

Magnitudines habentes eandem rationem.

In eadem ratione magnitudines dicuntur eſſe, prima ad ſecundam, & tertia ad quartam, cum primæ & tertiæ æque multiplicia, à ſecundæ & quartæ æquemultiplicibus qualiſcunque ſit hæc multiplicatio, utrumq; ab utroque vel unà deficiunt, vel unà æqualia ſunt, vel una excedunt, ſi ea ſumantur, quæ inter ſe reſpondent. *Senſus eſt: tunc 4 magnitudinum, v.g. A, B, C, D, prima A ad ſecundam B dicitur habere eandem vel ſimilem, vel æqualem rationem, quam habet tertia C ad quartam D, quando æquemultiplices antecedentium*

Digitized by Google

dentium A & C, v.g. E & F, quæcunq; illæ ſint, dupla, tripla, quadrupla, &c reſpectu quarumcunq; æq; multiplicium conſequentium B & D, v.g. G & H, quæ etiā poſſunt eſſe dupla, tripla, quadrupla, &c. habent hanc conditionem, ut E & F vel una ſint æquales ipſis G & H, ut in ſecunda ſerie appoſiti ſchematis; vel una

Prima Series			
E 9.	A 3	C 6.	F 18
G 4.	B 2.	D 4.	H 8.
Secunda Series.			
E 18.	A 3.	C 6.	F 36.
G 18.	B 2.	D 4.	H 36.
Tertia Series.			
E 12.	A 3.	C 6.	F 24.
G 14.	B 2.	D 4.	H 28.

excedant, ut in prima ſerie, vel una deficiant, ut in tertia ſerie: Hoc eſt, ut quando E eſt æqualis ipſi G, etiam F ſit æqualis H: & quando E eſt maior quam G, etiam F ſit maior quam H, & quando E eſt minor quam G, etiam F ſit minor quam H. Et quamvis hoc exemplum ſit propoſitum in numeris, hoc eſt, in magnitudinibus commenſurabilibus, eadem tamen ratio eſt in incommenſurabilibus.

VII.

Magnitudines proportionales diſcretè & continuè.

Eandem proportionem habentes magnitudines, vocantur proportionales. *Et quidem ſi ſint quatuor magnitudines, & prima ad ſecundam ſe habet, ut tertia ad quartam, dicuntur proportionales non continuè, ſed diſcretè: ſi vero ſunt tres tantum, & prima ad ſecundam eſt, ut ſecunda ad tertiam, dicuntur continuè proportionales, quia proportio non interrumpitur. Talis eſt inter 2. 4, 8. nam ſicut ſe habet 2 ad 4, ita 4 ad 8. In priori exemplo interrumpitur proportio, quia ſicut ſe habet 3 ad 2. ita 6. ad 4. Prior eſt continua, poſterior diſcreta.*

VIII.

Cum vero æquemultiplicium multiplex primæ magnitudinis exceſſerit multiplice ſecundæ, at multiplex tertiæ non exceſſerit multiplicem quartæ: tunc prima ad ſecundam dicitur habere majorem rationem, quam tertia ad quartam. *Quod ſi è contrario multiplex primæ deficiat à multiplice ſecundæ, non autem multiplex tertiæ à multiplice quartæ, tunc prima ad ſecundam dicitur habere minorem proportionem, quam tertia ad quartam. Et ſatis eſt ut id contingat in uno tantum exemplo, etiamſi in aliis vel æqualiter ſint majores, vel minores, vel æquales. Sic quia in appoſito exemplo ſi ſumatur dupla antecedentium A & C, & quia du-*

A 12.	A 6.	C 7.	F 14.
G 8	B 2.	D 4.	H 16.

pla conſequentium G & H, multiplex ipſius A ſuperat multiplicem ipſius B, & tamen multiplex C non ſuperat multiplicem D: ideo A ad B majorem rationem habet, quam C ad D.

IX.

Proportio in tribus terminis ad minimum conſiſta.

Proportio autem in tribus terminis pauciſſimis conſiſtit. *Hoc eſt, termini proportionales ut minimum ſunt tres, ut in proportione continua, ubi conſequens terminus rationis prioris, eſt antecedens rationis poſterioris. At in proportione diſcreta requiruntur ut minimum quatuor termini.*

X.

Propoſitio duplicata

Cū tres magnitudines proportionales fuerint prima ad tertiam dicitur habere duplicatā rationem ejus, quam habet ad ſecundam: at cum quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam dicitur habere triplicatam rationem ejus quam habet ad ſecundam; & ſic deinceps, ſemper uno amplius, quamdiu proportio extiterit. *Sic harum quatuor magnitudinum, 8, 4, 2, 1 prima ad tertiam habet duplicatam rationem eius quam, habet ad ſecundam, nempe dupla: & eadem prima ad quartam habet rationem triplicatam eiuſdem duplæ. Explicabitur melius ad Definit. 5. Libri ſequentis.*

triplicata &c.

XI.

Homologæ magnitudines.

Homologa ſeu ſimiles ratione magnitudines dicuntur antecedentes quidem antecedentibus, conſequentes vero conſequentibus. *Sic in hac proportione diſcreta quatuor proportionalium, ut 6 ad 3, ita 4 ad 2, prima & tertia ſunt homologæ quia ambæ ſunt antecedentes termini; ſecunda item & quarta, quia ambæ ſunt conſequentes termini dictæ proportionis.*

Annotatio.

Argumentandi modi ſex in proportionibus.

In ſex proxime ſequentibus Definitionibus explicat Euclides quoſdam modos argumentandi in proportionibus, quorum frequentiſſimus eſt uſus apud Geometras, & inferius ſuis locis demonſtrantur. Hi ſunt ſex. Primus dicitur ratio ſeu proportio alterna, ſive permutata: ſecundus, ratio inverſa, ſeu converſa, ſive proportio e contrario: tertius, compoſitio rationis, ſeu cōiuncta proportionalitas: quartus, diviſio rationis, vel disjuncta proportionalitas: quintus, converſio rationis, ſive everſa proportionalitas: ſextus, ratio ſeu proportio ex æqualitate, ſeu æqua proportio ex æqualitate, ſeu æqua proportio.

XII.

Ratio alterna.

Alterna ratio, eſt ſumptio antecedentis ad antecedentem, & conſequentis ad conſequentem. *Ut quando ex eo, quod ut A ad B, ita eſt C ad D, infertur: ergo permutando ut A ad C, antecedens ad antecedentem: ita eſt B ad D, conſequens ad conſequentem.*

ut A ad B
ita C ad D
ut A ad C
ita B ad D

XIII.

Ratio inverſa.

Inverſa ratio, eſt ſumptio conſequentis ceu antecedentis, ad antecedentem velut ad conſequentem. *Ut quando ex eo quod ut A ad B, ita eſt C ad D, infertur: ergo convertendo, vel invertendo: vel è contrario, ut B ad A, ita eſt D ad C.*

ut A ad B
ita C ad D
ut B ad A
ita D ad C

XIV.

Rationis compoſitio.

Compoſitio rationis, eſt ſumptio antecedentis cum conſequente ceu unius, ad ipſam conſequentem. *Ut quando ex eo quod ut A ad B, ita eſt C ad D, infertur: ergo componendo, ut A B ſimul ad eandem B, ita C D ſimul ad eandem D.*

ut A ad B
ita C ad D
ut A B ad B
ita C D ad D

XV.

Rationis diviſio.

Diviſio rationis eſt ſumptio exceſſus, quo conſequentem ſuperat antecedens, ad ipſam conſequentem. *Ut quando ex eo quod ut tota A B ad partem CB, ita eſt tota DE ad partem FE, infertur: ergo dividendo, ut pars AC ad eandem partem CB, ita reliqua pars DF ad eandem FE.*

Fig. 11. Icon A.

XVI.

Rationis converſio.

Cōverſio rationis, eſt ſumptio antecedentis ad exceſsū quo ſuperat antecedens ipsā cōſequentem. *Ut quando ex eo quod ut tota AB ad CB, ita eſt*

tota

Fig. II. Icon. A. *tota DE ad FE, infertur: ergo ut eadem AB ad AC, ita DE ad DF.*

XVII.

Ratio ex æquo. Ex æqualitate, *ſeu ex æquo* ratio eſt, ſi plures duabus ſint magnitudines, & his aliæ multitudine pares, quæ binæ ſumantur, & in eadem ratione; cum ut in primis magnitudinibus prima ad ultimam, ſic & in ſecundis magnitudinibus prima ad ultimam ſeſe habuerit. *Vel aliter.* Ex æqualitate ratio, eſt ſumptio extremorum per ſubductionem mediorum. *Ut quando ex eo quod ut eſt A ad B, ita D ad E, & ut eſt B ad C, ita E ad F, infertur, ergo ut A ad C, ita eſt D ad F, ſumendo extremas, & ſubducendo ſeu omittendo medias.* *Hæc duplex eſt, ordinata, & perturbata.*

ABC,	DEF.
AC,	DF.

XVIII.

Ratio ex æquo ordinata. Ordinata proportio *ex æqualitate* eſt, cum fuerit, quemadmodum antecedens ad conſequentem, ita antecedens ad conſequentem: fuerit etiam, ut conſequens ad aliud quidpiam, ita conſequens ad aliud quidpiam. *Hoc eſt, quando ordinatè proceditur, & in utriſque magnitudinibus idem ordo in proportionibus ſervatur, ut in præcedenti exemplo, ubi quia ut A ad B, ita D ad E, & ut B ad C, ita E ad F, infertur, ergo ex æqualitate ordinata, ut A ad C, ita D ad F.*

XIX.

Ratio ex æquo perturbata. Perturbata autem proportio eſt, cum tribus poſitis magnitudinibus, & aliis quæ ſint his multitudine pares, ut in primis quidem magnitudinibus ſe habet antecedens ad conſequentem, ita in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequentem. Ut autem in primis magnitudinibus conſequens ad aliud quidpiam, ſic in ſecundis magnitudinibus aliud quidpiam ad antecedentem. *Ut ſi quando fuerit ut A ad B, ita E ad F, & ut B ad C, ita D ad E: infertur: ergo ex æqualitate perturbata, ut A ad C, ita D ad F. Differt ergo perturbata ab ordinata, non ratione proportionis extremorum, ſed intermediorum.*

PROPOSITIONES.

PRoximè ſequentes 25. propoſitiones ſunt Euclidis, reliquæ ſunt ab aliis additæ; quas quia paſſim Scriptores antiqui & recentiores in ſuis demonſtrationibus adhibent, adjicere placuit.

Propoſitio I. Theorema.

Si fuerint quotcunq; magnitudines quotcunque magnitudinum æqualium numero, ſingulæ ſingularum æque multiplices: quam multiplex eſt unius una magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.

Fig. III. Icon. A. UT ſi ſint duæ magnitudines, A & B, totidem magnitudinũ E & F, æquè multiplices v. g. triplæ: erunt etiã A & B ſimul, triplæ ipſarũ E & F ſimul. Quoniam enim in A ſunt tres magnitudines, C, D, G, æquales ipſi E: & in B ſunt etiam tres H, I, K, æquales ipſi F, erunt CH ſimul ipſis EF ſimul, æquales ſemel, *per 2. Axi. pri.* & DI ſimul iiſdem EF ſimul, æquales erunt ſecundo: & GK ſimul iiſdem EF ſimul, æquales tertio, atque adeo quoties A continet E, vel quoties B continet F, toties AB ſimul continet EF ſimul.

Propoſitio II. Theorema.

Si prima ſecundæ æquè fuerit multiplex, atque tertia quartæ; fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex, atque ſexta quartæ; erit & compoſita prima cum quinta, ſecundæ æquè multiplex, atque tertia cum ſexta quartæ.

UT ſi fuerit AB prima, dupla ipſius C ſecundæ, & ſimiliter DE tertia fuerit dupla ipſius F quartæ: & præterea BG quinta, fuerit tripla ejusdem C ſecundæ, & ſimiliter EH ſexta, fuerit tripla ejusdem F quartæ: erit tam tota compoſita ABG quintupla ipſius C, quam tota compoſita DEH quintupla ipſius F. Nam ſi æqualibus numero multitudinibus AB, DE, addantur æquales numero BG, EH, fiunt ABG ſimul æquales numero ipſis DEH ſimul, *per 2. Axi. pri.* ideoque quoties C continetur in AG, toties F continetur in DH, & conſequenter quam multiplex eſt AG reſpectu C, tam multiplex eſt DH reſpectu F. Fig. IV. Icon. A.

Propoſitio III. Theorema.

Si ſit prima ſecundæ æquè multiplex, atque tertia quartæ: ſumantur autem æquè multiplices primæ, & tertiæ: erit & ex æquo, ſumptarum utraque utriuſq; æquè multiplex, altera quidem ſecundæ, altera autem quartæ.

UT ſi A prima, ſit dupla ſecundæ B, & ſimiliter C tertia, ſit dupla quartæ D; ſumatur verò E tripla primæ A, & F tripla tertiæ C: erit ex æqualitate tam E tripla ſecundæ B, quam F tripla quartæ D. Nam quia E & F ſunt æquè multiplices ipſarum A & C, nempe triplex. erunt in E tres magnitudines, G, H, I, æquales ipſi A: & ſimiliter in F erunt tres, K, L, M, æquales ipſi C. Cum igitur G & K ſint æquales ipſis A & C: erunt G & K æquè multiplices ipſarum B & D *per 6. Axi. pri.* ſint autem eandem ob cauſam H & L, item I & M, æquè multiplices earundem B & D, ſequitur, *per 2. præcedentem Propoſit.* G, H, I, ſimul, & K, L, M, ſimul (hoc eſt, E & F) eſſe æquè multiplices earundem B & D. Fig. V. Icon. A.

Propoſitio IV. Theorema.

Si prima ad ſecundam habuerit eandem rationem, quam tertia ad quartam: etiam æquè multiplices prima & tertia, ad æque multiplices ſecundæ & quartæ, juxta quamvis multiplicationem, & eandem habebunt rationem, ſi prout inter ſe reſpondent, ita ſumpta fuerint.

SIt ut A ad B, ita C ad D; & ſint E & F æquè multiplices antecedentium A, C, & G ac H ſint utcunque æquè multiplices conſequentium B, D.

Dico

Dico, eſſe ut E ad G, ita F ad H. Sumantur enim rurſum ipſarum E, & F, quæcunque æquè multiplices I, & K, & aliæ quæcunque æque multiplices L, M, ipſarum G, H. Ergo,

I.	E.	A.	B.	G.	L.
K.	F.	C.	D.	H.	M.

per præced. I, K, erunt æque multiplices ipſarum A, C, & L, M, æquè multiplices ipſarum B, D, atque adeo, *per Defin. 6. hujus*, I, & K erunt vel una æquales ipſis L & M, vel una excedent, vel una deficient. Sunt autem I & K æque multiplices ipſarum G & H: Ergo, *per eandem Defin. 6.* erit quoque ut E ad G, ita F ad H.

Corollarium.

Demonſtratur ratio inverſa, ſeu converſa.

COlligitur hinc, & ſimul ex citata Defin. 6. hujus, ſi quatuor quantitates fuerint proportionales, eaſdem & inverſa ſeu converſa ratione eſſe proportionales, juxta Definitionem 13. hujus. Nam ſi ut A ad B, ita fuerit B ad D. & ipſarum A, C, ſumantur æque multiplices E, F, & alia G, H, æquè multiplices quæcunque ipſarum B, D, erunt, per hic demonſtrata, juxta Definit. 6. hujus, *E, F. vel una æquales ipſis G, H, vel una excedent, vel una deficient: & conſequenter vice verſa G & H vel una erunt æquales, vel una excedent, vel una deficient ab E,*

E.	*A.*	*B.*	*G.*
F.	*C.*	*D.*	*H.*

F: unde ſequitur, per eadem demonſtrata, & juxta eandem Definit. 6. hujus, *ut B ad A, ita eſſe D ad C.*

Propoſitio V. Theorema.

Si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, atque ablata ablatæ, etiam reliqua reliquæ ita multiplex erit, ut tota totius.

Fig. VI. Icon. A. SIt tota AB, totius CD ita multiplex, ut eſt multiplex ablata AE, ablatæ CF. Dico, etiam reliquam EB, ita eſſe multiplicem reliquæ FD, ut eſt tota AB totius CD. Sumatur enim, GC, cujus EB ſit tam multiplex, ut eſt AE ipſius CF, vel tota AB totius CD. Erit ergo, *per 1. hujus*, tota AB tam multiplex totius GF, quam eſt totus CD: ac proinde, *per 6. Ax. pri.* GF, & CD, erunt æquales & ablata communi CE, æquales etiam erunt GC, FD, *per 2 Axio. pri.* ideoque EB tam erit multiplex ipſius FD, quam eſt multiplex ipſius FC: Sed EB tam eſt multiplex ipſius GC, quam eſt AE ipſius CF, vel tota AB totius CD, ex hypotheſi: ergo eadem EB tam eſt multiplex ipſius FD, quàm AE ipſius CF, vel tota AB totius CD.

Propoſitio VI. Theorema.

Si duæ magnitudines duarum magnitudinum ſint æquè multiplices, & detracta quædam ſint earundem æque multiplices, etiam reliquæ eiſdem aut æquales erunt, aut æque ipſarum multiplices.

Fig. VII. Icon. A. SInt AB, CD, æquè multiplices ipſarum E, F: & detractæ AG, CH, ſint earundem E, F æquè multiplices, Dico, reliquas GB, HD, aut eſſe æquales eiſdem E, F, aut certe earundem æque multiplices. Nam in AB toties eſt E, quoties F in CD: & ſimiliter in AG toties eſt E, quoties F in CH: ablato ergo numero partium AG, & CH, remanebit E in GB toties, quoties F in HD.

Propoſitio VII. Theorema.

Æquales magnitudines ad eandem, eandem habent rationem: Et eadem ad æquales.

A & B ſint æquales inter ſe. Dico, eas ad C habere eandem rationem: & vice verſa C eandem ad æquales A & B. Sumantur enim D, E, æquè multiplices ipſarum A, B; eruntque D, E, inter ſe æquales, *per 6. Axi. pri.* Sumatur præterea F, utcunque multiplex ipſius C. Quoniam igitur D, E, æquales ſunt, ſit utraque vel minor ſit quam F, vel æqualis, vel major, juxta quamcunque multiplicationem id fiat. Ergo, *per Defin. 6. hujus*, ut A ad C, ita eſt B ad idem C. Et vice verſa multiplex F vel una erit æqualis multiplicibus D, E, vel una major, ideoque, *per eandem Definit. 6.* erit ut C ad A, ita idem C ad B. Fig. VIII. Icon. A.

Ex his conſtat, æquales magnitudines ad alias inter ſe æquales, eandem habere rationem, ſi loco multiplicis F ſumantur duæ æque multiplices.

Propoſitio VIII. Theorema.

Inæqualium magnitudinum major ad eandem, majorem rationem habet, quam minor: Et eadem ad minorem, majorem rationem habet, quam ad majorem

SInt duæ magnitudines inæquales AB, major, & C minor, tertia autem quælibet D. Dico, AB habere majorem proportionem ad D, quam C ad D: Et è converſo, D ad C habere majorem proportionem, quam D ad AB. Intelligatur enim in AB, magnitudo AE æqualis minori C, ut ſit reliqua EB: Utriuſque deinde, EB, AE, ſumantur æque multiplices GF, HG. hac lege, ut GF multiplex ipſius EB, major quidem ſit quam D, at HG multiplex ipſius AE, non ſit minor eadem D, ſed vel æqualis, vel major. Quoniam igitur duæ FG, GH æquè multiplices ſunt duarum B E, EA: erit *per. 1 hujus*, tota FH ita multiplex totius AB, ut HG ipſius AE, hoc eſt, ipſius C. Capiatur quoque ipſius D multiplex IK, quæ proxime major ſit quam HG, nempe ad minimum dupla. Abſciſſa igitur LK æquali ipſi D, non erit IL major quam HG, ſed vel æqualis, vel minor, alioquin IK non eſſet multiplex ipſius D proxime major quam HG. Et quia FG major eſt quam D, LK vero æqualis eidem D: erit quoque EG major quam LK: Eſt autem HG non minor quam IL, ergo tota FH major eſt quam IK. Cum itaque FH, HG, ſint æque multiplices primæ AB, & tertiæ AE, ſeu C, & IK ſit multiplex ipſius D, quæ eſt inſtar ſecundæ, & quartæ, ſeu duarum conſequentium, ſitque FH multiplex primæ, major quam IK multiplex ſecundæ: at GH multiplex tertiæ non ſit major, quam IK multiplex quartæ, imo minor, erit, *per 8. Defin.* Fig. IX. Icon. A.

hujus

AB primæ ad D ſecundam, quam C tertiæ ad D quartam.

E contrario vero D ad C majorem rationem habet, quàm ad AB, quia IK, multiplex primæ D, major eſt quam HG multiplex ſecundæ C, at IK, multiplex tertiæ D, major non eſt quam FH multiplex quartæ AB, ſed minor; ac proinde, *per eandem Defini. 8. hujus*, erit major proportio D ad C, quam ad AB.

Propoſitio IX. Theorema.

Quæ ad eandem magnitudinem, habent eandem rationem, æquales ſunt inter ſe: Et ad quas eadem eandem habet rationem, eæ quoque ſunt inter ſe æquales

Fig. X. Icon. A. HAbeant A & B eandem rationem ad C, dico, eaſe eſſe æquales. Si enim alterutra, v. g A major eſſet quam B, haberet A ad C majorem proportionem, quam B ad C, *per præcedentem*. Habeat iterum C ad A & B eandem rationem: dico A & B eſſe æquales. Si enim B minor eſſet quàm A, haberet C ad B majorem rationem quam ad A, *per eandem præcedentem*.

Propoſitio X. Theorema.

Ad eandem magnitudinem rationem habentium, quæ majorem rationem habet, illa major eſt: ad quam autem eadem majorem rationem habet, illa minor eſt.

Fig. XI. Icon. A. HAbeat A ad C majorem rationem, quam B ad eandem C, erit A major quam B. Habeat deinde C ad B majorem rationem, quam ad A: erit B minor quam A. Si enim in primo caſu A eſſet æqualis B, non haberet proportionem majorem ad C, ſed æqualem, *per 7. hujus*: ſi autem A in eodem caſu eſſet minor quam B, haberet minorem rationem ad C. *per 8. hujus*. In ſecundo vero caſu, ſi A & B eſſent æquales, C ad eas haberet eandem rationem, *per 9. hujus*: ſi vero B eſſet major quam A, haberet C minorem rationem ad ipſam, quam ad A *per 8. hujus*.

Propoſitio XI. Theorema.

Quæ eidem ſunt eædem rationes, etiam inter ſe ſunt eædem.

SIt A ad B, ot E ad F, ſit præterea C ad D, ut eadem E ad F. Dico, A ad B eſſe, ut C ad D. Sumantur enim ad omnes antecedétes A, C, E, æq; multiplicesquæcunq; G, H, I, & ad omnes conſequentes B, D, F, aliæ quæcunq; æq; multiplices K, L, M. Quoniam igitur eſt A prima ad B ſecundã, ut E tertia ad F quartã: ſit, *per Defin. 6. hujus*, ut quando G eſt æqualis, vel major vel minor, quam K, etiam I ſit æqualis, vel major, vel minor quam M.

G.	I.	H.
A.	E.	C.
B.	F.	D.
K.	M.	L.

Sed ſi I eſt æqualis, vel major, vel minor, quam M, etiam C eſt æqualis, vel major, vel minor, quàm L, *per eandem Defini. 6. hujus*, quia ut E ad F, ita eſt C ad D; Ergo quando G major eſt, vel minor, vel æqualis ipſi K, etiam H major erit, vel æqualis ipſi L: ideoque, *per dictam Defin. 6.* erit A prima ad B ſecondam, ut C tertia ad D quartam.

Propoſitio XII. Theorema.

Si ſint magnitudines quotcunque proportionales, quemadmodum ſe habuerit una antecedentium ad unam conſequentium, ita ſe habebunt omnes antecedentes ad omnes conſequentes.

SI fuerit ut A ad B, ita D ad C, & ita E ad F, &c. erunt omnes antecedentes A, C, E ſimul, ad omnes conſequentes B, D, F ſimul, ut una antecedens ad unam conſequentem, v. g. ut A ad B. Sumantur enim G, H, I, æque multiplices antecedentium, & K, L, M utcunque multiplices conſequentium: erunt, *per 1. pri hujus*, G, H, I ſimul, ipſarum A, C, E ſimul, ita multiplices, ut G ipſius A:

G.	H.	I.
A.	C.	E.
B.	D.	F.
K.	L.	M.

& præterea K, L, M erunt ipſarum B, D, F ita multiplices, ut K ipſius B. Deinde quoniam rationes A ad B, C ad D, E ad F, ſunt eædem: ergo, *per Defi. 6. hujus* quando G eſt æqualis, vel major, vel minor quã K, etiq; etiam H & I æqualis, vel major vel minor quã L & M, atq; adeo quando G major eſt, vel minor, vel æqualis ipſi K, erũt omnes G, H, I majores, vel minores, vel æquales omnibus K, L, M. Sunt autem G, & G, H, I, æque multiplices ipſarum A, & A, C, E, & K, ac K, L, M, æque multiplices ipſarum B, & B, D, F, ergo, *per dictam Defin. 6.* ut A ad B, ita ſunt omnes A, C, E, ad omnes B, D, F.

Propoſitio XIII. Theorema.

Si prima ad ſecundam habuerit eandem rationem, quam tertia ad quartam; tertia verò ad quartam habuerit majorem rationem, quam quinta ad ſextam: prima quoq; ad ſecundam habebit majorem rationem, quàm quinta ad ſextam.

SI A ad B eandem rationem habuerit, quam C ad D: at C ad D habuerit majorem, quam E ad F. etiam A ad B habebit majorem, quam E ad F. Sumptis enim æque multiplicibus antecedentium & conſequentium, ut in præcedenti propoſitione, erit, *per Definit. 6 hujus*, G ſemper major quam K quando H major eſt quam L: at *per Defin. 8. hujus*, quando H major eſt quam L, non neceſſariò ſemper I eſt major quam M, ſed aliquando æqualis, aliquando minor, eo quod major ornatur proportio C ad D, quam E ad F: Ergo etjam I poteſt eſſe non major quàm M, quando G eſt major quam K, & ideo, *per eandem Definit. 8.* major erit ratio A ad B, quam E ad F.

G.	H.	I.
A.	C.	E.
B.	D.	F.
K.	L.	M.

Propoſitio XIV. Theorema.

Si prima ad ſecundam habuerit eandem rationem, quam tertia ad quartam, prima verò quam tertia major fuerit; erit & ſecunda major quam quarta. Quod ſi prima fuerit æqualis tertiæ, erit & ſecunda æqualis quartæ: ſi verò minor, & minor erit.

Sit ut A ad B; ita C ad D. Dico, A & B vel unà eſſe æquales ipſis C & D, vel unà excedere vel unà deficere. Sit enim primo A major quā C. Ratio ergo A ad B major erit, quam C ad eandem B, *per huius*: Sed ut A ad B, ita eſt C ad D, ex hypotheſi: Ergo major eſt ratio C ad D quam C ad B, ideoque, *per* 10. *huius* major erit B, quam D. Simili modo probaotur & reliqua.

A.B C.D.

Propoſitio XV. Theorema.

Partes cum pariter multiplicibus in eadem ſunt ratione, ſi prout ſibi mutuò reſpondent, ita ſumantur.

Sint partes A & B, & earum æque multiplices ſint C & D. Dico, A & B eſſe in eadem ratione cū C & D, hoc eſt, ita eſſe C ad D, ut eſt A ad B. Sint enim exempli gratia in C tres partes æquales ipſi A, nimirum E, F, G, erunt ergo totidem in D æquales ipſi B, nempe H, I, K: eritque ut A ad B, ita E ad H, & F ad I. & G ad K *per Coroll* 7 *huius*, &, *per* 12. *huius*, ut E ad H, hoc eſt, ut A ad B, ita erunt omnes E, F, G ſimul, ad omnes H, I, K ſimul, hoc eſt, ita erit C ad D.

E, F, G,	H, I, K.
C.	D.
A.	B.

Propoſitio XVI. Theorema

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & viciſſim proportionales erunt.

Demonſtratur hic Ratio Alterna. Sit ut A ad B, ita C ad D: Dico, viciſſim, ſeu permutando eſſe quoqoe ut A ad C, ita B ad D: & hoc, quando omnes quatuor magnitudines ſunt ejuſdem generis. Sint enim E F, æquè multiplices ipſarum A, B, & G, H, utcunque æque multiplices ipſarum C, D. Ergo ut A ad B, ita erit, *per antecedentem*, E ad F, cum E & F ſint pariter moltiplices partium A & B, & ut C ad D, ita erit G ad H, propter eandeoı cauſam, & *per* 11. *huius* ut E ad F, ita G ad H: & *per* 14. *huius*, E & F erunt vel unà æquales ipſis G, H, vel unà excedent, vel unà deficient, ideoque *per Defin.* 6. *huius*, ut A ad C, ita erit B ad D, ſunt enim E, F, æque multiplices antecedentium, & G, H, æque multiplices conſequentium.

E	G.
A.	C.
B.	D.
F.	H.

Propoſitio XVII. Theorema.

Si compoſitæ magnitudines proportionales fuerint, hæ quoque diviſæ proportionales erunt.

Demonſtratur hic Diviſio Rationis: Sit ut A B tota, ad B partem, ita CD tota, ad partem Fig XII. Icon. A.
D, Dico, dividendo eſſe ut A ad B, ita C ad D. Sumantur enim E F, æque multiplices ipſarum A, B, & G, H, æque multiplices ipſarum, C, D, eritque *per* 1. *huius*, aggregatum E, F tam multiplex totius AB, quàm eſt E ipſius A, & aggregatum GH tam multiplex totius CD, quam G ipſius C: Sed E & G, ſunt æquè multiplices ipſarum A, C, ergo etiam EF, & GH, ſunt æque multiplices ipſarum A, C, ergo etiam EF, & GH, ſunt æque multiplices ipſarum totarum AB, CD. Sint quoque aliæ I, K, earundem BD, æque multiplices: ergo *per* 2. *huius*, etiam FI, & HK, erunt earundem B, D, æque multiplices. Cum igitur E F, GH, ſint æque multiplices antecedentium AB, CD, & FI, HK, conſequentium B, D, ergo, *per Defiuit.* 6. *huius* EF, & G H, vel uoa erunt æquales, vel unà deficient, vel unà excedent multiplices FI, HK. Quando autem E F, & GH, ſunt majores quam FI, HK, tunc demptis communibus F, H, remanent E, G, majores quam I & K, & quando ſunt minores, vel æquales, remanent majores, vel æquales: ſuntque E, G, æque multiplices ipſarum A, C, & I, K, ipſarum B, D: Ergo, *per eandem Defin.* 6. erit ut A ad B, ita C ad D.

Propoſitio XVIII. Theorema.

Si diviſæ magnitudines ſint proportionales, hæ quoque compaſita proportionales erunt.

Demonſtratur hic Compoſitio Rationis. Ut AB, ad BC, ita ſit DE, ad E F. Dico componendo eſſe quoque ut A C, ad BC, ita D F ad E F. Fig XII. Icon. A.
Si enim ita non eſt, ſit ut A C, ad B C, ita D F, ad GF minorem ipſa EF. Ergo dividendo A B ad BC, ita erit DG, ad F G. *per præcedentem.* Sed ita ponebatur etiam DE, ad EF, ergo ut DE, ad EF, ita erit DG, ad GF, *per* 11. *huius.* Sed prima DE, minor eſt quam DG, ergo tunc *per* 14. *huius*, etiam EF minor eſt, quam GF: quod eſt abſurdum. Quod ſi ut AC, ad BC, ita eſſet DF, ad GF majorem ipſa GE, ſequeretur EF eſſe majorem ipſa GF, quæ ponebatur major quod æque abſurdum eſt.

Propoſitio XIX. Theorema.

Si quemadmodum totum ad totam, ita ablatum ſe habuerit ad ablatum: etiam reliquum ad reliquum ſe habebit, ut totum ad totum.

Ut tota AB, ad totā C D, ita ſit ablata A, ad ablatam C. Dico, ita quoque eſſe reliquā B, ad reliquam D, ut eſt tota AB, ad totam CD. Cum enim ſit ut AB, ad CD, ita A ad C, erit, *per* 16. *huius*, permutando etiam ut AB ad A; ita CD ad C, & *per* 17. *huius* divi-

AB, CD,

dividendo ut A ad B, ita C ad D: & iterum permutando, ut A ad C. (hoc eſt, AB ad CD, cum poſita ſit AB ad CD, ut A ad C) ita B ad D.

Corollarium.

Demonſtratur Converſio rationis.

EX his demonſtratur converſio rationis. Sit enim ut AB ad B, ita CD ad D, ergo dividendo, ut A ad B, ita erit C ad D: & convertendo, ut B ad A, ita D ad C: & componendo ut BA ad A, ita DC ad C. Et hoc eſt argumentari per converſionem rationis.

Propoſitio XX. Theorema.

Si ſint tres magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, quæ binæ & in eadem ratione ſumantur, ex æquo autem prima, quam tertia major fuerit: erit & quarta, quam ſexta, major: Quod ſi prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis ſextæ; ſin illa minor, hæc quoque minor erit.

UT A ad B, ita ſit D ad E: & ut B ad C, ita E ad F. Dico, primas A, D, vel eſſe unà æquales extremis C, F, vel majores, vel minores. Quando enim A & C ſunt æquales, tunc A & C habent eandem proportionem ad B, *per 7. hujus*: Sed ut A ad B, ita eſt D ad E: ergo & D ad E erit, ut C ad B: At ut C ad B, ita eſt F ad E, per converſam rationem: & ideirco, *per 9. hujus*, D, & F ſunt æquales. Similis eſt ratio in reliquis.

A.	B.	C.
D.	E.	F.

Propoſitio XXI. Theorema

Si ſint tres magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, quæ binæ & in eadem ratione ſumantur, fueritque perturbata earum proportio, ex æquo autem prima quam tertia major fuerit: erit & quarta, quam ſexta, major; Quod ſi prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis ſextæ: ſin illa minor, hæc quoque minor erit.

UT A ad B, ita ſit E ad F: & ut B ad C, ita D ad E. Dico, iterum A & D vel unà eſſe æquales extremis C, F, vel unà majores, vel unà minores. Nam quando A major eſt quam C, tunc A ad B habet majorem proportionem, quam C ad B: Sed ut A ad B, ita eſt E ad F: & ut C ad B. ita eſt convertendo E ad D: Ergo E ad F habet majorem rationem, quam E ad D, & ideo, *per* 10, hujus D major eſt quam F. Eadem ratio eſt de reliquis caſibus.

A.	B.	C.
D.	E.	F.

Propoſitio XXII. Theorema.

Si ſint quotcunque magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, quæ binæ & in eadem ratione ſumantur; etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt.

D*Emonſtratur hic æqualitas ordinata.* Sit ut A ad B, ita D ad E: & ut B ad C, ita E ad F: ita ut proportio ſit ordinata, etiam in pluribus terminis. Dico, ex æqualitate ordinata, ut A ad C, ita eſſe D ad F. Sumantur enim ipſarum A & D æque multiplices G & H: & ipſarum B & E æque multiplices I & K, & ipſarum C & F æque multiplices L & M. Ergo, *per 4. hujus*, ut G ad I, ita eſt H ad K: & ut I ad L, ita K ad M, & *per 20. hujus*, primæ G & H erunt una æquales, vel majores, vel minores extremis L & M, & ideo, *per Defin. 6. hujus*, ut A ad C, ita erit D ad F. Quod ſi præterea ut C ad N, ita fuerit F ad O, ſequetur primo per demonſtrationem factam ut A ad C, ita eſſe D ad F: & quia ut A ad C, ita eſt C ad F, & ut C ad N, ita F ad O, Ergo, *per eandem 20. hujus*, erit iterum ut A ad N, ita D ad O, &c.

A. B. C. N	D. E. F. O.
G. I. L.	H. K. M.

Propoſitio XXIII. Theorema.

Si ſint tres magnitudines, aliæque ipſis æquales numero, quæ binæ in eadem ratione ſumantur, fuerit autem perturbata earum proportio; etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt.

D*Emonſtratur hic Æqualitas perturbata.* Ut A ad B, ita ſit E ad F: & ut B ad C, ita ſit perturbatè D ad E. Dico, ex æqualitate perturbata, ut A ad C, ita eſſe D ad F. Sint enim G, H, I, æque multiplices trium A, B, D, & K, L, M, æquè multiplices reliquarum. Ergo, *per 15. hujus*, ut A ad B, ita eſt G ad H, & ut E ad F, ita L ad M: Sed ut A ad B, ita eſt E ad F. Ergo ut G ad H, ita eſt L ad M. Item, *per 4. hujus*, ut H ad K, ita eſt I ad L. Cum itaque ut G ad H, ita ſit L ad M: & ut H ad K, ita I ad L: ergo, *per 21. hujus*, G & I vel una erunt æquales ipſis K & M, vel majores, vel minores: &, *per Defin. 6. hujus*, ut A ad C, ita erit D ad F. Et ſic ut C ad N, ita foret alia O ad D, &c. ſequeretur eodem modo, ut A ad N, ita eſſe O ad F.

A. B. C. N.	O. D. E. F.
G. H. K.	I. L. M.

Propoſitio XXIV. Theorema.

Si prima ad ſecundam habuerit eandem rationem, quam tertia ad quartam; habuerit autem & quinta ad ſecundam eandem rationem, quam ſexta ad quartam: etiam compoſita prima cum quinta eandem rationem habebit ad ſecundam, quam tertia cum ſexta ad quartam.

UT A ad B, ita ſit C ad D: & ut E ad B, ita F ad D. Dico, ut AE ſimul ad B, ita CF ſimul ad D.

A d D. Nam convertendo erit quoque ut B ad E, ita D ad F, & ſic A, B, E & totidem C, D, F, erunt ordinatè proportionales. Quare ut A ad E, ita erit, *per* 22. *hujus* C ad F; & *per* 18. *hujus*, componendo ut AE ad E, ita CF ad F: & ſic erunt iterum tres, AE, E. & B, & tres CF, E, & D, ordinatè proportionales, iterumque *per* 22. *hujus*, ut AE ad B, ita erit CF ad D.



Propoſitio XXV. Theorema.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint; maxima & minima reliquis duabus majores erunt.

Fig. XIV. Icon. A. SIt AB ad CD, ut E ad F, ſitque AB maxima, F minima. Dico, AB & F ſimul, eſſe majores, quam CD & E ſimul. Auferantur enim AG, CH, æquales ipſis E, F: erit AG ad CH, ut E ad F, hoc eſt, ut AB ad CD. Quare cum ſit tota AB ad totam CD, ut ablata AG ad ablatam CH: erit quoque *per* 19. *hujus*, reliqua GB ad reliquam HD, ut tota AB ad totam CD: Sed AB ponitur major quam CD: ergo, *per* 14. *hujus*, GB erit major quam HD. Jam ſic. AG, & E, ſunt æquales: ergo ſi ipſis addantur æquales F & CH, fient AG & F ſimul æquales ipſis E & CH ſimul *per* 2. *Axio pri.* & additis inæqualibus GB & & HD, fient AB & F ſimul majores, quam E & CD ſimul, *per* 4. *Axio. pri.*

Sequuntur Propoſitiones ab aliis additæ.

Propoſitio XXVI. Theorema.

Si prima ad ſecundam habuerit majorem proportionem, quam tertia ad quartam, habebit convertendo ſecunda ad primam minorem proportionem, quam quarta ad tertiam.

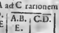
RAtio A ad B ſit major ratione C ad D. Dico, convertendo B ad A minorem habere proportionem, quam D ad C. Nam ut C ad D, ita ſit E ad B: eritq; ratio A ad B major ratione E ad B, ideoque, *per* 10. *hujus*, A major erit quam E: & *per* 8 *hujus*, ratio B ad A minor erit quam B ad E, hoc eſt, quam C ad D.



Propoſitio XXVII. Theorema.

Si prima ad ſecundam habuerit majorem proportionem, quam tertia ad quartam; habebit quoque viciſſim prima ad tertiam majorem proportionem, quam ſecunda ad quartam.

RAtio A ad B ſit, ut antea, major ratione C ad D. Dico, permutando A ad C rationem majorem habere, quam B ad D. Sit enim iterum ut C ad D, ita E ad B: eritque, ut in præcedente, A major quam E, quare major erit ratio A ad C, quam E ad D: Sed ut F ad C, ita eſt permutando B ad D (cum poſita ſit E ad B, ut C ad D,) ergo major eſt proportio A ad C, quam B ad D.



Propoſitio XXVIII. Theorema.

Si prima ad ſecundam habuerit majorem proportionem, quam tertia ad quartam; habebit quoque compoſita prima cum ſecunda, ad ſecundam majorem proportionem, quam compoſita tertia cum quarta, ad quartam.

RAtio A ad B major ſit, quam C ad D. Dico, componendo AB ad B majorem eſſe, CD ad D. Nam ut C ad D, ita ſit E ad B; eritque iterum A major quam E, & AB major quam EB; & *per* 8 *hujus*, ratio AB ad B, major ratione EB ad B, hoc eſt ratione CD ad D, quia componendo ut EB ad B, ita eſt CD ad D.



Propoſitio XXIX. Theorema.

Si compoſita prima cum ſecunda ad ſecundam habuerit majorem proportionem, quam compoſita tertia cum quarta ad quartam; habebit quoq; dividendo prima ad ſecundam majorem proportionem, quam tertia ad quartam.

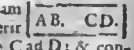
RAtio AB ad B ſit major ratione CD ad D. Dico, dividendo A ad B majorem eſſe, quam C ad D. Nam ut CD ad D, ita ſit EB ad E: eritque AB major quam EB, & dempto communi B, erit A major quam E, & *per* 8. *hujus*, ratio A ad B, major ratione E ad B, hoc eſt, C ad D, quia dividendo ut C ad D, ita eſt E ad B.



Propoſitio XXX. Theorema.

Si compoſita prima cum ſecunda ad ſecundam habuerit majorem proportionem, quam compoſita tertia cum quarta ad quartam; habebit per converſionem rationis, prima cum ſecunda ad primam, minorem proportionem, quam tertia cum quarta, ad tertiam.

RAtio AB ad B ſit major ratione CD ad D. Dico, per converſionem rationis, AB ad A minorē eſſe, quam CD ad D. Nam dividendo *per* 29. *hujus*, erit quoque A ad B major, quam C ad D: & convertendo *per* 26. *hujus*, B ad A minor, quam D ad C: & componendo, *per* 28. *huius*; AB ad A minor, quam CD ad C.



Propoſitio XXXI. Theorema.

Si ſint tres magnitudines, & alia ipſis æquales numero, ſitque major proportio prima priorum ad ſecundam, quam prima poſteriorum ad ſecundam, item ſecunda priorum ad tertiam major, quàm ſecunda poſteriorum ad tertiam: Erit quoque ex æqualitate major proportio prima priorum ad tertiam quam prima poſteriorum ad tertiam.

Ratio

RAtio A ad B ſit major quam D ad E, & B ad C major quam E ad F. Dico, ex æqualitate ordinata A ad C majorem habere proportionem, quam D ad F. Nam ut E ad F, ita ſit G ad C: & ut D ad E, ita H ad G. Quoniam igitur B ad C major eſt quam E ad F, ſeu G ad C: erit B major G, & ratio A ad G major ratione A ad B: Eſt autem ratio A ad B major ratione D ad E, hoc eſt, H ad G: ergo A ad G major eſt ratione H ad G; & A major quam H. Quare ratio A ad C major eſt ratione H ad C: ut autem H ad C, ita & ex æqualitate ordinata D ad F: ergo etiam A ad C major eſt ratione D ad F.

A.	D.
B.	E.
C.	F.
G.	
H.	

Idem verum eſt in pluribus terminis: poſſunt autem reduci ad tres, ſicut factum eſt in Propoſit. 22.

Propoſitio XXXII. Theorema.

Si ſint tres magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, ſitque major proportio primæ priorum ad ſecundam, quam ſecundæ poſteriorum ad tertiam: item ſecunda priorum ad tertiam major, quam prima poſteriorum ad ſecundam: erit quoq; æqualitate major proportio primæ priorum ad tertiam, quàm primæ poſteriorum ad tertiam.

MAjor ſit ratio A ad B, quam E ad F: & B ad C major quam D ad E. Dico, ex æqualitate perturbata, rationem A ad C majorem eſſe ratione D ad F. Nam ut D ad E, ita ſit G ad C: & H ad G, ut E ad F: eritque ratio B ad C major ratione D ad E, hoc eſt, G ad C; ideoque B major erit quam G: & ratio H ad G major quam A ad B, *per 8. hujus*: Sed ratio A ad B major ponitur quam E ad F, ſeu H ad G: ergo A ad G multo eſt major ratione H ad G, & A major quam H, & ideo ratio B ad C minor ratione H ad C: Sed ut A ad C, ita eſt ex æqualitate D ad F: ergo A ad C major eſt ratione D ad F.

A.	D.
B.	E.
C.	F.
G.	
H.	

Propoſitio XXXIII. Theorema.

Si fuerit major proportio totius ad totum, quam ablati ad ablatum; erit & reliqui ad reliquum major proportio, quam totius ad totum.

RAtio totius AB ad totam CD, major ſit ratione ablatâ A, ad ablatum C. Dico, rationem reliquæ B, ad reliquam D, majorem eſſe ratione totius ad totam. Nam quia major eſt ratio AB ad CD, quam A ad C: erit permutando, *per 27. hujus*, major ratio AB ad A, quam CD ad C: & per converſionem rationis, hoc eſt, *per 30. hujus*, ratio AB ad B minor erit ratione CD ad D; iterumque permutando, ratio AB ad CD minor ratione B ad D.

AB.	CD.

Propoſitio XXXIV. Theorema.

Si ſint quotcunque magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, ſitque major proportio primæ priorum ad primam poſteriorum, quam ſecundæ ad ſecundam: & hæc major, quam tertia ad tertiam, & ſic deinceps: habebunt omnes priores ſimul ad omnes poſteriores ſimul, majorem proportionem, quam ultima priorum ad ultimam poſteriorum, item majorem, quam omnes priores, relictâ primâ ad omnes poſteriores, relicta quoq; prima, minorem autem, quàm prima priorum ad primam poſteriorum.

SInt quotcunque magnitudines A, B, C, & aliæ D, E, F, ipſis æquales, ſitque major ratio A ad D, quam B ad E: item B ad E major, quam C ad F. Dico, rationem omnium A B C ad omnes DEF majorem eſſe ratione C ad F, & B C ad EF; minorem verò proportione A ad D. Cum enim major ſit A ad D, quam B ad E, erit, *per 27. hujus* permutando major A ad B, quam D ad E, & componendo, *per 28. hujus*, AB ad B major, quam DE ad E, & iterum permutando, major AB ad DE, quàm ablatæ B ad ablatam E, Quare, *per 33. hujus*, reliquæ ad reliquam D major erit, quam AB ad DE. Eademque ratione erit B ad E major, quam totius BC ad totam EF, multo igitur major erit A ad D, quam BC totius ad totam EF: & permutando A, ad BC major, quam D ad EF & componendo ABC, ad BC major, quam DEF: ad EF, & rurſus permutando omnium AB, C ad omnes DEF major, quam BC ad EF, quod eſt primum.

A.	D.
B.	E.
C.	F.

Cumque ABC ad DEF ſit major, quam BC ad EF, erit, *per 33. hujus*, reliqua A ad reliquam D major, quam totius ABC ad totam DEF: quod eſt ſecundum.

Rurſus ex eo quod ratio B ad E major eſt, quam C ad F, ſequitur permutando B ad C eſſe majorem, quam E ad F: & componendo totius BC ad C majorem, quam totius EF ad F, & rurſus permutando BC ad EF majorem, quam C ad F. Eſt autem ratio ABC ad DEF major, quàm BC ad EF, ut oſtenſum fuit; multo ergo major erit A, B, C, ad D, E, F, quam C ad F, quod eſt tertium.

EUCLIDIS ELEMENTUM SEXTUM.

HActenus egit Euclides de proportionibus in genere, nunc de iiſdem in ſpecie agit, comparando quantitates ſimiles cum ſimilibus, ut angulos cum angulis, lineas cum lineis, &c. Liber eſt utiliſſimus & ſummè neceſſarius pro tota Matheſi: Præmittit autem more ſolito

DEFINITIONES.

I.

Similes figuræ.

SImiles figuræ rectilineæ ſunt, quæ & angulos ſingulos ſingulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum angulos æquales, proportionalia. *Duæ itaque conditiones requiruntur ut duo triangula v.g. dicantur ſimilia, quarum unâ deficiente, jam non ſunt ſimilia. Exempla dabuntur in ſequentibus.*

II.

Reciproca figuræ.

Reciprocæ autem figuræ ſunt, cum in utraq; figura antecedentes & conſequentes rationum termini fuerint. *Ut ſi in parallelogrammis A & B, ita ſit CD ad DE, ſicut DF ad DG; ubi antecedentia ſunt CD, DF, conſequentia DE, DG, ſcilicet utriuſque proportionis unum antecedens in una figura, alterum in altera; & ſimiliter in unum conſequens in una, alterum in altera.*

Vide Fig. 20. Icon. B.

III.

Linea extrema & media ratione ſecta.

Secundum extremam, & mediam rationem recta linea ſecta eſſe dicitur, cum ut tota ad majus ſegmentum, ita majus ad minus ſe habuerit. *Sic linea A B ſecta erit mediâ & extremâ ratione, cum fuerit ut AB ad AC, ita AC ad CB, hoc eſt, cum tota A B cum partibus AC, CB, fuerint continuè proportionales. Hæc proportio eſt frequentiſſima, & præſtantiſſima, ideoq; divina ab aliquibus dicitur.*

A C B

IV.

Altitudo figurarum.

Altitudo cujuſque figuræ, eſt linea perpendicularis à vertice ad baſin deducta. *Exempla dabuntur paſſim in ſequentibus, maximè Propoſitione 1. Tunc autem habent eandem altitudinem, id eſt, dictas perpendiculares æquales, quando ſunt inter eaſdem parallelas, ut citato loco apparebit.*

Ratio ex rationibus compoſita.

Ratio ex rationibus componi dicitur, cum rationum quantitates inter ſe multiplicatæ, aliquam effecerint rationem. *Hanc Clavius ſuſè, Grienbergerus breviter ita explicat. Ratio duarum magnitudinum dicitur compoſita ex tot rationibus, quot inter eaſdem continuantur, hoc eſt, ſi inter A, C, intercedat B, proportio A ad C dicitur compoſita ex ratione A ad B, & B ad C; ſive hujuſmodi rationes interjectæ ſint eædem, ſeu ſimiles, ſive non. Eodem modo ratio A ad D componi dicitur ex rationibus A ad B, B ad C, C ad D, propterea quod dictæ rationes inter terminos A, D, continuentur per interjectos terminos B, C.*

A.B. C.D.

Ratio duplicata, triplicata &c.

Quando omnes proportiones interjectæ ſunt eædem, ſeu ſimiles; tunc ratio A ad C dicitur per compendium eſſe duplicata proportionis A ad B, eo quod eadem ratio ſit bis continuata per communem terminum B, & A ad D dicitur triplicata ejuſdem, quia ter continuatur per terminos B, C. Si ulterius procedatur, conſurgat ratio quadruplicata, &c.

Duæ ſequentes Definitiones adduntur ab aliis, quia earum uſus frequenter occurrit.

VI.

Parallelogrammū deficiens aut excedens parallelogrammū.

Parallelogrammum ſecundum aliquam rectam lineā applicatū, deficere dicitur parallelogrammo, quando non occupat totā lineam; excedere verò, quando occupat majorē lineā quam ſit ea, ſecundum quam applicatur. *Sic parallelogrammū AD, cū non occupet totam lineā A B, ſicut occupat parallelogrammum AF, dicitur deficere, vel deficiens parallelogrammo CF, parallelogrammum verò AF, quod occupat A B majorem A C, dicitur excedere, vel excedens parallelogrammo CF.*

Fig. 106. Icon. B.

VII.

Similes arcus circulorum.

Similes arcus circulorum dicuntur, qui eandem habent ad totas ſuas circumferentias rationem. *Ut ſi ambo ſint ſuæ circumferentiæ pars tertia, quarta, &c. Hinc omnium circulorum quadrantes ſunt ſimiles, ſed non æquales.*

PROPOSITIONES.

SEquentium propoſitionum demonſtrationes brevius, clarius, ac ſolidius conficit Grienbergerus, quam alii, ideo ejus plerumque methodum retinebimus.

Propoſitio I. Theorema.

Triangula & parallelogramma, quorum eadem fuerit altitudo, ita ſe habent inter ſe, ut baſes.

TRiangula ABC, DEF, item parallelogramma C G, E H, ſi ſunt ejuſdem altitudinis; ſunt inter ſe ut baſis B C, ad baſin EF. Collocentur eum inter eaſdem parallelas GH, LN, & ſumantur BI, IK, KL æquales baſi B C, & F M, MN æquales baſi EF (hoc eſt, BL, FN, ſint dictarum baſium multiplices) nectanturque AI, AK, AL, item DM, DN. Erunt triangula ABI, AIK, AKL, *per 38. pri.* æqualia ipſi A B C, & ſimul tam multiplicia ejuſdem, quàm eſt BL multiplex baſis BC. Similiter triangula DFM, DMN, tam erunt multiplicia trianguli DEF, quàm eſt baſis FN baſi EF. Quando autem B L æqualis eſt FN, ſemper triangulum ABL eſt æquale triangulo D FN; & quando B L major eſt quam FN, etiam triangulum eſt majus triangulo; & quando minus, minus. Ergo, *per 6. Definit. quin.* ut B C ad triangulum D E F.

Fig. 107. Icon. B.

Parallelogramma autem C G, EH, ſunt dupla triangulorum A B C, D E F. *per 41. pri.* Ergo per 15. *quin* ut triangulum ad triangulum, hoc eſt, baſis BC ad baſin E F, ita eſt parallelogrammum ad parallelogrammum.

Ab hac propoſitione dependet totus ferè ſextus Liber, imò quidquid fere uſpiam de figuris, planis ac ſolidis etiam, per proportiones demonſtratur.

Propoſitio II. Theorema.

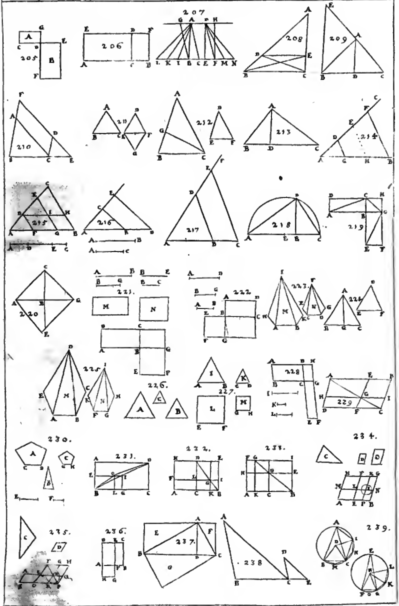
Si ad unum trianguli latus parallela ducta fuerit recta quædam linea; hæc proportionaliter ſecabit ipſius trianguli latera. Et ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint; quæ ad ſectiones adjuncta fuerit recta linea, erit ad reliquum ipſius trianguli latus parallela.

IN triangulo ABC, recta DE ſit parallela lateri BC. Dico, latera AB, AC ſecta eſſe proportionaliter in D & E: Et quando ſecta ſunt proportionaliter in dictis punctis; rectam DE eſſe parallelam BC. Ductæ enim BE, CD, faciunt, *per 37. pri.* æqualia triangula DEB, EDC; & ideo,

Fig. 108. Icon. B.

per

Iconismus. B. *Ponatur e regione Pag.* 103.



per 7. quin. habent eandem rationem ad triangulum ADE: Sed ratio DEB ad ADE, eſt ut baſis BD ad baſin DA, *per præcedentem* (quia ſunt ejusdem altitudinis, ut patet, ſi per C ducatur parallela lateri BA:) & ratio EDC ad ADE, eſt ut baſis CE ad AE, *per eandem præced.* Ergo, *per 11. quin.* ut DB ad DA, ita eſt CE ad EA.

Vice verſa ſi ut AD ad DB, ita ſit AE ad EC, habebit triangulum ADE ad triangula DEB, EDC, rationem eandem; & idcirco eadem triangula DEB, EDC, erunt æqualia, &c. *per 39. pri.* DE, BC parallelæ.

Propoſitio III. Theorema.

Si trianguli angulus bifariam ſectus fuerit, ſecans autem angulum recta linea ſecuerit & baſin, baſis ſegmenta eandem habebunt rationem, quam reliqua ipſius trianguli latera: Et ſi baſis ſegmenta eandem habeant rationem, quam reliqua ipſius trianguli latera; recta linea quæ à vertice ad ſectionem producitur, bifariam ſecat trianguli ipſius angulum.

Fig. 209. Icon. B. RECta AD ſecet angulum BAC bifariam. Dico, ut AB ad AC, ita eſſe ſegmentum BD ad DC, Et vice verſa, ſi ut AB ad AC, ita ſit BD ad DC: dico, AD ſecare angulum BAC bifariã. Ducatur enim BE parallela ipſi DA, & CA producta occurrat illi in E. Ergo, *per 29. pri.* anguli AEB, ABE ſunt æquales æqualibus DAC, DAB, & ideo, *per 6. pri.* AB, AE ſunt æquales: Ut autem AE ad AC, ita eſt, *per præcedentem*, BD ad DC, quia DA eſt parallela lateri BE, Ergò etiam ut AB ad AC, ita eſt BD ad DC, *per 11. quinti.*

Deinde ſuppoſitâ eâdem conſtructione, ſi ſit ut BD ad DC, ita AB ad AC, cum *per 2. hujus,* etiam AE ad AC ſit ut BD ad DC, erit quoque ut AB ad AC, ita AE ad eandem AC, & idcirco AB, AE ſunt æquales: & anguli ad baſin BE æquales: Eſt autem propter parallelas AD, EB, angulus DAC æqualis angulo AEB, & angulus DAB ipſi ABE. ergo etiam iſti ſunt æquales, ac proinde angulus BAC diviſus eſt bifariam.

Propoſitio IV. Theorema.

Æquiangulorum triangulorum proportionalia ſunt latera, quæ circa æquales angulos; & homologa ſunt latera, quæ æqualibus angulis ſubtenduntur.

Fig. 210. Icon. B. TRiangula ABC, DCE, ſint æquiangula. Dico, circa æquales angulos A, D, latera AB, AC, eſſe proportionalia lateribus DC, DE: item circa æquales B, C, latera AB, BC, proportionalia lateribus DC, CE &c. & homologa ſubtendere angulos æquales, id eſt, antecedentia & conſequentia omnia reſpicere æquales angulos. Cõſtituantur enim latera BC, CE, adjacentia æqualib. angulis, ſecundum eandem lineam rectam BCE, ita ut angulus ABC ſit æqualis angulo DCE, & ACB ipſi DEC, ſic enim erunt AB, DC parallelæ, uti & AC, DE, *per 28 pri.* & ED, BA, protractæ conſtituent parallelogrammum CF; eritque AC æqualis FD, & AF æqualis ipſi CD, *per 34. pri.* & *per 2. hujus,* erit ut AB ad AF, hoc eſt, ad CD, ita BC ad CE; & permutando, *per 16. quin.* ut AB ad BC, ita CD ad CE: item erit ut BC ad CE, ita FD, ſeu AC ad DE, & iterum permutando ut BC ad CA, ita CE ad ED: denique ex eo quod ut AB ad BC, ita eſt DC ad CE; & ut BC ad CA, ita CE ad ED: ſequitur ex æqualitate ordinata, *per 22. quin.* ut BA ad AC, ita eſſe CD ad DE. Atque ex hac ipſa demonſtratione eſt manifeſtum, tam antecedentes terminos, quam conſequentes, hoc eſt, homologos, opponi angulis æqualibus.

Corollarium.

COlligitur hinc parallelam uni lateri trianguli ductam, abſcindere ex toto triangulo triangulum ſimile. Sic recta DC parallela lateri FB abſcindit triangulum DEC ſimile triangulo FEB, & recta AC parallela lateri FE, abſcindit triangulum ABC ſimile triangulo FBE, ut conſideranti patet.

Propoſitio V. Theorema.

Si duo triangula habeant latera proportionalia, æquiangula erunt, & æquales habebunt eos angulos, ſub quibus & homologa latera ſubtenduntur.

TRiangula ABC, DEF, habeant latera lateribus proportionalia, ſitque AB ad BC, ut DE ad EF, &c. Dico, triangula eſſe æquiangula, & angulum A eſſe æqualem angulo D, &c. lateraque homologa opponi æqualibus angulis. Fiant enim angulis B, C, æquales anguli GEF, GFE, eritque *per 32. pri.* reliquus G æqualis reliquo A, & *per 4. hujus,* erunt circa æquales angulos latera lateribus proportionalia, hoc eſt, ut AB ad BC, ita erit GE ad EF: Ut autem AB ad BC, ita ponitur eſſe DE ad EF: Ergo etiam ut GE ad EF, ita erit DE ad eandem EF, *per 11. quin.* & ideo, *per 9 quin.* GE, DE erunt æquales. Eodem modo demonſtratur GF æqualis DF, atque ita erunt duo latera GE, GF, æqualia duobus lateribus DE, DF, eſtque baſis EF communis; Ergo, *per 8. pri.* non ſolum angulus D erit æqualis angulo G, ſed etiam reliqui reliquis: Et quidem illi erunt æquales, quibus homologa latera opponuntur. Et quia GEF eſt æquiangulum ABC, erunt etiam ABC, DEF, dicto modo æquiangula, *per 1. Axio. pri.* Fig. 211. Icon. B.

Propoſitio VI. Theorema.

Si duo triangula unum angulum uni angulo æqualem, & circum æquales angulos latera proportionalia habuerint: æquiangula erunt triangula, æqualeſque habebunt angulos ſub quibus homologa latera ſubtenduntur.

CIrca æquales angulos B, & DEF præcedentis figuræ, ſint latera proportionalia. Dico, triangula eſſe æquiangula, & angulis æqualibus ſubtendi latera homologa. Fiat enim iterum triangulum GEF æquiangulum triangulo ABC: Fig. 211. Icon. B.

eritque iterum G E æqualis D E: & quia circa æquales angulos DEF, GEF, latera DE, EF ſunt æqualia lateribus, GE, EF, erunt triangula DEF, GEF, penitus æqualia, *per 4. pri.* Sed GEF eſt ipſi ABC æquiangulum, ergo & DEF, & ideo, *per 4 hujus*, habebunt etiam reliqua latera circa reliquos angulos proportionalia, & æqualibus angulis homologa latera erunt ſubtenſa.

Propoſitio VII. Theorema.

Si duo triangula unum angulum uni angulo æqualem, circum autem alios angulos latera proportionalia habeant, reliquorum verò ſimul utrumque aut minorem, aut non minorem recto: æquiangula erunt triangula, æquales habebunt eos angulos, circa quos proportionalia ſunt latera.

Fig. 212. Icon. B. IN triangulis ABC, DEF, ſint æquales anguli A, D, & latera AC, CB proportionalia lateribus DF FE, & reliqui anguli B, E ſint minores, vel non minores recto. Dico, triangula eſſe æquiangula, &c. Sint enim primo anguli E, B, minores recto, & ſi fieri poteſt, angulus A C B, ſit major angulo F. Facto igitur angulo ACG æquali ipſi F, erunt duo triangula, A C G, D E F æquiangola, ut patet, & *per 4. hujus*, erit ut DF ad FE, ita AC ad CG: Sed ut DF ad FE, ita ponitur AC ad C B; Ergo ut A C ad C G, ita eſt eadem AC ad CB, & propterea C G, CB, erunt *per 9. quin.* æquales & anguli CBG, CGB æquales *per 5. pri.* Eſt autem B acutus, ſicut eſt E, ergo etiam C G B, reliquus vero C G A, quem oſtendimus æqualem acuto E, erit obtuſus, ut colligitur *ex 13. pri* quod eſt abſurdum.

Sint ſecundo anguli E, B, recto oon minores: erit ergo ut priùs angulus B aogulo CGB æqualis, ideoque & C G B recto non minor erit, ſicque duo anguli C B G, C G B in triangulo eodem erunt non minores duobus rectis, ſed vel majores, vel æquales duobus rectis: quod eſt abſurdum, & contra 17. *pri.* Quare neceſſe eſt angulom A C B æqualem eſſe angulo F, & *per præcedentem*, triaogula eſſe æquiaogula, & ſimilia.

Propoſitio VIII. Theorema.

Si in triangulo rectangulo, ab angulo recto in baſin perpendicularis ducta ſit; quæ ad perpendicularem triangula, tum toti triangulo, tum ipſa inter ſe ſimilia ſunt.

Fig. 213. Icon. B. IN triangulo A B C ſit angulus A rectus, & A D ad baſin perpendicularis. Dico, triangula A D B, A D C, eſſe ſimilia toti, & inter ſe. Eſt enim rectus A D B, æqualis recto B A C, & B eſt communis: ergo reliquus reliquo æqualis, *per 12. pri.* Similiter A D C æqualis eſt B A C, & C communis: ergo reliqui æquales. Tandem A D B, A D C ſunt recti, B A D, A C D æquales: uti & A B D, C A D, per antea demonſtrata: ergo duo triangula ſunt inter ſe ſimilia.

Corollarium.

COlligitur hinc, perpendicularem AD eſſe mediam proportionalem inter duo baſis ſegmenta B D, D C, quia ut B D ad D A, ita D A ad D C. item latus utrumlibet angulum rectum ambiens, eſſe medium proportionale inter totam baſin, & illud ſegmentum baſis, quod dicto lateri adjacet: nam ut C B ad B A, ita B A ad B D; item ut B C ad C A, ita C A ad C D.

Propoſitio IX. Problema.

A data recta linea imperatam partem auferre.

A Data recta A B, ſit auferenda pars tertia. *Lineam rectam in*
Ex A ducatur recta A C, faciens angulum *quotlibet*
utcunque C A B, & in illa ſumantur tres partes *partes di-*
æquales AD, DE, EF. Ducta igitur F B, & D G *videre.*
ipſi F B parallelâ, erit A G pars tertia, *per 2. hu-* Fig. 214.
jus, quia ut A F ad AD, ita eſt AB ad A G. Quod Icon B.
ſi duæ tertiæ ſint detrahendæ ex AB; ducatur E H parallela ipſi F B, erunt AH duæ tertiæ totius AB, propter eandem rationem.

Propoſitio X. Problema.

Datam rectam lineam inſectam ſimiliter ſecare, ut data altera recta ſecta fuerit.

REcta AB inſecta, ſit ſecanda ſimiliter ut A C *Lineam*
in punctis D, & E ſecta eſt. Conjungan- *rectam ſe-*
tur AB, AC, ut faciant angulum quemcunque C *care ſi-*
AB, & connectatur recta C B, eique parallelæ *militer ut*
ducantur EG, DF, eritque ſecta A B in punctis F *alia ſecta*
& G, ſimiliter ut AC in punctis D & E. Nam, *per* *eſt.*
2. hujus, ut A D ad D E, ita A F ad F G: & ducta Fig 215.
alia DH, parallela ipſi AB, ut DE ad E C, ita DI Icon. B.
ad IH, hoc eſt, ita FG ad GB, quia F G eſt æqualis ipſi D I, *per 34 pri*

Propoſitio XI. Problema.

Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem adinvenire.

DUabus rectis AB, A C, ſit tertia proportio- *Lineis*
nalis adjungenda, hoc eſt, continuanda ſit *duabus*
data ratio A B ad A C. Diſponantur ita, ut *datis, ter-*
faciant angulum A qoemcunque; & producta *tiam pro*
AB, ſumatur ipſi AC æqualis BD: ductaque CB, *portiona-*
agatur ipſi parallela D E. Erit C E tertia pro- *lem inve-*
portionalis, quia ut A B ad B D, hoc eſt, ad *nire.*
A C, ita eſt, *per 2. hujus*. AC ad CE. Fig. 216. Icon. B.

Propoſitio XII. Theorema.

Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem invenire. *Lineis tribus datis*

SInt datæ tres AB, BC, AD. Primæ duæ A B, B *quartam*
C diſponantur ſecundum lineam rectam AC, *proportionalem in-*
tertia conſtituat cum ea angulum A quemcunq; *venire.*
& ducta recta BD, productaq; AD in F, ducatur Fig. 217.
CE pa- Icon. B.

CE parallela ipſi BD. Erit DE quarta proportionalis, quæ ut AB ad BC, ita AD ad DE, *per 2. huius.*

Propoſitio XIII. Problema.

Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem adinvenire.

Lineis duabus datis, mediam proportionalem invenire.

DAtæ rectæ AB, BC diſponantur ſecundum lineam rectam AC; quâ diviſa bifariam in E deſcribatur ex E ſemicirculus, & erigatur perpendicularis BD. Hæc erit, *per Coroll. 8 huius*, media proportionalis inter AB, BC.

Fig. 218. Icon. B.

Propoſitio XIV. Theorema.

Æqualium & unum uni habentium æqualem angulum, parallelogrammorum, reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos. Et quorum parallelogrammorum unum angulum uni angulo æqualem habentium reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, illa ſunt æqualia.

Fig. 219. Icon. B.

PArallelogramma BD, BF ſunt æqualia, & anguli ad B ſint æquales. Dico, latera eſſe reciprocè proportionalia, ut AB ad BG, ita eſſe BE ad BC: Et ſi latera circa æquales angulos dicto modo ſint proportionalia, parallelogramma æqualia eſſe. Conjungantur enim parallelogramma ad angulum B, ita ut AB, BG ſiot continuæ: hac enim ratione erunt etiam BE, BC continuæ: *per 14. pri.* Ex concurſu autem DC, FG in H, fit tertium parallelogramum BH, ejusdem altitudinis cum parallelogrammis BD, BF, *iuxta Defini. 4. huius.* Etidcirco, *per 1. huius* ut BD ad BH, ita erit AB ad BG, utque BF ad BH, ita BE ad BC, ſed BD, & BF, ad BH, eſt una eademque proportio, *per 7. quin.* Ergo etiam ut AB ad BG, ita erit BE ad BC.

Vice verſa, ſi fuerit ut AB ad BG, ita BE ad BC, habebunt BD, BF eandem proportionem ad BH, ideoque BF, BD erunt æqualia, *per 9. quin.*

Propoſitio XV. Theorema.

Æqualium, & unum uni æqualem habentium angulum, triangulorum, reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos. Et quorum triangulorum unum angulum uni æqualem habentium reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos, ita ſunt æqualia.

Fig. 220. Icon. B.

DUo triangula ABC, BGE, ſint æqualia, habeantque æquales angulos ad B, habebunt latera circa dictos angulos reciproca; & vice verſâ, habeant circa dictos angulos latera reciproca, erunt inter ſe æqualia. Demonſtratur ut antecedens, nam poſſunt copulari duo triangula ad angulum B, ut parallelogramma, & referri ad tertium triangulum BGC, ut videre eſt tam in ſuperiori figura, quam in præſenti.

Propoſitio XVI. Theorema.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint; quod ſub extremis comprehenditur rectangulum, æquale eſt ei, quod ſub mediis comprehenditur, rectangulo. Et ſi ſub extremis comprehenſum rectangulum æquale fuerit ei, quod ſub mediis comprehenditur, rectangulo: illæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

QVatuor rectæ AB, BG, EB, BC, ſint proportionales, nimirum ut AB ad BG, ita ſit EB ad BC: ſitque rectangulum M comprehenſum ſub extremis AB, BC: rectangulum verò N ſub mediis EB, BG. Dico, dicta rectangula eſſe æqualia. Conjungantur enim ut in 14. Propoſit. ad angulum B. Cum igitur AB, BG; BE, BC, ſint proportionales: jam eſt demonſtratum, rectangulum BD, BF; eſſe æqualia: Et ſi BD, BF ſint æqualia, quatuor rectas AB, BG, BE, BC, eſſe proportionales. *Eadem eſt ratio, etiamſi parallelogramma non ſint rectangula, ſed rhombi & rhomboides.* Fig. 221 Icon. B.

Propoſitio XVII. Theorema.

Si tres rectæ ſint proportionales, quod ſub extremis comprehenditur rectangulum, æquale eſt ei, quod à media deſcribitur, quadrato. Et ſi ſub extremis comprehenſum rectangulum, æquale ſit ei, quod à media deſcribitur, quadrato; illæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

TRes rectæ AD, BG, AB, ſint continue proportionales. Dico, rectangulum ſub extremis AD, AB, eſſe æquale quadrato ſub media BG comprehenſo: Et ſi hoc illi fuerit æquale, tres illas eſſe proportionales, atque adeo latus quadrati eſſe medium proportionale inter latera rectanguli. Demonſtratur ut præcedens, ſi media BG intelligatur bis poſita, ita ut quatuor proportionales ſint, AD, BG, BG, AB. Fig. 222. Icon. B.

Propoſitio XVIII. Problema.

Ad dato recta linea dato rectilineo ſimile ſimiliterque poſitum rectilineum deſcribere.

SUper data AB ſit deſcribendum rectilineũ M, ſimile ſimiliterq; poſitum rectilineo N. diſtribuatur rectilineum datũ N in ſua triangula, & ſuper AB fiat primo triangulum ABI æquiangulum triangulo CDF (faciendo angulum ad A æqualem angulo ad C, & angulum ad B æqualem angulo ad D, *per 23. pri.*) Tum ſuper AI, & BI fiant alia triangula AIH, BIK, æquiangula triangulis CFE, DFG, ita ut ſicut FCD, FCE, conſtituunt totum angulum C, ita IAB, IAH conſtituant totum A, & ita de reliquis. Dico, circa eosdem angulos etiam latera eſſe proportionalia. Nam, *per 4. huius*, ut EC ad CF, ita eſt HA ad AI: & ut FC ad CD, ita IA ad AB; Ergo, *per 22. quin.* ex æqualitate ordinata, ut HA ad AB, ita eſt EC ad CD, &c.

Simile ſimiliterque poſitum rectilineum alteri deſcribere.

Pro-

Propoſitio XIX. Theorema.

Similia triangula inter ſe ſunt in duplicata ratione laterum homologorum.

Fig. 224. Icon. B. SIt A BC ſimile triangulo DEF, & latera homologa ſint BC, EF ſitque tertia proportionalis BG, ita ut, *juxta Defin.* 10. *quin.* proportio BC ad BG ſit duplicata proportionis BC ad EF. Dico rationem trianguli A B C ad DEF, eſſe eâ quæ B D ad B G. Nam quando triangula ſunt æqualia, hoc eſt, quando BC, EF, nec non tertia proportionalis BG, ſunt æquales; res eſt manifeſta, quia tunc *per* 1. *hujus*, triangula ſe habent ut baſes B C, B G: quæ cum habeant rationem duplicatam ejus quam habet BC ad E F; ita triangula habebunt proportionem duplicatam. Quando vero latera BC, EF ſunt inæqualia: jungatur AG. Quoniam igitur angulus B eſt æqualis angulo E, & propter ſimilitudinē triangulorū, ut AB ad B C, ita eſt DE ad EF, & permutando ut AB ad DE, ita BC ad EF, hoc eſt, EF ad BG (nam ut BC ad EF, ita eſt EF ad BG, ex conſtructione) erunt circa angulos æquales B & E latera reciprocè proportionalia; ac proinde, *per* 15 *hujus*, triangula A B G, DEF erunt æqualia: & *per* 7. *quin.* ut triangulum ABC ad ABG, ita erit idem triangulum ABC ad DEF. Sed ut ABC ad A B G, ita eſt *per* 1. *hujus*: BC ad BG: Ergo ABC, ad DEF erit, ut B C ad B G.

Corollarium.

HInc ſequitur, ſi tres lineæ, A, B, C, proportionales fuerint, ut eſt prima A ad tertiam C, ita eſſe triangulum ſuper primam A deſcriptum ad triangulum ſupra ſecundam B ſimile ſimiliterque deſcriptum.

A
B
C

Propoſitio XX. Theorema.

Similia polygona in ſimilia triangula dividentur, & numero æqualia, & homologa totis. Et polygona duplicatam habent eam inter ſe rationem, quam latus homologum ad homologum latus.

Fig. 225. Icon. B. SImilia polygona ſint M & N. Dico ea reſolvi in ſimilia triangula, &c. Nam *primò* quia polygona ſimilia ſunt, habent angulos æquales, & latera circa æquales angulos proportionalia. Quare ut DE ad EA, ſic erit IK ad KF; ideoque *per* 6. *hujus*, triangula ADE, FIK ſimilia ſunt, & anguli EDA, EAD æquales angulis KIF, KFI: Eſt autem totus A æqualis toti F, ex hypotheſi; ergo & reliquus D AB æqualis reliquo IFG. Jam ſic. Ut DA ad AE, ita eſt IF ad FK, & ut AE ad AB, ita FK ad FG: Ergo ex æqualitate, *per* 22. *quin.* erit quoque ut DA ad AB, ita IF ad FG; ideoque rurſus, *per* 6. *hujus*, triangula DAB, IFG, ſimilia ſunt. Atque in hunc modum proceditur ad reliqua. *Deinde* quoniam omnium iſtorum triangulorum latera homologa ſunt proportionalia, hoc eſt, ut AE ad FK, ita AB ad FG, & BC ad GH, &c. ipſaque triangula ſimilia habent, *per* 19. *hujus*, rationem duplicatam laterū homologorum, manifeſtum eſt, etiam ipſa triangula eſſe proportionalia, hoc eſt, ut ADE, ad FIK, ita ABD ad FGI, &c. Quare, *per* 12. *quin.* ut unum triangulum, v. g. ADE ad FIK, ita erunt omnia ſimul ad omnia: & ideo triangulum, v. g. A D E erit homologum polygono M, & triangulum F I K homologum polygono N. *Demum* tertia pars propoſitionis ſequitur ex dictis. Polygonum enim ad polygonum eſt, ut triangulum A B D ad FGI, ratio autem trianguli ad triangulum eſt duplicata laterum homologorum A B, FG *per* 19. *hujus*; ergo & polygonorum.

Corollarium.

UT ergo prima trium proportionalium ad tertiam, ita polygonum ſupra primam ad polygonum ſupra ſecundam.

Propoſitio XXI. Theorema.

Quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia, & inter ſe ſunt ſimilia.

NAm ſimilia eidem, v. g. A & B eidem C, Fig. 226. Icon. B. ſunt eidem æquiangula, *juxta Definit.* 1. *hujus*. Ergo A & B, æquiangula ipſi C, ſunt æquiangula inter ſe, ideoque, *per* 4. *hujus*, ſimilia.

Propoſitio XXII. Theorema.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint; etiam ab eis rectis lineis ſimilia ſimiliterque deſcripta, proportionalia erunt. Et ſi à rectis lineis ſimilia ſimiliterque deſcripta rectilinea, proportionalia fuerint, ipſæ etiam rectæ lineæ proportionales erunt.

UT AB ad CD, ita ſit EF ad GH; ſintque re- Fig. 227. Icon. B. ctilinea I, K, ſimilia, & rectilinea L, M ſimilia, ut libet. Dico, I, K, L, M, eſſe proportionalia. Et vice verſa. Proportio enim I ad K eſt duplicata proportionis A B ad CD, vel E F ad GH, *per* 19. & 20. *hujus*: Eſt autem & ratio L ad M duplicata ejuſdem rationis E F ad GH: Ergo ut I ad K, ita eſt L ad M. Vice verſa, ſi ut I ad K, ita eſt L ad M, erit quoque ut AB ad CD, ita EF ad GH, quia rationes, I ad K, & L ad M, quæ ſunt eædem, ſunt duplicatæ rationis A B ad DC, & EF ad GH, quæ proinde debent etiam eſſe eædem.

Propoſitio XXIII. Theorema.

Æquiangula parallelogramma inter ſe rationem habent eam, quæ ex lateribus componitur.

PArallelogramma æquiangula CA, CF, habent Fig. 228. Icon. B. rationem compoſitā ex ratione lateris C B ad CG, & ratione lateris CD ad CE. Componantur enim parallelogramma CA, CF ad angulū C, ut *in* 16. *hujus*; utque B C ad CG, ita ſit quædam I ad K, & ut CD ad CE, ita ſit K ad L, hoc eſt, rationes laterum ſint cōtinuatæ in tribus terminis I, K, L. Ergo, *per Defin.* 5. *hujus*, ratio compoſita ex ratione laterum erit ratio I ad L. Dico, ut I ad L, ita eſſe

eſſe CA ad CF. Nam ut CB ad CG, hoc eſt, ut I ad K, ita eſt, *per 1. hujus*, CA ad CH: & ut CD ad CE, hoc eſt, ut K ad L, ita CH ad CF: Ergo ex æqualitate, *per 22. quin.* ut I ad L, ita eſt CA ad CF.

Propoſitio XXIV. Theorema.

In omni parallelogrammo, quæ circa diametrum ſunt parallelogramma, & toti, & inter ſe ſunt ſimilia.

Fig. 229. Icon. B. PArallelogramma AG, GC, exiſtentia circa diametrum AC, ſunt ſimilia toti BC, & ſimilia inter ſe. Sunt enim æquiangula toti, ut patet ex 29. *pri.* Deinde *per 4. hujus*, ut AD ad DC, ita eſt AH ad HG: item ut AD ad AC, ita AH ad AG: ut autem BC ad AB, ita eſt AG ad AE: Ergo ex æquo, ut AD ad AB, ita eſt AH ad AE. Eodem modo demonſtrantur reliqua latera circa reliquos angulos eſſe proportionalia.

Propoſitio XXV. Problema.

Dato rectilineo ſimile, & alteri dato æquale idem conſtituere.

Rectilineo dato ſimile rectilineum conſtituere. Fig. 230. Icon. B. DAto rectilineo A, conſtituendum ſit aliud ſimile, & alteri B æquale. Fiant, *per ultimam ſecun.* ipſis A & B æqualia quadrata, quorum latera ſint E, F, & ut E ad F, ſic fiat CD ad GH, & ſuper GH fiat, *per 18. hujus*, figura C ſimilis figuræ A. Dico ipſam C æqualem eſſe figuræ B. Nam, *per 22. hujus*, ut quadratum E ad quadratum F, hoc eſt, ut A ad B, ita eſt idem A ad ſimile rectilineum C. Ergo, *per 9. quin.* C & B ſunt æqualia.

Propoſitio XXVI. Theorema.

Si à parallelogrammo parallelogrammorum ablatum ſit, & ſimile toti, & ſimiliter poſitum, communem cum eo habens angulum; hoc circum eandem cum toto diametrum conſiſtit.

Fig. 231. Icon. B. EX parallelogrammo AC, abſciſſum ſit parallelogrammum EG, ſimile, ſimiliterque poſitum, habens cum toto angulum communem B. Dico, utrumque conſiſtere circa communem diametrum BID. Si enim diameter ſecaret latus EI in alio puncto O: eſſet etiam parallelogrammum EL ſimile ipſi AC *per 24. hujus*, utque BA ad AD, hoc eſt ut BE ad EI, ita eſſet BE ad EO, & ideo, *per 9. quin.* rectæ EI, EO eſſent æquales.

Propoſitio XXVII. Theorema.

Omnium parallelorum ſecundum eandem rectam lineam applicatorum, deficientium figuris parallelogrammis ſimilibus, ſimiliterque poſitis ei, quod à dimidia deſcribitur, maximum eſt, quod ad dimidiam applicatur, parallelogrammum ſimile exiſtens defectui.

SUper AC ſemiſſem totius AB, applicatum ſit parallelogrammum AD, ita ut à toto AE deficiat parallelogrammo CE: quod ſemper eſt æquale & ſimile ipſi AD, *per 36. pri.* Deinde ad quodvis aliud ſegmentum AK ſit applicatum aliud parallelogrammum AG, ita deficiens, ut defectus ſit parallelogrammum KI, ſimile ipſi CE, hoc eſt, circa communem diametrum BGD. Dico, AD majus eſſe parallelogrammo AG, & quovis alio dicta ratione applicato. Nam quando punctum K eſt inter C & B, tunc parallelogrammum LH, quod *per 36. pri.* eſt æquale ipſi LE, majus eſt quam GC, quia LE majus eſt quam GE, & GE, GC ſunt æqualia, *per 43. pri.* Addito ergo LA, erit AD majus quam AG. Fig. 232. Icon. B.

Quando verò punctum K eſt inter A & C, tunc DF, DI ſunt æqualia, quia ſunt ſuper æqualibus baſibus; & DI, DK ſunt etiam æqualia, quia ſunt complementa: Ergo & DF, DK ſunt æqualia, *per 1. Axio. pri.* & GH minus eſt DK; adeoque communi KH, totum AG minus toto AD. Hoc ergo omnium maximum, &c. Fig. 232. Icon. B.

Propoſitio XXVIII. Problema.

Ad datam lineam rectam, dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, deficiens figura parallelogramma quæ ſimilis ſit parallelogrammo dato. Debet autem datum rectilineum, cui æquale applicandum eſt, non majus eſſe eo quod ad dimidiam applicatur, cum ſimiles fuerint defectus & ejus quod ad dimidiam applicatur, & ejus cui ſimile deeſſe debet.

AD datam AB applicare oporteat parallelogrammum AI, deficiens & æquale rectilineo C, ita ut defectus PN ſit ſimilis parallelogramma D. Super AE, medietate rectæ AB, deſcribatur EG ſimile ipſi D, ſimiliterque poſitum, *per 18. hujus*, & compleatur totum AG. Si igitur AF eſt æquale ipſi C, factum erit quod jubetur, quia AF eſt applicatum ad AB, deficiens parallelogrammo EG, ſimili ipſi D. Si autem AF majus eſt quam C, (nam minus non poteſt eſſe, *per præcedentem*) erit quoque ipſi æquale EG majus quàm C. Sit igitur majus rectilineo O, ipſique O ſit æquale LK, & ſimile ipſi D, vel EG: ſintque LK, EG, circa communem angulum EFG, ideoque *per 26. hujus*, circa communem diametrum BIF. Dico, AI, cujus defectus eſt PN, ſimilis D, eſſe æquale ipſi C. Quoniam enim C & O, hoc eſt, C & LK æquantur ipſi EG, neceſſe eſt gnomonem KNPL æquari ipſi C: Sed gnomoni æquale eſt AI, ut patet, ſi æqualibus AL, EN, addantur æqualia complementa EI, IG. Ergo AI eſt æquale ipſi C. Fig. 234. Icon. B.

Propoſitio XXIX. Problema.

Ad datam rectam lineam, dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedens figurâ parallelogramma quæ ſimilis ſit parallelogrammo alteri dato.

AD datam rectam AB, dato rectilineo C, applicandum ſit parallelogrammum æquale, Fig. 235. Icon. B.

cum

cum exceſſu ſimili ipſi D. Secta A B bifariam in E fiant circa communem angulum F, parallelogramma E G, OH, ſimilia ipſi D, *per* 18. *hujus*, & EG ſit applicatum ad EB, & OH ſit æquale ipſi E G, & C ſimul; hac enim ratione gnomon ERQG erit æqualis eidem C: Sed gnomoni æquale eſt SQ. ut patet ſi æqualibus AO, OB, ſeu æqualibus AO, BH, addatur commune OQ: Ergo SQ. excedens parallelogrammo R Q, ſimili D, eſt æquale rectilineo C.

Propoſitio XXX Problema.

Propoſitam rectam lineam terminatam, extrema ac media ratione ſecare.

Lineam extrema & media ratione ſecare. Fig. 236. Icon. B.

SEcanda ſit AB dicta ratione. Deſcripto ſuper eam quadrato A C, ad latus AD applicetur, *per* 29. *hujus*, eidem quadrato æquale rectangulum DG, ita ut exceſſus ſit quadratum AG. Ablato enim communi AE, remanebit F C, æquale quadrato A G, & *per* 14. *hujus*, erit ut B C, ſeu AB ad AH, ita A H, hoc eſt, AF ad F B.

Propoſitio XXXI. Theorema.

In rectangulis triangulis, figura quævis à latere rectum angulum ſubtendente deſcripta, æqualis eſt figuris quæ priori illi ſimiles, & ſimiliter poſitæ, à lateribus rectum angulum continentibus deſcribuntur.

Fig. 237 Icon. B. IN triangulo A B C ſit rectus A, & E, F, G, ſint rectilinea ſimilia. Dico, E & F ſimul æqualia eſſe ipſi G. Demiſſâ enim perpendiculari A D, fiunt BC, CA, CD, nec non BC, BA, BD, continuè proportionales, *per Coroll* 8 *hujus* & *per Coroll.* 19. & 20 *hujus*, ut C D ad B C, ita erit F ad G: item ut B D ad eandem B C, ita E ad idem G. Ergo, *per* 24. *quin.* ut C D, BD ſimul ad B C, ita erunt F & E ſimul ad G: Sed CD, BD, æquantur ipſi B C, ergo etiam F & E ipſi G.

Propoſitio XXXII. Theorema.

Si duo triangula, quæ duo latera duobus lateribus proportionalia habent, ſecundum unum angulum compoſita fuerint, ita ut homologa eorum latera ſint etiam parallela: tum reliqua illorum triangulorum latera in rectam lineam collocata reperientur.

Fig. 238 Icon. B. UT AB ad AC, ita ſit DC ad DE, & AB, DC, ſint parallelæ: & ſimiliter AC, DE: & punctu C ſit commune. Dico BC, CE, eſſe in directum. Quoniam enim circa angulos A & D, qui ſunt æquales alterno eidem A C D, *per* 29. *pri.* latera ſunt proportionalia, ſequitur, *per* 6. *hujus*, angulum B æqualem eſſe DCE. Additis ergo A, & ACD, erit ACE æqualis duobus A & B. Sicut ergo A, & B, cum ACB, ſunt æquales duobus rectis, *per* 32. *pri.* ita erunt etiam duo ACE, ACB: & ideo AC, CE, erunt una recta linea, *per* 14. *pri.*

Propoſitio XXXIII. Theorema.

In æqualibus circulis, anguli eandem habent rationem cum peripheriis, quibus inſiſtunt, ſive ad centra, ſive ad peripherias conſtituti inſiſtant: Inſuper verò & ſectores, quippe qui ad centra conſiſtunt.

IN appoſitis circulis æqualibus, tam anguli B AC, FEG ad peripherias, quam BDC, FHG ad centra, nec non ſectores BDC, FHG eandem habent rationem quam peripheriæ B C, FG, Fig. 239. Icon. B. Nam arcus B C I ſit utcunque multiplex ipſius BC, & FGKL multiplex ipſius F G. Cum igitur anguli inſiſtentes æqualibus peripheriis ſint æquales, *per* 27. *ter.* tam erunt multiplices anguli B D C, C D I, ipſius BDC, quam eſt arcus BCI multiplex peripheriæ BC: & ſimiliter anguli F HG, GHK, KHL, & arcus FGKL, erunt æquè multiplices anguli FHG, & arcus FG. Et quando arcus BCI eſt æqualis, major, vel minor arcu FGKL: erunt etiam anguli BDC, CDI æquales majores, vel minores angulis FHG, GHK, K HL, & ideo *per* 6. *Defin. quin.* erit ut arcus BC ad FG, ita angulus BDC ad FHG: imo & angulus BAC ad angulum FEG, eo quod ſint ſemiſſes angulorum BDC, FHG, *per* 20 *ter.*

Pro ſectoribus fiant anguli BM C, CNI: qui ſunt æquales, quia inſiſtunt æqualibus peripheriis, quas abſcindunt æquales arcus BC, CI, unde *per* 24. *ter.* ſegmenta AMC, C N I ſunt æqualia: Sunt autem & triangula B D C, C D I æqualia. propter æqualitatem laterum: Ergo & ſectores BDCM, CDIN, eruntque prædicti ſectores, & arcus BCI, æquè multiplices ſectoris BDCM, & arcus BC. Eodem modo erunt ſectores FHG, GHK, KHI, & arcus FGKL, æquè multiplices ſectoris FHG, & peripheriæ FG: & idcirco rurſus *per* 6 *Defin quin.* ut BC ad FG. ita erit ſector BDC ad ſectorem FHG.

Corollaria.

HInc ſequitur I. ſic eſſe ſectorem ad ſectorem. ut eſt Angulus ad angulum. II. Ut eſt angulus ad centrum circuli ad quatuor rectos, ita peripheriam anguli ad totam circumferentiam.

LIBER

LIBER IV.

DE

TRIGONOMETRIA ELEMENTARI,

Sivè

De Doctrina Sinuum, Tangentium, & Secantium, unà cum Canone triangulorum, eiusq; Structura, & uſu.

PROOEMIVM.

SEmentem hactenus fecimus, nunc meſſem colligemus; fundamenta poſuimus, nunc ſuperſtruemus fabricam; Arithmeticæ & Geometriæ alus (ſic eas appellat magnus Plato) Tyroni aptavimus, nunc ad ſublimia Mathematicæ per gradus deducemus. Initium ſumimus à Trigonometria, quoniam ea præ cæteris & antecedentium cognitionem, uſumque depoſcit, & ſubſequentibus ferè omnibus facem præfert, cùm vix quidquam in Geometria practica, in Aſtronomia, in Gnomonica, in Geographia, in Architectonica militari, aliiſque Mathematicis occurrat Diſciplinis, cui Trigonometria aut ſummè neceſſaria non ſit, aut ſummè utilis. Hanc duplicem facimus, Elementarem, & practicam. Illa tradit Elementa, hęc praxin, id eſt, methodum, quâ, ope certarum tabularum, aureæque proportionis Regulę beneficio, ex triangulorum angulis latera, vel ex lateribus angulos, vel mixtim hos ex illis dignoſcimus, modo infrà explicando; idque tam in triangulis planis, quàm Sphæricis. Itaque Trigonometria Practica non docet triangulorum aream ſeu capacitatem invenire; hoc enim ad Geometriam practicam, de qua ſequenti libro ſexto, ſpectat. Ad invenienda autem ex angulis latera, & ex lateribus angulos, præſtantiſſimi Mathematici jam olim conſtruxerunt Tabulam, quam Sinuum vocarunt: cui alii poſtea addiderunt alias duas, Tangentium, & Secantium appellatas. Has tabulas appellant alii Canonem Mathematicum, alii Canonem magnum, alii Theſaurum Mathematicum, alii aliter, ob eximam earum præſtantiam: nos Canonem triangulorum vocamus, quoniam in horum dimenſione præcipuus ac ferè unicus illarum eſt

Trigonometria Elementaris.

Canon triangulorum.

uſue. Hoc libro trademus primò harum tabularum diſpoſitionem, unà cum ipſis tabulis; deinde ſtructuram, ſeu modum eas calcucandi; tandem earundem tabularum uſum. Priùs tamen terminos quosdam in Doctrina Sinuum, Tangentium, & ſecantium (ſic enim vocari etiam ſolet Elementaris Trigonometria) uſitatos explicabimus. Atque hæc omnia Trigonometriæ Elementaris nomine complectimur. Sequenti libro trademus praxin tam in planis, quàm ſphæricis triangulis; quem ob id Trigonometriæ Practicæ titulo cohoneſtamus.

CAPUT I.

De Definitionibus, ſeu terminis in Trigonometria Elementari uſitatis.

REcolenda ſunt quæ docuimus lib. 1. cap. 3. art. 2. 3. & 4. de angulis, eorumque menſura; de triangulis, circulo, diametro, ſemidiametro, ſemicirculo, arcu, quadrante, ſegmento circuli, & ſimilibus: item de diviſione circuli in gradus & minuta. Præter quæ explicandæ ſunt ſequentes Definitiones.

Arcus circuli in Trigonometria quid ſit.

Sed ante omnia *Notandum eſt primò*, tametſi arcus circuli vocetur quælibet pars circuli, ſive major ſit, ſive minor ſemicirculi, in præſenti tamen negotio de ſinibus, tangentibus, & ſecantibus, nomine arcus intelligi ſolum ſegmentum peripheriæ circuli minus ſemicirculo, quale eſt in appoſita figura ſegmentum AD, vel DC, vel BC, quæ ſunt quadrantes; item ſegmenta AF, vel BF, quæ ſunt quadrante minora; item ſegmenta FBC, BCN, quæ ſunt quadrante majora.

Vide Fig. 240. Icon. C.

Complementum arcus circuli in Trigonometria. Fig. 240. Icon. C. *Complementum commune habent duo arcus ſemicirculum conſtituentes.*

Notandum eſt ſecundò, Differentiam hujuſmodi arcuum, qua differunt à quadrante vel per defectum, vel per exceſſum, vocari *Complementum*. Sic arcus FB, eſt complementum arcus AF, quadrante minoris, quia eſt differentia per defectum inter quadrantem AB, & dictum arcum AF; & viciſſim arcus FA, eſt complementum arcus BF, quia eſt differentia per defectum inter quadrantem BA, & dictum arcum BF. Similiter idem arcus FB, eſt complementum arcus FBC, quadrante majoris, quia eſt differentia per exceſſum inter quadrantem BC, & dictum arcum FBC. Eodem modo arcus FA, eſt complementum arcus FAD, quadrante majoris, quia eſt differentia per exceſſum inter quadrantem AD, & dictum arcum FAD. *Unde patet*, duos arcus conſtituentes ſemicirculum, quales ſunt AF, & FBC, habere idem complementum FB, commune. Sic etiam duo arcus BF, & FAD, ſemicirculum conſtituentes, habent idem complementum FA, commune.

Angulus & ejus complementum in trigonometria quid ſit.

Notandum eſt tertiò, quod dictum fuit de arcu, & complemento arcus, intelligendum etiam eſſe de angulo, & complemento anguli; nam arcus ſunt angulorum menſuræ, ut explicatum fuit lib. 1. cap. 3. art. 3. num. 17. & 18. Cùm igitur angulus acutus ſit minor recto (qui eſt 90. graduum) obtuſus verò major; complementum anguli acuti eſt defectus ſuæ menſuræ ad rectum, hoc eſt, ad quadrantem circuli, ſeu 90. gradus; ſive eſt differentia per defectum inter ipſum angulum acutum, & 90. gradus. Complementum verò obtuſi anguli eſt menſuræ ſuæ exceſſus ſupra rectum, ſeu eſt defectus per exceſſum inter ipſum angulum obtuſum, & 90. gradus. Sic in eodem ſchemate, anguli acuti AEF, complementum eſt angulus FEB; & anguli obtuſi FEC, complementum eſt idem angulus FEB. *Ex quo etiam patet*, duos angulos conſtituentes ſemicirculum, ſeu gradus 180. quales ſunt AEF, FEC, habere idem complementum FEB, commune.

Fig. 240. Icon. C.

Notandum eſt quartò, quæcunque dicemus in ſequentibus de ſinibus, tangentibus, & ſecantibus reſpectu arcuum, intelligenda etiam eſſe de iiſdem reſpectu angulorum quos arcus ſubtendunt, ut meliùs ex dicendis patebit. His notatis, ſequuntur.

Definitiones ſinuum.

I.

Fig. 240. Icon. C. *Sinus quid ſit. Chorda arcus quid ſit. Subtenſa quid ſit.*

S*Inus generatim eſt portio chordæ alicuius arcus.* Explicatio patebit ex dicendis. Eſt autem *Chorda* cujusvis arcus, linea recta ipſum arcum ſubtendens. Talis eſt recta MN, & quæcunque alia circulo inſcripta ita, & ejus extrema tangant peripheriam circuli. Tales etiam eſſent FO, FP, ſi FH & FG eſſent productæ usque ad O & P. Chordam alii vocant *Subtenſam*, quia ſubtendit arcum circuli, ſicuti nervus ſubtendit arcum ſagittarii. Alii etiam Inſcriptam appellant, quia circulo inſcribitur ita, ut ejus extrema ſint in peripheria circuli, ut explicatum fuit. *Hinc patet primò*, chordam MN eſſe chordam arcus MCN, quàm arcus MBADN. Et eadem eſt ratio de omnibus aliis chordis; ſunt enim chordæ utriusque ſegmenti in quæ circulum dividunt. *Patet ſecundò*, diametrum circuli cujuscunque, ut hic diametrum BD, vel AC &c. eſſe chordam, & quidem omnium maximam earum quæ circulo inſcribi poſſunt.

Sinus dividitur in Rectum, & Verſum. Rectus in Sinum totum, Sinum arcus, & Sinum complementi arcus.

Sinus totus, ſeu Radius.

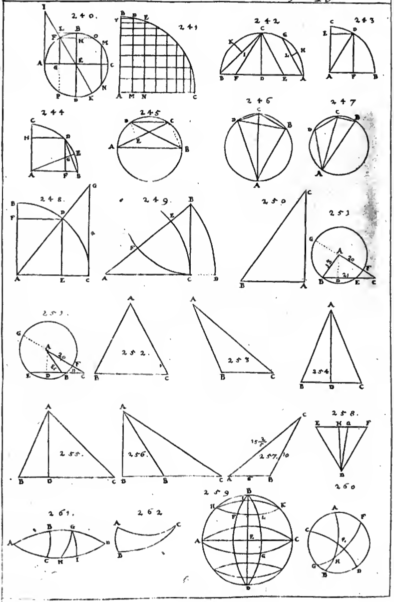
II. *Sinus totus eſt Semidiameter circuli.* Talis eſt ſemidiameter EA, EB, EC, ED, EF &c. Hunc alii appellant Radium, & eſt ſinus utriusque quadrantis quem ſubtendit; v. g. EA eſt ſinus totus tam quadrantis AB, quàm quadrantis AD. itaque dici poteſt ſinus quadrantis, ſeu arcus 90. graduum.

Sinus rectus arcus.

III. *Sinus rectus alicujus arcus, (ſive majoris, ſive minoris ſemicirculo) eſt linea perpendicula-*

ris

Iconiſmus C. *Ponatur è regione pag. m.*



dens ab una extremitate arcûs, cujus dicitur ſinus rectus, in diametrum circuli ab altera extremitate ejuſdem arcûs ductam. Ut recta FG eſt ſinus rectus tam arcus AF, quàm arcûs FBC: & recta FH, eſt ſinus rectus arcûs FB, & arcûs FAD.

Hinc conſtat primò, duos arcus complentes ſemicirculum, quales ſunt AF, FBC, habere communem ſinum rectum FG. Sic etiam duo arcus BF, FAD, habent communem ſinum rectum FH.

Conſtat ſecundò, ſemidiametrum circuli, ſive ſinum totum, v.g. EB, eſſe ſinum rectum totum tam quadrantis AB, quàm quadrantis CB, ut in Definit. 2. diximus.

Sinus rectus complementi.

IV. *Sinus rectus complementi alicujus arcus, eſt ſinus rectus illius arcus, qui dicitur complementum.* Unde ſi arcus FB ſit complementum arcûs AF; ſinus complementi arcûs AF, eſt recta FH: eademque FH eſt etiam ſinus complementi arcûs FBC, quia idem arcus FB eſt complementum tam arcûs AF, quàm arcûs FBC, ut dixi in Notabili 2. *Quadrans* autem non habet ſinum complementi, quia non habet arcum complementi, nam complementum dicitur reſpectu quadrantis.

Sinus eſt dimidium chordæ.

Ex dictis conſtat, omnem ſinum rectum, tam totum, quàm non totum, eſſe dimidium alicujus chordæ; unde alii definientes ſinum rectum, aiunt eſſe *Dimidium chordæ dupli arcûs, cujus dicitur ſinus*, ut dicetur Annotat. 5.

Præter ſinus rectos hactenus explicatos, conſiderant Mathematici in circulo etiam ſinum verſum, tam reſpectu arcuum, quàm complementorum: eſtque triplex, Minor ſinu toto, major ſinu toto, & æqualis ſinui toti. Sic autem definiunt illos.

Fig. 240. Icon. C. *Sinus verſus arcûs.*

V. *Sinus verſus alicujus arcus, eſt ſegmentum diametri inter ſinum rectum, & alteram extremitatem arcûs interceptum.* Sinus ergo verſus arcus AF, eſt recta AG minor ſinu toto; & ſinus verſus arcus FBC, eſt recta GC major ſinu toto; quia perpendicularis FG eſt ſinus rectus tam arcûs AF, quàm arcûs FBC. Semidiameter EB eſt ſinus verſus tam quadrantis AB, quàm CB, ſi EA & EC ſunt eorum ſinus recti; eſtque æqualis ſinui toti.

Sinus verſus complementi arcus.

IV. *Sinus verſus complementi alicujus arcus, eſt ſinus verſus illius arcus, qui dicitur complementum.* Sic ſi arcus FB eſt complementum arcus FA; recta BH eſt ſinus verſus complementi arcus AF, quia eſt ſinus verſus arcus FB, qui eſt complementum arcus AF. Eſt etiam ſinus verſus complementi arcus FBC, propter eandem cauſam.

Hinc *patet primò*, duos arcus complentes ſemicirculum, habere eundem ſinum verſum complementi, quia habent eundem arcum complementi; Ut recta BH eſt ſinus verſus complementi tam arcus AF, quàm arcus FBC, ut diximus. Et hic eſt minor ſinu toto.

Patet ſecundò, eoſdem duos arcus complentes ſemicirculum habere ſinus verſus arcuum differentes; & ſinum verſum arcus minoris quadrante, eſſe minorem ſinu toto, ſeu ſemidiametro; ſinum autem verſum arcus quadrante majoris, eſſe ſinu toto majorem; & ſinus verſos utriuſque arcus ſimul ſumptos æquari toti diametro, ut ſunt AG, & GC, reſpectu arcuum AF, & FBC.

Annotationes.

Sinus omnis eſt portio rectæ ſubtendentis arcum.

EX dictis hactenus conſtat, id quod diximus Definit. 1. nimirum, omnem ſinum eſſe portionem rectæ ſubtendentis arcum circuli, hoc eſt, portionem chordæ, ſive ſit ſinus rectus, ſive verſus, ſive totus ſive non totus. Conſtat præterea omnem ſinum verſum eſſe portionem diametri inter arcum & ſinum rectum.

Sinus verſi etymon.

II. Sinus verſus ita appellatur, quia verſo ſeu inverſo modo diſponitur in circulo reſpectu ſinus recti. Appellatur etiam ab aliquibus Sagitta, quia in modum ſagittæ poſitus eſt inter arcum & chordam. Uterque porro ſinus, tam rectus, quam verſus, appellatur ideo ſinus, quia unà cum arcu conſtituit formam ſinus ſeu portus maritimi clauſi.

III. Quando Scriptores de ſinu aliquo loquuntur, & non appellant expreſsè ſinum totum aut complementi, aut verſum; ſemper intelliguntur de ſinu recto arcûs alicujus quadrante minoris aut majoris, qui non ſit complementum alterius arcus.

IV. Quilibet ſinus dicitur ſinus tot graduum, aut minutorum, quot gradus aut minuta continet arcus ille, cujus eſt ſinus: ut ſi arcus alicujus ſinus continet gradus 30, 40 &c. aut gradus 25, minuta 16. &c. aut minuta 30, 45 &c. etiam ſinus talis arcus dicitur ſinus graduum 30, 40 &c. aut graduum 25, minutorum 6. &c.

Sinus rectus eſt dimidium chordæ.

V. Sinus recti a pleriſque Scriptoribus appellantur ſemiſſes rectarum in circulo ſubtenſarum, ſeu dimidia chordarum, ut ſupra notavimus, quia omnis ſinus rectus eſt dimidium chordæ ſubtendentis duplum ejus arcûs, cujus dicitur ſinus rectus; ut patet in figura, ſi ſinus rectus FG arcûs AF, producatur uſque ad P, & ſinus FH complementi FB, producatur uſque ad O; & ſinus rectus AE quadrantis AB, producatur uſque ad C.

Fig. 240. Icon. C.

Sinus dicitur etiam reſpectu anguli.

VI. Quandoquidem ſi ex centro circuli, ad illam extremitatem arcûs ſubtenſi à ſinu recto quocunque, per quam non tranſit ſemidiameter, ducatur alia ſemidiameter, conſtituitur angulus rectilineus in centro (ut patet in figura ſi ex centro E, ad extremitatem F arcus BF, aut AF, ducatur ſemidiameter EF, conſtituitur enim angulus FEB, & angulus FEA) & prædicti ſinus recti arcus opponitur illi angulo qui in centro fit, ideo talis ſinus rectus vocatur etiam ſinus anguli illius qui fit in centro. Sic ſinus FH, eſt ſinus anguli FEB; & ſinus FG, eſt ſinus anguli FEA. Quidquid ergo diximus de ſinibus rectis reſpectu arcuum, intelligi etiam debet (ut ſupra quoque monuimus) de ſinibus angulorum, quòd nimirum alius ſit ſinus rectus anguli, alius complementi anguli; item quòd alius ſit ſinus rectus anguli tot graduum, aut minutorum, alius ſinus rectus anguli aliorum graduum aut minutorum. Hinc ſinus totus, eſt ſinus anguli 90. graduum, quia eſt ſinus arcus 90. graduum, ſeu quadrantis. Hinc præterea duo anguli comprehendentes ſimul gradus 180, ſive ſemicirculum, quales ſunt anguli AEF & CEF, habent eundem ſinum rectum FG; ac proinde ſi-

nus anguli majoris recto, eſt ſinus anguli illius, qui eſt complementum ad duos rectos, ut in exemplo poſito ſinus anguli CEF eſt ſinus anguli AEF. Atque hoc bene notandum eſt, quia in ſequentibus ſæpe occurret.

Definitiones tangentium & ſecantium.

PRæter ſinus arcuum & angulorum hactenus explicatos, conſiderant Mathematici alias lineas rectas circulo inſcriptas, aut adſcriptas, quas vocant tangentes, & ſecantes arcuum, & angulorum; quarum definitiones ſequuntur.

Tangens arcus.

Fig. 240. Icon. C.

VII. *Tangens alicuius arcus, eſt portio lineæ rectæ, quæ arcum illum tangit in una extremitate, & intercipitur inter punctum contactus & diametrum productam per alteram eiusdem arcus extremitatem usq; ad tangentem.* Ita linea AI, eſt tangens arcus AF, quia AI tangit arcum AF in extremitate A, diameter KEF tranſit per alterum extremum F, protractaque occurrit tangenti AI in puncto I. Eadem recta AI eſt etiam tangens anguli AEF, qui ſubtenditur ab arcu AF. Eadem præterea AI eſt tangens arcus AK, qui cum AF complet ſemicirculum, quia recta AI tangit etiam arcum AK in termino A, & diameter FEK tranſit per alterum terminum K, protractaque occurrit ipſi AI.

Tangens complementi arcus.

VIII. *Tangens complementi alicuius arcus, eſt tangens illius arcus, qui dicitur complementum.* Ut recta BL eſt tangens complementi arcus AF, & arcus CF, quia eſt tangens arcus FB, qui eſt complementum arcus AF, & arcus CF. Eadem recta BL, eſt etiam tangens anguli FEB, qui eſt complementum anguli AEF.

IX. *Secans alicuius arcus eſt ſegmentum ſemidiametri productæ per unam extremitatem illius arcus uſque ad tangentem, interceptum inter centrum & tangentem.* Sic recta EI eſt ſecans tam arcus AF, quàm arcus AK. Eadem recta EI eſt ſecans anguli AEF.

X. *Secans complementi alicuius arcus, eſt ſecans illius arcus, qui dicitur complementum.* Sic recta EL eſt ſecans complementi arcus AF, quia eſt ſecans arcus FB, qui eſt complementum arcus AF. Eadem recta EL eſt ſecans complementi anguli AEF, quia eſt ſecans anguli FEB, qui eſt complementum prioris.

Annotationes.

I. *Linea tangens dicitur ab aliquibus Profinus & ab aliis Adſcripta. Secans verò dicitur Hypothenuſa, & Tranſinoſa. Ratio denominationis colligitur ex poſitione illarum reſpectu arcuum, & ſinuum, & patet ex ſchemate ſuprà poſito.*

II. *Tangens alicuius arcus eſt ſemper parallela ſinui eiuſdem arcus, quia ut ſinus, ita & tangens eſt perpendicularis ad ſemidiametrum tranſeuntem per punctum contactus*, ille quidem per definit. 3. hujus capitis, *hæc verò* per 18. tertii Euclidis.

CAPUT II.

De ordine ac diſpoſitione tabularum Sinuum, Tangentium, & Secantium.

ANtequam ſtructuram, ſeu modum conficiendi tabulas ſinuum, tangentium, & ſecantium doceam, illas ob oculos legentium ponere placet, illarumque ordinem ac diſpoſitionem explicare. Ut verò meliùs intelligatur à Tyronibus, unde originem ſumpſerint tabulæ ſinuum, & cur aliqui ſinus ſint majores, alii verò minores;

Notandum eſt primò, Omnes ſinus rectos, tam arcuum, quàm complementorum, intra circuli quadrantem deſcriptos, eſſe minores ſinu toto, ut ex dictis colligitur, & probari poteſt ex 34. *pri. Euclid.* patetque ex appoſito ſchemate, in quo AB eſt ſinus totus, MD ſinus graduum v.g. 80: eſt autem MD æqualis ipſi AY, *per dictam 34. pri.* & AY minor quàm AB, *per converſum Axiomatis 9. pri. Euclid*; ergo. Et eadem eſt ratio de omnibus aliis. Hinc fit, ut ſi ſinus totus dividatur in quotlibet partes æquales, & quilibet ſinus non totus dividatur eâdem diviſione, ita ut particulæ ſinus totius & ſinuum non totorum æquales ſint; fit inquam ut ſinus quilibet non totus contineat pauciores tales particulas, quàm ſinus totus; & tantò pauciores, quò magis à ſinu toto remotus eſt, ſeu quò minoris arcus eſt ſinus. Sic MD pauciores particulas continet quàm AB, & NE adhuc pauciores, & longè pauciores OF, PG &c. Idem dicendum eſt de ſinibus complementorum comparatis cum ſinu toto AC.

Sinus recti minores ſunt ſinu toto.

Notandum eſt Secundò, Recentiores Mathematicos qui ſinuum tabulas conſtruxerunt, diviſiſſe ſinum totum in æquales particulas 100000, aut 1000000, aut 10000000 (antiqui aliter dividebant) & ſubtiliſſimo ratiocinio, ſummoque labore inquiſiviſſe, quot particulas ex 100000, aut 1000000, aut 10000000 competant ſingulis ſinibus ſingulorum graduum ac minutorum, totius quadrantis. Eâdem ratione inquiſiverunt ac repererunt, quot particulæ ex dictis competant tangentibus, & ſecantibus omnium graduum ac minutorum totius quadrantis; nam omnes tangentes ac ſecantes habent certam ac determinatam proportionem ad ſinum totum, ut ex infrà dicendis patebit. Numerum particularum ſingulis ſinibus, tangentibus, & ſecantibus debitarum, diſtribuerunt in tres tabulas, easque appellarunt tabulas ſinuum tangentium, & ſecantium. His præmiſſis, ſequitur.

Tabulæ ſinuum, tangentium, & ſecantium quomodo conſtructæ fuerint.

Ordo ac diſpoſitio ſequentium tabularum.

SEquentes tabulæ ſunt compoſitæ juxta radium ſeu ſinum totum diviſum in partes 10000000, ut eò ſint accuratiores, inſerviantq; non tantùm pro Geometricis (pro quibus ſufficiunt tabulæ conſtructæ juxta radium 100000, aut etiam pauciorum partium,) ſed etiam pro Aſtro-

Tabularum earundem ordo, ac diſpoſitio.

Aſtronomicis, in quibus ſcrupuloſiùs eſt procedendum. Exhibent ſinus, tangentes, & ſecantes pro omnibus gradibus, & minutis primis totius quadrantis. Ordo ac diſpoſitio eſt quam vides; & quam mox explicabo: quamvis enim aliis alia placeat, hæc tamen omnium optima videtur, & nunc communiter uſurpatur, & ita ſe habet.

I. Singulæ paginæ continent octo columnas numeris refertas; quarum prima ad ſiniſtram continet in capite numerum graduum quadrantis à gradu 0 uſque ad 44; quibus ſubjiciuntur, deſcendendo, minuta prima eorundem graduum, à minuto 0 uſque ad 60: octavo verò columna ad dexteram continet in calce ſeu parte inferiore, ordine retrogrado, numerum reliquorum graduum quadrantis, à 45 uſque ad 89; quibus ſuperponuntur, aſcendendo, minuta prima eorundem graduum à minuto 0 uſque ad 60. Itaque gradus & minuta columnæ octavæ, ſunt complementa graduum & minutorum columnæ primæ.

II. Reliquæ ſex columnæ ſingularum paginarum continent ſinus, tangentes, & ſecantes, prout tituli ſuprascripti indicant. Harum tres ſiniſtimæ ſpectant ad primam columnam, reliquæ tres dextimæ ad octavam. Omnes ita diſpoſitæ ſunt, ut è regione omnium graduum & minutorum progrediendo in tranſverſum ſub titulis ſinuum, tangentium, & ſecantium, notatæ ſint partes eorundem ſinuum, tangentium, & ſecantium, in partibus ſinus totius 10000000. Itaque ſinus, tangentes, & ſecantes trium dextimarum, ſunt complementa ſinuum, tangentium, & ſecantium, trium ſiniſtimarum tabularum, & vice versâ.

III. Sicuti ſinus in quadrante creſcunt continuò ab initio primi gradus & minuti uſque ad ultimum, uti ex Notabili primo hujus capitis colligitur; ita & numeri in tabula ſinuum. Tangentium ſimiliter numeri continuò creſcunt ab initio quadrantis uſque ad finem; ubi infinita eſt ea quæ reſpondet gradui nonageſimo. Et citra quidem ipſius quadrantis dimidium ſunt minores ſinu toto, ultra verò ſunt majores. At ſecantes uniuſcujuſque gradus excedunt ſemper integrum ſinum, creſcuntque ſemper uſque ad finem quadrantis; ubi ſimiliter infinita eſt ea quæ ultimo ultimi gradus minuto reſpondet.

IV. Non exhibentur ſeorſim tabulæ ſinuum verſorum, quia parvo labore eruuntur ex tabula ſinuum rectorum, ut dicetur in capite quarto Propoſit. 3, & 4. Nulli etiam ſinus ſemicirculi, & arcuum ſemicirculo majorum continentur in his tabulis, quia nulli dantur. Quâ verò ratione ſinus, tangentes, & ſecantes arcuum quadrante majorum ex iiſdem tabulis eruiquеant, dicemus ibidem Propoſit. 2.

V. In iiſdem tabulis duæ ultimæ notæ ad dexteram omnium ſinuum, tangentium, & ſecantium diſcretæ ſunt ab aliis antecedentibus puncto interpoſito, quia præcedentes numeri uſque ad punctum exhibent ſinus, tangentes, & ſecantes reſpondentes radio ſeu ſinui 100 partium 100000. Quod ideo fecimus, ut ſi quis talem ſinum totum adhibere velit ad faciliorem operationem, id ſine difficultate facere queat, omittendo ſolùm ultimas duas notas poſt punctum; ſervatâ tamen hac cautelâ, ut ſi duo numeri abſciſſi ſuperant 50, augeat præcedens ultima figura proximè poſt punctum unâ unitate, propter cauſam ſequenti capite 4. explicandam. Nunc.

Sequuntur Tabulæ

Sinuum, Tangentium, & Secantium, in partibus ſinus totius 10000000 *partium.*

0	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	00. 00	00. 00	000000.00	10000.00	Infinita.	Infinita.	60
1	29. 09	29. 09	100000. 00	99999.99	343774667.38	343774681.93	59
2	58. 18	38. 18	100000.02	99999.98	171887319.15	171887348.24	58
3	87. 27	87. 27	100000.04	99999.96	114591529.94	114391573.57	57
4	116. 36	116. 36	100000.07	99999.93	85943631. 48	83943688.66	56
5	145. 44	145. 44	100000.11	99999.89	68754886. 93	68754959.66	55
6	174. 53	174. 53	100000.16	99999.84	57295721. 34	57295808.60	54
7	203. 62	203. 62	100000.21	99999.79	49110600. 28	49110701.09	53
8	232. 71	232. 71	100000.27	99999.73	42971757. 06	42971873.42	52
9	261. 80	261. 80	100000.34	99999.66	38197099. 08	38197229.98	51
10	290. 89	290. 89	100000.42	99999.58	34377370. 74	34377316.19	50
11	319. 98	319. 98	100000.51	99999.49	31252136. 71	31252296.70	49
12	349. 06	349. 07	100000.61	99999.39	28647773. 40	28647947.93	48
13	378. 13	378. 16	100000.72	99999.28	26444079. 88	26444268.95	47
14	407. 24	407. 25	100000. 3	99999.17	24555198. 33	24355401.95	46
15	436. 33	436. 33	100000.95	99999.05	22918166. 36	22918384.53	45
16	465. 42	463. 42	100001.08	99998.92	21485762. 18	21485994.89	44
17	494. 51	494. 51	100001.22	99998.78	20221874. 99	20222122.25	43
18	523. 60	523. 60	100001.37	99998.63	19098418. 64	19098680.44	42
19	552. 68	552. 69	100001.53	99998.47	18093219. 83	18093496.17	41
20	581. 77	581. 78	100001.70	99998.30	17188539. 93	17188830.82	40
21	610. 86	610. 87	100001.87	99998.13	16370019. 10	16370324.53	39
22	639. 95	639. 96	100002.05	99997.95	15625908. 37	15626228.34	38
23	669. 04	669. 05	100002.24	99997.76	14946502. 08	14946836.60	37
24	698. 13	698. 14	100002.44	99997.56	14323712. 17	14324061.23	36
25	727. 21	727. 23	100002.65	99997.35	13750744. 68	13751108. 29	35
26	756. 30	756. 32	100002.86	99997.13	13221850. 86	13222229.02	34
27	785. 39	785. 41	100003.08	99996.91	12732133. 65	12732526.35	33
28	814. 48	814. 30	100003.31	99996.68	12277395. 54	12277802.79	32
29	843. 57	843. 60	100003.55	99996.44	11854018. 02	11854439.81	31
30	872. 65	872. 69	100003.80	99996.19	11458865. 01	11459301.35	30
31	901. 74	901. 78	100004.06	99995.93	11089205. 13	11089656.01	29
32	930. 83	930. 87	100004.33	99995.66	10742648. 38	10743113.80	28
33	959. 92	959. 96	100004.61	99995.39	10417094. 48	10417574.45	27
34	989. 00	989. 03	100004.89	99995.11	10110690. 24	10111184.75	26
35	1018.09	1018.14	100005.18	99994.82	9821794. 26	9822303.32	25
36	1047.18	1047.24	100005.48	99994.52	9548947. 52	9549471. 12	24
37	1076.27	1076.33	100005.79	99994.21	9290848. 72	9291386. 87	23
38	1105.35	1105.42	100006.11	99993.89	9046333. 57	9046886. 26	22
39	1134.44	1134.51	100006.44	99993.56	8814357. 15	8814924. 39	21
40	1163.53	1163.61	100006.77	99993.23	8593979. 07	8594360. 86	20
41	1192.61	1192.70	100007.11	99992.89	8384350. 67	8384947.00	19
42	1221.70	1221.79	100007.46	99992.54	8184704. 11	8185314. 98	18
43	1250.79	1250.88	100007.82	99992.18	7994342. 99	7994968. 41	17
44	1279.87	1279.98	100008.19	99991.81	7812634. 20	7813274. 16	16
45	1308.96	1309.07	100008. 57	99991.43	7639000. 93	7639655. 44	15
46	1338.05	1338.17	100008.96	99991.04	7472916. 51	7473585. 56	14
47	1367.13	1367.26	100009.35	99990.65	7313839. 10	7314582.70	13
48	1396.22	1396.35	100009.75	99990.25	7161507. 01	7162203. 15	12
49	1425.30	1425.45	100010.16	99989.84	7015334. 61	7016047. 35	11
50	3454.39	1454.54	100010.38	99989.42	6875008. 72	6875735. 95	10
51	1483.48	1483.64	100011.01	99988.99	6740185. 43	6740927. 20	9
52	1512.56	1512.73	100011.45	99988.55	6610547. 27	6611303. 59	8
53	1541.65	1541.83	100011.89	99988.11	6485800. 75	6486571.62	7
54	1570.73	1570.93	100012.34	99987.66	6365674. 12	6366459. 53	6
55	1599.82	1600.02	100012.80	99987.20	6249915. 37	6250715.33	5
56	1628.90	1629.12	100013.27	99986.73	6138290. 52	6139105. 02	4
57	1657.99	1658.21	100013.75	99986.25	6030581. 99	6031411. 04	3
58	1687.07	1687.31	100014.24	99985.76	5926587. 21	5927430. 18	2
59	1716.16	1716.41	100014.73	99985.27	5826117. 35	5826975. 49	1
60	1745.24	1745.51	100015.23	99984.77	5725996. 16	5729868. 85	0
—							89

1	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	1745.24	1745.51	100015.23	99984.77	5728996.16	5729868.85	60
1	1774.32	1774.60	100015.74	99984.26	5635058.96	5635946.19	59
2	1803.41	1803.70	100016.26	99983.74	5544131.67	5545053.41	58
3	1832.49	1832.86	100016.79	99983.21	5456130.03	5457046.35	57
4	1861.58	1861.90	100017.33	99982.67	5370858.75	5371789.62	56
5	1890.66	1891.00	100017.88	99982.12	5288210.91	5289156.37	55
6	1919.74	1920.10	100018.43	99981.57	5208067.26	5209027.22	54
7	1948.83	1949.20	100018.99	99981.01	5130315.66	5131290.17	53
8	1977.91	1978.30	100019.56	99980.44	5054850.59	5055839.63	52
9	2006.99	2007.40	100020.14	99979.86	4981572.64	4982576.23	51
10	2036.08	2036.50	100020.73	99979.27	4910388.06	4911456.20	50
11	2065.16	2065.60	100021.33	99978.67	4841208.41	4842241.10	49
12	2094.24	2094.70	100021.94	99978.06	4773950.14	4774997.38	48
13	2123.32	2123.80	100022.55	99977.45	4708534.30	4709596.08	47
14	2152.41	2152.91	100023.17	99976.83	4644886.20	4645962.53	46
15	2181.49	2182.01	100023.80	99976.20	4582935.12	4584025.99	45
26	2210.57	2211.11	100024.44	99975.56	4522614.07	4523719.49	44
17	2239.65	2240.21	100025.09	99974.91	4463859.56	4464975.52	43
18	2268.73	2269.32	100025.75	99974.25	4406611.32	4407745.83	42
19	2297.81	2298.42	100026.41	99973.59	4350812.16	4351961.22	41
20	2326.90	2327.53	100027.08	99972.92	4296407.73	4297571.34	40
21	2355.98	2356.63	100027.76	99972.24	4243346.39	4244524.54	39
22	2385.06	2385.74	100028.45	99971.55	4191578.99	4192771.68	38
23	2414.14	2414.84	100029.15	99970.83	4141058.76	4142266.00	37
24	2443.22	2443.95	100029.86	99970.14	4091741.16	4092962.95	36
25	2472.30	2474.05	100030.58	99969.43	4043583.75	4044820.09	35
26	2501.38	2502.16	100031.30	99968.71	3996346.05	3997796.94	34
27	2530.46	2531.27	100032.03	99967.98	3950589.46	3951854.89	33
28	2559.54	2560.38	100032.77	99967.24	3905677.11	3906957.09	32
29	2588.62	2589.48	100033.52	99966.49	3861773.81	3863068.34	31
30	2617.69	2618.59	100034.28	99965.73	3818845.93	3820155.00	30
31	2646.77	2647.70	100035.05	99964.96	3776861.30	3778184.92	29
32	2675.85	2676.81	100035.82	99964.19	3735789.17	3737127.33	28
33	2704.93	2705.97	100036.60	99963.41	3695600.11	3696952.82	27
34	2734.01	2735.03	100037.39	99962.62	3656265.92	3657633.18	26
35	2763.09	2764.14	100038.19	99961.82	3617759.62	3619141.43	25
36	2792.16	2793.25	100039.00	99961.01	3580055.33	3581451.68	24
37	2821.24	2812.36	100039.82	99960.19	3543128.23	3544539.15	23
38	2850.32	2851.48	100040.65	99959.36	3506954.58	3508380.03	22
39	2879.40	2880.59	100041.48	99958.53	3471511.30	3472951.50	21
40	2908.47	2909.70	100042.32	99957.69	3436777.09	3438231.63	20
41	2937.55	2938.82	100043.17	99956.84	340273 .29	34 4199.39	19
42	2966.62	2967.93	100044.03	99955.98	3369350.89	3370834.53	18
43	2995.70	2997.30	100044.90	99955.11	3336619.45	3338117.63	17
44	3024.78	3026.16	100045.78	99954.24	3304517.2[illegible]	3306 30.00	16
45	3053.85	3055.28	100046.67	99953.36	3273026.37	3274513.65	15
46	3082.93	3084.39	100047.56	99952.47	3242129.46	3243671.29	14
47	3112.00	3113.51	100048.46	99951.57	3211809.88	3213366.26	13
48	3141.08	3142.63	100049.37	99950.66	3182031.60	3183622.[illegible]	12
49	3170.15	3171.74	100050.29	99949.74	3152839.16	3154424.63	11
50	3199.22	3200.86	100051.22	99948.81	3124157.67	3125757.70	10
51	3228.30	3229.98	100052.15	99947.88	3095992.80	3097607.37	9
52	3257.37	3259.10	100053.09	99946.94	3068330.70	3069959.82	8
53	3286.44	3288.22	100054.05	99945.99	3041158.02	3042801.69	7
54	3315.52	3317.34	100055.01	99945.03	3014461.89	3016120.10	6
55	3344.59	3346.46	100055.98	99944.06	2988229.86	2989902.63	5
56	3373.66	3375.58	100056.96	99943.08	2962449.95	2964137.26	4
57	3402.73	3404.71	100057.95	99942.09	2937110.55	2938811.41	3
58	3431.80	3433.83	100058.94	99941.09	2912200.47	2913916.88	2
59	3460.88	3462.95	100059.94	99940.09	2887708.88	2889439.84	1
60	3489.95	3492.08	100060.95	99939.08	2863625.33	2865570.83	0
							88

2	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	3489.95	3492.08	100060.95	99939.08	2863625.33	2865370.83	60
1	3519.02	3521.20	100061.97	99938.06	2839939.69	2841699.74	59
2	3548.09	3550.33	100063.00	99937.03	2816642.18	2818416.78	58
3	3577.16	3579.45	100064.04	99935.99	2793723.33	2795512.48	57
4	3606.23	3608.58	100065.09	99934.95	2771173.99	2772977.69	56
5	3635.30	3637.71	100066.15	99933.90	2748985.28	2750803.53	55
6	3664.37	3666.83	100067.21	99932.84	2727148.61	2728981.41	54
7	3693.44	3695.96	100068.28	99931.77	2705655.68	2707503.03	53
8	3722.51	3725.09	100069.36	99930.69	2684498.43	2686360.33	52
9	3751.58	3754.22	100070.45	99929.60	2663669.04	2665545.49	51
10	3780.65	3783.35	100071.55	99928.51	2643159.96	2645050.96	50
11	3809.71	3812.48	100072.66	99927.40	2622963.84	2624869.39	49
12	3838.78	3841.61	100073 77	99926.29	2603073.58	2604993.68	48
13	3867.85	3870.74	100074.89	99925.17	2583482.27	2585416.92	47
14	3896.91	3899.88	100076.02	99924.04	2564183.23	2566132.43	46
15	3925.98	3929.01	100077.16	99922.90	2543169.96	2547133.71	45
16	3955.05	3958.14	100078.31	99921.73	2526436.15	2528414.45	44
17	3984.11	3987.28	100079.47	99920.60	2507975.68	2509968.53	43
18	4013.18	4016.41	100080.63	99919.44	2489782.62	2491790.02	42
19	4042.24	4045.55	100081.80	99918.17	2471851.19	2473873.14	41
20	4071.31	4074.69	100082.98	99917.09	2454175.78	2456212.28	40
21	4100 37	4103.83	100084.17	99915.90	2439750.95	2438802.00	39
22	4129.44	4132.96	100085.37	99914.70	2419571.40	2421637.00	38
23	4158.50	4162.10	100086.58	99913.49	2402631.99	2404712.14	37
24	4187.57	4191.24	100087.80	99912.28	2385927.72	2388022.42	36
25	4216.63	4220.38	100080.02	99911.06	2369453.72	2371562.97	35
26	4245.69	4249.52	100090.25	99909.83	2353205.25	2355329.05	34
27	4274.75	4278.66	100091.49	99908.59	2337177.72	2339316.07	33
28	4303.82	4307.81	100092.74	99907.34	2321366.65	2323519.55	32
29	4332.88	4336.95	100094.00	99906.08	2305767.67	2307935.13	31
30	4361.94	4366.09	100095.27	99904.81	2290376.55	2292558.56	30
31	4391.00	4395.24	100096.55	99903.55	2275189.16	2277385.72	29
32	4420.06	4424.38	100097.83	99902.27	2260201.48	2262412.59	28
33	4449.12	4453.53	100099.12	99900.98	2245409.59	2247635.25	27
34	4478.18	4482.68	100100.42	99899.68	2230809.67	2233049.89	26
35	4507.24	4511.82	100101.73	99898.37	2216398.02	2218652.78	25
36	4536.30	4540.97	100103.05	99897.05	2202171.00	2204440.32	24
37	4565.36	4570.12	100104.38	99895.73	2188125.10	2190408.97	23
38	4594.42	4599.27	100105.71	99894.40	2174256.87	2176555.29	22
39	4623.47	4628.42	100107.05	99893.06	2160562.96	2162875.93	21
40	4652.53	4657.57	100108.40	99891.71	2147040.10	2149367.63	20
41	4681.59	4686.73	100109.76	99890.35	2133685.11	2136027.19	19
42	4710.64	4715.88	100111.13	99888.98	2120494.88	2122851.51	18
43	4739.70	4745.03	100112.51	99887.61	2107466.37	2109837.55	17
44	4768.76	4774.19	100113.90	99886.23	2094596.63	2096982.36	16
45	4797.81	4803.34	100115.30	99884.84	2081882.76	2084283.05	15
46	4826.87	4832.50	100116.70	99883.44	2069321.96	2071736.80	14
47	4855.92	4861.66	100118.11	99882.03	2056911.47	2059340.86	13
48	4884.98	4890.82	100119.53	99880.61	2044648.61	2047092.55	12
49	4914.03	4919.97	100120.96	99879.18	2032530.75	2034989.25	11
50	4943.08	4949.13	100122.40	99877.75	2020555.35	2023028.40	10
51	4972.14	4978.29	100123.85	99876 31	2008719.89	2011207.50	9
52	5001 19	5007.46	100115.30	99874.86	1997021.95	1999524.11	8
53	5030.24	5036.62	100126.76	99873.40	1985459.12	1987975.84	7
54	5059.29	5065.78	100128.23	99871.93	1974029.10	1976560.36	6
55	5088.35	5094.95	100129.71	99870.45	1962729.59	1965275.41	5
56	5117.40	5124.11	100131.20	99868.79	1951558.37	1954118.74	4
57	5146.45	5153.82	100132.70	99867.48	1940513.27	1943088.20	3
58	5175.50	5182.44	100134.10	99865.98	1929592.17	1932181.65	2
59	5204.55	5211.61	100135.71	99864.47	1918792.98	1921397.10	1
60	5233.60	5240.78	100137.23	99862.95	1908113.67	1910732.26	0
							87

3	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	5233.60	5240.78	100137.23	99862.95	1908113.67	1910732.26	60
1	5262.64	5269.95	100138.76	99861.42	1997552.26	1900185.40	59
2	5291.69	5299.12	100140.30	99859.89	1887106.80	1889754.30	58
3	5320.74	5328.29	100141.85	99858.45	1876775.39	1879437.65	57
4	5349.79	5357.46	100143.41	99856.80	1865556.18	1869231.99	56
5	5378.83	5386.63	100144.98	99835.24	1856447.34	1859138.51	55
6	5405.88	5415.81	100146.55	99853.67	1846447.09	1849133.01	54
7	5436.93	5444.98	10014813	99852.09	1836533.70	1829274.17	53
8	5465.97	5474.16	100149.72	99850.50	1826765.44	1829300.48	52
9	5495.02	5503.33	100151.32	99848.91	1817080.67	1819830.26	51
10	5524.06	5532.51	100152.93	99847.31	1807497.74	1810261.88	50
11	5553.11	5561.69	100154.55	99843.70	1798015.05	1800893.75	49
12	5585.15	5590.87	100156.17	99844.08	1788631.04	1791424.29	48
13	5611.19	5620.05	100157.80	99842.43	1779344.17	1782151.98	47
14	5640.24	5649.23	100159.44	99840.81	1770152.94	1772975.31	46
15	5669.28	5678.41	100161.09	99839.16	1761055.88	1763892.80	45
16	5698.32	5707.59	100162.75	99837.31	1732051.35	1754903.03	44
17	5727.36	5736.78	100164.42	99835.85	1743158.54	1746004.37	43
18	5756.40	5765.96	100166.10	99834.18	1734315.46	1737196.05	42
19	5785.44	5795.15	100167.78	99832.50	1725580.95	1728476.10	41
20	5814.48	5824.34	100169.47	98830.81	1716933.69	1719843.40	40
21	5843.52	5853.52	100171.17	99829.11	1708372.38	1711296.64	39
22	5872.56	5882.71	100172.88	99827.41	1699893.74	1702834.56	38
23	5901.60	5911.90	100174.60	99825.70	1691502.31	1694453.89	37
24	5930.64	5941.09	100176.33	99823.98	1683191.48	1686159.41	36
25	5959.67	5970.29	100178.07	99822.25	1674961.44	1677943.92	33
26	5988.71	5999.48	100179.81	99820.51	1666811.20	1669808.23	34
27	6017.75	6028.67	100181.56	99818.76	1638739.62	1661751.22	33
28	6046.78	6057.87	100183.32	99817.01	1630745.53	1653771.71	32
29	6075.82	6087.06	100185.09	95815.25	1642827.89	1643868.81	31
30	6104.85	6116.26	100186.87	99813.48	1634985.55	1638040.82	30
31	6133.89	6145.46	100188.66	99811.70	1627217.44	1630387.28	29
32	6162.92	6174.66	100190.46	99809.91	1619322.33	1622606.93	28
33	6191.96	6203.86	100192.26	99808.11	1611899.79	1614098.74	27
34	6220.99	6233.06	100194.07	99806.30	1604348.19	1607461.70	26
35	6250.02	6262.26	100193.89	99804.49	1596866.74	1599924.81	25
36	6279.05	6291.47	100197.72	99802.67	1589454.48	1592597.11	24
37	6308.08	6320.67	100199.56	99800.84	1582110.43	1585267.64	23
38	6337.11	6349.88	100201.41	99799.00	1574833.71	1378005.43	22
39	6366.14	6379.08	100203.26	99797.15	1367623.33	1570890.63	21
40	6395.17	6408.29	100205.12	99795.29	1560478.41	1563679.27	20
41	6424.20	6437.50	100206.99	99793.43	1553398.06	1536613.48	19
42	6453.23	6466.71	100208.87	99791.56	1546381.41	1549611.39	18
43	6482.26	6495.92	100210.76	99789.68	1539417.60	1642672.15	17
44	6511.29	6525.13	100212.66	9978[illegible].79	1532535.80	1535794.90	16
45	6540.31	6554.35	100214.57	99785.89	1575705.17	1328978.83	15
46	6569.34	6583.56	100216.49	99783.98	1518934.90	1522223.12	14
47	6598.36	6612.78	100218.41	99782.06	1522224.20	1515526.98	13
48	6627.39	6641.99	100220.34	99780.14	1505572.27	1508889.61	12
49	6656.41	6671.21	100222.28	99778.21	1498978.36	1502310.26	11
50	6685.44	6700.43	100224.23	99776.27	1492441.70	1495788.16	10
51	6714.46	6729.65	100226.19	99774.32	1485961.55	1489321.58	9
52	6743.48	6728.87	100228.16	99772.36	1479537.18	1482912.77	8
53	6772.51	6788.09	100230.13	99770.39	1473167.87	1476558.02	7
54	6801.53	6817.32	100232.11	99768.42	1466852.92	1470257.63	6
55	6830.55	6846.54	100234.10	99766.44	1460591.63	1464010.90	5
56	6859.57	6875.77	100236.10	99764.45	1454383.32	1457817.15	4
57	6888.59	6904.99	100238.11	99762.45	1448227.32	1451676.71	3
58	6917.61	6934.22	100240.13	99760.44	1442122.97	1445585.92	2
59	6946.63	6963.45	100242.16	99758.42	1436069.61	1439547.13	1
60	6975.65	6992.68	100244.19	99756.40	1430066.63	1433558.70	0
							86

4	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	6975.65	6992.68	100244.19	99756.40	1420066.63	1433558.70	60
1	7004.66	7021.91	100246.23	99754.37	1424113.37	1427620.01	59
2	7033.68	7051.15	100248.28	99752.33	1418209.24	1421730.45	58
3	7062.70	7080.38	100250.34	99750.28	1412353.63	1415889.39	57
4	7091.71	7109.61	100252.41	99748.22	1406545.93	1410096.25	56
5	7120.73	7138.85	100234.49	99746.15	1400785.56	1404350.45	55
6	7149.74	7168.09	100256.58	99744.07	1395071.94	1398651.39	54
7	7178.76	7197.33	100258.68	99741.99	1389404.51	1392998.52	53
8	7207.77	7226.57	100260.78	99739.90	1383782.70	1387391.28	52
9	7236.78	7255.81	100262.89	99737.80	1378203.98	1381829.12	51
10	7265.80	7285.05	100265.01	99735.69	1372673.79	1376311.49	50
11	7294.81	7314.30	100267.14	99733.57	1367185.60	1370837.87	49
12	7323.82	7343.54	100269.28	99731.44	1361740.89	1363407.72	48
13	7352.83	7372.79	100271.43	99729.31	1356339.15	1360020.54	47
14	7381.84	7402.03	100273.58	99727.17	1350979.86	1354675.82	46
15	7410.85	7431.28	100275.74	99725.02	1345662.53	1349373.06	45
16	7439.86	7460.53	100277.91	99722.86	1340386.67	1344111.76	44
17	7468.87	7489.79	100280.09	99720.69	1335151.79	1338891.44	43
18	7497.87	7519.04	100282.28	99718.51	1329957.41	1333711.63	42
19	7526.88	7548.29	100284.48	99716.32	1324803.07	1328571.86	41
20	7555.89	7377.55	100286.68	99714.13	1319688.30	1323471.65	40
21	7584.89	7606.80	100288.89	99711.93	1314612.66	1318410.57	39
22	7613.90	7636.06	100291.11	99709.72	1309575.68	1313388.16	38
23	7642.90	7665.32	100293.34	99707.50	1304576.93	1308403.98	37
24	7671.90	7694.58	100293.58	99705.27	1299615.98	1303457.62	36
25	7700.91	7725.84	100297.83	99703.03	1294692.40	1298548.58	35
26	7729.91	7753.11	100300.09	98700.79	1289805.77	1293676.51	34
27	7758.91	7782.37	100302.36	99698.54	1284955.66	1288840.97	33
28	7787.91	7811.64	100304.64	99696.28	1280141.68	1284041.55	32
29	7819.91	7840.90	100206.93	99694.01	1275363.41	1279277.86	31
30	7845.91	7870.17	100309.22	99691.73	1270620.47	1274549.48	30
31	7874.91	7899.44	100311.52	99689.44	1265912.46	1269856.04	29
32	7903.91	7928.71	100313.83	99687.15	1261239.00	1265197.15	28
33	7932.90	7957.98	100316.15	99684.85	1256599.71	1260572.42	27
34	7961.90	7987.26	100318.48	99682.54	1251994.20	1255981.48	26
35	7990.90	8016.53	100320.81	99680.22	1247422.12	1251423.97	25
36	8019.89	8045.81	100323.15	99677.89	1242883.10	1246899.52	24
37	8048.89	8075.09	100325.80	99673.35	1238376.79	1242407.77	23
38	8077.88	8104.37	100327.86	99673.20	1233902.81	1237948.37	22
39	8106.87	8133.65	100330.23	99670.85	1229460.85	1233520.97	21
40	8135.87	8161.93	100332.61	99668.49	1225050.55	1229125.23	20
41	8164.86	8192.21	100335.00	99666.12	1220671.56	1224760.82	19
42	8193.85	8221.50	100337.40	99663.74	1216323.56	1220427.39	18
43	8222.84	8250.78	100339.80	99661.35	1212006.22	1216124.62	17
44	8251.83	8180.07	100342.21	99658.95	1207719.22	1211852.18	16
45	8280.82	8309.36	100344.63	99656.55	1203462.23	1207609.76	15
46	8309.81	8338.65	100347.09	99654.14	1199234.95	1203397.05	14
47	8338.80	8367.94	100349.50	99651.72	1195037.05	1199213.72	13
48	8367.78	8397.23	100351.95	99649.29	1190868.24	1195059.48	12
49	8396.77	8426.53	100354.41	99646.85	1186728.21	1190934.02	11
50	8425.76	8435.83	100356.87	99644.40	1182616.67	1186837.05	10
51	8454.74	8485.12	100359.34	99641.94	1178533.31	1182768.27	9
52	8483.73	8514.42	100361.82	99639.48	1174477.86	1178727.39	8
53	8512.71	8543.72	100364.31	99637.01	1170450.03	1174714.12	7
54	8541.69	8573.02	100366.81	99634.53	1166449.53	1170728.19	6
55	8570.67	8602.33	100369.32	99632.04	1162476.08	1166769.32	5
56	8599.66	8631.93	100371.84	99629.54	1158529.42	1162837.23	4
57	8628.64	8660.94	100374.36	99627.03	1154609.27	1158931.65	3
58	8637.62	8690.25	100376.89	99624.52	1150715.36	1255052.31	2
59	8686.60	8719.36	100379.43	99622.00	1146847.43	1151198.96	1
60	8715.57	8748.87	100381.98	99619.47	1143005.23	1147371.32	0
							85

5	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	8715.57	8748.87	100381.98	99619.47	1143005.23	1147371.32	60
1	8744.55	8778.18	100384.54	99626.93	1139188.49	1143569.16	59
2	8773.53	8807.49	100387.11	99614.38	1135396.96	1139792.20	58
3	8802.51	8836.81	100389.69	99611.82	1131630.40	1136040.21	57
4	8831.48	8866.12	100392.28	99609.26	1127888.55	1132312.93	56
5	8860.46	8895.44	100394.87	99606.69	1124171.17	1128610.13	55
6	8889.43	8924.76	100397.47	99604.11	1120478.03	1124931.56	54
7	8918.40	8954.08	100400.08	99601.52	1116808.88	1121276.99	53
8	8947.38	8983.41	100402.70	99598.92	1113163.50	1117646.17	52
9	8976.35	9012.73	100405.33	99596.31	1109541.64	1114038.90	51
10	9005.32	9042.06	100407.97	99593.69	1105943.10	1110454.92	50
11	9034.29	9071.38	100410.61	99591.07	1102367.63	1106894.03	49
12	9063.26	9100.71	100413.26	99588.44	1098815.01	1103355.99	48
13	9092.23	9130.04	100415.92	99585.80	1099582.04	1095840.59	47
14	9121.19	9159.38	100418.59	99583.15	1091777.49	1096347.61	46
15	9150.16	9188.71	100421.27	99580.49	1088292.14	1092876.84	45
16	9179.13	9218.04	100423.96	99577.82	1084828.80	1089428.07	44
17	9208.09	9247.38	100426.66	99575.15	1081387.24	1086001.09	43
18	9237.06	9276.72	100429.37	99572.47	1077967.27	1082595.69	42
19	9266.02	9306.06	100432.08	99569.78	1074568.68	1079211.68	41
20	9294.99	9335.40	100434.80	99567.08	1071191.26	1075848.84	40
21	9323.95	9364.74	100437.53	99564.36	1067834.84	1072516.99	39
22	9352.91	9394.09	100440.27	99561.65	1064499.19	1069185.92	38
23	9381.87	9423.44	100443.02	99558.92	1061184.14	1065885.45	37
24	9410.83	9452.78	100445.78	99556.19	1057889.50	1062105.38	36
25	9439.79	9482.13	100448.55	99553.45	1054615.07	1059345.53	35
26	9468.75	9511.48	100451.33	99550.70	1051360.67	1056105.70	34
27	9497.71	9540.84	100454.11	99547.94	1048126.11	1052885.72	33
28	9526.66	9570.19	100456.90	99545.17	1044911.22	1049685.41	32
29	9555.62	9599.55	100459.70	99542.40	1041715.81	1046504.58	31
30	9584.58	9628.90	100462.51	99539.62	1038539.71	1043343.05	30
31	9613.53	9658.26	100465.33	99536.83	1035382.74	1040200.66	29
32	9642.48	9687.63	100468.16	99534.03	1032244.73	1037077.23	28
33	9671.44	9716.99	100470.99	99531.22	1029125.51	1033972.59	27
34	9700.39	9746.35	100473.83	99528.40	1026024.90	1030856.56	26
35	9729.34	9775.72	100476.68	99525.57	1022942.76	1027818.99	25
36	9758.29	9805.09	100479.54	99522.74	1019878.90	1024769.71	24
37	9787.24	9834.46	100482.41	99519.90	1016833.16	1021738.55	23
38	9816.19	9863.83	100485.29	99517.05	1013805.39	1018725.36	22
39	9845.14	9893.20	100488.18	99514.19	1010795.42	1015729.98	21
40	9874.08	9922.57	100491.08	99511.32	1007803.11	1012752.24	20
41	9903.03	9951.95	100493.99	99508.44	1004828.28	1009791.00	19
42	9931.97	9981.33	100496.90	99505.55	1001870.80	100 849.09	18
43	9960.92	10010.71	100499.82	99502.66	998930.50	1003923.38	17
44	9989.86	10040.09	100502.75	99499.76	996007.24	1001014.70	16
45	10018.81	10069.47	100505.69	99406.85	993100.88	998122.91	15
46	10047.75	10098.85	100508.64	99493.93	990211.25	995247.87	14
47	10076.69	10128.24	100511.60	99491.00	987338.23	992389.43	13
48	10105.63	10157.63	100514.57	99488.06	984481.66	989547.44	12
49	10134.57	10187.02	100517.54	99485.12	981641.40	986721.76	11
50	10163.51	10216.41	100520.52	99482.17	978817.32	983912.27	10
51	10192.45	10245.80	100523.51	99479.21	976009.27	981118.80	9
52	10221.38	10275.20	100526.51	99476.24	973217.13	978341.24	8
53	10250.32	10304.60	100529.52	99473.26	970440.75	975579.44	7
54	10279.25	10334.00	100532.54	99470.27	967680.00	972833.27	6
55	10308.19	10363.40	100535.57	99467.28	964934.75	970102.60	5
56	10337.12	10392.80	100538.60	99464.28	962204.86	967387.30	4
57	10366.05	10422.20	100541.64	99461.27	959490.22	964687.24	3
58	10394.99	10451.60	100544.69	99458.25	956790.68	962002.29	2
59	10423.92	10481.01	100547.75	99455.22	954106.13	959332.33	1
60	10452.85	10510.42	100550.82	99452.18	951436.45	956677.22	0
							48

6	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	10452.85	10510.42	100550.82	99452.18	951436.45	956677.22	60
1	10481.78	10539.83	100553.90	99449.14	948781.49	954036.86	59
2	10510.70	10569.24	100556.99	99446.09	946141.16	951411.10	58
3	10539.63	10598.66	100560.03	99443.03	943515.31	948799.84	57
4	10568.56	10628.08	100563.20	99439.[illegible]	940903.84	946202.96	56
5	10597.48	10657.50	100566.31	99436.[illegible]3	938306.63	943620.33	55
6	10626.41	10686.92	100569.43	99433.[illegible]9	935723.55	941051.84	54
7	10655.33	10716.34	100572.56	99430.69	933154.50	938497.38	53
8	10684.25	10745.76	100575.70	99427.59	930599.36	935956.82	52
9	10713.18	10775.19	100578.85	99424.48	928058.02	933430.06	51
10	10742.10	10804.62	100582.01	99421.36	925530.35	930916.99	50
11	10771.02	10834.05	100585.18	99418.23	923016.27	928417.49	49
12	10799.94	10863.48	100588.35	99415.09	920515.64	925931.45	48
13	10828.85	10892.91	100591.53	99411.94	918028.38	923458.77	47
14	10857.77	10922.34	100594.72	99408.79	915554.36	920999.34	46
15	10886.69	10951.78	100597.92	99405.63	913099.48	918553.05	45
16	10915.60	10981.22	100601.13	99402.46	910645.64	916119.80	44
17	10944.52	11010.66	100604.35	99399.28	908216.74	913699.49	43
18	10973.43	11040.01	100607.58	99396.09	905788.67	911292.00	42
19	11002.34	11069.54	100610.81	99392.89	903379.33	908897.25	41
20	11031.26	11098.99	100614.05	99389.60	900982.61	906515.12	40
21	11060.17	11128.44	100617.30	99386.48	898598.43	904145.53	39
22	11089.08	11157.89	100620.56	99383.26	896226.68	901788.37	38
23	11117.99	11187.34	100623.83	99380.03	893867.26	899445.54	37
24	11146.89	11216.79	100627.11	99376.79	891520.08	897110.95	36
25	11175.80	11246.25	100630.40	99373.54	889185.05	894790.51	35
26	11204.71	11275.71	100633.70	99370.28	886862.06	852482.11	34
27	11233.61	11305.17	100637.01	99367.02	884551.03	890185.67	33
28	11262.52	11334.63	100640.32	99363.75	882251.86	887901.09	32
29	11291.42	11364.09	100643.64	99360.47	879964.46	885628.28	31
30	11320.32	11393.56	100646.97	99357.18	877688.74	883367.15	30
31	11349.22	11423.03	100650.31	99353.88	875424.61	881117.61	29
32	11378.12	11452.50	100653.66	99350.58	873171.98	878879.57	28
33	11407.02	11481.97	100657.02	99347.37	870930.77	876652.95	27
34	11435.92	11511.44	100660.39	99341.95	868700.88	874437.66	26
35	11464.82	11540.91	100663.77	99340.62	866482.23	872233.61	25
36	11493.71	11570.39	100667.15	99337.28	864274.75	870040.17	24
37	11522.61	11599.87	100670.54	99331.93	868078.33	867758.89	23
38	11551.51	11629.35	100673.94	99330.57	859829.90	865688.05	22
39	11580.40	11658.83	100677.35	99327.20	857718.38	863528.12	21
40	11609.29	11688.31	100680.77	99323.83	855554.68	861379.01	20
41	11638.18	11717.80	100684.20	99320.45	853401.72	859240.65	19
42	11667.07	11747.29	100687.64	99317.06	851259.43	857112.95	18
43	11169.96	11776.78	100691.08	99313.66	849127.72	854995.84	17
44	11724.85	11806.18	100694.53	99310.25	487006.51	852886.23	16
45	11753.74	11835.78	100697.99	99306.84	844895.73	850793.04	15
46	11782.63	11865.28	100701.46	99303.42	842795.31	848707.21	14
47	11811.51	11894.78	100704.94	99299.99	840705.15	846631.65	13
48	11840.40	11924.28	100708.43	99296.55	838625.19	844566.29	12
49	11869.28	11953.78	100711.93	99293.10	836555.36	842511.05	11
50	11898.16	11983.28	100751.44	99289.64	834495.57	840465.86	10
51	11927.04	12012.79	100718.96	99286.17	832445.77	838430.65	9
52	11955.93	12042.30	100722.48	99282.70	830405.86	836405.34	8
53	11984.81	12071.81	100726.01	99279.22	828375.79	834389.86	7
54	12013.68	12101.32	100729.55	99275.73	826355.47	832384.15	6
55	12042.56	12130.84	100733.10	99272.23	824344.85	830388.12	5
56	12071.44	12160.36	100736.66	99268.72	822343.84	828401.71	4
57	12100.31	12188.98	100740.23	99265.21	820352.39	826424.85	3
58	12129.19	12219.40	100743.81	99261.69	818370.41	824457.48	2
59	12158.06	12248.93	100747.40	99258.16	816397.86	822499.52	1
60	12186.93	12278.46	100750.99	99254.62	814434.64	820550.90	0
							38

7	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	12186.93	12278.46	100750.99	99254.62	814434.64	820550.90	60
1	12215.81	12307.99	100754.59	99251.07	812480.71	818611.57	59
2	12244.68	12337.52	100758.20	99247.51	810535.99	816681.45	58
3	12273.55	12367.05	100761.82	99243.94	808600.42	814760..8	57
4	12302.41	12396.58	100765.45	99240.36	806673.94	812848.60	56
5	12331.28	12426.12	100769.09	99236.78	804756.47	810945.73	55
6	12360.15	12455.66	100772.74	99233.19	802847.96	809051.82	54
7	12389.01	12485.20	100776.39	99229.59	800948.35	807166.81	53
8	12417.88	12514.74	100780.05	99225.98	799057.56	805290.62	52
9	12446.74	12544.29	100783.72	99222.36	797175.55	803423.21	51
10	12475.60	12573.84	100787.40	99218.74	795302.24	801564.50	50
11	12504.46	12603.39	100791.09	99215.11	793437.58	799714.45	49
12	12533.32	12632.94	100794.79	99211.47	791581.51	797872.98	48
13	12562.18	12662.49	100798.50	99207.82	789733.96	796040.03	47
14	10591.04	12692.05	100802.22	99204.16	787894.89	794215.56	46
15	12619.90	12721.61	100805.95	99200.49	786064.23	792399.50	45
16	12648.75	12751.17	100809.69	99196.81	784241.91	790591.79	44
17	12677.61	12780.73	100813.43	99193.13	782427.90	788792.38	43
18	12706.46	12810.29	100817.18	99189.44	780622.12	787001.20	42
19	12735.31	12839.86	100820.94	99185.74	778824.53	785218.21	41
20	12764.16	12869.43	100824.71	99182.05	777035.06	783443.35	40
21	12793.01	12899.00	100828.49	99178.31	775253.66	781676.56	39
22	12821.86	12928.57	100832.28	99174.59	773480.28	779917.78	38
23	12850.71	12958.15	100836.07	99170.86	771714.86	778166.97	37
24	12879.56	12987.73	100839.88	99167.12	769957.33	776424.06	36
25	12908.41	13017.31	100843.70	99163.37	768207.69	774689.01	35
26	12937.25	13046.89	100847.52	99159.61	766465.84	772961.76	34
27	12966.09	13076.48	100851.35	99155.84	764731.74	771242.27	33
28	12994.94	13106.07	100855.19	99152.06	763005.33	769530.47	32
29	13023.78	13135.66	100859.04	99148.28	761286.57	767816.31	31
30	13052.62	13165.25	100862.90	99144.49	759575.41	766129.76	30
31	13081.46	13194.84	100866.77	99140.69	757871.79	764446.75	29
32	13110.30	13224.44	100870.65	99136.88	756175.67	762759.23	28
33	13139.13	13254.04	100874.53	99133.06	754486.99	761085.16	27
34	13167.97	13283.64	100878.42	99129.23	752805.71	759418.49	26
35	13196.81	13313.24	100882.32	99125.39	751131.78	757759.16	25
36	13225.64	13342.85	100886.23	99121.55	749465.14	756107.13	24
37	13254.47	13372.46	100890.15	99117.70	747805.76	754462.36	23
38	13283.30	13402.07	100894.08	99113.84	746153.57	752824.78	22
39	13312.13	13431.68	100898.02	99109.97	744508.55	751194.37	21
40	13340.96	13461.29	100901.97	99106.09	742870.64	749571.06	20
41	13369.79	13490.91	100905.92	99102.21	741239.78	747954.82	19
42	13398.62	13520.53	100909.88	99098.32	739615.95	746345.60	18
43	13427.44	13550.15	100913.85	99094.42	737999.09	744743.35	17
44	13456.27	13579.77	100917.83	99090.51	736389.16	743148.03	16
45	13485.09	13609.40	100921.82	99086.59	734786.10	741559.59	15
46	13513.92	13639.03	100925.82	99082.66	733189.89	739977.98	14
47	13542.74	13668.66	100929.83	99078.72	731600.47	738403.18	13
48	13571.56	13698.29	100933.85	99074.78	730017.80	736835.12	12
49	13600.38	13727.93	100937.88	99070.83	728441.84	735273.77	11
50	13629.19	13757.57	100941.92	99066.87	726872.55	733719.09	10
51	13658.01	13787.21	100945.96	99062.90	725309.87	732171.02	9
52	13686.83	13816.85	100950.01	99058.92	723753.78	730629.54	8
53	13715.64	13846.50	100954.07	99054.93	722204.22	729094.60	7
54	13744.4[illegible]	13876.15	100958.14	99050.94	720661.16	727566.16	6
55	13773.27	13905.80	100962.22	99046.94	719124.56	726044.17	5
56	138[illegible].08	13935.45	100966.31	99042.93	717594.37	724528.59	4
57	13830.89	13965.10	100970.41	99038.91	716070.56	723019.40	3
58	13859.70	13994.76	100974.52	99034.88	714553.08	721516.53	2
59	13888.50	14024.42	100978.04	99030.84	713041.90	720019.96	1
60	13917.31	14054.08	100982.76	99026.80	711536.97	718529.65	0
							82

L

8	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	13917.31	14054.08	100982.76	99026.80	711536.97	718529.65	60
1	13946.12	14083.74	100986.89	99022.75	710038.26	717045.56	59
2	13974.92	14113.41	100991.03	99018.69	708545.73	715567.64	58
5	14005.72	14143.08	100995.18	99014.62	707059.34	714095.87	57
4	14032.52	14172.75	100999.34	99010.54	705579.05	712630.19	56
5	14061.32	14202.43	101003.51	99006.45	704104.82	711170.58	55
6	14090.12	14232.11	101007.69	99002.36	702656.62	709717.00	54
7	14118.92	14261.79	101011.88	98998.26	701174.41	708269.41	53
8	14147.72	14291.47	101016.07	98994.15	699718.06	706827.77	52
9	14176.51	14321.15	101020.27	98990.03	698267.81	795592.05	51
10	14205.51	14350.84	101024.48	98985.90	696823.35	703962.20	50
11	14234.10	14380.53	101028.70	98981.76	695584.73	702538.20	49
12	14262.89	14410.22	101032.93	98977.62	693951.92	701120.01	48
13	14291.68	14439.91	101037.17	98973.47	692524.89	699707.60	47
14	14320.47	14469.61	101041.42	98969.31	691103.59	698300.92	46
15	14349.26	14499.31	101045.68	98965.14	689687.99	696899.94	45
16	14378.05	14529.01	101049.95	98960.96	688238.07	695504.64	44
17	14406.84	14558.71	101054.23	98956.77	686873.78	694114.96	43
18	14435.62	14588.42	101058.51	98952 57	685475.08	692730.89	42
19	14464.40	14618.13	101062.8	98948.37	684081.96	691352.39	41
20	14493.19	14647.84	101067.10	98944.16	682694.37	689979.42	40
21	14521.97	14677.55	101071.41	98939.94	581312.27	688611.95	39
22	14550.75	14707.27	101075.73	98935.71	679935.65	687249.95	38
23	14579.53	14736.99	101080.06	98931.47	678564.46	685893.38	37
24	14608.30	14766.7	101084.40	98927.23	677198.67	684542.22	36
25	14637.[illegible]8	14796.44	101088.75	98922.98	675838.26	685196.42	35
26	14665.85	14826.17	101093.11	98918.72	674483.18	681855.97	54
27	14694.63	14855.90	101097.47	98914.45	673133.41	680520.82	33
28	14723.40	14885.63	101101.84	98910.17	671788.91	679190.95	32
29	14752.17	14915.56	101106.22	98905.88	670449.66	677866.32	31
30	14780.94	14945.10	101119.61	98901.58	669115.62	676546.91	30
31	14809.71	14974.84	101115.01	98897.18	667786.77	675232.68	29
32	14838.48	15004.58	101119.42	98892.97	666463.07	673923.60	28
33	14867.24	15034.33	101123.84	98888.65	665144.49	672619.65	27
34	14896.01	15064.08	101128.27	98884.32	663831.00	671320.79	26
35	14924.77	15095.83	101132.71	98879.98	662522.58	870026.99	25
36	14953.53	15125.58	101137.15	98875.63	661219.19	668738.22	24
37	14982.30	15153.33	101141.60	98871.28	659920.80	667454.46	23
38	15011.06	15183.09	101146.06	98866.92	658627.39	666175.68	22
39	15039.81	15212.85	101150.53	98862.55	657338.92	664901.84	21
40	15068.57	15242.61	101155.01	98858.17	656055.58	663632.95	20
41	15097.31	15272.38	101159.50	98853.78	654776.72	662368.90	19
42	15126.08	15302.15	101164.00	98849.38	653502.93	661109.73	18
43	15154.84	15331.92	101168.51	98844.98	652233.96	659855.40	17
44	15183.59	15361.89	101173.03	98840.57	650969.81	658605.87	16
45	15212.34	15391.47	101177.56	98836.15	649710.43	657361.12	15
46	15241.09	15421.25	101182.09	98831.72	648455.81	656121.13	14
47	15269.84	15451.03	101186.63	98827.28	647205.91	654885.86	13
48	15298.58	15480.82	101191.18	98822.83	645960.70	653655.28	12
49	15327.53	15510.61	101195.74	98818.38	644720.17	652429.38	11
50	15356.07	15540.40	101200.31	98813.92	643484.28	651208.12	10
51	15384.82	15570.19	101204.89	98809.45	642253.01	649991.48	9
52	15413.56	15599.98	101209.48	98804.97	641026.33	648779.44	8
53	15442.30	15629.78	101214.08	98800.48	639804.22	647571.95	7
54	15471.04	15659.58	101218.69	98795.98	638586.65	646369.01	6
55	15499.78	15689.38	101223.31	98791.48	637373.59	645170.59	5
56	15528.51	15719.19	191227.93	98786.97	636165.02	645976.66	4
57	15557.25	15749.00	101252.56	98782.45	634960.92	642787.19	3
58	15585.98	15778.81	101237.20	98777.92	633761.26	641602.16	2
59	15614.72	15808.62	101241.85	98773.38	632566.01	640421.54	1
60	15643.45	15838.44	101246.51	98768.83	631375.15	639245.32	0
							81

9	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	15643.45	15838.44	101246.51	98768.83	631375.15	639245.32	60
1	15672.18	15868.26	101251.18	98764.28	630188.66	638073.47	59
2	15700.91	15898.08	101255.86	98759.72	629006.51	636905.93	58
3	15729.63	15927.91	101260.55	98755.15	627828.68	635742.76	57
4	15758.36	15957.74	101265.25	98750.57	626655.14	634583.86	56
5	15787.08	15987.57	101269.96	98745.98	625485.88	633429.23	55
6	15815.81	16017.40	101274.67	98741.38	624320.86	632278.84	54
7	13844.53	16047.24	101279.39	98736.77	623160.07	631132.69	53
8	15873.25	16077.08	101284.12	98732.16	622003.47	629990.73	52
9	15901.97	16106.92	101288.86	98727.54	620851.06	628[illegible]52.95	51
10	15930.69	16136.77	101293.61	98722.91	619802.79	627719.33	50
11	15959.4[illegible]	16166.62	101298.37	98718.27	618558.67	626589.84	49
12	15988.12	16196.47	101303 14	98713.62	617418.65	625464.46	48
13	16016.83	16226.32	101307.92	98708.97	616282.72	624343.16	47
14	16045.55	16256.17	101312.71	98704.31	615150.85	623225.94	46
15	16074.26	16286.03	101317.51	98699.64	614023.03	622112.75	45
16	16102.97	16315.89	101322.31	98694.96	612899.23	621003.59	44
17	16131.67	16345 76	101327.12	98690.27	611779.43	619898.43	43
18	16160.38	16375.63	101331.94	98699.57	610663.60	61879[illegible].25	42
19	16189.09	16405.50	101336.77	98680.86	609551.74	617700.03	41
20	16217.79	16435.37	101341.61	98676.15	608443.81	616606.74	40
21	16246.50	16465.25	101346.46	98671.43	607339.79	615517.36	39
22	16275.20	16495.13	101351.32	98666.70	606239.67	614431.89	38
23	16303.90	16525.01	101356.19	98661.96	605143.43	613350.28	37
24	16332.60	16554.89	101361.07	98657.21	604051.03	612272.53	36
25	16361.29	16584.78	101365.95	98652.46	601962.47	611198.61	35
26	16389.99	16614.67	101370.84	98647.70	601877.72	610128.50	34
27	16418.68	16644.56	101375.74	98641.93	600796.76	609062.19	33
28	16447.38	16674.46	101380.65	98638.15	599719.57	607999.64	32
29	16476.07	16704.36	101385.57	98633.36	598646.14	606940.85	31
30	16504.76	16734.26	101390.50	98628.56	597576.44	605885.8	30
31	16533.45	16764.16	101395.44	98623.75	596510.45	604834.45	29
32	16562.14	16794.07	101400.39	98618.94	595448.15	603786 80	28
33	16590.82	16823.98	101405.35	98614.12	594389.52	602742.80	27
34	16619.51	16853.89	101410.32	98609.29	593334.55	601702.50	26
35	16648.19	16883.81	101415.30	98604.45	592283.22	600665.81	25
36	16676.87	16913.73	101420.29	98599.60	591225.50	599632.74	24
37	16705.55	16943.65	101425.29	98594.74	590191.38	598603.26	23
38	16734.23	16973.58	101430.29	98589.88	589150.84	597577.37	22
39	16762.91	17003.51	101435.30	98585.01	588133.86	596555.04	21
40	16791.59	17033.44	101440.32	98580.13	587080.42	595536.25	20
41	16820.26	17063.37	101445.35	98575.24	586050.51	594520.98	19
42	16848.94	17093.31	101450.39	98570.34	585 24.10	593509.22	18
43	16877.61	17123.25	101455.44	98565.44	584001.17	592500.95	17
44	16906.28	17153.19	101460.50	98560.53	582981.72	591496.14	16
45	16934.95	17183.14	101465.57	98555.61	581965.72	590494.79	15
46	16963.62	17213.09	101470.64	98550.68	580953.13	589496.88	14
47	16992.28	17243.04	101475.72	98545.74	579944.00	588502.38	13
48	17020.95	17273.00	101480.81	98540.79	578938.26	587511.28	12
49	17049.61	17302.96	101485.91	98535.83	577935.88	586523.56	11
50	17078.28	17332.92	101491.02	98530.87	576936.88	585539.20	10
51	17106.94	17362.88	101496.14	98525.90	575941.22	584558.20	9
52	17135.60	17392.85	101501.27	98520.92	574948.89	583580.53	8
53	17164.25	17422.82	101506.41	98515.93	573959.88	582606.17	7
54	17192.91	17452.79	101511.56	98510.93	572974.16	581635.10	6
55	17221.56	17482.77	101516.72	98505.92	571991.73	580667.31	5
56	17250.22	17512.75	101521.89	98500.91	571012.56	579702.80	4
57	17278.87	17542.73	101527.07	98495.89	570036.63	578741.53	3
58	17307:52	17575.72	101532.26	98490.86	569063.94	577783.50	2
59	17336.17	17602.71	101537.46	98485.82	568094.46	576828.67	1
60	17364.82	17632.70	101541.67	98480.77	567514.18	575877.05	0
							80

10	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	17364.82	17632.70	101542.67	98480.77	567128.18	575877.05	60
1	17393.46	17662.69	101547.88	98475.71	566165.09	574928.61	59
2	17422.11	17692.69	101553.10	98470.65	565205.16	573983.33	58
3	17450.75	17722.69	101558.33	98465.58	564248.38	573041.21	57
4	17479.39	17752.69	101563.57	98460.50	563294.74	572102.23	56
3	17508.03	17782.70	101568.82	98455.41	562344.21	571166.36	55
6	17536.67	17812.71	101574.08	98450.31	561396.80	570233.66	54
7	17565.31	17842.72	101579.35	98443.21	560452.47	569303.93	53
8	17593.95	17872.74	101584.63	98440.10	559511.21	568377.34	52
9	17622.58	17902.76	101589.92	98434.98	558573.02	567453.80	51
10	17651.21	17932.78	101595.21	98429.85	557637.86	566533.31	50
11	17679.84	17962.81	101600.51	98424.71	556705.74	565615.84	49
12	17708.47	17992.84	101605.82	98419.56	555776.63	564701.40	48
13	17737.10	18022.87	101611.14	98414.40	554850.52	563789.95	47
14	17765 7	18052.91	101616.47	98409.24	553927.40	562881.48	46
15	17794.35	18082.95	101621.81	98404.07	553007.24	561973.99	45
16	17822.98	18112.99	101627.16	98398.89	552090.05	561075.45	44
17	17851.60	18143.03	101632.52	98393.70	551175.79	560173.86	43
18	17880.22	18173.08	101637.89	98388.50	550264.46	559177.19	42
19	17908.84	18203.13	101643.27	98383.29	549356.04	558383.43	41
20	17937.46	18233.18	101648.66	98378.08	548450.52	557492.58	40
21	17966.07	18263.24	101654.06	98372.86	547547.88	556604.60	39
22	17994.69	18293.30	101659.46	98367.63	546648.12	555719.50	38
23	18023.30	17323.36	101664.87	98362.39	545751.21	554837.26	37
24	18051.91	18353.43	101670.29	98357.14	544857.15	553957.86	36
23	18080.52	18383.50	101675.72	98331.89	543965.92	553081.29	35
26	18109.13	18413.57	101681.16	98346.63	543077.50	552207.54	34
27	18137.74	18443.65	101686.61	98341.36	542191.88	551336.59	33
28	18166.33	18473.73	101692.07	98336.08	541309.06	550468.43	32
29	18194.95	18503.81	101697.54	98330.79	540429.01	549603.05	31
30	18223.55	18533.90	101703.02	98325.49	539551.72	548740.43	30
31	18252.13	18563.99	101708.51	98320.18	538677.18	547880.55	29
32	18280.75	18594.08	101714.01	98314.87	537805.38	547023.42	28
33	18309.35	18624.18	101719.52	98309.55	536936.30	546169.01	27
34	18337.95	18634.28	101725.04	98304.22	536069.93	545317.31	26
33	18366.54	18684.38	101730.56	98298.88	535206.26	544468.31	25
36	18395.13	18714.49	101736.09	98293.53	534345.27	343621.99	24
37	18423.73	18744.60	101741.63	98288.17	533486.96	542778.35	23
38	18452.32	18774.71	101747.18	98282.81	532631.31	541937.37	22
39	18480.91	18804.83	101752.74	98277.44	331778.30	541099.03	21
40	18509.49	18834.95	101758.31	98272.06	530927.93	540263.33	20
41	18538.08	18865.07	101763.89	98266.67	530080.18	539430.26	19
42	18566.66	18895.20	101769.48	98261.27	529235.05	538599.79	18
43	18595.24	18925.33	101775.08	98255.87	528392.51	537771.92	17
44	18523.82	18955.46	101780.60	98250.46	527552.55	536946.64	16
45	18652.40	18985.59	101786.31	98245.04	526715.17	536123.93	15
46	18680.98	19015.73	101791.94	98239.61	525880.35	535303.79	14
47	18709.36	19045.87	101797.58	98234.17	525048.09	534486.20	13
48	18738.13	19076.02	101803.22	98228.72	524218.36	533671.14	12
49	18766.70	19106.17	101808.87	98223.27	523391.16	532858.61	11
50	18795.27	19136.32	101814.53	98217.81	522566.47	532048.60	10
51	18823.84	19166.48	101820.20	98212.34	521744.28	531241.09	9
52	18852.41	19196.64	101825.88	98206.86	520924.59	530436.08	8
53	18880.98	19226.80	101831.57	98201.37	520107.38	529634.54	7
54	18909.54	19156.96	101837.27	98195.87	519292.64	528833.47	6
55	18938.11	19287.13	101842.98	98190.36	518480.35	528035.87	5
56	18966.67	19317.30	101848.70	98184.85	517670.51	527240.70	4
57	18995.23	19347.48	101854.43	98179.33	516863.11	526447.98	3
58	19023.79	19377.66	101860.17	98173.80	516058.13	525657.68	2
59	19052.34	19407.84	101865.92	98168.26	515255.57	524869.79	1
60	19080.90	19438.03	101871.68	98162.71	514455.40	524084.31	0
							79

11	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	19080.90	19438.03	101871.68	98162.71	514455.40	324084.31	60
1	19109.45	19468.22	101877.44	98137.16	513657.63	523301.21	59
2	19138.00	19498.41	101883.21	98151.60	512862.14	522320.30	38
3	19166.55	19528.61	101888.99	98146.03	512069.21	521742.16	57
4	19193.10	19358.81	101894.78	98140.45	511278.55	520966.18	56
5	19223.65	19589.01	101900.58	98134.86	310490.24	520192.34	53
6	19252.20	19619 22	101906.39	98129.26	309704.26	319421.25	54
7	19280.74	19649.43	101912.21	98123.66	508920.61	318652.28	53
8	19304.28	19679.64	101918.04	98118.03	508139.28	517885.63	52
9	15337.82	19709.86	101923.88	98112.43	507360.25	517121.28	51
10	19366.36	19740.08	101929.73	98106.80	306583.32	516359.24	50
11	19394.90	19770.30	101933.59	98101.16	503809.07	313599.48	49
12	19423.44	19800.53	101941.46	98093.51	503036.90	314841.99	48
13	19451.97	19830.76	101947.34	98089.86	304267.00	314086.77	47
14	19480.30	19861.00	101953.23	98084.20	303499.35	513333.81	46
15	19509.03	19891.24	101959.12	98078.53	502733.95	512383.09	45
16	19537.56	19921.48	101965.02	98072.85	501970.78	511834.61	44
17	19566.09	19951.72	101970.93	98067.16	501209.84	511088.35	43
18	19594.61	19981.97	101976.85	98061.46	300451.11	510344.31	42
19	19623.14	20012.22	101982.78	98055.76	499694.59	509602.48	41
20	19651.66	20042.48	101988.72	98030.03	498940.27	308862.84	40
21	19680.18	20072.74	101994.67	98044.33	498188.13	508125.39	39
22	19708.70	20103.00	102000.63	98038.60	497438.17	507390.12	38
23	19737.22	20133.27	102006.60	98032.86	496690.37	506637.01	37
24	19765.73	20163.54	102012.58	98027.11	495944.74	503926.06	36
25	19794 25	20193.81	102018.57	98021.36	493201.23	505197.26	35
26	19822.76	20224.09	102024.57	98015.60	494459.90	504470.60	34
27	19851.27	20254.37	102030.58	98009.83	493720.68	503746.07	33
28	19879.78	20284.65	102036.60	98004.05	492983.58	503023.67	32
29	19908.29	20314.94	102042.63	97998.26	492248.59	302303.37	31
30	19936.79	20345.23	102048.67	97992.47	491515.70	501585.47	30
31	19965.30	20375.52	102054.71	97986.67	490784.91	300869.07	29
32	19993.80	20405.82	102060.76	97980.86	490036.20	500155.05	28
33	20022.30	20436.12	102066.82	97975.04	489329.56	499443.11	27
34	20050.80	20466.43	102072.89	97969.21	488604.99	498733.23	26
35	20079.30	20496.74	102078.97	97963.37	487882.48	498025.41	25
36	20107.79	20527.05	102083.06	97957.52	487162.01	498319.64	24
37	20136.29	20557.37	102091.16	97951.67	486443.39	496613.91	23
38	20164.78	20587.69	102097.27	97943.81	485727.19	495914.21	22
39	20195.27	20618.01	102103.39	97939.94	485012.82	495214.33	21
40	20221.76	20648.34	102109.52	97934.06	484300.43	494516.87	20
41	20250.24	20678.67	102113.66	97928.17	483590.10	493821.20	19
42	20278.73	20709.00	102121.81	97922.28	482881.74	493127.54	18
43	20307.21	20739.34	102127.97	97916.38	482175.36	492435.86	17
44	20333.69	20769.68	102134.14	97910.47	481470.96	491746.16	16
45	20364.17	20800.03	102140.32	97904.55	480768.54	491058.44	13
46	20392.65	20830.38	102146.30	97898.62	480068.08	490372.67	14
47	20421.13	20860.73	102132.69	97892.68	479369.37	489688.86	13
48	20449.61	20891.09	102158.89	97886.74	478673.00	489007.00	12
49	20478.08	20921.45	102165.10	97880.79	477978.87	488327.07	11
50	20506.55	20931.81	102171.32	97874.83	477285.67	487649.07	10
51	20533.02	20982.18	102177.35	97868.86	476394.90	486972.99	9
52	20563.49	21012.55	102183.79	97862.88	475906.03	486298.83	8
53	20591.95	21042.93	102190 04	97856.89	475219.07	483626.37	7
54	20620.42	21073.31	102196.30	97850.90	474534.01	484956.21	6
55	20648.88	21103.69	102202.57	97844.90	473850.83	484287.74	3
56	20677.34	21134.07	102208.85	97838.89	473169.54	483621.14	4
57	20705.80	21164.46	102215.14	97832.87	472490.12	482936.43	3
58	20734.26	21194.85	102221.44	97826.84	471812.56	482293.37	2
59	20762.71	21225.25	102227.75	97820.80	471136.86	481632.58	1
60	20791.17	21255.65	102234.07	97814.76	470463.01	480973.43	0

12	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	20791.17	21253.65	102234.07	97814.76	470463.01	480973.43	60
1	20819.62	21286.06	102240.40	97808.71	469791.00	480316.13	59
2	20848.07	21316.47	102246.73	97802.65	469120.83	479660.66	58
3	20876.52	21346.88	102253.07	97796.58	468452.48	479007.02	57
4	20904.97	21377.30	102259.42	97790.50	467785.95	478355.20	56
5	20933.41	21407.72	102265.78	97784.41	467121.24	477705.19	55
6	20961.86	21438.14	102272.15	97778.32	466458.32	477056.99	54
7	20990.30	21468.57	102278.53	97772.22	476479.71	476410.58	53
8	21018.74	21499.00	102284.92	97766.11	455137.88	475765.96	52
9	21047.18	21529.44	102291.32	97759.99	464480.34	473123.12	51
10	21075.61	21559.88	102297.73	97753.86	463824.57	474482.06	50
11	21104.05	21590.32	102304.15	97747.73	463170.56	473842.77	49
12	21132.48	21620.77	102310.58	97741.59	462518.32	473205.23	48
13	21160.91	21651.22	102317.02	97735.44	461867.83	472569.45	47
14	21189.34	21681.67	102323.47	97729.28	461219.08	471935.42	46
15	21217.77	21712.13	102329.93	97723.11	460572.07	471303.13	45
16	21246.19	21742.59	102336.40	97716.93	459926.80	470672.56	44
17	21274.62	21773.06	102342.88	97710.75	459283.25	470043.72	43
18	21303.04	21803.53	102349.37	97704.56	458641.41	469416.60	42
19	21331.46	21834.00	102355.87	97698.36	458001.29	468791.19	41
20	21359.88	21864.48	102362.38	97692.15	457362.87	468167.48	40
21	21388.29	21894.96	102367.90	97685.93	456726.14	467545.48	39
22	21416.71	21925.44	102375.43	97679.70	456091.11	466925.16	38
23	21445.12	21955.93	102381.96	97673.47	455457.76	466306.52	37
24	21473.53	21986.42	102388.50	97667.23	454826.08	465689.56	36
25	21501.94	22016.92	102395.05	97660.98	454196.08	465074.27	35
26	21530.35	22047.42	102401.61	97654.72	453567.73	464460.64	34
27	21558.76	22077.93	102408.18	97648.45	452941.05	463848.67	33
28	21587.16	22108.44	102414.76	97642.17	452316.01	463238.35	32
29	21615.56	22138.95	102421.35	97635.89	451692.61	462629.67	31
30	21643.96	22169.47	102427.95	97629.60	451070.85	462022.63	30
31	21672.36	22199.99	102434.56	97623.30	450450.72	461417.22	29
32	21700.76	22230.51	102441.18	97616.99	449832.21	460813.43	28
33	21729.15	22261.04	102447.81	97610.67	449215.32	460211.26	27
34	21757.54	22291.57	101454.45	97604.35	448600.04	459610.70	26
35	21785.93	22322.11	102461.10	97598.02	447986.36	459011.74	25
36	21814.32	22352.65	102467.76	97591.68	447374.28	458414.39	24
37	21842.71	22383.19	102474.43	97585.33	446763.79	457818.62	23
38	21871.10	22413.74	102481.11	97578.97	446154.89	457224.44	22
39	21899.48	22444.29	102487.80	97572.60	445547.56	436631.83	21
40	21927.86	22474.85	102494.49	97566.23	444941.81	456040.80	20
41	21936.24	22505.41	102501.19	97559.85	444337.62	455451.34	19
42	21984.62	22535.97	102507.90	97553.46	443734.99	454863.44	18
43	22013.00	22566.54	102514.62	97547.06	443133.92	454277.09	17
44	22041.37	22597.11	102521.35	97540.65	442534.39	453692.29	16
45	22069.74	22627.69	102528.09	97534.23	441936.41	453109.03	15
46	22098.11	22658.27	102534.84	97527.81	441339.96	452527.30	14
47	22126.48	22688.85	102541.60	97321.38	440745.04	451947.11	13
48	22154.85	22719.44	102548.37	97514.94	440151.64	451368.44	12
49	22183.21	22750.03	102555.15	97508.49	439559.76	450791.29	11
50	22211.58	22780.63	102561.94	97502.03	438969.40	450215.63	10
51	22239.94	22811.23	102568.74	97495.56	438380.54	449641.52	9
52	22268.30	22841.83	102575.35	97489.09	437793.17	449068.89	8
53	22296.66	22872.44	102582.37	97482.61	437207.31	448497.75	7
54	22325.02	22903.05	102589.20	97476.12	436622.93	447928.10	6
55	22353.37	22933.67	102596.04	97469.62	436040.03	447359.93	5
56	22381.72	22964.29	102602.89	97463.12	435458.63	446793.24	4
57	22410.07	22994.92	102609.75	97456.60	434878.66	446228.03	3
58	22438.41	23025.55	102616.62	97450.08	434300.18	445664.28	2
59	22466.76	23056.18	102623.50	97443.55	433723.16	445101.98	1
60	22495.11	23086.82	102630.39	97437.01	433147.59	444541.15	0
							77

13	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	22495.11	23086.82	102630.59	97457.01	433147.59	444541.15	60
1	22523.45	25117.46	102657.29	97430.46	452573.47	443981.76	59
2	22551.79	23148.11	102644.20	97423.90	451900.79	443423.82	58
3	22580.13	23178.76	102651.12	97417.34	431429.55	442867.31	57
4	22608.46	23209.41	102658.05	97410.77	450859.74	442312.24	56
5	22656.80	23240.07	102664.99	97404.19	430291.56	441758.59	55
6	22665.13	25270.75	102671.54	97597.60	429724.40	441206.57	54
7	22693.46	25301.40	102678.90	97391.00	429158.85	440635.56	53
8	22721.79	23332.07	102685.87	97384.39	428594.72	440106.16	52
9	22750.12	25362.74	102692.84	97377.78	428031.99	459558.17	51
10	22778.44	25593.42	102699.82	97571.16	427470.66	439011.58	50
11	22806.77	23424.10	102766.81	97364.53	426910.72	438466.38	49
12	22835.09	23454.79	102713.81	97557.89	426352.18	437922.57	48
13	22865.41	25485.48	102720.82	97351.24	425795.01	437380.15	47
14	22891.72	25516.17	102727.84	97344.58	423259.23	436839.10	46
15	22920.04	25546.87	102734.87	97337.92	424684.82	456299.43	45
16	22948.55	23577.58	102741.91	97531.25	424131.77	435761.13	44
17	22976.66	23608.29	102748.96	97524.57	425580.09	435224.19	43
18	23004.97	23639.60	102756.02	97317.88	423029.77	434688.61	42
19	23035.28	23669.72	102765.09	97311.18	422480.80	434154.38	41
20	23061.59	25700.44	102770.17	97304.48	421933.18	433621.50	40
21	23089.89	23731.46	102777.26	97297.77	421368.90	433089.96	39
22	23118.19	23761.89	102784.36	97291.05	420841.96	432559.77	38
23	23146.49	23792.62	102791.47	97284.52	420298.33	432050.90	37
24	23174.79	25823.56	102798.59	97277.58	419756.06	451503.86	36
25	25203.09	23854.10	102805.72	97270.84	419215.10	430977.13	35
26	25231.38	25884.85	102812.86	97264.09	418675.46	420152.25	34
27	23259.67	23915.60	102820.01	97257.35	418137.13	429928.67	33
28	23287.96	23946.35	102827.17	97250.84	417600.12	429406.40	32
29	23316.25	23977.11	102824.34	97245.78	417064.40	428845.43	31
30	25544.54	24007.87	102841.52	97236.99	416529.98	428365.76	30
31	23372.82	24038.64	102848.71	97250.19	415996.85	427847.38	29
32	25401.10	24069.41	102855.91	97223.29	415465.01	427330.29	28
33	23429.38	24100.19	102865.12	97216.58	414934.46	426814.49	27
34	23457.66	24130.97	102870.34	97209.76	414405.19	426299.96	26
35	25485.94	24161.76	102877.57	97202.93	413877.19	425786.71	25
36	25514.21	24192.55	102884.81	97196.09	413350.46	425274.74	24
37	23542.48	24223.34	102892.06	97189.25	412824.99	424764.02	23
38	23570.75	24254.14	102899.52	97182.40	412300.79	424254.57	22
39	23599.02	24284.94	102906.58	97175.54	411777.84	423746.37	21
40	25627.29	24315.75	102913.85	97168.67	411256.14	423239.43	20
41	23655.55	24346.56	102921.13	97161.79	410735.69	422733.73	19
42	23683.81	24377.37	102928.42	99154.91	410216.49	422229.28	18
43	23712.07	24408.19	102935.72	97148.02	409698.52	421726.06	17
44	25740.53	24459.01	102943.03	97141.12	409181.78	421224.08	16
45	23768.59	24469.84	102950.55	97134.21	408666.27	420723.35	15
46	23796.84	24500.67	102957.68	97127.29	408151.99	420223.80	14
47	25825.10	24551.51	102965.02	97120.36	407638.92	419725.49	13
48	23855.35	24562.35	102972.37	97113.43	407127.07	419228.40	12
49	25881.59	24593.20	102979.73	97106.49	406616.43	418732.52	11
50	23909.84	24624.05	102987.80	97099.54	406107.00	418237.85	10
51	25958.08	24654.91	102994.48	97092.58	405598.77	417744.38	9
52	23966.33	24685.77	103001.87	97085.61	405091.74	417252.10	8
53	23994.57	24716.63	103008.27	97078.63	404585.90	416761.02	7
54	24022.80	24747.50	103016.68	97071.65	404083.25	416271.14	6
55	24051.04	24778.37	103024.10	97064.66	403577.79	415782.43	5
56	24079.27	24809.25	105051.55	97057.66	403075.50	415294.91	4
57	24107.51	24840.13	103038.97	97050.65	402574.40	414808.56	3
58	24155.74	24871.02	103046.42	97043.63	402074.46	414323.39	2
59	24163.96	24901.91	165053.88	97056.60	401575.70	413839.39	1
60	24191.19	24952.80	104061.35	97029.57	401078.09	413356.55	0
							76

40	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	24192.19	24932.80	103061.35	97029.57	401078.09	413356.55	60
1	24220.41	24963.70	103068.83	97022.53	400581.65	412874.87	59
2	24248.63	24994.60	103076.32	97015.48	400086.36	412394.35	58
3	24276.85	25025.51	103083.82	97008.42	399592.23	411914.98	57
4	24305.07	25056.42	103091.33	97001.35	399099.24	411436.75	56
5	24333.29	25087.34	103098.85	96994.28	398607.39	410959.67	55
6	24361.50	25118.26	103106.38	96987.20	398116.69	410483.74	54
7	24389.71	25149.19	103113.92	96980.11	397627.12	410008.93	53
8	24417.92	25180.12	103121.47	96973.01	397138.68	409535.26	52
9	24446.13	25211.06	103129.03	96965.90	396651.37	409062.72	51
10	24474.35	25242.00	103136.60	96958.79	396165.18	408591.30	50
11	24502.54	25272.94	103144.18	96931.67	395680.11	408121.00	49
12	24530.74	25303.89	103151.77	96944.54	395196.15	407651.81	48
13	24558.94	25334.84	103159.36	96937.40	394713.31	407183.74	47
14	24587.13	25365.80	103166.97	96930.25	394231.57	406716.77	46
15	24615.33	25396.76	103174.19	96923.09	393750.94	406250.91	45
16	24643.52	25427.73	103182.22	96915.92	393271.41	405786.15	44
17	24671.71	25458.70	103189.85	96908.75	392792.97	405322.49	43
18	24699.90	25489.68	103197.50	96901.57	392315.63	404859.92	42
19	24728.09	25520.66	103205.16	96894.38	391839.37	404398.44	41
20	24756.27	25551.65	103212.82	96887.18	391364.20	403938.04	40
21	24784.45	25582.64	103220.50	96879.98	390890.12	403478.72	39
22	24812.63	25613.63	103228.18	96872.77	390417.10	403029.48	38
23	24840.81	25644.63	103235.88	96865.55	389945.16	402563.32	37
24	24868.99	25675.63	183242.59	96858.32	389474.29	402107.22	36
25	24897.16	25706.64	103251.30	96851.08	389004.48	401652.19	35
26	24925.33	25737.66	103259.03	96843.83	388535.74	401198.23	34
27	24953.50	25768.68	103266.76	96846.57	388068.05	400745.32	33
28	24981.67	25799.70	103274.51	96829.31	387601.42	400293.47	32
29	25009.84	25830.73	103282.27	96822.04	387135.84	399842.67	31
30	25038.00	25861.76	103290.03	96814.76	386671.31	399392.92	30
31	25066.16	25892.80	103297.81	96807.47	386207.82	398944.21	29
32	25094.32	25923.84	103305.59	96800.18	385745.37	398496.54	28
33	25122.48	25954.88	103313.39	96792.88	385283.96	398049.91	27
34	25150.63	25985.93	103321.19	96785.57	384823.58	397604.31	26
35	25178.79	26016.99	103329.01	96778.25	384364.24	397159.75	25
36	25206.94	26048.05	103336.83	96770.92	383905.91	396716.21	24
37	25235.08	26079.11	103344.67	96763.58	383448.61	396273.69	23
38	25263.23	26110.18	103352.51	96756.23	382992.33	395832.19	22
39	25291.37	26141.26	103360.37	96748.88	382537.07	395391.71	21
40	25319.52	26172.34	103368.23	96741.52	382082.81	394952.24	20
41	25347.66	26203.42	103376.11	96734.15	381629.57	394513.79	19
42	25375.79	26234.51	103383.99	96726.77	381177.33	394076.33	18
43	25403.93	26265.60	103391.88	96719.38	380726.09	393639.88	17
44	25432.06	26296.70	103399.79	96711.99	380275.85	393204.43	16
45	25460.19	26327.80	103407.70	96704.59	379826.61	392769.97	15
46	25488.32	26358.91	103415.63	96697.18	379378.35	392336.51	14
47	25516.45	26390.02	103423.56	96689.7[illegible]	378931.29	391904.03	13
48	25544.58	26421.14	103431.51	96682.33	378484.81	391472.54	12
49	25572.70	26452.26	103439.46	96674.90	378039.32	391042.03	11
50	25600.82	26483.39	103447.43	96667.46	377595.19	390612.50	10
51	25628.94	26514.52	103455.40	96660.01	377151.85	390183.95	9
52	25657.05	26545.66	103463.38	96652.55	376709.47	389756.37	8
53	25685.17	26576.80	103471.38	96645.08	376268.07	389329.76	7
54	25713.28	26607.94	103479.38	96637.60	375827.63	388904.11	6
55	25741.39	26639.09	103487.40	96630.12	375388.15	388479.43	5
56	25769.50	26670.25	103495.42	96622.63	374949.63	388055.70	4
57	25797.60	26701.41	103503.46	96615.13	374512.07	387632.93	3
58	25825.70	26732.57	103511.50	96607.62	374075.46	387211.11	2
59	25853.81	26763.74	103519.55	96600.10	373639.80	386790.25	1
60	25881.90	26794.92	103527.62	96592.58	373205.08	386370.33	0
							75

15	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	25881.90	26794.92	103527.62	96592.58	373205.08	386370.33	60
1	25910.00	26826.28	103535.69	96585.05	372771.31	385951.35	59
2	25938.10	26857.28	103543.78	96577.51	372338.47	385533.32	58
3	25966.19	26888.47	103551.87	96569.96	371906.58	385116.22	57
4	25994.28	26919.67	103559.98	96562.40	371475.61	384700.05	56
5	26022.37	26950.87	103568.09	96554.83	371045.58	384284.82	55
6	26050.45	26982.07	103576.21	96547.26	370626.48	383870.51	54
7	26078.53	27013.28	103584.35	96539.68	370188.30	383457.13	53
8	26106.61	27042.49	103592.49	96532.09	369761.03	383044.67	52
9	26134.69	27075.71	103600.65	96524.49	369334.69	382633.13	51
10	26162.77	27106.93	103608.81	96516.38	368909.27	382222.51	50
11	26190.85	27138.16	103616.99	96509.27	368484.75	381812.80	49
12	26218.92	27169.40	103625.17	96501.63	368061.15	381403.99	48
13	26246.99	27200.64	103633.37	96494.02	367638.45	380996.10	47
14	26275.06	27231.88	103641.57	96486.38	367216.65	380589.11	46
15	26303.12	27263.13	103649.79	96478.75	366795.73	380183.01	45
16	26331.18	27294.38	103658.01	96471.07	366375.76	379777.82	44
17	26359.24	27225.64	103666.25	96463.41	365956.65	379373.52	43
18	26387.30	27356.90	103674.49	96455.74	365538.44	378970.11	42
19	26415.36	27388.17	103682.75	96448.06	365121.11	378567.60	41
20	26443.42	27419.44	103691.01	96440.37	364704.67	378165.96	40
21	26471.47	27450.72	103699.29	96432.67	364289.11	377765.22	39
22	26499.52	27482.01	103707.57	96424.97	363674.44	377365.35	38
23	26527.57	27513.30	103715.87	96417.26	363460.[illegible]4	376966.36	37
24	26555.61	27544.59	103724.17	96509.54	363047.71	376968.24	36
25	26583.65	27575.89	103732.49	96401.81	362635.06	376171.00	35
26	26611.69	27607.19	103740.82	96394.07	362224.47	375774.62	34
27	26639.73	27638.50	103749.15	96386.33	361814.15	375379.11	33
28	26667.77	27669.81	103757.50	96378.58	361404.69	374984.[illegible]7	32
29	26695.81	27701.13	103765.85	96370.82	360996.09	374590.68	31
30	26623.84	27732.45	103774.22	96363.05	360588.35	374197.75	30
31	26751.87	27763.78	103782.60	96355.27	360181.46	373805.68	29
32	26779.89	27795.12	103790.98	96347.48	359775.43	373414.46	28
33	26807.92	27826.46	103799.38	96339.69	359370.24	373024.09	27
34	26835.94	27857.80	103807.7	96331.89	358965.90	372634.57	26
35	26863.96	27889.15	103816.21	96324.08	358562.41	372245.89	25
36	26891.98	27920.50	103824.63	96316.26	358159.75	371858.05	24
37	26920.00	27951.86	103833.07	96308.43	357757.94	371471.03	23
38	26948.01	27983.22	103841.52	96300.59	357356.96	371084.89	22
39	26976.02	28014.59	103849.98	96292.75	356958.81	370699.56	21
40	27004.03	28045.97	103858.44	96284.90	356557.49	370315.06	20
41	27032.04	28077.35	103866.92	96277.04	356159.00	369931.39	19
42	27060.04	28108.73	103875.41	96269.17	355761.33	369548.54	18
43	27088.05	28140.12	103883.93	96261.30	355364.49	369166.52	17
44	27116.05	28171.52	103892.42	96253.42	354968.46	368785.32	16
45	27144.04	28202.92	103900.94	96245.53	354573.25	368404.93	15
46	27172.04	28234.32	103909.47	96237.63	354178.86	368025.36	14
47	27200.03	28265.73	103918.00	96229.72	353785.28	367646.60	13
48	27228.02	28297.15	103926.55	96221.80	353392.51	367268.65	12
49	27256.01	28328.57	103935.11	96213.87	353000.54	366891.51	11
50	27284.00	28359.99	103943.68	96205.94	352609.38	366515.18	10
51	27311.98	28391.42	103952.26	96198.00	352219.02	366139.64	9
52	27339.96	28422.86	103960.83	96190.05	351829.46	365764.91	8
53	27367.94	28454.30	103969.45	96182.09	351440.70	365390.97	7
54	27395.92	28485.75	103978.06	96174.13	351032.73	365017.83	6
55	27423.90	28517.20	103986.69	96166.16	350665.55	364645.48	5
56	27451.87	28548.66	103995.32	96158.18	350279.16	364273.92	4
57	27479.84	28580.12	104003.96	96150.19	349893.56	363903.15	3
58	27507.81	28611.59	104012.61	96142.19	349508.74	363533.16	2
59	27535.78	28643.06	104021.27	96134.18	349124.70	363163.95	1
60	27565.74	28674.54	104029.94	96126.17	349[illegible]41.41	362795.33	0
							74

	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangeus	Secans	
0	27562.74	28674.54	104029.94	96126.17	348741.44	362795.53	60
1	27591.70	28706.02	104038.63	96118.15	348358.96	362427.88	59
2	27619.65	28737.51	104047.32	96110.12	347977.26	362061.01	58
3	27647.61	28769.00	104056.02	96102.08	347596.32	361694.90	57
4	27675.56	28800.50	104064.73	96094.03	347216.16	361329.57	56
5	27703.52	28832.01	104073.46	96085.98	346836.76	360965.01	55
6	27731.47	28863.52	104082.19	96077.92	346458.13	360601.21	54
7	27759.41	28895.03	104090.94	96069.85	346080.26	360238.18	53
8	27787.36	28926.55	104099.69	96061.77	345703.15	359875.90	52
9	27815.30	28958.08	104108.45	96053.68	345326.79	359514.39	51
10	27843.24	28989.61	104117.23	96045.58	344951.40	359153.63	50
11	27871.18	29021.14	104126.01	96037.48	344576.35	358793.62	49
12	27899 11	29052.68	104134.81	96029.37	344202.26	358434.37	48
13	27927.04	29084.23	104143.62	96021.25	343828.91	358075.86	47
14	27954.97	29115.78	104152.43	96013.12	343456.31	357718.10	46
15	27982.90	29147.34	104161.26	96004.98	343084.46	357361.08	45
16	28010.83	29178.90	104170.09	95996.84	342713.34	357004.81	44
17	28038.75	29210.47	104178.94	95988.69	342342.97	356649.28	43
18	28066.67	29242.05	104187.80	95980.53	341973.33	356294.48	42
19	28094.59	29273.63	104196.67	95972.36	341604.43	355940.48	41
20	28122.51	29305.21	104205.54	95964.18	341236.26	355587.10	40
21	28150.42	29336 80	104214.43	95956.00	340868.82	355234.50	39
22	28178.33	29368.39	104223.33	95947.81	340502.10	354882.63	38
23	28206.24	29399.99	104232.24	95939.61	340136.12	354531.49	37
24	28234.15	29431.60	104241.16	95931.40	339770.85	354181.07	36
25	28262.05	29463.21	104250.09	95923.18	339406.31	353831.38	35
26	28289.95	29494.83	104259.03	95914.95	339042.49	353482.40	34
27	28317.85	29526.45	104267.98	95906.72	338679.38	353134.14	33
28	28345.75	29558.08	104276.94	95898 48	338316.99	352786.60	32
29	28373.64	29589.71	104285.91	95890.23	337955.31	352439.77	31
30	28401.53	29621.35	104294 89	95881.97	337594.34	352093.65	30
31	28429.42	29652.99	104303.88	95873.70	337234.08	351748.14	29
32	28457.31	29684.64	104312.89	95865.43	336874.53	351403.54	28
33	28485.20	29716.30	104321.90	95857.15	336515.68	351059.54	27
34	28513.08	29747.96	104330.92	95848.86	336157.53	350716.25	26
35	28540.96	29779.62	104339.95	95840.56	335800.08	350373.65	25
36	28568.84	29811.29	104349.00	95832.25	335443.33	350031.75	24
37	28596.71	29842.97	104358.05	95823.94	335087.28	349690.55	23
38	28624.58	29874.65	104367.12	95815.62	334731.91	349350.04	22
39	28652.45	29906.34	104376.19	95807.29	334377.24	349010.23	21
40	28680.32	29938.03	104385.28	95798.95	334023.26	348671.10	20
41	28708.19	29969.73	104394.37	95790.60	333669.97	348332.67	19
42	28736.05	39001 44	104403.48	95782.25	333317.36	347994.92	18
43	28763.91	30033.15	104412.59	95773.89	332965.43	347657.85	17
44	28791.77	30064.86	104421.72	95765.52	332614.19	347321.46	16
45	28819.63	30096.58	104430.86	95757.14	332263.62	346985.76	15
46	28847.48	30128.31	104440.01	95748.75	331913.73	346650.73	14
47	28875.33	30160 04	104449.17	95740.35	331564.52	346316.37	13
48	28903.18	30191.78	104458.33	95731.95	331215.98	345982.69	12
49	28931.03	30223.52	104467.51	95723.54	330868.11	345649.69	11
50	28958.87	30255.27	104476.70	95715.12	330520.91	345317.35	10
51	28986.71	30287 03	104485.90	95706.69	330174.38	344985.68	9
52	29014.55	30318.79	104495.11	95698.25	329828.51	344654.67	8
53	29042.39	30350.55	104504.33	95689.81	329483.30	344324.33	7
54	29070.22	30382.32	104513.57	95681.36	329138.70	343994.65	6
55	29098.02	30414.10	104522.81	95672.90	328794 87	343665.63	5
56	29125.88	30445.88	104532.06	95664.43	328451.64	343337.27	4
57	29153.71	30477.67	104541.32	95655.95	328109.07	343009.56	3
58	29181.53	30509.46	104550.60	95647.47	327767.15	342682.51	2
59	29209.35	30541.26	104559.88	95638.98	327425.88	342356.11	1
60	29237.17	30573.07	104569.18	95630 48	327085.26	342030.36	0
							73

17	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	29237.17	30573.07	104569.18	95630.48	327085.26	342030.36	60
1	29264.99	30604.88	104578.48	95621.97	326745.29	341705.26	59
2	29292.80	30636.69	104587.70	95613.45	326405.96	341380.80	58
3	29320.61	30668.51	104597.12	95604.92	326067.28	341056.99	57
4	29348.42	30700.34	104606.46	95596.39	325729.24	340733.82	56
5	29376.23	30732.18	104615.81	95587.83	325391.84	340411.30	55
6	29404.03	30764.02	104625.16	95579.30	325055.08	340089.41	54
7	29431.83	30795.86	104634.53	95570.74	324718.95	339768.16	53
8	29459.63	30827.71	104643.91	95562.17	324383.46	339447.54	52
9	29487.43	30859.57	104653.30	95553.60	324048.60	339127.55	51
10	29515.22	30891.43	104662.70	95549.02	323714.38	338808.20	50
11	29543.01	30923.30	104672.11	95536.43	323380.78	338489.48	49
12	29570.80	30955.17	104681.53	95527.83	323047.80	338171.38	48
13	29598.59	30987.05	104690.96	95519.22	322715.46	337853.91	47
14	29626.38	31018.93	104700.40	95510.61	322383.73	337537.07	46
15	39654.16	31050.82	104709.86	95501.99	322052.63	337220.84	45
16	29681.94	31082.72	104719.32	95493.36	321722.15	336903.24	44
17	29709.71	31114.62	104728.79	95484.72	321392.28	336590.26	43
18	29737.49	31146.53	104738.28	95476.07	321063.04	336275.89	42
19	29765.26	31178.44	104747.77	95467.42	320734.40	335962.14	41
20	29793.03	31210.36	104757.28	95458.76	320706.38	335649.00	40
21	29820.79	31242.29	104766.79	95450.09	320078.97	335336.47	39
22	29848.56	31274.22	104776.32	95451.41	319752.17	335024.53	38
23	29876.32	31306.16	104785.86	95432.72	319425.98	334713.24	37
24	29904.08	31338.10	104795.40	95424.03	319100.39	334402.54	36
25	29931.84	31370.05	104804.96	95415.33	318775.40	334092.44	35
26	29959.59	31402.00	104814.53	95406.62	318454.02	333782.94	34
27	29987.34	31433.96	104824.11	95397.90	318127.24	333474.05	33
28	30015.09	31465.93	104833.70	95389.17	317804.06	333165.75	32
29	30042.84	31497.90	104843.30	95380.43	317481.47	332858.05	31
30	30070.58	31529.88	104852.91	95371.69	317159.48	332350.95	30
31	30098.32	31561.86	104862.53	95372.94	316838.08	332244.44	29
32	30126.06	31593.85	104872.17	95354.18	316517.28	331938.53	28
33	30153.80	31625.85	104881.81	95345.41	316197.06	331633.20	27
34	30181.53	31657.85	104891.46	95336.64	315877.44	331328.47	26
35	30209.26	31689.86	104901.13	95327.86	315558.40	331024.32	25
36	30236.99	31721.87	104910.80	95319.07	315239.94	330720.76	24
37	30264.71	31753.89	104920.49	95310.27	314922.07	330417.78	23
38	30292.44	31785.91	104930.19	95301.46	314604.78	330115.39	22
39	30320.16	31817.94	104939.89	95292.64	314288.07	329813.57	21
40	30347.88	31849.98	104949.61	95283.82	313971.94	329512.34	20
41	30375.59	31882.02	104959.34	95274.99	113656.39	329211.68	19
42	30403.31	31914.07	104969.08	95266.15	313341.41	328911.60	18
43	30431.02	31946.13	104978.83	95257.30	313027.01	328612.09	17
44	30458.72	31978.19	104988.59	95248.44	312713.17	328313.16	16
45	30486.43	32010.25	104998.36	95239.58	312399.91	328014.79	15
46	30514.13	32041.32	105008.15	95230.71	312087.22	327717.00	14
47	30541.83	32074.40	105017.94	95221.83	311775.69	317419.77	13
48	30569.53	32106.49	105027.74	95212.94	311463.53	327123.11	12
49	30597.23	32138.58	105037.56	95204.04	311152.54	326827.02	11
50	30624.92	32170.67	105047.38	95195.14	310842.10	326531.49	10
51	30652.61	32202.77	105017.22	95186.23	310532.23	326236.52	9
52	30680.29	32234.88	105067.06	95177.31	310222.91	325542.11	8
53	30707.98	32267.00	105076.92	95168.38	309914.16	325648.25	7
54	30735.66	32299.12	105086.79	95159.44	309605.96	325354.96	6
55	30763.34	32331.25	105096.67	95150.49	309298.31	325062.22	5
56	30791.02	32363.38	105106.56	95141.54	308991.22	324770.03	4
57	30818.69	32395.52	105116.46	55132.58	308684.68	324478.40	3
58	30846.36	32427.66	105126.37	95123.61	308378.69	324187.32	2
59	30874.03	32459.81	105136.29	95114.63	308073.25	323896.78	1
60	30901.70	32491.97	105146.22	95105.65	307768.35	323606.80	0
							72

18	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	30901.70	32491.97	105146.22	95105.65	307768.35	323606.80	60
1	30929.36	32524.13	105156.17	95096.66	307464.00	323317.36	59
2	30957.02	32556.30	105166.12	95087.66	307160.20	323028.46	58
3	30984.68	32588.48	105176.08	95078.65	306856.93	322740.11	57
4	31012.34	32620.66	105186.06	95069.63	306554.21	322452.30	56
5	31039.99	32652.85	105196.05	95060.60	306252.03	322165.03	55
6	31067.64	32685.04	105206.04	95051.57	305950.38	321878.30	54
7	31095.29	32717.24	105216.05	95042.53	305649.28	321592.10	53
8	31122.94	32749.44	105226.07	95033.48	305348.70	321306.44	52
9	31150.58	32781.65	105236.10	95024.42	305048.66	321021.32	51
10	31178.22	32813.87	105246.14	95015.36	304749.15	320736.73	50
11	31205.86	32846.10	105256.19	95006.29	304450.18	320452.66	49
12	31233.49	32878.33	105266.25	94997.21	304151.73	320169.13	48
13	31261.12	32910.56	105276.33	94988.12	303853.81	319886.13	47
14	31288.75	32942.80	105286.41	94979.02	303556.41	319603.65	46
15	31316.38	32975.05	105296.51	94969.91	303259.54	319321.70	45
16	31344.00	33007.31	105306.61	94960.80	302963.20	319040.28	44
17	31371.63	33039.57	105316.73	94951.68	302667.37	318759.37	43
18	31399.25	33071.84	105326.86	94942.55	302372.07	318478.99	42
19	31426.86	33104.11	105336.99	94933.41	302077.28	318199.13	41
20	31454.48	33136.39	105347.14	94924.26	301783.01	317919.78	40
21	31482.09	30168.68	105357.30	94915.11	301489.26	317640.95	39
22	31509.69	33200.97	105367.47	94905.95	301196.02	317362.64	38
23	31537.30	33233.27	105377.65	94896.78	300903.30	317084.84	37
24	31564.90	33265.57	105387.85	94887.60	300611.09	316807.56	36
25	31592.50	33297.88	105398.05	94878.41	300319.39	316530.78	35
26	31620.10	33330.20	105408.26	94869.22	300028.20	316254.52	34
27	31647.70	33362.52	105418.49	94860.02	399737.51	315978.76	33
28	31675.29	33394.85	105428.73	94850.81	299447.34	315703.51	32
29	31702.88	33427.19	105438.97	94841.59	299157.66	315428.77	31
30	31730.47	33459.53	195449.23	94832.36	298868.50	315154.53	30
31	31758.05	33491.88	105459.50	94823.13	298579.83	314880.79	29
32	31785.63	33524.24	105469.78	94813.89	298291.66	314607.56	28
33	31813.21	33556.60	105480.07	94804.64	298004.00	314334.83	27
34	31840.79	33588.97	105490.37	94795.38	297716.83	314062.59	26
35	31868.36	33621.34	105500.68	94786.11	297430.16	313790.86	25
36	31895.93	33653.72	105511.01	94776.84	297143.99	313519.62	24
37	31923.50	33686.11	105521.34	94767.56	296858.31	313248.87	23
38	31951.06	33718.50	105531.69	94758.27	296573.12	312978.62	22
39	31978.63	33750.90	105542.04	94748.97	296288.42	312708.86	21
40	32006.19	33783.30	105552.41	94739.66	296004.22	312439.59	20
41	32033.74	33815.71	105562.79	94730.35	295720.50	312170.81	19
42	32061.30	33848.13	105573.18	94721.03	295437.27	311902.52	18
43	32088.85	33880.56	105583.58	94711.70	295154.53	311634.72	17
44	32116.40	33912.99	105593.99	94702.36	294872.27	311367.40	16
45	32143.95	33945.43	105604.41	94693.01	294590.50	311100.57	15
46	32171.49	33977.87	105614.85	94683.66	294309.21	310834.22	14
47	32199.03	34010.32	105625.29	94674.30	294028.40	310568.35	13
48	32226.57	34042.78	105635.75	94664.93	293748.07	310302.96	12
49	32254.10	34075.24	195646.21	94655.55	293468.22	310038.05	11
50	32281.64	34107.71	105656.69	94646.16	293188.85	309773.63	10
51	32309.17	34140.19	105667.18	94636.76	292909.95	309509.67	9
52	32346.70	34172.67	105677.68	94627.36	292631.52	309246.20	8
53	32364.22	34205.16	105688.19	94617.95	292353.58	308983.19	7
54	32391.74	34237.65	105697.71	94608.53	292076.10	308720.66	6
55	32419.26	34270.15	105709.24	94599.10	291799.09	308458.60	5
56	32446.78	34302.66	105719.78	94589.67	291522.56	308197.02	4
57	32474.29	34235.18	105730.34	94580.23	291246.49	307935.90	3
58	32501.80	34367.70	105740.90	94570.78	290970.89	307675.25	2
59	32529.31	34400.23	105751.48	94561.32	290695.76	307415.07	1
60	32556.82	34432.76	105762.07	94551.85	290421.09	307155.35	0
							71

19	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	32556.82	34432.76	105762.07	94551.85	290421.09	307155.35	60
1	32584.32	34465.30	105772.67	94542.38	290146.88	306896.10	59
2	32611.82	34497.85	105783.28	94532.90	289873.14	306637.31	58
3	32639.31	34530.40	105793.90	94523.41	289599.86	306378.98	57
4	32666.81	34562.96	105804.53	94513.91	289327.04	306121.11	56
5	32694.30	34595.53	105815.17	94504.40	289054.67	305863.70	55
6	32721.79	34628.10	105825.83	94494.89	288782.77	305606.75	54
7	32749.28	34660.68	105836.49	94485.37	288511.32	305350.26	53
8	32776.76	34693.27	105847.17	94475.84	288240.33	305094.23	52
9	32804.24	34725.86	105857.86	94466.30	287969.79	304838.64	51
10	32831.72	347.5846	105868.55	94456.75	287699.70	304583.52	50
11	32859.19	34791.07	105879.26	94447.20	287430.07	304328.84	49
12	32886.66	34823.68	105889.99	94437.64	287160.88	304074.62	48
13	32914.13	34856.30	105900.72	94428.07	286892.15	303820.84	47
14	32941.60	34888.93	105911.46	94418.49	286623.86	303567.52	46
15	32969.06	34921.56	105922.21	94408.90	286356.02	303314.64	45
16	32996.52	34954.20	105932.98	94399.31	286088.63	303062 21	44
17	33023.98	34986.85	105943.76	94389.71	285821.68	302810.23	43
18	33051.44	35019.50	105954.54	94380.10	285555.17	302558.68	42
19	33078.89	35052.16	105965.34	94370.48	285289.11	302307.59	41
20	33106.34	35084.83	105976.15	94360.85	285023.49	302056.93	40
21	33133.79	35117.50	105986.97	94351.21	2 4758 31	301806.72	39
22	33161.23	35150.18	105997.81	84341.57	284493.56	301556.94	38
23	33188.67	35182.87	106008.65	94331.92	284229.26	30130[illegible].60	37
24	33216.11	35215.56	106019.51	94322.26	283965.39	301058.70	36
25	33243.55	35248.26	106030.37	94312.60	283701.96	300810.24	35
26	33270.98	35280.97	106041.25	94302.93	283438.96	300562.21	34
27	33298.41	35313.68	106052.14	94293.25	283176.39	300314.62	33
28	33325.84	35346.40	106063.04	94283.56	282914.2[illegible]	[illegible]67.46	32
29	33353.27	35379.13	106073.95	94273.86	282652.56	299820.73	31
30	33380.69	35411.86	106084.87	94264.15	282391.29	299574.43	30
31	33408.10	35444.60	106095.80	94254.43	282130.45	299328.56	29
32	33435.52	35477.35	106106.75	94244.71	281870.03	299083.12	28
33	33462.93	35510.10	106117.70	94234.98	281610 04	298838.11	27
34	33490.34	35542.86	106128.6[illegible]	94225.24	281350.48	298593.52	26
35	33517.75	35575.63	106139.65	94215.50	281091.34	298349.36	25
36	33545.16	35608.40	106150.[illegible]4	94205.75	280832.63	298105.63	24
37	33572.56	35641.18	106161.64	94195.99	280574.33	297862.31	23
38	33599.96	35673.97	106172.65	94186.22	280316.46	297619.42	22
39	33627.35	35706.76	106183.67	94176.44	280059.01	297376.95	21
40	33654.75	35739.56	106194.71	94166.65	279801.98	297134.90	20
41	33682.14	35772.37	106205.75	94156.85	279545.37	296893.27	19
42	33709.53	35805.18	106216.81	94147.05	279289.17	296652.05	18
43	33736.91	35838.00	106227.88	94137.24	279033.39	296411.25	17
44	33764.29	35870.83	106238.96	94127.42	278778.02	296170.87	16
45	33791.67	35903.67	106250.05	94117.60	278523.07	295930.90	15
46	33819.05	35936.51	106261.15	94107.77	278268.53	295691.35	14
47	33846.42	35969.36	106272.27	94097.93	278014.40	295452.21	13
48	33873.79	36002.22	106283.39	94088.08	277760.69	295213.48	12
49	33901.16	36035.08	106294.53	94078.22	277507.38	294975.16	11
50	33928.53	36067.95	106305.68	94068.35	277254.48	294737.25	10
51	33955.89	36100.83	106316.84	94058.48	277001.99	294499.75	9
52	33983.25	36133.71	106328.01	94048.60	276749.90	294262.65	8
53	34010.60	36166.60	106339.19	94038.71	276498.22	294025.97	7
54	34037.95	36199.50	106350.38	94028.81	276246.95	293789.68	6
55	34065.30	36232.40	106361.58	94018.90	275996.08	293553.80	5
56	34092.65	36265.31	106372.80	94008.99	275745.61	293318.33	4
57	34120.00	36298.23	106384.03	93999.07	275495.54	293083.26	3
58	34147.34	36331.15	106395.27	93989.14	275245.88	292848.58	2
59	34174.68	36364.08	106406.52	93979.20	274996.61	292614.31	1
60	34202.02	36397.02	106417.78	93969.26	274747.74	292380.44	0
				M			70

20	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	34202.02	36397.02	106417.78	93969.26	274747.74	292380.44	60
1	34229.35	36429.97	106429.05	93959.31	274499.27	292146.97	59
2	34256.68	36462.92	106440.33	93949.35	274251.20	291913.89	58
3	34284.01	36495.88	106451.63	93939.38	274003.52	291681.21	57
4	34311.33	36528.85	106462.94	93929.40	273756.23	291448.92	56
5	34338.65	36561.82	106474.26	93919.42	273509.34	291217.03	55
6	34365.97	36594.80	106485.59	93909.43	273262.84	290985.53	54
7	34393.29	36627.79	106496.93	93899.43	273016.74	290754.43	53
8	34420.60	36660.79	106508.28	93889.42	272771.02	290523.72	52
9	34447.91	36693.79	106519.64	43879.40	272525.69	290293.39	51
10	34475.22	36726.80	106531.01	93869.37	272280.75	290063.46	50
11	34502.52	36759.82	106542.40	93859.34	272036.20	289833.91	49
12	34529.82	36792.84	106553.80	93849.30	271792.04	289604.75	48
13	34557.12	36725.87	106565.21	93839.25	271548.16	289375.98	47
14	34584.42	36858.91	106576.63	93829.19	271304.87	289147.60	46
15	34641.71	36891.95	106588.07	93819.13	271061.86	288919.59	45
16	34639.00	36925.00	106599.51	93809.06	270819.23	288691.98	44
17	34666.29	36958.06	106610.97	91798.98	270576.99	288464.74	43
18	34693.57	36991.13	106622.43	93788.89	270335.13	288237.89	42
19	34720.85	37024.20	106633.91	93778.79	270093.64	288011.42	41
20	34748.13	37057.28	106645.40	93768.69	269852.54	287785.32	40
21	34775.4[illegible]	37090.37	106656.90	93758.58	269611.81	287559.61	39
22	34802.67	37123.46	106668.42	93748.46	269371.47	287334.28	38
23	34829.94	37156.56	106679.94	93738.33	269131.49	287109.32	37
24	34857.21	37189.67	106691.48	93728.19	268891.90	286884.74	36
25	34884.47	37222.78	106703.02	93718.05	268652.67	286660.53	35
26	34911.73	37255.90	106714.58	93707.90	268413.83	286436.70	34
27	34938.99	37289.03	106726.15	93697.74	268175.35	286213.24	33
28	34966.24	37322.17	106737.74	93687.57	267937.25	286990.15	32
29	34993.49	37355.32	106749.34	93677.40	267699.51	286767.44	31
30	35020.74	37388.47	106760.94	93667.22	267462.15	285545.09	30
31	35047.95	37421.63	106772.55	93657.03	267225.16	285323.12	29
32	35075.23	37454.79	106784.18	93646.83	266988.53	285101.52	28
33	35102.47	37487.97	106795.82	93636.62	266752.27	284880.28	27
34	35129.70	37521.15	106807.47	93626.40	266516.38	284659.41	26
35	35156.93	37554.34	106819.14	93616.18	266280.81	284438.91	25
36	35184.16	37587.53	106830.81	93605.95	266045.69	284218.77	24
37	35221.39	37620.73	106842.50	93595.71	265810.89	283998.99	23
38	35238.62	37653.94	106854.20	93585.46	265576.45	283779.58	22
39	35265.84	37687.16	106865.91	93575.21	265342.38	183560.54	21
40	35293.06	37710.38	106877.63	93564.95	265108.67	283341.85	20
41	35320.27	37753.61	106889.36	93554.68	264875.31	283123.53	19
42	35347.48	37786.85	106901.10	93544.40	264642.32	282905.56	18
43	35374.69	37820.10	106912.86	93534.11	264409.69	282687.96	17
44	35401.90	37833.35	106924.63	93523.82	264177.41	282470.71	16
45	35429.10	37886.61	106936.41	93513.52	263945.49	282253.82	15
46	35456.30	37919.88	106948.20	93503.21	263713.92	282037.25	14
47	35483.50	37953.16	106960.00	93492.89	263482.71	281821.11	13
48	35510.70	37986.44	106971.82	93482.56	263251.86	281605.29	12
49	35537.89	38019.73	106983.64	93472.23	263021.36	281389.82	11
50	35565.08	38053.03	106995.48	93461.89	262791.21	281174.71	10
51	35592.26	38086.33	107007.33	93451.54	262561.41	280959.95	9
52	35619.44	38119.64	107019.19	93441.18	262331.96	280745.54	8
53	35646.62	38152.96	107031.06	93430.82	262102.86	280531.48	7
54	35673.80	38186.29	107042.95	93420.45	261874.11	280317.77	6
55	35700.97	38219.62	107054.84	93410.07	261645.71	280104.41	5
56	35728.14	38252.96	107066.75	93399.68	261317.66	279891.40	4
57	35755.31	38286.31	107078.67	93389.28	261189.95	279678.73	3
58	35782.48	38319.67	107090.60	93378.87	260962.59	279466.41	2
59	35809.64	38353.03	107102.54	93368.46	260735.58	279254.44	1
60	35836.79	38386.40	107114.50	93358.04	260508.91	279042.81	0
							69

21	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Taogens	Secans	
0	35836.79	38386.40	107114.50	93358.04	260508.91	279042.81	60
1	35863.95	38419.78	107126.47	93347.61	260282.58	278831.53	59
2	35891.10	38453.17	107138.44	93337.17	260056.59	278620.59	58
3	35918.25	38486.56	107150.43	93326.73	259830.95	278409.99	57
4	35945.40	38519.96	107162.44	93316.18	259605.64	278199.73	56
5	35972.56	38553.37	107174.45	93305.82	259380.68	277989.82	55
6	35999.68	38586.79	107186.47	93295.35	259156.06	277780.24	54
7	36026.82	38620.21	107198.51	93284.87	258931.77	277571.00	53
8	36053.95	38653.64	107210.56	93274.39	258707.82	277362.11	52
9	36081.08	38687.08	107222.62	93263.90	258484.21	277153.55	51
10	36108.21	38720.53	107234.69	93253.40	258260.94	276945.32	50
11	36135.33	38753.98	107246.78	93242.89	258038.00	276737.43	49
12	36162.46	38787.44	107258.87	93232.38	257815.39	276529.88	48
13	36189.58	38820.91	107270.98	93221.86	257593.12	276322.66	47
14	36216.69	38854.39	107283.10	93211.33	257371.18	276115.78	46
15	36143.80	38887.87	107295.23	93200.79	257149.57	275909.23	45
16	36270.91	38921.36	107307.37	93190.24	256928.30	275703.01	44
17	36198.02	38954.86	107319.53	93179.68	256707.35	27549[illegible].12	43
18	36325.12	38988.37	107331.70	93169.12	256486.74	275291.57	42
19	36352.22	39021.89	107343.88	93158.55	256266.45	275086.34	41
20	36379.32	39055.41	107356.07	93147.97	256046.49	274881.44	40
21	36406.41	39088.94	107368.27	93137.38	255826.86	274676.87	39
22	36433.50	39122.48	107380.48	93126.79	255607.56	274472.03	38
23	36460.59	39156.02	107392.71	93116.19	255388.58	274268.71	37
24	36487.68	39189.57	107404.9	93105.58	255169.92	274065.12	36
25	36514.76	39223.13	107417.20	93094.96	254951.6c	273861.86	35
26	36541.84	39256.70	107429.46	93084.35	254733.55	273[illegible]58.9	34
27	36568.92	39290.28	107441.73	93073.70	254515.91	273456.30	33
28	36595.99	39323.86	107454.02	93063.06	254298.55	273254.00	32
29	36623.06	39357.45	107466.31	93052.41	254081.51	173052.03	31
30	36650.13	39391.05	107478.62	93041.75	253864.79	272850.38	30
31	36677.19	39324.66	107490.95	93091.09	253648.39	272649.05	29
32	36704.25	39458.27	107503.28	93020.42	253432.31	272448.04	28
33	36731.31	39491.89	107515.62	93009.74	253216.55	272247.35	27
34	36758.36	39525.52	107527.98	92999.05	253001.11	272046.98	26
35	36785.41	39559.16	107540.35	92988.35	252785.98	271846.93	25
36	36812.46	39592.80	107552.73	92977.65	252571.17	271647.19	24
37	36839.50	39626.45	107565.12	92966.94	252356.67	27144[illegible].77	23
38	36866.54	39660.11	107577.53	92956.22	252142.49	271248.66	22
39	36893.58	39693.78	107589.95	92945.49	251928.63	271049.87	21
40	36920.62	39727.46	107602.37	92934.75	251715.07	270851.39	20
41	36947.65	39761.14	107614.81	92924.01	251501.83	270653.23	19
42	36974.68	39794.83	107627.27	92913.26	251288.90	270455.38	18
43	37001.70	39828.53	107639.73	92902.50	251076.29	270257.84	17
44	37028.72	39862.24	107652.21	92891.73	250863.98	270060.61	16
45	37055.74	39895.96	107664.70	92880.95	250651.98	269863.70	15
46	37082.76	39929.68	107677.20	92870.17	250440.29	269667.09	14
47	37109.77	39963.41	107689.71	92859.38	250228.91	269470.79	13
48	37136.78	39997.15	107702.24	92848.58	250017.84	269274.80	12
49	37163.79	40030.89	107714.77	92837.77	249807.07	269079.12	11
50	37190.80	40064.65	107727.32	92826.96	249596.61	268883.74	10
51	37217.80	40098.41	107739.88	92816.14	249386.45	268688.67	9
52	37244.80	40132.18	107752.46	92803.31	249176.60	268493.91	8
53	37271.79	40165.96	107765.04	92794.47	248967.06	268299.45	7
54	37298.78	40199.75	107777.64	92783.61	248757.81	268105.30	6
55	37325.77	40233.54	107790.25	92772.77	248548.87	267911.45	5
56	37352.75	40267.34	107802.87	92761.91	248340.23	267717.90	4
57	37379.73	40301.15	107815.50	92751.04	248131.90	267524.65	3
58	37406.71	40334.97	107828.15	92740.16	247923.86	267331.70	2
59	37433.69	40368.79	107840.80	92729.28	147716.12	267139.06	1
60	37460.66	40402.62	107853.47	92718.39	247508.69	266946.72	0

22	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	37460.66	40402.62	107853.47	92718.39	247508.69	266946.72	60
1	37487.63	40436.46	107866.16	92707.49	247301.55	266754.67	59
2	37514.59	40470.31	107878.85	92696.58	247094.70	266562.92	58
3	37541.56	40504.17	107891.56	92685.66	246888.16	266371.48	57
4	37568.32	40538.04	107904.27	92674.73	246681.91	266180.33	56
5	37595.47	40571.91	107917.00	92663.80	246475.96	265989.47	55
6	37622.43	40605.79	107929.75	92652.86	246270.30	265798.91	54
7	37649.38	40639.68	107942.50	92641.91	24[illegible]064.94	265608.65	33
8	37676.32	40673.58	107955.27	92630.96	243859.87	265418.68	52
9	37703.27	40707.48	107968.03	92620.00	245655.09	265229.01	51
10	37730.21	40741.39	107980.84	92609.03	245450.61	265039.62	50
11	37757.14	40775.31	107993.64	92598.05	245246.42	264830.54	49
12	37784.08	40809.24	108[illegible]06.46	92587.06	243042.52	204661.74	48
13	37811.01	40843.18	108019.28	62576.06	244838.91	264473.23	47
14	37[illegible]37.94	40877.13	108032.12	92565.06	244635.59	264285.02	46
15	37[illegible]64.86	40911.08	108044.97	92554.05	244432.56	264097.09	45
16	37891.78	40945.04	108057.84	92543.03	244229.82	263909.46	44
17	37918.70	40979.01	108070.71	92532.00	244027.36	263722.11	43
18	37945.62	41012.99	108083.60	92520.97	243825.19	263535.05	42
19	37972.53	41046.97	108096.50	92509.93	243623.31	263348.28	41
20	37999.44	41080.97	108109.42	92498.88	243421.72	263161.80	40
21	38026.34	41114.97	108122.34	92487.82	243220.41	262975.60	39
22	38053.2[illegible]	41148.98	108135.28	92476.75	243019.38	262789.69	38
23	38[illegible]8[illegible].14	41183.00	108148.23	92465.68	242818.64	262604.06	37
24	[illegible]107.04	41217.03	108161.19	92454.60	242618.19	262418.72	36
25	38133.93	41251.06	108174.17	92443.51	242418.01	262233.66	33
26	38160.82	41285.10	108187.15	92432.41	242218.12	262048.88	34
27	[illegible]81[illegible]7.70	41319.15	108200.15	92421.31	242018.51	261864.39	33
28	38214.39	41353.21	108213.16	92410.20	241819.18	261680.18	32
29	38241.47	41387.28	108226.18	92399.08	241620.13	261496.24	31
30	38268.34	41421.36	108239.22	92387.93	241422.36	261312.59	30
31	38295.22	41455.44	108252.27	92376.81	241221.86	261129.22	29
32	38322.09	41489.53	108265.33	92365.67	241024.65	260946.13	28
33	38348.95	41523.63	108278.40	92334.52	240826.72	260763.32	27
34	38373.82	41357.74	108291.49	92343.36	240629.06	260380.78	26
35	38402.68	41591.86	108304.58	92332.19	240431.68	260398.52	25
36	38429.53	41625.99	108317.69	92321.02	240234.57	260216.54	24
37	38456.39	41660.12	108330.81	92309.84	240037.74	260034.84	23
38	38483.24	41694.26	108343.95	92298.65	239841.18	239853.41	22
39	38510.08	41728.41	108357.09	92287.45	239644.90	259672.25	21
40	38536.93	41762.57	108370.25	92276.24	239448.89	259491.37	20
41	38563.77	41796.74	108383.42	92265.03	239253.16	239310.77	19
42	38590.60	41830.91	108[illegible]96.61	92253.81	239057.69	259130.43	18
43	38617.44	41865.09	108409.80	92242.58	238862.50	258950.37	17
44	38644.27	41899.28	108423.01	92231.34	238667.58	258770.58	16
45	38671.10	41933.48	108436.23	92220.06	238472.93	258391.07	15
46	38697.92	41967.69	108449.47	92208.84	238278.55	258411.82	14
47	38724.74	42001.91	108462.71	92197.58	238084.44	258232.84	13
48	38751.56	42036.13	108473.97	92186.31	237890.60	258054.14	12
49	38778.37	42070.36	108489.24	92175.03	237697.03	257875.70	11
50	38805.18	42104.60	108502.52	62163.75	237503.72	257697.53	10
51	38831.99	42138.85	108515.82	92152.46	237310.68	257519.63	9
52	38858.80	42173.11	108529.13	92141.16	237117.91	257341.99	8
53	38883.60	42207.38	108542.45	92129.85	236925.40	257164.62	7
54	38912.39	42241.66	108555.78	92118.54	236733.16	256987.32	6
55	38939.19	42275.94	108569.12	92107.22	236541.18	256810.69	3
56	38965.58	42310.23	108582.48	92095.89	236349.46	256634.12	4
57	38992.77	42344.53	108395.85	92084.53	236158.01	256457.81	3
58	39019.53	42378.84	108609.24	92073.20	233969.83	256281.76	2
59	39046.33	42413.16	108622.63	92061.85	235775.90	256105.99	1
60	39073.11	42447.49	108636.04	92050.49	235585.24	255930.47	0
							67

23	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	39073.11	42447.49	108636.04	92050.49	235585.24	255930.47	60
1	39099.89	42481.82	108649.46	92039.12	235394.83	255755.21	59
2	39126.66	42516.16	108662.89	92027.74	235204.69	255580.22	58
3	39153.43	42550.51	108676.34	92016.35	235014.81	255405.48	57
4	39180.19	42584.87	108689.79	92004.96	234825.19	255231.01	56
5	39206.95	42619.24	108703.26	91993.56	234635.82	255056.80	55
6	39233.71	42653.62	108716.73	91982.15	234446.72	254882.8[illegible]	54
7	39260.47	42688.00	108730.24	91970.73	234257.87	254709.15	53
8	39287.22	42722.39	108743.75	91959.31	234069.28	254535.71	52
9	39313.97	42756.79	108757.27	91947.88	233880.95	254362.53	51
10	39340.71	42791.20	108770.80	91936.44	233692.87	254189.61	50
11	39367.45	42825.62	108784.35	91924.99	233505.05	254016.94	49
12	39394.19	42860.05	108797.91	91913.53	233317.48	253844.53	48
13	39420.93	42894.49	108811.48	91902.07	233130.17	253672.38	47
14	39447.66	42928.94	108825.06	91890.60	232943.1	253500.48	46
15	39474.39	42963.39	108838.66	91879.12	2[illegible]27 6.30	253328.83	45
16	39501.11	42997.85	108852.27	91867.63	232569.75	25315[illegible].44	44
17	39527.83	43032.32	108865.89	91856.14	232383.45	252986.30	43
18	39554.55	43066.80	108879.52	1844.64	232[illegible]97.40	252815.41	42
19	39581.27	43101.29	108893.17	91833.13	232011.60	[illegible]52644.78	41
20	39607.98	43135.79	108906.83	91821.61	231826.16	252[illegible].40	40
21	39634.69	43170.30	108920.50	91810.08	231640.76	252304.26	39
22	39661.39	43204.81	108934.18	91798.55	231255.71	252134.38	38
23	39688.09	43239.33	108947.85	91787.01	23127[illegible]	2519[illegible]	37
24	39714.79	43273.86	108961.59	91775.46	231086.36	251795.37	36
25	39741.48	43308.40	108975.[illegible]	91763.90	2309[illegible]2.[illegible]6	251620.14	35
26	39768.17	43342.95	108989.04	91752.34	230718.01	251457.35	34
27	39794.86	43377.51	109002.79	91740.77	230534.20	251288.71	33
28	39821.55	43412.08	109016.55	91729.19	230350.64	251120.32	32
29	39848.23	43446.66	109030.32	91717.60	230167.32	250952.18	31
30	39874.91	43481.24	109044.11	91706.01	229984.25	250784.28	30
31	39901.58	43515.83	109057.91	91694.41	229801.43	250616.63	29
32	39128.25	43550.43	109071.72	91682.80	229618.85	250449.23	28
33	39954.92	43585.04	109085.54	91671.18	229436.31	250282.07	27
34	39981.58	43619.66	109099.38	91659.55	229254.42	250115.15	26
35	40008.24	43654.2[illegible]	109113.23	91647.91	229072.57	249948.47	25
36	40034.90	43688.93	109127.09	91636.27	22889[illegible].96	249782.04	24
37	40061.56	43723.56	109140.97	162[illegible].62	228709.59	24[illegible]615.86	23
38	40088.21	43758.23	109154.86	91612.96	228528.40	249449.91	22
39	40114.86	43792.89	109168.76	91601.30	228347.58	249284.21	21
40	40141.50	43827.56	109182.67	91589.63	228166.93	249118.74	20
41	40168.14	43862.24	109196.59	91577.95	22 986.33	24895[illegible].52	19
42	40194.78	43896.93	109210.53	91566.26	227806.36	248788.54	18
43	40221.41	43931.63	109224.48	91554.56	227626.43	24862[illegible].80	17
44	40248.04	43966.34	109238.45	91542.86	227446.74	248459.29	16
45	40274.67	44001.06	109252.43	91531.15	227267.29	248295.[illegible]3	15
46	40301.29	44035.78	109266.42	91519.43	227088.07	248131.00	14
47	40327.91	44070.51	109280.42	91507.70	226909.09	247967.21	13
48	40354.53	44105.25	109294.44	91495.96	226730.35	247803.66	12
49	40381.14	44140.00	109308.47	91484.22	226551.84	247640.34	11
50	40407.75	44174.76	109322.51	91472.47	226373.57	247477.26	10
51	40434.36	44209.53	109336.56	91460.71	226195.53	247314.22	9
52	40460.96	44244.31	109350.63	91448.95	226017.73	247151.81	8
53	40487.56	44279.10	109364.71	91437.18	225840.16	246989.45	7
54	40514.16	44313.90	109378.80	91425.40	225662.83	246827.29	6
55	40540.75	44348.71	109392.91	91413.61	225485.72	246665.38	5
56	40567.34	44383.53	109407.03	91401.81	225308.85	246503.71	4
57	40593.93	44418.35	109421.16	91390.00	225132.21	246342.27	3
58	40620.51	44453.18	109435.30	91378.19	224955.80	246181.06	2
59	40647.19	44488.02	109449.49	91366.37	224779.62	246020.08	1
60	40673.66	44522.87	109463.63	91354.54	224603.68	246859.33	0
							66

24	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	40673.66	44522.87	109463.63	91354.54	224603.68	245859.33	60
1	40700.23	44557.73	109477.81	91342.71	224427.96	245698.82	59
2	40726.80	44592.60	109492.01	91330.87	224252.47	245538.53	58
3	40753.37	44627.48	109506.22	91319.02	224077.21	245378.48	57
4	40779.93	44662.37	109520.44	91307.16	223902.18	245218.65	56
5	40806.49	44697.27	109534.67	91295.29	223727.38	245059.05	55
6	40833.05	44732.17	109548.92	91283.49	223552.80	244899.68	54
7	40859.60	44767.08	109563.18	91271.54	223378.45	244740.54	53
8	40886.15	44802.00	109577.46	91259.65	223204.33	244581.63	52
9	40912.69	44836.93	109591.74	91247.75	223030.43	244422.94	51
10	40939.23	44871.87	109606.04	91235.84	222856.76	244264.48	50
11	40965.77	44906.82	109620.36	91223.93	222683.31	244106.24	49
12	40992.30	44941.78	109634.68	91212.01	222510.09	243948.23	48
13	41018.83	44976.75	109649.02	91200.08	222337.09	243790.45	47
14	41045 36	45011.73	109663.37	91188.14	222164.32	243632.89	46
15	41071.89	45011.72	109677.74	91176.20	221991.77	243475.55	45
16	41098.41	45081.72	109692.12	91164.25	221819.44	243518.44	44
17	41124.93	45116.73	109706.51	91152.29	221647.33	243161.55	43
18	41151.44	45151.74	109720.91	91140.32	221475.45	243004.89	42
19	41177.95	45186.76	109735.33	91128.35	221303.79	242848.44	41
20	41204.46	45221.79	109749.76	91116.37	221132.34	242692.22	40
21	41230.96	45256.83	109764.20	91104.38	220961.12	242536.22	39
22	41257.46	45291.88	109778.66	91092.38	220790.12	242380.44	38
23	41283.95	45326.94	109793.13	91080.38	220619.34	242224.88	37
24	41310.44	45362.01	109807.61	91068.37	220448 78	242069.54	36
25	41336.93	45397.09	109822.11	91056.35	220278.43	241914.42	35
26	41363.42	45432.18	109836.62	91044.32	220108.31	241759.52	34
27	41389.90	45467.28	109851.14	91032.28	219938.40	241604.84	33
28	41416.38	45502.39	109865.68	91020.24	219768.71	241450.38	32
29	41442.85	45537.51	109880.23	91008.19	219595.23	241296.13	31
30	41469.32	45572.64	109894.79	90996.13	219429.97	241142.10	30
31	41495.79	45607.77	109909.36	90984.06	219260.93	240988.29	29
32	41522.26	45642.91	109923.95	90971.98	219092.10	240834.69	28
33	41548.72	45678.06	109938.55	90959.90	218523.49	240681.32	27
34	41575.18	45713.22	109953.17	90947.81	218755.10	240528.15	26
35	41601.63	45748.39	109967.79	90935.71	218586.91	240375.20	25
36	41628.08	45783.57	109982.43	90923.61	218418.94	240222.47	24
37	41654.53	45818.76	109997.09	90911.50	21825[illegible].19	240069.95	23
38	41680.97	45853.96	110011.76	90899.38	218083.64	239917.64	22
39	41707.41	45889.17	110026.44	90887.25	217916.31	239765.55	21
40	41733.85	45924.39	110041.13	90875.11	217749.20	239615.67	20
41	41760.28	45959.62	110055.84	90862.97	217582.29	239462.01	19
42	41786.71	45994.86	110070.56	90850.82	217415.59	239310.55	18
43	41813.13	46030.11	110085.29	90838.66	217249.11	239159.31	17
44	41839.55	46065.37	110100.04	90826.49	217082.83	239008.28	16
45	41865.97	46100.64	110114.80	90814.52	216916.77	238857.46	15
46	41892.39	46135.91	110129.57	90802.14	216750.91	238706.85	14
47	41918.80	46171.19	110144.36	90789.95	216585.27	238556.45	13
48	41945.21	46206.48	110159.16	90777.75	216419.83	238406.25	12
49	41971.61	46241.78	110173.97	90765.54	216254.60	238256.27	11
50	41998.01	46277.09	110188.79	90753.33	216089.58	238106.50	10
51	42024.41	46312.42	110203.63	90741.11	215924.76	237956.93	9
52	42050.80	46347.76	110218.49	90728.88	215760.15	237807.58	8
53	42077.19	46383.11	110233.35	90716.64	215595.75	237658.45	7
54	42103.58	46418 46	110248.23	90704.40	215431.56	237509.49	6
55	42129.96	46453.82	110265.13	90692.15	215267.57	237360.75	5
56	42156.34	46489.19	110278.03	90679.89	215105.78	237212.22	4
57	42182.72	46524.57	110292.95	90667.62	214940.20	237063.90	3
58	42209 09	46559.96	110307.89	90655.35	214776.83	236915.78	2
59	42235.46	46595.36	110322.83	90643.07	214613.66	236767.87	1
60	42261.83	46630.77	110337.79	90630.78	214450.69	236620.16	0
							65

25	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	42261.83	46630.77	110337.79	90630.78	214450.69	236620.16	60
1	42288.19	46666.19	110352.77	90618.48	214287.93	236472.65	59
2	42314.55	46701.62	110367.75	90606.17	214125.37	236325.35	58
3	42340.90	46737.06	110382.75	90593.86	213963.01	236178.26	57
4	42367.25	46772.51	110397.77	90581.54	213800.85	236031.36	56
5	42393.60	46807.97	110412.79	90569.21	213638.89	235884.67	55
6	42419.94	46843.43	110427.83	90556.88	213477.14	235738.18	54
7	42446.28	46878.90	110442.89	90544.54	213315.59	235591.89	53
8	42472.62	46914.38	110457.95	90532.19	213154.23	235445.81	52
9	42498.95	46949.88	110473.03	90519.83	212993.08	235299.92	51
10	42525.28	46985.39	110488.13	90507.46	212832.13	235154.24	50
11	42551.61	47020.90	110503.24	90495.09	212671.37	235008.75	49
12	42577.93	47056.43	110518.36	90482.71	212510.82	234863.47	48
13	42604.25	47091.96	110533.49	90470.32	212350.46	234718.38	47
14	42630.56	47127.51	110548.64	90457.92	212190.30	234573.49	46
15	42656.87	47163.06	110563.80	90445.51	212030.[illegible]	234428.80	45
16	42683.18	47198.63	110578.98	90433.10	211870.57	234284.31	44
17	42709.49	47234.20	110594.17	90420.68	211711.0[illegible]	234140.02	43
18	42735.79	47269.78	110609.37	90408.25	211551.64	233995.93	42
19	42762.09	47305.38	110624.58	90395.82	211392.46	233852.03	41
20	42788.38	47340.98	110639.81	90383.38	211233.48	233708.33	40
21	42814.67	47376.59	110655.06	90370.93	211074.70	233564.82	39
22	42840.95	47412.22	110670.31	90358.47	210916.11	233421.52	38
23	42867.23	47447.85	110685.58	90346.0[illegible]	210757.71	233278.40	37
24	42893.51	47483.49	110700.87	90333.53	210599.51	233135.48	36
25	42919.79	47519.14	110716.16	90321.05	21[illegible]441.5[illegible]	232992.76	35
26	42946.06	47554.81	110731.47	90308.56	210283.69	232850.23	34
27	42972.33	47590.48	110746.80	90296.06	210126.07	232707.90	33
28	42998.59	47626.16	110762.14	90283.56	209968.64	232565.75	32
29	43024.85	47661.85	110777.49	90271.05	209811.40	232423.81	31
30	43051.11	47697.55	110792.85	90258.53	209654.36	232282.05	30
31	43077.36	47333.26	110808.23	90246.00	209497.51	232140.49	29
32	43103.61	47728.99	110823.93	90233.47	209340.84	231999.11	28
33	43129.86	47804.72	110839.03	90220.93	209184.37	231857.94	27
34	43156.10	47840.46	110854.45	90208.38	209028.09	231716.95	26
35	43182.34	47876.21	110869.89	90195.82	208872.00	231576.15	25
36	43208.57	47911.97	110885.33	90183.25	208716.10	231435.54	24
37	43234.80	47947.74	110900.79	90170.68	208560.39	231295.13	23
38	43261.03	47983.52	110916.27	90158.10	208404.8	231154.90	22
39	43287.26	48019.32	110931.76	90145.51	208249.53	231[illegible]14.86	21
40	43313.48	48055.12	110947.26	90132.91	208094.38	230875.01	20
41	43339.70	48090.93	110962.77	90120.31	207939.42	230735.35	19
42	43365.91	48126.75	110978.30	90107.70	207784.65	230595.88	18
43	43392.12	48162.58	110993.85	90095.08	207630.07	230456.60	17
44	43418.33	48198.42	111009.41	90082.45	207475.67	230317.51	16
45	43444.53	48234.27	111024.98	90069.82	207321.46	230178.60	15
46	43470.73	48270.14	111040.56	90057.18	207167.43	230039.88	14
47	43496.92	48306.01	111056.16	90044.53	207012.59	229901.34	13
48	43523.11	48341.89	111071.77	90031.87	206859.93	229762.99	12
49	43549.30	48377.78	111087.40	90019.21	206706.46	229624.83	11
50	43575.48	48413.68	111103.04	90006.54	206553.18	229486.85	10
51	43601.66	48449.59	111118.69	89993.86	206400.08	229349.06	9
52	43627.84	48485.52	111134.36	89981.17	206247.16	229211.45	8
53	43654.01	48521.45	111150.04	89968.48	206094.42	229074.03	7
54	43680.18	48557.39	111165.73	89955.78	205941.87	228936.79	6
55	43706.34	48593.34	111181.44	89943.07	205789.50	228799.74	5
56	43732.50	48629.31	111197.16	89930.35	205637.32	228662.86	4
57	43758.66	48665.28	111212.90	89917.62	205485.31	228527.18	3
58	43784.82	48701.26	111228.65	89904.89	205333.49	228389.67	2
59	43810.97	48737.26	111244.42	89892.15	205181.84	228233.34	1
60	43837.12	48773.26	111260.19	89879.40	205030.38	228117.20	0

29	Sious	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	43837.12	48773.26	111260.19	89879.40	203030.38	228117.20	60
1	43863.26	48809.27	111275.98	89866.65	204879.10	227981.14	59
2	4389.40	48845.30	111291.79	89853.89	204728.00	227845.46	58
3	43915.53	48881.33	111307.61	89841.12	204577.08	227709.86	57
4	43941.66	48917.37	111323.45	89828.34	204426.34	227574.45	56
5	43967.79	48953.43	111339.30	89815.55	204275.78	227439.21	55
6	43993.92	48989.49	111355.16	89802.76	204125.40	227304.15	54
7	44020.04	49025.57	111371.03	89789.96	203975.19	227169.27	53
8	44046.16	49061.66	111386.92	89777.15	203825.17	227034.57	52
9	44072.27	49097.75	111402.82	89764.33	203675.32	226900.05	51
10	44098.38	49133.86	111418.74	89751.51	203525.65	226765.71	50
11	44124.[illegible]8	49169.97	111434.67	89738.68	203376.15	226631.55	49
12	44150.58	49206.10	111450.62	89725.84	203226.83	226497.56	48
13	44176.68	49242.24	111466.58	89712.99	203077.69	226363.75	47
14	44202 78	49278.38	111482.55	89700.13	202928.73	226230.12	46
15	44228.87	49314.54	111498.54	89687.27	202779.94	226096.67	45
16	44254.96	49350.71	111514.54	89674.40	202631.33	225963.39	44
17	44[illegible]81.04	49386.89	111530.56	89661.52	202482.89	225830.29	43
18	44307.12	49423.08	111546.59	89648.64	202334.62	225697.36	42
19	44333.20	49459.28	111562.63	89635.75	202186.53	225564.61	41
20	44359.27	49495.49	111578.69	89622.85	202038.62	225432.04	40
21	44385.34	49531.71	111594.76	89609.94	201890.88	225299.64	39
22	44411.40	49567.94	111610.84	89597.03	201743.31	225167.41	38
23	44437.46	49604.18	111626.94	89584.11	201595.92	225035.36	37
24	44463.52	49640.43	111643.06	89471.18	201448.69	224903.48	36
25	44489.57	49676.69	111656.16	89558.24	201301.64	224771.78	35
26	44515.62	49712.97	111675.33	89545.29	201154.77	224640.24	34
27	44541.67	49749.25	111691.49	89332.34	201008.06	224508.89	33
28	44567.71	49785.54	111707.66	89519.38	200861.53	224377.70	32
29	44593.75	49821.85	111723.84	89506.41	200715.16	224246.69	31
30	44619.78	49858.16	111740.04	89493.43	200568.97	224115.84	30
31	44645.81	49894.49	111756.25	89480.45	200422.95	223985.17	29
32	44671.84	49930.82	111772.48	89467.46	200277.10	223854.67	28
33	44697.86	49967.17	111788.72	89454.46	200131.42	223724.35	27
34	44723.88	50003.52	111804.98	89441.45	199985.90	223594.19	26
35	44749.90	50039.89	111821.25	89428.44	199840.56	223464.20	25
36	44775.91	50076.27	111837.53	89415.42	199695.39	223334.38	24
37	44801.92	50112.66	111853.83	89402.39	199550.38	223204.74	23
38	44827.92	50149.06	111870.14	89389.36	199405.54	223075.26	22
39	44853.92	50185.47	111886.47	89376.32	199260.87	222945.95	21
40	44879.92	50221.89	111902.81	89363.27	199116.37	222816.81	20
41	44905.91	50258.32	111919.16	89350.21	198972.04	222687.83	19
42	44931.90	50294.76	111935.53	89337.14	198827.87	222559.03	18
43	44957.89	50331.21	111951.91	89324.06	198683.87	222430.39	17
44	44983.87	50367.67	111968.31	89310.98	198540.03	222301.92	16
45	45009.85	50404.15	111984.72	89297.89	198396.36	222173.62	15
46	45035.82	50440.63	112001.15	89284.79	198252.86	222045.48	14
47	45061.79	50477.13	112017.59	89271.69	198109.52	221917.51	13
48	45087.76	50513.63	112034.05	89258.58	197966.35	221789.71	12
49	45113.72	50550.15	112050.52	89245.46	197823.34	221662.07	11
50	45139 68	50586.68	112067.00	89232.33	197680.50	221534.60	10
51	45165.63	50623.22	112083.50	89219 20	197537.82	221407.30	9
52	45191.58	50659.77	112100.01	89206.06	197395.31	221280.16	8
53	45217.53	50696.33	112116.53	89192.91	197252.96	221153.18	7
54	45243.47	50732.90	112133.70	89179.75	197110.77	221026.37	6
55	45269.41	50769.48	112149.63	89166.59	196968.74	220899.72	5
56	45295.35	50806.07	112166.20	89153.42	196826.88	220773.23	4
57	45321.28	50842.67	112182.78	89140.24	196685.18	220646.91	3
58	45347.22	50879.28	112199.38	89127.05	196543.64	220520.75	2
59	45373.13	50915.91	112216.00	89113.85	196402.27	220394.76	2
60	45399.05	50952.54	112232.62	89100.65	196261.05	220268.93	0
							63

27	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	45399.05	50952.54	112232.62	89100.65	196261.05	220268.9	60
1	45424.97	50989.19	112249.26	89087.44	196120.00	220143.26	59
2	45450.88	51025.85	112265.92	89074.22	195979.10	220017.75	58
3	45476.79	51062.52	112282.59	89061.00	195838.37	219892.40	57
4	45502.69	51099.19	112299.28	89047.77	195697.80	219767.21	56
5	45528.59	51155.88	112315.98	89034.53	195557.39	219642.19	55
6	45554.49	51172.59	112332.69	89021.28	195417.13	219517.33	54
7	45580.38	51209.30	112349.42	89908.02	195277.04	219392.62	53
8	45606.27	51246.02	112366.16	88994.76	195137.11	219268.08	52
9	45632.16	51282.75	112382.92	889-1.49	194997.33	219143.70	51
10	45658.04	51319.50	112399.69	88968.21	194857.71	219019.47	50
11	45683.92	51356.25	112416.48	88954.93	194718.26	218895.41	49
12	45709.79	51393.02	112433.28	88941.64	194578.96	218772.50	48
13	45735.66	51429.80	112450.10	88928.54	194739.81	218647.75	47
14	45761.53	51466.58	112466.93	88915.03	194300.83	218524.17	46
15	45787.39	51503.38	112483.77	88901.71	194162.00	218400.74	45
16	45813.25	51540.19	112500.63	88888.39	194023.33	218277.46	44
17	45839.10	51577.02	112517.50	88875.06	195884.81	218154.35	43
18	45864.95	51613.85	112534.39	88861.72	193746.45	218031.39	42
19	45890.80	51650.69	112551.29	88848.37	193608.25	217908.59	41
20	45916.64	51687.55	112568.21	88835.02	193470.20	217785.94	40
21	45942.48	51724.41	112585.14	88821.66	193332.31	217663.46	39
22	45968.32	51761.29	112602.09	88808.29	193194.57	217541.12	38
23	45994.15	51798.18	112619.05	88794.92	193056.98	217418.95	37
24	46019.98	51835.08	112636.03	88781.54	192919.56	217296.93	36
25	46045.80	518/1.99	112653.02	88768.15	192782.28	217175.06	35
26	46071.62	51908.91	112670.03	88754.75	192645.16	217053.35	34
27	46097.44	51945.84	112687.05	88741.34	192,08.19	216931.80	33
28	46123.25	51982.78	112704.08	88727.93	192,71.38	216810.40	32
29	46149.06	52019.74	112721.13	80714.51	192234.72	216689.15	31
30	46174.86	52056.70	112738.19	88701.08	192098.21	216568.06	30
31	46200.66	52095.68	112755.27	88687.64	191961.86	216447.12	29
32	46226.46	52130.67	112772.37	88674.20	191825.65	2165326.33	28
33	46252.25	52167.67	112789.48	88660.75	191689.60	216205.70	27
34	46278.04	52204.68	112806.60	88647.29	191553.70	216085.22	26
35	46303.81	52241.70	112823.74	88633.83	191417.95	215564.89	25
36	46329.60	52278.74	112840.89	88620.36	191282.36	215844.71	24
37	46355.38	52315.78	112858.06	88606.88	191146.91	215724.69	25
38	46381.15	52352.84	112875.24	88593.39	191011.62	215604.82	22
39	46406.92	52389.90	112892.44	88579.89	190876.47	215485.10	21
40	46432.69	52426.98	112909.65	88566.39	190741.47	215365.53	20
41	46458.45	52464.07	112926.88	88552.88	190606.63	215246.11	19
42	46484.21	52501.17	112944.12	88539.36	190471.93	215126.84	18
43	46509.96	52538.29	112961.37	88525.83	190337.38	215007.72	17
44	46535.71	52575.41	112978.64	88512.30	190202.99	214888.75	16
45	46561.45	52612.54	112995.93	88498.76	190068.74	214769.93	15
46	46587.19	52649.69	113013.23	88485.21	189934.64	214651.27	14
47	46612.93	52686.85	113030.55	88471.66	189800.68	214532.75	13
48	46638.66	52724.02	113047.88	88458.10	189666.88	214414.37	12
49	46664.39	52761.20	113065.22	88444.53	189533.22	214296.15	11
50	46690.12	52798.39	113082.58	88430.95	189399.71	214178.08	10
51	46715.84	52835.59	113099.96	88417.36	189266.34	214060.15	9
52	46741.56	52872.81	113117.35	88403.77	189133.13	213942.58	8
53	46767.27	52910.04	113134.75	88390.17	189000.06	213824.75	7
54	46792.98	52947.27	113152.17	88376.56	188867.13	213707.26	6
55	46818.69	52984.52	113169.61	88362.94	188754.36	213589.93	5
56	46844.59	53021.78	113187.06	88349.32	188601.72	213472.74	4
57	46870.09	53059.06	113204.52	88335.69	188469.24	213355.70	3
58	46495.78	53096.34	113222.00	88322.05	188336.90	213238.80	2
59	46921.47	53133.64	113239.50	88308.41	188204.70	213122.05	1
60	46947.16	53170.94	113157.01	88294.76	188072.65	213005.45	0
							62

8	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	46947.16	53170.94	113257.01	88294.76	188072.65	213005.45	60
1	46972.84	53208.26	113274.53	88281.10	187940.74	212888.99	59
2	46998.52	53245.59	113292.07	88267.43	187808.98	212772.67	58
3	47024.19	53282.93	113309.62	88253.75	187677.36	212656.51	57
4	47049.86	53320.29	113327.19	88240.07	187545.88	212540.48	56
5	47075.53	53357.65	113344.78	88226.38	187414.55	212424.60	55
6	47101.19	53395.03	113362.38	88212.68	187283.36	212308.87	54
7	47126.85	53432.42	113379.99	88198.98	187152.31	212193.28	53
8	47132.50	53469.82	113397.62	88185.27	187021.41	212977.83	52
9	47178.15	53507.23	113415.27	88171.55	186890.64	211962.53	51
10	47203.80	53544.65	113432.93	88157.82	186760.03	211847.37	50
11	47229.44	53582.08	113450.60	88144.09	186629.55	211732.35	49
12	7255.08	53619.53	113468.29	88130.35	186499.21	211617.48	48
13	47280.71	53656.99	113486.00	88116.60	186369.02	211502.74	47
14	47306.34	53694.46	113503.72	88102.84	186238.96	211388.15	46
15	47331.97	53731.94	113521.46	88089.07	186109.05	211273.71	45
16	47357.59	53769.43	113539.21	88075.30	185979.28	211159.40	44
17	47383.21	53806.94	113556.98	88061.52	185849.65	211045.23	43
18	47408.82	53844.45	113574.76	88047.73	185720.15	210931.21	42
19	47434.43	53881.98	113592.55	88033.94	185590.80	210817.33	41
20	47460.04	53919.52	113610.36	88020.14	185461.59	210703.59	40
21	47485.64	53957.07	113628.19	88006.33	185332.52	210589.98	39
22	47511.24	53994.64	113646.03	87992.51	185203.58	210476.52	38
23	47536.83	54032.21	113663.89	87978.69	185074.79	210363.20	37
24	47562.42	54069.80	113681.76	87964.86	184946.13	210250.02	36
25	47588.01	54107.40	113699.65	47951.02	184817.61	210136.98	35
26	47613.59	54145.01	113717.55	87937.17	184689.23	210024.08	34
27	47639.17	54182.63	113735.47	87923.32	184560.99	209911.31	33
28	47664.74	54220.27	113753.40	87909.46	184432.89	209798.69	32
29	47690.31	54257.91	113771.35	87895.59	184304.92	209686.20	31
30	47715.88	54295.57	113789.32	87881.71	184177.09	209573.85	30
31	47741.44	54333.24	113807.30	87867.83	184049.39	209461 64	29
32	47767.00	54370.92	113825.29	87853.94	183921.84	209349.57	28
33	47792.55	54408.62	113843.30	87840.04	183794.42	209237.64	27
34	47818.10	54446.32	113861.33	87826.13	183667.13	209125.84	26
35	47843.64	54484.04	113879.37	87812.22	183539.99	209014.18	25
36	47809.18	54521.77	113897.43	87798.30	183412.97	208902.65	24
37	47894.72	54559.51	113915.50	87784.37	183286.10	208791.27	23
38	47920.26	54597.26	113933.59	87770.43	183159.36	208680.02	22
39	47945.79	54635.03	113951.69	87756.49	183032.75	208568.90	21
40	47971.31	54672.81	113969.81	87742.54	182906.28	208457.92	20
41	47996.83	54710.60	113987.94	87728.58	182779.94	208347.07	19
42	48022.35	54748.40	114006.09	87714.61	182653.74	208236.37	18
43	48047.86	54786.21	114024.25	87700.64	182527.67	208125.80	17
44	48073.37	54824.04	114042.43	87686.66	182401.73	208015.36	16
45	48098.88	54861.88	114060.62	87672.67	182275.93	207905.06	15
46	48124.38	54899.73	114078.83	87658.68	182150.26	207794.89	14
47	48149.88	54937.59	114097.06	87644.68	182024.73	207684.86	13
48	48175.37	54975.46	114115.30	87630.67	181899.32	207574.96	12
49	48200.86	55013.35	114133.56	87616.65	181774.05	207465.19	11
50	48226.34	55051.25	114151.83	87602.62	181648.92	207355.56	10
51	48251.82	55089.16	114170.12	87588.59	181523.91	207246.06	9
52	48277.30	55127.08	114188.42	87574.55	181399.04	207136.70	8
53	48302.77	55165.02	114206.74	87560.50	181274.30	207027.46	7
54	48328.24	55202.97	114225.07	87546.45	181149.69	206918.36	6
55	48353.70	55240.93	114243.42	87532.39	181025.21	206809.40	5
56	48379.16	55278.90	114261.79	87518.32	180900.86	206700.56	4
57	48404.62	55316.80	114280.17	87504.24	180776.64	206591.89	3
58	48430.07	55354.88	114298.57	87490.16	180652.56	206483.28	2
59	48455.52	55392.88	114316.98	87476.07	180528.60	206374.84	1
60	48480.96	55430.90	114335.41	87461.97	180404.78	206266.53	0
							61

29	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	48480.96	55430.90	114335.41	97461.97	180404.78	206266.53	60
1	48506.40	55468.94	114353.85	87447.86	180281.08	206158.36	59
2	48531.84	55506.98	114372.31	87433.73	180157.51	206050.31	58
3	48557.27	55545.04	114390.78	87419.63	180034.08	205942.39	57
4	48582.70	55583.11	114409.27	87405.50	179910.77	205834.60	56
5	48608.12	55621.19	114427.78	87391.36	179787.59	205726.95	55
6	48633.54	55659.29	114446.30	87377.22	179664.54	205619.42	54
7	48658.95	55697.39	114464.84	87363.07	179541.62	205512.03	53
8	48684.36	55733.51	114483.39	87348.91	179418.83	205404.76	52
9	48709.77	55773.64	114501.96	87334.75	179296.16	205297.62	51
10	48735.17	55811.79	114520.55	87320.58	179173.62	205190.61	50
11	48760.57	55849.94	114339.15	87306.40	179051.21	205083.73	49
12	48785.97	55888.11	114557.76	87392.21	178928.93	204976.98	48
13	48811.36	55926.29	114576.39	87278.01	178806.78	204870.36	47
14	48836.74	55964.48	114595.04	87263.81	178684.75	204769.86	46
15	48862.12	56002.69	114613.70	87249.69	178562.85	204657.50	45
16	48887.50	56040.91	114632.38	87235.38	178441.07	204551.26	44
17	48912.87	56079.14	114651.08	87221.16	178319.43	204445.15	43
18	48938.24	56117.38	114669.79	87206.93	178197.90	204339.16	42
19	48964.61	56155.64	114688.52	87192.69	178076.51	204233.30	41
20	49888.97	56193.91	114707.26	87178.44	177955.24	204127.57	40
21	49014.33	56232.19	114726.02	87164.19	177834.90	204021.97	39
22	49039.68	56270.48	114744.79	87149.93	177713.07	203916.49	38
23	49065.03	56308.79	114763.58	87133.66	177592.18	203811.14	37
24	49090.37	56347.10	114782.39	87121.38	177471.14	203705.92	36
25	49115.71	56385.43	114801.21	87107.10	177350.76	203600.82	35
26	49141.04	56423.78	114820.05	87092.81	177190.24	203495.85	34
27	49166.38	56462.13	114838.90	87077.51	177093.85	203391.00	33
28	49191.71	56500.50	114857.77	87064.20	176989.58	203286.27	32
29	49217.04	56538.88	114876.65	87049.89	176869.43	203181.68	31
30	49242.36	56577.28	114895.55	87035.57	176749.40	203077.20	30
31	49267.07	56615.68	114914.47	87021.24	176629.50	202972.86	29
32	49292.98	56654.10	114933.40	87006.90	176309.72	202868.63	28
33	49318.29	56692.53	114952.35	86992.56	176390.07	202764.53	27
34	49343.59	56730.98	114971.32	86978.21	176270.53	202660.56	26
35	49368.89	56769.44	114990.30	86963.85	176151.11	202556.70	25
36	4933[illegible].19	56807.91	115009.30	86949.49	176031.83	202452.97	24
37	49419.48	56846.39	115028.31	86935.12	175912.67	202349.57	23
38	49444.77	56884.88	115047.34	86920.74	175793.62	202145.89	22
39	49470.05	56923.39	113066.38	86906.33	175674.70	202142.53	21
40	49495.33	56961.91	115085.44	86891.96	173555.90	202039.29	20
41	49320.60	57000.45	115104.52	86877.56	175437.22	101936.17	19
42	49345.87	57038.99	115123.61	86863.15	175318.66	20183[illegible].18	18
43	49571.13	57077.55	115142.72	86848.78	175200.23	201730.31	17
44	49596.39	57116.12	115161.85	86834.31	175081.91	201627.56	16
45	49621.63	57134.71	115180.99	86819.88	274963.71	201524.94	15
46	49646.90	57193.31	115200.15	86805.44	174843.64	201322.43	14
47	49672.13	57231.92	115219.32	86791.00	174727.68	201320.05	13
48	49697.40	57270.54	115238.31	86776.55	174609.84	201217.79	12
49	49722.64	57309.18	115157.72	86762.09	174491.13	201113.64	11
50	49747.87	57347.83	115276.94	86747.62	174374.33	201013.62	10
51	49773.10	57386.49	115296.18	86733.14	174257.05	200912.72	9
52	49798.33	57425.16	115315.43	86718.66	174139.69	100809.94	8
53	49823.35	57463.83	115334.70	86704.17	174022.45	200708.28	7
54	49848.77	57502.55	115353.99	86689.67	173903.33	200606.74	6
55	49873.99	57541.26	113373.29	86675.17	173788.33	200505.32	5
56	49899.10	57579.99	115392.61	86660.66	1736[illegible].44	200404.02	4
57	4[illegible]924.41	57618.73	113411.95	86646.14	173554.68	200302.83	3
58	49949.61	57657.48	115431.30	86631.61	173438.03	200201.77	2
59	49974.81	57699.25	115450.67	86617.08	173321.49	200100.83	1
60	50000.00	57737.03	115470.03	86602.34	173205.08	200000.00	0
							60

31	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	51503.81	60086.06	116663.34	85716.73	166427.95	194160.40	60
1	51528.74	60125.66	116683.74	85701.74	166318.34	194066.46	59
2	51553.67	60165.27	116704.16	85686.75	166208.84	193972.62	58
3	51578.59	60204.90	116724.59	85671.73	166099.45	193878.89	57
4	51603.51	60244.54	116745.04	85656.74	165990.16	193785.27	56
5	51628.42	60284.19	116765.51	85641.73	165880.97	193691.76	55
6	51653.33	60323.86	116785.99	85626.71	163771.89	193598.35	54
7	51678.24	60363.54	116806.49	83611.68	165662.92	193505.05	53
8	51703.14	60403.23	116827.01	85596.64	165554.05	193411.85	52
9	31728.04	60442.94	116847.55	85581.60	165445.29	193318.76	51
10	51752.93	60482.66	116868.10	85566.55	165336.63	193225.78	50
11	51777.82	60522.40	116888.67	85551.49	165228.08	193132.90	49
12	51802.70	60562.15	116909.26	85536.42	165119.63	193040.13	48
13	31827.58	60601.92	116929.86	85521.35	165011.2[illegible]	192947.46	47
14	51852.46	60641.70	116950.48	85306.27	164903.04	192854.90	46
15	51877.33	60681.49	116971.12	85491.18	164794.90	192762.44	45
16	51902.19	60721.30	116991.78	85476.09	164686.86	192670.09	44
17	51927.05	60761.12	117012.45	85460.99	1645[illegible]8.93	192577.84	43
18	51951.91	60800.95	117033.14	85445.88	164471.11	192485.70	42
19	51976.76	60840.80	117053.85	85430.76	164363.38	192393.[illegible]6	41
20	52001.61	60880.67	117074.57	85415.64	164255.76	192301 73	40
21	52026.46	60920.54	117095.31	85400.51	164148.24	192209.90	39
22	32051.30	60960.43	117116.67	85385.37	164040.82	192118.17	38
23	52076.13	61000.34	117136.85	85370.23	163933.51	192026.55	37
24	52100.96	61040.26	117157.64	85355.08	163826.30	191935.03	36
25	52125.79	61080.19	117178.45	85339.92	163719.19	191843.62	35
26	52150.61	91120.14	117199.28	85324.73	163612.18	191752.30	34
27	52175.43	61160.11	117220.13	85309.58	163505.28	191661.00	33
28	52200.24	61200.08	117240.99	85294.40	163398.47	191569.99	32
29	52223.05	61240.07	117261.87	85279.21	163291.77	191478.99	31
30	52249.86	61280.08	117282.77	85264.02	163185.17	191388.09	30
31	52274.66	61320.10	117303.69	85248.81	163078.67	191297.29	29
32	52299.45	61360.13	117324.62	85233.60	162972.27	191206.59	28
33	52324.24	61400.18	117345.57	85218.38	162865.97	191116.06	27
34	52349.03	61440.24	117366.54	85203.16	162759.77	191023.51	26
35	52373.81	61480.32	117387.52	85187.93	162653.68	190935.12	25
36	52398.59	61520.41	117408.52	85172.69	162547.68	190844.83	24
37	52423.36	61560.52	117429.54	85157.44	162441.78	190754.64	23
38	52448.13	61600.64	117450.58	85142.19	162335.99	190664.56	22
39	52472.90	61640.77	117471.64	85126.93	162230.29	190574.57	21
40	32497.66	61680.92	117492.71	85111.66	162124.69	190484.69	20
41	52322.41	61721.08	117513.80	85096.39	162190.20	190354.91	19
42	52547.16	61761.26	117534.91	85081.11	161913.80	190305.22	18
43	52571.93	61801.45	117556.03	85065.82	161808.50	190215.64	17
44	52596.65	61841.66	117577.17	85050.52	161703.30	190126.16	16
45	52621.39	61881.88	117598.33	85035.22	161598.20	190036.78	15
46	52646.12	61922.11	117619.51	85019.91	161493.20	189947.50	14
47	52670.85	61962.36	117640.70	85004.59	161387.29	189838.32	13
48	52695.58	62002.63	117661.91	84989.27	161283.49	189769.24	12
49	52720.30	62042.91	117683.14	84973.94	161178.87	189680.26	11
50	52745.02	62083.20	117704.39	84958.60	161074.17	189591.38	10
51	52769.73	62123.51	117723.66	84943.25	160969.66	189502.59	9
32	52794.44	62163.83	117746.94	84927.90	160865.25	189413.91	8
53	52819.14	62204.17	117768.24	84912.54	160760.94	189325.32	7
54	52843.[illegible]4	62244.52	117789.56	84897.17	16065[illegible]	189236.84	6
55	52868.53	62284.58	117810.90	84881.79	160552.60	189148.45	5
56	52893.22	62325.26	117832.15	84866.41	160448.58	189060.19	4
57	52917.90	62365.66	117853.62	84851.02	160344.65	188971.97	3
58	52942.58	62406.07	117875.01	84835.62	160240.82	188883.88	2
39	32967.26	62446.50	117896.42	84820.22	160137.09	188795.89	1
60	51991.93	62486.94	117917.84	84804.81	160033.45	188707.99	0

N 58

32	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	52991.93	62486.94	117917.84	84804.81	160033.45	188707.99	60
1	53016.59	62527.59	117959.28	84789.39	159929.91	188620.19	59
2	53041.25	62507.86	117960.74	84773.96	159826.47	88551.49	58
3	53065.91	62608.34	117981.22	84758.53	159725.12	188444.89	57
4	53090.36	62648.84	118003.72	84743.09	159619.87	188357.38	56
5	53115.21	62689.55	118025.23	84727.64	159516.[illegible]2	188269.97	55
6	53139.86	62729.88	118046.76	84712.19	139413.66	188182.66	54
7	53164.50	62770.41	118068.31	84696.73	159510.70	188095.45	53
8	53189.15	62810.98	118089.88	84681.26	159207.83	188008.33	52
9	53215.76	62851.56	118111.47	84665.78	159105.05	187921.31	31
10	53238.39	62892.15	118133.07	84650.30	159002.38	187834.38	50
11	53263.01	62932.75	118154.69	84634.81	158899.79	187747.55	49
12	53287.65	62973.36	118176.33	84619.31	158797.30	187660.[illegible]2	48
13	53312.24	63013.99	118197.99	84603.81	158694.91	187574.18	47
14	53336.85	63054.64	118219 66	84588.30	158592.61	187487.64	46
15	53361.45	65095.30	118241.35	84572.78	158490.41	187401.20	45
16	53386.05	63155.98	118263.06	84557.25	158388.30	187514.85	44
17	53410.64	63176.67	118284.79	84541.72	158186.28	187228.59	45
18	55435.23	63217.58	118506.54	84326.18	158184.36	187142.43	42
19	53459.82	65258.10	118328.30	84510.63	158082.53	187056.37	41
20	53484.40	65298.83	118350 08	84495.08	157980.79	186970.40	40
21	53508.98	63339.58	118371.88	84479.32	157879.15	186884.53	59
22	53533.55	63580.33	118393.70	84463.93	157777.60	186798.75	38
23	53558.12	63421.13	118415.54	84448.37	157676.13	186713.06	37
24	55582.68	63461.93	118437.40	84452.79	157574.79	186627.47	36
25	53607.24	63502.74	118459.27	84417.20	157473.52	186541.97	35
26	53631.79	63543.57	118481.16	84401.60	157372.34	186456.57	34
27	53656.34	63584 41	118503.07	84386.00	137271.26	186371.26	33
28	33680.88	63625.27	118525.00	84370.39	157170.26	186286.05	32
29	53705.42	63666.14	118546.94	84354.77	157069.36	186200.93	31
30	53729.96	65707.05	118568.91	84359.14	156968.56	186115.90	30
31	53754.49	65747.93	118590.89	84323.51	156867.84	186030.96	29
32	53779.02	65788.85	118612.89	84307.87	156767.22	185946.12	28
33	53803.54	63829.78	118634.91	84292.22	136666.69	185861.38	27
34	53828.06	63870.73	118656.95	84276.37	156566 25	185776.72	26
35	53852.57	63911.6[illegible]	118679 00	84260.91	156465.90	185692.26	25
36	53877.08	65952.67	118701.07	84245.24	156365.64	185607.69	24
37	35901.58	63995.66	118723.16	84229.56	156265.48	185523.31	23
38	53926.08	64054.67	118745.27	84213.88	156165.40	185459.03	22
39	53950.38	64075.69	118767.40	84198.19	156065.42	185354.83	21
40	53975.07	64116.75	118789.55	84182.49	155963.52	185270.73	20
41	53999.55	64157.79	118811.71	84166.79	253865.72	185186.72	19
42	54024.01	64198.86	118833.89	84131.08	155766.01	185102.81	18
43	54048.51	64259.95	118856.09	84135.36	155666.39	185018.98	17
44	54072.98	64281.05	118878.31	84119.63	155566.85	184935.23	16
45	54097.45	64522.16	118900.55	84103.90	155467.41	184831.61	15
46	54121.91	64364.29	118922.81	84088.16	155368.06	184768.03	14
47	54146.57	64404.44	118945.08	84072.41	155268.80	184684.59	13
48	34170.82	64445.60	118967.37	84036.66	155169.63	184601.13	12
49	54195.27	64486.78	118989.68	84040.90	155070.34	184517.95	11
50	54219.71	64527.97	119012.01	84025.13	154971.35	184434.76	10
51	54244.15	64569.18	119034.36	84009.35	154872.64	184351.66	9
52	54268.59	64610.41	119056.73	83993.57	154775.83	184268.66	8
53	54293.02	64651.65	119079.12	83977.78	154675.10	184185.74	7
54	54317.44	64692.90	119101.52	83961.98	154576.46	184102.92	6
55	54341.86	64734.17	119125.94	83946.18	.54477.92	184020.18	3
56	54366.28	64775.46	119146.38	83930.37	154379.46	183957.53	4
57	54390.69	64816.76	119168.84	83914.55	154281.08	183854.98	3
58	54415.10	64858.08	119191.32	83898.73	134182.80	183772.51	2
59	54459.50	64899.41	119213.82	83882.90	154084.60	183690.13	1
60	[illegible].90	64940.76	119236.33	85867.06	153986.50	185607.84	0
							57

33	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	54463.90	64940.76	119236.23	83867.06	153986.50	183607.84	60
1	34488.30	64982.12	119258.86	83851.21	153888.48	183525.64	59
2	54512.69	65023.50	119281.41	83835.36	153792.55	183443.53	38
3	54337.07	65064.92	119303.98	83819.50	153691.70	183361.11	57
4	54361.43	65106.31	119526.57	83803.63	153394.94	183279.52	56
5	54585.83	65147.74	119349.18	83787.75	153497.27	183197.74	55
6	54610.20	63189.18	189371.81	83771.87	153399.69	183115.95	54
7	54634.56	65230.64	119394.46	83755.98	153302.20	183034.32	53
8	54658.92	65272.11	119417.12	83740.08	153204.79	182952.74	52
9	54683.28	65315.60	119439.80	83724.18	135107.47	182871.25	51
10	54737.63	65335.11	119462.50	83708.27	153010.23	182789.85	50
11	54751.98	65396.63	119485.22	83692.35	152913.08	182708.54	49
12	54756.32	65438.17	119307.96	83676.43	152816.02	182627.31	48
13	54780.66	65479.72	119530.72	83660.50	152719.04	182546.17	47
14	54804.99	65521.29	119533.50	83644.56	152622.13	182465.12	46
13	54829.32	65562.87	119576.30	83628.61	152525.35	182384.16	45
16	54853.63	65624.47	119599.11	83612.66	152428.63	182303.28	44
17	54377.97	65646.09	119621.94	83596.70	152332.00	182222.49	43
18	54902.28	65687.72	119644.79	83580.73	152235.45	182141.79	42
19	34926.59	65729.37	119667.66	83364.76	152158.99	182061.18	41
20	54950.90	65771.03	119690.55	83548.78	152042.61	181980.65	40
21	54975.20	65812.71	119713.46	83332.79	151946.32	181900.21	39
22	54999.50	65854.41	119736.39	83516.80	151830.12	181819.85	38
23	55023.79	65896.12	119759.34	83500.80	151754.00	181739.58	37
24	55048.08	65937.83	119782.31	83484.79	131657.96	181639.40	36
25	55072.36	65979.59	119805.29	83468.77	151562.01	181579.30	35
26	35076.64	66021.35	119828.29	83452.75	151466.14	181499.29	34
27	55120.91	66063.13	119851.33	83436.72	131370.36	181419.37	33
28	55145.18	66104.92	119874.35	83420.68	151274.66	181339.53	32
29	55169.44	66146.75	119897.41	83404.65	131179.03	181259.77	31
30	35193.70	66188.36	119920.49	83388.38	151083.32	181180.10	30
31	55217.95	66230.40	119943.59	83372.52	150988.07	181100.52	29
32	55242.20	66272.26	119966.71	83356.45	130892.71	181021.02	28
33	35266.45	66314.13	119989.85	83340.38	150797.43	180941.61	27
34	53290.69	66356.02	120013.01	83324.30	150702.24	180862.28	26
35	53314.92	66397.92	120036.19	83308.21	150607.12	180783.04	25
36	55339.15	66439.84	120059.38	83292.12	150512.10	180703.88	24
37	33363.38	66481.78	120082.59	83276.02	130417.16	180624.81	23
38	55387.60	66523.73	120105.82	83259.91	150321.10	180545.82	22
39	55411.82	66565.70	120129.07	83243.80	150127.52	180466.91	21
40	55436.03	66607.69	120152.34	83227.58	150132.82	180588.09	20
41	55460.24	66649.69	120173.65	83211.55	150038.20	180309.35	19
42	53484.44	66691.71	120198.94	83193.41	149943.67	180230.70	18
43	35503.64	66733.75	120222.27	83179.27	149849.22	180152.13	17
44	55532.83	66775.80	120243.61	83163.12	149754.86	180073.65	16
45	55357.02	66817.87	120268.92	83146.96	149660.58	179995.25	15
46	55581.21	66859.95	120292.37	83130.79	149366.38	179916.93	14
47	55605.39	66902.03	120315.77	83114.62	149472.26	279838.69	13
48	55629.56	66944.17	120339.1	83098.44	149378.22	179760.34	12
49	53633.73	66986.30	120362.64	83082.26	149284.26	179682.47	11
50	55677.90	67028.43	120386.10	83066.07	149190.38	179604.48	10
51	55702.06	67070.65	120409.38	83049.87	149096.59	179526.58	9
52	55726.21	67112.82	120435.08	83033.66	149002.88	179448.76	8
53	55750.36	67153.00	120436.60	83017.45	148909.25	179371.02	7
54	53774.31	67197.21	120480.14	83001.23	148813.70	179293.37	6
53	55798.65	67239.44	120303.70	82985.00	148721.23	179213.80	5
56	55722.79	67281.69	120527.28	82968.76	148628.84	179138.31	4
57	55846.92	67323.96	120350.88	82952.52	148535.53	179060.90	3
58	35871.05	67366.24	120574.50	82936.27	148442.30	178983.38	2
59	55895.17	67408.34	120598.14	82920.02	148349.16	178906.33	1
60	55919.29	67450.85	120621.80	82903.76	148236.10	178829.16	0

34	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	55919.29	67450.85	120621.80	82903.76	148256.10	178829.16	60
1	55943.40	67493.18	120645.48	82887.49	148163.11	178752.08	59
2	55967.51	67535.53	120669.18	82871.21	148070.21	178675.08	58
3	55991.61	67577.90	120692.89	82854.93	147977.38	178598.17	57
4	56015.71	67620.28	120716.62	82838.64	147884.63	178521.33	56
5	56039.81	67662.68	120740.37	82822.34	147791.97	178444.57	55
6	56063.90	67705.09	120764.14	82806.03	147699.38	178367.90	54
7	56087.98	67747.52	120787.93	82789.72	147606.88	178291.31	53
8	56112.06	67789.97	120811.75	82773.40	147514.45	178214.79	52
9	56136.14	67832.44	120835.59	82757.07	147422.10	178138.36	51
10	56160.21	67874.92	120859.44	82740.74	147329.83	178062.01	50
11	56184.28	67917.42	120883.31	82724.40	147237.64	177985.74	49
12	56208.34	67659.93	120907.20	82708.05	147145.53	177909.55	48
13	56232.39	68002.46	120931.12	82691.70	147053.50	177833.43	47
14	56256.44	68045.01	120955.05	82675.34	146961.55	177757.40	46
15	56280.49	68087.58	120979.00	82658.97	146869.67	177681.45	45
16	56304.53	68130.16	121002.97	82642.60	146777.87	177605.58	44
17	56328.57	68172.76	121026.96	82626.22	146686.16	177529.79	43
18	56352.60	68215.38	121050.97	82609.83	146594.52	177454.08	42
19	56376.63	68258.01	121075.00	82593.43	146502.96	177378.45	41
20	56400.65	68300.66	121099.05	82577.03	146411.47	177302.90	40
21	56424.67	68343.33	121123.12	82560.62	146320.07	177227.43	39
22	56448.69	68386.10	121147.21	82544.20	146228.74	177152.04	38
23	56472.70	68428.71	121171.32	82527.78	146137.49	177076.73	37
24	56496.70	68471.43	121195.45	82511.35	146046.32	177001.49	36
25	56520.70	68514.17	121219.60	82494.91	145955.22	176926.33	35
26	56544.69	68556.92	121243.77	82478.47	145864.20	176851.25	34
27	56568.68	68599.69	121267.96	82462.02	145773.26	176776.25	33
28	56592.67	6 642.47	121292.17	82445.56	145682.40	176701.33	32
29	56616.65	68685.27	121316.40	82429.09	145591.61	276626.49	31
30	56640.62	68728.10	121340.64	82412.62	145500.90	176551.73	30
31	56664.59	68770.94	121364.91	82396.14	145410.27	176477.04	29
32	56688.56	68813.79	121389.20	82379.65	145319.71	176401.43	28
33	56712.52	68856.66	121413.51	82363.16	145229.23	176327.91	27
34	56736.48	68899.55	121437.83	82340.66	145138.83	176253.45	26
35	56760.43	68942.46	121462.18	82330.15	145048.50	176179.08	25
36	56784.37	68985.38	121486.55	82313.64	144958.25	176104.78	24
37	56808.31	69028.32	125510.94	82297.12	144868.08	176030.56	23
38	56832.25	69071.28	121535.35	82280.59	144777.98	175956.42	22
39	56856.18	69114.25	121559.78	82264.05	144687.96	175882.36	21
40	56880.11	69157.24	121584.23	82247.51	144598.01	175808.37	20
41	56904.03	69200.25	121608.70	82230.96	144508.14	175734.46	19
42	56927.95	69243.28	121633.19	82214.40	144418.34	175660.63	18
43	56951.86	69286.33	121657.70	82197.84	144328.62	175586.87	17
44	56975.77	69329.39	121682.23	82181.27	144238.97	175513.19	16
45	56999.68	69372.47	121706.78	82164.69	144149.40	175439.59	15
46	57023.58	69415.57	121731.35	82148.11	144059.91	175366.07	14
47	57047.47	69458.68	121755.94	82131.52	143970.49	175292.62	13
48	57071.36	69501.81	121780.55	82114.92	143881.14	175219.24	12
49	57094.24	69544.96	121805.18	82098.31	143791.87	175144.94	11
50	57119.12	69588.13	121829.83	82081.70	143702.68	175072.73	10
51	57142.99	69631.31	121854.50	82065.08	143613.56	174999.58	9
52	57166.86	69674.51	121879.19	82048.46	143524.51	174926.51	8
53	57190.73	69717.73	121903.90	82031.83	143435.54	174853.52	7
54	57214.59	69760.97	121928.64	82015.19	143346.64	174770.60	6
55	57238.44	69804.22	121953.39	81998.54	143257.81	174707.76	5
56	57262.29	69847.49	121978.16	81981.89	143169.06	174634.99	4
57	57286.14	69890.78	122002.96	81965.23	143080.39	174562.30	3
58	57309.98	69934.09	122027.77	81948.56	142991.78	174489.69	2
59	57333.81	69977.41	122052.60	81931.89	142903.26	174417.15	1
90	57357.64	70020.75	122077.48	81915.21	142814.80	174344.68	0
							55

35	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	57357.64	70020.75	122077.46	81915.21	142814.80	174344.68	60
1	57381.47	70064.11	122102.33	81898.52	142726.42	174272.29	59
2	57405.29	70107.49	122127.23	81881.82	142638.11	174199.97	58
3	57429.11	70150.89	122151.15	81865.12	142549.87	174127.73	57
4	57452.92	70194.30	122177.08	81848.14	142461.71	174055.56	56
5	57476.72	70237.73	122202.04	81831.69	142373.62	173983.47	55
6	57500.52	70281.18	122127.02	81814.97	142285.61	173911.45	54
7	57524.32	70324.65	122252.02	81798.24	142197.66	173839.51	53
8	57548.11	70368.13	122277.03	81781.50	142109.[illegible]9	173767.44	52
9	57571.90	70411.63	122302.07	81764.76	142022.00	173695.85	51
10	57595.68	70455.15	122327.13	81748.01	141934.27	173624.13	50
11	57619.46	70498.69	122352.21	81731.25	141846.62	173552.[illegible]7	49
12	57643.23	70542.24	122377.32	81714.49	141759.04	173480.90	48
13	57667.[illegible]	70585.81	122402.44	81697.72	141671.53	173409.41	47
14	57690.76	70629.40	122427.58	81680.94	141584.09	173337.98	46
15	57714.52	70673.01	122452.74	81664.15	141396.73	173266.63	45
16	57738.27	70716.64	122477.93	81647.36	141409.43	173195.35	44
17	57762.02	70760.29	122503.13	81630.56	141322.21	173124.14	43
18	57785.76	70803.95	122528.36	81613.76	141233.06	173053.01	42
19	57809.50	70847.63	122553.61	81596.95	141147.9[illegible]	172981.95	41
20	57833.23	70891.33	122578.87	81580.13	141060.98	172910.96	40
21	57856.96	70935.05	122604.16	81563.30	140974.05	172840.05	39
22	57880.68	70978.78	122629.47	81546.47	140887.18	172769.21	38
23	57904.40	71022.53	122654.80	81529.63	140800.39	172698.44	37
24	57928.12	71066.30	122680.15	81512.78	140713.67	172627.74	36
25	57951.83	71110.09	122705.52	81495.93	140627.02	172557.12	35
26	57975.53	71153.90	122730.91	81479.06	140540.44	172486.57	34
27	57999.23	71197.73	122756.33	81462.19	140453.93	172416.09	33
28	58022.92	71241.57	122781.76	81445.32	140367.49	172345.68	32
29	58046.61	71285.43	122807.21	81428.44	140281.13	172275.34	31
30	58070.30	71329.31	122832.69	81411.55	140194.83	172205.08	30
31	58093.98	71373.21	122858.19	81394.65	140108.60	172134.89	29
32	58117.65	71417.13	121883.71	81377.75	140022.45	1720[illegible]4.77	28
33	58141.32	71461.06	122909.25	81360.84	139936.36	171994.72	27
34	58164.98	71505.01	122934.81	81343.93	139850.34	171924.75	26
35	58188.64	71548.98	122960.39	81327.01	139764.40	171854.84	25
36	58212.30	71592.97	122985.99	81310.08	139678.52	171785.01	24
37	58235.95	71636.98	123011.61	81293.14	139592.72	171715.25	23
38	58259.59	71681.01	123037.25	81276.20	139506.9[illegible]	171645.56	22
39	58283.23	71725.05	123062.92	81259.25	139421.31	171575.94	21
40	58306.87	71769.11	123088.61	81242.29	139335.71	171506.39	20
41	58330.50	71813.19	123114.32	81225.32	139250.18	171436.91	19
42	58354.12	71857.29	123140.05	81208.35	139164.73	171367.50	18
43	58377.74	71901.41	123165.80	81191.37	139079.34	171298.17	17
44	58401.36	71945.55	123191.57	81174.39	138994.01	171228.90	16
45	58424.97	71989.70	123217.36	81157.40	136908.76	171159.70	15
46	58448.57	72033.87	123243.17	8114[illegible].40	138823.58	171090.58	14
47	58472.17	72078.06	123269.00	81123.39	138738.46	171021.52	13
48	58495.77	72122.27	123294.86	81106.38	138653.42	170952.54	12
49	58519.36	72166.50	123320.74	81089.36	138568.44	170883.62	11
50	58542.94	72210.75	123346.64	81072.33	138483.53	170814.78	10
51	58566.52	72255.02	123372.56	81055.30	138398.69	170746.00	9
52	58590.10	72299.31	123398.50	81038.26	138313.92	170677.30	8
53	58613.67	72343.61	123424.46	81021.21	138229.22	170608.66	7
54	58637.24	72387.93	12 450.44	81004.16	138144.58	170540.10	6
55	58660.80	72432.17	123476.45	80987.10	13[illegible]60.01	170471.60	5
56	58684.35	72476.6[illegible]	12,502.48	80970.03	137975.51	170403.18	4
57	[illegible]	72521.01	123528.52	80952.96	137891.08	170334.82	3
58	[illegible]	[illegible]2565.41	123554.59	80935.88	13780[illegible]6.72	170266.53	2
	[illegible]	72609.[illegible]	123580.68	80918.79	137722.42	170198.31	1
	[illegible]	7 654.26	123606.80	80901.70	137638.19	170130.16	0

	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Taogens	Secans	
0	58778.53	72654.16	123606.80	80901.70	137638.19	170130.16	60
1	58802.06	72698.71	123632.94	80884.60	137554.03	170062.08	59
2	58825.58	72743.18	123659.09	80867.49	137469.94	169994.07	58
3	58849.10	72787.67	123658.26	80850.37	137385.91	169926.12	57
4	58872.62	72832.18	123711.48	80833.25	137301.95	169858.25	56
5	58896.13	72876.71	123737.68	80816.12	137218.05	169790.44	55
6	58919.64	72921.26	12376[illegible]93	80798.99	137134.23	169722.71	54
7	58943.14	72965.82	123790.19	80781.85	137050.47	169655.04	53
8	58966.63	73010.40	123816.47	80764.70	136966.78	169587.43	52
9	58990.12	73055.01	123842.78	80747.54	136883.15	169519.90	51
10	59013.61	73099.63	123869.11	80730.38	136799.59	169452.44	50
11	59037.09	73144.27	123895.46	80713.21	136716.10	169385.04	49
12	59060.57	73188.94	125921.83	80696.03	136632.67	169317.71	48
13	59084.04	73233.62	183948.22	80678.85	136549.31	169250.45	47
14	59107.50	73278.31	123974.64	80661.66	136466.02	169183.26	46
15	59130.96	73323.03	124001.08	80644.46	136382.79	169116.13	45
16	59154.42	73367.77	124027.54	80627.26	136299.63	169049.07	44
17	59177.87	73412.53	124054.02	80610.05	136216.53	168982.08	43
18	59201.32	73457.30	124080.52	80592.83	136133.50	168915.16	42
19	59224.76	73502.10	124107.04	80575.60	136050.54	168848.30	41
20	59248.19	73546.91	124133.59	80558.37	135967.64	168781.51	40
21	59271.62	73591.74	124160.16	80541.13	135884.81	168714.79	39
22	59295.05	73636.60	124186.75	80523.89	135802.04	168648.14	38
23	59318.47	73681.47	124213.36	80506.64	135719.34	168581.55	37
24	59341.8[illegible]	75726.36	124239.99	80489.38	135636.70	168515.03	36
25	59365.30	73771.27	124266.65	80472.11	135554.13	168448.57	35
26	59388.71	73816.20	124293.33	80454.84	135471.62	168382.18	34
27	59412.11	73861.15	124320.05	80437.56	135389.18	168315.86	33
28	59435.50	73906.11	124346.75	80420.28	135306.80	168249.61	32
29	59458.89	73951.10	124373.49	80402.99	135224.49	168183.42	31
30	59482.28	73996.11	124400.26	80385.69	135142.24	168117.30	30
31	59505.66	74041.14	124427.05	80368.38	135060.06	168051.24	29
32	59529.03	74086.18	124453.86	80351.07	134977.94	167985.25	28
33	59552.40	74131.24	124480.69	80333.75	134895.89	167919.33	27
34	59575.77	74176.33	124507.54	80326.42	134813.90	167853.47	26
35	59599.13	74221.43	124534.42	80299.09	134731.97	167787.68	25
36	59622.49	74266.58	1245613	80281.75	134650.11	167721.95	24
37	59645.84	74311.70	124588.23	80264.40	134568.32	1674[illegible]6.29	23
38	59669.18	74356.86	124615.18	80247.05	134486.58	167590.70	22
39	59692.52	74402.04	124642.14	80229.69	134404.92	167525.17	21
40	59715.86	74447.24	124669.13	80212.32	134323.51	16745970	20
41	59739.19	74492.46	124696.14	80194.94	134241.77	167394.30	19
42	59762.51	74537.70	124723.17	80177.56	134160.29	167328.97	18
43	59785.83	74582.96	124750.22	80160.17	154078.88	167263.70	17
44	59809.15	74628.24	124777.	80142.78	133997.53	167198.50	16
45	59832.46	74673.54	124804.40	80125.38	133916.24	167133.30	15
46	59855.76	74718.86	124831.52	80107.97	133835.02	167068.28	14
47	59879.06	74764.20	124858.66	80090.56	133754.86	167003.28	13
48	59902.36	74809.56	124885.83	80073.14	133672.76	166958.33	12
49	59925.65	74854.94	124913.02	80055.71	133591.72	166873.45	11
50	59948.93	74900.33	124940.25	80038.27	133510.75	166808.64	10
51	59972.21	74945.75	114967.46	80020.83	133429.84	166743.89	9
52	59995.49	74991.19	124994.71	80003.38	153349.00	166679.20	8
53	60018.76	75036.65	125021.99	79985.93	133268.22	166614.58	7
54	60042.02	75081.12	125049.29	79968.47	133187.49	166550.02	6
55	60065.28	7512[illegible]62	125076.61	79951.00	133106.84	166485.52	5
56	60088.53	75175.14	125103.96	79933.52	133026.24	166421.09	4
57	60111.78	75218.67	125131.33	79916.04	132945.71	166356.73	3
58	60135.03	75264.23	125158.72	79898.55	132865.24	166292.43	2
59	60158.27	75309.81	125186.13	79881.05	132784.83	166228.19	1
60	60181.50	75355.40	125213.57	79863.55	132704.48	166164.0	0

	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	60181.50	75355.40	125213.57	79863.55	132704.48	166164.01	60
1	60204.73	75401.02	125241.02	79846.04	132624.20	166099.90	59
2	60227.95	75446.66	125268.50	79828.52	132543.97	166035.85	58
3	60251.17	75492.32	125296.01	7981 .00	132463.81	165971.87	57
4	60274.39	75537.99	125323.53	79793.47	132383.71	165907.95	56
5	60297.60	75583.69	125351.08	79775.93	132303.68	165844.09	55
6	60320.80	75629.41	125378.65	79758.39	132223.70	165780.30	54
7	60344.00	75675.14	125406.25	79740.84	132143.79	165716.57	53
8	60367.19	75720.90	125433.87	79723.28	132063.95	165652.0	52
9	60390.38	75766.68	125461.51	79705.72	131984.14	165589.29	51
10	60413.56	75812.48	125489.17	79688.15	131904.41	165525.73	50
11	60436.74	75858.29	125516.85	79670.57	131824.74	165462.27	49
12	60459.91	75904.13	125544.56	79652.99	131745.15	165398.85	48
13	60483.08	75949.99	125572.29	79635.40	131665.59	165335.50	47
14	60506.24	75995.87	125600.05	79617.80	131586.10	165272.21	46
15	60529.40	76041.77	125627.82	79600.20	131506.68	165208.98	45
16	60552.55	76087.69	125655.62	79582.59	131427.31	165145.81	44
17	60575.70	76133.63	125683.45	79564.97	131348.01	165082.70	43
18	60598.84	76179.59	125711.29	79547.35	131268.76	165019.66	42
19	60621.98	76225.57	125739.16	79529.72	131189.52	164956.68	41
20	60645.11	76271.57	125767.05	79512.08	131110.46	164893.76	40
21	60668.23	76317.59	125794.97	79494.43	131031.40	164830.90	39
22	60691.35	76363.63	125822.91	79476.78	130952.39	164768.11	38
23	60714.47	76409.69	125850.87	9459.12	130873.45	164705.37	37
24	60737.58	76455.77	125878.85	79441.46	130794.57	164642.70	36
25	60760.69	76501.88	125906.86	79423.79	130715.75	164580.09	35
26	60783.79	76548.00	125934.89	79406.11	130636.99	164517.54	34
27	60806.89	76594.14	125962.94	79388.43	130558.28	164455.06	33
28	60829.98	76640.31	125991.02	79370.74	130479.64	164392.63	32
29	60853.06	76686.49	126019.12	79353.04	130401.06	164330.27	31
30	60876.14	76732.70	126047.24	79335.35	130322.54	164267.96	30
31	60899.22	76778.93	126075.39	79317.62	130244.07	164205.72	29
32	60922.29	76825.17	126103.56	79299.90	130165.67	164143.54	28
33	60945.35	76871.44	126131.75	79282.18	130087.32	164081.42	27
34	60968.41	76917.75	126159.97	79264.45	130009.04	164019.36	26
35	60991.47	76964.04	126188.20	79246.71	129930.81	163957.36	25
36	61014.52	77010.37	126216.46	79228.96	129852.65	163895.42	24
37	61037.56	77056.72	126244.75	79211.21	129774.54	163833.55	23
38	61060.60	77103.09	126273.06	79193.45	129696.49	163771.73	22
39	63083.63	77149.48	126301.40	79175.69	129618.50	163709.97	21
40	61106.66	77195.89	126329.75	79157.92	129540.57	163648.28	20
41	61129.68	77241.33	126358.13	79140.14	129462.69	163586.64	19
42	61152.70	77288.79	126386.55	79122.35	129384.88	163515.07	18
43	61175.72	77335.26	126414.96	79104.56	129307.12	163463.53	17
44	61198.73	77381.75	126443.41	79086.76	129129.43	163402.10	16
45	61221.73	77428.27	126471.88	79068.96	129151.79	165340.70	15
46	61244.73	77474.81	126500.38	79051.15	129074.21	163279.37	14
47	61267.72	77521.37	126528.90	79033.33	128996.69	163218.09	13
48	61290.71	77567.95	126557.45	79015.50	128919.22	163156.88	12
49	61313.69	77614.55	126586.01	78997.67	128841.82	163095.72	11
50	61336.66	77661.17	126614.60	78979.83	128764.47	163034.62	10
51	61359.63	77707.82	126643.22	78961.98	128687.18	162973.59	9
52	61382.60	77754.48	126671.86	78944.13	128609.95	162912.61	8
53	61405.56	77801.17	126700.52	78926.27	128532.77	162851.69	7
54	61428.52	77847.84	126729.21	78908.41	128455.66	161790.83	6
55	61451.47	77894.60	126757.92	78890.54	128378.60	162730.03	5
56	61474.42	77941.35	126786.65	78872.66	128301.60	162669.29	4
57	61497.56	77988.12	126815.41	78854.77	128224.66	162608.61	3
58	61520.29	78034.92	126844.19	78836.88	128147.76	162547.99	2
59	61543.22	78081.73	126872.99	78818.98	128070.93	162487.43	1
60	61560.15	78128.56	126901.82	78801.07	127994.16	162426.91	0

38	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	61566.15	78128.56	126901.82	78801.07	127994.16	162426.92	60
1	61589.07	78175.42	126930.67	78783.16	127917.45	162366.48	59
2	61611.98	78212.29	126959.55	78765.24	127840.79	161306.09	58
3	61634.89	78269.19	126988.45	78747.32	127764.19	162245.76	57
4	61657.79	78316.11	127017.37	78729.39	127687.64	162185.49	56
5	61680.69	78363.05	127046.32	78711.45	127611.16	162125.28	55
6	61703.59	78410.02	127075.29	78693.50	127534.73	162065.13	54
7	61726.48	78457.00	127104.29	78675.55	127458.36	162005.04	53
8	61749.36	78504.00	127133.31	78657.59	127382.04	161945.00	52
9	61772.24	78551.03	127162.35	78639.62	127305.78	161885.02	51
10	61795.11	78598.08	127191.42	78621.65	127229.57	161825.10	50
11	61817.98	78645.15	127220.51	78603.67	127153.42	161765.24	49
12	61840.84	78692.24	127149.63	78585.69	127077.33	161705.44	48
13	61863.70	78739.35	127278.77	78567.70	127001.30	161645.69	47
14	61886.55	78786.49	127307.94	78549.70	126925.32	161586.00	46
15	61909.40	78833.64	127337.12	78531.69	126849.39	161326.37	45
16	61932.24	78880.82	127366.34	78513.68	126773.53	161466.80	44
17	61955.07	78928.02	127395.57	78495.66	126697.72	161407.28	43
18	61977.90	78975.24	127424.84	78477.64	126621.96	161347.83	42
19	62000.73	79022.48	127454.12	78459.61	226546.26	161288.43	41
20	62023.55	79069.75	127483.43	78441.57	126470.62	161229.08	40
21	62046.36	79117.03	127512.76	78423.52	126395.03	161169.80	39
22	62069.17	79164.34	127542.12	78405.47	126319.50	161110.57	38
23	62091.98	79211.67	127571.50	78387.41	126244.02	161051.40	37
24	62114.78	79259.02	127600.91	78369.35	126168.60	160992.28	36
25	62137.57	79306.40	127630.34	78351.28	126093.23	160933.25	35
26	62160.36	79353.79	127659.80	78333.20	126017.92	160874.23	34
27	62183.14	79401.21	127689.28	78315.11	125942.67	160815.28	33
28	62205.92	79448.65	127718.78	78297.02	125867.47	160756.40	32
29	62228.69	79496.11	127748.31	78278.92	125792.32	160697.57	31
30	62251.46	79543.59	127777.87	78260.82	125717.23	160638.79	30
31	62274.22	79591.10	127807.45	78242.71	125642.19	160580.08	29
32	62296.98	79638.62	127837.05	78224.59	125567.21	160521.42	28
33	62319.73	79686.17	127866.67	78206.46	125492.29	160462.81	27
34	62342.48	79733.74	127896.32	78188.33	125417.42	160404.26	26
35	62365.21	79781.34	127926.00	78170.19	125342.60	160345.77	25
36	62387.96	79828.95	127955.70	78152.05	125267.84	160287.34	24
37	62410.69	79876.59	127985.43	78133.90	125193.13	160228.96	23
38	62433.42	79924.25	128015.18	78115.74	125118.48	160170.64	22
39	62456.14	79971.93	128044.95	78097.57	125043.88	160112.37	21
40	62478.85	80019.63	128075.75	78079.40	124969.33	160054.16	20
41	62501.56	80067.36	128104.57	78061.22	124894.84	159996.00	19
42	62514.26	80115.11	128134.42	78043.04	124820.40	159937.90	18
43	62546.96	80162.88	128164.30	78024.85	124746.02	159879.86	17
44	62569.66	80211.67	128194.20	78006.65	124671.69	159821.87	16
45	62592.35	80258.48	128224.12	77988.45	124597.42	159763.94	15
46	62615.03	80306.32	128254.07	77970.24	124523.20	159706.06	14
47	62637.71	80354.18	128284.04	77952.02	124449.03	159648.24	13
48	62660.38	80402.06	128314.04	77933.80	124374.92	159590.47	12
49	62683.05	80449.97	128344.06	77915.57	124300.86	159532.76	11
50	62705.71	80497.90	128374.11	77897.33	124226.85	155475.11	10
51	62728.37	80545.85	128404.18	77879.08	124152.90	159417.51	9
52	62751.02	80593.82	128434.28	77860.83	124079.00	159359.96	8
53	62773.66	80641.81	128464.40	77842.57	124005.15	159302.47	7
54	62796.30	80689.83	128494.35	77824.31	123931.36	159245.04	6
55	62818.94	80737.87	128524.72	77806.04	123857.62	159187.66	5
56	62841.57	80785.93	128554.91	77787.77	123783.93	155130.33	4
57	62864.20	80834.01	128585.17	77769.49	123710.30	159073.09	3
58	62886.82	80882.12	128615.39	77751.20	123636.72	159015.84	2
59	62909.43	80930.25	128645.66	77732.90	123563.19	158958.68	1
60	62932.04	80978.40	128675.96	77714.60	123489.72	158901.57	0
							51

39	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	62952.04	80978.40	128675.96	77714.60	123489.72	158901.57	60
1	62954.64	81026.58	128706.28	77696.29	123416.29	158844.52	59
2	62977.24	81074.78	128736.63	77677.97	123341.92	158787.52	58
3	62999.83	81123.00	128767.00	77659.63	123269.61	158730.58	57
4	63022.42	81171.24	128797.40	77641.32	123196.54	158673.69	56
5	63045.00	81219.51	128827.82	77622.98	123123.13	158616.85	55
6	63067.58	81267.80	128858.27	77604.64	123049.[illegible]7	158560.07	54
7	63090.15	81316.11	128888.75	77586.29	122976.87	158503.34	53
8	63112.72	81364.44	128919.25	77567.94	122903.81	158446.67	52
9	63135.28	81412.80	128949.77	77549.58	122830.81	158390.05	51
10	63157.84	81461.18	128980.32	77531.11	122757.86	158333.48	50
11	63180.39	81509.58	129010.90	77512.83	122684.96	158276.97	49
12	63202.93	81558.01	129041.50	77494.45	122612.11	158220.51	48
13	63225.47	81606.46	129072.13	77476.06	122539.32	158164.11	47
14	63248.00	81654.93	129102.78	77457.67	122466.58	158107.76	46
15	63270.53	81703.43	129133.49	77439.27	122393.89	158051.46	45
16	63293.05	81751.95	129164.19	77420.86	122321.25	157995.21	44
17	63315.57	81800.49	129194.89	77402.44	122248.66	157939.02	43
18	63338.08	81849.05	129225.64	77384.02	122176.13	157882.89	42
19	63360.59	81897.64	129256.42	77365.59	122103.64	157826.80	41
20	63383.09	81946.23	129287.23	77347.16	122031.21	157770.77	40
21	63405.59	81994.88	129318.06	77328.72	121958.83	157714.79	39
22	63428.08	82043.54	129348.91	77310.27	121886.50	157658.87	38
23	63450.57	82092.22	129379.80	77291.82	121814.12	157603.00	37
24	63473.05	82140.93	129410.71	77273.3[illegible]	121741.99	157547.18	36
25	63495.53	82189.65	129441.64	77254.89	121669.82	157491.41	35
26	63518.00	82238.40	129472.60	77236.41	121597.64	157435.70	34
27	63540.46	82287.18	129503.59	77217.94	121525.62	157380.04	33
28	63562.92	82335.97	129534.60	77199.45	121453.59	157324.43	32
29	63585.37	82384.79	129565.64	77180.96	121381.62	157268.87	31
30	63607.82	82433.64	129596.70	77162.46	121309.70	157213.37	30
31	63630.26	82482.51	129627.79	77143.95	121237.85	157157.92	29
32	63652.70	82531.40	129658.90	77125.44	121166.01	157102.52	28
33	63675.13	82580.31	129690.04	77106.92	121094.24	157047.17	27
34	63697.56	82629.25	129721.21	77088.39	121022.52	156991.88	26
35	63719.98	82678.11	129752.40	77069.86	120950.85	156936.64	25
36	63742.40	82727.19	129783.62	77051.32	120879.13	156881.45	24
37	63764.81	82776.20	129814.87	77032.78	120807.67	156826.31	23
38	63787.21	82825.25	129846.14	77014.23	120736.15	156771.23	22
39	63809.61	82874.29	129877.44	76995.67	120664.68	156716.19	21
40	63832.01	82923.37	129908.76	76977.10	120593.27	156661.21	20
41	63854.40	82972.47	129940.11	76958.53	120521.90	156606.28	19
42	63876.78	83021.60	129971.48	76939.95	120450.58	156551.41	18
43	63899.16	83070.75	130002.88	76921.37	120379.31	156496.58	17
44	63921.53	83119.92	130034.31	76902.78	120308.10	156441.81	16
45	63943.90	83169.12	130065.76	76884.18	120236.93	156387.08	15
46	63966.26	83218.34	130097.24	76865.58	120165.81	156332.41	14
47	63988.62	83267.59	130128.75	76846.97	120094.75	156277.79	13
48	64010.97	83316.86	130160.28	76828.35	120023.73	156225.22	12
49	64033.32	83366.15	130191.84	76809.75	119952.76	156168.70	11
50	64055.66	83415.47	130223.43	76791.10	119881.84	156114.24	10
51	64077.99	83464.81	130255.04	76772.46	119810.97	156059.82	9
52	64100.32	83514.18	130286.68	76753.82	119740.15	156005.46	8
53	64122.64	83563.57	130318.34	76735.17	119669.38	155951.15	7
54	64144.96	83612.98	130350.03	76716.51	119598.66	155896.89	6
55	64167.27	83662.42	130381.75	76697.85	119527.99	155842.67	5
56	64189.58	83711.88	130413.49	76679.18	119457.36	155788.51	4
57	64211.85	83761.36	130445.26	76660.51	119386.79	155734.41	3
58	6423[illegible].18	83810.87	130477.06	76641.83	119316.26	155680.35	2
59	64256.47	83860.40	130508.88	76623.14	119245.79	155626.34	1
60	64278.76	83909.96	130540.73	76604.44	119175.36	155572.38	0
							50

40	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	64278.76	83909.96	130540.73	76604.44	119175.36	155572.38	60
1	64301.04	83959.54	130572.61	76585.74	119104.98	155518.48	59
2	64323.32	84009.15	130604.51	76567.03	119034.56	155464.62	58
3	64345.59	84058.78	130636.44	76548.32	118964.37	155410.81	57
4	64367.85	84108.44	130668.39	76529.60	118894.14	155357.06	36
5	64590.11	84158.11	130700.37	76510.87	118823.95	155303.35	55
6	64412.36	84207.82	130732.38	76492.14	118753.82	155249.7	54
7	64454.61	84257.55	130764.42	76473.40	118683.73	155196.09	53
8	64456.85	84307.30	130796.49	76454.65	118613.69	155142.54	52
9	64479.09	84357.08	130828.58	76455.90	118543.70	155089.04	51
10	64501.32	84406.88	130860.70	76417.14	118473.76	155035.56	50
11	64523.55	84456.70	130892.84	76398.57	118403.87	154982.18	49
12	64545.77	84306.55	130925.01	76379.60	118334.02	154928.82	48
13	64567.98	84556.43	130957.21	76360.82	118264.22	154875.52	47
14	64590.19	84606.33	130989.43	76342.04	118194.47	154822.26	46
15	64612.40	84656.25	131021.68	76323.25	118124.77	154769.06	45
16	64634.60	84 06.20	131035.96	76304.45	118055.12	154715.90	44
17	64656.79	847 6.17	131086.26	76285.64	117985.51	154662.80	43
18	64678.98	84806.17	131118.59	76266.83	117915.95	154609.74	42
19	64701.16	84856.19	131150.95	76248.01	117846.44	154556.73	41
20	64723.34	84906.24	131183.34	76229.19	117776.98	154503.78	40
21	64745.51	84956.51	131215.75	76210.36	117707.56	154450.87	39
22	64767.67	85006.40	131248.19	76191.52	117638.20	154398.01	38
23	64789.83	85056.52	131280.66	76172.68	117568.88	154345.20	37
24	64811.99	85106.67	131313.16	76153.83	117499.60	154292.44	36
25	64834.14	85156.84	131345.68	76134.97	117430.38	154239.73	35
26	64856.28	85207.04	131378.23	76116.11	117361.20	154187.06	34
27	64878.42	85257.16	131410.81	76097.24	117292.07	154134.43	33
28	64900.35	83307.50	131443.41	76078.37	117222.98	154081.89	32
29	64922.68	85357.77	131476.04	76059.49	117153.95	154025.37	31
30	64944.80	85408.07	131508.70	76040.60	117084.96	153976.90	30
31	64966.92	85458.39	131541.39	76021.70	117016.01	153924.49	29
32	64989.03	85508.73	131574.10	76002.80	116947.12	153872.12	28
33	65011.14	85559.10	131606.84	75983.89	116878.27	153819.80	27
34	65033.24	85609.50	131639.61	75964.98	116809.47	153767.52	26
35	65055.33	85659.92	131672.41	75946.06	116740.71	153715.30	25
36	65077.42	85710.37	131705.23	75927.13	116672.00	153663.12	24
37	65099.50	85760.84	131758.08	75908.20	116603.34	153611.00	23
38	65121.58	85811.53	131770.96	75889.26	116534.72	153558.92	22
39	65143.66	85861.85	131803.86	75870.31	116466.15	153506.89	21
40	65165.72	85912.40	131836.79	75851.36	116397.63	155454.91	20
41	65187.78	85962.97	131869.75	75832.40	116320.16	153402.97	19
42	65209.84	86013.57	131902.74	75813.43	116260.73	153351.09	18
43	65231.89	86064.19	131935.76	75794.46	116192.34	153299.25	17
44	65253.94	86114.84	131968.81	75775.48	116124.00	153247.46	1
45	65275.98	86165.51	132001.88	75756.50	116055.71	153195.72	15
46	65298.01	86216.21	132034.98	75737.51	115987.47	153144.03	14
47	65320.04	86216.93	132068.11	75718.51	115919.27	153092.38	13
48	65342.06	86317.68	132101.26	75699.50	115851.11	153040.78	12
49	65364.08	86368.46	132134.44	75680.49	115783.01	152989.23	11
50	65386.09	86419.26	132167.65	75661.47	115714.95	152937.73	10
51	65408.10	86470.09	132200.89	75642.45	115646.93	152886.27	9
52	65430.10	86520.94	132234.16	75623.42	115578.96	152834.87	8
53	65452.01	86571.81	132267.45	75604.39	113511.04	152783.51	7
54	65474.01	86622.71	132300.77	75585.35	115443.16	152732.19	6
55	65496.06	86673.64	152334.12	75566.30	115375.32	152680.93	5
56	65518.04	86724.60	132367.50	75547.24	115307.54	152629.71	4
57	65540.01	86775.58	132400.91	75528.10	115239.79	152578.54	3
58	65561.98	86826.59	132434.35	75509.11	115172.1[illegible]	152527.41	2
59	65583.94	86877.61	132467.81	75490.04	115104.45	152476.34	1
60	65603.90	8[illegible]928.68	132502.50	754[illegible]0.96	115036.84	152425.31	0
							49

	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	65605.90	86928.68	132501.30	75470.96	115036.84	152425.31	60
1	65627.85	86979.76	132534.82	75451.87	114969.28	152374.53	59
2	65649.80	87030.87	132568.37	75432.78	114901.76	152323.39	58
3	65671.74	87082.00	132601.94	75413.68	114834.29	152272.50	57
4	65693.67	87133.16	132635.54	75394.57	114766.87	152221.66	56
5	65715 60	87184.35	132669.18	75375.46	114699.49	152170.87	55
6	65737.52	87235.56	132701.84	75556.34	114632.15	152120.12	54
7	65759.44	87286.80	132736.53	75337.21	114564.86	152069.42	53
8	95781.35	87338.06	132770.25	75318.08	114497.62	152018.76	52
9	65703.26	87389.35	132803.99	75298.94	114430.41	151968.15	51
10	65825.16	87440.67	132837.76	75179.80	114363.26	151917.59	50
11	65847.06	87492.01	132871.56	75260.65	114296.15	151867.08	49
12	65868.95	87543.38	132905.59	75241.49	114229.08	151816.61	48
13	65890.83	87594.78	132839.25	75222.33	114162.06	151766.15	47
14	65912.71	87646.20	132973.14	75203.16	114095.08	151715.81	46
15	65934.58	87697.65	133007.06	75183.98	114028.15	15166[illegible].48	45
16	65956.45	87749.12	153041.00	75164.80	113961.26	151613.20	44
17	65978.31	878[illegible].62	153074.97	75145.61	113894.41	151564.96	43
18	66000.17	87852.15	153108.97	75126.41	113827.61	151514.7[illegible]	42
19	66022.02	87903.70	133143.00	75107 21	113760.85	151464.62	41
20	66043.86	87955.28	133177.06	75088.00	113694.14	151414.52	40
21	66065.70	88006.89	135211.15	75068.79	223627.47	151364.47	39
22	66087.55	88058.51	133245.27	75049.57	113560.85	151314.46	38
23	66109.36	88110.18	133297.42	75030.34	113494.27	151264.50	37
24	66131.18	88161.86	135313.59	75011.11	113427.73	151214.59	36
25	66153.00	88213.57	133347.79	74991.87	113361.24	151164.71	35
26	66174.81	88265.31	133382.02	74972.62	113294.79	151114.89	34
27	66196.62	88317.07	133416.28	74953.37	113228.39	151065.11	33
28	66218.42	88368 86	133450.57	74934.11	115162.03	251015.28	32
29	66240.22	88420.68	133484.89	74914.84	113095.71	150965.69	31
30	66262.01	88472.53	133519.24	74895.57	113029.44	150916.05	30
31	66283.79	88524.40	133553.62	74876.29	112963.21	150866.45	29
32	66305.57	88576.30	133588.03	74857.01	112897.02	150816.90	28
33	66327.34	88628.22	133622.46	74837.72	112830.88	150767.39	27
34	66349.11	88680.17	153656.92	74818.42	112764.78	150717.93	26
35	66370.87	88732.15	133691.41	74799.12	112698.72	150668.52	25
36	66592.62	88784.16	133725.94	74779.81	112632.71	150619.15	24
37	66414.37	88836.20	133760.49	74760.49	112566.74	150569.82	23
38	66456.11	88888.26	133795.07	74741.17	112500.81	150520.54	22
39	66457.85	88940.34	133829.68	74721.84	112434.93	150471.31	21
40	66479.59	88992.45	133864.32	74701.51	112369.09	150422.11	20
41	66501.32	89044.59	133898.99	74683.17	112503.19	150372.97	19
42	66323.04	89096.75	133933.69	74663.82	112237.54	150325 87	18
43	66544.75	89148.94	135968.42	74644.46	112171.83	150274.81	17
44	66566.46	89201.16	134003.17	74625.10	112106.16	150225.80	16
45	66588.17	89253.41	134037.95	74605.[illegible]4	112040.53	150176.83	15
46	66609.87	89305.69	134972.76	74586.37	111974.95	150127.91	14
47	66651.56	89557.99	134107.61	74566.99	111909.41	150079.03	13
48	66653.25	89410.32	133142.48	74547.60	111843.91	150030.20	12
49	66674.93	89462.68	134177.38	74528.21	111778.46	149981.41	11
50	66696.61	89515 06	134212.32	74508.81	111713.05	149932.67	10
51	66718.28	89567.47	134247.28	74489.40	111647.68	149883.97	9
52	66739.94	89619.91	134282.27	74469.99	111582.35	149835.31	8
53	66761.60	89672.38	154317.29	74450.57	111517.06	149786.70	7
54	6[illegible]783.26	89724.87	134352.34	74431.15	111451.82	249738.13	6
55	66804.91	8977[illegible].39	134387.42	74411.72	111386.62	149689.61	5
56	66826.55	89829.94	134422.53	74392.29	111321.46	149641.13	4
57	66848.18	89882.52	134457.67	74372.85	111256.35	149592.70	3
58	66869.81	8,9935.12	134492.84	[illegible]4353.40	111191.27	149544.30	2
59	66891.44	89987.75	134528.04	[illegible]4333.94	111126.24	149495.96	1
60	66913.06	90040.41	13456[illegible].27	7431[illegible].48	111061.25	149447.65	0
							4

42	Sinus	Tangens	Secans		Sinus	Tangens	Secans	
0	66913.06	90040.41	134563.27		74314.48	111061.25	149447.65	60
1	66934.67	90093.09	134598.53		74295.01	110996.30	149399.46	59
2	66956.28	90145.80	134633.82		74275.54	110931.40	149351.18	58
3	66977.88	90198.54	134669.14		74256.06	110866.53	149303.01	57
4	66999.48	90251.31	134704.49		74236.57	110801.71	149254.88	56
5	67021.07	90304.11	134739.87		74217.08	110736.93	149206.80	55
6	67042.66	90356.94	134775.28		74197.58	110672.19	149158.75	54
7	67064.24	90409.79	134810.72		74178.08	110607.50	149110.76	53
8	67085.82	90462.67	134846.19		74158.57	110542.84	149062.80	52
9	67107.39	90515.58	134881.69		74139.05	110478.23	149014.89	51
10	67128.95	90568.51	134917.21		74119.53	110413.65	148967.03	50
11	67150.31	90621.47	134952.77		74100.00	110349.12	148919.20	49
12	67172.06	90674.46	134988.36		74080.46	110284.63	148871.42	48
13	67193.61	90727.48	135023.98		74060.92	110220.19	148823.69	47
14	67215.15	90780.53	135059.63		74041.37	110155.78	148775.99	46
15	67236.68	90833.50	135095.31		74021.81	110091.41	148728.34	45
16	67258.21	90886.71	135131.02		74002.25	110027.09	148680.73	44
17	67279.73	90939.84	135166.76		73982.68	109962.81	148633.17	43
18	67301.23	90993.00	135202.54		73963.11	109898.56	148585.65	42
19	67322.76	91046.19	135238.34		73943.53	109834.36	148538.17	41
20	67344.27	91099.41	135274.17		73923.94	109770.20	148490.73	40
21	67365.77	91152.65	135310.03		73904.35	109706.08	148443.34	39
22	67387.27	91205.92	135345.93		73884.75	109642.01	148395.99	38
23	67408.76	91259.22	135381.86		73865.15	109577.97	148348.68	37
24	67430.24	91312.53	135417.81		73845.54	109513.97	148301.42	36
25	67451.72	91365.61	135453.79		73825.92	109450.02	148254.20	35
26	67473.19	91419.29	135489.80		73806.29	109386.10	148207.02	34
27	67494.66	91472.70	135525.85		73786.66	109322.23	148159.88	33
28	67516.12	91526.15	135561.93		73767.02	109258.40	148112.78	32
29	67537.57	91579.62	135598.03		73747.38	109194.60	148065.73	31
30	67539.02	91633.12	135634.17		73727.73	109130.85	14818.72	30
31	67580.46	91686.65	13567034		73708.08	109067.14	147971.76	29
32	67601.90	91740.20	135706.54		73688.42	109003.47	147924.83	28
33	67623.33	91793.79	135742.77		73668.75	108939.83	147877.95	27
34	67644.76	91847.40	135779.03		73649.07	108876.24	147831.11	26
35	67666.18	91901.04	135815.32		73629.39	108812.69	147784.31	25
36	67687.60	91954.71	135851.64		73609.71	108749.18	147737.55	24
37	67709.01	92008.41	135888.00		73590.02	108685.71	147690.84	23
38	67730.41	92062.14	135924.38		73570.32	108622.28	147644.17	22
39	67751.81	92115.90	135960.80		73550.61	108558.89	147597.54	21
40	67773.20	92169.68	135997.25		73530.90	108495.54	147550.95	20
41	67794.59	92223.50	136033.72		73511.18	108432.23	147504.41	19
42	67815.97	92277.34	136070.23		73491.46	108368.96	147457.90	18
43	67837.34	92331.22	136106.77		73471.73	108305.73	147411.44	17
44	67858.71	92385.12	136143.34		73451.99	108242.54	147365.01	16
45	67880.07	92439.05	136179.95		73432.25	108179.39	147318.64	15
46	67901.43	92493.01	136216.58		73412.50	108116.28	147272.30	14
47	67922.78	92547.00	136253.24		73392.75	108053.21	147226.00	13
48	67944.13	92601.01	136289.94		73372.99	107990.18	147179.75	12
49	67965.47	92655.06	136326.67		73353.22	107926.18	147133.53	11
50	67986.81	92709.14	136363.43		73333.45	107864.23	147087.36	10
51	68008.14	92763.24	136400.22		73313.67	107801.32	147041.23	9
52	68029.46	92817.38	136437.04		73293.88	107738.44	146995.14	8
53	68050.78	92871.54	136473.89		73274.09	107675.61	146949.10	7
54	68072.09	92925.73	136510.78		73254.29	107611.82	146903.09	6
55	68093.39	92979.96	136547.70		73234.48	107550.06	146857.13	5
56	68114.69	93034.21	136584.64		73214.67	107487.[illegible]4	146811.20	4
57	68135.99	93088.49	136621.62		73194.85	107424.[illegible]7	146765.32	3
58	68157.28	93142.80	136658.63		73175.03	107362.03	146719.48	2
59	68178.56	93197.14	136695.67		73155.20	107199.43	146673.68	1
60	68199.84	93251.51	136732.75		73135.37	107236.87	146627.92	0
								47

43	Sinus	Tangens	Secans	Sinus	Tangens	Secans	
0	68199.84	93251.51	136732.75	73135.37	107236.87	146627.92	60
1	68221.11	93305.91	136769.85	73115.53	107174.35	146582.21	59
2	68242.37	93360.34	136806.99	73095.68	107111.87	146536.52	58
3	68263.63	93414.79	136844.16	73075.83	107049.43	146490.88	57
4	68284.88	93469.28	136881.36	73055.97	106987.02	146445.29	56
5	68306.13	93523.80	136918.59	73036.10	106924.66	146399.73	55
6	68327.37	93578.34	136955.86	73016.23	106862.33	146354.22	54
7	68348.61	93632.92	136993.15	72996.35	106800.04	146308.75	53
8	68369.84	93687.53	137030.48	72976.46	106737.79	146263.31	52
9	68391.07	93742.16	137067.84	72956.57	106675.58	146217.92	51
10	68412.29	93796.87	137105.23	72936.67	106613.41	146172.57	50
11	68433.50	93851.32	137142.66	72916.77	106551.28	146127.26	49
12	68454.71	93906.25	137180.11	72896.86	106489.18	146081.98	48
13	6 475.91	93961.01	137217.00	72876.94	106427.13	146036.75	47
14	68497.11	94015.79	137255.15	72857.02	106365.11	145991.56	46
15	68518.30	97070.61	137292.68	72837.09	106303.13	145946.41	45
16	[illegible]539.48	94125.45	137330.26	72817.16	106241.19	145901.30	44
17	68560.66	94180.33	137367.88	72797.22	106179.29	145856.23	43
18	68581.83	94235.23	137403.53	72777.27	106117.42	145811.20	42
19	68603.00	94290.17	137443.21	72757.32	106055.60	145766.21	41
20	68624.16	94345.13	137480.92	72737.36	105993.81	145721.27	40
21	68645.32	94400.13	137518.67	72717.40	105932 06	145676.36	39
22	68666.47	94455.16	137556.45	72697.43	105870.34	145631.49	38
23	68687.61	94510.21	137594.26	72677.45	105808.67	145586.66	37
24	68708.75	94565.30	137632.10	72657.47	105747.03	145541.87	36
25	68729.88	94620.42	137669.98	72637.48	105685.44	145397.12	35
26	68751.01	94675.56	137707.89	72617.48	105623.88	145452.41	34
27	68772.13	94730.47	137745.83	72597.48	105562.35	145407.74	33
28	68793.24	94785.93	137783.80	72577.47	105520.87	145363.11	32
29	68814.35	94841.19	137821.81	72557.46	105439.42	145318.52	31
30	68835.45	94896.46	137859.85	72537.44	105378.01	145273.97	30
31	68856.53	94951.76	137897.92	72517.41	105316.64	145129.46	29
32	68877.64	95007.09	137936.02	72497.38	105255.31	145184.98	28
33	68898.73	95062.45	137974.16	72477.34	105194.01	145140.55	27
34	68919.81	95117.84	138012.33	72457.29	105132.75	145096.16	26
35	68940.89	95173.26	138050.53	72437.24	103771.05	145051.81	25
36	68961.96	95228.71	138088.77	72477.18	105010.34	145007.49	24
37	68983.02	95284.20	138127.04	72397.12	104949.20	144963.22	23
38	69004.07	95339.72	138165.34	72377.05	104888.09	144[illegible]18.98	22
39	69025.12	95395.26	138203.67	72356.98	104827.02	144874.78	21
40	69046.17	95450.83	138242.04	72336.90	104765.98	144830 63	20
41	69067.21	95506.44	138280.44	72316.81	10470[illegible].98	144786.51	19
42	69088.24	93562.08	138318.87	72296.71	104644.02	144742.43	18
43	69109.27	95617.74	138357.34	72276.61	104583.10	144698.39	17
44	69130.29	95673.44	138395.84	72256.51	104522.21	144654.39	16
45	69151.31	95729.17	138434.37	72236.40	1044[illegible]1.36	144610.43	15
46	69172.32	95784.94	138472.94	72216.28	104400.55	141566.51	14
47	69193.32	95840.73	138511.54	72196.15	104339.77	144522.62	13
48	69214.32	95896.55	138550.17	72176 02	104279.04	144478.78	12
49	69235.31	95952.41	138588.83	72155.88	104218.33	144434.97	11
50	69256.30	96008.29	138627.53	72135.74	104157.67	144391.20	10
51	69277.28	96064.21	138666.26	72115.59	104097.04	144347.48	9
52	69298.25	96120.16	138705.03	72095.44	104036.45	144303.79	8
53	69319.22	96176.14	138743.83	72075.28	103975.89	144260.13	7
54	69340.18	96232.15	138782.66	72055.11	103915.37	144216.52	6
55	69361.14	96288.19	138821.53	72034.94	103854.89	144172.95	5
56	69382.09	96344.27	138860.42	72014.76	103794.43	144129.41	4
57	69403.04	96400.37	138899.36	71994.57	103734.04	144085.91	3
58	69423.98	96456.51	138938.32	71974.38	103673.67	144042.46	2
59	69444.91	96512.68	138977.32	71954.18	103613.33	143999.04	1
60	[illegible]9465.84	96568.88	139016.36	71933.98	103553.03	143955.65	0

44	Sinus	Tangens	Secant	Sinus	Tangens	Secans	
0	69463.84	96568.88	139016.36	71933.98	103553.03	143955.65	60
1	69486.76	96625.31	139055.43	71913.77	103492.77	143912.31	59
2	69507.67	96681.37	139094.53	71893.55	103432.54	143869.00	58
3	69528.58	96737.67	139133.66	71873.33	103372.35	143825.74	57
4	69549.49	96794.10	139172.83	71853.10	103312.20	143782.53	56
5	69570.39	96850.35	139212.03	71832.87	103252.08	143739.32	55
6	69591.28	96906.74	139251.27	71812.63	103191.99	143696.16	54
7	69612.17	96963.16	139290.54	71792.38	103131.95	143653.05	53
8	69633.05	97019 62	139329.85	71772.13	103071.94	143609.97	52
9	69653.92	97076.10	139369.18	71751.87	103011.96	143566.93	51
10	69674.79	97132.62	139408.55	71731.61	102952.03	143523.93	50
11	69695.65	97189.17	139447.96	71711.34	102892.12	143480.97	49
12	69716.51	97245.73	139487.40	71691.06	102832.26	143438.05	48
13	69737.36	97302.36	139526.88	71670.78	102772.43	143395.16	47
14	69758.21	97359. 01	139566.39	31650.49	102712.63	143352.31	46
15	69779.05	97415.69	159603.93	71630.19	102652.87	143309.50	45
16	69799.88	97472.40	139645.51	71609.89	102593.15	143266.72	44
17	69820.71	97529.14	139685.12	71589.58	102533.46	143223.99	43
18	69841.53	97585.91	13972477	71569.27	102473.81	143181.29	42
19	69862.34	97642.72	139764.45	71548.95	102414.19	143138.63	41
20	69883.15	97699.56	139804.16	71528.63	102354.61	143096.00	40
21	69903.96	97756.43	139843.91	71508.30	102295 06	143053.42	39
22	69924.76	97813.33	139883.69	71487.96	102235.55	143010.87	38
23	69945.55	97870.27	139923.51	71467.62	102176.08	142968.36	37
24	69966.33	97927.24	139963.36	71447.27	102116.64	142925.88	36
25	69987.11	97984.24	140003.25	71426.91	102057.23	142883.44	35
26	70007.89	98041.27	140043.17	71406.55	101997.86	142841.04	34
27	70028.66	98098.33	140083.13	71386.18	101938.53	142798.68	33
28	70049.42	98155.43	140123.12	71365.81	101879.23	142756.36	32
29	70070.18	98212.56	140163.15	71345.43	101819.97	142714.07	31
30	70090.93	98769.73	140203.21	71325.03	101760.74	142671.8[illegible]	30
31	70111.67	98326.92	140243.30	71304.66	101701.55	142629.61	29
32	70132.41	98384.15	140283.43	71284.26	101642.39	142587.43	28
33	70153.14	98441.41	140323.60	71263.83	101583.16	142545.29	27
34	70173.87	98498.71	140363.80	71243.44	101524.17	142503.19	26
35	70194.59	98556.03	140404.03	71223.02	101463.12	142461.12	25
36	70215.30	98613.39	140444.30	71102.60	101406.20	142419.09	24
37	70236.01	98670.79	140484.60	71182.17	101347.[illegible]	142377.10	23
38	70256.71	98728.21	140524.94	71161.74	101288.17	142335.14	22
39	70277.41	98785.67	140565.32	71141.30	101229.25	142293.23	21
40	70298.10	98843.19	140605.73	71120.86	101170.37	142251.34	20
41	70318.79	98900.69	140646.17	71100.41	101111.53	142209.50	19
42	70339.47	98958.25	140686.65	71079.95	101052.72	142167.69	18
43	70360.14	99015.84	140729.17	71059.48	100993.94	142125.92	17
44	70380.81	99073.46	140767.72	71039.01	100933.20	142084.18	16
45	70401.47	99131.12	140808.31	71018.54	100876.49	142042.48	15
46	70422.13	99188.81	140848.93	7099[illegible].06	100817.82	142000.82	14
47	70442.78	99246.54	140889.58	70977.57	100759.18	141959.19	13
48	70463.42	99304.29	140930.28	70957.07	100700.58	141917.61	12
49	70484.06	99362.08	140971.00	70936.57	100642.01	141876.05	11
50	70304.69	99419.91	141011.77	70916.07	100583.47	141834.54	10
51	70525.32	99477.77	141052.56	70895.56	100524.97	141793.05	9
52	70545.94	99535.66	141093.40	70875.04	100466.51	141751.61	8
53	70566.55	93593.58	141111.27	70854.51	100408.07	141710.20	7
54	70587.16	99651.54	141175.17	70833.98	100349.68	141668.83	6
55	70607.76	99709.53	141216.11	70813.45	100291.31	141627.49	5
56	70628.35	99767.56	141234.09	70792.91	100232.98	141586.19	4
57	70648.94	99825.62	141298.10	70772.36	100174.69	141544.93	3
58	70669.53	99883.71	141339.15	70751.80	100116.42	141503.70	2
59	70690.11	99941.84	141380.24	70731.24	100058.19	141462.51	1
60	70710.68	100000.00	141421.36	70710.68	100000.00	141421.36	0

CAPUT III.

De ſtructura tabularum ſinuum, tangentium, & ſecantium; ſeu de modo eos calculandi.

Tabulas ſinuum, tangentium, ſecantium calculandi modus.

BReviſſimè pertractabo quæ ad ſtructuram præcedentium tabularum, ſeu ad modum eas calculandi ſpectant. Qua in re Geometricis Elementis Euclidis, & Arithmeticâ opus habemus. Qui tamen ſolo uſu tabularum contentus eſſe volet, omittere poterit totum hoc caput, & ad ſequens pergere.

Ad conſtructionem igitur tabularum ſinuum, tangentium, & ſecantium, ante omnia aſſumendus eſt radius certarum partium. Nobis eſt partium 10000000, aliis aliarum. Quarumcunque autem partium aſſumatur, ſinus, tangentes, & ſecantes ferè omnes ad eum ſunt irrationales, hoc eſt, numero partium integrarum, vel etiam fractionum, præcisè verarum inexplicabiles, quoniam plerique ſinus reperiuntur per extractionem radicis quadratæ ex numero non perfectè quadrato, cui proinde fractiones adhærent, quæ adjunctæ radici, reddunt illam juſto vel majorem, vel minorem, ut ex Arithmetica noſtra patet par. 1. cap. 3. art. 5. Itaque tabulæ ſinuum, tangentium, & ſecantium exactæ nullo modo dari poſſunt. Tales tamen eſſe poſſunt ac debent, ut in iis nullus numerus abſit à vero per unam integram earum partium, quarum radius eſt aſſumptus. Noſtrarum certe tabularum numerus nullus abeſt à vero vel unicâ particulâ 10000000 partium, quoniam in conſtructione illarum aſſumptus fuit radius longè major quàm 10000000 partium, quod facere neceſſarium erat, ut ab inventis ſinibus numeri illâ dextera, in quibus error eſſe poterat, abjicerentur.

In inveniendis porrò ſingulorum graduum & minutorum ſinibus (ex quibus deinde facilè eruuntur tangentes & ſecantes) varii variè procedunt. Nos inquirimus primò ſinus quoſdam primarios, & ex his deinde ſecundarios omnes. Primarios vocamus, ex quibus reliqui deducuntur. Tota praxis continetur in ſequentibus Propoſitionibus.

Propoſitio I. Problema.

Sinus primarios ſupputare.

Sinus primarii qui, & quomodo ſupputandi. Fig. 242. Icon. C.

SInus primarios ſtatuimus quatuor, præter ſinum totum, nimirum ſinus graduum 30, 18, 36, & 45.

Primò itaque, latus hexagoni circulo inſcripti æquale eſt ſemidiametro ejuſdem circuli, *per 15. quarti Euclid.* Cùm igitur ſemidiametrus, ſive ſinus totus D C, vel D A, aut D B, ponatur à nobis partium 10000000, erit totidem partium chorda A G 60 graduum, quæ eſt latus hexagoni; ac proinde ejus dimidium A L, vel G L, quod eſt ſinus arcus A H graduum 30, *per 3. Definit. hujus*, erit partium 5000000.

Secundò. Cùm recta B I C ſit chorda quadrantis B K C, erit ejus dimidium B I, *per Coroll. poſt. IV. Definit. hujus*, ſinus arcus B K 45 graduum. Facilè autem ſciri poteſt *per 47. pri. Euclid.* quot partium ſit linea B I C, cùm triangulum B D C ſit rectangulum ad D, & latera B D, D C cognita, nimirum ſingula partium 10000000, erit enim ſumma quadratorum utriuſque partium 200000000000000; cujus numeri radix quadrata 14142136 eſt linea B I C; dimidium verò ejuſdem eſt linea B I partium 7071068, qui eſt ſinus arcus B K, vel C K graduum 45.

Tertiò. Dividatur A D in E bifariam, & ducatur recta C E: cumque C D, D E, trianguli rectanguli C D E notæ ſint, hæc partium 5000000, illa 10000000: erit, *per 47. pri. Euclid.* recta C E partium ferè 11180340. Hæc transferatur ex E in F, & auferatur ex illa E D partium 5000000. reſtabit D F partium 6180340, quæ eſt latus decagoni, hoc eſt, chorda arcus 36 graduum (*per ea quæ demonſtrat Ptolemæus lib. 1. Magnæ Syntaxeos, patetque tum ex II. Secundi, & 5. Decimi tertii, tum ex 9. Decimi ter. Euclidis.*) ac proinde ejus dimidium 3090170, eſt ſinus 18. graduum.

Quartò. Cum triangulum C D F ſit rectangulum: erit, *per 47. pri. Euclid.* quadratum ipſius C F æquale quadratis ipſarum C D, D F, ergo ipſa C F erit 11755705, quæ eſt latus pentagoni, ſeu chorda arcus 72 graduum, *per 10. Decimi tertii Euclid.* cujus dimidium eſt ſinus 36 graduum nimirum 5877852.

Propoſitio II. Problema.

Sinus ſecundarios ſupputare.

Sinus ſecundarios ſupputare.

HAbitis ſinibus primariis, facilè ſupputantur ſecundarii. Ac primò quidem ſinus complementorum quatuor primariorum jam inventorum.

Fig. 242. Icon. C.

Primò. Sit arcus C D 30 graduum, erit ergo ejus ſinus rectus E D, vel A F ipſi æqualis, *per 34. pri. Euclidis* partium 5000000. Complementum arcûs C D eſt arcus D B, cujus ſinus eſt linea D F, vel E A ipſi æqualis, *per 34. pri. Euclid.* quam ſic inquirimus. In triangulo rectangulo A D F, latera A F, A D, nota ſunt, illud 5000000, hoc 10000000. utpote ſemidiameter. Itaque cùm, *per 47. pri.* quadrato rectæ A D æqualia ſint quadrata rectarum A F, F D, ſi quadratum ipſius A F ex quadrato A D tollatur, remanebit quadratum ipſius F D partium 75000000000000, cujus radix quadrata 8660254, eſt ſinus arcus B D graduum 60, complementi nimirum arcus C D 30 graduum.

Eodem modo reperiemus ſinus complementorum 36 & 18 graduum, hoc eſt, ſinus graduum 54, & 72. Sinus complementi graduum 45, eſt æqualis ipſi ſinui recto graduum 45.

Fig. 144. Icon. C.

Secundò. Sinus arcuum dimidiorum ſic reperiuntur. Sit B C quadrans, B D arcus 45, graduum, cujus ſinus D F antea repertus partium 7071068: cupis habere ſinum arcus B E graduum 22. minut. 30. qui eſt ſemiſſis arcus B D graduum 45. Sic procede. Arcus C D eſt æqualis arcui B D: igitur & ſinus H D, hoc eſt, A F eſt æqualis ſinui D F: ſubtracto ergo ſinu A F 7071068, ex A B ſinu toto, reſtat B F ſinus verſus arcus B D, nimirum 2928932. cujus quadratum cum quadrato ipſius D F facit 58478645321248. cujus radix quadrata 7653668, eſt chorda B G D arcus B D: ſemiſſis ejus B G, nimirum 3826834, eſt ſinus arcûs B E graduum 22. 30.

Eodem modo reperies ſinus graduum 15, & 9, cùm ſint dimidii graduum 30 & 18.

Antequam ulteriùs progrediamur, demonſtrandū eſt

eſt ſequens Lemma ex Elementis Euclidis, neceſſarium enim nobis erit ad reliquos ſinus inveſtigandos.

Propoſitio III. Lemma.

Si in circulo quadrilaterum deſcribatur; erit diametrorum rectangulum æquale rectangulis ab oppoſitis lateribus deſcriptis.

Fig. 245. Icon. C. SIt in circulo ADCB, quadrilaterum ABCD, cũ duabus diametris AC, BD deſcriptum. Dico, rectangulum diametris AC, BD contentum, æquale eſſe rectangulis duobus, quorum unum lateribus oppoſitis AB, DC, alterum lateribus oppoſitis AD, BC continetur. Fiat enim angulus ADE, angulo BDC æqualis, *per 23. pri. Euclid.* Quo facto, erunt triangula DAB, CDE æquiangula. Nam Anguli ABD, ACD, ſunt æquales, *per 21. tertii*; anguli verò ADB, CDE, æquales ſunt, per ſtructuram, & *per Axio. pri.* (cùm enim Angulus ADE angulo BDC æqualis ſit factus; ſi utrique addatur communis BDE, erunt toti ADB, CDE æquales) ſunt autem & reliqui duo æquales, *per 32. pri.* Igitur triangula ADB, CDE æquiangula ſunt, ac proinde erit ut AB ad CE, ita BD, ad DC *per 4. ſexti.* Cùm autem quatuor rectæ lineæ proportionales ſunt, eſt rectangulum mediarum æquale rectangulo extremarum, *per 16. ſexti.* Igitur rectangulum ipſarum, DB, CE, æquale eſt rectangulo AB, CD. *Rurſus* triangula BCD, DEA ſunt æquiangula. Nam anguli BDC, ADE æquales ſunt per conſtructionem: anguli verò CBD, DAE, *per 21. tertii*: & reliqui *per 32. pri.* Eſt igitur ut CB ad AE, ita BD ad AD *per 4. ſexti.* Rectangulum igitur mediarum BD, AE, æquale eſt rectangulo extremarum BC, AD. Cùm itaque rectangulum DB, CE, æquale ſit rectangulo AB, DC: & rectangulum BD, EA, æquale rectangulo BC, DA: ſintque rectangula ipſarum BD, CE, & ipſarum BD, AE, æqualia rectangulo ipſarum BD, AC, *per 1. Secundi*: erit & rectangulum ipſarum BD, AC, æquale duobus rectangulis laterum oppoſitorum, quadrilateri, nimirum rectangulo AB, DC, & rectangulo BC, AD: quod demonſtrandum erat.

His demonſtratis pergo, & inveſtigo reliquos omnes ſinus omnium graduum ac minutorũ totius quadrantis, per ſequentia Problemata.

Propoſitio IV. Problema.

Sinum arcûs æqualis duobus arcubus quadrante minoribus, quorum ſinus noti ſunt, invenire.

Fig. 246. Icon. C. TOtus circulus ABCD intelligatur diviſus tantùm in 180. partes æquales, ut omnes ſubtenſę ſint inſtar ſinuum: ſic enim fiet, ut quod demonſtratur de chordis, intelligi poſſit demonſtratũ de ſinibus, qui ſunt dimidium chordarum. Sit igitur arcus BCD, æqualis duobus arcubus BC, CD, quorum BC ſit 30. CD 18 graduum, ut totus arcus BCD ſit 48. graduum, cujus ſinus BD ſit inveniendus. Sic procede. Sinus arcuum BC, CD, qui ſunt lineæ BC, CD, ſunt noti, *per 1. hujus capitis*: erunt igitur & complementorum ſinus BA, DA noti, *per 2. hujus cap.* ille nimirum 60. grad. hic 72. grad. Sinus BC eſt partium 5000000, BA 8660254, CD 3090170, DA 9510565, ut oſtendimus in præcedentibus. Cùm igitur figura ABCD ſit quadrilatera circulo inſcripta, & diametris diviſa: & rectangula contenta ſub BC DA: & ſub DC, BA, æquentur rectangulo ſub diametris CA, BD. contento, *per 3. hujus*: ſi ducas CB 5000000 in DA 9510565, & CD 3090170, in BA 8660254: atque producta 47552825000000, & 26761657103180 conjunxeris: prodibit rectangulum diametris AC, BD contentum, ſcilicet 74314482103180: his autem per CA, hoc eſt, per 10000000 diviſis, provenient 7431448. ſinus BD arcus BCD 48 graduum.

Atq; hoc modo inveniuntur omnium arcuum duobus arcubus conjunctis quadrante minoribus æqualium, ſi ſinus dictorum duorum arcuum noti fuerint.

Propoſitio V. Problema.

Sinum differentiæ duorum arcuum quadrante minorum; quorum ſinus noti ſunt, invenire.

SIt arcûs majoris BCD. 45 graduum, ſinus recta BD: ſinus verò arcus minoris BC 18 graduum, ſit recta BC: ſinus denique differentiæ DC 27 graduum, ſit recta DC, quem inquirere oporteat. Sic procede. ABCD eſt quadrilaterum habens proprietates tertiæ hujus capitis: & ſinus arcûs BCD, nempe recta BD, eſt *per 1. hujus cap.* partium 7071068: totidemq; etiam eſt DA priori æqualis, utpote graduum 45: ſinus totus AB eſt 10000000: ſinus arcus CB eſt 3090170: AC 9510565, Sinus CB ductus in DA, facit 21850802201560: ſinus verò AC ductus in BD, facit 67249851833420. Subtractis jam 21850802201560, e 67249851733420: reſtant 45399049631860: quibus per AB, hoc eſt, per ſinum totũ diviſis, reſtat CD partium 4539905, qui eſt ſinus 27 graduum. *Eodem modo proceditur in aliis.* Fig. 247. Icon. C.

Propoſitio VI. Problema.

Omnium graduum & minutorum quadrantis ſinus ſupputare, & tabulam ſinuum conficere.

EX quatuor præcedentibus Problematibus tota tabula ſinuum per omnes gradus & minuta quadrantis ſupputari facillimè poteſt. Habitis enim ſinibus primariis graduũ 18, 30, 36, 45, habentur dimidii graduum 9, 15, 18: & horum complementa 81, 75, 72. Differentia inter 15 & 18, ſunt 3: ergo & ſinus 3 graduum haberi poteſt. Summa 45 & 3, eſt 48: ſemiſſis 48 eſt 24, ſemiſſis hujus eſt 12, hujus 6, hujus 3: dimidium hujus eſt gradus 1. min. 30. dimidium hujus ſunt min. 45. Igitur habito ſinu minutor. 45, qui eſt 130896, ſi dicas: 45 minuta dant 130896, quid dat 1. minutum? reperies ſinum hunc 2909. Quo habito alios ſinus per minuta facilè ſupputabis per auream Arithmeticæ regulam.

Propoſitio VII. Problema.

Tabulas tangentium & ſecantium ſupputare.

TAbulas Tangentium facilè ſupputabis. Sit enim quadrans ABC, arcus datus CD, complementum DB, tangens arcus dati ſit CG. Hanc invenies, ſi dicas: ut ſinus complementi FD, hoc eſt, AE ipſi æqualis, ad ſinum arcus dati ED, ita ſinus totus AC ad tangentem CG. Nam triangula ADE, AGC, ſunt æquiangula, *per 2. Sexti*, ideoque *per 4. ſexti*, ut AE ad ED, ita AC ad CG. *Tabulas tangentium & ſecantium ſupputare.* Fig. 248. Icon. C.

Eâdem

Digitized by Google

Eadem facilitate ſupputabis Secantes. Sit enim AG ſecans arcus CD dati. Invenies eam, ſi dicas: ut AE ſinus complementi arcus dati ad AD ſinum totum, ita AC ſinus totus ad ſecantem AG. Demonſtratio eſt eadem ut antea.

Aliter invenies eandem ſecantem, ſi dicas: ut ED ſinus arcus dati, ad DA ſinum totum; ita tangens CG ejuſdem arcus dati, ad ſecantem GA. Demonſtratio eſt eadem.

Conſectarium.

EX dictis hoc capite conſtat, tabulas ſinuum, tangentium, & ſecantium non eſſe undequaque accuratas, ut ſupra inſinuavi, tum ob cauſam ibi dictam, tum quia in calculo arcus adhibentur ut lineæ.

CAPUT IV.

De uſu Canonis triangulorum, ſeu Tabularum Sinuum, Tangentium, & Secantium.

Tabularũ ſinuum, tangentium, & ſecantium uſus in quo conſiſtat. USus prædictarum tabularum conſiſtit in duobus præcipuè. *Primò*, ut ex ipſis vel cujuslibet arcus aut anguli dati inquiratur ſinus, tangens & ſecans; vel e contrario cujusvis ſinus, tangentis, ſecantis arcus aut angulus. *Secundò*, ut ope ſinuum, tangentium, & ſecantium tanquam aſſumptorum laterum triangulorum, ex notis lateribus, aut angulis, dati cujuslibet trianguli inveſtigentur cætera ignota, modo inſinuato in principio hujus libri, & capitibus ſequentibus fusè explicando. *Uſus canonis triangulorũ.* Primum voco uſum Canonis triangulorum. De primo hoc capite, de altero agemus ſequentibus.

Propoſitio I. Problema.

Dato arcu quadrante minore, utrumque ejus ſinum, tangentem, & ſecantem reperire.

SI datus arcus quadrante minor non excedit dimidium quadrantis, ſeu 45 gradus, quære numerũ graduũ in ſuperiore parte tabularũ, nempe in fronte prima columna: & e regione in tribus proximè ſequentibus columnis invenies ſub propriis titulis ſinum, tangentem, & ſecantem, in reliquis vero tribus columnis invenies ſinum, tangentem: & ſecantem complementi dati arcus. Quod ſi datus arcus adjuncta habet minuta, deſcende a gradu in fronte prima columna invento per ſeriem minutorum uſque ad minutum datum, & ab invento minuto procede verſus dexteram: reperieſque ut antea ſub propriis titulis ſinum, tangentem, & ſecantem tam dati arcus, quam complementi ipſius.

Si verò datus arcus quadrante minor excedit dimidiũ quadrantis, quære numerũ graduũ in inferiore parte tabularũ, nempe in calce octavæ columnæ: & ſi adjuncta habet minuta, in ſerie minutorũ aſcendo uſq; ad minutum datum: reperieſq; è regione ſub propriis titulis in primis tribus columnis ſinũ, & tangentem, & ſecantem dati arcus, in reliquis verò tribus habebis ſinum, tangentem, & ſecantem complementi.

EXEMPLA. Sit *primò* datus arcus Gr. 27. M. 23. Quære 27 in fronte primæ columnæ, & deſcende per ſeriem minutorum uſque ad 23 incluſive: reperieſque è regione ſub propriis titulis ſinum, tangentem & ſecantem quæſitum: tam dati arcus, quam complementi ipſius. Sit *ſecundo* arcus datus Gr. 56. M. 33. Quærantur gradus in calce octavæ columnæ, & aſcendatur in ſerie minutorum uſq; ad 33 incluſive: occurretq; è regione ſub propriis titulis ſinus, tangens, & ſecans dati arcus, & ejus complementi.

Propoſitio II. Problema.

Dati arcus quadrante majoris utrumque ſinum, tangentem, & ſecantem invenire.

SI datus arcus ſit major quadrante, ſit minor ſemicirculo, id eſt, minor quam 180 graduum, detrahe arcum datum ex ſemicirculo, & eam reſiduo arcu operaveris prius: hujus enim arcus ſinus tangens, & ſecans, eſt etiam ſinus, tangens, & ſecans arcus quadrante majoris, propterea quod duo arcus ſemicirculum complentes habeant eundem ſinum, tangentem, & ſecantem, ut diximus cap. 1. Definit. 3.

EXEMPLUM. Sit datus arcus G. 123. M 27. Subtrahatur ex ſemicirculo, hoc eſt, ex G. 179. M. 60: remanetque arcus minor quadrante G. 56. M 33: cujus ſinus, tangentes, & ſecantes, ſunt etiam ſinus, tangentes, & ſecantes arcus G. 123. M. 27. Illi autem habentur per Problema præcedens: ergo & illi.

G. 179.	M. 60.
G. 123.	M. 27
G. 56.	M. 33

Propoſitio III. Problema.

Dati arcus ſinum verſum eruere.

ARcus datus, cujus ſinum verſum ex tabulis eruere deſideras, vel eſt minor quadrante, vel major. In utroque caſu ita procedatur. *Per præcedentia Problemata inveniatur dicti arcus ſinus complementi: & in primo caſu ſubtrahatur ex ſinu toto, & reſiduum erit ſinus verſus arcus dati: in ſecundo verò caſu addatur ſinui toti, & ſumma reſultans erit ſinus verſus arcus dati.* Ratio patet ex capite 1. Definit. 5. & 6.

EXEMPLUM.

Arcus datus minor quadrante, G. 27. M. 23.
Arcus datus major quadrante G. 152. M 37.
Complementum commune. G. 62. M. 37.

Sinus totus ſeu radius	10000000.	10000000
Sinus complem. ſubtrahen.	8879492. addẽdus	8879492.
Sinus verſus quæſitus	1120508.	18879492.
	Arcus Grad. 27. M. 23.	Arcus G. 152. M. 37.

Propoſitio IV. Problema.

Invenire ſinum verſum complementi dati arcus.

LOco arcus dati ſumatur arcus complementi, & hujus arcus complementi quæratur ſinus verſus per Problema præcedens; hujus enim arcus ſinus verſus, eſt ſinus verſus complementi arcus propoſiti. EXEMPLUM. Sit datus arcus G. 60. erit arcus complementi G. 30. Hujus quæratur ſinus verſus per præcedens Problema, & habebitur ſinus verſus complementi arcus G. 60.

Digitized by Google

Propoſitio V. Problema.

Dati arcus chordam invenire.

ANtiqui, antequam invenirentur tabulæ ſinuum, utebantur chordis in trigonometria, quæ nihil aliud ſunt quam dupli ſinus arcuum ſubduplorum, ut patet ex cap. 1 Definit. 1. Dato ergo arcu, ſi chorda inquirenda eſt, ea ſic invenitur. *Arcus datus dividatur biſariam, & medietatis quæratur ſinus rectus per Problema 1. ſinus inventus duplicetur, & numerus productus erit chorda arcus dati.* EXEMPLUM. Sit arcus datus G. 60. Dividatur biſariam, & medietatis, nempe 30, quæratur ſinus rectus, qui eſt 5000000: hic duplicetur & habebitur 10000000 pro chorda arcus G. 60: quæ quidem chorda in hoc caſu æqualis eſt ſemidiametro circuli, ſeu ſinui toti, quia eſt latus hexagoni circulo inſcripti.

Propoſitio VI. Problema.

Sinui, Tangenti, Secanti, datis, debitum arcum invenire.

Sinus, tangens, ſecans quæratur in tabula; vel ſi non inveniatur, ſumatur proximè major, vel proxime minor: & à numero invento procedatur verſus ſiniſtram, aut dextram, uſque ad primam aut octavam columnam: illic enim occurrent minuta arcus quæſiti, & in capite vel calce ejuſdem arcus gradus. Et hoc modo procedendum eſt, quando conſtat arcum quæſitum eſſe quadrante minorem: quando autem eſt major quadrante, tunc arcus inventus debet ſubtrahi ex ſemicirculo ſeu gradibus 180, & reſiduum erit arcus quadrante major quæſitus. Pulchrè autem operatio in triangulis tam rectilineis, quàm ſphæricis, docet an accipiendus ſit arcus quadrante major propoſito ſinui, tangenti, ſecanti reſpondens, an verò minor, ut ſuis locis apparebit. EXEMPLUM. Sic dato ſinui 45399. 05. invenies reſpondere G. 27. M. 0: Tangenti 120593. 27, G. 50. M. 20, & ſic in reliquis. At pro ſinu 5348915. quem non reperies in tabula, capies propinquiorem ſinum 53484. 40, cui reſpondent G. 32. M. 20, &c.

Propoſitio VII. Problema.

Eundem arcum invenire, quando numerus datus eſt ſinus, tangens, ſecans complementi arcus quæſiti.

EOdem modo procede, ut in præcedente Problemate, & arcus inventi accipe complementum: hoc enim erit arcus quæſitus, niſi forte conſtet arcum quæſitum eſſe majorem quadrante: tunc enim arcus per præcedens Problema inventus, & quadrante auctus, eſt ille qui quæritur. EXEMPLUM. Detur ſinus complementi alicujus arcus hic numerus, 48455. 52. Hujus tanquam ſinus quære proprium arcum, per præcedens Problema, G. 28, M. 59. cujus complementum G. 61. M. 1. eſt arcus quæſitus. At ſi ejuſdem ſinus 48455. 52, ſit capiendus arcus quadrante major: inventus per præcedens Problema proprius arcus G. 28. M. 59. auctus quadrante, nimirum G. 118. M. 59. dat arcum quæſitum.

Propoſitio VIII. Problema.

Idem præſtare, quando numerus datus eſt ſinus verſus.

SI datus ſinus verſus minor eſt quam ſinus totus, detrahe ipſum ex ſinu toto: ſi vero major quam ſinus totus, detrahe hunc ex illo: & reſidui quære arcum per præcedens Problema, eumque deme à quadrante in primo caſu, adde verò quadranti in ſecundo caſu, & habebis arcum dati ſinus verſi. EXEMPLUM. Sit datus ſinus verſus 15369. radio, 10000000 minor: deme illum ex hoc, & relinquetur ſinui 99847. 31, G. 86. M. 50: hic arcus demptus ex G. 90. dat G. 3. M. 10. pro ſinu verſo 15369 dato. Sit iterum ſinus verſus 199847. 13. major radio: deme ex eo radium 10000000, & remanebit ſinus 99847. 31, G. 86. M. 50: hunc arcum adde gradibus 90. ut fiat arcus G. 176, M. 50, cujus 199847. 31, eſt ſinus verſus.

Propoſitio IX. Problema.

Idem præſtare, quando numerus datus eſt ſinus verſus complementi.

NUmerum datum ſubtrahe ex ſinu toto, vel hunc ex numero dato, & ejus quære arcum, & habebis intentum, ſive numerus datus ſit minor ſinu toto, ſive major.

Propoſitio X. Problema.

Data chorda, ejus arcum invenire.

CHordam datam ſeca biſariam, & ſemiſſem quære ſub titulo ſinuum, & arcum ſinui invento reſpondentem duplica: eritque reſultans arcus quæſitus. Ratio patet ex dictis cap. 1. Definit. 1.

Propoſitio XI. Problema.

Partem proportionalem pro minutis ſecundis reperire.

PRoblemata præmiſſa ſupponunt arcus datos eſſe in gradibus & minutis primis tantum: item numerus datos contineri in tabulis. Quia verò ſæpe gradibus & minutis primis adhærent ſecunda, & ſæpè numeri dati non continentur in tabulis; ſequentia docebunt quid in prædictis caſibus ſit faciendum.

§. I.

Quid obſervandum, quando minuta ſecunda negliguntur.

MInuta ſecunda gradibus & minutis primis adjuncta plerumq; à Mathematicis negliguntur in calculo triangulorũ, præſertim quando problema propoſitum eſt ſolitarium, & unicâ regulâ trium abſolvitur, & ex ſolutione ipſius non pendet ſolutio aliorum problematum: quod plerumq; in Problematibus ad Geometriam practicam ſpectantibus contingit. In hoc igitur caſu obſerva hanc regulam. *Quando minuta ſecunda ſunt pauciora quam 30, accipe in tabula arcum graduum & minutorum datorum: quando verò ſunt plura quàm 30, accipe arcum ſequentem.* EXEMPLUM. Si datus arcus eſt G. 15 M. 7. Sec. 18. accipitur in tab. arcus G. 15. M. 7. neglectis 18 ſecun-

Minuta ſecunda quando negliguntur in trigonometria, quid faciendũ.

Digitized by Google

ſecundis, quià ſunt citra ſemiſſem uniusminuti primi, & neglecta exiguum errorem inducere poſſunt. Si verò eſt G. 15. M. 7. Sec. 43: tunc 43 ſecunda reputantur pro uno primo, & ideo pro arcu dato accipitur in tabula arcus G. 15. M. 8. Et hæc praxis communiter obſervatur, quia communiter non requiritur major ſcrupuloſitas.

Similis eſt ratio de ſinibus, tangentibus, & ſecantibus, quando in tabulis non reperiuntur præcisè. Si enim ſinus datus eſſet 4518321. & pro ipſo quæreretur arcus: ejus loco acciperetur ſinus 45191.58, quia hic eſt ipſi vicinior quam ſinus 45165. 63, & arcus quæſitus diceretur eſſe G. 26. M. 52.

§. II.

Quid obſervandum, quando minuta ſecunda non negliguntur.

Item, quando non negliguntur. QVod ſi minuta ſecunda non vis penitus negligere, inquire partem proportionalem ipſis reſpondentem, hoc modo.

Quando pro arcu dato quæritur ſinus, tangens, ſecans, accipe differentiam inter ſinum arcus proximè majoris, & ſinum arcus proximè minoris arcui dato (ſubtrahendo numerum minorem ex majori: cui quidem differentiæ debetur unum minutum primum, ſive 60 ſecunda, quia ſinguli arcus proximi in tabula differunt inter ſe uno minuto primo, ſeu 60. ſecundis) Utere deinde regulâ aureâ Arithmetica, dicendo: ſi 60 ſecunda dant totam eam differentiam, quantam differentiam, dabunt propoſita ſecunda? & quotus reſultans, ſive differentia inventa in quoto, erit pars proportionalis. Hanc adde ſinui arcus proximè minoris, & efficietur ſinus rectus arcus propoſiti. Idem faciendum de tangentibus, & ſecantibus. EXEMPLUM. Sit arcus propoſitus G. 64 M. 5. ſec. 37, ad quem in tabula quoad minuta proximè accedunt arcus G. 64. M, 6. & arcus G. 64 M. 5. His arcubus in tabula

Arcus	major $64^{\circ}\ 6'$	Sinus	89955. 78.
	minor $64^{\circ}.\ 5'$.		89943. 27.
Differentia G. 0. 1. ut $60''$ II.			1251.
Partes reſpondentes			771.

adſcripti ſunt hi ſinus: 89955. 78. & 89943. 27. Accipe igitur differentiam inter hos duos ſinus, ſubtrahendo minorem à majori & invenies 1251 partes; quæ minuto 1, ſeu 60 ſecundis reſpondent: Vide jam per Regulam auream, quot partes reſpondeat 37 min. ſecundis; & invenies 771, cum 27 ſexageſimis. Adde igitur 771 (nam fractio $\frac{27}{60}$ negligitur cum minus valeat quam $\frac{1}{2}$) ad ſinum 89943. 27; eritque numerus productus, 89950. 98, ſinus arcus G. 64. M 5. Sec. 37. *Eodem modo procede in tangentibus & ſecantibus.*

Quando pro numero dato quæritur arcus, accipe differentiam inter ſinum proximè minorem, & ſinum proximè majorem, item differentiam inter ſinum propoſitum, & illum in tabula repertum à quo minus differt, & dic: ſi differentia inter duos ſinus in tabula repertos dat ſec. 60, addenda arcui ſinus proximè minoris, vel auferenda ab arcu ſinus proximè majoris (prout videlicet ſumpta fuerit differentia inter ſinum propoſitum, & ſinum proximè minorem, vel proximè majorem) ut habeatur arcus ſinus proximè majoris, vel proximè minoris; quot ſecunda poſtulat differentia inter ſinum propoſitum & ſinum proximè minorem, vel proximè majorem, addenda arcui ſinus proximè minoris, vel auferenda ab arcu ſinus proximè majoris, ut habeatur arcus propoſiti ſinus? Nam hæc ſecunda per Regulam auream inventa, addita arcui ſinus proximè minoris, vel ablata ab arcu ſinus proximè majoris, dabunt arcum ſinus propoſiti. EXEMPLUM. Sit propoſitus ſinus 89950. 98. quin in tabula non invenitur præcisè, ſed proximè major eſt 89955. 78. & proximè minor 89943. 27. differentes inter ſe partibus 1251. & arcus dictis ſinibus reſpondentes differunt ſec. 60: differentia vero inter minorem ſinum in tabula inventum, & inter ſinum datum eſt 771. Dic ergo: ſi differentia 1251 minori arcui G. 64. M. 5. addit 60 ſec. quot addet eidem differentia 771? Reperies ſecunda 36 $\frac{1242}{1251}$, hoc eſt, ſecun. 37 ferè adjicienda minori arcui G. 64 M. 5. ita ut arcus reſpondens ſinui dato 8995098, ſit G. 64. M. 5. ſec. 37 ferè. Eodem modo procedes in aliis.

Annotatio de Angulis.

QVæcunque dicta ſunt huc uſque de arcubus reſpectu ſinuum, tangentium, & ſecantium, & de ſinibus, tangentibus & ſecantibus reſpectu arcuum, referenda ſunt etiam ad angulos: nam, per ult. Sexti Euclid, *eadem eſt ratio arcuum & angulorum ab ipſis arcubus ſubtenſorum, & una eademque eſt utrorumque menſura, quia tam arcus, quam anguli menſurantur gradibus & minutis, ut ſupra etiam cap. 1 meminimus.*

LIBER V.

DE TRIGONOMETRIA PRACTICA,

Sive

Canones ad triangulorum dimenſionem ſpectantes.

PROOEMIUM.

PRæmiſſis principiis ad trigonometriam ſeu triangulorum dimenſionem pertinentibus, pergimus nunc ad ipſam dimenſionem eorundem; primò quidem planarum ſeu rectilineorum, deinde ſphæricorum ſeu curvilineorum. Utraq; quia non aliter quam per Regulam proportionum, quam Auream, ſeu Regulam Trium in Arithmetica par. 1. cap. 3. Artic. 1. appellavimus, abſolvitur; ideo primum omnium docendum eſt, quæ proportiones quibus triangulorum partibus inſint: ſunt enim in omni triangulo ſex conſideranda, tres nimirum anguli, & tria latera; & ex tribus horum cognitis cognoſcitur quartum ignatum, per dictam proportionum Regulam. Ut verò melius intelligantur à Tyronibus quæ dicentur: notanda ſunt nonnulla ex iis, quæ in Elementis Euclidis ſunt demonſtrata.

CAPUT I.

Notantur nonnulla ad Trigonometriam Practicam neceſſaria.

NOtandum igitur eſt primò. In omni triangulo plano tres angulos ſimul æquivalere duobus rectis, ſeu gradibus 180, *per 32. pri Euclid.* Unde datis ſeu cognitis duobus quibuſcunque, tertius cognoſcitur, ſi duo ſimul juncti demantur à ſemicirculo, ſeu à gradibus 180.

In triangulo rectangulo, dato uno acutorum datur & alter.

Notandum eſt ſecundò, In rectangulis triangulis præter rectū, qui 90. gradib. æquivalet, reliquos duos eſſe neceſſario acutos, eoſdemque, *per dictā 32. pri.* ſimul ſumptos uni recto ſeu gradibus 90 æquales. Unde uno acutorum dato, ſeu cognito, neceſſario reliquus datur, ſi datus ſubtrahatur ex quadrante ſeu gradibus 90, nam alter eſt alterius complementum ad quadrantem. Prætereà in æquilatero triangulo omnes anguli ſunt inter ſe æquales *per coroll. 5. pri Euclid* ac proinde cum omnes ſimul æquivaleant grad 180, quilibet continet 60 gradus. Itaque dato uno, dantur reliqui.

In triangulo æquilatero, dato uno angulo, dantur reliqui.

In Iſoſcelibus triangulis dato angulo verticali, dantur etiam anguli ſupra baſin, quia ambo ſimul ſunt complementum verticalis ad duos rectos, & complementi medietas una dat unum angulum ad baſin, altera alterum, *per 5. pri* Si verò datur unus ad baſin, datur etiam alter, utpote ipſi dato æqualis: & ſi ambo ſimul ſubducantur à duobus rectis, remanet verticalis. In ſcalenis ſi dantur duo, datur & tertius, utpote complementum ad 180.

In triangulo iſoſcelio, dato angulo verticali, dantur anguli ad baſin, &c.

Notandum eſt tertiò, parallelogram. rectang. gigni ex ductu duarū linearū circa angulū rectum unius in alteram; ut explicavimus *Defin. 1. Libri 2. Euclid.* Item ſi quatuor rectæ lineæ ſunt diſcretè proportionales, rectangulū mediarū æquatur rectangulo extremarū. *per 16 Sexti Eucl.* Ex quo ſequitur, quod datis trib⁹ quibuslibet ex quatuor quantitatibus diſcretè proportionalib⁹ reliqua quoque detur, per Auream regulam Arithmeticæ. Sint enim quatuor A, B, C, D, diſcretè proportionales, quarum A ſit ad B, ut eſt C ad D, unaq; illarum, v. g. D, ſit ignota. Dico, ipſam ex reliquis cognoſci.

A.	B.	C.	D.
2.	3.	6.	9.

Regula proportionum praxis explicatur.

Quoniam enim, *per 16. Sexti* rectangulum mediarum æquatur rectangulo extremarum, hoc eſt, productum ex multiplicatione ſecundæ in tertiam æquale eſt producto ex multiplicatione primæ in quartam: ideo ſi datarum trium ſecundam ducas in tertiam, & productum dividas per primam, proveniet in Quotiente quarta ignota: ſiquidem cum duo numeri ſeſe multiplicantes fecerint aliquem, genitus ex ipſis per unum ipſorum diviſus dat in quotiente alterum, ut conſideranti patet, & alibi demonſtratur Atq; hæc eſt ratio, cur in Regula aurea duo poſteriores termini inter ſe multiplicentur, & productum dividatur per primum. In diſpoſitione porro quantitatum proportionalium, quantitas ignota ſemper debet habere quartum locum: ideoq; in poſito exemplo debet dici, ut A ad B, ita C ad aliud. Si ignoretur C, debet dici, ut B ad A, ita D ad aliud. Si B ignoretur, debet dici, ut C ad D, ita A ad aliud. Si deniq; A ignoretur, debet dici, ut D ad C, ita B ad aliud.

Notandum eſt quartò, ex tribus angulis tantum cognitis non poſſe cognoſci quantitatē laterum trianguli, quia parvum triangulum poteſt eſſe æquiangulum magno triangulo, ut apparet in appoſita figura, ubi trianguli ADE omnes tres anguli ſunt æquales tribus angulis trianguli ABC, ſinguli ſingulis, *per 2. ſex Eucl.* & tamē latera ſunt inæqualia, in minori minora, in majori majora.

Ex tribus angulis tantum non poteſt cognoſci proportio laterum. Fig. 108. Icon. B.

CAPUT II.

De Trigonometria rectangulorum triangulorum.

PRimò agemus de dimenſione ſeu calculo triangulorum rectangulorum, utpote faciliori: deinde de obliquangulorum. In omni porrò triangulo rectangulo latus angulo recto oppoſitum appellatur vel hypothenuſa, vel baſis in hoc negotio à Mathematicis. Brevitatis cauſa adhibebimus ſinum totum 100000 partium tantum. Sed ante omnia videndum, quæ proportiones triangulorum partibus inſint.

Digitized by Google

Propoſitio I. Lemma.

In rectangulis triangulis unumquodque latus poteſt ſumi pro ſinu anguli oppoſiti, item unumquodque pro radio, & reliqua duo vel pro ſinibus, vel unum pro tangente, & alterum pro ſecante.

Fig. 549. Icon. C.

Triangulorum rectangulorum latera poſſunt ſumi pro ſinibus angulorum oppoſitorum.

CONſtat hoc ex dictis cap. 1. de Definitionibus ſinuum, & tangentium, & ſecantium, & ex appoſito triangulo ABC, rectangulo ad C. Si enim latus AB aſſumatur pro radio ſeu ſinu toto, hoc eſt, pro ſemidiametro circuli ex puncto A, intervallo AB deſcripti; erit BC ſinus arcus BD, & anguli A: AC verò erit ſinus complementi ejusdem arcus BD, ſeu ſinus anguli B. Si verò latus AC pro ſinu toto aſſumatur, erit BC tangens arcus CE, & anguli A: AB verò erit ſecans ejusdem arcus CE, & anguli A. Si denique latus BC aſſumatur pro ſinu toto, erit CA tangens arcus CF, & anguli B: BA verò erit ſecans ejusdem arcus CF, & anguli B.

Propoſitio II. Lemma

In triangulis rectangulis, duo quævis latera habent eandem proportionem ad invicem, quam ſinus angulorum illis oppoſitorum; & viciſſim.

Triangulorum rectangulorum latera ſe habent ad invicem ut ſinus angulorum oppoſitorum.

SEquitur ex præcedente. Nam ſingula latera circa rectum ſunt ſinus angulorum oppoſitorum, & latus recto oppoſitum eſt ſinus totus; ergo ut ſinus ad ſinum, ita latus ad latus: & viciſſim, ut latus ad latus, ita ſinus ad ſinum.

Propoſitio III. Lemma.

In iiſdem triangulis rectangulis, quodvis latus circa rectum ſe habet ad alterum, ut radius ad tangentem anguli oppoſiti; ad hypothenuſam verò, ut ad ſecantem ejusdem anguli.

SEquitur ex primo præcedente. Nam aſſumpto alterutro pro radio, alterum latus eſt tangens anguli oppoſiti, hypothenuſa verò eſt ſecans ejusdem, ergo, &c.

Propoſitio IV. Lemma.

Datis trianguli rectangili angulis, dantur etiam proportiones laterum.

Trianguli rectanguli angulis datis, dantur proportiones laterum.

SEquitur ex præcedentibus. Cùm enim duo quævis latera cujuslibet trianguli rectanguli habeant proportionem eandem, quam habent ſinus angulorum ipſius oppoſiturum; ſint autem ſinus angulorum notorum cogniti ex tabula ſinuum, *per 1. & 2. capitis ult. libri præced.* ſi lateribus trianguli adſcribantur ſinus angulorum oppoſitorum, cognoſcetur proportio dictorum laterum. Item cum quodlibet latus ejusdem rectanguli poſſit eſſe ſinus totus, reliqua verò vel ſinus, vel tangentes, vel ſecantes: & hæc omnia ex tabulis ſint nota: habita illorum proportione habebitur & laterum proportio.

Propoſitio V. Problema.

Data baſe, & alterutro angulorum acutorum reliqua latera efficere nota.

Latera ex baſe & angulis acutis nota facere in triangulo rectangulo.

Fig. 550. Icon. C.

IN triangulo rectangulo ABC, præter angulum rectum A, datus ſit angulus B, G. 60. M. 20 & conſequenter reliquus C, G. 29. M. 40. & baſis BC ſit 56 pedum. Quæritur, quot pedum ſint latera AB, & AC.

Primus modus per ſinus. Tribuatur baſi BC ſinus totus 100000. partium; eritq; *per Propoſit. 1. hujus cap.* AB ſinus anguli C, & AC ſinus anguli B. Quoniam igitur noti ſunt anguli B & C, noti etiam erunt ſinus illorum ex tabula ſinuum, AB quidem partium 49495. AC verò partium 86891. Cum ergo eadem ſit proportio duorum quorumvis laterum inter ſe, quæ eſt ſinuum angulorum illis oppoſiturum, *per 2. hujus*: ſintque ex his tria in proportione nota, nempe duo ſinus ex tabula ſinuum, & unum latus datum in certa menſura, videlicet in pedibus: dabitur etiam per Regulam Trium, *juxta Notabile 3. cap præced.* in iiſdem pedibus latus AB, & latus AC, ſi inſtituatur operatio ſic. Ut BC ſinus totus partium 100000, ad AB ſinum anguli C partium 49495, ita latus BC pedum 56, ad latus AB: Vel brevius, ut 100000 ad 49495, ita 56 ad aliud. Invenies enim pedes $27 \frac{71720}{100000}$ pro latere AB. Iterum ſi dicas: Ut BC ſinus totus 100000, ad AC ſinum anguli B part. 86891, ita latus BC ped. 56 ad latus AC; invenies enim pedes $48 \frac{65921}{100000}$ pro latere AC.

BC. ſin	200000
AB. ſin.	49495
BC. ped.	56.
AB. ped.	$27 \frac{71720}{100000}$

Secundus modus per tangentes, & ſecantes. Tribuatur lateri BA ſinus totus, eritque AC tangens anguli B, & BC ſecans ejusdem anguli B, *per 1. hujus.* Vel tribuatur lateri AC ſinus totus, eritq; AB tangens anguli C, & BC ſecans ejuſdē. Quoniam igitur noti ſunt anguli B & C, notæ etiam erunt tangentes & ſecantes ipſorum ex tabulis, ac proinde etiam proportio ipſarum ad ſinum totū nota erit. Cum igitur latus BC ad latera AB, & AC, eandem proportionem habeat, quàm habet idem BC prout ſecans angulorum B & C, ad tangentes eorundem angulorum, *per 3. hujus*, ſitque notum latus BC in pedibus; invenies per Regulā Auream ex noto latere BC, latera ignota AB, & AC, ſi dicas: Ut BC ſecans anguli B, ad AC tangentem ejusdem anguli B: ita latus BC 56 pedum, ad latus AC. Item ut BC ſecans anguli C, ad AB tangentem ejusdem anguli C, ita BC latus 56. ped. ad latus BA. Vel ſic: ut BC ſecans anguli B ad AB ſinum totum, ita BC latus 56. ped. ad latus AB. Item, ut BC ſecans anguli C, ad AC ſinum totum, ita BC latus 56 ped. ad latus AC.

Melius eſt uti primo modo, quam ſecundo, quia utendo primo liberamur à moleſtia diviſionis: Quotus enim diviſionis, hoc eſt, numerus quartus qui quæritur, habetur tunc, ſi à ſumma multiplicationis ſecundi numeri per tertium, ſeparentur tot figuræ dextera, quot ſunt cifræ in ſinu toto, reliquæ enim figuræ dant numerum pedum lateribus AB, AC debitum, & figuræ ſeparatæ conſtituunt Numeratorem, & ſinus totus Denominatorem cujuſdam fractionis, quæ una cum pedibus integris dat totum numerum quartum proportionalem. Vide dicta in Arithmet. par. 1. cap. 8. ar. 5. Annot. 7.

Propoſitio VI. Problema.

Dato uno latere circa angulum rectum, & alterutro angulorum acutorum, invenire reliqua latera.

Latera ex uno latere & uno angulo acuto.
Fig. 240. Icon. C.

IN præcedenti triangulo rectangulo A B C, ſit præter angulum rectum A, datus angulus B, G. 60, & conſequenter reliquus C, G. 30: ſitq; primò datum latus A B palmorum 28. Reliqua latera ita invenies.

Primus modus per tangentes, & ſecantes. Fiat latus A B ſinus totus, eritque A C tangens anguli B, & B C ſecans ejuſdem, *per* 1. *hujus*. Si ergo fiat, ut A B ſinus totus part. 100000, ad A C tangentem anguli B part. 173205, ita A B palmorum 28, ad quartū: invenietur A C palmorum 48, $\frac{10240}{100000}$. *Iterum*, ſi fiat ut A B ſinus totus, ad B C ſecantem anguli B part. 200000, ita B A part. 28, ad quartum: invenietur B C part. 56.

Secundus modus per ſinus. Fiat latus A B notum ſinus anguli C part. 50000: eritque A C ſinus anguli B part 86602, & A C ſinus totus, oppoſitus angulo recto A. Si ergo fiat ut A B ſinus 50000, ad A C ſinum 86602, ita latus A B part. 28. ad aliud: invenies A C part. 48, $\frac{21856}{100000}$. *Iterum*, ſi fiat ut A B ſinus anguli C 50000, ad B C ſinum totum 100000, ita latus A B part. 28, ad aliud invenies B C part. 56.

Si datum eſſet latus A C, & invenienda eſſent reliqua latera, poſito quod noti ſunt anguli: eodem prorſus modo operaberis cum dicto latere A C, quo operatus es cum A B.

Facilior eſt primus modus per tangentes & ſecantes, quam ſecundus per ſinus, quia ibi ſinus totus obtinet primum locum in regula aurea, ideoq; diviſio fit facilior.

Propoſitio VII. Problema.

Data baſe, & uno latere trianguli rectanguli, duos angulos acutos efficere notos, unà cum tertio latere.

Latus & angulos acutos ex baſe & uno latere.
Fig. 250. Icon. C.

IN eodem præcedente triangulo A B C, cujus, angulus A rectus, ſit data baſis B C palmorum 13, & latus A B pal. 5: oporteatque ex his explorare & angulos B ac C, & latus tertium A C.

Primus modus per ſinus. Fiat B C ſinus totus eritque A B ſinus anguli C, & A C ſinus anguli B. Dic jam: Ut latus B C palm. 13, ad latus A B palm. 5; ita B C ſinus totus part. 100000, ad aliud: invenieſque A B ſinum part. 38461; huic autem ſinui, vel potius ejus proxime minori 38456, reſpondent in tabula G. 22. M 37, ac proinde angulus C erit G. 22. M. 37. & conſequenter angulus B, G. 67. M. 23. & ſinus anguli B erit part. 92309. Inventis igitur acutis B & C, eorumq; ſinibus, dic *per* 5. *Propoſit. hujus cap.* Si ſinus totus partium 100000, dat ſinum anguli B part. 92309, quid dat latus B C pal. 13? invenieſque palmos 12 pro latere A C.

Secundus modus per tangentes & ſecantes. Fiat A B ſinus totus, eritque B C ſecans anguli B, & A C tangens ejuſdem anguli B. Dic jam: Ut latus A B pal. 5. ad latus B C pal. 13. ita A B ſinus totus 100000, ad B C ſecantem anguli B: invenieſque ſecantem B C part. 260000: cui, vel potius proxime majori reſpondent in tabula G. 67. M. 23. ac proinde angulus B eſt G. 67. M. 23. & conſequenter angulus C eſt G. 22. M. 37, tangentes verò A C anguli B eſt part. 240038. Dic jam: ut A B ſinus totus 10000 partium, ad A C tangentem anguli B part. 240038, ita latus A B pal. 5, ad latus A C, invenieſque pro dicto latere A C palmos 12. Vel dic: ut B C ſecans partium 260000, ad A C tangentem part, 240038, ita latus B C palmorum 13, ad latus A C palmorum 12.

Tertius modus per Pythagoricam. Sit ut antea baſis B C pal. 13, & latus A B 5. Quoniam igitur triangulum A B C habet rectum A, erit, *per Pythagoricam inventionem*, ſive *per* 47 *pri Eucud.* quadratum rectæ B C, æquale duobus quadratis laterum A B, A C ſimul ſumptis. Si ergo auferatur quadratum lateris A B, quod eſt 25, ex quadrato lateris B C, quod eſt 169: relinquetur quadratum lateris A C, nempe 144: cujus radix quadrata, quæ eſt 12, dat latus A C pal. 12. Ponatur jam B C ſinus totus, & A B ſinus anguli C, & dicatur: ut latus B C pal. 13, ad ſinum totum 100000, ita latus A B pal. 5. ad aliud; invenieſque ut ſupra in primo modo partes 38461, pro ſinu anguli C, &c.

Propoſitio VIII. Problema.

Dato utroque latere, invenire baſin, & utrumque angulum acutum.

Baſin & utrumq; angulum acutum ex utroq; latere.
Fig 250. Icon. C.

SIt ut antea triangulum rectangulum A B C, in quo duo latera A B, & A C circa rectum A ſint nota, A B palmorum 5, A C pal. 12: oporteatque ex his invenire baſim B C in palmis, & angulos acutos B & C in gradibus atque minutis.

Primus modus per tangentes & ſecantes. Sume latus A B pro ſinu toto: eritq; A C tangens anguli B, & B C ſecans ejuſdem. Dic jam: ſi A B palmorum 5, dat A B ſinum totum 100000, quā tangentem dabit A C palmorum 12? reperieſque tangentem A C partium 240000, cui in tabula tangentium reſpondent fere G. 67. M. 23. pro angulo B: ac proinde reliquus angulus C erit G. 22. M. 37. Inventis angulis B & C, ſume latus B C pro ſecante anguli B, & quære in tabula ſecantium ſecantem anguli G. 67. M. 23, & invenies 260035, Dic jam: ſi A B ſinus totus 100000, dat A B palmorum 5, quid dabit B C ſecans 260035? vel dic: ſi A C tangens 240000, dat A C pal 12, quid dabit B C ſecans 260035? invenieſque baſin B C palmorum 13. ferè.

Poteſt etiam ſumi latus A C pro ſinu toto, & A B pro tangente anguli C, & B C pro ſecante ejuſdem anguli C, & procedi modo dicto.

Secundus modus per Pythagoricam. Quoniam quadrata laterum A B & A C ſimul, æqualia ſunt quadrato lateris B C, *per* 47. *pri.* erit quadratum lateris B C palmorum quadratorum 169, cujus radix quadrata dabit latus B C pal. 13. Invento latere B C, invenientur anguli acuti ſic. Fiat B C ſinus totus, eritque A B ſinus anguli C, & A C ſinus anguli B. Dic jam: ut B C pal. 13, ad ſinum totum 100000, ita A B pal, 5. ad aliud, item, ita A C pal, 12 ad aliud; reperieſque ut antea ſinus angulorum C & B, & ex tabula ſinuum angulos C & B.

Propoſitio VII. Problema.

Dato uno latere unà cum proportione duorum angulorum, invenire & angulos acutos, & reliqua latera.

Angulos acutos &

SIt in præcedente triangulo notū latus A B, & ſit proportio anguli C acuti ad angulū rectū, A, ut

Latera ex uno latere, & proportione angulorum.

A, ut 8 ad 18, ſive ut 4 ad 9. Quoniam ergo rectus A eſt G. 90, eſtque ut 9 ad 4, ita 90 ad aliud, inveniemus ex tribus quantitatibus proportionalibus notis, nempe ex 9, 4, 90 quartam ignotam, *per Notabile 3. hujus cap:* ſi dicamus: Ut 9 ad 4, ita angulus A, G. 90, ad angulum C: inveniemus enim 40 pro angulo C, & conſequenter 50 pro angulo B. Ex his autem notis, nota fient reliqua latera, *per 6. hujus cap.*

Fig. 150. Icon. C.

Propoſitio VIII. Problema.

Datis tribus lateribus trianguli rectanguli, invenire angulos acutos.

Anguli acuti ex tribus lateribus.

Sit in præcedenti figura latus AB 3, AB 4, BC 5 ſpal. Fiat hypothenuſa BC 5. ſinus totus: eritque AB 3. ſinus anguli C, & AC 4 ſinus anguli B. Quare ſi dicas: ut BC 5. ad 100000, ita AB 3. ad aliud, invenies AB ſinum anguli C part. 60000, id eſt, G. 36. M. 52, Sec: 21: & conſequenter angulus B erit G. 53. M. 7. Sec. 48.

Fig. 150. Icon. C.

CAPUT III.

De Trigonometria obliquangulorum triangulorum.

Recolendum eſt quod libro præced. cap. 1. Definit. 3. inſinuavimus, nimirum ſinum anguli obtuſi, ſeu recto majoris, eſſe ſinum anguli acuti qui eſt complementum obtuſi ad duos rectos. Nam ſinus arcus quadrante minoris, eſt etiam ſinus complementi illius arcus ad ſemicirculum: quidquid autem dicitur de ſinu reſpectu arcuum, intelligi etiam debet de ſinu reſpectu angulorum qui ſubtenduntur ab arcubus. Invenitur igitur ſinus anguli obtuſi per Propoſit. 2. capitis 4. præcedentis libri.

Propoſitio IX. Lemma.

Si circa triangulum rectilineum quodcunque deſcribatur circulus, per 5. quarti Euclid. ***erit latus quodlibet chorda arcus quem ſubtendit.***

Fig. 145. Icon. C.

Sic in triangulo ABD, latus AB eſt chorda arcus ABCD, & latus AD chorda arcus AD, & latus BD chorda arcus BCD. Patet ex *Definit. cap. 1. libri præced.* Et quia eſt eadem ratio arcuum & angulorum, erunt eadem latera etiam chordæ angulorum ipſis oppoſitorum.

Propoſitio X. Lemma

Dimidium cujusq; chordæ eſt ſinus rectus dimidii arcus quem ſubtendit chorda.

Chorda dimidium eſt ſinus dimidii arcus.

Sic in præcedenti figura dimidium chordæ BD eſt ſinus rectus dimidii arcus BCD. Patet ex dictis lib. 4. cap. 1. poſt Definit. 4. Ex quo ſequitur, omnem chordam eſſe duplum ſinus dimidii arcus cujus eſt chorda, & conſequenter dimidii anguli à dimidio arcus ſubtenſi, ut ibidem diximus.

Propoſitio XI. Lemma.

In omni triangulo obliquangulo, latera habent eandem proportionem ad invicem, quam ſinus angulorum ipſis oppoſitorum, & viciſſim.

Sequitur ex nona & decima præcedente: nam ſinus ſunt ſemiſſes ſubtenſarum, & viciſſim, ut diximus: atqui latera trianguli obliquanguli cujuſcunque habent ſe ad invicem, ut ſubtenſæ angulorum ipſis oppoſitorum; ergo etiam ut ſemiſſes ſubtenſarum: nam quæ eſt proportio totius ad totum, eadem eſt dimidii ad dimidium.

Latera trianguli habent ſe ad invicem ut ſinus.

Propoſitio XII. Lemma.

Datis trianguli obliquanguli angulis, dantur etiam proportiones laterum.

Sequitur ex præcedente. Cum enim laterum proportio ſit ut ſinuum, ſinus autem datorum angulorum ſint cogniti ex tabula; cognita etiam erit proportio laterum.

Propoſitio XIII. Lemma.

Si ab uno angulo trianguli obliquanguli notorum laterum, ad oppoſitum latus perpendicularis demittatur, quanta ſint ſegmenta lateris à perpendiculari facta, cognoſcere.

IN triangulo æquilatero, & iſoſcelio, perpendicularis demiſſa ad baſin, ſecat ipſam bifariam *per 3. tertii*, vel *per 26. pri. Euclid.* ideo ſi baſis eſt nota, etiam ſegmenta erunt nota. In aliis triangulis perpendicularis aliquando cadit intra, aliquando extra triangulum in latus productum. In utroque caſu ſic reperiuntur ſegmenta.

Segmenta lateris facta à perpendiculari demiſſa ab angulo oppoſito cognoſcere.

In appoſito utroq; triangulo ABC, ſit latus AB 13, AC 20 & in priori baſis BC ſit 21, in poſteriori 11. Ex A, ad intervallum minoris lateris AB, deſcribatur circulus ſecans majus latus AC in F, idemq; productum in G, ita ut tota GC, hoc eſt, aggregatum duorum laterum AB, & AC, ſit 33, differentia verò eorundem, hoc eſt, ſegmentum FC, ſit 7. Idem circulus ſecet quoque reliquum latus BC alicubi in E, ſive intra, ſive extra triangulum. Secabitur autem ſemper recta BE à perpendiculari AD, bifariam in D, *per 3. tertii:* Et *per 36. ejuſdem*, rectangulum ſub BC, CE, erit æquale rectangulo ſub GC, CF. Eſt autem rectangulum ſub GC, CF notum, quia nota eſt tota GC, hoc eſt, duo latera AB, AC 33, & nota etiam eſt recta CF, quæ eſt 7, utpote differentia inter duo latera AB, AC, unde totum rectangulum ſub GC, CF, eſt 231: notum ergo etiam eſt rectangulum ſub BC, CE. Hujus autem unum latus eſt notum, nempe BC, in priori quidem triangulo 21, in poſteriori verò 11. Diviſo ergo rectangulo ſub BC, CE, nempe 231, per 21 in prima figura, & per

Fig. 151. Icon. C.

11. in ſecunda, Quotiens diviſionis erit alterum latus, hoc eſt, recta E B, in priori quidem diviſione 11, in poſteriori verò 21. Et quia in priori diviſione quotiens 11, hoc eſt, recta E C, eſt minor baſe B C, rectè colligitur perpendicularem A D cadere intra triangulum, quia debet dividere bifariam rectam B E, quæ eſt pars reliqua totius baſis B C: at vero in poſteriori diviſione quia quotiens 21, hoc eſt, recta E C, eſt major baſe B C, colligitur perpendicularem A D cadere extra triangulum, quia debet dividere bifariam rectam B E, quæ eſt extra baſim B C. Si ergo in priori caſu auferatur recta E C ex latere B C, nempe 11 ex 21, remanebit B E 10, cujus ſemiſſis, 5, erit ſegmentum B D, ac proinde alterum C D erit 16. In poſteriori vero caſu ſi ex E C inventa, nimirum 21, dematur latus B C partium 11, relinquetur rectus B E 10, cujus dimidium, 5, dabit rectam B D extra triangulum inter perpendicularem & angulum obtuſum, ac proinde tota C D, compoſita ex latere B C, & dicto dimidio A D. erit 16.

Si perpendicularis demittatur in latus maximum trianguli, ſemper cadet intra ipſum, ut probabitur Propoſit. 17. in Annotat.

Propoſitio XIV. Lemma.

Magnitudinem perpendicularis ab angulo ad latus oppoſitum trianguli demiſſæ invenire.

Perpendicularem ab angulo ad latus demiſſam invenire. Fig. 252. Icon. C.

INquire per præcedentem ſegmenta lateris à perpendiculari facta, v. g in priori triangulo ſupra poſito ſegmenta B D, & DC. Quoniam igitur *per 47. pri.* quadratum rectæ A B æquale eſt quadratis rectarum BD, & AD, ſi quadratum BD auferatur à quadrato AB, remanet quadratum A D, cujus radix quadrata dabit magnitudinem ipſius A D.

Propoſitio XV. Problema.

Datis tribus, aut etiam duobus tantum angulis trianguli obliquanguli, & uno latere, reliqua duo latera cognoſcere.

Latera reliqua ex tertio & angulis.

DAtis duobus angulis datur etiam tertius, quia hic eſt complementum ad duos rectos: unde aggregato duorum ſublato à G. 180, relinquitur tertium. Datis verò angulis, dantur etiam ſinus angulorum, ſi ſingulis lateribus adſcribantur ſinus angulorum oppoſitorum, *per 11. & 12. hujus cap.* His notatis, ſic procede.

Fig. 253. Icon. C. Sit *primo* triangulum A B C acutangulum, in quo angulus A ſit G. 75. M. 45: angulus B, G. 67. M. 23: angulus C, G. 36. M. 52. & latus AB ſit 13 palmorum. Quoniam igitur, *per 11. hujus cap.* eſt ut ſinus anguli C ad ſinum anguli A, ita latus AB datum, ad latus BC; ſi fiat, ut ſinus anguli C, nempe 59995, ad ſinum anguli A 96923, ita latus A B 13 ad aliud: invenietur latus BC 21 ferè. Iterum, ſi fiat ut ſinus anguli 59995 ad ſinum anguli B 92309, ita latus A B 13, ad aliud; invenietur latus A C 20 ferè palmorum.

Fig. 253. Icon. C. Sit *ſecun.* triangulorũ A B C obtuſus angulũ, in quo angulus obtuſus B ſit G. 112. M. 37: angulus A. G. 30. M. 31, angulus C, G. 36. M. 52. & rurſum latus A B 13. Quoniam idem eſt ſinus anguli, qui ejus complementi G. 67. M. 23. invenietur modo jam expoſito BC 11, & AC 20 fermè.

In triangulo iſoſcelio, datis angulis cum uno latere, ſufficit invenire adhuc unum tantum, quia duo ſunt inter ſe æqualia. In æquilatero triangulo, ſi detur unum latus, dantur & reliqua, quia omnia ſunt inter ſe æqualia.

Propoſitio XVI. Problema.

Datis tribus, aut etiam duobus tantum angulis, cum duobus lateribus, reliquum invenire.

PRocede cum utrolibet latere dato ut in præcedenti propoſitione, & habebis quod quæris. *Latus reliquum ex lateribus & angulis.*

Propoſitio XVII. Problema.

Datis tribus lateribus, omnes angulos notos facere.

IN æquilatero non eſt opus calculo, quia ſinguli anguli ſunt 60. graduum.

In triangulo iſoſcelio v. g. ABC, docenda eſt perpendicularis A D ad baſin; quæ quidem baſis ſemper dividetur bifariam à perpendiculari, *per 3. tertii Euclid.* Quare ſi fiat, ut unum æqualium laterum, nempe A B 12. v. g. ad ſinum totum ita dimidium baſis BD 5. v. g. ad aliud; invenietur ſinus cujusdam arcus, cujus complementum ad 90. dabit unum æqualium angulorum ſupra baſim, nempe angulum B, *per 8. hujus cap.* Ergo & alter æqualium angulorum dabitur, nempe angulus C, & conſequenter etiam tertius B A C, utpote reliquus duorum rectorum. *Anguli ex tribus lateribus.* Fig. 254. Icon. C.

In reliquis triangulis laterum inæqualium datorum, v. g. in triangulis appoſitis ABC, quorũ latus A B eſt 13, A C 20, BC in uno 21, in altero 11, ducatur in latus B C, ex oppoſito angulo A, perpendicularis A D. Hæc ſi cadat intra triangulum, ut in figura 255, ſegmenta B D, DC, reperiuntur, *per 13. hujus cap.* quæ ſunt 5, & 16. Deinde in triangulo rectangulo A D B, per latera AB, B D inquiratur angulus B A D, ut factum eſt paulò ante in triangulo iſoſcelio, & ſimiliter angulus C A D in triangulo rectangulo C D A, ex lateribus A C, C D. Horum enim duorum angulorum B A D, C A D, complementa dant angulos B & C & reliquus angulus B A C componitur ex duobus prædictis, & etiam invenitur per ſubtractionem duorum B & C ex 180 gradibus. Fig. 255. & Fig. 256. Icon. C.

Quod ſi perpendicularis A D cadat extra triangulum, ut in figura 256, quæratur primò ſegmentum D B, *per 13. hujus*, & ſumpto latere AB pro ſinu toto quæratur arcus anguli D A B, modo paulo antè dicto, cujus complementum dat angulum A B D, & hujus anguli complementum ad duos rectos dat angulum A B C, *per 13. pri. Euclid.* Deinde ſumpto latere A C pro ſinu toto, quæratur arcus anguli D A C, cujus complementum ad quadrantem dat angulum C; hic verò unà cum angulo C B A ſubtractus à 180, relinquit angulum C A B. Eundem angulum C A B dat etiam angulus D A B ſubtractus ab angulo D A C.

Anno-

Annotatio.

Quando perpendicularis demittitur ab angulo qui maximo lateri opponitur, ſemper cadit intra triangulum: nam angulus maximo lateri oppoſitus eſt omnium trium maximus, per 19. pri. Euclid. *ideoq́, reliqui duo ſunt acuti*, per 17. pri *quare perpendicularis nec poteſt congruere uni laterum, alioquin angulus rectus æquaretur acuto: nec poteſt cadere extra latera, alioquin acutus deberet eſſe major recto, utpote externus interno & oppoſito: quod eſt impoſſibile, & contra* 16. pri. Euclid.

Propoſitio XVIII. Problema.

Datis duobus lateribus trianguli obliquanguli, & angulo uni laterum oppoſito, invenire reliqua, ſi conſtet ſpecies anguli.

Latus & angulos reliquos ex duobus lateribus & angulo uni laterum oppoſito.

SInt *primò* in triangulo ABC data latera AB 6, & BC 10, & angulus A, Gr. 15, oppoſitus lateri BC, conſterq́; de angulo C eſſe acutum. Ut enim habeas, dic, *per 11. hujus cap.* Latus BC 10, dat ſinum anguli A, qui eſt 25882, quid dat latus AB 6? Factâ operatione per Regulam auream, reperies ſinum hunc, 15529, quem quære in tabula ſinuum, aut ſi illum non reperis, ſume illi proximè æqualem, nimirum hunc, 15528. cui reſpondent G. 8. M. 56. Eſt igitur angulus C, G. 8. M. 56. Et quia angulus A ponitur G. 15, ſi hos duos ex 180 ſubtrahas, reſtabit angulus B, G. 156. M. 4. Ut quoq́; latus AC habeas, quære ſinum anguli B, *per 2. capitis 4. libri præced.* qui eſt 40567, & dic: ut ſinus anguli A 25885: ad latus BC 10, ita ſinus anguli B 40567 ad aliud: & reperies $15\frac{2}{3}$ ferè pro latere AC.

Fig. 157. Icon. C.

Sint *ſecundò* nota latera BC 10: AC $15\frac{2}{3}$ cum angulo A G. 15, & ſit quærendus angulus B, de quo conſtet eſſe obtuſum. Dic: latus BC 10, dat ſinum anguli A 25885: quid dat latus AC $15\frac{2}{3}$? Reperies ſinum hunc, 40536, cui in tabula reſpondent G. 23. M. 56. Sed quia angulus B obtuſus eſt, ſubtrahe G. 23, M. 65. ex duob⁹. rectis, hoc eſt, ex gradib⁹. 180, & reſtat angulus B 156 graduū & 4 minutorum. Latus AB habebis, ſi dicas, ut ſinus anguli A ad ſinum anguli C, ita latus BC 10 ad aliud.

Neceſſario conſtare debet de ſpecie anguli qui quæritur, num acutus ſit, an obtuſus, alioquin nihil certi colligi poteſt, quia ex ſinu invento non poteſt ſciri qualis ſit in ſpecie.

Propoſitio XIX. Problema.

Datis duobus lateribus trianguli obliquanguli, cum angulo ab ipſis contento, reliquos angulos, & tertium latus inquirere.

Angulos reliquos & latus tertium ex duobus lateribus & angulo illis contento.

SInt in triangulo ABC præcedentis propoſit. latera AB 6, BC 10, cū angul. B Gr. 156. M. 4. nota. Fiat angul. EDF, angulis A & C æqualis: EDG quidē, angulo A: GDF verò, angulo C. Sit prætereà latus E æquale ſummæ laterū AB, BC: EG quidem, ipſi BC, GF vero, ipſi AB: vel certè quam proportionem habet BC ad AB, eandem habeat EG ad GF, hoc eſt, EG ad GF ſit, ut 10 ad 6. Dividatur tota EF in H biſariam. Cum igitur EG ſit partium 10, GF partium 6: erit tota EF 16 partium: ergo dimidia EH, vel HG erit 8: & differentia ipſarum HF 8, & GF 6; erit GH 2 partium. Si angulus B, quem ponimus G. 156, M. 4, ſubtrahatur ex 180, reſtant anguli A, & C, G. 23. M. 56: quantus etiam ponitur angulus EDF: Ergo dimidius HDF, erit G. 11. M. 58. Igitur ſi dicas: HF 8 dat tangentem anguli HDF, quæ eſt 21195: quid dat HG 2? Reperies tangentem hanc, 5298, quæ eſt tangens anguli HDG, cui in Tabula Tangentium reſpondent G. 3. M. 2. Hæc ſi addas ad G. 11. M. 58, prodit angulus major A, G. 15: ſi ſubtrahas, reſtat angulus minor C, G. 8. M. 56. Habitis angulis A, & C, reperitur latus AC per propoſit. 15. præcedentem.

Fig. 258. Icon. C.

Ex dictis colliges hanc regulam. Quando in triangulo obliquangulo duo latera cum angulo ab illis contenta nota ſunt, ut habeantur anguli ignoti, fiat (ablato prius angulo dato ex 180 gradibus, ut ſumma reliquorum duorum habeatur) ut ſemiſſis ſummæ notorum laterum, ad differentiam eorundem, ita tangens ſemiſſis ſummæ reliquorum angulorum, ad aliud; reperietur tangens anguli; quem ſi addas ſemiſſi ſummæ angulorum, prodibit angulus ignotus major, qui nimirum majori lateri dato opponitur, per 18 pri Euclid. *ſi verò ſubtrahas à ſemiſſe ſummæ angulorum, relinquetur angulus ignotus minor, qui nimirum majori lateri dato opponitur. Quod ſi rurſus fiat, ut ſinus utriuſve angulorum inventorum, ad ſinum anguli in principio dati, ita latus invento angulo, qui acceptus fuerit in regula aurea, oppoſitum, ad aliud; invenietur tertium latus.*

Regula per numeros idem præſtandi.

CAPUT IV.

De dimenſione triangulorum Sphæricorum.

IN hoc capite breviſſimè afferam primò pauca quædā elementa Sphærica, ſecundò proprietates nonnullas ſphæricorum triangulorum, tertiò trigonometriam ipſam tam rectangulorum quàm obliquangulorum ſphæricorum triangulorum. Elementa & proprietates eò collimant, ut Tyrones aliqualem ſaltem doctrinæ ſphæricæ cognitionem indipiſcantur, præſertim cum infra in Aſtronomia non exiguo uſui ſint futura.

DE ELEMENTIS SPHÆRICIS.

§. I.

ELementa ſphærica appello, quæ neceſſaria ſunt tum ad trigonometriam ſphæricam, tum ad univerſam ſphæricam ſcientiam intelligendam, cujuſmodi ſunt ſuppoſitiones nonnullæ, & Definitiones. Melius autem, quæ hic breviter inſinuo, intelligentur ex dicendis intrà lib. 7. de Aſtronomia Elementari.

Elementa ſphærica.

Quæ ſequuntur, voco ſuppoſitiones: non quòd nulla demonſtratione egeant, ſed quòd demonſtrata ſumantur à Theodoſio, & aliis.

SUP-

SUPPOSITIONES.

I.

Suppoſitiones ſpharica. *Sphara.*

SPhæra eſt figura ſolida cōprehenſa unicâ ſuperficie convexa, ad quam ab uno eorū punctorum, quæ intra figurā ſunt, omnes rectæ lineæ ductæ ſunt inter ſe æquales. Centrum ſphæræ eſt prædictum punctum. Axis ſphæræ eſt recta quædam linea per centrum ſphæræ ducta, & utrimq; terminata in ſphæræ ſuperficie, circa quam quieſcentē circumvolvitur ſphæra. Poli ſphæræ ſunt extrema puncta ipſius axis. *In appoſita figura (quā globoſam fingere oportet) centrum eſt E; axis AC, & BD, poli A & C, B & D. Melius intelligentur hæc & ſequentia, ſi ante oculos habeatur globus materialis.*

Fig. 259. Icon. C.

II.

Poli circuli in ſphara deſcripti.

Polus circuli in ſphæra deſcripti, eſt punctum in ſuperficie ſphæræ, à quo omnes lineæ ad circuli circumferentiam tendentes rectà, ſunt inter ſe æquales. *Circuli AFCG. polus unus eſt B, alter D: circuli vero BFDG, polus unus eſt A, alter C.*

III.

Circuli ſphara maximi, & non maximi.

Circuli ſphæræ aut ſunt maximi, aut non maximi. Maximi ſunt, qui dividunt ſphæram in duas æquales partes. Et hi habent idem centrum cum ſphæra. Ex quo ſequitur, circulos ſphæræ habentes idem cum ipſa centrum, eſſe maximos. Non maximi ſunt, qui dividunt ſphæram in duas partes æquales. Et hi non habent idem centrum cum ſphæra. Unde circuli non habentes idem cum ſphæra centrum, non ſunt maximi. *In figura circulus AFCG, eſt maximus, HIKL verò non maximus. Prioris centrum eſt E, idem quod ſphara.*

IV.

Circuli maximi ſphara ſecant ſe mutuo bifariam.

In ſphæra maximi circuli ſe mutuo ſecant bifariam: & è contrario, in ſphæra circuli qui ſe mutuo bifariam ſecant, ſunt maximi. *Duo circuli, ABCD, & AFCG, ſecant ſe bifariam in A & C.*

V.

Omnes maximi circuli ejusdem ſphæræ, ſunt inter ſe æquales, quia eorum diametri ſunt æquales, cum omnes per idem centrum tranſeant, *ut patet in diametris AC, BD.*

VI.

Si in ſphæra maximus circulus circulū quempiā ad rectos angulos ſecet, & bifariā eum ſecat, & per polos ipſius tranſit. Ad rectos angulos (ſcilicet ſphæricos) ſecare ſe dicuntur, quando unus tranſit per polos alterius, & conſequenter non inclinat magis ad unam ejus partem, quam ad alteram. *Sic AFCG ſecat circulum ABCD ad angulos rectos in punctis A & C. Sic etiam BFDG ſecat circulum ABCD ad angulos rectos in B & D. Utrobique autem bifariam ſe mutuò ſecant.*

VII.

Si in ſphæra maximus circulus, eorum qui in ſphæra ſunt circulorum aliquem per polos ſecet, bifariam & ad angulos rectos eum ſecat. *Explicatio patet ex proximè dictis.*

VIII.

Fig. 259. Icon. C.

Si in ſphæra maximus circulus per polos alterius cujuſpiam maximi circuli tranſeat, tranſibit viciſſim hic per polos illius. *Sic circulus maximus ABCD, tranſit per polos B & D circuli maximi AFCG, & hic viciſſim per polos A & C alterius.*

IX.

Si in ſphæra circulus circulum per polos ſecet, circulus maximus eſt, & bifariam eam ſecat, & ad angulos rectos. *Si quia circulus ABCD, ſecat tam HIKL, quam AFCD, per polos ipſorum B & D; ſignum eſt eſſe maximum circulum, & utrumque bifariam ſecat, & ad angulos rectos ad H & K, item ad A & C.*

X.

Si in ſphæra circulus circulum bifariam, & ad angulos rectos ſecet, circulus maximus eſt, & per polos eum ſecat. *Explicatio patet ex proxime dictis.*

XI.

Circulus maximus ſphara diſtat à polis ſuis quadrante.

Omnis circulus maximus diſtat undique per quadrantem maximi circuli à ſuo polo, ideoque omnis quadrans à polo maximi circuli in ipſum ductus eſt ei ad angulos rectos. *Sic AFCG diſtat à ſuis polis B & D, per quadrantes AB, CB, AD, CD, &c.*

XII.

Si duo aut plures maximi circuli maximum circulum ad rectos ſecent angulos, concurſus ipſorum erit ipſiuſmet circuli polus. *Patet ex globo materiali, ſi in illo deſcribantur plures circuli maximi ſecantes alium maximum perpendiculariter.*

DEFINITIONES.

I.

Definitiones ſpharica. *Angulus ſphæricus.* Fig. 260. Icon. C.

ANgulus ſphæricus eſt, quē in ſphæræ ſuperficie duo arcus circulorū maximorum ſeſe mutuo ſecantes continent. *Tales ſunt anguli AEC, CEB, &c. Dixi,* arcus circulorum maximorum, *quia anguli ab aliis ſphara circulis effecti in ſuperficie ſphara à Trigonometris non conſiderantur. Dixi praterea,* ſeſe mutuo ſecantes, *quia omnes circuli maximi in ſphara ſe mutuo ſecant; & nunquam ſe mutuò ſecant, & nunquam ſe mutuo tangunt,* per Suppoſit. 4.

II.

Rectus.

Angulus ſphæricus rectus eſt, quem in ſphæræ ſuperficie duo arcus circulorum maximorum ſeſe ad angulos rectos ſecantium continent. *Tunc autem duo circuli ſecant ſe ad angulos rectos, quando unus ad alterum rectus eſt, hoc eſt, quando unus ſecans alterum, non inclinat magis ad unam partem, quam ad alteram, ut ſupra dicebam Suppoſit. 6.*

III.

Acutus & obtuſus.

Angulus ſphæricus obtuſus eſt, qui recto major eſt, acutus verò, qui minor eſt recto. *Explicatione non eget.*

Conſtituitur angulus ſphaericus ad punctum datū, in dato arcu circuli maximi in ſuperficie ſphara, ſi per illud punctum, & per polum dati arcus, deſcribatur circulus maximus: hujus enim circuli circumferentia cum arcu dato angulum rectum conſtituet, cum circulus hic ad circulum illius arcus ſit rectus, per Suppoſit. 7. & 9. *Sic ſi arcus ADB ſit circuli maximi arcus & polus ejus ſit E, ſi ex puncto A per E ducatur circulus maximus AEB, &c. erit angulus A rectus. Si verò per datum punctum deſcribatur arcus circuli maximi non per polos dati arcus; conſtituet circumferentia hujus circuli cum dato arcu angulos inæquales, obtuſum unum, alterum acutum. Sic circuli maximi arcus FHG, cum circuli maximi arcu ADB, ad punctum F conſtituit angulum AFH obtuſum, & HFD acutum.*

IV.

Anguli ſphærales æquales.

Æquales ſphærales anguli ſunt, qui ſub arcubus circulorum ad æquales angulos inclinatorum continentur.

V. Tri-

V.

Triangulum ſphæricum æquilaterum, iſoſceles, &c.

Triangulum ſphæricum eſt, quod tribus arcubus circulorũ maximorum in ſphæræ ſuperficie continetur. *Itaq; latera trianguli ſphærici ſunt arcus maximorum circulorũ ſingulatim ſemicirculo minores. Triangulum ſphæricum eſt vel æquilaterum, ſi nimirum omnes tres arcus fuerint æquales; vel iſoſceles, ſi duo tantum arcus fuerint æquales; vel ſcalenum, ſi omnes inæquales inter ſe fuerint. Item vel rectangulũ eſt, ſi nimirum aliquem angulum habuerit rectũ, vel obtuſangulum, ſi aliquẽ obtuſum habuerit: vel acutangulum, ſi omnes acuti fuerint. In rectangulo, & obtuſangulo triangulo ſphærico, ſi unus angulus eſt rectus vel obtuſus, poſſunt alii duo etiam eſſe recti, vel obtuſi, vel alter ſaltem: quod in rectilineis non contingit.*

VI.

Arcus anguli ſphærici.

Arcus anguli ſphærici eſt arcus circuli maximi, cujus polus eſt in ipſo angulo, inter duos arcus angulum ſphæricum comprehendentes interceptus. *Sic arcus anguli AEC, eſt AC, &c. Non omnis ergo arcus angulo ſphærico oppoſitus, eſt illius anguli arcus. Quia vero polus circuli maximi abeſt ab eo quadrante circuli maximi, fit ut uterq; arcuum angulum comprehendentium, inter angulum & arcum anguli poſitorum, ſit quadrans. Quare ſi angulus fuerit rectus, arcus anguli erit quadrans: ſi acutus, quadrante minor: ſi obtuſus, major quadrante.*

VII.

Complementum arcus anguli ſphærici.

Complementum arcus eſt exceſſus, quo quadrans eum ſuperat, ſi arcus minor eſt quadrante: vel ab eo ſuperatur, ſi eſt quadrante major.

VIII.

Complementum anguli ſphærici eſt exceſſus, quo quadrans arcum ipſius anguli ſuperat, vel ab eo ſuperatur.

IX.

Complementum anguli ſphærici.

Sinus, Tangens, & Secans anguli ſphærici, eſt ſinus tangens, & ſecans illius arcus, qui arcus anguli dicitur.

§. II.

DE PROPRIETATIBUS Angulorum, & triangulorum ſphæricorum.

I.

Proprietates angulorum & triangulorum ſphæricorum. Fig. 261. Icon. C.

SI anguli ſphærici crura ſive latera continuantur, concurrunt, & ſemicirculos efficiunt. *Sic anguli BAC, crura AB, AC continuata concurrunt in D, & efficiunt ſemicirculos ABD, ACD. Ratio eſt, quia* per 1. Definit. *duo arcus BA, & CA, ſunt arcus maximorum circulorum ſeſe mutuo ſecantes:* per 4. verò ſuppoſit. *in ſphæra maximi circuli ſe mutuo bifariam ſecant.*

II.

Si anguli ſphærici crura continuata concurrunt, & ſemicirculos efficiunt, fiunt duo anguli oppoſiti inter ſe æquales. *Tales ſunt anguli BAC, BDC. Ratio eſt, quia habent eandem menſuram, nempe arcum GH,* juxta Definit. 6.

III.

Cum arcus circuli maximi in ſphæra ſuper arcum circuli maximi conſiſtens angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit. *Sic arcus circuli maximi IG, conſiſtens ſuper arcum AGD, facit duos angulos AGI, DGI. Si igitur circulus arcus IG tranſit per polum circuli arcus AGD, ſecetur hic ab illo ad angulos rectos,* per 11. Suppoſit. *ſi non per polum tranſit, fit unus angulus obtuſus, alter acutus, æqui valentes tamen duobus rectis.*

IV.

Iſoſcelium triangulorum ſphæricorum duo anguli ſupra baſin ſunt æquales; & productis æqualibus arcubus, etiam anguli infra baſin ſunt æquales. Hinc ſequitur omne triangulum ſphæricum æquiangulum, eſſe etiam æquilaterum.

V.

Si trianguli ſphærici duo anguli ſunt inter ſe æquales, etiam latera ſub æqualibus angulis ſubtenſa ſunt inter ſe æqualia. Hinc ſequitur, omne triangulum ſphæricum æquiangulum, eſſe etiam æquilaterum.

VI.

Æquilateri trianguli ſphærici ſingula latera poſſunt eſſe quadrantes maximorum circulorum: & ſingula quadrantibus vel majora vel minora. Quando ſingula ſunt quadrantes, omnes anguli ſunt recti: quando majora quadrantibus, omnes ſunt obtuſi: quando minora, acuti. E contrario, quando in triangolo ſphærico æquiangulo ſinguli anguli ſunt recti, ſingula latera ſunt quadrantes: quando obtuſi, majora ſunt quadrante: quando acuti, minora.

VII.

Iſoſcelis trianguli ſphærici æqualia duo latera poſſunt eſſe quadrantes, & majora, aut minora quadrantibus. Quando ſunt quadrantes, anguli ſunt recti: quando majora, obtuſi, quando minora, acuti. E contrario, quando duo anguli æquales ſupra baſim ſunt recti, latera æqualia ſunt quadrantes: quando obtuſi, majora ſunt quadrante: quando acuti, minora.

VIII.

In omni triangulo ſphærico iſoſcele, cujus duo latera æqualia ſunt quadrantes, ſi angulus ſub ipſis comprehenſus eſt rectus, baſis eſt quadrans: ſi acutus, quadrante minor: ſi obtuſus, major. Et viciſſim, ſi baſis eſt quadrans, angulus oppoſitus eſt rectus: ſi major quandrante, obtuſus: ſi minor, acutus. Semper autem polus baſis eſt in angulo ſub lateribus comprehenſo.

IX.

In omni triangulo ſphærico cujus omnes arcus ſunt quadrante majores: vel unus quadrans, & reliqui duo quadrante majores: omnes tres anguli ſunt obtuſi.

X.

In omni triangulo ſphærico rectangulo, cujus omnes arcus ſunt quadrante minores, reliqui duo anguli ſunt acuti. Et ſi reliqui duo ſunt acuti, erunt ſinguli arcus quadrante minores.

XI.

In omni triangulo ſphærico, cujus omnes anguli ſunt acuti, arcus ſinguli arcus ſinguli ſunt quadrante minores.

XII.

In omni triangulo ſphærico, cujus unus quidem arcus quadrante major ſit, reliquorum vero uterque quadrante minor, nullus angulorum rectus eſt.

XIII.

Fieri non poteſt ut in triangulo ſphærico rectangulo unus tantum arcus ſit quadrans. *Quare qui concedit in triangulo unum quadrantem, concedere debet & alterum, & ſaltem duos angulos rectos.*

§. III.

§. III.

DE DIMENSIONE TRIANGULORUM SPHÆRICOrum rectangulorum, in quibus unus tantum eſt rectus.

Trigonometria ſphæricorum triangulorum, in quibus unus tantum eſt rectus,

SI triangulum ſphæricum habet tres rectos; datis ſeu cognitis illis, data ſunt etiam latera ipſorum utpote quadrantes: & viciſſim, *per 6. Propriet.* Si habet duos rectos, datis illis, dantur & latera rectis oppoſita, nempe duo quadrantes, *per 6. Propriet.* Si datur etiam latus tertium, datur angulus tertius, & viciſſim, quia tunc latus tertium eſt menſura anguli, *per 6. Definit.* In his igitur caſibus nulla trigonometria eſt opus, ſed ſolum, quando triangulum habet unicum rectum, & reliquos obliquos,

Fig. 262. Icon. C. cujuſmodi eſt triangulum appoſitum rectangulum ad B. Sexdecim variationes in hoc caſu occurrere poſſunt, pro quibus ſexdecim regulas præſcribimus. In omnibus nomine baſis intelligimus arcum recto angulo oppoſitum, ut hic arcum A C.

Propoſitio I. Problema.

Angulum ex baſe, & latere, quod angulo quæſito apponitur, invenire.

Fig. 262. Icon C. IN præcedenti triangulo ſit data baſis AC, G. 60. & latus AB, G. 20. ſitque inveniendus angulus C oppoſitus lateri dato. Fiat ut ſinus totus ad ſinum lateris AB dati, ita ſecans complementi baſis A C ad ſinum anguli C quæſiti. EXEMPLUM. Sinus totus eſt 10000000; ſinus lateris AB, G, 20, eſt 3420202: Secans complementi baſis AC, G. 60. eſt 11547005. Ducta ſecante prædicta per ſinum lateris AB, fit ſumma 39493089590010: quâ diviſâ per radium 10000000 provenit. Quotiens 3949308, $\frac{9595}{10000}$, pro ſinu anguli C: cui reſpundent Gradus, 23 M. 15, Sec. 42. *Iuxta hanc normam etiam reliquæ operationes inſtitui debent. Brevitatis cauſa omitto exemplum ſequentibus.*

Propoſitio II. Problema.

Angulum ex baſe & latere quod angulo quæſito adjacet, invenire.

Fig 262. Icon. C. IN præcedenti triangulo data baſis A C ſit G. 60, M. 30. latus BC, G. 30: ſitque inveniendus angulus C, lateri dato adjacens. Fiat ut radius ad tangentem lateris B C dati, ita tangens complementi baſis A C, ad ſinum complementi anguli C quæſiti.

Propoſitio III. Problema.

Angulum ex baſe, & altero angulo non recto invenire.

Fig. 262. Icon. C. BAſis AC ſit G, 60, M. 30: angulus A C datus ſit G, 23. M. 30: & quæratur angulus C: Fiat ut radius ad ſinum complementi baſis A C, ita tangens anguli A dati ad tangentem complementi anguli C quæſiti.

Propoſitio IV. Problema.

Angulum ex latere quæſito angulo oppoſito, & altero angulo non recto, invenire.

ANgulus inveſtigandus ſit C, latus datum A B, & angulus datus A. Fiat ut radius ad ſinum anguli A dati, ita ſinus complementi lateris A B dati ad ſinum complementi anguli C quæſiti. Fig 262. Icon. C.

Propoſitio V. Problema.

Angulum ex latere quæſito angulo adjacente, & altero angulo non recto, invenire.

DUmmodo conſtet, num angulus quæſitus ſit major recto, aut minor: vel an baſis, aut latus alterum non datum, ſit quadrante majus aut minus. Icon C. Fig. 262. Angulus inveſtigandus ſit C, latus datum B C, angulus datus A. Fiat ut radius ad ſecantem lateris dati, ita ſinus complementi anguli dati ad ſinum anguli quæſiti.

Propoſitio VI. Problema.

Angulum ex utroque latere circa angulum rectum invenire.

ANgulus inveſtigandus ſit C, latera data A B. & BC circa angulum rectum. Fiat ut Fig. 262. Icon. C. ſinus totus ad ſinum lateris BC, cui angulus quæſitus adjacet, ita tangens complementi alterius lateris A B quæſito angulo oppoſiti ad tangentem complementi anguli C quæſiti.

Propoſitio VII. Problema.

Latus ex baſe, & altero latere, invenire.

BAſis data ſit A C, latus datum B C, latus Fig. 262. Icon. C. quod inveſtigatur AB. Fiat ut ſinus totus ad ſecantem dati lateris B C, ita ſinus complementi baſis AC ad ſinum complementi lateris AB quæſiti.

Propoſitio VIII. Problema.

Latus ex baſe, & angulo qui lateri quæſito opponitur, invenire.

BAſis data ſit AC, angulus datus C, latus quod Fig. 262. Icon. C. quæritur AB. Fiat ut ſinus totus ad ſinum baſis A C, ita ſinus anguli dati C ad ſinum lateris A B quæſiti.

Pro-

Propoſitio IX. Problema.

Latus ex baſe, & angulo, qui lateri quæſito adjacet, invenire.

Fig. 262. Icon. C. BAſis data ſit A C, angulus datus A, latus quod quæritur AB. Fiat ut ſinus totus ad ſinum complementi anguli A dati, ita tangens baſis A C ad tangentem lateris A B quæſiti.

Propoſitio X. Problema.

Latus ex altero latere, & angulo, qui quæſito lateri adjacet, invenire.

Fig. 262. Icon. C. D*Ummodò conſtet an quæſitum latus ſit quadrante majus aut minus; vel an alter angulus non rectus ſit acutus, aut obtuſus; vel denique an baſis ſit quadrante minor, vel major.* Latus quæſitum ſit A B, angulus datus A, latus datum B C. Fiat ut radius ad tangentem complementi anguli A dati, ita tangens lateris BC dati ad ſinum lateris A B quæſiti.

Propoſitio XI. Problema.

Latus ex altero latere, & angulo, qui lateri quæſito opponitur, invenire.

Fig. 262. Icon. C. LAtus quæſitum A B, latus datum B C, angulus datus C. Fiat ut radius ad ſinum lateris B C dati, ita tangens anguli C dati ad tangentem lateris AB quæſiti.

Propoſitio XII. Problema.

Latus ex utroque angulo non recto, invenire.

Fig. 262. Icon. C. LAtus quæſitum AB, anguli dati A, & C. Fiat ut ſinus totus ad ſecantem complementi anguli A, ita ſinus complementi anguli C ad ſinum complementi lateris A B quæſiti.

Propoſitio XIII. Problema.

Baſin ex latere, & angulo ei adjacente, invenire.

Fig. 262. Icon. C. BAſis quæſita A C, angulus datus A, latus datum A B. Fiat ut ſinus totus ad ſinum complementi anguli A dati, ita tangens complementi lateris AB dati ad tangentem complementi baſis A C quæſitæ.

Propoſitio XIV. Problema.

Baſin ex latere, & angulo ei oppoſito invenire.

Fig. 262. Icon. C. BAſis quæſita A C, angulus datus A, latus datum B C. Fiat ut ſinus totus ad ſecantem complementi anguli A dati, ita ſinus lateris BC dati ad ſinum baſis AC quæſitæ.

Propoſitio XV. Problema.

Baſin ex utroque latere invenire.

BAſis quæſita A C, latus unum datum AB, alterum BC. Fiat ut ſinus totus ad ſinum complementi lateris A B, ita ſinus complementi alterius lateris B C ad ſinum complementi baſis AC quæſitæ. Fig. 262. Icon. C.

Propoſitio XVI. Problema.

Baſin ex utroque angulo non recto invenire.

BAſis quæſita A C, anguli dati A & C. Fiat ut ſinus totus ad tangentem complementi anguli A, ita tangens complementi alterius anguli C ad ſinum complementi baſis A C quæſitæ. Fig. 262. Icon. C.

§. IV.

DE DIMENSIONE Triangulorum Sphæricorum obliquangulorum.

AD quatuordecim caſus reduci poſſunt cum *P. Joanne Baptiſta Ricciolo* omnia ad quæ obliquangulorum triangulorum ſphæricorum dimenſionem pertinent; quæ totidem problematibus cum eodem ſolvo ut ſequitur.

Propoſitio XVII. Problema.

Angulum ſpecie præcognitum ex datis duobus lateribus, & angulo uni eorum oppoſito invenire.

A*Ngulus ſpecie præcognitus dicitur, quando ſcitur utrum ſit acutus, vel obtuſus.* Fiat ut ſinus lateris oppoſito angulo dato, ad ſinum anguli dati, ita latus reliquum datum ad ſinum anguli quæſiti, ſi acutus eſt. Si obtuſus eſt, ſubtrahe angulum prædicto modo inventum à gradibus 180, eritque reſiduum angulus quæſitus.

Propoſitio XVIII. Problema.

Angulum verticalem ex datis duobus lateribus ſingulatim quadrante minoribus & angulo uni eorum oppoſito, & ſpecie anguli oppoſiti reliquo lateri invenire.

ANgulum verticalem appello, *qui à datis lateribus comprehenditur.* Fiat ut radius ad tangentem anguli dati, ita ſinus complementi lateris adjacentis angulo dato ad tangentem complementi *anguli primò inventi.* Deinde fiat ut tangens lateris adjacentis angulo dato ad tangentem complementi reliqui lateris dati, ita ſinus complementi anguli primò inventi ad ſinū complementi *anguli ſecundò inventi:* Jam ſi anguli

datis lateribus oppoſiti ſunt ejuſdem ſpeciei, ſumma inventorum angulorum primi & ſecundi, erit angulus verticalis quæſitus; ſin minùs, differentia inventorum angulorum erit quæſitus angulus verticalis.

Propoſitio XIX. Problema.

Angulum utrumque ad baſin ex datis lateribus ſimul ſemicirculo minoribus, & angulo verticali, invenire.

Fiat ut ſinus complementi ſemiſummæ laterum ad ſinum complementi ſemidifferentiæ eorundem, ita tangens complementi ſemianguli verticalis ad tangentem ſemiſummæ angulorum quæſitorum. Deinde fiat ut ſinus ſemiſummæ laterum ad ſinum ſemidifferentiæ eorundem, ita tangens complementi ſemianguli verticalis ad tangentem ſemidifferentiæ, addendæ ipſi ſemiſummæ angulorum, ut fiat angulus major; demendæ, ut fiat angulus minor quæſitorum.

Propoſitio XX. Problema.

Angulus quemvis ad baſin ex datis lateribus duobus, quorum alterum ſaltem ſit quadrante minus, & angulo verticali acuto, invenire.

Fiat ut radius ad ſecantem anguli verticalis, ita tangens complementi lateris oppoſiti angulo quæſito ad tangentem complementi primi caſus. Deinde fiat ut tangens complementi anguli verticalis, ad ſecantem complementi anguli primò inventi; ita ſinus differentiæ inter primum caſum ac latus alterum, ad tangentem complementi anguli quæſiti.

Propoſitio XXI. Problema.

Angulum tertium ex datis duobus angulis acutis, & latere oppoſito uni eorum, ac ſpecie lateris oppoſiti altero angulo dato, invenire.

Fiat ut radius ad ſinum complementi lateris dati, ita tangens anguli adjacentis eidem lateri ad tangentem complementi primi anguli. Deinde fiat ut ſinus complementi anguli adjacentis dato lateri, ad ſinum complementi reliqui dati anguli, ita ſinus primi anguli ad ſinum ſecundi anguli, ſpecie conſormis, lateri non dato. Jam ſi latus datum eſt minus quadrante, ſumma primi & ſecundi anguli inventi conflabit angulum tertium quæſitum: ſi verò eſt majus quadrante, ſumma facta ex ſecundo angulo & primi anguli complemento, ſubtracta ex gradibus 180, eundem dabit.

Propoſitio XXII. Problema.

Angulum baſi oppoſitum ex datis duobus angulis, quorum unus ſaltem ſit acutus, & ex baſi iis adjacente, quæ ſit minor quadrante, invenire.

Fiat ut radius ad ſinū anguli datorū minoris, ita ſinus reliqui anguli dati ad inventum primū. Deinde fiat ut radius ad inventum primum, ita ſinus verſus baſis ad inventum ſecundum. Tertiò addatur inventus ſecundus ſinui verſo differentiæ inter utrumvis datorum angulorum, & reliqui ſupplementum ad gradus 180, & fiet ſinus verſus anguli verticalis quæſiti.

Propoſitio XXIII. Problema.

Angulum quemlibet tanquam verticalem, ex datis tribus lateribus quærere.

Fiat ut radius ſecantem complementi lateris unius continentis angulum quæſitum, ita ſecans complementi lateris alterius eundem continentis, ad inventum primum. Deinde fiat ut radius ad inventum primum, ita differentia ſinuum verſorum anguli quæſiti.

Propoſitio XXIV. Problema.

Baſin ex duobus datis lateribus ſingulatim quadrante minoribus, & angulo uni eorum oppoſito, ac ſpecie anguli oppoſiti reliquo dato lateri, invenire.

Fiat ut radius ad ſecantem anguli dati, ita tangens complementi lateris adjacentis angulo dato ad tangentem complementi primi arcûs. Deinde fiat ut ſinus complementi lateris adjacentis angulo dato, ad ſinum complementi reliqui lateris dati, ita ſinus complementi arcûs primi ad arcum ſecundum, addendum arcui primo, ſi anguli lateribus datis oppoſiti ſunt ejuſdem ſpeciei, ut habeatur baſis; alioquin differentia inventorum arcuum dabit baſin.

Propoſitio XXV. Problema.

Baſin ex datis lateribus duobus, quorum ſaltem unum ſit quadrante minus, & ex dato angulo verticali acuto, invenire.

Fiat ut radius ad ſinum lateris datorum minoris, ita ſinus reliqui lateris ad aliud: invenietur arcus, qui vocetur primus. Deinde fiat ut radius ad arcum primum, ita ſinus verſus anguli verticalis ad arcum ſecundum; quem adde ſinui verſo differentiæ laterum, & fiet ſinus verſus baſis quæſitæ.

Propoſitio XXVI. Problema.

Baſin adjacentem duobus angulis datis acutis, ex iis, & ex latere uni eorum oppoſito, nec non ſpecie lateris oppoſiti alteri angulo, invenire.

Fiat ut radius ad ſecantem anguli adjacentis lateri dato, ita tangens complementi lateris dati ad tangentem primi arcûs. Deinde fiat ut tangens anguli adjacentis lateri dato ad tangentē complementi reliqui anguli dati, ita ſinus

primi

primi arcûs ad ſinum ſecundi arcûs ſpecie conformis lateri non dato. Jam ſi latus datum eſt minus quadrante, ſumma primi & ſecundi arcus inventi conflabit baſim quæſitam. At ſi majus eſt quadrante, ſumma facta ex ſecundo arcu & ex complemento primi arcus ad ſemicirculum conflabit illam.

Propoſitio XXVII. Problema.

Latus dato angulo oppoſitum, ſpecie tamen praecognitum, ex datis duobus angulis, & latere uni eorum oppoſito, invenire.

Fiat ut ſinus anguli oppoſiti dato lateri, ad ſinum dati lateris, ita ſinus reliqui anguli dati ad ſinum lateris quæſiti, quadrante minoris. At ſi debeat eſſe majus quadrante, ſubtrahatur latus inventum à gradibus 180, & habebis latus quæſitum.

Propoſitio XXVIII. Problema.

Latus utrumque unico actu, ex datis angulis duobus ſimul duos rectos non excedentibus, & ex baſe ipſis adjacente, invenire.

Fiat ut ſinus complementi ſemiſummæ angulorum datorum ad ſinum complementi ſemidifferentiæ eorundem, ita tangens ſemibaſis ad tangentem ſemiſummæ laterum. Deinde fiat ut ſinus ſemiſummæ angulorum datorum ad ſinum ſemidifferentiæ eorundem, ita tangens ſemibaſis ad tangentem ſemidifferentiæ laterum, addendæ ipſi ſemiſummæ laterum ut habeatur latus majus; demendæ, ut habeatur minus.

Propoſitio XXIX. Problema.

Latus utrumvis ex datis angulis duobus quorum ſaltem unus ſit acutus, & ex baſi adjacente, quæ ſit minor quadrante, invenire.

Fiat ut radius ad tangentem anguli oppoſiti lateri quæſito, ita ſinus complementi baſis ad tangentem complementi primi inventi. Deinde fiat ut tangens complementi baſis ad ſecantem primi inventi, ita ſinus complementi differentiæ inter primum inventum, & ſecundum datorum angulorum, ſi quæritur latus oppoſitum angulo acuto; vel ſinus complementi ſummæ factæ ex invento primo, & altero datorum angulorum, ſi quæritur latus oppoſitum angulo obtuſo, ad tangentem complementi lateris quæſiti (ſi dicta ſumma, aut differentia non excedat gradus 90.) vel complementi ad gradus 180, ſi excedat.

Propoſitio XXX. Problema.

Latus quodvis tanquam baſin ex datis tribus angulis invenire.

Fiat ut radius ad ſecantem complementi alteri utrius angulorum quæſitæ baſi adjacentium, ita ſecans complementi reliqui dictorum angulorum ad arcum, qui vocetur inventum. Deinde fiat ut radius ad arcum inventum, ita differentia duorum ſinuum verſorum (de qua mox) ad ſinum verſus baſis quæſitæ. Unus dictorum ſinuum verſorum ſit ſinus verſus anguli verticalis, alter autem ſinus verſus differentiæ quæ eſt inter quemvis duorum angulorum adjacentium baſi, & inter alterius item baſi adjacentis ſupplementum ad gradus 180.

datis lateribus oppoſiti ſunt ejuſdem ſpeciei, ſumma inventorum angulorum primi & ſecundi, erit angulus verticalis quæſitus; ſin minùs, differentia inventorum angulorum erit quæſitus angulus verticalis.

Propoſitio XIX. Problema.

Angulum utrumque ad baſin ex datis lateribus ſimul ſemicirculo minoribus, & angulo verticali, invenire.

Fiat ut ſinus complementi ſemiſummæ laterum ad ſinum complementi ſemidifferentiæ eorundem, ita tangens complementi ſemianguli verticalis ad tangentem ſemiſummæ angulorum quæſitorum. Deinde fiat ut ſinus ſemiſummæ laterum ad ſinum ſemidifferentiæ eorundem, ita tangens complementi ſemianguli verticalis ad tangentem ſemidifferentiæ, addendæ ipſi ſemiſummæ angulorum, ut fiat angulus major; demendæ, ut fiat angulus minor quæſitorum.

Propoſitio XX. Problema.

Angulus quemvis ad baſin ex datis lateribus duobus, quorum alterum ſaltem ſit quadrante minus, & angulo verticali acuto, invenire.

Fiat ut radius ad ſecantem anguli verticalis, ita tangens complementi lateris oppoſiti angulo quæſito ad tangentem complementi primi caſus. Deinde fiat ut tangens complementi anguli verticalis, ad ſecantem complementi anguli primò inventi; ita ſinus differentiæ inter primum caſum ac latus alterum, ad tangentem complementi anguli quæſiti.

Propoſitio XXI. Problema.

Angulum tertium ex datis duobus angulis acutis, & latere oppoſito uni eorum, ac ſpecie lateris oppoſiti altero angulo dato, invenire.

Fiat ut radius ad ſinum complementi lateris dati, ita tangens anguli adjacentis eidem lateri ad tangentem complementi primi anguli. Deinde fiat ut ſinus complementi anguli adjacentis dato lateri, ad ſinum complementi reliqui dati anguli, ita ſinus primi anguli ad ſinum ſecundi anguli, ſpecie conſormis, lateri non dato. Jam ſi latus datum eſt minus quadrante, ſumma primi & ſecundi anguli inventi conflabit angulum tertium quæſitum: ſi verò eſt majus quadrante, ſumma facta ex ſecundo angulo & primi anguli complemento, ſubtracta ex gradibus 180, eundem dabit.

Propoſitio XXII. Problema.

Angulum baſi oppoſitum ex datis duobus angulis, quorum unus ſaltem ſit acutus, & ex baſi iis adjacente, quæ ſit minor quadrante, invenire.

Fiat ut radius ad ſinũ anguli datorũ minoris, ita ſinus reliqui anguli dati ad inventum primũ. Deinde fiat ut radius ad inventum primum, ita ſinus verſus baſis ad inventum ſecundum. Tertiò addatur inventus ſecundus ſinu verſo differentiæ inter utrumvis datorum angulorum, & reliqui ſupplementum ad gradus 180, & fiet ſinus verſus anguli verticalis quæſiti.

Propoſitio XXIII. Problema.

Angulum quemlibet tanquam verticalem, ex datis tribus lateribus quærere.

Fiat ut radius ſecantem complementi lateris unius continentis angulum quæſitum, ita ſecans complementi lateris alterius eundem continentis, ad inventum primum. Deinde fiat ut radius ad inventum primum, ita differentia ſinuum verſorum anguli quæſiti.

Propoſitio XXIV. Problema.

Baſin ex duobus datis lateribus ſingulatim quadrante minoribus, & angulo uni eorum oppoſito, ac ſpecie anguli oppoſiti reliquo dato lateri, invenire.

Fiat ut radius ad ſecantem anguli dati, ita tangens complementi lateris adjacentis angulo dato ad tangentem complementi primi arcûs. Deinde fiat ut ſinus complementi lateris adjacentis angulo dato, ad ſinum complementi reliqui lateris dati, ita ſinus complementi arcûs primi ad arcum ſecundum, addendum arcui primo, ſi anguli lateribus datis oppoſiti ſunt ejuſdem ſpeciei, ut habeatur baſis; alioquin differentia inventorum arcuum dabit baſin.

Propoſitio XXV. Problema.

Baſin ex datis lateribus duobus, quorum ſaltem unum ſit quadrante minus, & ex dato angulo verticali acuto, invenire.

Fiat ut radius ad ſinum lateris datorum minoris, ita ſinus reliqui lateris ad aliud: invenietur arcus, qui vocetur primus. Deinde fiat ut radius ad arcum primum, ita ſinus verſus anguli verticalis ad arcum ſecundum; quem adde ſinui verſo differentiæ laterum, & fiet ſinus verſus baſis quæſitæ.

Propoſitio XXVI. Problema.

Baſin adjacentem duobus angulis datis acutis, ex iis, & ex latere uni eorum oppoſito, nec non ſpecie lateris oppoſiti alteri angulo, invenire.

Fiat ut radius ad ſecantem anguli adjacentis lateri dato, ita tangens complementi lateris dati ad tangentem primi arcûs. Deinde fiat ut tangens anguli adjacentis lateri dato ad tangentẽ complementi reliqui anguli dati, ita ſinus primi

primi arcûs ad ſinum ſecundi arcûs ſpeciei conformis lateri non dato. Jam ſi latus datum eſt minus quadrante, ſumma primi & ſecundi arcus inventi conflabit baſim quæſitam. At ſi majus eſt quadrante, ſumma facta ex ſecundo arcu & ex complemento primi arcus ad ſemicirculum conflabit illam.

Propoſitio XXVII. Problema.

Latus dato angulo oppoſitum, ſpecie tamen precognitum, ex datis duobus angulis, & latere uni eorum oppoſito, invenire.

Fiat ut ſinus anguli oppoſiti dato lateri, ad ſinum dati lateris, ita ſinus reliqui anguli dati ad ſinum lateris quæſiti, quadrante minoris. At ſi debeat eſſe majus quadrante, ſubtrahatur latus inventum à gradibus 180, & habebis latus quæſitum.

Propoſitio XXVIII Problema.

Latus utrumque unico actu, ex datis angulis duobus ſimul duos rectos non excedentibus, & ex baſe ipſis adjacente, invenire.

Fiat ut ſinus complementi ſemiſummæ angulorum datorum ad ſinum complementi ſemidifferentiæ eorundem, ita tangens ſemibaſis ad tangentem ſemiſummæ laterum. Deinde fiat ut ſinus ſemiſummæ angulorum datorum ad ſinum ſemidifferentiæ eorundem, ita tangens ſemibaſis ad tangentem ſemidifferentiæ laterum, addendæ ipſi ſemiſummæ laterum ut habeatur latus majus; demendæ, ut habeatur minus.

Propoſitio XXIX. Problema.

Latus utrumvis ex datis angulis duobus quorum ſaltem unus ſit acutus, & ex baſi adjacente, quæ ſit minor quadrante, invenire.

Fiat ut radius ad tangentem anguli oppoſiti lateri quæſito, ita ſinus complementi baſis ad tangentem complementi primi inventi. Deinde fiat ut tangens complementi baſis ad ſecantem primi inventi, ita ſinus complementi differentiæ inter primum inventum, & ſecundum datorum angulorum, ſi quæritur latus oppoſitum angulo acuto; vel ſinus complementi ſummæ factæ ex invento primo, & altero datorum angulorum, ſi quæritur latus oppoſitum angulo obtuſo, ad tangentem complementi lateris quæſiti (ſi dicta ſumma, aut differentia non excedat gradus 90.) vel complementi ad gradus 180, ſi excedat.

Propoſitio XXX. Problema.

Latus quodvis tanquam baſin ex datis tribus angulis invenire.

Fiat ut radius ad ſecantem complementi alteri utrius angulorum quæſitæ baſi adjacentium, ita ſecans complementi reliqui dictorum angulorum ad arcum, qui vocetur inventum. Deinde fiat ut radius ad arcum inventum, ita differentia duorum ſinuum verſorum (de qua mox) ad ſinum verſus baſis quæſitæ. Unus dictorum ſinuum verſorum ſit ſinus verſus anguli verticalis, alter autem ſinus verſus differentiæ quæ eſt inter quemvis duorum angulorum adjacentium baſi, & inter alterius item baſi adjacentis ſupplementum ad gradus 180.

COMPENDIUM BREVISSIMUM

Trigonometriæ Elementaris, ac Practicæ.

PROOEMIUM.

Compēdiū Trigonometriæ.

ADeo neceſſaria eſt Trigonometriæ cognitio ad Matheſin propè univerſam, ut nihil ſoli de intelligi ſine ipſa queat; adeo utilis, ut qui non perfunctoriam ejus notitiam habuerit, nihil non attentare proprio Marte audeat, ac feliciſſimè perficere. Quæ cauſa eſt, cur eum, qui progreſſum facere in inchoato Mathematicæ ſtudio cupit, nervum omnem intendere oporteat, ut perfectam ac demonſtrativam illius ſcientiam ſibi acquirat. Quoniam verò ſine Euclidis Elementis, quæ primis ſex libris comprehenduntur, nulla Mathematica demonſtratio intelligi poteſt, aut perfici; nec tamen omnibus aut licet, aut libet, illos omnes evolvere integre atque addiſcere, conati ſunt nonnulli paucas ex omnibus decerpere Propoſitiones & eo diſponere ordine, ac demonſtrare, ut ex ijs ſolis poſſint omnes triangulorū (planorum ſaltem) reſolutiones ſcientifice oſtendi. Hoc idem feliciſſime præſtitit Vir quidam doctiſſimus, & in Mathematicis ſcientiis verſatiſſimus (cujus nomen ut prodam, modeſtia non permittit) qui quidquid ad ſcientificam planorum triangulorum ſolutionem neceſſarium eſt, ad quindecim ſola revocavit theoremata, eaque ita demonſtravit, præmiſſis paucis Definitionibus, Poſtulatis, Axiomatibus ac Problematibus (ſtylo Tyronibus ſyllogiſticæ arguendi methodo adſuetis accommodato) ut nullam aliam ſupponant demonſtratam, vel demonſtrandam Propoſitionem. Hæc cum in manus meas veniſſent non dubitavi Tyronibus Mathematicarum ſcientiarum cupidis communicare, eodem prorſus ordine, quo ab ipſo ſunt conſcripta, unà cum præviis Definitionibus, Poſtulatis, Axiomatibus, ac Problematibus.

CA-

CAPUT I.

Definitiones ad Trigonometriam neceſſariæ.

I.

Definitiones Mathematicæ. Vide Iconiſmi I. Fig. I.

LInea recta eſt, quæ ex æquo ſoa interjacet puncta: hoc eſt, cujus nullum punctum intermedium exiſtit ſupra vel infra duo extrema. Vel ſecundum Archimedem, *Linea recta eſt minima earum quæ terminos habent eoſdem*: hoc eſt, linea recta eſt oſtenſio breviſſima inter duo extrema puncta; qualis eſt Fig. 1.

II.

Vide Iconiſmi I. Fig. II.

Parallelæ ſeu æquidiſtantes rectæ lineæ ſunt, quæ in eodem plano exiſtentes nunquã poſſunt coucurrere; etſi in infinitum protrahantur, ſed ſemper & ubiq; æquidiſtabuut; qualis eſt Fig. 2.

III.

Vide Iconiſ. I. Fig. III. & IV.

Angulus eſt duarum linearum io eodem plano ſe mutuo tangentium, & non in directum jacentium, alterius ad alteram inclinatio; ut apparet in Fig. 3 & 4.

IV.

Si lineæ angulum contineotes rectæ fuerint, angulus rectilineus dicitur, uti apparet in Fig. 3. ſi autem lincæ curvæ fuerint, angulus curvilineus dicitur, uti apparet in Fig. 4.

V.

Vide Iconiſmi I. Fig. V.

Si recta lioea ſuper rectam conſiſtens, eos, qui deinceps ſunt, angulos æquales fecerit, rectus eſt uterq; æqualium angulorum; & linea recta inſiſtens, perpendicularis dicitur. Sic in Fig. 5. anguli B C A, item D C A, recti ſunt; linea verò AC in C conſiſtens ſuper B D; eſt perpendicularis. Ubi obiter adverte, *quando angulus aliquis per tres litteras Alphabeti denotatur, ſemper ſecundam, ſeu mediam litteram, quæ nominatur, ſignificare concurſum duarum linearum, ſeu angulum qui fit ex duabus lineis.*

VI.

Vide Iconiſmi I. Fig. VI.

Obtuſus angulus eſt, qui major eſt angulo recto; uti eſt in Fig. 6. angulus EDZ. Acutus angulus eſt, qui major eſt recto angulo; uti eſt in eadem Fig. 6. angulus R D Z.

VII.

Vide Iconiſmi I. Fig. VII. VIII. IX. X.

Triangulus ſeu Triangulum eſt figura habens tria latera, ſeu conſtans tribus lineis conjunctis, & non in directum jacentibus, ut apparet in Fig. 7. 8. & 9. Quòd ſi hæc tria latera omnia ſint æqualia inter ſe, ut in Fig. 7. vocabitur triangulum æquilaterum: Si autẽ duo tantùm latera ſint inter ſe æqualia, uti in Fig. 8. vocabitur triangulũ iſoſceles: ſi nulla latera ſint æqualia inter ſe, ut in Fig. 9. & 10. vocabitur triangulum ſcalenum.

VIII.

Triangulum rectangulum dicitur, quod unũ habet rectum angulũ, ut eſt Fig. 9. Obtuſangulum eſt, quod unum habet obtuſum angulum, ut eſt Fig. 10. Acutangulum eſt, quod omnes tres angulos babet acutos, ut eſt Fig. 7. & 8.

IX.

Latus onumquodq; trianguli dicitur ſubtendere angulum ſibi oppoſitum. Sic in Fig. 7. 8. 9. & 10. latus A B ſubtendit angulum A C B; latus verò B C angulum B A C; & latus A C angulum A B C.

X.

Latera duo quæ in altum erigontur in triangulo vocantur crura trianguli, latus verò tertium vocatur baſis. Sic in Fig. 7. 8. & 10. latera AB, & CB, vocantur crura illorum triangulorum; A C verò baſis. *Alias tamen quotieſcunque duo qualibet latera trianguli ſunt determinatè nominata, tertium, quod ſupereſt, dicitur baſis.*

XI.

Hypothenuſa eſt latus trianguli ſubtendens angulum rectum; ut in Fig. 9. hypothenuſa eſt BC, quia ſubtendit angulum rectum B A C.

XII.

Vide Iconiſmi I. Fig. XI.

Anguli menſura eſt circuli ex angulari puncto deſcripti arcus, ut in Fig. 11. apparet, in qua circuli arcus BC eſt menſura anguli G A O. Ut intelligas hanc definitionem, adverte, quemvis circulum, ſive magnus, ſive parvus ſit, dividi in partes æquales 360, ita ut ſi circulus ſit magnus, partes illæ ſint magnæ; ſi parvus, parvæ. Si igitur dato quuncunq; angulo ejus menſuram ſcire cupis, pone unum circini pedem in concurſu duarum illarum linearum, v. g in A Figuræ 11. & aperturâ circini quacunq; v. g. A C, deſcribe arcum circuli, v. g. arcum BCD. deinde vide quot partes ex 360 contineantur in arcu BC inter utramq; lineam intercepto; tantus enim erat angulus, ſeu tot erit graduum, quot gradus in illo arcu continebuntur.

XIII.

Vide Iconiſmi I. Fig XII. XIII. XIV

Quadrilaterarum figurarum quadratum eſt, quod & æquilaterum eſt, & æquiangulum; uti eſt Fig. 12.

XIV.

Parallelogrammum eſt figura qoadrilatera, habens latera oppoſita ſibi invicem parallela; ut apparet in Fig. 13. & 14.

XV.

Rario eſt duarum magnitudinum ejuſdem generis mutua quædam ſecundum quantitatem habitudo.

XVI.

Vide Iconiſmi I. Fig. XV.

Ejuſdem autem generis magnitudines dicuntur illæ, quæ multiplicatæ poſſunt ſe mutuò ſuperare. Unde liquet, inter lineam finitam & infinitam non eſſe proportiooem, quia quantumcunque linea finita multiplicetur per numeros certos & finitos, nunquam tamen excedet lineã infinitã. Item angulos contingentiæ, qui fit dum circulus tangit lineam rectam, uti eſt angulus ABC in Figura 15. nullam habet proportionem cum rectilineo quocunq;; quia ille quantumcunq; multiplicatus, nunquam ſuperabit iſtum, ut demonſtrat Clavius *lib. 3. Propoſit. 16. in Euclidem.* Econtrà verò, uti in Fig. 12. diameter AB quadrati, cum ſuo latere quocunq; v. g. BC. habet proportionem, quia omne latus quadrati duplicatum ſuperat diametrum.

XVII.

Proportio vel Proportionalitas eſt duarum rationom ſimilitudo, Exempli gratiâ, 2. ad 1, vel 4. ad 2, vocatur ratio; & quia duorum ad unum, hoc eſt, dupli ad ſimplum, ratio eadem eſt, quæ quatuor ad duo, idcirco inter 2 & 1, ac inter 4. & 2, eſt proportio. Igitur ad proportionem

quatuor termini vel magnitudines requiruntur, quarum prima ſe habeat ad ſecundam, ſicut tertia ad quartam.

XVIII.

Eandem autem vel ſimilem rationem, & conſequenter proportionem inter ſe dicuntur habere magnitudines, prima ad ſecundam, & tertia ad quartam, quando multiplicaris unu eodemque quocunque tandem numero antecedentibus (hoc eſt, primâ & tertiâ magnitudine) multiplicatis item uno eodemq; quocunq; tandem numero conſequentibus (hoc eſt, ſecundâ & quartâ magnitudine) ſemper evenir, ut quoties multiplex primæ magnitudinis major eſt, aut æqualis, aut minor, quàm ſit multiplex ſecundæ, toties etiam multiplex tertiæ magnitudinis ſit major, aut æqualis, aut minor, quàm multiplex quartæ, ut patet in appoſito exemplo, ubi hi quatuor numeri, 4. 2. 6, 3, in eadem ſunt

Ut	4 ad	2.	ita 6.	ad 3.
A	8	6	12.	9.
B	12.	16.	18.	24.
C	40.	40.	60.	60.

ratione, & eandem habent proportionem, quia ſi primum & tertium multiplicaveris per 2. & ſecundum ac quartum per 3. ut in exemplo A: vel primum ac tertium per 3, & ſecundum ac quartũ per 8, ut in exemplo B: vel primum ac tertium per 10. & ſecundum ac quartum per 20. ut in exemplo C; ſemper ſi multiplex primi eſt major, vel minor, vel æqualis, quàm multiplex ſecundi, etiam multiplex tertij eſt major, vel minor, vel æqualis, quàm multiplex quarti. Eadem eſt ratio, ſi multiplicatio fiat per quoſcunque numeros modo dicto.

XIX.

Magnitudines quæ habent inter ſe proportionem, proportionales vocantur, uti ſunt 4 & 2, cum 6 & 3 in præcedenti exemplo; ſicut enim 4 ad 2 habet proportionem dupli ad ſimplum, ita & 6 ad 3. Et hæc ex lib. 5. Euclidis.

XX.

Vide Iconiſmi I. Fig. XVI. Sinus rectus alicujus arcus, eſt linea perpendicularis cadens ab uno extremo arcus intra ipſum in ſemidiametrum circuli. Sic in Fig. 16 AC eſt ſemidiameter circuli, ſeu ſinus totus, aut radius; BE eſt ſinus rectus 60 graduum, ſeu arcûs BGC; GF eſt ſinus arcûs G C 30 graduum; N P eſt ſinus 50 grad. ſeu arcus N G O.

XXI.

Tangens alicujus arcus eſt in illa linea, quæ perpendiculariter inſiſtit extremitati ipſius ſemidiametri circuli, & abſcinditur per lineam ductam ex circuli centro per certum gradum ipſius arcûs. Sic C L eſt tangens ipſius arcus N G C, hoc eſt, 50. graduum. Eodem modo C D eſt tangens arcûs G C, ſeu 30. grad.

XXII.

Secans eſt linea ducta ex centro arcus per terminum certum ipſius arcus, uſque dum concurrat cum tangente. Sic A L eſt ſecans ipſius arcus N G C 50 grad. A D verò eſt ſecans arcûs G C 30. grad.

CAPUT II.

Poſtulata, & Axiomata ad ſequentes demonſtrationes neceſſaria.

NOmine Poſtulatorum ſeu Petitionum intelliguntur propoſitiones practicæ per ſe notæ, quas fieri & practicari quivis intelligens permittere debet ſine demonſtratione: nomine verò Axiomatum intelliguntur propoſitiones ſpeculativæ adeo certæ, & evidenter veræ, ut eas nemo intelligens terminos negare poſſit.

Poſtulata.

I. Concedatur poſſe à quovis determinato puncto ad aliud punctum lineam rectam duci. *Poſtulata Mathematica.*

II. Poſſe rectam terminatam quantumcunque produci in directum, & continuari.

III. Poſſe ex quovis centro ad intervallum quodcunque circulum deſcribi.

Axiomata.

I. Quæ ſunt æqualia uni tertio, etiam inter ſe ſunt æqualia. *Axiomata Mathematica.*

II. Si æqualibus æqualia addantur, tota ſunt æqualia.

III. Si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ remanent, ſunt æqualia.

IV. Omne totum eſt æquale ſuis partibus ſimul ſumptis.

V. Totum eſt majus ſuâ parte.

VI. Quæ ſibi mutuò congruunt, ſunt inter ſe æqualia.

VII. Si ex toto aliquo accipitur plus quàm dimidium, reſiduum minus eſt dimidio; ſi accipitur minus quàm dimidium, reſiduum eſt majus dimidio.

VIII. Si aliqua quantitas non eſt æqualis alteri, erit eâ vel major, vel minor; & è contrario, ſi nec ſit major, nec minor, erit æqualis illi.

IX. Quò angulus rectilineus eſt major, eò lineæ angulum illum comprehendentes magis divaricantur, ſeu ab invicem diſtant; & è contrario, quò erit minor angulus, eò magis lineæ coëunt, ſeu minùs diſtant.

CAPVT III.

Problemata ad Trigonometriam neceſſaria.

NOtandum eſt, Propoſitiones Mathematicas, quas Euclides demonſtrat, eſſe duplices: quædam enim ſunt practicæ, quibus ſcilicet docemur figuram aliquam rectè & geometricè conſtruere; & hæ vocantur problemata: quædam verò ſunt tantùm ſpeculativæ, quibus tamen aliquid evidenter circa quantitatem cognoſcimus; & hæ vocantur Theoremata. Quo poſito, ſit *Problemata ad Trigonometriam neceſſaria.*

Pro-

Problema I.

Lineam perpendicularem erigere ad extremitatem lineæ datæ.

Vide Iconiſmi I. Fig. XVII

DAta ſit linea A B, ad cujus extremitatem A perpendicularis ducenda ſit. I. Pone pedem unum circini in A, & altero extento ſume verſus B extra lineam punctum aliquod C. II. Servatâ eâdem aperturâ circini, ex centro C deſcribe circulum qui tranſeat per A, & inſuper ſecet lineam A B in puncto D. III. Duc lineam per D & C, donec ſecetur circulus in E. IV. Per E & A duc lineam; quæ ipſa erit perpendicularis deſiderata. Demonſtratur Propoſ. 31. lib. 3. Euclid.

Problema II.

Perpendicularem erigere ex dato puncto extra lineam.

Vide Iconiſmi I. F. XVIII.

SIt data linea A B, & extra eam punctum D, ex quo ducenda ſit perpendicularis. I. Pone pedem unum circini in D, & alterum extendens ſeca lineam A B utrinque in E & F. II. Unum circini pedem pone in E, & ex parte oppoſita puncto D deſcribe arcum GH. III. Eodem modo manente eâdem apertura circini, pone pedẽ unum in F, & altero deſcribe ex eadem oppoſita parte arcum I K, donec ſecet arcum G H. IV. Per hanc ſectionem, & per punctum D, duc lineam: & hæc erit ipſa perpendicularis deſiderata. Demonſtratur lib. 1. Propoſit. 12. Euclid.

Problema III.

Perpendicularem ducere ad punctum datum in ipſa linea.

Vide Iconiſmi I. Fig. XIX.

DAta ſit iterum linea A B, & in ea punctum F, ad quod ducenda ſit linea perpendicularis. I. Pone pedem circini in F, & utrimque nota in data linea (eâdem circini aperturâ manente) duo puncta, C & D. II. Pone unum pedem circini in C, & ex utraque parte lineæ deſcribe arcus E G, & H I. III. Item (manente priori aperturâ circini) pone unum pedem in D, & eodem modo ex utraque parte lineæ deſcribe arcus M N, & K L, qui priores arcus interſecent. IV. Per has interſectiones duc lineam; quæ ipſa erit perpendicularis quæſita. Demonſtratur lib. 1. Propoſit. 11. Euclid.

Problema IV.

Parallelam lineam per punctum extra datam lineam poſitum ducere.

Vide Iconiſmi I. Fig. XX.

DEtur linea A B, & punctum C extra illam, per quod ad lineam A B ducenda ſit parallela. I. Poſito pede uno circini in puncto C, & altero extento deſcribe arcum E D, ſumendo initium à linea data verſus eam partẽ, in qua eſt punctum C. II. Pone pedem circini (manente priori aperturâ) in E, & deſcribe arcum C F, incipiendo à C verſus lineam datam, donec eam ſecet in puncto F. III. Accipe circino diſtantiã FC, eamque transfer in arcum E D, ex E uſque in H. IV. Per C & H duc lineam; & erit hæc linea parallela deſiderata. Demonſtratur lib. 1. Propoſ. 31. Euclid.

Problema V.

Per tria puncta, non in eadem recta linea poſita, circulum deſcribere.

Vide Iconiſmi I. Fig XXI.

DEntur tria puncta, A, B, C, non in eadem recta linea, per quæ circulus deſcribi debeat. I. Pone circini aperti unum pedem in A, ex eoq; deſcribe arcum F G H. II. Eâdem ſervatâ apertura deſcribe ex B arcum G K H, verſus punctũ A, donec ſecet alterum in duobus punctis G & H. III. Duc per has interſectiones G & H lineam. IV. Etiam ex tertio puncto C deſcribe arcum K H I, donec unum ex ductis priùs arcubus ſecet in duobus punctis, v. g. arcum GKH in punctis K & I; per quas duas ſectiones ducito lineã KI, quæ priùs ductam lineam ſecabit in D, quod ipſum erit centrũ circuli futuri. V. Pone pedem circini in D, & altero extento uſq; in C vel B, vel A, deſcribe integrum circulum; qui neceſſariò per tria puncta data tranſibit.

Hinc facile erit cujuſvis arcus centrum reperire, & circulum integrum deſcribere, ſi nimirum in arcu dato notentur tria quælibet puncta, & procedatur ut dictum. Demonſtratur lib. 3. Propoſit. 25. Euclid.

CAPUT IV.

Theoremata quindecim ad Trigonometriam neceſſaria.

Theoremata ad Trigonometriam neceſſaria

Theorema I.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, habeant verò & angulos ab illis lateribus comprehenſas æquales; etiam baſes illarum erunt æquales, & conſequenter totum triangulum erit æquale toti alteri triangulo.

Vide Iconiſmi I. Fig. XXII

SIt in appoſita Fig. latus B A æquale lateri ED; & latus BC æquali lateri EF; & inſuper angulus A B C æqualis angulo D E F. Dico primò, etiam tertium latus ſeu baſim A C eſſe æqualem baſi D F; & ſecundò, totum triangulum A B C eſſe æquale toti triangulo D E F. Eſt Propoſ. 4. lib. 1. Euclid. *Demonſtratur.* Quæ ſibi mutuò congruunt, ſunt æqualia, *per Axio. 6.* Sed baſis A C, & D F, item totum triangulum A B C, & DEF, ſibi mutuò congruunt; ergo & baſes illæ, & illa triangula ſunt inter ſe æqualia. Minor probatur. Intelligatur enim triangulũ D E F ita ſuperponi triangulo ABC, ut latus ED jaceat ſuper AB, & E F ſuper B C, angulus verò DEF ſuper angulo ABC; certum eſt quòd etiam latus tertiũ D F congruat lateri A C, & conſequenter totum triangulũ D E F congruat toti triangulo ABC. Si enim latus D F non congrueret ipſi lateri AC; ergo deberet latus D F exſpatiari vel in G, vel in H: ſed hoc eſt impoſſibile, & contra Definit. 1. quâ dicitur, omnia puncta li-

neæ rectæ ex æquo debere interjacere inter ſua extrema puncta; baſis verò DF æquè eſt linea recta, ac baſis AC. Ergo & baſis DF eſt æqualis baſi AC; & totum triangulum ABC eſt æquale toti triangulo DEF. quod erat demonſtrandũ. *Ex his patet, etiam reliquos angulos trianguli DEF eſſe æquales reliquis angulis trianguli ABC, quibus æqualia latera ſubtenduntur, nimirum angulũ EDF angulo BAC, & angulum EFD angulo BCA.*

Theorema II.

Si unum triangulum habuerit duos angulos æquales duobus angulis alterius trianguli; ſi item latera comprehenſa ab illis angulis fuerint æqualia; etiam reliqua latera, & ipſa tota triangula, ſibi æqualia erunt.

Vide Iconiſmi I. Fig XXIII. SIt angulus ABC æqualis angulo DEF, item angulus BCA ſit æqualis angulo EFD; & tandem latus BC ſit æquale lateri EF. Dico, etiam latus DE eſſe æquale lateri AB, & latus DF lateri AC, & conſequenter totum triangulum DEF toti triangulo ABC. Eſt Propoſ. 26. lib. 1. Euclid. *Demonſtratur.* Quæ ſibi mutuò congruunt, ſunt æqualia, *per Axio.* 6. ſed latus DE in hoc caſu congruit lateri AB; item latus DF lateri AC; & conſequenter tota triangula ſibi invicem; ergo erunt invicem æqualia. Minor probatur. Si enim illa latera non congruunt ſibi invicem, exceder unum latus alterum, *per Axio.* 8. ſed hoc implicat; ergo &c. Minor probatur. Intelligatur enim triangulum DEF ita ſuperponi triangulo ABC, ut quæ ſupponuntur invicem æqualia, jaceant ſuper ſe invicem, tunc igitur (ſiquidem latus DE dicitur non congruere lateri AB) ſi excedatur latus AB à latere DE, ab A, v. g. uſq; ad D, ſequitur partem eſſe æqualem toti, hoc eſt, angulum BCA (cui æqualis eſt ex ſuppoſitione, angulus EFD) angulo BCD: ſed hoc eſt impoſſibile, *per Axio.* 5. ergo &c Minor probatur, quia triangulum EDF ſuperpoſitum, tunc caderet in BCD, *per præcedent Theorema*, ergo angulus BCD eſſet ipſe angulus EFD ſuperpoſitus; qui tamen ſupponitur æqualis eſſe ipſi angulo BCA. Eodem modo demonſtratur de altero latere, & conſequenter de toto triangulo. Si ergo unum triangulum habuerit, &c. quod erat demonſtrandum. *Ex his patet, etiam reliquos angulos eſſe inter ſe æquales*, per Theor. 1.

Theorema III.

Recta linea incidens in aliam rectam, facit vel duos angulos rectos, vel duos angulos æquales duobus rectis.

Vide Iconiſmi I Fig XXIV. CAdat linea DE in lineam AB, dico illam facere duos angulos DEB, & DEA, vel rectos, vel duobus rectis æquales. Eſt Propoſ. 13. lib. 1. Euclid. *Demonſtratur.* Linea DE vel eſt perpendicularis lineæ AB, vel non: ſi eſt, ergo *per Definit.* 4. faciet duos angulos rectos: ſi non eſt, intelligatur ducta quædam perpendicularis CE ex puncto E, *per Probl.* 3. jam ſic. Anguli CEA, & CEB, ſunt æquales duobus rectis, *per Definit.* 4. Sed anguli DEA, & DEB ſunt æquales angulis CEA, & CEB, ergo DEA. & DEB ſunt æquales duobus rectis. Minor probatur, quia anguli CEA, CED, & DEB, ſunt æquales angulis CEA & CEB, *per Axio.* 4. utpote partes ſuo toti: ſed anguli DEA, & DEB, *per idem Axio.* 4. ſunt æquales angulis CEA, & CEB; erga recta linea incidens, &c. quod erat demonſtrandum.

Theorema IV.

Anguli ad crucem oppoſiti ſunt æquales inter ſe.

ID eſt, angulus EBC eſt æqualis angulo DBA, item angulus EBD æqualis eſt angulo CBA. Vide Iconiſmi I. Fig. XXV Eſt Propoſ. 15. lib. 1. Euclid. *Demonſtratur.* Si ab æqualibus æqualia tollas, quæ remanent, ſunt æqualia, *per Axio.* 3. Sed anguli EBC, & CBA, ſunt æquales angulis CBA, & ABD; ergò ſi ab his auferas communem angulum CBA qui remanent (ſcilicet anguli EBC, & DBA) erunt æquales. Minor probatur, quia quæ ſunt æqualia uni tertio, ſunt æqualia inter ſe, *per Axio.* 1. Sed anguli EBC, & CBA, item anguli CBA, & ABD, ſunt æquales uni tertio, ſcil. duobus rectis, *per Theor.* 3. ergo ſunt æquales inter ſe, & conſequenter anguli ad crucem oppoſiti ſunt inter ſe æquales, quod erat demonſtrandum.

Theorema V.

Recta incidens in duas rectas parallelas, facit 1. duos angulos internos, & ad eaſdem partes, ſimul æquales duobus rectis; 2. angulos alternos inter ſe æquales; 3. externum interno ſibi ad eaſdem partes oppoſito æqualem: & viciſſim, ſi recta incidens in duas rectas, facit 1. duos angulos internos, & ad eaſdem partes, æquales duobus rectis; 2. angulos alternos inter ſe æquales; 3. externum interno ſibi ad eaſdem partes oppoſito æqualem; in omnibus caſibus parallelæ ſunt duæ illæ rectæ.

REcta linea EF, incidat in rectas parallelas AB, & CD; dico 1. angulos duos AGH, & Vide Iconiſmi I. Fig XXVI GHC ſimul ſumtos, eſſe æquales duobus rectis; 2. angulum AGH eſſe æqualem angulo GHD. 3. angulum EGB eſſe æqualem angulo GHD. Eſt Propoſ. 29 l. 1. Euclidis: item 27. & 28. ejuſdē.

Demonſtratur Imum Anguli AGH, & GHC ſimul ſumpti, non ſunt majores nec minores duobus rectis; ergo *per Axio.* 8. erunt æquales duobus rectis. Antecedens probatur, nam ſi duo anguli AGH, & GHC, eſſent majores duobus rectis, neceſſariò duo anguli BGH, & GHD, *per Theor.* 3. reſidui ad quatuor rectos, erunt duobus rectis minores; ergo *per Axio.* 9. etiam lineæ parallelæ AB, CD, ex parte AG, & CH, magis diſtabunt, quàm ex parte GB, & HD; quod eſt impoſſibile, & contra *Definit.* 2. Eodem modo demonſtratur, AGH, & GHC, non eſſe minores duobus rectis, eò quòd tunc reliqui duo BGH, & GHD, eſſent majores, & conſequenter contra *Definitionem* 2. parallelæ non ubique & ſemper æquè diſtarent. Ergo recta inci-

Digitized by Google

incidens in duas parallelas, &c. quod erat primò demonſtrandum.

Demonſtratur 2um. Si ab æqualibus æqualia tollas, quæ remanent, ſunt æqualia, *per Axio.* 3. Sed A G H cum B G H eſt æquale ipſi D H G cum eodem B G H, ergo ſi tollatur angulus B G H utrique communis, quæ remanent, ſcilicet alterni anguli A G H, & G H D, erunt inter ſe æquales. Minor probatur, quia quæ ſunt æqualia uni tertio, ſunt etiam æqualia inter ſe, *per Axio.* 3. Sed A G H, cum B G H, *per Theor.* 3. item D H G, cum eodem B G H, *per 1. partē hujus Theor.* Sunt æqualia uni tertio, ſcil. duobus rectis; ergo A G H cum B G H eſt æquale ipſi D H G cum eodem B G H. Ergo recta incidens in duas parallelas, angulos alternos facit inter ſe æquales; quod erat ſecundò demonſtrandum.

Demonſtratur 3um. Angulus A G H eſt æqualis angulo G H D, *per 2. partem hujus Theor.* Sed E G B eſt æqualis ipſi A G H, *per Theor.* 4. ergo E G B eſt æqualis ipſi G H D. Ergo linea recta incidens in duas parallelas, facit angulum externum interno, &c. quod erat demonſtrandum. *Ex his facile demonſtrari poteſt converſum hujus Theorematis quoad omnes tres partes.*

Theorema VI.

In omni triangulo tres anguli ſimul ſunt æquales duobus rectis.

Vide Iconiſmi I. F. XXVII. Dico igitur quòd in triangulo ABC, tres anguli ſimul ſumpti ſint æquales duobus rectis. Eſt Propoſ. 32. lib. 1. Euclid. *Demonſtratur.* Ducatur, *per Probl.* 4. linea DE, per punctum C, parallela lateri AB; quo facto, angulus ACD additus duobus angulis A B C, & B C A facit duobus rectis æquales, *per partem 1. Theor.* 5. Sed angulus B A C eſt æqualis angulo A C D, *per partem 2. Theor.* 5. ergo etiam B A C additus angulis ABC, & BCA, facit æquales duobus rectis. Ergo in omni triangulo, &c. quod erat demonſtrandum.

Corollaria.

Hinc ſequitur I. in uno triangulo non poſſe eſſe niſi unum rectum, & non niſi unum obtuſum: nam ſi eſſent duo recti, vel duo obtuſi, tertius angulus cum duobus illis rectis, vel obtuſis, jam faceret omnes tres majores duobus rectis. II. tertium quemvis angulum eſſe tantum, quantum reliquis duobus deeſt ad duos rectos. III. ſi duo triangula habent duos angulos ſibi mutuò æquales, etiam tertius angulus unius trianguli erit æqualis tertio angulo alterius trianguli. IV. ſequitur externum angulum F A B, eſſe æqualem duobus internis oppoſitis, hoc eſt, angulis ABC, & BCA, quia FAB cum BAC (utpote duo recti, per Theor. 3.) *ſunt æquales ipſis B A C cum A B C, & B C A (utpote etiam duobus rectis,* per Theor. 6.) *ergo ſi ab his æqualibus tollatur æqualis & utrinſque communis angulus B A C; quæ remanent, nempe duo interni A B C, B C A ſimul ſumpti, & externus F A B, erunt inter ſe æquales,* per Axio. 3.

Theorema VII.

Parallelogramma habent latera oppoſita, & angulos oppoſitos æquales.

Dico ergo, quòd in parallelogrammo A B C D, latus AB ſit æquale lateri DC, & latus A D lateri B C, & angulus D A B æqualis angulo D C B, & angulus A D C angulo A B C. Eſt Propoſ. 34 lib. 1 Euclid. *Demonſtratur.* Ducatur recta AC, *per Poſtul.* 1. ut fiant duo triangula ABC, & ADC Jam ſic: Si duo triangula habeant duos angulos æquales, & latera ab illis angulis comprehenſa æqualia, tunc & reliqui anguli, & reliqua latera, & conſequenter tota triangula, ſunt inter ſe æqualia, *per Theor.* 2. Sed triangulum A B C habet angulum B A C æqualem angulo A C D, trianguli A D C; item angulum B C A æqualem angulo D A C, *per 2. partem Theor.* 5. & tandem latus A C à duobus illis angulis æqualibus comprehenſum commune utrique, ſeu æquale; ergo totum triangulum ABC eſt æquale toti triangulo DCA; ergo etiam latera AB & BC, erunt æqualia lateribus D C & A D; item angulus A B C æqualis angulo ADC. Eodem modo demonſtratur, angulum D A B eſſe æqualem angulo B C D, ſi ducatur recta B D: nam etiam triangula D A B, & D C B, erunt tota ſibi invicem æqualia. Ergo parallelogramma habent latera & angulos oppoſitos æquales; quod erat demonſtrandum. (Vide Iconiſmi I. F. XXVIII)

Hinc ſequitur, quòd omnia triangula quæ fiunt per ductum diametri parallelogrammi ſint inter ſe æqualia.

Theorema VIII.

Si triangulum fuerit duorum laterum æqualium, tunc linea ex concurſu horum laterum ducta perpendiculariter ad baſin, dividet & angulum, & baſin in duas partes æquales: conſequenter tota duo triangula inde facta erunt inter ſe æqualia.

Sit ergo latus A B æquale lateri B C. Dico, quòd linea perpendicularis B D faciat primò angulum A B D æqualem angulo C B D; ſecundò lineam A D æqualem lineæ D C: tertiò triangulum A B D æquale triangulo B C D: *Demonſtratur* 1. Si enim perpendicularis B D angulum A B C non dividat in duas partes æquales, ita ut angulus ABD ſit æqualis angulo B C D; dividat ergo aliqua alia linea, v. g. B F. dictum angulum A B C in duas partes æquales. Ergo, *per Theor.* 1. hæc duo triangula, ABF, CBF, erunt tota æqualia inter ſe, & conſequenter etiam angulus B F A æqualis angulo BFC, & *per Definit.* 5. uterque rectus; quod eſt impoſſibile: cùm enim A B F, utpote externus, *per 4. Coroll. Theor.* 6. ſit æqualis duobus internis, ſcil. angulo F D B recto per conſtructionem, & inſuper acuto F B D; neceſſariò erit major ſolo recto B D F. Ergo ſi triangulum, &c. quod erat primò demonſtrandum. (Vide Iconiſmi I. F. XXIX.)

Demonſtratur 2. & 3. Quia AB eſt æquale ipſi CB, item BD eſt commune, & tandem per 1. *partem hujus Theor.* angulus A B D eſt æqualis ipſi C B D; ergo, *per Theor.* 1. & baſis A D erit æqualis baſi D C, & totum triangulum A B D æquale toti C B D; quod erat ſecundò & tertiò demonſtrandum.

Corollarium.

Ex quo colligitur, omne triangulum duorū æqualium laterum (ſive ſit iſoſceles, ſive æquilaterū)

habe-

habere angulos duos ad baſin, ſcil. B A C, & B C A, inter ſe æquales. Nam cum per 1. partem hujus Theor *anguli A B D, & C B D, ſint inter ſe æquales, item*, per Definit 5. *anguli B D A, & B D C inter ſe æquales; neceſſario erit etiam angulus B A D æqualis ipſi BCD*, per 3. Coroll. Theor 6. *Hæc eſt Propoſ. 5. lib. 1. Euclid.*

Theorema IX.

Omnia parallelogrammata ſuper eadem vel æquali baſi inter parallelas eaſdem lineas ſunt inter ſe æqualia.

Vide Iconiſmi I. Fig. XXX.

HOc eſt, juxta 30. Fig. parallelogrammum A B C M eſt æquale parallelogrammo B C D E; & juxta 31. Fig. parallelogrammum G F L I eſt æquale parallelogrammo G H K L; & juxta 32 fig. parallelogrammum A B C D eſt æquale parallelogrammo GEFH. In primis duabus figuris duo parallelogramma ſunt ſuper eadem baſi, in tertia figura ſuper æqualibus. Hæc eſt Propoſ. 35. & 36. lib. 1. Euclid.

Demonſtratur juxta 30. *Fig.* Si æqualibus æqualia addantur, quæ fiunt, ſunt æqualia, *per Axio* 2. Sed B A M N, & N C D E, ſunt inter ſe æqualia; ergo ſi cuivis addatur commune & æquale B N C, quæ fiunt, ſcilicet BAMC, & BDC E, erunt æqualia. Minor probatur, quia ſi ab æqualibus æqualia tollas, reliqua, quæ remanent, ſunt æqualia, *per Axio.* 3. Sed B A D, & M C E ſunt æqualia, & M N D eſt utrique commune; ergo ſi ab illis auferas M N D, reliqua, hoc eſt, ABMN, & N C DE, erunt æqualia. Minor probatur, quia ſi unum triangulum duos angulos & latus comprehenſum inter illos habeat æquales duobus angulis alterius trianguli, & lateri etiam comprehenſo, tunc tota triangula ſunt æqualia, *per Theor.* 2. Sed in triangulo DAB angulus B AD eſt æqualis angulo CME alterius trianguli ECM, item angulus ADB angulo M E C, *per Theor.* 5. & tandem latus A B æquale lateri M C, *per Theor.* 7. ergo triangulum A B D totum eſt æquale triangulo MCE

Vide Iconiſmi I. Fig. XXXI

Demonſtratur etiam juxta 31. *Fig.* quia ſi æqualibus F G H, & I L K (conſtat autem ex jam demonſtratis, eſſe æqualia) addatur æquale ſeu commune GHIL; tota, id eſt, parallelogramma GFIL, & GHKL, erunt æqualia.

Vide Iconiſmi I. Fig. XXXII.

Demonſtratur tandem juxta 32. *Fig.* Ducatur enim ex B parallela lineæ B C ipſi lineæ G E, item D I fiat parallela ipſi H F. Jam ſic: quæ ſunt æqualia uni tertio, ſunt etiam æqualia inter ſe, *per Axio.* 1. Sed parallelogramum A BCD eſt æquale parallelogrammo B C D I, *per* 1. *partem hujus Theor.* & parallelogrammum G E FH eſt æquale eidem BC DI, cùm & latera, *per Theor.* 7. *& per conſtructionem*, & anguli, *per Theor.* 5 horum duorum parallelogrammorum ſint æqualia; ergo *per Axio.* 1. parallelogrammum idem GEFH eſt æquale parallelogrammo A B CD. Ergo omnia parallelogramma, &c. quod erat demonſtrandum.

Theorema X.

In circulo angulus ad centrum duplus eſt anguli ad peripheriam, ſi fuerit peripheria eadem baſis illorum angulorum.

HOc eſt, angulus B D C ad centrum C, duplus eſt ipſius B A C anguli ad peripheriam. Eſt Propoſ. 20. lib. 3. Euclid. Videlconiſmi I. Figuram XXXIII.

Demonſtratur juxta 33. *Fig.* Angulus B D C eſt æqualis angulis DBA & D A B, *per* 4. *Coroll. Theor.* 6 item angulus E D C eſt æqualis angulis C A D & D C A, *per idem Coroll.* Sed duo anguli D C A, & D A C, ſunt duplum anguli DAC; ergo angulus E D C eſt æqualis duplo anguli D A C, & conſequenter totus B D C erit duplus totius B A C.

Demonſtratur juxta 34. *Fig.* Angulus D A C, & D C A, ſimul ſunt duplum ſolius anguli D A C; nam per *Coroll. Theor.* 8. anguli D A C, & D CA, inter ſe ſunt æquales, ac proinde illi duo ſimul ſunt duplum unius ſolius illorum: ſed angulus BDC eſt æqualis duobus angulis D A C, & D C A, *per* 4. *Coroll. Theor.* 6. ergo angulus B D C eſt æqualis duplo anguli D A C, ac proinde duplus ejuſdem anguli D A C. Vide Iconiſmi I. Figuram XXXIV.

Demonſtratur juxta 35. *Fig.* Totus angulus E DC, & duplum anguli DAC, ſunt inter ſe æqualia, *per* 2. *partem hujus Theor.* ergo ſi ab illo auferatur angulus EDB æqualis duplo anguli D A B, *per eandem* 2. *partem hujus*, ab iſto autem ipſum duplum anguli DAB; quæ remanent, ſcil. angulus BDC, & duplum anguli B A C, erunt inter ſe æqualia, *per Axio.* 3. Ergo in circulo angulos ad centrum, &c. quod erat demonſtrandum. Videlconiſmi I. Figuram XXXV.

Theorema XI.

Anguli qui in eodem circuli ſegmento, omnes ſunt inter ſe æquales.

HOc eſt, anguli FG E, & FBE, & quicunque ex F E ad ſegmentum ſeu arcum F G B terminantur, ſunt inter ſe æquales. Eſt Propoſ. 21. lib. 3. Euclid. *Demonſtratur.* Angulus F A E eſt duplus anguli F G E, *per Theor.* 10. Sed idem angulus FAE eſt, *per idem Theor.* etiam duplus anguli E F B; ergo F G E, & F B E, ſunt inter ſe æquales, *per Axio.* 1. Ergo anguli qui, &c. quod erat demonſtrandum. Vide Iconiſmi I. Figuram XXXVI.

Theorema XII.

Ejuſdem altitudinis triangula, ſeu quæ ſunt inter eaſdem parallelas, habent ſe ut baſes.

HOc eſt, ut ſe habet baſis A C ad baſin F G, ita ſe habet triangulum BACad triangulum K FG; hoc eſt, baſes & triangula ſunt in eadem proportione. Eſt Propoſitio 1. lib. 6. Euclid. *Demonſtratur.* Fiant ipſi C A, quæ eſt baſis trianguli ABC, æquales C D, & D E, multiplices ipſius C A; item baſi F G fiant æquales GH, H I, I L, L M, multiplices ipſius F G, erunt ergo triangula B D C, & B E D, æqualia ipſi triangulo ABC, *per Theor.* 9. atque adeo erunt tot triangula multiplicia ipſius trianguli C B A, quot erunt baſes multiplices ipſius trianguli C A, Eodem modo triangula GHK, HKI, IKL, LKM erunt ſingula æqualia triangulo F K G, *per idem Theor.* 9 & conſequenter triangula illa erunt tot multiplicia ipſius trianguli F K G, quot multiplices Vide Iconiſmi I. Figuram XXXVII.

plices ſunt baſes ipſius baſis F G. Quo poſito, ſic oſtendo Propoſitionem. Si quotieſcunq; multiplex primæ magnitudinis eſt minor (aut major, aut æqualis) multiplici ſecundæ, etiam ſemper multiplex tertiæ eſt minor multiplici quartæ magnitudinis; tunc prima ad ſecundam eſt in eadem proportione tertiæ ad quartam, *per Definit.* 12. ſed in caſu noſtro quoties multiplex primæ eſt minor multiplici ſecundæ, etiam multiplex tertiæ eſt minor multiplici quartæ; ergo &c. Minor probatur, quia prima magnitudo eſt AC, ejus verò multiplices ſunt tres baſes AC, CD, DE; ſecunda magnitudo eſt FG, ejuſque multiplices ſunt quinque baſes FG, GH, HI, IL, LM: ſed etiam multiplices tertiæ magnitudinis, hoc eſt, trianguli CBA, ſunt tria triangula CBA, DBC, EBD; & multiplices quartæ magnitudinis, hoc eſt, trianguli G K F, ſunt quinque illa triangula GKF, HKG, IKH, LKI, MKL; ergo verum eſt quòd quoties multiplex ipſius AC eſt minor multiplice ipſius F G, etiam multiplex ipſius ABC ſit minor multiplice ipſius FKG. Ergo ejuſdem altitudinis triangula, &c. quod erat demonſtrandum.

Theorema XIII.

Æquales magnitudines ad eandem magnitudinem habent æqualem ſeu eandem proportionem.

Vide Iconiſmi I. Figuram XXXVIII. HOc eſt, ſi magnitudo A ſit æqualis magnitudini B; quam proportionem habebit A ad C, eandem habebit etiam B ad C. Eſt propoſ. 7. lib. 5. Euclid. *Demonſtratur.* Sit enim v.g. proportio A ad C talis, ut multiplex ipſius A ſit major multiplice ipſius C; tunc ſic arguo: Multiplex A ſuperat multiplicem ipſius C, ſed multiplex ipſius B eſt ſemper æqualis multiplici ipſius A (ſiquidem B eſt tertia proportionis magnitudo, quæ ſemper debeat toties accipi, quoties prima A;) ergo multiplex B etiam ſuperat multiplicem ipſius C. Eodem modo formabis argumentum ad probandum multiplicem ipſius B eſſe minorem, aut majorem, ſi multiplex ipſius A ſit minor aut major multiplice ipſius B. Ergo æquales magnitudines, &c. quod erat demonſtrandum.

Theorema XIV.

Si ad unum trianguli latus parallela ducta fuerit, hæc proportionaliter ſecabit trianguli latera.

Vide Iconiſmi I. Figuram XXXIX. UT in triangulo ABC, linea ED ſit parallela lateri BC; dico, eſſe ut CE ad E A, ita BD ad D A. Eſt propoſ. 2. lib. 6. Euclid. *Demonſtratur.* Quia tunc, *per Theor.* 9. triangula D E B, & D E C, ſunt æqualia inter ſe, cùm ſint inter duas eaſdem parallelas DE, & BC, & inſuper ſuper eadem baſi D E. Et rurſus quia ſunt inter ſe æqualia, habebunt eandem rationem, *per Theor.* 13. ad idem triangulum A D E. Jam ſic: ut eſt B D ad D A, ita eſt triangulum D E B ad triangulum DEA, *per Theor.* 12. Sed etiam ut CE ad E A, ita eſt D E B ad D E A; ergo etiam ut eſt C E ad E A, ita eſt B D ad D A. Minor probatur, quia ut eſt E D C ad D E A, ita eſt D E B ad eandem D E A, *per Theor.* 12; ergo C E ad E A eſt, ut D E B ad D E A. Ergo ſi ad unum trianguli latus, &c. quod erat demonſtrandum.

Theorema XV.

Triangula æquiangula habent latera circa æquales angulos proportionalia.

HOc eſt, ſi triangula A B C, & DEF habuerint ſingulos angulos æquales ſingulis; erit ut AC ad AB, ita DF ad DE: item ut AB ad BC, ita DE ad EF. Eſt Propoſ. 4. lib. 6. Euclid. *Demonſtratur.* Producatur enim primò latus A C, uſque in G, donec CG ſit æqualis ipſi D F: ſecundò, ex C ducatur CH parallela linea ipſi AB, ſeu ipſi AI; quæ fit ex producto latere AB: tertiò, ex G uſque in I ducatur linea G H I parallela ipſi CB. His conſtitutis, erit totum triangulum C GH æquale ipſi triangulo DEF, *per Theor.* 2. Jam ſic arguo. Linea CD eſt parallela lateri CI; ergo *per Theor.* 14. erit ut A C ad A B, ita C G ad B I, ſeu ad C H, quod *per Theor.* 7. eſt æquale ipſi BI. Ergo triangula æquiangula habent latera, &c. quod erat demonſtrandum. Eodem modo probabis de alijs lateribus. Vide Iconiſmi I. Fig. XL.

CAPUT V.

De reſolutione triangulorum planorum, ſeu manifeſtatione ſeu cujuſvis ignoti ex datis tribus notis in triangulis rectilineis.

IN omni triangulo ſunt tria latera, & tres anguli. Tria nota, ex quibus quartum ignotum per regulam auream eruendum eſt, poſſunt eſſe vel meri anguli, vel mera latera, vel partim anguli & partim latera: ex meris angulis nihil cognoſci poteſt; itaque tria nota debent eſſe vel latera, vel anguli & latera. *Reſolutio triangulorum planorum.*

Antequam verò ad actualem triangulorum ſolutionem procedas, in promptu habere debes omnium & ſingulorum graduum ac minutorum circuli aut quadrantis ſinus, tangentes & ſecantes, reductos in tabulas, quæ paſſim in libellis Mathematicis extant. Pro uſu eorundem Nota I. in tabulis ſinuum, tangentium, & ſecantium, illum numerum eſſe ſinum alicujus arcus, qui ſub titulo *Sinus* penes tot gradus & minuta poſitus eſt, quot graduum & minutorum ille arcus eſt; & illum numerum eſſe tangentem, qui ſub titulo *Tangens* penes illos gradus & minuta ponitur; & illum ſecantem, qui ſub titulo *Secans* penes illum arcum locatur: radium verò, ſeu ſinum totum 90. graduum eſſe juxta varias tabulas varium; nimirum vel 10000. vel 100000. vel 10000000. Nota II. ſi ex tabulis velis eruere ſinum alicujus arcus; debere te in tabulis ſinuum quærere tot gradus & minuta, quot graduum & minutorum eſt ille arcus, & ſinum penes ſcriptum excerpere. Eodem modo accipies tangentem, & ſecantem. E contrà verò ſi offeratur ſinus, tangens, vel ſecans, cujus gradus & minuta deſideras; quære illum numerum ſub ſuo titulo, & gradus ac minuta penes ſcripta excerpe. His poſitis, ſit

Pro-

Propoſitio I.

De ſolutione triangulorum rectilineorum rectangulorum, in quibus ſcilicet ſemper unus angulus rectus ſupponitur notus, utpote 90. graduum.

Reſolutio triangulorũ planorum rectangulorum. IN rectangulis triangulis reliqui duo anguli, præter rectum, ſunt neceſſariò acuti, & ambo æquales uni recto, *per Theor. 6.* quare cognito uno acutorum, alter latere non poteſt, utpote complementum ad unum rectum.

§. I.

Vide Iconiſmi I. Fig. XLI. D*Atis in eadem menſura lateribus AB, & BC, trianguli rectanguli ABC, reperitur alteruter angulus præter rectum*, v. g. angulus CAB, ſi fiat, ut AB in menſura data ad BC in eadem menſura, ita tota AD radius ſeu ſinus totus ad DE numerum tangentis anguli CAB, ſeu (quod idem eſt) anguli EAD; qui numerus quæſitus ſub titulo, *Tangens*, dabit in latere tabulæ gradus & minuta anguli quæſiti. *Demonſtratur.* Triangula æquiangula habent latera circa æquales angulos proportionalia, *per Theor. 15.* ſed triangula ABC, & ADE, ſunt æquiangula; ergo habent latera circa æquales angulos, ſcilicet AB & BC, item AD & DE, proportionalia; ergo eſt ut AB ad BC, ita AD ad DE. Minor patet, nam angulus ABC eſt rectus ex ſuppoſitione, ADE vero eſt rectus ex *Definit. 4. & 21.* angulus item CAB ſeu EAD, eſt communis utrique triangulo, & conſequenter *per 3. Coroll. Theor. 6.* etiam angulus ACB erit æqualis angulo AED, ac proinde totum triangulum ABC eſt æquiangulum toti triangulo ADE.

Sit igitur pro exemplo linea AB 10 pedum, BC verò 6. pedum, & tandem AD (utpote ſinus totus, qui ſemper eſt unus & idẽ) ſit 100000. partium. Si ergo juxta auream Regulam tertius numerus per ſecundum, vel è contrario, multiplicetur, & productum ex hac multiplicatione dividatur per primum; relinquetur numerus 60000, cui juxta tabulam Tangentium correſpondent 30. gr. 57. min. quantus eſt angulus BAC, ſeu DAD, ut arcus DF; quæ omnia idem ſunt.

§. II.

D*Atis latere uno AB 10 pedum v. g. & angulo ei oppoſito ACB 59. graduum v. g. reperitur reliquorum laterum quodlibet*, v. g. hypothenuſa AC, ſi fiat, ut GA ſinus anguli ACB, ſeu AFG (qui eſt complementum anguli CAG ad 90. gradus) ad AF ſinum totum, ita BA ad AC: nunc enim quotiente producto per auream regulam, invenietur latus AC 12 ferè pedum. Quòd ſi ex iiſdem notis velis habere latus BC; fiat, ut AG ſinus anguli ACB, vel AFG, ad GF ſinum anguli CAB, vel FAG, ita latus BA ad BC: in quotiente enim aureæ regulæ reperies 6; quot pedum eſt ipſa linea BC.

§. III.

D*Atis in triangulo rectangulo hypothenuſa AC, & alterutro latere, v. g. CB, invenire angulum alterutrum, v. g. angulum BAC.* Fiat ut hypothenuſa AC ad latus CB, ita ſinus totus ſeu radius AF ad ſinum FG: in quotiente enim prodibit numerus, qui quæſitus ſub titulo *Sinus*, prodet tibi ex latere tabulæ gradus & minuta anguli quæſiti.

§. IV.

D*Ato eodem latere BC, & latere AB, datur etiam hypothenuſa AC*, ſi primò fiat §. 1. (quo docuimus invenire angulum alterutrum) ut AB in menſura data, ad BC, ita AD radius, ad DE tangentem anguli EAD. Quo habito, ſecundò fiat, per §. 2. ut GA ſinus anguli BCA, ad AF ſinum totum, ita BA 10 pedum v. g. ad AC hypothenuſam.

§. V.

E*X data hypothenuſa AC, & angulis BAC, ACB, invenitur latus alterutrum*, ſi fiat, ut radius AF ad ſinum anguli FAG, hoc eſt ad lineam FG, ita latus AC 12 pedum ad latus CB. Pro latere verò BA inveniendo fiat, ut FA radius ad AG ſinum anguli AFG, ſeu anguli ACB, ita CA 12 pedum ad latus AB.

Hæ praxes ſolvendorum triangulorum rectangulorum omnes eodem modo demonſtrantur, quo primam demonſtravimus §. 1. ſcilicet ex eo quòd triangula ſemper ſint æquiangula, & conſequenter latera habent proportionalia circa æquales angulos, ut conſideranti patebit.

Propoſitio II.

De ſolutione triangulorum rectilineorum obliquangulorum, hoc eſt, eorum qui nullum rectum angulum habent.

§. I.

D*Atis tribus lateribus trianguli obliquanguli ABC, id eſt, datis AB, BC, & CA, reperire quemcunque angulum, v. g. angulum ABC.* Hujus §. tres ſunt caſus. *Reſolutio triangulorũ planorum obtuſangulorum.*

I.

Caſus eſt, ſi tria latera data ſint omnia inter ſe æqualia, atque adeo triangulum illud ſit æquilaterum, uti eſt in Fig. 42. tunc enim, cùm *per Theor. 6.* anguli tres cujuſcunque trianguli ſint æquales duobus rectis, quilibet angulus erit 60. graduum. *Demonſtratur.* Nam cùm ex ſuppoſitione omnia tria latera ſint ſibi invicem æqualia, & conſequenter *per Coroll. Theor. 8.* omnes etiam tres anguli ſint inter ſe æquales; ideo quilibet angulus erit tertia pars duorum rectorum, hoc eſt, 180 graduum, quorum tertia pars habet 60. gradus, ſiquidem ter 60 faciunt 180. *Vide Iconiſmi I. Fig. XLII*

II. Caſus

Digitized by Google

datis lateribus oppoſiti ſunt ejuſdem ſpeciei, ſumma inventorum angulorum primi & ſecundi, etit angolos verticalis quæſitus; ſin minùs, differentia ioventorum angulorum etit quæſitus angulus verticalis.

Propoſitio XIX. Problema.

Angulum utrumque ad baſin ex datis lateribus ſimul ſemicirculo minoribus, & angulo verticali, invenire.

Fiat ut ſinus complementi ſemiſummæ laterum ad ſinum complementi ſemidifferentiæ eorundem, ita tangens complementi ſemianguli verticalis ad tangentem ſemiſummæ aogulorum quæſitorum. Deinde fiat ut ſinus ſemiſummæ laterum ad ſinum ſemidifferentiæ eorundem, ita tangeos complementi ſemianguli verticalis ad tangentem ſemidifferentiæ, addendæ ipſi ſemiſummæ angulorum, ut fiat angulus major; demendæ, ut fiat angulus minor quæſitorum.

Propoſitio XX. Problema.

Angulus quemvis ad baſin ex datis lateribus duobus, quorum alterum ſaltem ſit quadrante minus, & angulo verticali acuto, invenire.

Fiat ut radius ad ſecantem anguli verticalis, ita tangens complementi lateris oppoſiti angulo quæſito ad tangentem complementi primi caſus. Deinde fiat ut tangens complementi anguli verticalis, ad ſecantem complementi anguli primò inventi; ita ſinus differentiæ inter primum caſum ac latus alterum, ad tangentem complementi anguli quæſiti.

Propoſitio XXI. Problema.

Angulum tertium ex datis duobus angulis acutis, & latere oppoſito uni eorum, ac ſpecie lateris oppoſiti altero angulo dato, invenire.

Fiat ut radius ad ſinum complementi lateris dati, ita tangens anguli adjacentis eidem lateri ad tangentem complementi primi anguli. Deinde fiat ut ſinus complementi anguli adjacentis dato lateri, ad ſinum complementi reliqui dati anguli, ita ſinus primi aoguli ad ſinum ſecundi anguli, ſpecie conſurmis, lateri oon dato. Jam ſi latus datum eſt minos quadrante, ſumma primi & ſecundi anguli inventi conflabit angulum tertium quæſitum: ſi verò eſt majus quadrante, ſumma facta ex ſecundo angulo & primi anguli complemento, ſubtracta ex gradibus 180, eundem dabit.

Propoſitio XXII. Problema.

Angulum baſi oppoſitum ex datis duobus angulis, quorum unus ſaltem ſit acutus, & ex baſi ijs adjacente, quæ ſit minor quadrante, invenire.

Fiat ut radius ad ſinũ anguli datorũ minoris, ita ſinus reliqui anguli dati ad inventum primũ. Deinde fiat ut radius ad inventum primum, ita ſious verſus baſis ad inventum ſecundum. Tertiò addatur inventus ſecuodus ſinu verſo differentiæ inter utrumvis datorum angulorum, & reliqui ſupplementum ad gradus 180, & fiet ſinus verſus anguli verticalis quæſiti.

Propoſitio XXIII. Problema.

Angulum quemlibet tanquam verticalem, ex datis tribus lateribus quærere.

Fiat ut radius ſecantem complementi lateris unius continentis angulum quæſitum, ita ſecaos complementi lateris alterius euodem continentis, ad inventum primum. Deinde fiat ot radius ad inventum primum, ita differeotia ſinuum verſorum anguli quæſiti.

Propoſitio XXIV. Problema.

Baſin ex duobus datis lateribus ſingulatim quadrante minoribus, & angulo uni eorum oppoſito, ac ſpecie anguli oppoſiti reliquo dato lateri, invenire.

Fiat ut radius ad ſecantem anguli dati, ita taogens complementi lateris adjacentis angulo dato ad tangentem complementi primi arcûs. Deinde fiat ut ſinus complementi lateris adjacentis angulo dato, ad ſinum complementi reliqui lateris dati, ita ſinus complementi arcûs primi ad arcum ſecundum, addendum arcui primo, ſi anguli lateribus datis oppoſit ſuot ejuſdem ſpeciei, ut habeatur baſis; alioquin differeotia inventorum arcuum dabit baſin.

Propoſitio XXV. Problema.

Baſin ex datis lateribus duobus, quorum ſaltem unum ſit quadrante minus, & ex dato angulo verticali acuto, invenire.

Fiat ut radius ad ſinum lateris datorum minoris, ita ſinus reliqui lateris ad aliud: inventor arcus, qui vocetur primus. Deinde fiat ut radius ad arcum primum, ita ſinus verſus anguli verticalis ad arcum ſecuodum; quem adde ſinui verſo differentiæ laterum, & fiet ſinus verſus baſis quæſitæ.

Propoſitio XXVI. Problema.

Baſin adjacentem duobus angulis datis acutis, ex ijs, & ex latere uni eorum oppoſito, nec non ſpecie lateris oppoſiti alteri angulo, invenire.

Fiat ut radios ad ſecantem angoli adjaceotis lateri dato, ita tangens complementi lateris dati ad tangeotem primi arcûs. Deiude fiat ut tangens anguli adjaceotis lateti dato ad tangeotẽ complementi reliqui angoli dati, ita ſinus

primi

primi arcûs ad ſinum ſecundi arcûs ſpecie conformis lateri non dato. Jam ſi latus datum eſt minus quadrante, ſumma primi & ſecundi arcus inventi conflabit baſim quæſitam. At ſi majus eſt quadrante, ſumma facta ex ſecundo arcu & ex complemento primi arcus ad ſemicirculum conflabit illam.

Propoſitio XXVII. Problema.

Latus dato angulo oppoſitum, ſpecie tamen præcognitum, ex datis duobus angulis, & latere uni eorum oppoſito, invenire.

Fiat ut ſinus anguli oppoſiti dato lateri, ad ſinum dati lateris, ita ſinus reliqui anguli dati ad ſinum lateris quæſiti, quadrante minoris. At ſi debeat eſſe majus quadrante, ſubtrahatur latus inventum à gradibus 180, & habebis latus quæſitum.

Propoſitio XXVIII. Problema.

Latus utrumque unico actu, ex datis angulis duobus ſimul duos rectos non excedentibus, & ex baſe ipſis adjacente, invenire.

Fiat ut ſinus complementi ſemiſummæ angulorum datorum ad ſinum complementi ſemidifferentiæ eorundem, ita tangens ſemibaſis ad tangentem ſemiſummæ laterum. Deinde fiat ut ſinus ſemiſummæ angulorum datorum ad ſinum ſemidifferentiæ eorundem, ita tangens ſemibaſis ad tangentem ſemidifferentiæ laterum, addendæ ipſi ſemiſummæ laterum ut habeatur latus majus; demendæ, ut habeatur minus.

Propoſitio XXIX. Problema.

Latus utrumvis ex datis angulis duobus quorum ſaltem unus ſit acutus, & ex baſi adjacente, quæ ſit minor quadrante, invenire.

Fiat ut radius ad tangentem anguli oppoſiti lateri quæſito, ita ſinus complementi baſis ad tangentem complementi primi inventi. Deinde fiat ut tangens complementi baſis ad ſecantem primi inventi, ita ſinus complementi differentiæ inter primum inventum, & ſecundum datorum angulorum, ſi quæritur latus oppoſitum angulo acuto; vel ſinus complementi ſummæ factæ ex invento primo, & altero datorum angulorum, ſi quæritur latus oppoſitum angulo obtuſo, ad tangentem complementi lateris quæſiti (ſi dicta ſumma, aut differentia non excedat gradus 90.) vel complementi ad gradus 180, ſi excedat.

Propoſitio XXX. Problema.

Latus quodvis tanquam baſin ex datis tribus angulis invenire.

Fiat ut radius ad ſecantem complementi alteri utrius angulorum quæſitæ baſi adjacentium, ita ſecans complementi reliqui dictorum angulorum ad arcum, qui vocetur inventum. Deinde fiat ut radius ad arcum inventum, ita differentia duorum ſinuum verſorum (de qua mox) ad ſinum verſus baſis quæſitæ. Unus dictorum ſinuum verſorum ſit ſinus verſus anguli verticalis, alter autem ſinus verſus differentiæ quæ eſt inter quemvis duorum angulorum adjacentium baſi, & inter alterius item baſi adjacentis ſupplementum ad gradus 180.

COMPENDIUM
BREVISSIMUM
Trigonometriæ Elementaris, ac Practicæ.

PROOEMIUM.

Compē-dũ Trigonometriæ.

ADeo neceſſaria eſt Trigonometriæ cognitio ad Matheſin propè univerſam, ut nihil ſolide intelligi ſine ipſa queat; adeo utilis, ut qui non perfunctoriam ejus notitiam habuerit, nihil non attentare proprio Marte audeat, ac feliciſſimè perficere. Quæ cauſa eſt, cur eum, qui progreſſum facere in inchoato Mathematicæ ſtudio cupit, nervum omnem intendere oporteat, ut perfectam ac demonſtrativam illius ſcientiam ſibi acquirat. Quoniam verò ſine Euclidis Elementis, quæ primis ſex libris comprehenduntur, nulla Mathematica demonſtratio intelligi poteſt, aut perfici; nec tamen omnibus aut licet, aut libet, illos omnes evolvere integre atque addiſcere, conati ſunt nonnulli paucas ex omnibus decerpere Propoſitiones & eo diſponere ordine, ac demonſtrare, ut ex ijs ſolis poſſint omnes triangulorũ (planorum ſaltem) reſolutiones ſcientifice oſtendi. Hoc idem feliciſſime præſtitit Vir quidam doctiſſimus, & in Mathematicis ſcientiis verſatiſſimus (cujus nomen ut prodam, modeſtia non permittit) qui quidquid ad ſcientificam planorum triangulorum ſolutionem neceſſarium eſt, ad quindecim ſola revocavit theoremata, eaque ita demonſtravit, præmiſſis paucis Definitionibus, Poſtulatis, Axiomatibus ac Problematibus (ſtylo Tyronibus ſyllogiſticæ arguendi methodo adſuetis accommodato) ut nullam aliam ſupponant demonſtratam, vel demonſtrandam Propoſitionem. Hæc cum in manus meas veniſſent non dubitavi Tyronibus Mathematicarum ſcientiarum cupidis communicare, eodem prorſus ordine, quo ab ipſo ſunt conſcripta, unà cum præviis Definitionibus, Poſtulatis, Axiomatibus, ac Problematibus.

CA-

CAPUT I.

Definitiones ad Trigonometriam neceſſariæ.

I.

Definitiones Mathematicæ. Vide Iconiſmi I. Fig. I.

Linea recta eſt, quæ ex æquo ſua interjacet puncta: hoc eſt, cujus nullum punctum intermedium exſtit ſupra vel infra duo extrema. Vel ſecuodum Archimedem, *Lineurecta eſt minima earum quæ terminos hubent eoſdem*: hoc eſt, linea recta eſt oſtenſio breviſſima inter duo extrema puncta; qualis eſt Fig. 1.

II.

Vide Iconiſmi I. Fig. II.

Parallelæ ſeu æquidiſtantes rectæ lineæ ſunt, quæ in eodem plano exiſtentes nunquã poſſunt concurrere; etſi in infinitum protrahantur, ſed ſemper & ubiq; æquidiſtabunt; qualis eſt Fig. 2.

III.

Vide Iconiſ. I. Fig. III. & IV.

Angulus eſt duarum linearum in eodem plano ſe mutuo tangentium, & non in directum jacentium, alterius ad alteram inclinatio; ut apparet in Fig. 3 & 4.

IV.

Si lineæ angulum continentes rectæ fuerint, angulus rectilineus dicitur, uti apparet in Fig. 3. ſi autem lineæ curvæ fuerint, angulus curvilineus dicitur, uti apparet in Fig. 4.

V.

Vide Iconiſmi I. Fig. V.

Si recta linea ſuper rectam conſiſtens, eos, qui deinceps ſunt, angulos æquales fecerit, rectus eſt uterq; æqualium angulorum; & linea recta inſiſtens, perpendicularis dicitur. Sic in Fig. 5. anguli B C A, item D C A, recti ſunt; linea verò AC in C conſiſtens ſuper B D; eſt perpendicularis. Ubi obiter adverte, *quando angulus aliquis per tres litteras Alphabeti denotatur, ſemper ſecundam, ſeu mediam litteram, quæ nominatur, ſignificare concurſum duarum linearum, ſeu angulum qui fit ex duabus lineis.*

VI.

Vide Iconiſmi I. Fig. VI.

Obtuſus angulus eſt, qui major eſt angulo recto, uti eſt in Fig. 6. angulus E D Z. Acutus angulus eſt, qui major eſt recto angulo; uti eſt in eadem Fig. 6. angulus R D Z.

VII.

Vide Iconiſmi I. Fig. VII. VIII. IX. X.

Triangulus ſeu Triangulum eſt figura habens tria latera, ſeu conſtans tribus lineis conjunctis, & non in directum jacentibus, ut apparet in Fig. 7. 8. & 9. Quòd ſi hęc tria latera omnia ſint æqualia inter ſe, ut in Fig. 7. vocabitur triangulum æquilaterum: Si autẽ duo tantùm latera ſint inter ſe æqualia, uti in Fig. 8. vocabitur triangulũ iſoſceles: ſi nulla latera ſint æqualia inter ſe, ut in Fig. 9. & 10. vocabitur triangulum ſcalenum,

VIII.

Triangulum rectangulum dicitur, quod unũ habet rectum angulũ, ut eſt Fig. 9. Obtuſangulum eſt, quod unum habet obtuſum angulum, ut eſt Fig. 10. Acutangulum eſt, quod omnes tres angulos habet acutos, ut eſt Fig. 7. & 8.

IX.

Latus unumquodq; trianguli dicitur ſubtendere angulum ſibi oppoſitum. Sic in Fig. 7. 8. 9. & 10. latus A B ſubtendit angulum A C B; latus verò B C angulum B A C; & latus A C angulum A B C.

X.

Latera duo quæ in altum eriguntur in triangulo vocantur crura trianguli, latus verò tertium vocatur baſis. Sic in Fig. 7. 8. & 10. latera AB, & C B, vocantur crura illorum triangulorum; A C verò baſis. *Alius tamen quotieſcunque duo qualibet latera trianguli ſunt determinate nominata, tertium, quod ſupereſt, dicitur baſis.*

XI.

Hypothenuſa eſt latus trianguli ſubtendens angulum rectum; ut in Fig. 9. hypothenuſa eſt BC, quia ſubtendit angulum rectum B A C.

XII.

Vide Iconiſmi I. Fig. XI.

Anguli menſura eſt circuli ex angulari puncto deſcripti arcus, ut in Fig. 11. apparet, in qua circuli arcus BC eſt menſura anguli G A O. Ut intelligas hanc definitionem, adverte, quemvis circulum, ſive magnus, ſive parvus ſit, dividi in partes æquales 360, ita ut ſi circulus ſit magnus, partes illæ ſint magnæ; ſi parvus, parvæ. Si igitur dato quocunq; angulo ejus menſuram ſcire cupis, pone unum circini pedem in concurſu duarum illarum linearum, v. g in A Figuræ 11. & aperturâ circini quacunq; v. g. A C, deſcribe arcum circuli, v. g. arcum BCD. deinde vide quot partes ex 360 contineantur in arcu BC inter utramq; lineam intercepto; tantus enim erat angulus, ſeu tot erit graduum, quot gradus in illo arcu continebuntur.

XIII.

Vide Iconiſmi I. Fig XII. XIII. XIV

Quadrilaterarum figurarum quadratum eſt, quod & æquilaterum eſt, & æquiangulum; uti eſt Fig. 12.

XIV.

Parallelogrammum eſt figura quadrilatera, habens latera oppoſita ſibi invicem parallela; ut apparet in Fig 13. & 14.

XV.

Ratio eſt duarum magnitudinum ejuſdem generis mutua quædam ſecundum quantitatem habitudo.

XVI.

Vide Iconiſmi I. Fig. XV.

Ejuſdem antem generis magnitudines dicuntur illæ, quæ multiplicatæ poſſunt ſe mutuò ſuperare. Unde liquet, inter lineam finitam & infinitam non eſſe proportionem, quia quantumcunque linea finita multiplicetur per numeros certos & finitos, nunquam tamen excedet lineã infinitã. Item angulos contingentiæ, qui fit dum circulus tangit lineam rectam, uti eſt angulus ABC in Figura 15. nullam habet proportionem cum rectilineo quocunq; quia ille quantumcunq; multiplicatus, nunquam ſuperabit iſtum, ut demonſtrat Clavius *lib. 3. Propoſit. 16. in Euclidem.* Econtrà verò, uti in Fig. 12. diameter AB quadrati, cum ſuo latere quocunq; v. g. BC. habet proportionem, quia omne latus quadrati duplicatum ſuperat diametrum.

XVII.

Proportio vel Proportionalitas eſt duarum rationum ſimilitudo, Exempli gratiâ, 2. ad 1, vel 4. ad 2, vocatur ratio; & quia duorum ad unum, hoc eſt, dupli ad ſimplum, ratio eadem eſt, quæ quatuor ad duo, idcirco inter 2 & 1, ac inter 4. & 2, eſt proportio. Igitur ad proportionem

quatuot termini vel magnitudines requiruntur, quarum ptima ſe habeat ad ſecundam, ſicut tertia ad quattam.

XVIII.

Eandem autem vel ſimilem tationem, & conſequenter proportionem inter ſe dicuntur habere magnitudines, ptima ad ſecundam, & tertia ad quattam, quando multiplicatis unu eodemque quocunque tandem numero antecedentibus (hoc eſt, primâ & tertiâ magnitudine) multiplicatis item uno eodemq; quocunq; tandem numero conſequentibus (hoc eſt, ſecundâ & quartâ magnitudine) ſemper evenit, ut quoties multiplex primæ magnitudinis major eſt, aut æqualis, aut minor, quàm ſit multiplex ſecundæ, toties etiam multiplex tertiæ magnitudinis ſit major, aut æqualis, aut minot, quàm multiplex quattæ, ut patet in appoſitu exemplo, ubi hi quatuot numeri, 4. 2. 6, 3, in eadem ſunt

Ut 4 ad 2.		ita 6. ad 3.	
A | 8	6	12.	9.
B | 12.	16.	18.	24.
C | 40.	40.	60.	60.

ratione, & eandem habent proportionem, quia ſi primum & tertium multiplicaveris per 2. & ſecundum ac quartum per 3. ut in exemplo A: vel ptimum ac tertium per 3, & ſecundum ac quartū per 8, ut in exemplu B: vel ptimum ac tertium per 10. & ſecundum ac quartum per 20. ut in exemplo C; ſemper ſi multiplex ptimi eſt major, vel minor, vel æqualis, quàm multiplex ſecundi, etiam multiplex terrij eſt major, vel minor, vel æqualis, quàm multiplex quarti. Eadem eſt ratio, ſi multiplicatio fiat per quoſcunque numeros modo dicto.

XIX.

Magnitudines quæ habent inter ſe proportionem, proportionales vocantur, uti ſunt 4 & 2, cum 6 & 3 in præcedenti exemplo; ſicut enim 4 ad 2 habet proportionem dupli ad ſimplum, ita & 6 ad 3. Et hæc ex lib. 5. Euclidis.

XX.

Videlco- Sinus rectus alicujus arcus, eſt linea perpen-
niſmi 1. dicularis cadens ab uno extremo arcus intra i-
Fig.XVI. pſum in ſemidiametrum circuli. Sic in Fig. 16 AC eſt ſemidiameter circuli, ſeu ſinus totus, aut radius; BE eſt ſinus rectus 60 graduum, ſeu arcûs BGC; GF eſt ſinus arcûs G C 30 graduum; N P eſt ſinus 50 grad. ſeu arcus N G O.

XXI.

Tangens alicujus arcus eſt in illa linea, quæ perpendiculatiter inſiſtit extremitati ipſius ſemidiametri circuli, & abſcinditur per lineam ductam ex circuli centro per certum gradum ipſius arcûs. Sic C L eſt tangens ipſius arcus N G C, hoc eſt, 50. graduum. Eodem modo CD eſt tangens arcûs GC, ſeu 30. grad.

XXII.

Secans eſt linea ducta ex centro arcus per terminum certum ipſius arcus, uſque dum concurrat cum tangente. Sic A L eſt ſecans ipſius arcus N G C 50 grad. AD verò eſt ſecans arcûs G C 30. grad.

CAPUT II.

Poſtulata, & Axiomata ad ſequentes demonſtrationes neceſſaria.

NOmine Poſtulatorum ſeu Petitionum intelliguntur propoſitiones practicæ per ſe notæ, quas fieri & practicari quivis intelligens permittere debet ſine demonſtratione: nomine verò Axiomatum intelliguntur propoſitiones ſpeculativæ adeo certæ, & evidenter veræ, ut eas nemo intelligens terminos negare poſſit.

Poſtulata.

I. Concedatur poſſe à quovis determinato puncto ad aliud punctum lineam rectam duci. *Poſtulata Mathematica.*

II. Poſſe rectam terminatam quantumcunque produci in directum, & continuari.

III. Poſſe ex quovis centro ad intervallum quodcunque circulum deſcribi.

Axiomata.

I. Quæ ſunt æqualia uni tertio, etiam inter ſe ſunt æqualia. *Axiomata Mathematica.*

II. Si æqualibus æqualia addantur, tota ſunt æqualia.

III. Si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ remanent, ſunt æqualia.

IV. Omne totum eſt æquale ſuis partibus ſimul ſumptis.

V. Totum eſt majus ſuâ parte.

VI. Quæ ſibi mutuò congruunt, ſunt inter ſe æqualia.

VII. Si ex toto aliquo accipitur plus quàm dimidium, reſiduum minus eſt dimidio; ſi accipitur minus quàm dimidium, reſiduum eſt majus dimidio.

VIII. Si aliqua quantitas non eſt æqualis alteri, erit eâ vel major, vel minor; & è contrario, ſi nec ſit major, nec minor, erit æqualis illi.

IX. Quò angulus rectilineus eſt major, eò lineæ angulum illum comprehendentes magis divaricantur, ſeu ab invicem diſtant; & è contrario, quò erit minor angulus, eò magis lineæ coëunt, ſeu minùs diſtant.

CAPUT III.

Problemata ad Trigonometriam neceſſaria.

NOtandum eſt, Propoſitiones Mathematicas, quas Euclides demonſtrat, eſſe duplices: quædam enim ſunt practicæ, quibus ſcilicet docemur figuram aliquam rectè & geometricè conſtruere; & hæ vocantur problemata: quædam verò ſunt tantùm ſpeculativæ, quibus tamen aliquid evidenter circa quantitatem cognoſcimus; & hæ vocantur Theoremata. Quo poſito, ſit *Problemata ad Trigonometriam neceſſaria.*

Pro-

Problema I.

Lineam perpendicularem erigere ad extremitatem lineæ datæ.

Vide Iconiſmi I. Fig XVII.

DAta ſit linea A B, ad cujus extremitatem A perpendicularis ducenda ſit. I. Pone pedem unum circini in A, & altero extento ſume verſus B extra lineam punctum aliquod C. II. Servatâ eâdem aperturâ circini, ex centro C deſcribe circulum qui tranſeat per A, & inſuper ſecet lineam A B in puncto D. III. Duc lineam per D & C, donec ſecetur circulus in E. IV. Per E & A duc lineam; quæ ipſa erit perpendicularis deſiderata. Demonſtratur Propoſ. 31. lib. 3. Euclid.

Problema II.

Perpendicularem erigere ex dato puncto extra lineam.

Vide Iconiſmi I. F. XVIII.

SIt data linea A B, & extra eam punctum D, ex quo ducenda ſit perpendicularis. I. Pone pedem unum circini in D, & alterum extendens ſeca lineam A B utrinque in E & F. II. Unum circini pedem pone in E, & ex parte oppoſita puncto D deſcribe arcum GH. III. Eodem modo manente eâdem apertura circini, pone pedẽ unum in F, & altero deſcribe ex eadem oppoſita parte arcum I K, donec ſecet arcum G H. IV. Per hanc ſectionem, & per punctum D, duc lineam; & hæc erit ipſa perpendicularis deſiderata. Demonſtratur lib. 1. Propoſit. 12. Euclid.

Problema III.

Perpendicularem ducere ad punctum datum in ipſa linea.

Vide Iconiſmi I. Fig. XIX.

DAta ſit iterum linea A B, & in ea punctum F, ad quod ducenda ſit linea perpendicularis. I. Pone pedem circini in F, & utrimque nota in data linea (eâdem circini aperturâ manente) duo puncta, C & D. II. Pone unum pedem circini in C, & ex utraque parte lineæ deſcribe arcus E G, & H I. III. Item (manente priori aperturâ circini) pone unum pedem in D, & eodem modo ex utraque parte lineæ deſcribe arcus M N, & K L, qui priores arcus interſecent. IV. Per has interſectiones duc lineam; quæ ipſa erit perpendicularis quæſita. Demonſtratur lib. 1. Propoſit. 11. Euclid.

Problema IV.

Parallelam lineam per punctum extra datam lineam poſitum ducere.

Vide Iconiſmi I. Fig. XX.

DEtur linea A B, & punctum C extra illam, per quod ad lineam A B ducenda ſit parallela. I. Poſito pede uno circini in puncto C, & altero extento deſcribe arcum E D, ſumendo initium à linea data verſus eam partẽ, in qua eſt punctum C. II. Pone pedem circini (manente priori aperturâ) in E, & deſcribe arcum C F, incipiendo à C verſus lineam datam, donec eam ſecet in puncto F. III. Accipe circino diſtantiã FC, eamque transfer in arcum E D, ex E uſque in H. IV. Per C. & H duc lineam; & erit hæc linea parallela deſiderata. Demonſtratur lib. 1. Propoſ. 31. Euclid.

Problema V.

Per tria puncta, non in eadem recta linea poſita, circulum deſcribere.

Vide Iconiſmi I. Fig XXI.

DEntur tria puncta, A, B, C, non in eadem recta linea, per quæ circulus deſcribi debeat. I. Pone circini aperti unum pedem in A, ex eoq; deſcribe arcum F G H. II. Eâdem ſervatâ apertura deſcribe ex B arcum G K H, verſus punctũ A, donec ſecet alterum in duobus punctis G & H III. Duc per has interſectiones G & H lineam. IV. Etiam ex tertio puncto C deſcribe arcum K H I, donec unum ex ductis priùs arcubus ſecet in duobus punctis, v. g. arcum GKH in punctis K & I; per quas duas ſectiones ducito lineã K I, quæ priùs ductam lineam ſecabit in D, quod ipſum erit centrũ circuli futuri. V. Pone pedem circini in D, & altero extento uſq; in C vel B, vel A, deſcribe integrum circulum; qui neceſſariò per tria puncta data tranſibit.

Hinc facile erit cujuſvis arcus centrum reperire, & circulum integrum deſcribere, ſi nimirum in arcu dato notentur tria quælibet puncta, & procedatur ut dictum. Demonſtratur lib. 3. Propoſit. 25. Euclid.

CAPUT IV.

Theoremata quindecim ad Trigonometriam neceſſaria.

Theoremata ad Trigonometriam neceſſaria

Theorema I.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, habeant verò & angulos ab illis lateribus comprehenſos æquales; etiam baſes illorum erunt æquales, & conſequenter totum triangulum erit æquale toti alteri triangulo.

Vide Iconiſmi I. Fig. XXII.

SIt in appoſita Fig. latus B A æquale lateri ED; & latus BC æquali lateri EF; & inſuper angulus A B C æqualis angulo D E F. Diço primò, etiam tertium latus ſeu baſim A C eſſe æqualem baſi D F; & ſecundò, totum triangulum A B C eſſe æquale toti triangulo D E F. Eſt Propoſ. 4. lib. 1. Euclid. *Demonſtratur.* Quæ ſibi mutuò congruunt, ſunt æqualia, *per Axio. 6.* Sed baſis A C, & D F, item totum triangulum A B C, & DEF, ſibi mutuò congruunt; ergo & baſes illæ, & illa triangula ſunt inter ſe æqualia. Minor probatur. Intelligatur enim triangulũ D E F ita ſuperponi triangulo ABC, ut latus ED jaceat ſuper AB, & E F ſuper BC, angulus verò DEF ſuper angulo ABC; certum eſt quòd etiam latus tertiũ D F congruat lateri A C, & conſequenter totum triangulũ D E F congruat toti triangulo ABC. Si enim latus D F non congrueret ipſi lateri AC; ergo deberet latus D F exſpatiari vel in G, vel in H: ſed hoc eſt impoſſibile, & contra Definit. 1. quâ dicitur, omnia puncta li-

neæ rectæ ex æquo debere interjacere inter ſua extrema puncta; baſis verò DF æquè eſt linea recta, ac baſis AC. Ergo & baſis DF eſt æqualis baſi AC; & totum triangulum ABC eſt æquale toti triangulo DEF. quod erat demonſtrandũ. *Ex his patet, etiam reliquos angulos trianguli DEF eſſe æquales reliquis angulis trianguli A B C, quibus æqualia latera ſubtenduntur, nimirum angulũ E DF angulo B A C, & angulum E F D angulo B C A.*

Theorema II.

Si unum triangulum habuerit duos angulos æquales duobus angulis alterius trianguli; ſi item latera comprehenſa ab illis angulis fuerint æqualia; etiam reliqua latera, & ipſa tota triangula, ſibi æqualia erunt.

Vide Iconiſmi I. Fig XXIII

SIt angulus ABC æqualis angulo D E F; item angulus BCA ſit æqualis angulo EFD; & tandem latus B C ſit æquale lateri E F. Dico, etiam latus DE eſſe æquale lateri AB, & latus D F lateri A C, & conſeqoenter totum triangulum D E F toti triangolo ABC. Eſt Propoſ. 26. lib. 1. Euclid. *Demonſtratur.* Quæ ſibi mutuò congruunt, ſunt æqualia, *per Axio. 6.* ſed latus D E in hoc caſu congruit lateri A B; item latus D F lateri A C; & conſequenter tota triangula ſibi invicem; ergo erunt invicem æqualia. Minor probatur. Si enim illa latera non congruunt ſibi invicem, excedet unum latus alterom, *per Axio.* 8. ſed hoc implicar; ergo &c. Minor probatur. Intelligatur enim triangulum DEF ita ſuperponi triangulo A BC, ut quæ ſupponuntur invicem æqualia, jaceant ſuper ſe invicem, tunc igitur (ſiquidem latus DE dicitur non congruere lateri A B) ſi excedatur latus AB à latere D E, ab A, v. g. uſq; ad D, ſequitur partem eſſe æqualem toti, hoc eſt, angulum B C A (cui æqualis eſt ex ſuppoſitione, angulus EFD) angulo BCD: ſed hoc eſt impoſſibile, *per Axio.* 5. ergo &c. Minor probatur, quia triangulum EDF ſuperpoſitum, tunc caderet in B C D, *per præcedens Theorema*, ergo angulus B C D eſſet ipſe angulus E F D ſuperpoſitus; qui tamen ſupponitur æqualis eſſe ipſi angulo B C A. Eodem modo demooſtratur de altero latere, & conſequenter de toto triangulo. Si ergo unum triangulum habuerit, &c. quod erat demonſtrandum. *Ex his patet, etiam reliquos angulos eſſe inter ſe æquales*, per Theor. 1.

Theorema III.

Recta linea incidens in aliam rectam, facit vel duos angulos rectos, vel duos angulos æquales duobus rectis.

Vide Iconiſmi I FigXXIV

CAdat linea DE in lineam AB, dico illam facere duos angulos D E B, & D E A, vel rectos, vel duobus rectis æquales. Eſt Propoſ. 13. lib. 1. Euclid. *Demonſtratur.* Linea D E vel eſt perpendicularis lineæ A B, vel non: ſi eſt, ergo *per Definit.* 4. faciet duos angulos rectos: ſi non eſt, intelligatur ducta quædam perpendicularis C E ex puncto E, *per Probl.* 3. jam ſic. Anguli CEA, & CEB, ſunt æquales duobus rectis, *per Definit.* 4. Sed anguli D E A, & D E B ſunt æquales angulis C E A, & CEB, ergo DEA, & D E B ſunt æquales duobus rectis. Minor probatur, quia anguli C E A, C E D, & D E B, ſunt æquales angulis C E A & C E B, *per Axio.* 4. utpote partes ſuo toti: ſed anguli DEA, & DEB, *per idem Axio.* 4. ſunt æquales angulis C E A, & CEB; erga recta lioea incidens, &c. quod erat demonſtraodum.

Theorema IV.

Anguli ad crucem oppoſiti ſunt æquales inter ſe.

IDeſt, angulus E B C eſt æqualis angulo DBA, item angulus E B D æqualis eſt angulo C B A. Eſt Propoſ. 15. lib. 1. Euclid. *Demonſtratur.* Si ab æqualibus æqualia tollas, quæ remanent, ſunt æqualia, *per Axio.* 3. Sed anguli E B C, & C B A, ſunt æquales angulis C B A, & A B D; ergò ſi ab his auferas communem angulum C B A qui remanent (ſcilicet anguli E B C, & D B A) erunt æquales. Mioor probatur, quia quæ ſunt æqualia uni tertio, ſunt æqualia inter ſe, *per Axio.* 1. Sed anguli E B C, & CBA, item anguli C B A, & ABD, ſunt æquales uni tertio, ſcil. duobus rectis, *per Theor.* 3. ergo ſunt æquales inter ſe, & conſequenter anguli ad crucem oppoſiti ſunt inter ſe æquales, quod erat demonſtrandum.

Vide Iconiſmi I. Fig. XXV

Theorema V.

Recta incidens in duas rectas parallelas, facit 1. duos angulos internos, & ad eaſdem partes, ſimul æquales duobus rectis; 2. angulos alternos inter ſe æquales; 3. externum interno ſibi ad eaſdem partes oppoſito æqualem: & viciſſim, ſi recta incidens in duas rectas, facit 1. duos angulos internos, & ad eaſdem partes, æquales duobus rectis; 2. angulos alternos inter ſe æquales; 3. externum interno ſibi ad eaſdem partes oppoſito æqualem; in omnibus caſibus parallelæ ſunt duæ illæ rectæ.

REcta linea E F, incidat in rectas parallelas A B, & C D; dico 1. angulos duos A G H, & GHC ſimul ſumtos, eſſe æquales duobus rectis; 2. angulum A G H eſſe æqualem angulo G H D. 3. angulum E G B eſſe æqualem angulo G H D. Eſt Propoſ. 29 l. 1. Euclidis: item 27. & 28. ejuſdẽ.

Vide Iconiſmi I. Fig XXVI

Demonſtratur Imum Anguli A G H, & G H C ſimul ſumpti, non ſunt majores nec minores duobus rectis; ergo *per Axio.* 8. erunt æquales duobus rectis. Antecedens probatur, nam ſi duo anguli A G H, & G H C, eſſent majores duobus rectis, neceſſariò duo anguli BGH, & GHD, *per Theor.* 3. reſidui ad quatuor rectos, erunt duobus rectis minores; ergo *per Axio.* 9. etiam lineæ parallelæ AB, CD, ex parte A G, & C H, magis diſtabunt, quàm ex parte GB, & HD; quod eſt impoſſibile, & contra *Definit.* 2. Eodem modo demonſtratur, A G H, & G H C, non eſſe minores duobus rectis, eò quòd tunc reliqui duo B G H, & G H D, eſſent majores, & conſequenter contra *Definitionem* 2. parallelæ non ubique & ſemper æquè diſtarent. Ergo recta inci-

incidens in duas parallelas, &c. quod erat primò demonſtrandum.

Demonſtratur 2. um. Si ab æqualibus æqualia tollas, quæ remanent, ſunt æqualia, *per Axio. 3.* Sed A G H cum B G H eſt æquale ipſi D H G cum eodem B G H; ergo ſi tollatur angulus B G H utrique communis, quæ remanent, ſcilicet alterni anguli A G H, & G H D, erunt inter ſe æquales. Minor probatur, quia quæ ſunt æqualia uni tertio, ſunt etiam æqualia inter ſe, *per Axio. 3.* Sed A G H, cum B G H, *per Theor. 3.* item D H G, cum eodem B G H, *per 1. partẽ hujus Theor.* Sunt æqualia uni tertio, ſcil. duobus rectis; ergo A G H cum B G H eſt æquale ipſi D H G cum eodem B G H. Ergo recta incidens in duas parallelas, angulos alternos facit inter ſe æquales; quod erat ſecundò demonſtrandum.

Demonſtratur 3um. Angulus A G H eſt æqualis angulo G H D, *per 2. partem hujus Theor.* Sed E G B eſt æqualis ipſi A G H, *per Theor. 4.* ergo E G B eſt æqualis ipſi G H D. Ergo linea recta incidens in duas parallelas, facit angulum externum interno, &c. quod erat demonſtrandum. *Ex his facile demonſtrari poteſt converſum hujus Theorematis quoad omnes tres partes.*

Theorema VI.

In omni triangulo tres anguli ſimul ſunt æquales duobus rectis.

Vide Iconiſmi I. F.XXVII.

Dico igitur quòd in triangulo A B C, tres anguli ſimul ſumpti ſint æquales duobus rectis. Eſt Propoſ. 32. lib. 1. Euclid. *Demonſtratur.* Ducatur, *per Probl. 4.* linea D E, per punctum C, parallela lateri A B; quo facto, angulus A C D additus duobus angulis A B C, & B C A facit duobus rectis æquales, *per partem 1. Theor. 5.* Sed angulus B A C eſt æqualis angulo A C D, *per partem 2. Theor. 5.* ergo etiam B A C additus angulis A B C, & B C A, facit æquales duobus rectis. Ergo in omni triangulo, &c. quod erat demonſtrandum.

Corollaria.

Hinc ſequitur I. in uno triangulo non poſſe eſſe niſi unum rectum, & non niſi unum obtuſum: nam ſi eſſent duo recti, vel duo obtuſi, tertius angulus cum duobus illis rectis, vel obtuſis, jam faceret omnes tres majores duobus rectis. II. tertium quemvis angulum eſſe tantum, quantum reliquis duobus deeſt ad duos rectos. III. ſi duo triangula habent duos angulos ſibi mutuò æquales, etiam tertius angulus unius trianguli erit æqualis tertio angulo alterius trianguli. IV. ſequitur externum angulum F A B, eſſe æqualem duobus internis oppoſitis, hoc eſt, angulis A B C, & B C A, quia F A B cum B A C (utpote duo recti, per Theor. 3.*) ſunt æquales ipſis B A C cum A B C, & B C A (utpote etiam duobus rectis,* per Theor. 6.*) ergo ſi ab his æqualibus tollatur æqualis & utrinſque communis angulus B A C; quæ remanent, nempe duo interni A B C, B C A ſimul ſumpti, & externus F A B, erunt inter ſe æquales,* per Axio. 3.

Theorema VII.

Parallelogramma habent latera oppoſita, & angulos oppoſitos æquales.

Vide Iconiſmi I. F.XXVIII

Dico ergo, quòd in parallelogrammo A B C D, latus A B ſit æquale lateri D C, & latus A D lateri B C, & angulus D A B æqualis angulo D C B, & angulus A D C angulo A B C. Eſt Propoſ. 34 lib. 1 Euclid. *Demonſtratur.* Ducatur recta A C, *per Poſtul. 1.* ut fiant duo triangula A B C, & A D C. Jam ſic: Si duo triangula habeant duos angulos æquales, & latera ab illis angulis comprehenſa æqualia, tunc & reliqui anguli, & reliqua latera, & conſequenter tota triangula, ſunt inter ſe æqualia, *per Theor. 2.* Sed triangulum A B C habet angulum B A C æqualem angulo A C D, trianguli A D C; item angulum B C A æqualem angulo D A C, *per 2 partem Theor. 5.* & tandem latus A C à duobus illis angulis æqualibus comprehenſum commune utrique, ſeu æquale; ergo totum triangulum A B C eſt æquale toti triangulo D C A; ergo etiam latera A B & B C, erunt æqualia lateribus D C & A D; item angulus A B C æqualis angulo A D C. Eodem modo demonſtratur, angulum D A B eſſe æqualem angulo B C D, ſi ducatur recta B D: nam etiam triangula D A B, & D C B, erunt tota ſibi invicem æqualia. Ergo parallelogramma habent latera & angulos oppoſitos æquales; quod erat demonſtrandum.

Hinc ſequitur, quòd omnia triangula quæ fiunt per ductum diametri parallelogrammi ſint inter ſe æqualia.

Theorema VIII.

Si triangulum fuerit duorum laterum æqualium, tunc linea ex concurſu horum laterum ducta perpendiculariter ad baſin, dividet & angulum, & baſin in duas partes æquales: conſequenter tota duo triangula inde facta erunt inter ſe æqualia.

Vide Iconiſmi I. F.XXIX.

Sit ergo latus A B æquale lateri B C. Dico, quòd linea perpendicularis B D faciat primò angulum A B D æqualem angulo C B D; ſecundò lineam A D æqualem lineæ D C: tertiò triangulum A B D æquale triangulo B C D: *Demonſtratur 1.* Si enim perpendicularis B D angulum A B C non dividat in duas partes æquales, ita ut angulus A B D ſit æqualis angulo B C D; dividat ergo aliqua alia linea, v. g. B F, dictum angulum A B C in duas partes æquales. Ergo, *per Theor. 1.* hæc duo triangula, A B F, C B F, erunt tota æqualia inter ſe, & conſequenter etiam angulus B F A æqualis angulo B F C, & *per Definit. 5.* uterque rectus; quod eſt impoſſibile: cùm enim A B F, utpote externus, *per 4. Coroll. Theor. 6.* ſit æqualis duobus internis, ſcil. angulo F D B recto per conſtructionem, & inſuper acuto F B D; neceſſariò erit major ſolo recto B D F. Ergo ſi triangulum, &c. quod erat primò demonſtrandum.

Demonſtratur 2. & 3. Quia A B eſt æquale ipſi C B, item B D eſt commune, & tandem per *1. partem hujus Theor.* angulus A B D eſt æqualis ipſi C B D; ergo, *per Theor. 1.* & baſis A D erit æqualis baſi D C, & totum triangulum A B D æquale toti C B D; quod erat ſecundò & tertiò demonſtrandum.

Corollarium.

Ex quo colligitur, omne triangulum duorũ æqualium laterum (ſive ſit iſoſceles, ſive æquilaterũ) habe-

habere angulos duos ad baſin, ſcil. B A C, & B C A, inter ſe æquales. *Nam cùm* per 1. partem hujus Theor. *anguli A B D, & C B D, ſint inter ſe æquales,* item, per Definit. 5. *anguli B D A, & B D C inter ſe æquales; neceſſariò erit etiam angulus B A D æqualis ipſi BCD,* per 3. Coroll. Theor. 6. *Hæc eſt Propoſ. 5. lib. 1. Euclid.*

Theorema IX.

Omnia parallelogrammata ſuper eadem vel æquali baſi inter parallelas eaſdem lineas ſunt inter ſe æqualia.

Vide Iconiſmi I. Fig. XXX.

HOc eſt, juxta 30. Fig. parallelogrammum A B C M eſt æquale parallelogrammo B C D E; & juxta 31. Fig. parallelogrammum G F L I eſt æquale parallelogrammo G H K L; & juxta 32. fig. parallelogrammum A B C D eſt æquale parallelogrammo GEFH. In primis duabus figuris duo parallelogramma ſunt ſuper eadem baſi, in tertia figura ſuper æqualibus. Hæc eſt Propoſ. 35. & 36. lib. 1. Euclid.

Demonſtratur juxta 30. Fig. Si æqualibus æqualia addantur, quæ fiunt, ſunt æqualia, *per Axio.* 2. Sed B A M N, & N C D E, ſunt inter ſe æqualia; ergo ſi cuivis addatur commune & æquale B N C, quæ fiunt, ſcilicet BAMC, & BDCE, erunt æqualia. Minor probatur, quia ſi ab æqualibus æqualia tollas, reliqua, quæ remanent, ſunt æqualia, *per Axio.* 3. Sed B A D, & M C E ſunt æqualia, & M N D eſt utrique commune; ergo ſi ab illis auferas M N D, reliqua, hoc eſt, ABMN, & N C D E, erunt æqualia. Minor probatur, quia ſi unum triangulum duos angulos & latus comprehenſum inter illos habeat æquales duobus angulis alterius trianguli, & lateri etiam comprehenſo, tunc tota triangula ſunt æqualia, *per Theor.* 2. Sed in triangulo DAB angulus B AD eſt æqualis angulo CME alterius trianguli ECM, item angulus ADB angulo M E C, *per Theor.* 5. & tandem latus A B æquale lateri M C, *per Theor.* 7. ergò triangulum A B D totum eſt æquale triangulo MCE.

Vide Iconiſmi I. Fig. XXXI.

Demonſtratur etiam juxta 31. Fig. quia ſi æqualibus F G H, & I L K (conſtat autem ex jam demonſtratis, eſſe æqualia) addatur æquale ſeu commune GHIL; tota, id eſt, parallelogramma GFIL, & GHKL, erunt æqualia.

Vide Iconiſmi I. Fig. XXXII.

Demonſtratur tandem juxta 32. Fig. Ducatur enim ex B parallela linea B C ipſi lineæ G E, item D I fiat parallela ipſi H F. Jam ſic: quæ ſunt æqualia uni tertio, ſunt etiam æqualia inter ſe, *per Axio.* 1. Sed parallelogrammum ABCD eſt æquale parallelogrammo B C D I, *per 1. partem hujus Theor.* & parallelogrammum G E FH eſt æquale eidem BC DI, cùm & latera, *per Theor.* 7. *& per conſtructionem*, & anguli, *per Theor.* 5 horum duorum parallelogrammorum ſint æqualia; ergo *per Axio.* 1. parallelogrammum idem GEFH eſt æquale parallelogrammo A B CD. Ergo omnia parallelogramma, &c. quod erat demonſtrandum.

Theorema X.

In circulo angulus ad centrum duplus eſt anguli ad peripheriam, ſi fuerit peripheria eadem baſis illorum angulorum.

Vide Iconiſmi I. Figuram XXXIII.

HOc eſt, angulus B D C ad centrum C, duplus eſt ipſius B A C anguli ad peripheriam. Eſt Propoſ. 20. lib. 3. Euclid.

Demonſtratur juxta 33. Fig. Angulus B D C eſt æqualis angulis DBA & DAB, *per 4. Coroll. Theor.* 6 item angulus E D C eſt æqualis angulis C A D & D C A, *per idem Coroll.* Sed duo anguli D C A, & D A C, ſunt duplum anguli DAC; ergo angulus EDC eſt æqualis duplo anguli DAC, & conſequenter totus B D C erit duplus totius B A C.

Vide Iconiſmi I. Figuram XXXIV.

Demonſtratur juxta 34. Fig. Angulus D A C, & D C A, ſimul ſunt duplum ſolius anguli D A C; nam per *Coroll. Theor.* 8. anguli D A C, & D CA, inter ſe ſunt æquales, ac proinde illi duo ſimul ſunt duplum unius ſolius illorum: ſed angulus BDC eſt æqualis duobus angulis D A C, & D C A, *per 4. Coroll. Theor.* 6. ergo angulus B D C eſt æqualis duplo anguli D A C, ac proinde duplus ejuſdem anguli D A C.

Vide Iconiſmi I. Figuram XXXV.

Demonſtratur juxta 35. Fig. Totus angulus E D C, & duplum anguli D A C, ſunt inter ſe æqualia, *per 2. partem hujus Theor.* ergo ſi ab illo auferatur angulus ED B æqualis duplo anguli D A B, *per eandem 2. partem hujus*, ab iſto autem ipſum duplum anguli DAB; quæ remanent, ſcil. angulus BDC, & duplum anguli B A C, erunt inter ſe æqualia, *per Axio.* 3. Ergo in circulo angulus ad centrum, &c. quod erat demonſtrandum.

Theorema XI.

Anguli qui in eodem circuli ſegmento, omnes ſunt inter ſe æquales.

Vide Iconiſmi I. Figuram XXXVI.

HOc eſt, anguli FG E, & FBE, & quicunque ex F E ad ſegmentum ſeu arcum F G B terminantur, ſunt inter ſe æquales. Eſt Propoſ. 21. lib. 3. Euclid. *Demonſtratur.* Angulus F A E eſt duplus anguli F G E, *per Theor.* 10. Sed idem angulus FA E eſt, *per idem Theor.* etiam duplus anguli E F B; ergo F G E, & F B E, ſunt inter ſe æquales, *per Axio* 1. Ergo anguli qui, &c. quod erat demonſtrandum.

Theorema XII.

Ejuſdem altitudinis triangula, ſeu quæ ſunt inter eaſdem parallelas, habent ſe ut baſes.

Vide Iconiſmi I. Figuram XXXVII.

HOc eſt, ut ſe habet baſis A C ad baſin F G, ita ſe habet triangulum BA C ad triangulum K F G; hoc eſt, baſes & triangula ſunt in eadem proportione. Eſt Propoſitio 1. lib. 6. Euclid. *Demonſtratur.* Fiant ipſi C A, quæ eſt baſis trianguli ABC, æquales CD, & D E, multiplices ipſius C A; item baſi F G fiant æquales GH, H I, I L, L M, multiplices ipſius F G, erunt ergo triangula B D C, & B E D, æqualia ipſi triangulo ABC, *per Theor.* 9. atque adeo erunt tot triangula multiplicia ipſius trianguli C B A, quot erunt baſes multiplices ipſius trianguli C A. Eodem modo triangula G H K, HKI, IKL, LKM erunt ſingula æqualia triangulo F K G, *per idem Theor.* 9 & conſequenter triangula illa erunt tot multiplicia ipſius trianguli F K G, quot multiplices

plices ſunt baſes ipſius baſis F G. Quo poſito, ſic oſtendo Propoſitionem. Si quotieſcunq; multiplex primæ magnitudinis eſt minor (aut major, aut æqualis) multiplici ſecundæ, etiam ſemper multiplex tertiæ eſt minor multiplici quartæ magnitudinis; tunc prima ad ſecundam eſt in eadem proportione tertiæ ad quartam, *per Deſinit.* 12. ſed in caſu noſtro quoties multiplex primæ eſt minor multiplici ſecundæ, etiam multiplex tertiæ eſt minor multiplici quartæ; ergo &c. Minor probatur, quia prima magnitudo eſt AC, ejus verò multiplices ſunt tres baſes AC, C D, D E; ſecunda magnitudo eſt F G, ejuſque multiplices ſunt quinque baſes FG, GH, HI, IL, LM: ſed etiam multiplices tertiæ magnitudinis, hoc eſt, trianguli CBA, ſunt tria triangula CBA, DBC, EBD; & multiplices quartæ magnitudinis, hoc eſt, trianguli G K F, ſunt quinque illa triangula GKF, HKG, IKH, LKI, MKL; ergo verum eſt quòd quoties multiplex ipſius AC eſt minor multiplice ipſius F G, etiam multiplex ipſius ABC ſit minor multiplice ipſius FKG. Ergo ejuſdem altitudinis triangula, &c. quod erat demonſtrandum.

Theorema XIII.

Æquales magnitudines ad eandem magnitudinem habent æqualem ſeu eandem proportionem.

Vide Iconiſmi I. Figuram XXXVIII. HOc eſt, ſi magnitudo A ſit æqualis magnitudini B; quam proportionem habebit A ad C, eandem habebit etiam B ad C. Eſt propoſ. 7. lib. 5. Euclid. *Demonſtratur.* Sit enim v.g. proportio A ad C talis, ut multiplex ipſius A ſit major multiplice ipſius C; tunc ſic arguo: Multiplex A ſuperat multiplicem ipſius C, ſed multiplex ipſius B eſt ſemper æqualis multiplici ipſius A (ſiquidem B eſt tertia proportionis magnitudo, quæ ſemper debeat toties accipi, quoties prima A;) ergo multiplex B etiam ſuperat multiplicem ipſius C Eodem modo formabis argumentum ad probandum multiplicem ipſius B eſſe minorem, aut majorem, ſi multiplex ipſius A ſit minor aut major multiplice ipſius B. Ergo æquales magnitudines, &c. quod erat demonſtrandum.

Theorema XIV.

Si ad unum trianguli latus parallela ducta fuerit, hæc proportionaliter ſecabit trianguli latera.

Vide Iconiſmi I. Figuram XXXIX. UT in triangulo ABC, linea ED ſit parallela lateri BC; dico, eſſe ut CE ad E A, ita BD ad DA. Eſt propoſ. 2. lib. 6. Euclid. *Demonſtratur.* Quia nunc, *per Theor.* 9. triangula D E B, & D E C, ſunt æqualia inter ſe, cùm ſint inter duas eaſdem parallelas DE, & BC, & inſuper ſuper eadem baſi DE. Et rurſus quia ſunt inter ſe æqualia, habebunt eandem rationem, *per Theor.* 13. ad idem triangulum A DE. Jam ſic: ut eſt B D ad D A, ita eſt triangulum D E B ad triangulum DEA, *per Theor.* 12. Sed etiam ut C E ad E A, ita eſt D E B ad D E A; ergo etiam ut eſt C E ad E A, ita eſt B D ad D A. Minor probatur, quia ut eſt E D C ad D E A, ita eſt D EB ad eandem D E A, *per Theor.* 12; ergo C E ad EA eſt, ut DEB ad D E A. Ergo ſi ad unum trianguli latus, &c. quod erat demonſtrandum.

Theorema XV.

Triangula æquiangula habent latera circa æquales angulos proportionalia.

HOc eſt, ſi triangula A B C, & DEF habuerint ſingulos angulos æquales ſingulis; erit ut AC ad AB, ita DF ad DE: item ut AB ad BC, ita DE ad EF, Eſt Propoſ. 4. lib. 6. Euclid. *Demonſtratur.* Producatur enim primò latus A C, uſque in G, donec CG ſit æqualis ipſi D F: ſecundò, ex C ducatur CH parallela linea ipſi AB, ſeu ipſi AI; quæ fit ex producto latere AB: tertiò, ex G uſque in I ducatur linea G H I parallela ipſi CB. His conſtitutis, erit totum triangulum C GH æquale ipſi triangulo DEF, *per Theor.* 2. Jam ſic arguo. Linea CD eſt parallela lateri CI; ergo *per Theor.* 14. erit ut A C ad A B, ita C G ad BI, ſeu ad C H, quod *per Theor.* 7. eſt æquale ipſi BI. Ergo triangula æquiangula habent latera, &c. quod erat demonſtrandum. Eodem modo probabis de alijs lateribus. Vide Iconiſmi I. Fig. XL.

CAPUT V.

De reſolutione triangulorum planorum, ſeu manifeſtatione ſeu cujuſvis ignoti ex datis tribus notis in triangulis rectilineis.

IN omni triangulo ſunt tria latera, & tres anguli. Tria nota, ex quibus quartum ignotum per regulam auream eruendum eſt, poſſunt eſſe vel meri anguli, vel mera latera, vel partim anguli & partim latera: ex meris angulis nihil cognoſci poteſt; itaque tria nota debent eſſe vel latera, vel anguli & latera. *Reſolutio triangulorum planorum.*

Antequam verò ad actualem triangulorum ſolutionem procedas, in promptu habere debes omnium & ſingulorum graduum ac minutorum circuli aut quadrantis ſinus, tangentes & ſecantes, reductos in tabulas, quæ paſſim in libellis Mathematicis extant. Pro uſu eorundem Nota I. in tabulis ſinuum, tangentium, & ſecantium, illum numerum eſſe ſinum alicujus arcus, qui ſub titulo *Sinus* penes tot gradus & minuta poſitus eſt, quot graduum & minutorum ille arcus eſt; & illum numerum eſſe tangentem, qui ſub titulo *Tangens* penes illos gradus & minuta ponitur; & illum ſecantem, qui ſub titulo *Secans* penes illum arcum locatur: radium verò, ſeu ſinum totum 90. graduum eſſe juxta varias tabulas varium; nimirum vel 10000. vel 100000. vel 1000000. Nota II. ſi ex tabulis velis eruere ſinum alicujus arcus; debere te in tabulis ſinuum quærere tot gradus & minuta, quot graduum & minutorum eſt ille arcus, & ſinum penes ſcriptum excerpere. Eodem modo accipies tangentem, & ſecantem. Econtrà verò ſi offeratur ſinus, tangens, vel ſecans, cujus gradus & minuta deſideras; quære illum numerum ſub ſuo titulo, & gradus ac minuta penes ſcripta excerpe. His poſitis, ſit

Pro-

Propoſitio I.

De ſolutione triangulorum rectilineorum rectangulorum, in quibus ſcilicet ſemper unus angulus rectus ſupponitur notus, utpote 90. graduum.

Reſolutio triangulorũ planorum rectangulorum.

IN rectangulis triangulis reliqui duo anguli, præter rectum, ſunt neceſſariò acuti, & ambo æquales uni recto, *per Theor. 6.* quare cognito uno acutorum, alter latere non poteſt, utpote complementum ad unum rectum.

§. I.

Vide Iconiſmi I. Fig XLI.

D*Atis in eadem menſura lateribus AB, & BC, trianguli rectanguli ABC, reperitur alteruter angulus præter rectum*, v. g. angulus CAB, ſi fiat, ut AB in menſura data ad BC in eadem menſura, ita tota AD radius ſeu ſinus totus ad DE numerum tangentis anguli CAB, ſeu (quod idem eſt) anguli EAD; qui numerus quæſitus ſub titulo, *Tangens*, dabit in latere tabulæ gradus & minuta anguli quæſiti. *Demonſtratur.* Triangula æquiangula habent latera circa æquales angulos proportionalia, *per Theor. 15.* ſed triangula ABC, & ADE, ſunt æquiangula; ergo habent latera circa æquales angulos, ſcilicet AB & BC, item AD & DE, proportionalia; ergo eſt ut AB ad BC, ita AD ad DE. Minor patet, nam angulus ABC eſt rectus ex ſuppoſitione, ADE vero eſt rectus ex *Definit. 4. & 21.* angulus item CAB ſeu EAD, eſt communis utrique triangulo, & conſequenter *per 3. Coroll. Theor. 6.* etiam angulus ACB erit æqualis angulo AED, ac proinde totum triangulum ABC eſt æquiangulum toti triangulo ADE.

Sit igitur pro exemplo linea AB 10 pedum, BC verò 6. pedum, & tandem AD (utpote ſinus totus, qui ſemper eſt unus & idẽ) ſit 100000. partium. Si ergo juxta auream Regulam tertius numerus per ſecundum, vel è contrario, multiplicetur, & productum ex hac multiplicatione dividatur per primum; relinquetur numerus 60000, cui juxta tabulam Tangentium correſpondent 30. gr. 57. min. quantus eſt angulus BAC, ſeu DAD, ut arcus DF; quæ omnia idem ſunt.

§. II.

D*Atis latere uno AB 10 pedum v. g. & angulo ei oppoſito ACB 59. graduum v. g. reperitur reliquorum laterum quodlibet*, v. g. hypothenuſa AC, ſi fiat, ut GA ſinus anguli ACB, ſeu AFG (qui eſt complementum anguli CAG ad 90. gradus) ad AF ſinum totum, ita BA ad AC: tunc enim quotiente producto per auream regulam, invenietur latus AC 12 ferè pedum. Quòd ſi ex iiſdem notis velis habere latus BC; fiat, ut AG ſinus anguli ACB, vel AFG, ad GF ſinum anguli CAB, vel FAG, ita latus BA ad BC: in quotiente enim aureæ regulæ reperies 6; quot pedum eſt ipſa linea BC.

§. III.

D*Atis in triangulo rectangulo hypothenuſa AC, & alterutro latere, v. g. CB, invenire angulum alterutrum, v. g. angulum BAC.* Fiat ut hypothenuſa AC ad latus CB, ita ſinus totus ſeu radius AF ad ſinum FG: in quotiente enim prodibit numerus, qui quæſitus ſub titulo *Sinus*, prodet tibi ex latere tabulæ gradus & minuta anguli quæſiti.

§. IV.

D*Ato eodem latere BC. & latere AB, datur etiam hypothenuſa AC*, ſi primò fiat §. 1. (quo docuimus invenire angulum alterutrum) ut AB in menſura data, ad BC, ita AD radius, ad DE tangentem anguli EAD. Quo habito, ſecundò fiat, per §. 2. ut GA ſinus anguli BCA, ad AF ſinum totum, ita BA 10 pedum v. g. ad AC hypothenuſam.

§. V.

E*X data hypothenuſa AC, & angulis BAC, ACB, invenitur latus alterutrum*, ſi fiat, ut radius AF ad ſinum anguli FAG, hoc eſt ad lineam FG, ita latus AC 12 pedum ad latus CB. Pro latere verò BA inveniendo fiat, ut FA radius ad AG ſinum anguli AFG, ſeu anguli ACB, ita CA 12 pedum ad latus AB.

Hæ praxes ſolvendorum triangulorum rectangulorum omnes eodem modo demonſtrantur, quo primam demonſtravimus §. 1. ſcilicet ex eo quod triangula ſemper ſint æquiangula, & conſequenter latera habent proportionalia circa æquales angulos, ut conſideranti patebit.

Propoſitio II.

De ſolutione triangulorum rectilineorum obliquangulorum, hoc eſt, eorum qui nullum rectum angulum habent.

§. I.

Reſolutio triangulorũ planorum obliquangulorum.

D*Atis tribus lateribus trianguli obliquanguli ABC, id eſt, datis AB, BC, & CA, reperire quemcunque angulum, v. g. angulum ABC.* Hujus §. tres ſunt caſus.

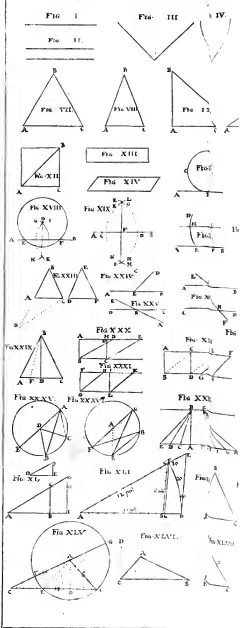
I.

Vide Iconiſmi I. Fig. XLII

Caſus eſt, ſi tria latera data ſint omnia inter ſe æqualia, atque adeo triangulum illud ſit æquilaterum, uti eſt in Fig. 42. tunc enim, cùm *per Theor. 6.* anguli tres cujuſcunque trianguli ſint æquales duobus rectis, quilibet angulus erit 60. graduum. *Demonſtratur.* Nam cùm ex ſuppoſitione omnia tria latera ſint ſibi invicem æqualia, & conſequenter *per Coroll. Theor. 8.* omnes etiam tres anguli ſint inter ſe æquales; ideo quilibet angulus erit tertia pars duorum rectorum, hoc eſt, 180 graduum, quorum tertia pars habet 60. gradus, ſiquidem ter 60 faciunt 180.

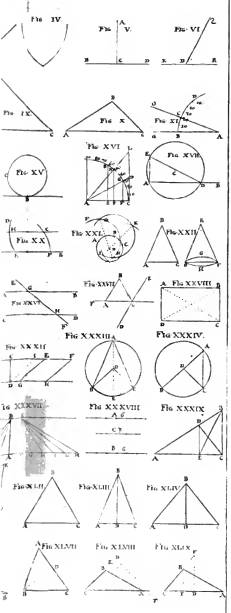
II. Caſus

Iconismus I. *Ponatur è regione Pag.*



Digitized by Google

e Tessone Pag. 185



II.

Vide Iconiſmi I. F. XLIII. XLIV. Caſus eſt, ſi duo latera tantum ex illis tribus ſint inter ſe æqualia, tertium verò ſit vel majus, vel minus, utrolibet reliquorum, uti in Fig. 43. & 44. tunc enim fiet *per* §. 3. *Propoſit.* 1. ut BA latus unum æqualium, ad AD dimidium lateris tertii inæqualis, ita eadem BA radius ſeu ſinus totus ad aliud, quod ipſum erit AD, ſinus anguli ABD: quem ſi duplices, habebis totum angulum ABC deſideratum. *Demonſtratur* eodem modo quo §. 3. Propoſ. 1. Habito hoc angulo, habebis etiam reliquos duos, ſi inventum angulum ABC ſubtrahas à 180 gradibus, & reſiduum dimidies: quivis enim reliquorum angulorum erit dimidium dicti reſidui.

III.

Vide Iconiſmi I. F. XLV. Caſus eſt, ſi omnia tria latera ſint inter ſe inæqualia. Tum ergo *primo* fiat juxta Fig. 45. ut latus maximum BC, ad CF differentiam reliquorum laterum, ita CG ſumma eorundem duorum laterum ad CE.

Demonſtratur hæc proportio. Nam triangula æquiangula, *per Theor.* 15 habent latera circa æquales angulos proportionalia: ſed triangula CGE, & CBF, ſunt æquiangula (angulus enim CGE eſt æqualis angulo FBC, *per Theor.* 15. angulus verò FCB utrique triangulo communis, & reliqui duo ſunt etiam æquales inter ſe, *per 3. Coroll. Theor. 6.*) ergo latera circa æquales hos angulos, hoc eſt, CB & FC, item GC, & CE, erunt inter ſe proportionalia: ergo eſt ut CB maximum latus trianguli BCF, ad CF differentiam reliquorum laterum (ſcil. CA, & AB) ita CG ſumma eorundem reliquorum laterum ad CE, quod erat demonſtrandum.

Hoc igitur ſegmentum CE inventum, & abſtractum à latere maximo CB, relinquit ipſum EB, in cujus dimidium ED cadit perpendicularis AD, *per Theor.* 8. Quare ſecundò fiat pro angulo ABC, *per* §. 3. *Propoſit.* 1. ut hypothenuſa AB ad BD dimidium ipſius BE: ita eadem ceu radius ad BD ſinum anguli BAD, cujus complementum ad 90 gradus, *per Coroll. Theor.* 6. eſt angulus ABC petitus. Pro angulo verò ACB *per eundem* § 3. fiat, ut CA latus ad CD, ita eadem CA ut radius ad eandem CD ſinum anguli CAD: cujus complementum ad 90 gradus eſt angulus petitus BCA. Unde etiam habebis totum angulum CAB, ſi prius inventum angulum BAD, ſimul addideris; hi enim duo juncti faciunt angulum CAB. Demonſtratio eſt eadem quæ §. 3. Propoſ. 1.

Ut hunc §. melius intelligas, ſit juxta Fig. 45. CA 10, AB 6, & CB 13 pedum: igitur latus maximum CB erit 13 pedum, ſumma verò reliquorum duorum laterum, hoc eſt, CG (AG enim eſt æquale ipſi AB, tanquam duæ ſemidiametri ejuſdem circuli) 16 pedum, differentia verò eorundem duorum laterum erit FC 4 pedum, ſi enim lineam GA, vel BA 6 pedum ſubtrahas à tota AC 10 pedum, manebit CF 4 pedum. Unde ſi per conſuetam auream regulam fiat ut CB maximũ latus (hîc 13 pedum) ad CF 4 pedum, ſeu differentiam reliquorum laterum, ita CG ſumma eorundem laterũ (hîc 16 pedum) ad CE: invenies 5 fere pedes quos ſi ſubtraxeris à tota CB maximo latere, relinquetur EB 8 pedum, cujus dimidium ED, vel BD, erit 4 pedum. Quare ſi pro angulo ABD primo fiat, ut AB 6 pedum, ad BD 4 pedum, ita eadem AB ut radius, ad eandem BD alium numerum; producetur numerus iſte, *66666*, qui eſt ſinus anguli BAD 41 gradus & 48 min. cujus complementum ad 90 gradus eſt 48 gr. & 12. min. angulus ABD, vel ABC petitus. Pro angulo verò ACD fiat, ut AC 10 pedum, ad CD 9 pedum (tota enim CD fit ex CE 5, & ED 4 pedibus inventis) ita eadem AC ut radius ad 90000 ſinum anguli CAD 64 gr. 9. cujus complementum ad 90 gradus, hoc eſt, 25 grad. & 51 min. eſt ipſe angulus ACD deſideratus, & conſequenter habetur totus angulus CAB 112 grad. & 21. min complementum videlicet duorum angulorum inventorum ad 180.

§. II.

D*Atis duobus lateribus, AC v. g. & AB, item angulo ab eis comprehenſo CAB, reperire angulum alterutrum ex reliquis*, v. g. angulum ACB. Hujus §. tres idem ſunt caſus.

I.

Caſus eſt, ſi latera illa duo nota, inter ſe ſint æqualia: tunc enim non alia eſt opus operatione, quàm ut datum angulum comprehenſum ſubtrahas à 180 gradibus, reſiduum verò dividas in duas partes æquales; hæc enim duo dimidia, ſeu duæ partes æquales, erunt duo anguli reliqui. *Demonſtratio patet ex Theor.* 8. cum enim triangulum hoc ſit æqualium duorum laterum, etiam anguli ſupra baſin erunt inter ſe æquales; & cum iidem duo anguli ſint reſiduum anguli comprehenſi & noti ad 180 gradus, ſeu duos rectos, neceſſario duo dimidia illius reſidui erunt illi anguli.

II.

Caſus eſt, ſi illa duo latera illius trianguli obtuſanguli ſint quidem inæqualia, ſed tamen angulus comprehenſus CAB major angulo recto, ſeu obtuſus, juxta Fig. 46. Producatur enim tunc latus AB oppoſitum angulo quæſito ACB, uſque in D, ita ut ex C poſſit ad BD duci perpendicularis CD. Quo poſito, fiat *primò per* §. 5. *Propoſ.* 1. ut radius AC, ad CD ſinum complementi anguli dati (ad ſinum ſcil. tot graduum, quot angulo dato deſunt ad 180 gradus, hoc eſt, ad ſinum anguli DAC) ita idem latus notum AC, ad quartum aliquem numerum: qui erit quantitas lateris DC. Fiat *ſecundo per eundem* §. 5. ut radius CD, ad DA tangentem exceſſus anguli dati (ſcil. ad tangentem tot graduum, quot gradibus angulus datus excedit rectum, hoc eſt, ad tangentem anguli DCA) ita numerus antea inventus, hoc eſt, latus CD, ad alium numerum: qui erit ipſum latus DA. Tandem adde numerum jam repertum ad latus AB oppoſitum angulo quæſito, & habebis totum latus DE. Si igitur fiat *tertio*, *per* §. 1. *Propoſ.* 1. Ut latus BD ad latus DC, numerum videlicet prima vice repertum, ita idem BD radius ad tangentem: dabit hæc tangens gradus & minuta anguli ABC, cujus complementum ad 90 grad. eſt angulus quæſitus ACB. Vide Iconiſmi I. F. XLVI.

Sit pro exemplo in Fig. 46. BA 11. pedum, AC 7 pedum & angulus BAC 108 graduum, cujus complementum ad 180 gradus erit angulus DAC 72. grad. quæratur autem ex his notis angulus ACB. Fiat primò ut 100000 AC, ad

CD 95106 ſinum complementi, hoc eſt, graduum 72, ita idem AC notum 7 pedum, ad DC ferè 6 pedum. Fiat ſecundo ut CD 100000. ad DA 32492 tangentem exceſſus anguli dati, hoc eſt; 18 grad. ita idem CD notum, ſcil. 6. fere pedum ad DA ferè 2 pedum: quos ſi addas ad 11. pedes lineæ AB, fiet tota DB 13 pedum. Quare fiat tertiò, ut DB 13 pedum, ad DC 6 pedum, ita idem BD 100000, ad DCE 46154 tangentem anguli DBC 24. grad. & 46. min. & conſequenter ACB angulus erit 57 graduum, 14 min. ſcil. complementum ad duos rectus reliquorum angulorum duorum jam notorum.

III.

Vide Iconiſmi I Figuram XLVII. Caſus eſt, ſi angulus datus ſit acutus: tunc enim juxta Fig. 47 ducatur ad majus laterum notorum ex angulo oppoſito perpendicularis, quæ neceſſariò cadet intra triangulum, ut patet ex Fig. 47. Tunc ergo fiat primo, *per* §. 5. *Propoſ.* 1. ut radius AB, ad BD ſinum anguli BAD dati, ita idem AB notum ad quartum numerum: qui erit linea BD perpendicularis. Fiat ſecundo, ut radius BA, ad AD ſinum complementi anguli dati (id eſt, ad ſinum anguli ABD) ita idem latus BA notum ad quartum numerum, qui erit latus AD; quod ſi abſtrahas à tota AC, relinquetur latus DC. Fiat tertiò, ut CD ad DB, tangentem, quæ dabit gradus & minuta anguli ABC petiti. Quo habito, habetur & tertius angulus ABC, utpote complementum notorum duorum ad 180.

§. III.

D*Atis iiſdem duobus lateribus BA, & CA, & angulo ab eis comprehenſo BAC, invenire latus tertium BC.* Inveniantur juxta eandem Fig. 47. primo per §. 2. anguli reliqui ABC, & ACB; deinde fiat *per* §. 2. *Propoſ.* 1. ut BD ſinus ejus anguli inventi, qui lateri minori dato opponitur, hoc eſt, anguli BCD, ad BC radium, ita eadem perpendicularis BD, ſeu numerus per primam operationem §. 2. inventus, ad alium numerum: hic enim ipſe erit tertium latus quæſitum BC.

§. IV.

Vide Iconiſmi I. Figuram XLVIII. D*Atis juxta Fig.* 48. *duobus lateribus, v. g. AB. & AC. item angulo uni eorum oppoſito, v g. angulo ABC: invenire angulum alteri lateri oppoſitum. v. g. lateri CB.* Fiat ut latus oppoſitum angulo noto. v.g. CA, ad latus alterum AB, ita ſinus anguli noti ABC, ad ſinum alium: qui dabit gradus & minuta anguli oppoſiti ſecundo lateri. Quia autem, *per Definit.* 20. idem ſinus eſt anguli minoris recto, & complementi ejus ad duos rectos, ideo conſtare debet utrum angulus quæſitus ſit obtuſus, ſeu major recto, an verò acutus, ut quantitas illa anguli habeatur.

Demonſtratio. Producatur enim illud latus, quod minus eſt ex duobus notis, hoc eſt, BA, uſque in F, ſcilicet tam diu, donec productum BF ſit æquale ipſi AC alteri lateri majori dato: deinde ex termino A hujus lateris minoris BA demittatur perpendicularis ad latus ignotum CB (quod etiam, ut in præſenti Figura produci debet, ſi perpendicularis caderet extra triangulum) quæ ſit AE: eodem modo ex F termino lateris BF producti demittatur perpendicularis FD. Quibus poſitis, fiunt duo triangula, BAC, & BFD, æquiangula, *per* 3. *Coroll. Theor.* 6. Ergo qui proportionis, *per Theor.* 15. erit ut BF in partibus notis (ſeu CA, cui BF eſt æquale per conſtructionem) ad BA alterum latus in ſimilibus partibus notum, ita DF in partibus radii BF, ſeu ſinus anguli EBA, & CBA, ad AE in partibus ejuſdem radii BF. Et quia hæc linea AE in dictis partibus radii BF, eſt ſinus anguli ECA reſpectu radii CA, *per Definit.* 20. ideo prodibit petitus angulus BCA, ſeu ECA.

§. V.

D*Atis iiſdem duobus lateribus, v. g. BA, & CA Fig.* 49. *inſuper autem & angulo uni eorum oppoſito, v.g BCA. reperire latus tertium BC.* Vide Iconiſmi I. Figura XLIX. Invenitur prius *per* §. *præced.* angulus CBA oppoſitus alteri noto lateri: quo habito, etiam datur tertius BAC, ſcilicet complementum reliquorum duorum ad ſemicirculum. Deinde fiat, ut FD v. g ſinus anguli BCA (qui opponitur lateri noto BA) ad latus illud oppoſitum BA, ita BE ſinus illius anguli BAC, qui opponitur lateri ignoto quærendo, ad latus quæſitum BC: quotiens enim dabit latus quæſitum.

Demonſtratio. Producatur enim latus ignotum CB, ita ut CF fiat æquale ipſi BA: deinde ex F & B demittantur perpendiculares ad lineam CA: tunc, *per Definit.* 20. FD eſt ſinus anguli BCA reſpectu radii CF, qui angulus opponitur lateri noto BA: & BE eſt ſinus anguli BAC reſpectu radii AB (ſeu etiã reſpectu radii CF, qui eſt æqualis, ex cõſtructione, radio AB) qui angulus opponitur lateri quærendo BC. Jam juxta prædictã Fig. FD, *per Definit.* 20. reſpectu radii CF, ſeu AB, eſt ſinus anguli FCD, ſeu BCA; BA verò eſt latus notum, dicto angulo oppoſitum; item BE reſpectu ejuſdem radii AB, ſeu CF, eſt, *per Definit.* 20. ſinus anguli BAC paulo antea inventi; BC vero eſt latus tertium inquirendum: ſed eſt, *per Theor.* 15. ut FD ad FC, ſeu BA, ita BE ad BC: ergo eſt ut FD ſinus anguli FCA, ad latus oppoſitum BA, ita BE ſinus anguli BAC, ad latus oppoſitum CB, quod erat demonſtrandum.

§. VI.

D*Atis duobus angulis trianguli proximè poſiti, v g. BCA, & BAC, item uno latere, v. g. BC: reperire latus quodcunque v. g. BA.* Fiat juxta prædictam Fig. ut BE ſinus ejus anguli, qui dato lateri opponitur, hoc eſt, anguli BAC, ad latus notum BC, ita FD ſinus ejus anguli qui petito lateri opponitur, hoc eſt, FCD, ad latus ipſum quæſitum FC, quod juxta conſtructionem eſt æquale lateri BA. *Demonſtratio* patet: eſt enim, *per Theor.* 15. ut EB ad BC, ita DF ad FC, vel AB, quæ eſt æqualis per conſtructionem ipſi FC.

Quod ſi quæreretur latus oppoſitum angulo obtuſo dato, & latus notum eſſet BA; tunc juxta Fig. 48. fieret, *per Theor.* 15. Ut EA ſinus anguli DBA, ſeu CBA, ad latus FB, ſeu huic per

con-

conſtructionem æquale CA oppoſitum. *Demonſtratio* eſt eadem quæ proxima.

Propoſitio III.

Praxes ſolutionis cujuſcunque trianguli in terminis abſtractis.

§. I.

Quomodo ſolvenda ſint triangula rectilinea, in quibus ſemper ſupponitur rectus eſſe notus 90. graduum.

Reſolutio practica triangulorum rectangulorum.

D*Atis duobus lateribus includentibus angulum rectum, datur angulus alteruter*, ſi fiat per *Propoſit.* 1. §. 1. Ut latus unum ad latus alterum, ita radius ad tangentem anguli illius qui ſecundo lateri opponitur.

II.

Datis iisdem duobus lateribus includentibus rectum, datur hypothenuſa, ſeu latus tertium, ſi primo *per Praxin praeced.* fiat, Ut latus unum ad latus alterum, ita radius ad tangentem anguli illius qui opponitur ſecundo lateri. Deinde ſi fiat, ut ſinus anguli jam inventi ad latus oppoſitum huic angulo, ita radius ad hypothenuſam quæſitam.

III.

Dato uno latere, & angulo oppoſito, datur latus alterutrum ex reliquis, ſi *per Propoſit.* 1. §. 2. fiat, Ut ſinus anguli obliqui dati ad latus ſibi oppoſitum, ita ſinus illius anguli qui quæſito lateri opponitur, ad latus petitum.

IV.

Data hypothenuſa (ſeu latere illo quod opponitur angulo recto) & alterutro latere, datur angulus uterq;, ſi fiat *per* §. 3. *Propoſit.* 1. ut hypothenuſa ad latus alterum datum, ita radius ad ſinum anguli illius ignoti qui opponitur alteri lateri dato.

V.

Datis iisdem, ſcil. hypothenuſa & alterutro latere, datur etiam tertium latus, ſi fiat primò *per* §. 3. *Propoſit.* 1. Ut hypothenuſa ad latus alterum notum, ita radius ad ſinum anguli qui opponitur alteri lateri: deinde ſi fiat ſecundo *per* §. 2. *Propoſit.* 1. Ut radius ad hypothenuſam, ita ſinus anguli ejus qui opponitur lateri petito, ad ipſum latus petitum.

VI.

Data hypothenuſa & angulo obliquo, datur quodlibet latus, ſi fiat *per* §. 5 *Propoſit.* 1. Ut radius ad hypothenuſam, ita ſinus anguli illius qui lateri petito opponitur, ad latus oppoſitum.

§. II.

Quomodo practicè ſolvenda ſint triangula obliquangula.

VII.

Reſolutio practica triangulorum obliquangulorum.

D*Atis tribus lateribus trianguli obliquanguli, reperire quemlibet angulum.* Et quidem ſi tria latera inter ſe ſint æqualia, cum etiam eo caſu anguli ſint inter ſe æquales, *per Coroll. Theor.* 8, divide duos rectos, hoc eſt, 180 gr. in tres partes: quotiens enim, hoc eſt, 60, erit quilibet angulus. Si verò duo latera tantum ſint æqualia, tunc *per* §. 2. *Propoſit.* 2. fiat, Ut unum latus æqualium ad dimidium lateris inæqualis, ita radius ad ſinum aliquem: hic enim ſinus dabit dimidium angulum comprehenſum à duobus lateribus æqualibus: quem proinde ſi duplices, habebis totum angulum comprehenſum: cum autem *per Theor* 8. anguli duo reliqui ſint inter ſe æquales, divide reſiduum ad duos rectos in duas partes æquales, & habebis utrumque reliquorum angulorum.

VIII.

Si vero omnia tria latera ſint inæqualia inter ſe, tunc *per* §. 1. *Propoſit.* 2. fiat *primò*, Ut latus maximum ad differentiam reliquorum duorum laterum, ita ſumma eorundem duorum reliquorum laterum ad alium quartum quendam numerum. Quod ſi hunc quartum numerum deinde ſubtrahas à numero lateris maximi, tunc ex hac ſubtractione relinquetur aliquod reſiduum, quod ſi dividas per medium, habebis dimidium reſidui; quod ſerva. Si velis angulum oppoſitum lateri medio, fiat *ſecundò*, Ut latus minimum ad jam acquiſitum dimidium, ita radius ad ſinum alicujus anguli: cujus complementum ad 90 gr. eſt angulus petitus.

IX.

Si verò velis habere angulum minimo lateri oppoſitum, tunc quartum illum numerum per primam operationem acquiſitum adde ad antea dictum dimidium, & relinquetur quædam ſumma: & tandem fiat, Ut latus medium (hoc eſt, illud quod nec minimum, nec maximum eſt ex tribus) ad prædictam ſummam, ita radius ad ſinum alicujus anguli: hujus enim complementum ad 90 gr. eſt angulus petitus oppoſitus minimo lateri.

Quod ſi angulum maximo lateri oppoſitum habere velis, tunc ipſos angulos duos, qui prodeunt per jam dictas operationes, adde invicem, & hoc productum abſtrahe à 180 gr. reſiduum enim erit tertius angulus oppoſitus lateri maximo.

X.

Datis duobus lateribus, & angulo ab eis comprehenſo, reperire alterutrum angulum ex reliquis. Et *primò* quidem ſi duo latera nota ſint inter ſe æqualia, abſtrahatur angulus notus à duobus rectis, ſcil. à 180 grad. reſiduum vero dividatur in duas partes æquales: quæ ipſæ erunt anguli quæſiti.

XI.

SI verò latera ſint inæqualia, & angulus comprehenſus obtuſus, ſeu major recto: tunc *per* §. 2. *Propoſit.* 2. fiat *primò*, ut radius ad ſinum complementi anguli comprehenſi, ita latus notum quæſito angulo oppoſitum ad alium quendam numerum, qui vocetur numerus primò repertus. *Secundò* fiat, Ut radius ad ſinum exceſſus anguli obtuſi, ita latus notum quæſito angulo oppoſitum ad alium quendam numerum: qui numerus addatur ei lateri noto, quod non opponitur angulo quæſito, & fiet ſumma quædam quæ vocetur numerus ſecundò repertus.

Tertiò igitur fiat, Ut hic numerus ſecundò repertus ad numerum primo repertum, ita radius ad tangeotem anguli quæſiti: quo habito habetur etiam tertius angulus.

XII.

Si verò angulus comprehenſus ſit acutus, tunc *per eundem* § 2. *Propoſit.* 2. fiat *primò*, Ut radius ad ſinum anguli dati, ita latus minus ad aliud, quod vocetur numerus primò repertus. Fiat *ſecundò*, Ut radius ſinum complementi anguli dati, ita latus minus ad aliud; quod abſtrahatur à latere majore dato, & reſiduum vocetur numerus ſecundò repertos. Fiat *tertiò*, Ut numerus ſecundo repertus ad numerum primò repertum, ita radius ad tangentem anguli illius qui opponitur lateri minori dato: quo angulo habito dabitur etiam tertius.

XIII.

Datis iisdem duobus lateribus, & angulo ab eis comprehenſo, etiam datur latus tertium. Primò inveniantur *per Praxin præced* anguli reliqui. Deinde fiat, Ut ſinus anguli inventi ad latus ſibi oppoſitum, ita ſinus anguli comprehenſi, vel certè (ſi angulus eſt major recto) ita ſinus complementi illiosanguli ad 180 gr. ad aliud: quod ipſum erit latus tertium quæſitum.

XIV.

Datis duobus lateribus, & angulo uni eorum oppoſito, datur angulus oppoſitus alteri noto, & conſequenter omnes tres anguli, ſi *juxta* §. 4. *Propoſ.* 2. fiat, Ut latus oppoſitum angulo dato ad ſinum anguli dati, ita latus alterum ad ſinum anguli ſibi oppoſiti: cujus ſpecies aliunde conſtare debet, utrum ſcil. ſit obtuſus, vel acutus.

XV.

Datis iisdem duobus lateribus, & angulo uni eorum oppoſito, invenire tertium latus. Inveniatur primus *per Praxin præced.* angulus oppoſitus alteri dato lateri. Deinde fiat, Ut ſious anguli noti ad latus ſibi oppoſitum, ita ſinus anguli illius qui opponitur lateri quæſito, ad latus quæſitum.

XVI.

Datis duobus angulis, & uno latere, invenire quodcunque reliquum latus. Fiat, Ut ſinus aogoli oppoſiti lateri noto, ita ſinus illius anguli qui quæſitó lateri opponitur, ad latus quæſitum.

Hoc eſt Trigonometria, tam Elementaris, quam Practicæ Compendium: quod quia ob brevitatem, methodum, claritatem, Tyronibus non ingratum fore judicavi, huc transferre vo ui.

MONITIO AD LECTOREM.

Supereſſet ut ageremus de Trigonametria Logarithmica per logarithmos à Nepero ingenioſè inventos, & ab aliis variè excultos, aliterque diſpoſitos, quorum ope per ſolam additionem, & ſubtractionem, & ſubinde etiam per bipartitionē, ac tripartitionem, facillimè invenitur quod aliàs per tadioſam multiplicationem ac diviſianem quæri debet. Sed quia voluminis anguſtia non permittit ut tabulas logarithmicas inſeramus, omittere cogimur, & in alium locum differre.

Pergimus ergo ad Geometriam Practicam.

LIBER

LIBER VI.

DE

GEOMETRIA PRACTICA.

Prooemium.

GEometria practica, omnium Mathematicarum Diſciplinarum nobiliſſima æquè ac utiliſſima, eſt Ars dimetiendi non terram duntaxat (à cujus dimenſione originem & nomenclaturam accepiſſe creditur) ſed quidquid uſpiam ſub menſuram cadit, ſeu in cœlo, ſeu in terra, ſeu intra terram ad uſque receſſus ejus intimos. Ad tria porro ſumma capita revocari ſolent à pleriſque, quæ cadunt ſub menſuram, ad lineas, ad ſuperficies, ad corpora. Hinc in tres veluti ſpecies Geometriam *Practicam dividunt plerique, quas* Græci *Ethymetriam, Epipedometriam, & Stereometriam, Latino-Græci Longimetriam, Planimetriam, & Solidemetriam, nuncupant. Nec immeritò, quoniam quantitas continua omnis, circa quam menſurandam* Geometria *verſatur tanquam circa objectum ſuum proprium ac peculiare, aut linea eſt, ſeu longitudo ſine latitudine ac profunditate; aut ſuperficies, quam planum etiam appellare conſuevimus; aut corpus denique, ſeu ut alii appellant, ſolidum. De tribus hiſce magnitudinis ſpeciebus rite dimentiendis hoc libro agemus; ſimulque (ut actior ſit Geometria noſtra practica, nec quidquam omittatur quod ad ipſam quovis modo pertinet) de ſuperficierum diverſione, quam Geodæſiam appellant Græci; item de vaſorum, aliorumque concavorum corporum menſuratione, quam κοιλομετρίαν ſeu Cœlometriam appellare poſſumus; tandemq́; de magnitudinum ab una in aliam figuram transformatione, quam μεταμόρφωσιν, ſeu Metamorphoſin nuncupare placet, breviter, & quàm poterimus ordinatiſſimè agemus. In ſex igitur partes dividemus hunc de Geometria practica librum: in prima agemus de linearum, in ſecunda de ſuperficierum, in tertia de corporum ſeu ſolidorum, in quarta de concavorum dimenſione, in quinta de magnitudinum diviſione, in ſexta tandem de earundem varia transformatione. Quid verò in ſingulis partibus peculiariter agendum ſit, in earum prooemiis dicetur. Ad omnes neceſſaria eſt Arithmetica practica, & ut ex fundamentis ac ſcientificè addiſcantur, Geometria Elementaris, de quibus in præcedentibus. His duabus qui inſtructus fuerit, ingentem ſibi ex hoc libro Mathematicæ theſaurum comparabit, cum vix quidquam in tota Matheſi occurrat,*

Geometria practica objectum.

Q 3 quod

quod ejus ope non indigeat. Ne tamen qui in Euclidis Elementis minus exercitati ſunt, aut iis minus delectantur, à tam nobilis ſcientiæ penetralibus penitus excludantur; ita theoriam cum praxi conjungemus ubique, ut qui praxi nuda contentus eſſe volet, deſiderato fructu non fraudetur. Primam etiam de linearum dimenſione partem ſine ulla Arithmeticæ calculatione, Pantometri Kircheriani, hoc eſt, novi Geometrici Inſtrumenti ſubſidio, facile non minus, quàm certò, longeque univerſalius quam per ullum aliud organum hactenus excogitatum, in praxin reducere docebimus. Sed antequam ad ſingularum partium tractationem accedamus, præmittenda eſt ſuccincta notarum ac maxime famoſarum menſurarum apud Mathematicos uſitatarum ſylloge.

Menſuræ famoſæ Geometris ac Mathematicis omnibus uſitatæ.

Menſuræ famoſæ Geometris uſitatæ.

HÆ ſunt granum, digitus, palmus, pes, cubitus, paſſus, ſtadium, milliare Italicum, leuca Gallica ſeu Hiſpanica, leuca Belgica, & milliare Germanicum commune. Granum, omnium menſurarum minima, eſt latitudo grani hordeacei. Digitus eſt digiti latitudo, æquivaletque 4 granis ſecundum latitudinem ſe contingentibus. Palmus continet 4 digitos, pes 4 palmos, cubitus ſequipedem, paſſus 5 pedes, ſtadium 125 paſſus, milliare Italicum 8 ſtadia, ſeu 1000 paſſus, leuca Gallica ſeu Hiſpanica ſeſquimilliare Italicum, ſeu 1500 paſſus: leuca Belgica duo milliaria Italica, ſeu 2000 paſſus, milliare Germanicum commune quatuor Italica, ſeu 4000 paſſus. Pes non eſt æqualis apud omnes nationes magnitudinis: Mathematici plerumque Romano antiquo utuntur, cujus menſuram in Pantometro Kircheriano docuimus. Pedem aliqui dividunt in partes æquales 16, quas digitos vocant: alii in 12 tantum, eaſque appellant pollices, ac uncias, Germanicè Zoll. Geometræ utuntur præterea virga diviſa apud aliquos in 16, apud alios in 12, apud pleruſque vero in 10 partes, quam propterea Decempedam nuncupant. Omnes hæ, aliæque ſimiles menſuræ dicuntur ſimplices, iiſque metimur lineas; plana verò metimur iiſdem menſuris quadratis, corpora verò cubicis. Digitus, palmus, pes, paſſus, &c. quadratus, eſt ſuperficies longa ac lata uno digitu, palmo, pede, paſſu, &c. Digitus, palmus, pes, cubitus, paſſus, &c. cubitus, eſt corpus longum, latum, ac profundum uno digito, palmo, pede, &c.

Menſuræ ſimplices, quadrata cubica.

PARS PRIMA.

De Longimetria, ſeu Linearum rectarum dimenſione.

Longimetria.

D*Ocebimus in hac prima parte metiri omnis generis lineas rectas, ſeu in directum exporrectas, & ſecundum quemlibet ſitum, longitudinem videlicet, latitudinem, altitudinem, profunditatem, horizontaliter, perpendiculariter, diametraliter ſeu oblique extenſas, cujuſmodi ſunt latitudines fluminum ac foſſarum, diſtantia urbium ac aliorum locorum, montium altitudines, vallium profunditates, aliaque hujus generis. Præſtabimus id modis variis, variiſque inſtrumentis non ſolum Arithmetices & Euclidæorum Elementorum adminiculo, verum etiam abſque ulla Arithmeticæ operatione, & abſque demonſtrationum Geometricarum cognitione: quamvis illa ſingulis apponantur operationibus, aut ſaltem inſinuentur, ut qui iis delectantur, habeant in quo ingenium etiam, & non manus tantum exerceant. Primum ergo omnium Inſtrumenta nonnulla, quibus in linearum dictarum dimenſionibus utuntur Geometræ, ſunt explicanda; tum eorum uſus exponendus.*

CAPUT I.

De nonnullis Geometricis Inſtrumentis ad Longimetriam neceſſariis.

Inſtrumenta Geometrica pro Longimetria.

MUlta ſunt Inſtrumenta geometrica ab antiquis ac neotericis ad longimetriam inſtituendam excogitata, ut Scala altimetra dorſo Aſtrolabii deſcripta, Quadratum geometricum, Quadrans geometricus, Baculus Sancti Jacobi, Protheus militaris, Horoſcopium, Planimetrum, Holometrum, Annulus aſtronomicus, Aſſerculus Zublerianus, Menſula Prætoriana, Triquetrum, Radius Latinus, aliaque ſimilia quam plurima. Nos ex his omnibus ſeligimus ſolum Quadratum, & quadrantem, quoniam qui horum uſum comprehendit, aliorum ignorare non poteſt. Addimus deinde Pantometrum Kircherianum, cujus fabricam & uſum peculiari Opere explicavimus aliàs. Quod ideo facimus, quoniam nullum hactenus præclarius, nullum ingenioſius, nullum facilius, univerſalius, certius excogitatum fuiſſe videtur: præſertim cum ad ejus uſum nullæ Arithmeticæ calculationes, quæ multos abſterrent, requirantur.

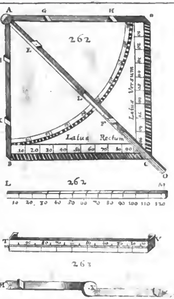
Pragmatia I.

Quadratum geometricum conſtruere.

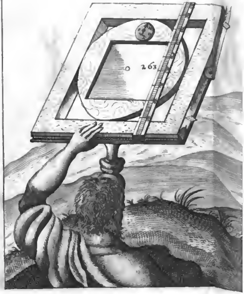
Quadrati Geometrici fabrica. Vide Iconiſmum II. Fig. 261

EX quavis materia ſolida, ut ligno, orichalco &c. conficiatur quadratum A B C D, juxta dicta lib. 1. cap. 4. art. 2. praxi 10. ſive ſit ſolidum totum ſive excavatum, ſive ex quatuor æqualibus regulis ſeu tigillis compactum, ut poſtea de Pantometro dicemus. In lateribus B C, & C D,

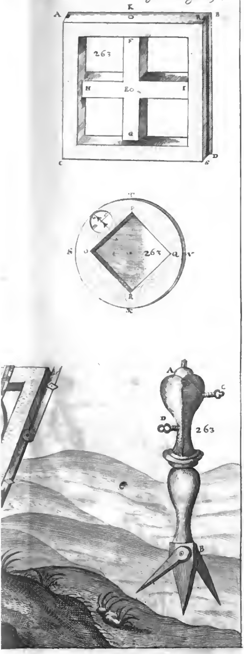
Digitized by Google


A
G
H
262
Latus Versum
Latus Rectum
10 20 30 40 50 60 70 80 90
262
L
M
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120
T
V
263




263

Iconiſmus II Ponatur e regione Pag. 191.



Digitized by Google

CD ducantur tres lineæ parallelæ extremitatibus quadrati, & inter ſe convenienti ſpatio diſtantes pro diviſionibus & numeris inſcribendis, ut figura monſtrat. Eadem duo latera B C, & C D, dividantur in 100 æquales partes, vel ſaltem in 10, ſi Inſtrumentum exiguum eſt: & regulâ applicatâ centro A ac punctis diviſionum, ducantur lineolæ, & adſcribantur numeri, prout Figura monſtrar. Quia verò difficile eſt lineam datam io datas partes dividere, conſultius erit lineam quamcunq; in plano aliquo ductam dividere in 100 partes, & ad illius magnitudinem quadratum conſtruere, parteſq; diviſæ lineæ in quadrati lineas BC, CD circino transferre.

Fiant deinde duæ, aut plures regulæ, A O, L M, longiores tameo quam quadrati latera; & dividantur in partes plus quam 100, æquales partibus laterum B C, C D. Regula A O affigatur angulo A quadrati, ſic tamen ut libere hinc inde moveri & quadrati planum radere poſſit. Habeant deinde tam latera quadrati AB, AD, quam regula AO, pinnulas acu perſoratas, nimirum pinoulas G, H, I, K: E, F. Has imposternm diopttas vocabimus, regulam verò ipſam appellabimus regulam diopttricam. Sint autem duæ quælibet dioptræ laternm quadrati, & regulæ A O, ejuſdem altitudinis, & foramioa earum ſint æqualiter remota à planis eorundem laterum & regulæ, quibus infixæ ſunt. Poteſt etiam ex B ſuſpendi perpendiculum, hoc eſt, filum cum globulo plumbeo, quod ad libitum refigi queat, nt ejus ope Inſtrumentum ad horizontem perpendiculariter erigi, quando opus fuerit, queat. Notandnm etiam, dioptras E, F, infigi debere lineæ AO regulæ, ex centro A per toram regulæ loogitudinem ductæ. Ur autem videri poſſit quotam diviſorum laterum B C, CD partem attingat linea A O regulæ, excavetur ſpatium aliquod inter F & O, & ab F verſus O extendatur ſubtile filum, quod unam cum A O lineam efficiat. Alii aliter fieri jnbent regulam diopricam; mihi hic modus placet. De pede Quadrati, cujuſmodi eſſe queat, dicetur propoſitione ſequenti, ubi de pede Pantonictri. Notandum etiam diligenter eſt, latus B C vocari à pleriſque latus rectum, ſeu umbram rectam; & D C latus verſum, ſeu umbram verſam. Unde latus AB habet rationem ſtyli ad horizontem perpendicularis: & latua A D rationem ſtyli ad horizontem paralleli: quorum prior intelligitur projicere umbram rectam in B C, poſterior verò umbram verſam in DC. Nota præterea, Inſtrumentum in uſu poſſe eſſe vel ſtabile, vel pendulum. Quando ſtabile eſt, plerumque inverſum habet ſitum, ut AD ſit iofra, BC ſupra. Quando pendulum eſt, debet ſuſpendi perpendiculum ex A.

Pragmatia II.

Pantometrum Kircherianum conficere.

Pantometri Kircheriani fabrica.

Fiat ex ligno ſolido ac bene ſiccato quadratum ABCD, cujus latus quodlibet unius circiter pedis ſit in longitudine, in latitudine duorum, in craſſitie unius digiti. Fiant deinde alia duo veluti brachia, F G, H I, decuſſatim in medio, nbi E, coagmentata: quibus quadratum A B CD impoſitũ connectatur, & tota Inſtrumenti moles ſuſtentetur. In horum brachiorum centro fiat foramen rotundum E: ut in eo orbis ſuperimponendi (de quo mox) axis circumagi poſſit.

Vide Iconiſm. II. Fig. 263.

II. Fiat orbis S T V X, ejuſdem exactè cum quadrato ABCD craſſitiei, cujus diameter latera quadrati intrinſeca præciſè adæquet, atque exacte tangat; itaque formetur inter prædicta latera & ſuper brachia FG, HI, ut tamen quadratum circa ipſum orbem volvi ac revolvi in gyrum poſſit, prout aliquo modo apparet in figura STVX, ſi quadrato prædicto impoſita atque inſerta intelligatur. In ipſo porrò orbe excavetur aliquo uſque quadratulum OPQR, ita ut cavitati imponi poſſit charta, & tabula quadrata, ejuſdem cum quadratulo capacitatis. Serviet autem charta ad lineas in ea ducendas plumbo, aut rubrica, in operationibus geometricis peragendis, ſi tabulæ quadratæ adglutinetur cerâ, aut alia ratione, ut dicetur. III. In orbis STVX parte aliqua largiori, v. g. inter S & T, excavetur ſpatium rotundum, quod acui magneticæ impoſitæ, & ſupra obelum ſuum verſatili ſufficiat: impoſitâque acu magnetica ad magnetem excellentis virtutis legitimè adſrictâ, claudatur ſuperius vitro. In fundo verò ſpatii rotundi excavati notentur duæ lioeæ rectæ, interſecantes ſe in centro ad angulos rectos: & uni quidem adſcribatur *Oriens* & *Occidens*, alteri verò *Meridies* & *Septentrio*. Et hæc ultima repræſentat lineam meridianam, ſi verſorium magneticum non declinat: alioquin notanda etiam erit linea declinatioois juxta dicta in Magia Univerſali Part. 4. lib. 3. Syntag. 1. cap. 4. & Syntagm. 5. Pragm. 4. IV. In latere DB quadrati excavetur canalis R S, ut in eo Regula ſive curſor T V, pro uſurpantis arbitrio huc illucq; verſus B & D moveri poſſit. *Pantometri Curſor.* Qui quidem curſor T V adeo exactè dicto canali inſeri debet, nt lateribus AB, & D C, ſemper ſit parallelus; alioquin Inſtrumentum foret valde fallax. Per mediam longitudinem Curſoris ducantur duæ pluresve lineæ, & dividantur in 100 aut plures partes æquales, numeris appoſitis. V. Exteriori ſuperficiei lateris A B, in loco K adaptetur Regula MN, dioptris ſuis inſtructa, cujus longitudo adæquet longitudinem lateris AB. Hæc in K ita firmetur cochleolâ, ut circumduci, elevari, deprimi, firmari pro libitu poſſit. *Dioptrica regula. Pantometri.* Et hanc vocabimus imposterum Regulam dioptricam. VI. Pes Inſtrumenti hujus (uti & Quadrati geometrici præcedentis Propoſit.) ita fabricetur. *Pantometri pes.* Ex ligno ſolido fiat forceps A B, quæ fiſſuram in capite deorſum verſus habeat, ut cochleolis C & D, à latere immiſſis diduci ac conſtringi poſſit. Infernè ubi B, tres pedes lignei aculeis ferreis armati ita accommodentur cochleis, ut forceps cum Inſtrumento ſuperpoſito in quamlibet, pro pedum divaricatorum ſitu, poſitionem conſtitui poſſit. Forcipis cavitati globus ligneis todatur, qui & ſuperius, ubi A, foramen quadratum habeat, capax axis ſive capuli quadrilateri è centro E quadrati A B C D intra brachia F G, H I, prominentis. Globus autem cum Inſtrumento in eo firmato, in omnem partem mobilis intra cavitatem forcipis, cochleis C & D firmari poterit. Atque hæc eſt totius Inſtrumenti fabrica, omniumque ejus partium: quas ſi juxta præſcriptum conficere, & invicem connectere incipies, rem melius quam ex verbis ipſis percipies. Si Pantometri duo latera dividas in 100 æquales partes, poterit eſſe loco Quadrati geometrici, ſi Regula dioptrica centro affigatur ut

in Quadrato fieri ſolet. Inſpice figuram ultimam Iconiſmi ſecundi, quæ omnes partes Inſtrumenti hactenus explicatas exhibet invicem connexas. Lege etiam Pantometrum noſtrum Kircherianum, peculiari Opere explicatum.

Pragmatia III.

Quadrantem Geometricum fabricare.

Quadrantis Geometrici fabrica.

IN tabula lignea bene polita, aut in lamina orichalcina, aut compendii gratia intra Quadratum geometricum antea conſtructum, deſcribantur tres arcus quadrantis circuli, convenienti intervallo diſtantes inter ſe, prout figura monſtrat. Horum remotiſſimus dividatur in 90. Gradus, juxta dicta lib. 1. cap. 4. art. 2. praxi 2 adſcriptis numeris ut in eadem figura appa-

Vide Iconiſmi II. Fig. 262.

ret. Ut vero videatur quotum gradum deſignet linea A O regulæ dioptricæ centro A affixæ, excavetur pars regulæ ab F uſque ad L, & extendatur filum, quod dum movetur huc illuc regula, gradus tangat ac deſignet. Ex B ſuſpendatur perpendiculum, quod refigi poſſit. Si Quadrans in altitudinum ac profunditatum dimenſione pendulus eſſe debeat (poteſt enim & pendulus, & ſtabilis eſſe, ut videbimus;) refixâ regulâ dioptrica A O, ſuſpendatur ex centro A perpendiculum.

CAPUT II.

De dimenſione longitudinum, ac latitudinum.

Euthymetria ſeu longitudinum ac latitudinum dimenſio.

LOngitudines, ac latitudines hic appello, qualecunque locorum in eodem horizontali plano exiſtentium diſtantias inter ſe, à quorum uno ad alterum recta linea duci, ſaltem per imaginationem poſſit. Harum igitur linearum menſuram in palmis, pedibus, paſſibus, cubitis, perticis, milliaribus, ſimilibusque inveſtigare hoc capite docemus.

Propoſitio I.

Duorum locorum diſtantiam horizontalem metiri Quadrato, quando ad unum illorum accedi poteſt.

Primus Caſus.

Quadrati geometrici uſus Longimetria.

SIt menſuranda diſtantia duorum locorum B & A, veliſque ſcire quantum diſtet A à B. Ita operare. Colloca quadratum pedi ſuo impoſitum in B, ita ut planum ejus ſit horizonti parallelum, & dirige latus B C verſus locum A, perq; dioptras ejuſdem lateris obſerva terminum A. Denique firmato in hoc ſitu Inſtrumento, ne

Vide Iconiſm D. Fig. 264.

moveri amplius loco poſſit, obſerva quoq; per lateris BD pinnulas ſeu dioptras ſignum aliquod E diſtans à B aliquot pedibus. Quo facto, fige baculum aut aliud ſignum in B, & transfer Quadratum ex B in E, rurſusq; per pinnulas lateris

Diſtantias horizontales metiri multis modis.

E F obſerva baculum B, per pinnulas verò Regulæ dioptricæ centro A affixæ obſerva locum A, ac diligenter nota ubi Regula ſecet latera Quadrati. Quæ quidē ſectio fiet vel in diagonali, hoc eſt, in angulo G, vel in latere F G, v. g. in puncto I; vel in latere HG, v. g. in puncto K. Secet *primò* in G, & diſtantia inter E & B ſit 120 pedum, latera verò EF, FG ſint 100 partium. Dic jam per auream regulam Arithmeticæ: ut E F 100, ad F G 100, ita EB 120 ad BA: invenies extremum A in quod cadit linea EG producta, diſtare à B 120 pedibus. *Ratio eſt, quia triangula EFG, EBA, ſunt æquiangula: nam anguli B & F ſunt recti, angulus BEA eſt communis utriq; & reliqui ſunt æquales*, per 32. & 29 pri. Euclid. *Ergò* per 4. Sexti, *latera circa æquales angulos ſunt proportionalia: ergo ut E F ad F G, ita E B ad B A. Sicut ergo E F eſt æquale ipſi F G, ita E B eſt æquale ipſi B A.* Secet *ſecundo* in I lateris F G, ſintq; partes F I 6, ſeu 60 partium, qualium FG eſt 100; diſtantia verò E B ſit ut antea 120, pedum. Dic igitur: ſi E F 100. dat FI 60, quid E B 120? invenies extremum A in quod cadit linea EI producta, diſtare à B, 72 pedibus *Ratio eſt, quia etiam triangula E FI, EBA ſunt æquiangula, propter demonſtrationem antea factam. Ergo*, per 4. Sexti, *latera circa angulos æquales proportionalia ſunt, ac proinde ut E F ad F I, ita E B ad B A.* Secet *tertiò* in K lateris H G, ſitque H K 60 partium, EB 120 pedum ut antea, Dic jam: ut HK 60, ad HE 100, ita E B 120 ad BA: ſeu, ſi H K 60, dat HE 100, quid dat E B 120? Invenies operatione per regulam auream facta extremum A in quod cadit recta EK protracta, diſtare à B 200 pedibus. *Ratio eſt, quia triangula ABE, EHK ſimilia ſunt: nam anguli B & H ſunt recti: anguli AEB & HKE ſunt æquales* per 29. pri. *& reliqui duo ſimiliter*, per 32. pri. ejuſdem: *Ergo* per 4. Sexti, *quam proportionem habet HK ad HE, eandem habet EB ad B A.*

Ex his patet, quando Regula dioptrica cadit in angulum G, diſtantiam A B eſſe æqualem diſtantiæ E B: quando verò cadit in latus F G, diſtantiam A B eſſe minorem: quando denique in latus H G cadit, AB majorem eſſe, quam E B.

Secundus Caſus.

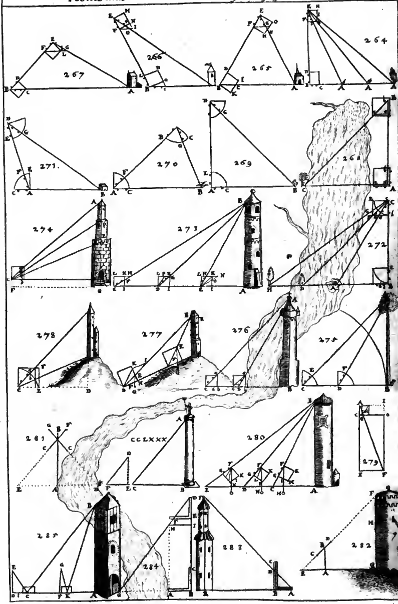
SEd accidit interdum ut lineæ viſuales ex B in A & E procedentes, angulum ABE rectum facere non poſſunt, ut in præcedenti caſu, ſed vel acutum vel obtuſum. Quod cum accidit, operatio difficilior eſt. Sit ergo *primò* dictus angulus ABE, uti & BEA, acutus, ut in appoſita figura.

Vide Iconiſm. D. Fig 265.

Obſervetur primò per pinnulas lateris B D terminus E, per pinnulas verò regulæ B C terminus A, & obſervetur quot partes regula B C abſcindat in latere K I, à K uſque in C, ſintq; v. g. 60. Deinde figatur baculus in B, & transferatur Inſtrumentum ex B in E, ſitq; diſtantia BE ut antea 120 pedum; atque per pinnulas lateris E F obſervetur baculus B, per pinnulas verò regulæ E G ſignum A. Denique fiat in latere H O diſtantia HG æqualis diſtantiæ K C, nimirum partium 60. & ex F in G extendatur regula F G, quæ tranſeat ſupra regulam diopticam E G, notetur que quot partes regulæ F G intercipiantur inter F & regulam E G, ſintq; v. g. 120. His factis dic: ut E F 100, ad FG 120, ita E B 120, ad BA. Et invenies EA eſſe 144 pedum. *Ratio eſt, quia duo triangula, A E B magnum imaginarium, & G E F parvum reale, ſunt æquiangula, quia angulus ad E eſt utrique communis: & angulus E B A idem eſt cum angulo EFG, ex conſtructione, cum tam FG, quam BC abſcindat partes 60 in latere quadrati: & reliqui denique ſunt æquales*, per 32. pri. *Ergo*, per 4.

Sexti

Iconiſmus D. *Ponatur è regione pag. 192.*



Sexti, *latera circa angulos æquales proportionalia ſunt. Ergo ſicut EF 100, dat FG. 120, ita FB 120, dat BA 144.* Cadit plerumque regula dioptrica EG non in G, hoc eſt, in punctum 60 lateris Quadrati, ſed vel ſupra in O, vel infra in N. Quod cum accidit, extende ut antea ex F per O, aut N, regulam FO, aut FN, uſq; ad regulam dioptricam EG, & dic ut antea: Partes EF dant partes FO, aut FN; quid dant pedes inter EB numerati?

Tertius Caſus.

Vide Iconiſmi D. Fig. 266. SIt *ſecundò* angulus ABE obtuſus, angulus verò BEA acutus. Obſervetur in B per dioptras lateris bL terminus E, per dioptras verò regulæ dioptricæ BC locus A, & juxta latus DO extendatur regula, quæ occurrat regulæ dioptricæ in C, notenturq; partes inter D & C interceptæ. Deinde fixo in B baculo transferatur Inſtrumentum in E, perq; dioptras lateris EF obſervetur ſignum B: per dioptras verò regulæ dioptricæ EK, locus A. Denique juxta latus HN extendatur regula diviſa, ut inter HI tot ſint partes, quot antea erant inter DC; & ex F in I emittatur alia regula diviſa, & notentur partes inter F & G interceptæ, quæ ſint v. g. 40. diſtantia verò EB ſit 150 pedum. His factis, fiat ut EF 100, ad FG 40: ita EB 150, ad BA & invenies diſtantiam inter A & B eſſe pedum 60. *Ratio eſt, quia duo triangula, ABE, GFE, ſunt æquiangula: nam angulus ad E eſt communis: angulus ABE idem eſt cum angulo IFE, ex conſtructione: reliqui denique ſunt æquales*, per 32 pri. *Ergò latera circa æquales angulos ſunt proportionalia*, per 4. Sext.

Vide Iconiſmi D. Fig. 267. Sit *tertiò*, angulus BEA obtuſus, angulus verò ABE acutus. Obſervetur in B per pinnulas lateris BD terminus E, per pinnulas verò regulæ dioptricæ BC locus A, notatisq; punctis v. g. 80, inter D & C interceptis, & fixo baculo in B, transferatur Inſtrumentum in E, perq; pinnulas lateris EF obſervetur terminus B, per regulæ verò dioptricæ EG pinnulas terminus A. Quo facto, firmetur regula EG, nè loco moveri poſſit: & ex F per punctum 80 lateris EL extendatur regula FG, donec cum regula EG concurrat in G: & notentur partes regulæ inter F & G, quæ ſint v. g. 180: diſtantia verò ſtationum E & B ſit 120 pedum. Dic jam: ut EF 100, ad FG 180: ita EB 120, ad BA. Invenies diſtantiam BA eſſe 216 pedum. *Ratio eſt, quia triangula ABE, GFE, ſunt æquiangula propter rationem antea explicatam: ergo latera circa æquales angulos ſunt proportionalia.*

Propoſitio II.

Duorum locorum diſtantiam metiri Pantometro, quando ad unum illorum accedi poteſt.

Pantometri uſus in Longimetria. SIt menſuranda latitudo fluminis AC, ſeu diſtantia duorum locorum A & C, ad quorum tamen unum, nempè ad A, accedere potes. Sic operare. *Primo*, in ripa fluminis elige duo loca, ſeu duas ſtationes, ſcilicet A & B, diſtantes inter ſe v. g. 100 pedes, aut quotquot volueris. Deinde Inſtrumentum ſupra ſuum pedem & globum accomodatũ colloca in A, ita ut horizonti ſit parallelum: & tamdiu huc illucq; verte pedẽ Inſtrumenti, donec acus magnetica pyxidi incluſa quieſcat ſupra lineam meridianam in fundo pyxidis ductam. *Secundò*, gyra quadratum Inſtrumenti, unà cum Regula dioptrica lateri affixa (& conſequenter unà cum Curſore) ita, ut & Regula & Curſor verſus ſignum C in altera ripa notatũ reſpiciat: & per dioptras Regulæ dirige radium viſualem in C, & juxta latus Curſoris promoti verſus Regulam dioptricam, & latus Ac, duc in charta quadratulo excavato ſuperpoſita lineam rectam Ac, quæ imaginatione protendatur uſque ad ſignum C. *Tertiò*, gyra iterum quadratum Inſtrumenti (orbe cum charta & acu magneticâ immotis manentibus:) & dirige Regulam dioptricam verſus ſignum B: & per dioptras reſpice in dictum ſignum B, juxtaq; latus Curſoris, promoti verſus Regulam dioptricam & latus Ab, duc rectam Ab per totam chartæ longitudinem, interſecantem *Ac* antea ductam, in A: & imaginatione produc uſq; in ſignum A. *Quartò*, intercipe circino ex linea Curſoris diviſa tot particulas, quot pedes numeraſti inter loca ſeu ſtationes A & B, nempe 100, eaſque transfer in lineam *Ab* in charta Inſtrumenti ductam, ex puncto interſectionis A uſq; ad punctum *b*. *Quintò*, transfer Inſtrumentum in locum B, relicto baculo, aut alio quopiam ſigno in loco A: & in B colloca Inſtrumentum ut antè horizonti parallelum, & tamdiu gyra pedem cum inſtrumento ſuperpoſito, donec iterum acus magnetica quieſcat ſupra lineam meridianam, eundemq; ſitum habeat, quẽ antea in loco A habebat. Deinde pro majori certitudine (ſi fortaſſis acus magnetica in loco B non acquireret eundem ſitum, quem habuerat in loco A) promove Curſorem ſupra lineam A*b* antea ductam, & gyra inſtrumentum, pede immoto manente, donec per dioptras Regulæ dioptricæ videas locum A: tunc enim certum eſt, Inſtrumentum habere eundem ſitum in B, quem habuerat in A. *Sextò*, gyra quadratum Inſtrumenti una cum Curſore circa Orbem immobilem: & dirige Regulam dioptricam in locum C, reſpiciendo per dioptras ipſum C ſignum. Deinde promove Curſorem ſupra punctum *b* tabulæ ſeu chartæ, in quo ſcilicet puncto finitur numerus 100 particularum: & juxta ipſius Curſoris latus duc in charta lineam *bc*, interſecantem priorem lineam A*c* in *c*, & protenſam imaginatione uſq; ad C locum. His omnibus ritè peractis, intercipe circino lineam *ac* in charta ductam: & vide quot particulæ in linea Curſoris diviſa ipſi reſpondeant. Dico, latitudinem fluminis, ſeu diſtantiam AC, continere tot pedes, quot particulas continet linea *ac* in charta ducta: quod ſic demonſtro.

Vide Iconiſmi D. Fig. 268.

DEMONSTRATIO. *In hac operatione (ut & in precedentibus per Quadratum, & in omnibus ſequentibus, ſeu per Quadratum, ſeu per Pantometrum, ſeu per Quadrantem) formantur duo triangula,* abc *parvum & reale in tabula ſeu charta inſtrumenti, & ABC magnum & imaginarium extra tabulam ex lineis viſualibus AB, AC, BC. Quæ quidem duo triangula ſunt omnino æquiangula. Nam angulus ad B ſeu* b *eſt communis utriq; triangulo, angulus* bac *parvi eſt idem cum angulo BAC magni: angulus deniq;* acb *eſt æqualis angulo ACB*, per 32. pri. *Ergo*, per 4. Sexti, *latera quæ æqualibus adjacent angulis, ſunt inter ſe proportionalia: & latera quæ æqualibus angulis opponuntur, ſunt homologa. Ergo quam proportionem habet latus BA*

ad AC, eandem habet latus ba *ad latus* ac: *& permutando*, per 16. quinti, *quam proportionem habet latus B A ad latus* b a, *eandem habet latus A C ad latus* a c: *Atque ex operatione facta, latus B A continet tot pedes, quot particulas continet* b a. *Ergo & latus A C continebit tot pedes, quot particulas continet* a c: *quod erat demonſtrandum.*

Annotatio I.

SI numeres particulas intercepti lateris b c, *habebis etiam diſtantiam inter loca B & C in pedibus. Ratio eſt eadem quæ antea.*

II. Non eſt neceſſarium ut angulus A vel a *ſit rectus, ſed poteſt eſſe vel obtuſus, vel acutus, prout occaſio tulerit. In quibus caſibus operatio per Pantometrum eſt longe facilior, quam per Quadratum, ut ex dictis patet.*

III. Si tantus eſſet numerus pedum inter duo ſigna A & B, ut in lineam a b *tabulæ ſeu chartæ non poſſet transferri numerus particularum æqualis numero pedum, tunc vel minue numerum pedum aſſumendo minorem diſtantiam AB: vel unicuique particulæ lineæ Curſoris diviſæ attribue duas, aut tres, pluresve partes, hoc eſt, æſtima quamlibet eſſe ſubdiviſam in duas, tres, aut plures. E contrario, ſi numerus pedum inter A & B eſt nimis parvus, computa duas, aut tres, pluresve Curſoris particulas pro una, ut ſic triangulum* a b c *in tabula formetur aliquanto maius ac diſtinctius.*

IV. Prout latitudo A C menſuranda eſt magna, vel parva, aſſumenda eſt magna aut parva diſtantia A B, ut diſtinctior fiat triangulus a b c *in charta.*

V. Si ſpatium inter A & B non eſt æquale, ſed cavitates, & tubercula habeat, extendatur chorda, aut catenula in pedes diviſa.

VI. Si inquirenda eſt diſtantia alicuius rei ampla, obſervetur in ea ſignum aliquod determinatum ac parvum ex loco A & ex loco B.

VII. Si vis ſcire diſtantiam inter A & C in palmis, cubitis, paſſibus, &c. metire diſtantiam inter A & B palmis, cubitis, paſſibus.

Propoſitio III.

Metiri diſtantiam inter duos terminos Quadrante, quando ad unum illorum accedi poteſt.

Quadrantis geometrici uſus in Longimetria. *AD dimetiendi artem per Quadrantem, neceſſariæ ſunt tabulæ ſinuum, tangentiũ, & ſecantium, quas ſupra dedimus. In exemplis afferendis aſſumemus radium* 100000 *partium. Qui nudâ praxi contentus eſſe volet, poterit tranſilire rationes quas ex elementis Euclidis & Trigonometria petemus in demonſtrationibus inſinuandis.*

Vide Iconiſmi D. Fig. 269. *Primus Caſus, quando formatur triangulum rectangulum.* Sit menſuranda diſtantia inter A & B. Colloca quadrantem in A, parallelum horizonti: & per dioptras lateris A C reſpice ſignum B: per dioptras verò lateris A E reſpice ſignum D electum ad libitum. Relicto deinde baculo in A, metire diſtantiam inter A & D in pedibus (aut palmis, paſſibus, &c.) & colloca Quadrantem in D, ac per dioptras lateris D F reſpice baculum A, regulam verò diopticam DG dirige in B, donec per dioptras illud videas: & nota quot graduum ſit arcus F G, ſeu angulus F D G. His peractis, reſultat triangulum rectangulum DAB: in quo cum quodlibet latus poſſit aſſumi pro ſinu anguli oppoſiti: aut unum pro radio, & reliqua duo pro tangente & ſecante, *per 1. propoſit. Trigon. Pract.* Item in eodem triangulo cum anguli acuti ſint noti, ut ADB ex ipſo Quadrante, & ABD *per 32. pri. Euclid.* utpote complementum ad rectum: & conſequenter cum noti ſint ſinus eorundem angulorum ex tabula ſinuum: & inſuper cum notum ſit latus A D in pedibus per menſurationem: fit ex his tribus cognitis notum latus A B, per regulam auream, ſi operetis, ut *in 6. propoſit. Trigonom. Pract.* præſcribitur. Sit igitur latus A D 12. pedum. v.g. & angulus A D B 48 grad. erit ergo reliquus A B D 42. grad. Si ergo dicas: ut ſinus anguli D B A grad. 42. qui eſt partium 66913, ad ſinum anguli ADB grad. 48, nempe part. 74314: ita latus DA pedum 12, ad latus AB: invenies per regulam auream latus A B pedum $13\frac{1}{3}$. Eandem diſtantiam invenies, ſi D A fiat radius, & A B tangens anguli A D B. Si idem DA fiat radius, & BD ſecans anguli ADB: habebis etiam latus D B in pedibus.

Secundus caſus, quando triangulum oxygonium formatur. Si in A obſerves ſignum D ſub angulo acuto B AD ex Quadrante noto, & metiaris diſtantiam A D, collocesque Quadrantem in D, & iuxta latus D E reſpicias ſignum in A relictum: per diopticam verò Regulam D G locum B, notesque angulum ADB: invenies nihilominus diſtantiam AB, *per 25. propoſit. Trigonom. Pract.* Vide Iconiſmi D. Fig. 270. Nam cum iterum ſingula trianguli latera aſſumi poſſint pro ſinibus angulorum oppoſitorum, *per 11. & 12. Propoſit. Trigon. Pract.* & duo anguli BAD, ADB noti ſint ex Quadrante, reliquus verò ABD *per 32. pri.* noti etiam erunt eorum ſinus: Cum igitur & latus A D ſit notum in pedibus: fiet etiam latus A B notum, per auream regulam. Sit enim ut antea latus A D pedum 12, & angulus D A B grad. 26, angulus verò B D A grad. 80 erit reliquus DBA grad. 38. Si ergo dicas: ut ſinus anguli D B A grad 38. & part. 61566, ad ſinum anguli B D A grad. 80. & part. 98481: ita latus AD pedum 12 ad latus A B: invenies per regulam auream dictum latus A B pedum $19\frac{2}{5}$ fere. Simili modo invenies latus DB.

Tertius caſus, quando formatur triangulum amblygonium. Si denique in A obſerves locum B per dioptras lateris C A, ſignum verò D per Regulam diopticam AF ſub angulo obtuſo BAD: notatoque dicto angulo, & relicto baculo in A, transferas Quadrantem in D, & per latus DE reſpicias baculum A, per Regulam verò D G locum B, & notes angulum A D B: ſcies etiam angulum ABD *per 32. pri.* Cum igitur & latus AD, & ſinus angulorum noti ſint, notum fiet ex illis latus AB. Sit enim angulus EAF grad. 50; addito ergo angulo recto B A E, fiet angulus obtuſus B A D grad 140. Sit præterea angulus ADB grad. 24: erit reliquus DBA grad. 16. Sit denique latus AD pedum 12. Si dicas: ut ſinus anguli ADB grad. 16, & par. 27564, ad ſinum anguli A D B grad. 24, & par. 40674: ita latus A D ped. 12. ad latus AB: reperies ipſum AB pedum $17\frac{7}{10}$. Simili modo invenies latus D B. Vide Iconiſmi D. Fig. 271.

Pro-

Propoſitio IV.

Diſtantiam duorum locorum metiri, quando ad neutrum accedi poteſt, licet tamen recedere in directum.

Videſconiſmi D. Fig. 272.

SIt menſuranda diſtantia inter loca A & D, ad quorum neutrum accedere poſſis, poſſis tamen recedere in directum verſus *B*, & ex *B* verſus C (ſive ad dexteram, ſive ad ſiniſtram) indeque videre utrumque extremum A & D. Sic operare.

QVADRATO. Colloca Quadratum in *B*, & per latus *B a d* reſpice verſus loca A & D, per latus verò *B c* reſpice verſus ſignum aliquod C. Deinde metire diſtantiam *BC* in pedibus, & colloca Quadratum in C, ac per latus C *b* reſpice baculum in *B* rectum: Per regulam verò dioptricam reſpice primo ad locum A, & nota partes inter *ba* lateris Quadrati; deinde in locum D, & nota partes inter *bd*. Tandem dic: ut C *b* ad *b a*, ita *CB* ad *BA*. iterum: ut C *b* ad *bd*, ita *CB* ad *B D*. Subtrahe jam *BA* à *BD*, & remanebit diſtantia AD nota in pedibus. *Ratio eſt, quia triangula CBD, & c b d, ſunt æquiangula, ut conſideranti patet; ergo & latera proportionalia.* Quod ſi regula dioptrica cadat ſemel in latus *b* F, & ſemel in latus E F; extendatur regula ex *b* in G, & fiat, ut C *b* ad *b* G, ita C B ad aliud ſubtrahaturque minor diſtantia à majori. Si verò bis caderet in latus E F, extendatur regula *b* F uſque ad remotiſſimam diopteram, & operatio inſtituatur ut antea.

PANTOMETRO. Colloca Pantometrum in B, & per Regulam dioptricam lateri ejus affixam reſpice verſus A & D, & in charta Pantometri duc rectam B *ad* juxta latus Curſoris. Iterum per eandem Regulam dioptricam reſpice verſus C, & in charta duc rectam B *c*. Deinde relicto baculo in B, & menſuratâ diſtantiâ B C in pedibus, transfer in lineam B *c* notatam tot particulas ex linea Curſoris diviſa, à B verſus *c*, quot pedes numeraſti à B ad C. Demum colloca Pantometrum in C, & poſito Curſore ſupra lineam C *b* antea in charta ductam, dirige Regulam dioptricam in B: deinde poſito Curſore ſupra punctum *c*, dirige primò Regulam dioptricam in A, deinde in D, ductis interim juxta latus Curſoris lineis *ca*, *cd*. Dico diſtantiam AD continere tot pedes, quot particulas continet recta *ad*. *Ratio eſt, quia triangula C AD, c a d ſunt æquiangula: nam anguli ad* a *&* d *ſunt æquales angulis ad C & D*, per 29. pri. *& angulus ad C eſt communis: ergo, &c.*

QVADRANTE Collocetur Quadrans in B, & per diopttras laterum reſpiciantur primò A & D ſub una linea viſuali, deinde C. Deinde collocetur in C, & per latus C *b* reſpiciatur B, per Regulam dioptricam termini A & D: notenturque anguli *b* C *a*, *b* C *d*. Quibus habitis, una cum latere CB, habentur & anguli B A C, BDC: & tam horam, quam illorum ſinus ex tabula: ergo & latera B A, & BD habebuntur: ſubtractoque BA à BD, remanebit AD. *Ratio ſumitur ex propoſit.* 11, *&* 12. *&* 15. *noſtra Trigonom. Pract.*

Monitio ad Tyrones.

BRevitatis cauſa omitto multos alios caſus ac modos menſurandi diſtantias horizontales duorum aut etiam plurium locorum, quos invenies diligenter pertractatos in Pantometro: quos qui habet ingenium, facilè applicabit ad Quadratum & Quadrantem.

CAPUT III.

De dimenſione altitudinum verticalium.

ALtitudines verticales voco illas, quæ inſiſtunt horizonti perpendiculariter, ut ſunt turres tectæ, ædificia, arbores, columnæ, & ſimilia,

Propoſitio V.

Altitudines verticales, ad quas acceſſus patet, Quadrato metiri.

ESto turris AB, cujus altitudinem ſcire oporteat. Poteſt id fieri vel ex diſtantia A C, vel AD, vel A E, & alia quavis, dummodo menſurari famosâ aliquâ menſurari poſſit. *Altitudines verticales mentiri multis modis.*

Fiat primò ex diſtantia A C 60 pedum. Colloca igitur Quadratum è latere pedis ſuſpenſum in C, ita ut latera CI, I K ſint ad horizontem perpendicularia; quod fit ope perpendiculi à puncto I ſuſpenſi: ſi enim congruit lineæ I C, Quadratum eſt horizonti perpendiculare. His factis, dirige Regulam dioptricam C F verſus turris cacumen B, quæ cadat in latus I K. Ponamus autem Quadri latera eſſe in 10 (aut in 100, perinde eſt) partes diviſa, & partes abſciſſas inter I & F eſſe 5. Quo poſito, utere regula proportionũ hoc modo: Latus Quadrati C I 10, dat diſtantiã C A 60, quid dant partes abſciſſæ IF 5? Reperies operatione abſoluta altitudinem turris AB pedum 30. *Ratio eſt, quia duo triangula CIF, CAB, ſunt æquiangula; nam anguli ad I & A ſunt recti. angulus ACB eſt utrique communis: & reliqui ſunt æquales* per 32. pri. *Ergo, &c.*

Videſconiſmi D. Fig. 273.

Fiat ſecundò ex diſtantia A D 30. Collocato igitur Inſtrumento in D modo antea dicto & directa regula dioptrica D G in B, cadat ea in angulum G Quadrati, fiantq; duo triangula D I G, D A B. Dic jam per regulam auream: Ut D I 10 ad DA 30: ita IG 10, ad AB. Facta operatione invenies 30 pro altitudine turris. *Ratio eſt, quia dicta duo triangula ſunt æquiangula, & habent latera æqualibus angulis adjacentia proportionalia.*

Fiat tertiò ex diſtantia AE 15 pedum, cadatque regula dioptrica E H in punctum H lateris L K, ſintque inter H & L partes 5. Dic igitur: ut H L 5, ad E A 15; ita L E 10, ad A B. Reperies facta operatione regulæ trium, AB eſſe 30 pedum. *Ratio eſt, quia ELH, BAE, ſunt triangula æquiangula: nam anguli ad L & ad A ſunt recti; & tam anguli E HL, AEB, quam anguli AEB, HEL ſunt æquales*, per 29. pri. *Ergo, &c.*

Ex his colligitur, quando Regula dioptrica in aliqua diſtantia cadit in angulum G Quadrati, altitudinem eſſe æqualem diſtantiæ: quando cadit in latus KL, altitudinem eſſe majorem diſtantiâ: quando denique cadit in latus K I, eſſe minorem. Nota tamen ad altitudinem inventam adjici debere altitudinem pedis Inſtrumenti, ut dicetur Propoſitio-

ſitione ſequente. Colligitur præterea, quomodo inveniantur diametrales EB, DB, CB, eadem opera.

Propoſitio VI.

Altitudines verticales, ad quas accedi poteſt, metiri Pantometro.

Vide Iconiſmi D. Fig. 274. ESto turris, domus, &c. A B, ad horizontem perpendicularis, ad quam accedere poſſis. Numera à B baſi turris uſque ad C, quotlibet pedes; & colloca Inſtrumentum ſupra pedem ſuum accommodatum, ita ut ſit horizonti perpendiculare, prout figura monſtrat; directâque Regulâ dioptricâ in B, fac juxta Curſoris latus lineam C *b* in charta horizonti parallelam. Deinde rectâ eâdem Regulâ in A, & poſito Curſore ſupra C punctum, duc lineam C *a*. His factis, numera à C uſque ad *b* tot particulas, quot pedes numeraſti à C uſque ad B; & ex *b* erige perpendicularem *ba*, quæ interſecet lineam C *a* in *a*. Dico, particulas lineæ *ba* dare pedes altitudinis BA. *Ratio eſt, quia in duobus triangulis A B C,* ab C, *angulus ad C eſt communis utrique, anguli ad B & b ſunt recti ex ſuppoſitione & operatione: anguli denique ad A &* a *ſunt æquales*, per 32 pri. & 29, ejuſd. *Ergo ut particula C b ad particulas* b a, *ita pedes C B ad pedes B A* per 4. Sexti, & 16. Quinti.

Annotatio I.

ALtitudini AB inventa debes adjicere altitudinem pedis Inſtrumenti, nempe altitudinem CF, ſeu BG ipſi æqualem: nam per operationem factam reperitur ſolum altitudo AB, non AG. II. Particulæ lineæ C a dant pedes lineæ diametralis C A, propter cauſam antea dictam. III. Si ſpatium inter B & C non eſt æquale, extende chordam. Si eſt declive, dirige Regulam diopticam horizonti parallelã in turrim, & nota in ipſa turri punctum v. g. B ad quod terminatur radius viſualis: facta enim operatione modo dicto, habebis altitudinem à cacumine uſque ad punctum B notatum: cui altitudini ſi adjicias ſpatium B G uſque ad terram, habebis totam altitudinem turris.

Corollarium.

HInc colligitur quomodo menſuranda ſit portio alicujus altitudinis verticalis, v. g. diſtantia inter feneſtram D & cacumen A, item diſtantia inter duas feneſtras D & E. Si enim primo inveſtiges altitudinem majorem B A, modo dicto, deinde minorem BD, hanc ab illa ſubtrahas, habebis diſtantiam inter D & A. Eodem modo invenies diſtantiam inter E & D. Idem intellige circa uſum Quadrantis ſequentis.

Propoſitio VII.

Metiri altitudinem perpendicularem AB Quadrante, quando ad ipſius baſin B accedi poteſt.

STatue Quadrantem in loco C, diſtante à B 20 pedibus; & per dioptram CE aſpice ſummitatem A ſub angulo A C B grad. 60. erit ergo angulus C A B grad. 30. His tribus cognitis, invenies A B *primò* per ſinus, ſi dicas: Ut ſinus anguli C A B grad. 60, & part. 50000, ad ſinum anguli A C B grad. 60, & part. 86602 ita latus C B pedum 20, ad latus B A pedum $34\frac{3}{5}$ ferè. *Addi tamen debet altitudo Inſtrumenti è terra elevati.* Vide Iconiſmi D. Fig. 275. Eandem invenies *ſecundò* per ſinus & tangentes: ſi C B fiat ſinus totus, & A B tangens anguli A C B. Nam ſi dicas: ſinus totus 100000 dat tangentem anguli A C B grad. 60. nempe 173205: quid dat latus C B pedum 20? Invenies enim pro latere A B pedes $34\frac{6}{10}$ ſive $\frac{3}{5}$. *Diametrum ſive hypothenuſam C A eadem opera invenies per ſinus, & per ſecantes. Per ſinus, ſi dicas: ut ſinus anguli B A C grad. 30. & par. 50000, ad ſinum totum part.* 100000, *ita latus B C pedum 20, ad latus C A pedum 40. Per ſecantes, ſi facias C B ſinum totum & dicas: ut ſinus totus* 100000, *ad ſecantem anguli A C B grad. 60, & par.* 200000: *ita latus B C ad latus C A* 40.

Propoſitio VIII.

Altitudines verticales, ad quas acceſſus non patet, Quadrato metiri per duas ſtationes.

ESto turris AB in diagrammate Propoſit. 5. præcedentis, ſitque diſtantia A E ignota, eò quòd non poſſit ex E accedi ad A. Fiant *primò* Vide Iconiſmi D. Fig. 273. obſervationes duæ in E & D. Et in E quidem obſervetur per pinnulas regulæ E H, cacumen turris B, & notentur partes L H 5 in latere L K abſciſſæ. Deinde transferatur Inſtrumentum ex E in D ſecundum lineam rectam A D, & obſervetur ſimiliter per regulam D G cacumen B cadatque regula in angulum G, & ſit L P ipſi L H æqualis, nempe 5 partium: totidemque partium ſit HK, vel PK, cum tota LK ſit 10 partium: diſtantia vero inter duas ſtationes E & D ſit 15 pedum. *Cum igitur duo triangula PDG, EBD: item duo GLD, BAD, ſint ſimilia, ut conſideranti patet;* Si dicas; G P 5, dat E D 15 quid dat L K, ſive L G 10? Reperies diſtantiam AD 30 pedum. Et quia in ſtatione D regula cadit in angulum G: erit altitudo turris AB diſtantiæ AD æqualis, nempe 30 pedum, eò quòd ſicuti G L eſt æqualis ipſi L D, ita AD eſt æqualis ipſi AB.

Fiant *ſecundò* obſervationes duæ in D & C, cadatque in D regula dioptrica in angulum G, in C verò cadat in punctum F lateris I K, ſitque diſtantia D C 36 pedum. Extendatur ex L per K regula quædam diviſa uſque in M, donec ſcilicet attingat regulam diopticam C F protenſam; habeatque K M partes 12, & conſequenter tota L M partes 12, & conſequenter tota L M partes 22, quoniam K L eſt 10 partium. Igitur ſi dicas: KM 12, dat CD 36; quid dat LM 22? reperies diſtantiam CA 66 pedum. Sit jam IF partium $4\frac{6}{11}$. *Cum igitur triangula CIF, CAB, ſint ſimilia; ſitq; CI partium* 10, *IF partium* $4\frac{6}{11}$, *& CA pedum 66*: Si dicas; IC 10, dat IF $4\frac{0}{11}$, quid dat CA? reperies AB 30 pedum altitudinis.

Fiant *tertio* duæ obſervationes in E & C, ſitq; diſtantia obſervationũ E C pedũ 51, & cadat regula dioptrica in obſervatione E in H, in obſervatione verò C in F, & fiat I O æqualis ipſi IF, extendanturq; per L K, & per E O, duæ reg. diviſę, in N concurrentes: ſitq; KN 12. partium: HK 5. ut tota HN ſit 17, remaneatq; HL 5. *Et quia triangula*

E A B

EAB, EHL ſunt ſimilia, eſtq; LH 5, E L 10. partium: item quia EBC, EHN ſimilia, eſtq; HN 17, & diſtantia CE 51 pedum; ſi dicas HN 17, dat CE 51; quid dat LH 5? reperies A E 15 pedum. Ruſus, ſi dicas: LH 5, dat AE 15: quid dat EL 10? reperies AB 30 pedum altitudinis. *Omnia melius fortaſſis intelligentur ex ſequenti Propoſitione.*

Propoſitio IX.

Altitudines verticales metiri Pantometro per duas ſtationes, ad quas non patet acceſſus, poteſt tamen in directum retrocedi.

Videſco-niſmi D. Fig. 276. ESto ut antea turris AB, ad cujus baſin B accedere non poſſis, propter foſſam, ædes adjunctas, &c. utere duabus ſtationibus in C & D, ſic. Colloca *primò* inſtrumentum in C horizonti perpendiculare, & juxta Curſoris latus ducito chartæ aut tabulæ ipſius lineam C *b* horizonti parallelam. Reſpice deinde per dioptras regulæ cacumen A turris & applicato Curſore ſupra punctū C, duc rectam C *a* in charta. His factis, procede verſus turrim uſque ad D, & numera pedes inter C & D interjectos; ſimulq; in linea C *b* chartæ numera ex C uſq; ad *d* tot particulas, quot pedes numeraſti à ſtatione C uſque ad ſtationem D. His etiam factis colloca Inſtrumentum in D, ita ut *d* inſtrumenti correſpondeat D loci; & dirige regulam dioptricam iterum in cacumen A, Curſorem vero pone ſupra punctum *d* ſeu D, & fac D *a*, quæ interſecet lineam *ca* ſeu C *a* in *a*. Poſt hæc à puncto interſectionis *a* demitte perpendicularem *ab* ad lineam *cb* chartæ. Dico jam, turrim AB continere tot pedes in altitudine, quot particulas continet perpendicularis *ab* chartæ. Dico præterea, rectam *b* D date latitudinem foſſæ D B, ſi D fuit prope foſſam: *bc* diſtantiam primæ ſtationis C à turri; D *a*, & *ca*, lineas diametrales à locis ſtationum ad cacumen A. *Ratio eſt, quia duo triangula, ACD majus, &* a c D *minus ſunt æquiangula, propterea quod angulus ADC eſt communis utrique, & angulus A C D eſt idem cum angulo* a c D: *& reliqui ſunt æquales*, per 32. pri. *Ergò*, per 4 Sexti, & 16. Quinti, *proportio lateris* D a *minoris, ad latus D A majoris, eſt ſicuti proportio D* c *minoris, ad DC majoris. Quia ergo latus D* c *minoris continet tot particulas, quot pedes continet latus DC majoris, & è contra: ſequitur quod etiam latus D* a *minoris contineat tot particulas, quot pedes continet latus D A majoris, & è contra. Iterum duo triangula A D B majus, &* a D b *minus, ſunt æquiangula, propterea quod angulus B &* b *in utroq; rectus eſt, angulus ADB communis utrique, & reliqui æquales* per 32. pri. *Ergo*, per 4, Sex. & 16. Quin. *proportio lateris* a b *minoris ad latus A B majoris, eſt ſicuti proportio lateris* a *D minoris ad AD majoris, & è contra. Quoniam igitur A D major es continet tot pedes, quot particulas continet* a *D minoris: ſequitur quod etiam AB majoris contineat tot pedes, quot particulas continet* a b *minoris: quod erat inquirendum.*

Simili modo demonſtrantur cætera quæ in Propoſitione aſſerui.

Annotationes.

I.

S*I primā ſtationem facias in D, & ſecundam in C, & ex* d *chartæ uſque ad* c *ſeu C numeres particulas, & reliqua praſtes ut dictum: invenies eandem altitudinem. II. Non eſt neceſſe ut videatur baſis turris, ſed ſufficit ut Regula & Curſor directi in baſim, ſint paralleli horizonti, ut fiat linea* C d b *horizonti, parallela. III. Si numeres particulas lateris* D b *trianguli* a D b, *habebis diſtantiam DB. Si verò numeres particulas* c b, *habebis diſtantiam CB: à qua ſi ſubtrahas diſtantiam CD, remonet diſtantia D B. Demonſtratio horum ſimilis eſt præcedenti.*

Corollaria.

I.

E*X dictis colligitur* primò, *qua ratione menſuranda ſit altitudo perpendicularis alicujus montis: etiamſi ad baſim perpendicularis accedi non poſſit propter montis acclivitatem. Si enim ſtationem primam facias in loco* C *a monte remotiori, alteram in D monti propinquiori, & ex utroque loco aſpicias verticem montis, aut ſignum aliquod vertici impoſitum, & reliqua præſtes ut dictum: dabit* a b *perpendicularem A B, a vertice montis uſque ad planum cui mons inſiſtit, & in quo operationem inſtituiſti.* Montis altitudinem metiri.

II *Colligitur* ſecundò, *qua ratione invenienda ſit diſtantia a loco ſtationis, ſeu primæ, ſeu ſecundæ, uſque ad perpendicularem montis aut turris, arcis, &c. monti impoſita. Unde ſi perforandus eſſet mons, & arci impoſitæ ſupponendus pulvis pyrius; quantum perforandum ſit, ſcies.*

III. *Colligitur* tertiò, *quo modo menſuranda ſit portio alicujus altitudinis verticalis, ad quam non poſſis accedere; ſi nimirum primò inveſtiges majorem, deinde minorem altitudinem, ac demum ſubtrahas minorem à majore.*

Propoſitio X.

Metiri altitudinem perpendicularem A B, quando non poteſt accedi ad ipſius baſim, Quadrante ex duplici ſtatione.

OBſerva ſummitatem A primò in D, deinde in C, ſub angulis ADB grad. 70 & ACB gr. 50: & nora diſtantiam inter C D pedum 20 v. g. Ex his invenies hypothenuſam DA (quâ cognita, cognoſces deinde altitudinem A B) tali pacto. Cum in triangulo A C D notus ſit angulus C gr. 50 ex Quadrante, & notus etiam ſit angulus CD A gr. 110, *per* 13. *pri. Euclid.* utpote deinceps angulo A D B cognito etiam ex Quadrante, cujus eſt complementum ad duos rectos: & notus præterea ſit angulus C AD grad. 20. *per* 32. *pri.* & tandem notum ſit latus C D pedum 20. invenies latus DA, ſi dicas: ut ſinus anguli CAD gr. 20. & part. 34201, ad ſinum anguli A CD gr. 50. & part. 76604: ita latus CD pedum 20, ad latus DA. Invenies enim pedes $44\frac{4}{5}$ ferè. Habito latere DA trianguli A D B, cum habeatur etiam angulus A DB grad. 70, ex Quadrante, & angulus B ex ſuppoſitione rectus: ſi AD aſſumas pro ſinu toto, & dicas: ut radius 100000, ad ſinum anguli ADB 70, & part. 93969, ita latus DA pedū $44\frac{4}{5}$ ad aliud: invenies latus AB ped. $41\frac{9}{10}$ ferè. Si verò dicas: ut ſinus tot⁹ 100000, ad ſinū ang. D AB 34201, Videſcon. D. Fig. 275.

ita latus D A $44\frac{2}{3}$, ad aliud, invenies diſtantiam DB. *Huc accommodari poſſunt ferè omnia quæ diximus in Annotationibus & Corollariis præcedentis Propoſit.*

Propoſitio XI.

Altitudines in monte poſitas metiri Quadrato, ad quas patet acceſſus.

Altitudinem turris in monte poſitæ ... Eſto turris A B in monte poſita primò ex D obſervanda. Sit diſtantia à turri D A 40 pedum. Obſervetur igitur per pinnulas regulæ DE cacumen turris B, & demittatur ex E perpendiculum E G, quod in F ſecet latus D H, ſitque DF 6 partium, EF 3. Si ergo dicas: DF 6, dat DA 40; quid dat EF 3? reperies A B 20 pedum altitudinis. *Ratio eſt, quia triangula DAB, DFE, ſunt æquiangula: eſt enim angulus ADB utrique communis; & anguli ABD, FED, ſunt æquales*, per 29 pri. *propterea quòd AB, EG ſint paralle a* per 6. undec. *habent ergo circa æquales angulos latera proportionalia*, per 4. Sexti. Vide Iconiſmi D. Fig. 277.

Sit ſecundo eadem turris A B ex C dimetienda. Obſervetur per pinnulas regulæ C E cacumen turris B, & demittatur ex E perpendiculum ſeu filum cum pondere F G, ſitque diſtantia C A 10 pedum, partes inſtrumenti inter C & F 4 partium, partes perpendiculi E F 8. Si igitur dicas: CF 4, dat CA 10; quid dat E F 8? reperies pro AB 20 ut antea. *Ratio eſt, quia triangula C A B, C F E ſunt æquiangula: nam angulus A C B utrique triangulo eſt communis; anguli vero A B C, F E C ſunt æquales* per 29. pri. *ergo &c.*

Propoſitio XII.

Altitudines acceſſibiles in monte poſitas Pantometro metiri.

Vide Iconiſmi D. Fig. 278. Eſto ut antea turris A B. Colloca Pantometrum in loco C, qui diſtet à B pedibus 40, & dirige Regulam diopticam in B, & in A, & juxta latus Curſoris duc lineas C*b*, C*a*. Demum in lineam C *b* à C uſque ad *b* transfer particulas 40, & ope perpendiculi erige perpendicularem *a b*. Dico turrim A B eſſe tot pedum, quot particulas continet *b a*. *Nam triangula ABC, ab C ſunt ſimilia, quia angulus C eſt communis utrique; anguli b & B, a & A, ſunt æquales*, per 29, pri. *Ergo ut Cb ad CB, ita b a ad B A.*

Propoſitio XIII.

Altitudines verticales monti impoſitas, & acceſſibiles, Quadrante metiri.

Sit in præcedenti ſchemate menſuranda A B. Collocato Quadrante in C, diſtante à B quantum lubet, ita ut latus E F ſit ad horizontem perpendiculare; dirige regulam in B, & in A, & nota menſuram anguli ACD: quo habito habetur etiam angulus A, utpote complementum ad rectum. Cum igitur & angulus A C B notus ſit ex inſtrumento, notus etiam erit angulus ABC: eſt autem & latus CB notum. Si ergo dicas: ut ſinus anguli A ad ſinum anguli ACB, ita latus CB ad B A: reperies A B in pedibus.

Propoſitio XIV.

Altitudines in monte poſitas, ad quas acceſſus non patet, metiri.

QVADRATO. Sit menſuranda altitudo A B figuræ Propoſit. XI. ad quam acceſſus non patet, poteſt tamen in directum retrocedi. Vide Iconiſmi D. Fig. 277. Obſervetur cacumen bis, ſemel in C, & iterum in D, ut ibi dictum, transferaturque ex obſervatione in C facta in obſervationem in D factam, HE ex H in K, & demittatur ex K ipſi D C parallela regula K I, donec eum regula D E in I concurrat; ducaturque recta K D. Sit autem diſtantia obſervationum D & C 30 pedum, K I 15 partium, DK 13? Igitur ſi dicas: K I 15, dat DC 30, quid dat D K 13? reperies C B 26. Si rurſus dicas: D K, ſeu CE 13, dat C B 26, quid EF 10: v. g. reperies A B altitudinem turris 20. ped. *Ratio eſt, quia triangula C B D, D K I, ſunt æquiangula: nam anguli B D C, D I K ſunt æquales*, per 29. pri. *utpote alterni, quia D C, K I ſunt parallela. Eandem ob cauſam æquales ſunt anguli CBD, K D I, ſunt enim C B, D K parallelæ, quia eundem angulum cum A D faciunt. Triangula quoque B A C, E F C, æquiangula ſunt, ut propoſit. 7. demonſtratum fuit.*

PANTOMETRO, & QVADRANTE quomodo eadem altitudo menſuranda ſit, facilè ex dictis patet, ideo plura addere ſuperſedeo.

Monitio ad Tyrones.

Multos alios caſus & modos dimetiendi altitudines verticales, quos in Pantometro pertractavi, & facilè ad Quadratum ac Quadrantem accommodari poſſunt, omittere cogor, nè nimium multiplicentur figuræ, ſine quibus explicari ac demōſtrari nō poſſunt, cujusmodi ſunt metiri illas quando neq; accedi poteſt, neq; in directū retrocedi, ſed tantū ad latus: item ex alia altitudine per duas ſtationes: itē majorē ex minori, aut minorē ex majori, per unicam ſtationem: item altitudinem turris ex ipſa turri, quando baſis turris non poteſt videri: item altitudinem nubium verticalium, & non verticalium: item altitudinem turris in foſſa aut valle poſitam: item altitudinem turris ex ipſâ turri, quando nota eſt diſtantia quædam horizontalis à baſi ipſius &c. Nobis ſufficiat uſum trium Inſtrumentorum in dimenſione verticalium altitudinum oſtendiſſe: quem qui intelligit, nullo negotio intelliget uſum quorumlibet aliorum inſtrumentorum geometricorum, à variis excogitatorum: omnium enim eadem eſt ratio, quoniam in omnium uſu formantur duo triangula ſimilia, & ex tribus cognitis venitur in cognitionem quarti ignoti per auream Arithmeticæ regulam.

CAPUT IV.

De dimenſione profunditatum.

PRofunditates hîc appello lineas perpendiculariter deſcendentes è loco ſuperiori, vel aſcen-

Profunditatum dimenſio. aſcendentes ex inferiori: cujusmodi ſunt profunditates puteorum, vallium, &c. quæ etiam vocari poſſunt verticales profunditates: & eandem ferè dimetiendi rationem habent cum verticalibus altitudinibus.

Propoſitio XV.

Profunditates puteorum metiri.

Vide Iconiſmi D. Fig. 279.

ESto puteus DFEC, æqualem habens latitudinem, ſuperius DC, inferius FE, ſive rotundæ ſircavitatis, ſive non. Metire latitudinem DC, quæ ſit v. g. 20 pedum. Deinde applica *Quadratum*, *aut Quadrantem* ut vides, & directâ dioptra in F, nota in Quadrato partes CG 30. v. g. in *Quadrante* arcum CH. Demum dic: ut GC 30, ad CA 100. ita DC vel FE 20 ad EA. Item, ut ſinus anguli FAE, ad ſinum anguli AFE, ita FE ſeu DC ad EA. Vel, ut ſinus totus ad tangentem anguli AFE, ita FE ſeu DC ad EA, *Pantometro ſic utere.* Fac duas rectas AC, CG, interſecantes ſe in C, & ex C uſque in G, transfer 20 particulas, & dirige regulam diopticam in F, poſitoque Curſore in puncto G duc rectam GA. His factis, tot pedes continebit AE, quot particulas AC. Auferri debet in omnibus tribus operationibus altitudo Inſtrumenti CA à profunditate AE inventa. *Ratio horum omnium ex dictis patet.* Aliis etiam modis inſtitui poteſt operatio, ut in Pantometro dixi, quos omitto.

Propoſitio XVI.

Profunditates vallis metiri ex monte.

Vide Iconiſmi D. Fig. 279.

MOns ſit AFE præcedentis figuræ, altitudo vallis FI, vel EA quæ quæritur. Metire primò per ea quæ dicentur capite ſequenti, diametralem AF. Deinde applica Inſtrumentum ut vides & viſo ſigno F, dic pro *Quadrato*: Ut partes regulæ AG ad partes lateris AC, ita AF ad AE, vel FI. Pro *Quadrante* dic: ut ſinus totus ad ſinum anguli AFE, ita AF ad AE ſeu FI. Pro *Pantometro* transfer ab A uſque in G tot particulas, quot pedum eſt diametralis AF, & per G duc rectam GC perpendicularem ipſi AC, & dic: ut particulæ AG ad particulas AC, ita AF ad AE, ſeu ad FI. *Aliis modis invenire poteſt eandem vallis profunditas in Pantometro inſinuatis, quos omitto: ſicut & praxim inveniendi altitudinem turris in valle poſita.*

CAPUT V.

De dimenſione diſtantiarum diametralium.

Diametrales diſtantias metiri. DIſtantias ſeu lineas diametrales voco, diſtantias transverſales à termino quopiam in planitie conſtituto uſque ad alium in eminentiori loco ſitum, qualis eſt ſcalarum muris applicatarum ad conſcendendum, qualeſque ſunt diſtantiæ EB, DB, CB, &c. in ſequentibus diagrammatis.

Propoſitio XVII.

Diſtantiam diametralem invenire, quando ad baſim altitudinis accedi poteſt, aut nota eſt ipſa altitudo.

QVADRATO. Sint inveniendæ diſtantiæ EB, DB, CB. Metire in pedibus v. g. intervalla AE, AD, AC, & applicato Quadrato in E, in D, in C, dirige regulam diopticam in B. Deinde dic in primo caſu, ut LH ad HE, ita AE ad EB: in ſecundo caſu, ut LK ad KD, ita AD ad BD: in tertio, ut IC ad CF, ita AC ad CB. *Ratio eſt, quia in omnibus caſibus formantur triangula duo ſimilia, ut ex dictis ſupra cap. 3. Propoſit. 5 patet.* *Vide Iconiſmi D. Fig. 273.*

PANTOMETRO. Sint inveniendæ diſtantiæ CE, CD, CA. Metire CB, & ducta inſtrumento recta C*b* horizonti parallelâ, directaque regula dioptrica in E, in D, in A, fac rectas C*e*, C*d*, C*a*. Numera deinde ex C in *b* tot particulas, quot pedes in CB, erigeque perpendicularem *b a*. Particulæ C*e*, C*d*, C*a* dabunt pedes CE, CD, CA. *Ratio ſumitur a triangulis duobus ſimilibus, ut explicatum eſt loc. cit. Propoſit. 6.* *Vide Iconiſmi D. Fig. 274.*

QVADRANTE. Sint menſurandæ diametrales DA, CA. Metire in pedibus DB, CB, & applicato Quadrante in D & C, dirige regulam in A, & dic: ut ſinus anguli BAD ad ſinum totum, ita BD ad DA: item, ut ſinus anguli BAC ad ſinum totum, ita BC ad CA. Eaſdem diametrales invenies per ſecantes modo dicto loco cit. Propoſit. 7. *Vide Iconiſmi D. Fig. 275.*

Annotatio I.

SI altitudo eſt nota, & diſtantia horizontalis ignota, invenies nihilominus diametrales, ſi operaris modo prædicto, & dicas in ſchemate Quadrati Figuræ 273, ut LE ad EH, ita AB ad BE, &c in ſchemate Pantometri Figuræ 274, ut b e *ad* e C, *ita BE ad EC &c. in ſchemate Quadrantis Figuræ 275, ut ſinus totus ad ſecantem anguli BAD, ita BA ad AD &c. II. In omnibus caſibus, ſi Inſtrumentum eſt elevatum ſupra terram, diagonalis in ipſo ducta, aut per regulam diopticam deſignata, debet extendi (applicato filo) uſque ad terram per lineam rectam, ut habeatur integra diagonalis quæſita.*

Propoſitio XVIII.

Diſtantiam diametralem invenire quando ad baſim altitudinis non poteſt accedi, neque nota eſt ipſa altitudo.

QVære prius vel latitudinem inacceſſibilem, per dicta cap. 2. Propoſit. 4. vel altitudinem, per dicta cap. 3. Propoſit. 8. 9. & 10. Ex utravis inventa invenies diſtantiam diametralem modo dicto Propoſit. præcedente.

Propoſitio XIX.

Diſtantiam diametralem invenire ſine ulla obſervatione, quando nota eſt altitudo & diſtantia horizontalis.

SIt nota altitudo BA, & diſtantia AE figuræ 273.

In charta aliqua fac angulum rectum B A E, & diviſâ BC in tot particulas, quot pedes continet altitudo, A E verò in tot, quot pedes continet diſtantia horizontalis; fac hypothenuſam EB, & ſimiliter in particulas prioribus æquales divide. Numerus particularum hujus hypothenuſæ erit numerus pedum diametralis quæſitæ.

Propoſitio XX.

Acclivitatem alicujus montis invenire.

Montis acclivitatem metiri.

ACclivitas vel declivitas montis, hoc eſt, diſtantia à ſummitate per dorſum uſque ad ſubjectam vallem aut planitiem, habet rationem diſtantiæ diametralis. Quam ſic invenies per dicta cap. 2 Propoſit. 1. 2. & 3. Declivitas ſeu acclivitas montis ſit BA, ita ut B ſit ſignum aliquod in monte, A in valle. In ipſa montis ſummitate, ſi fieri poteſt, fac duas ſtationes, v.g. in B & E, poſito Quadrato ita, ut planum ejus ſit montis dorſo ſeu acclivitati perallelum: & in utraque obſerva ſinum A in ſubjecta valle aut planitie, modo ibidem Propoſit. 1. dicto. Erit ut E F ad FI, ita EB ad BA: *Ratio ex ibi dictis patet.* Eodem modo reperies acclivitatem Pantometro & Quadrante, ſi opereris ut præſcribitur Propoſit. 2. & 3. dabunt enim in Pantometro particulæ *ac* pedes acclivitatis E C. Quadrato verò invenies, ſi dicas, ut ſinus anguli C ad ſinum anguli D, ita BA ad AB.

Vide Iconiſmi D. Fig. 164.

Propoſitio XXI.

Diagonalem ex ipſa altitudine nota invenire.

Vide Iconiſmi D. Fig. 2. 2.

DAta ſit altitudo B C, & ſit invenienda diagonalis C A, C D, C H. In ſummitate C applica inſtrumentum ut figura monſtrat, & dirige radium viſualem in A, in D, in H. His factis, in *Pantometro* particulæ C *a*, C *d*, C G, dant diametrales C A, C D, C H. In *Quadrato* eaſdem habebis, ſi dicas, ut *b* C ad C *a*, ita B C ad CA, &c. In *Quadrante*, ſi fiat ut ſinus anguli CAB ad ſinum totum, ita B C ad CA, &c. *Ratio patet ex dictis cap. 2. Propoſit. 4.*

CAPUT VI.

De uſu Quadrati & Quadrantis penduli.

Quadrati & Quadrantis geometrici penduli uſus.

UTrumque inſtrumentum in uſu poſſe eſſe & ſtabile, & pendulum, ſupra diximus cap. 1. Explicavimus breviter uſum quando ſtabilia ſunt, id eſt, è pedibus ſuis ſtabiliter ſuſpenſa, & vel horizonti parallela, vel perpendicularia, vel alium ſitum habentia: nunc paucis inſinuandus uſus dum pendula ſunt, id eſt, è manibus, vel è ſuis etiam pedibus mobiliter ſuſpenſa. In quo caſu, loco regulæ dioptricæ è centro A ſuſpenſæ, ſuſpendi debet filum cum perpendiculo ex eodem centro A.

Propoſitio XXII.

Quadrato pendulo turrium & aliarum rerum altitudines dimetiri, quando ad baſim accedi poteſt.

Vide Iconiſmi D. Fig. 210.

ESto turris AB. Sint diſtantiæ AC, AD, AE, in quibus obſervationes fieri debeant, cognitæ, ſitque A C 20, A D 40, A E 100 pedum. Obſervetur per pinnulas lateris G F cacumen turris B, & abſcindat perpendiculum F H in ſtatione prima C, ex latere G M partes 5 G I, 10 ſecunda D partes 10 G I, in tertia E ex latere K L partes K I 4, adeoque I L ſit 6 partium. Et quia in prima ſtatione C, diſtantia A C ponitur pedum 20, G I partium 5, G F partium 10, *& ſunt triangula B A C, F G I, æquiangula (nam anguli A & G ſunt recti; anguli verò ABC, IFG ſunt æquales,* per 29 pri. *propter parallelas A B, F H, in quas linea optica CB incidit, & reliqui etiam duo anguli æquales ſunt,* per 32. pri.) *ſi dicas: GI 5, dat GF 10, quid dat AB 20? reperies AB 40 pedum.*

In ſecunda ſtatione D, quia diſtantia à turri BA ponitur 40 pedum, & GI 10 partium, ſicut & G F, ſi dicas: GI 10, dat GF 10, quid dat A D 40? reperies iterum AB 40 pedum.

In tertia ſtatione E quia diſtantia A E ponitur 100 pedum, K I 4 partium, & K F 10, (ſuntque triangula A B E, K F I æquiangula, quoniam anguli ad A & K ſunt recti, anguli verò A B E, F I K ſunt æquales, quod uterque æqualis ſit angulo I F E, *per 29. pri.*;) ſi dicas KF 10, dat KI 4, quid dat AE 100? reperies ut antea AB 40. pedum.

Propoſitio XXIII.

Quadrato pendulo metiri altitudines, quando ad earum baſes accedi non poteſt.

Vide Iconiſmi D Fig. 210

SInt diſtantiæ A C, AD, AE incognitæ. Obſervetur *primò* cacumen B per lateris GF pinnulas, in C & D, cadatque perpendiculum in I, & G I primæ obſervationis transferatur ex G ſecundæ obſervationis in L, ſitque G I, ſive G L partium 5, totidemque L I, & diſtantia inter duas ſtationes C & D ſit 20 pedum. Si igitur dicas: L I 5, dat G L, ſeu G I 5; C D 20 quid dat? reperies A C 20 pedum. Cum igitur jam diſtantia A C nota ſit, ſcietur & altitudo AB ut prius, ſi nimirum dicas: GI 5, dat GF 10, quid dat CA 20? reperies enim rurſus AB 40 pedum.

Obſervetur *ſecundò* cacumen B in ſtationibus C & E, per pinnulas lateris GF. Transferatur GI 5, primæ obſervationis, ex G in N ſecundæ obſervationis, cadatque filum in eadem ſecunda ſtatione in I lateris KL, & extendantur per F & I, item per G & L, duæ regulæ in M concurrentes, ſitque G N 5 partium, N M 20, diſtantia obſervationum C E pedum 80. Igitur ſi dicas: N M 20, dat C E 80, quid dat G N 5? aut convertendo *per 16. Quinti*, N M 20, dat G N 5, quid dat CE 80? reperies AC 20 pedum. *Ratio eſt, quia tam triangula B A E, F G M, quam triangula A B C, F G N ſunt æquiangula, ut conſideranti patet.* Habitâ igitur diſtantiâ A C à turri, facile reperitur altitudo turris AB, ſi dicas: G M 25, dat AE 100, quid dat FG 10? vel convertendo *per*

16. Quinti,

16, *Quinti*, GM 25, dat FG 10. quid dat AE 100? reperies enim rurſus 40 pedum altirudinem turris AB. Eandem altitudinem obtinebis, ſi dicas: GI, ſeu GN 5. dat FG 10, quid dat AC 20?

Obſervetur *tertiò* cacumen B per pinnulas lateris GF in ſtationibus D & E, cadatque filum in ſtatione D in angulum I, in ſtatione E in I lateris KL, & extendantur duæ regulæ per FI: & per GL, concurrentes in M, ſitque LM 15 partium, GK 10, diſtantia obſervationum DE 60 pedum. Igitur ſi dicas: LM 15, dat DE 60, quid dat GL 10? reperies DA 40 pedum. Quare habita diſtantia DA à turri AB, cũ in obſervatione D filum ſive perpendiculum cadat in angulum I, erit altirudo turris æqualis diſtantiæ, hoc eſt 40 pedum.

Propoſitio XXIV.

Quadrante pendulo metiri altitudines verticales acceſſibiles.

Videlconiſmi D. Fig 280.

SIt ut antea turris AB, ſitque *primò* obſervanda ex C diſtante ab A 20 pedibus. Per pinnulas GE reſpiciatur cacumen B, & notetur angulus GFI, ſeu CBA, & conſequenter angulus BCA qui eſt prioris complementum ad rectum. Die deinde: ut ſinus anguli ABC, ad ſinum anguli BCA, ita diſtantia CA ad altitudinem AB. Vel ut ſinus totus ad tangentem anguli BCA, ita diſtantia CA ad AB. Sit *ſecundo* obſervanda ex D, diſtante ab A 40 pedibus, cadatque filum perpendiculi FH in gradum 45, ſeu in angulum I. Erit ergo altitudo AB æqualis diſtantiæ AD. Quod etiam reperies, ſi dicas; ut ſinus anguli IFG, ſeu ABD, ad ſinum anguli FGI, ſeu BDA, ita diſtantia DA ad AB. Seu, ut ſinus totus ad tangentem anguli D. ita DA ad AB. Sit *tertiò* obſervanda ex E, diſtante ab A 100 pedibus, cadatq; perpendiculum in I, & notetur angulus IFG ſeu AEB, & conſequentet angulus IFK, ſeu BAE. Deinde dic ut antea: ut ſinus anguli ABE ad ſinum anguli E, ita EA ad AB: vel, ut ſinus totus, &c.

Propoſitio XXV.

Quadrante pendulo metiri altitudines eaſdem inacceſſibiles.

OBſervetur cacumen B, per pinnulas lateris GF, primo in C, deinde in D diſtante à C 20 pedibus; & notetur in prima ſtatione angulus IFG, ſeu ABC, in ſecunda angulus IFG, ſeu ABD, & primo ſubtracto à ſecundo, notetur angulus IFL, ſeu CBD. Deinde dicatur: ut tangentes anguli CBD ad tangentem anguli ABC, ita CD, ad CA. Habita igitur diſtantia CA, invenitur altitudo AB ut antea. Simili modo procedendum eſt, ſi obſervationes fiant in D & E, aut in C & E.

Annotatio I.

IN omnibus caſibus hujus capitis, ad altitudinem inventam debet addi elevatio Inſtrumenti ſupra terram. II. Similem uſum habent prædicta Inſtrumenta in Uranometria; in Geometria verò vix alium uſum habent. III. Qui evitare vult calculum arithmeticum recedat in uſu Quadrati tam diu ab altitudine acceſſibili, donec regula cadat in angulum; & tunc diſtantia ab altitudine erit æqualis altitudini: Vel donec cadat in punctum quintum lateris recti BC; & tunc diſtantia eſt ſubdupla altitudinis: Vel donec cadat in punctum quintum lateris verſi CD; & tunc diſtantia eſt dupla altitudinis,

CAPUT VII.

De variis dimetiendi modis per alia Inſtrumenta aut ſine Inſtrumentis.

IN hoc caput conjiciam varios modos dimetiendi per Inſtrumenta facillimè parabilia, aut etiam ſine omni Inſtrumento, quoniam id Tyronibus gratiſſimum accidere non ignoro. *Metiendi modi varii.*

Propoſitio XXVI.

Metiri altitudines perpendiculares acceſſibiles, per umbram.

SIt menſuranda turris, domus, columna, arbor, &c. AB. *Primò* ſole lucente erige perpendiculariter baculum DE cujuſcunque longitudinis, diviſum in 10. partes æquales, & vide quot talium partium ſit umbra ejus EF. *Secundò* metire umbram BC turris in pedibus v. g. 30. *Tertiò* dic per regulam Trium: ut umbra EF, ad altitudinem ED, ita umbra BC ad altitudinem BA. Quotiens dabit altitudinem quæſitam. *Ratio patet ex dictis, & fundatur* in 4. Sexti Euclid. *Supponitur autem poſſe accedi ad baſim B.* Pro baculo potes uti filo DE in 10 partes æquales per nodulos diviſo, & habente annexũ pondus: ſi enim ſuſpendas filum, ut pondus E attingat leviter terram & metiaris umbram EF fili, procedasq; ut dictum; invenies eandem altitudinem AB. Potes etiam in regula aliqua lignea EF, v. g. prolongata, & diviſa in multas partes æquales ſecundum longitudinem, erige perpendiculariter in ejus extremo E ſtylum ED in 10 partes æquales diviſum: ſic enim ſtatim videbis quot partium ſit umbra à ſtylo projecta. Imo horizontale planum poteſt dividi in multos circulos concentricos æqualiter inter ſe diſtantes, & in ejus centro erigi ſtylus diviſus in 10 ejuſdem magnitudinis partes, quibus diſtant inter ſe circuli. Hac ratione poteris metiri altitudinem quamcunque particulariter erectam etiam à te remotam, ſi miſſo alio explores longitudinem umbræ ipſius. Ex his ingenioſus Tyro multa alia eruere poterit.

Metiri altitudines per umbram.

Vedelconiſmi D. Figuram CCLXXX.

Propoſitio XXVII.

Altitudines verticales acceſſibiles metiri per umbram ſine arithmetica.

SIcut ut antea altitudo verticalis AB quæ projiciat umbram BC quotcunque pedum. Erige perpendiculariter baculum DE longum uno pede, & nota longitudinem umbræ EF quam projicit. Accipe deinde alium bacillum tantæ longitudinis, quantæ eſt umbra EF, & metire

 tali

tali bacillo umbram C B. Dico, tot pedes continere altitudinem A B, quoties umbra B C continet dictum bacillum æqualem umbræ E F, ut ſi umbra B C continet trigeſies in ſe menſuram umbræ E F, altitudo A B erit 30. pedum. *Ratio eſt, quia ſicut ſe habet umbra E F projecta ab uno pede D E ad ipſum D E: ita ſe habet umbra B C projecta a 30 pedibus A B, ad ipſum A B.* Modum hunc inſinuat Plato in aliquo Dialogo, cujus nunc non memini.

Aliter ſine arithmetica. Centro E, ſemidiametro D E, deſcribe circulum in plano aliquo horizontali, & infixo ad perpendiculum ſtylo D E æquali ſemidiametro circuli, exſpecta donec extremitas umbræ F E attingat peripheriam circuli. Metire tunc umbram altitudinis, & quot pedum erit umbra, totidem erit altitudo. *Ratio eſt quia ſicuti umbra ſtyli eſt æqualis ſtylo, ita umbra altitudinis altitudini.*

Propoſitio XXVIII.

Metiri altitudines verticales acceſſibiles per umbram ope Quadrati & Quadrantis.

Videlicon II. Fig. 262.

QVADRATO. Colloca Quadratum horizonti perpendiculare, ut figura monſtrat (vel, quod perinde eſt, inverſo ſitu, ut latus A D ſit terræ parallelum) & regulam dioptricam A O eleva ac deprime tamdiu, donec radius ſolis per utriuſque pinnacidii E & F foraminulum tranſeat. Tum ſi regula cadit in angulum C, altitudo rei menſurandæ eſt præciſè æqualis ſuæ umbræ, ac proinde menſurata umbra uſque ad radicem altitudinis, ſcietur altitudo. Si cadit in latus rectum B C, v.g. in partem ſexageſimam: umbra eſt minor quam altitudo, & quam proportionem habent 60 ad 100, eandem habet umbra altitudinis ad altitudinem. Si cadit in latus verſum C D, v. g. in partem 80, umbra eſt major quam altitudo, & ut ſe habet 80 ad 100: ita umbra altitudinis ad altitudinem. *Ratio patet ex dictis de uſu Quadrati in præcedentibus.*

QVADRANTE. Colloca Quadrantem ut Quadratum, & eleva ac deprime regulam A O ut antea. Si cadit in gradum 45: umbra altitudinis eſt ipſi æqualis. Si cadit citra 45. v. g. in gradum 30. umbra eſt major & ſe habet ad altitudinem ſicut ſinus complementi anguli 30 graduum ad ſinum anguli 30. grad. Si cadit ultra 45, v. g in 70 grad. umbra eſt minor altitudine, & ſe habet ad illam iterum ut ſinus complementi anguli 70 grad. ad ſinum anguli 70 graduum. *Ratio patet ex dictis in Trigonom. de ſinibus.*

In omnibus tamen caſibus ad altitudinem inventam debet addi altitudo Inſtrumenti ſupra terram. Qui in uſu Quadrati vult evitare calculum arithmetica, obſervet in acceſſu & receſſu ab altitudine ad quod diximus cap. 6. in Annot. 3.

Propoſitio XXIX.

Foſſæ aut fluvii non adeo magni latitudinem metiri pileo capiti impoſito.

Metiri latitudinem pileo.

I. STans erectus ad unam ripam fluvii, reſpice ad alteram, & limbum pilei capiti impoſiti tam diu deprime & eleva, donec radius viſualis radat limbum, & terminetur ad alteram ripam. II. Manente eodem corporis & pilei ſitu, verte te, & in planitie nota ſignum in quod terminatur radius viſualis radens limbum pilei. III. Metire ſpatium inter te & ſignum notatũ: huic enim ſpatio æqualis eſt fluvii latitudo. In figura præſente fluvius ſit A D, homo erectus A B, radius viſualis ex oculo B. emiſſus, & radens limbum B C, terminatusque in D, ſit B C D. Manente hoc ſitu erecti corporis & depreſſi pilei, vertat ſe, & reſpiciat ſignum E, per radium B C E. Spatium A E erit æquale ſpatio A D. *Ratio deſumitur ex 26. pri. Euclid. nam duo anguli A B D, B A D, ſunt æquales duobus A B E, B A E, ex conſtructione & ſuppoſitione, & latus A B utrique adiacens eſt commune utriqueque triangulo B A D, B A E; ergo & latera A D, A E, æqualia ſunt.*

Videlicon. niſmi D. Fig. 281.

Propoſitio XXX.

Aliter idem facere baculo & bacillo.

FAcilius & ſecurius idem facies hoc modo I. Ad ripam A fluminis A D, erige perpendiculariter (ope perpendiculi) baculum A B; & fiſſura facta in B, infige ipſi baculum G C. II. Applicato oculo ad G, & reſpiciendo ſupra dorſum bacilli, eleva ac deprime eum intra fiſſuram B tam diu, donec radius viſualis G C D cadat in alteram ripam D. III. Immoto manente angulo C B A, verte baculum A B cum bacillo infixo, & applicato oculo ad F reſpice per bacilli dorſum in ſignum aliquod E in planitie. Diſtantia A E erit æqualis latitudini fluminis A D. *Ratio eſt eadem quæ antea.*

Metiri latitudinem baculo & bacillo.

Videlconiſmi D. Fig. 281.

Propoſitio XXXI.

Altitudines verticales acceſſibiles metiri eodem baculo & bacillo.

SIt turris, columna, arbor &c. F G, perpendiculariter erecta. Statue bacillum A B diviſum in 10. æquales partes, in A perpendiculariter erectum & applicato oculo ad C bacilli C B D, dirige per ejus dorſum C B D radium viſualem in F. II. Applicato oculo ad D, dirige radium in E, & ibi nota ſignum aliquod. III. Metire ſpatium E A 6 v. g & ſpatium E G 20 v. g. & dic per Regulam Trium: ſi E A 6, dat A B 10, quid dat E G 20? invenies altitudinem G F pedum $33\frac{1}{3}$ *Ratio eſt quia triangula E A B, E G F, ſunt æquiangula, ut conſideranti patet; ergo per 4. Sexti, &c.*

Metiri altitudinem baculo & bacillo.

Videlconiſmi D Fig. 282.

Hinc patet, quomodo reperiri poſſit altitudo feneſtræ H F in turri G F, ſi nimirum modo dicto reperiatur primo altitudo G F, deinde altitudo G H, & hæc ab illa ſubtrahatur; remanebit enim H F.

Propoſitio XXXII.

Aliter idem facere ſolo baculo A B, ſine bacillo C B D & ſine arithmetica.

SIt ut antea turris, arbor, &c. G F. Accipe baculum A B æqualem tuæ ſtaturæ à pedibus ad oculos: & jacens ſupinus in terra, erige

Metiri altitudinẽ ſolo bacillo.

baculum

baculum perpendiculariter inter pedes compreſſos, & rependo accede aut diſcede à G F, donec per B videas F, id eſt, donec radius viſualis ex oculo tuo E egrediens, & radens terminum B, terminetur præciſè in F. Spatium ab oculo E uſque ad G, erit æquale arbori F G. *Ratio eſt, quia ſicut latus E A eſt æquale lateri A B, ita latus E G eſt æquale lateri G F*, per 4. Sexti.

Propoſitio XXXIII.

Idem efficere baculo & bacillo, ſine arithmetica.

BAcillus CBD cum bacillo A B præcedentis figuræ, faciat angulum A B C 45 graduum, ſeu ſemirectum: Quo habito, accede & recede, erigendo identidem baculum A B perpendiculariter, & reſpiciendo per dorſum C B D verſus F, donec videas F per dictum dorſum bacilli CBD. Hoc facto, fige baculum A B, & applicato oculo ad D, nota ſignum E. Spatium EG erit æquale altitudini GF. *Ratio eſt, quia ſi angulus ABC eſt ſemirectus, erit & alter AEB ſemirectus*, per 32. pri. *Ergo* per 6. pri. *latus E A eſt æquale lateri A B. Ergo* per 4. Sex. *ut E A ad A B, ita EG ad GF.*

Propoſitio XXXIV.

Gnomone, ſeu angulo recto metiri rerum altitudines.

Metiri altitudines gnomone ſeu angulo recto.
Vide Iconiſmi D. Fig. 283.

IN tabula lignea delinea angulum rectum A B C, vel potius ex duabus regulis AB, B C, in B orthogonaliter connexis confice gnomonem A B C, ductaſque per medium lineas divide in quotlibet partes æquales, quam fieri poteſt plurimas & minimas. Hoc inſtrumento menſurari poſſunt altitudines rerum eodem fere modo, quod per Quadratum Sit enim menſuranda turris E F, ex ſtatione A diſtante ab E 40 pedibus. Colloca Gnomonem ut vides, & puncto A infige acum, oculoque applicato dirige radium viſualem in F, notando punctum D quod interſecat. Dico, quam proportionem habent partes A B, ad partes B D, eandem habet diſtantia A E ad altitudinem E F. *Ratio deſumitur* ex 4. Sexti.

Nota I. Si à B verſus A numeres tot partes, quot pedes numeraſti ab E uſque ad A, ſcies altitudinem E F ſine arithmetica: nam tot pedum erit altitudo, quot partes erunt à B uſque ad punctum ubi linea viſualis interſecat latus B C. *Ratio eſt eadem: nam ut partes A B ad pedes A E, ita partes B D v.g. ad pedes E F: ſed partes A B & pedes A E ſunt pares numero: ergo & partes B D ac pedes E F.*

Nota II. Si tam lateri AB, quam lateri BC accommodes acum aut ſtylum mobilem, qui nimirum moveri ad libitum verſus B ac removeri queat; commodius erit: tunc enim applicato uno ſtylo ad A v. g. poteris alterum in latere B C movere ſurſum ac deorſum donec radius viſualis per utriuſque apicem tranſeat, & terminetur ad F.

Metiri latitudines gnomone.
Vide Iconiſmi D. Fig. 284.

Propoſitio XXXV.

Gnomone metiri rerum latitudines.

SIt fluvii latitudo AG. Per ſtylos lateris BA dirige viſum in G, & per ſtylos lateris B C in ſignum D. Metire diſtantiam BD, & ſit v.g. 50 pedum. Colloca gnomonem in D, relicto baculo in B, & ab E uſque ad D numera 50 partes; ſtylo applicato ad D, dirige primo viſum per latus D E in B, deinde in ſignum G, & nota punctum interſectionis F. Dico, quot partes erunt in E F, tot pedes erunt in B G. *Ratio eſt eadem quæ antea.*

Nota. *Ingenioſus Tyro facile applicabit Inſtrumentum ad alios caſus in præcedentibus capitibus propoſitos. Si regula CB, B A, mobiles fiant circa B, ut inſtar circini aperiri & claudi, ſeu dilatari & conſtringi poſſint; immenſum uſum habebit Inſtrumentum. Quæ omnia ingenioſis conſideranda relinquo.*

Propoſitio XXXVI.

Speculo plano, aut vaſe aqua pleno, metiri rerum altitudines.

Metiri altitudines ſpeculo.
Vide Iconiſmi D. Fig. 285.

SIt domus A B, ad cujus baſim accedi queat. Colloca ſpeculum in C aliquot pedibus remoto, & recede verſus D donec videas in ſpeculo ſummitatem B, & nihil amplius. Metire deinde tuam ſtaturam D E, quæ ſit 6 pedum: & diſtantiam DC à ſpeculo, quæ ſit 5 pedum; & diſtantiam CA ſpeculi à domo, quæ ſit 18 pedum. Dic jam, ut C D 5, ad D E 6, ita C A 18, ad A B. Invenies 21⅗ pedum pro A B. *Ratio eſt, quia triangula B A C, EDC ſunt æquiangula: nam anguli ad A & D ſunt recti, ex ſuppoſitione: angulus incidentiæ BCA, eſt æqualis angulo reflexionis E C D, ut demonſtramus in Magia par. 1 lib. 6. Præluſ 2 Propoſit.* 1. *Ergo* per 4. Sexti *ut C D ad D E, ita C A ad AB.* Si ſpeculo deſtitutus es, accipe vas aqua limpidiſſima plenum & utere illo tanquam ſpeculo.

Si domus AB non poteſt accedi, utere duabus ſtationibus, collocando ſpeculum primo in K ſecundo in C, ſic: Ex K recede in F, donec videas ſummitatem B, & nota diſtantiam K F, quæ ſit v.g. 5 pedum. Ex C recede in D, donec videas iterum in ſpeculo ſummitatem B, & nota diſtantiam CD, quæ ſit v.g. 12 pedum: D I aut ſit æqualis ipſi K F, nimirum 5 pedum, ideoque I C 7 pedum: diſtantia denique inter duas ſtationes ſeu loca ſpeculi K & C, ſit 20. Dic jam: ut D I 5, ſeu KF, ad IC 7, ita CK 20 ad K A: invenies K A 28 pedum. Habita jam diſtantia K A, habebis altitudinem AB, ſi dicas: ut KF ad FG, ita KA ad AB. *Ratio eſt eadem quæ in aliis ſimilibus caſibus duarum ſtationum.*

Ex his pateat, quomodo per duas ſtationes reperiatur diſtantia A K, ſi A K eſt foſſa ante domum AB.

Propoſitio XXXVII.

Fluminis latitudinem, aut duorum locorum diſtantiam non adeo magnam, fixis ſolum in campo baculis metiri.

Metiri locorum diſtantias pluribus baculis.
Vide Iconiſmi D. Fig. 284.

SIt inveſtiganda latitudo fluminis, aut duorum locorū diſtantia GA Ab A, fixo prius baculo, procede uſq; ad H, ita ut H A cum A B cōſtituat angulum rectum; ſitq; diſtantia AH 100 pedum v g Fixo deinde baculo in H, recede ad angulum rectum in I, ſitq; diſtantia HI pedum v.g. 30. Demum fixo baculo in I, recede ad angulum rectum

verſus D, donec in eadem recta linea videas baculum H & ſignum G, per radium viſualem D HG. Metire jam diſtantiam D I, quæ ſit v.g. 40 pedum, & dic: Ut D I 40, ad I H 30, ita H A 100 ad A G 60. *Ratio eſt, quia triangula D I H, H A G, ſunt ſimilia.*

Innumera alia quæ occurrunt, omitto, & ad Planimetriam pergo.

PARS SECUNDA.

De Planimetria, ſeu ſuperficierum dimenſione.

Planimetria, ſeu ſuperficierum dimenſio

Superficies apud Mathematicos eſt magnitudo longa, ac lata, carens profunditate. Geometræ tamen practici & Agrimenſores nomine ſuperficierum intelligunt planities camporum, hortorum, vinearum, pratorum, lacuum, & ſimilium rerum: item ſylvas per planities extenſas; & quidquid denique in longum, in latum, in circulum, & in quamcunque figuram planam eſt extenſum, & ſecundum ſuperficiem ſuam menſurabile. Dividitur ſuperficies in planam, cavam, & convexam. Plana in rectilineam, curvilineam, circularem, & mixtam. Rectilineæ ſunt, quæ rectis circumſcribuntur lineis, ſeu quorum omnia latera ſunt recta. Hæ dividuntur in trilateras, quadrilateras, & multilateras, ſive in triangulares, quadrangulares, & multangulares; quæ etiam vocantur græcè trigona, tetragona, & polygona. Trilatera ſeu triangulares appellantur triangula, & dividuntur in triangula rectangula, & obliquangula: & hæc in acutangula, & obtuſangula. Hæ tres triangulorum ſpecies appellantur græcè triangula orthogonia, oxygonia, & amblygonia. Quadrilatera ſuperficies dividuntur in quadrata, altera parte longiora, ſeu oblonga, rhombos, rhomboides, & trapezia. Multilatera in regulares, & irregulares. Inter curvilineas numerantur ſuperficies hyperbolica, parabolica, elliptica, quas aliqui ovalles vocant. Circulares ſunt circuli. Mixta ſunt circulorum ſegmenta. Cavæ ſuperficies ſunt interiores ſphærarum, cylindrorum, conorum, & ſimilium corporum intus cavorum. Convexæ ſunt exteriores eorundem corporum. Omnium ferè definitiones cum appropriatis diagrammatis dedimus lib. 1. Quæ deſunt, dabimus hac libri hujus parte, de harum omnium dimenſione nunc agemus. Recolenda ſunt quæ diximus initio hujus libri de famoſis menſuris ſimplicibus & quadratis; ſimplicibus enim latera, quadratis areas ſeu capacitates ſuperficierum metimur, ut ibi diximus.

Superficies & ejus diviſio.

Propoſitio I.

Parallelogrammorum rectangulorum areas metiri.

Parallelogramma metiri.

Quid, & quotuplex ſit parallelogrammum, diximus lib. 1. cap. 3. a. 4. quæ prius relegenda ſunt. Area cujuslibet figuræ planæ ſeu ſuperficiei, eſt capacitas ſeu ſpatium intra latera ipſius cõtentum. Hoc eſt in parallelogrammis rectangulis reperies ſic. *Metire nota aliqua menſura (ut palmis, pedibus, &c.) duo quæcunque ejus latera circa eundem angulum rectum: deinde duc unum latus in alterũ, hoc eſt, multiplica unius lateris numerũ per alterius lateris numerum: productum enim erit area figuræ propoſitæ in menſuris quadratis.* Sit quadratum AB CD, cujus ſingula latera contineant 5 pedes ſimplices. Duc AB in AD, id eſt, 5 in 5; productum 25 eſt area quæſita. Habebit ergo dicta ſuperficies 25 pedes quadratos, hoc eſt, continebit 25 quadratula, quorum quodlibet ſit longum & latum uno pede ſimplici. Sit iterum oblongum EFGH, cujus latus EH ſit 3. EF 5 palmorũ ſimpliciũ: Multiplica 5 per 3, producentur 15; ac proinde dicta ſuperficies continebit 15 palmos quadratos. *Ratio deſumitur ex Propoſit. 2. lib. 2. Elem. Euclidis, & patet ex ipſis figuris. Si enim A B dividatur in 5 æquales partes, quarum quælibet ſit unius pedis, & A D ſimiliter in 5, & a punctis diviſionum ad oppoſita latera ducantur parallelæ; reſultant 25 quadratula, quorum quodlibet eſt longũ & latum uno pede ſimplici ac proinde unumquodque eſt pes quadratus; quæ quidem 25 quadratula quia explent totam aream ſeu capacitatem figuræ propoſitæ, meritò dicitur eſſe 25 pedum quadratorum. Rectè ergo diximus, figuræ rectangulæ quadrilateræ aream inveniri ex ductu unius lateris in alterum. Et hoc vult Euclides lib 2. Elem. Defin. 1. dicens, omne parallelogrammum rectangulum contineri ſub rectis duabus lineis, quæ rectum comprehendunt angulum; quia videlicet quælibet hujuſmodi duæ lineæ exprimunt totam parallelogrammi magnitudinem, una quidem longitudinem, ut ibidem explicavimus. Cur autem duo latera circa rectum angulum debeant in ſe mutuo duci, poteſt adſignari hæc ratio. Superficies concipitur oriri ex fluxu lineæ: hinc ſi duæ lineæ pedales AE, AG, ita ſibi mutuo inſiſtant in A, ut efficiant angulum rectum, & concipiatur lineam A G moveri in tranſverſum verſus E F, ita ut cum linea AE ſemper efficiat angulum rectum A, & relinquat poſt ſe veſtigium ſui; naſcetur ex tali fluxu ſuperficies pedalis quadrata AEFG. Eadem ſuperficies naſcetur, ſi linea AE cogitetur deſcendere verſus GF, ita ut cum AG ſemper conſtituat angulum rectum A. Simili igitur ratione, ſi duæ lineæ AB, AD, quarum quælibet ſit 5 pedum ſimplicium, moveantur dicto modo; orietur ſuperficies 25 pedum quadratorum. Atque hoc eſt, duci unam lineam in aliam.* Hæc pro Tyronibus dixerim.

Videlicet E. Fig. 286.

Corollarium.

Colligitur hinc, qua ratione, ſi quis pavimentum quadrilaterum rectangulum lateribus rectangulis ſternere velit, laterculorum numerum invenire queat. Si enim laterculi ſunt quadrati, id ſciet, ſi alterutro laterculi latere metiatur duo pavimenti latera circa eundem angulum, & duos inventos numeros in ſe invicem ducat; productum enim dabit ſummam laterculorum neceſſariorum. Si verò laterculi ſunt oblongi, metire unum pavimenti latus longitudine, alterum latitudine laterculi, & numerum unum duc in alterum; producti enim ſumma dabit ſummam laterculorum

Pro-

Digitized by Google

ad AC, eandem habet latus b a *ad latus* a c: *& permutando*, per 16. quinti, *quam proportionem habet latus B A ad latus* b a, *eandem habet latus A C ad latus* a c: *Atque ex operatione facta, latus B A continet tot pedes, quot particulas continet* b a: *Ergo & latus A C continebit tot pedes, quot particulas continet* a c: *quod erat demonſtrandum.*

Annotatio I.

Si numeres particulas intercepti lateris b c, *habebis etiam diſtantiam inter loca B & C in pedibus. Ratio eſt eadem quæ antea.*

II. Non eſt neceſſarium ut angulus A vel a *ſit rectus, ſed poteſt eſſe vel obtuſus, vel acutus, prout occaſio tulerit. In quibus caſibus operatio per Pantometrum eſt longe facilior, quam per Quadratum, ut ex dictis patet.*

III. Si tantus eſſet numerus pedum inter duo ſigna A & B, ut in lineam a b *tabulæ ſeu charta non poſſet transferri numerus particularum æqualis numero pedum, tunc vel minue numerum pedum aſſumendo minorem diſtantiam AB: vel unicuique particula linea Curſoris diviſa attribue duas, aut tres, pluresve partes, hoc eſt, æſtima quamlibet eſſe ſubdiviſam in duas, tres, aut plures. E contrario, ſi numerus pedum inter A & B eſt nimis parvus, computa duas, aut tres, pluresve Curſoris particulas pro una, ut ſic triangulum* a b c *in tabula formetur aliquanto maius ac diſtinctius.*

IV. Prout latitudo A C menſuranda eſt magna, vel parva, aſſumenda eſt magna aut parva diſtantia A B, ut diſtinctior fiat triangulus a b c *in charta.*

V. Si ſpatium inter A & B non eſt æquale, ſed cavitates, & tubercula habeat, extendatur chorda, aut catenula in pedes diviſa.

VI. Si inquirenda eſt diſtantia alicuius rei ampla, obſervetur in ea ſignum aliquod determinatum ac parvum ex loco A & ex loco B.

VII. Si vis ſcire diſtantiam inter A & C in palmis, cubitis, paſſibus, &c. metire diſtantiam inter A & B palmis, cubitis, paſſibus.

Propoſitio III.

Metiri diſtantiam inter duos terminos Quadrante, quando ad unum illorum accedi poteſt.

Quadrantis geometrici uſus in Longimetria. **A**D *dimetiendi artem per Quadrantem, neceſſaria ſunt tabulæ ſinuum, tangentiũ, & ſecantium, quas ſuprà dedimus. In exemplis afferendis aſſumemus radium* 100000 *partium. Qui nudâ praxi contentus eſſe volet, poterit tranſilire rationes quas ex elementis Euclidis & Trigonometria petemus in demonſtrationibus inſinuandis.*

Vide Iconiſmi D Fig. 269. *Primus Caſus, quando formatur triangulum rectangulum.* Sit menſuranda diſtantia inter A & B. Colloca quadrantem in A, parallelum horizonti: & per dioptras lateris A C reſpice ſignum B: per dioptras verò lateris A E reſpice ſignum D electum ad libitum. Relicto deinde baculo in A, metire diſtantiam inter A & D in pedibus (aut palmis, paſſibus, &c.) & colloca Quadrantem in D, ac per dioptras lateris DF reſpice baculum A, regulam verò diopticam DG dirige in B, donec per dioptras illud videas: & nota quot graduum ſit arcus F G, ſeu angulus F D G. His peractis, reſultat triangulum rectangulum DAB: in quo cum quodlibet latus poſſit aſſumi pro ſinu anguli oppoſiti: aut unum pro radio, & reliqua duo pro tangente & ſecante, *per 1. propoſit. Trigon. Pract.* Item in eodem triangulo cum anguli acuti ſint noti, ut ADB ex ipſo Quadrante, & ABD *per 32. pri. Euclid.* utpote complementum ad rectum: & conſequenter cum noti ſint ſinus eorundem angulorum ex tabula ſinuum: & inſuper cum notum ſit latus A D in pedibus per menſurationem: fit ex his tribus cognitis notum latus AB, per regulam auream, ſi operis, ut *in 6. propoſit. Trigonom. Pract.* præſcribitur. Sit igitur latus A D 12. pedum. v.g. & angulus A D B 48 grad. erit ergo reliquus A B D 42. grad. Si ergo dicas: ut ſinus anguli D B A grad. 42. qui eſt partium 66913, ad ſinum anguli ADB grad. 48, nempe part. 74314: ita latus DA pedum 12, ad latus AB: invenies per regulam auream latus A B pedum $13\frac{1}{3}$. Eandem diſtantiam invenies, ſi D A fiat radius, & A B tangens anguli A D B. Si idem DA fiat radius, & BD ſecans anguli ADB: habebis etiam latus D B in pedibus.

Secundus caſus, quando triangulum oxygonium formatur. Si in A obſerves ſignum D ſub angulo acuto BAD ex Quadrante noto, & metiaris diſtantiam A D, collocesque Quadrantem in D, & iuxta latus D E reſpicias ſignum in A relictum: per diopticam vero Regulam D G locum B, notesque angulum ADB: invenies nihilominus diſtantiam AB, *per 25. propoſit. Trigonom. Pract.* Vide Iconiſmi D. Fig. 270. Nam cum iterum ſingula trianguli latera aſſumi poſſint pro ſinibus angulorum oppoſitorum, *per 11. & 12. Propoſit. Trigon. Pract.* & duo anguli BAD, ADB noti ſint ex Quadrante, reliquus verò ABD *per 32. pri.* noti etiam erunt eorum ſinus: Cum igitur & latus A D ſit notum in pedibus: fiet etiam latus A B notum, per auream regulam. Sit enim ut antea latus A D pedum 12, & angulus DA B grad. 26, angulus verò B D A grad. 80 erit reliquus DBA grad. 38. Si ergo dicas: ut ſinus anguli D B A grad 38. & part. 61566, ad ſinum anguli BD A grad. 80. & part, 98481: ita latus AD pedum 12 ad latus A B: invenies per regulam auream dictum latus A B pedum $19\frac{1}{3}$ fere. Simili modo invenies latus DB.

Tertius caſus, quando formatur triangulum amblygonium. Si denique in A obſerves locum B per dioptras lateris C A, ſignum verò D per Regulam diopticam AF ſub angulo obtuſo BAD: notatoque dicto angulo, & relicto baculo in A, transferas Quadrantem in D, & per latus DE reſpicias baculum A, per Regulam verò D G locum B, & notes angulum A D B: ſcies etiam angulum ABD *per 32. pri.* Cum igitur & latus AD, & ſinus angulorum noti ſint, notum fiet ex illis latus AB. Vide Iconiſmi D. Fig. 271. Sit enim angulus EAF grad. 50; additus ergo angulo recto B A E, fiet angulus obtuſus BAD grad 140. Sit præterea angulus ADB grad. 24: erit reliquus DBA grad. 16. Sit denique latus AD pedum 12. Si dicas: ut ſinus anguli ADB grad. 16, & par. 27564, ad ſinum anguli A D B grad. 24, & par. 40674: ita latus A D ped. 12. ad latus AB: reperies ipſum AB pedum $17\frac{7}{10}$. Simili modo invenies latus D B.

Pro-

Propoſitio IV.

Diſtantiam duorum locorum metiri, quando ad neutrum accedi poteſt, licet tamen retocedere in directum.

Videlco-niſmi D. Fig. 272.

SIt menſuranda diſtantia inter loca A & D, ad quorum neutrum accedere poſſis, poſſis tamen recedere in directum verſus *B*, & ex *B* verſus C (ſive ad dexteram, ſive ad ſiniſtram) indeque videre utrumque extremum A & D. Sic operare.

QVADRATO. Colloca Quadratum in *B*, & per latus *B ad* reſpice verſus loca A & D, per latus verò *Bc* reſpice verſus ſignum aliquod C. Deinde metire diſtantiam *BC* in pedibus, & colloca Quadratum in C, ac per latus C*b* reſpice baculum in *B* rectum; Per regulam verò diopticam reſpice primo ad locum A, & nota partes inter *ba* lateris Quadrati; deinde in locum D, & nota partes inter *bd*. Tandem dic: ut C*b* ad *ba*, ita *CB* ad *BA*. iterum: ut C *b* ad *bd*, ita *CB* ad *B D*. Subtrahe jam *BA* à *BD*, & remanebit diſtantia AD nota in pedibus. *Ratio eſt, quia triangula CBD, & c b d, ſunt æquiangula, ut conſideranti patet; ergo & latera proportionalia.* Quod ſi regula dioptrica cadat ſemel in latus *b* F, & ſemel in latus E F; extendatur regula ex *b* in G, & fiat, ut C*b* ad *b* G, ita C B ad aliud ſubtrahatorque minor diſtantia à majori. Si verò bis caderet in latus E F, extendatur regula *b*F uſque ad remotiſſimam diopteram, & operatio inſtituatur ut antea.

PANTOMETRO. Colloca Pantometrum in B, & per Regulam diopticam lateri ejus affixam reſpice verſus A & D, & in charta Pantometri duc rectam B *ad* juxta latus Curſoris. Iterum per eandem Regulam diopticam reſpice verſus C, & in charta duc rectam B*c*. Deinde relicto baculo in B, & menſuratâ diſtantiâ B C in pedibus, transfer in lineam B*c* notatam tot particulas ex linea Curſoris diviſa, à B verſus *c*, quot pedes numeraſti à B ad C. Demum colloca Pantometrum in C, & poſito Curſore ſupra lineam C*b* antea in charta ductam, dirige Regulam diopticam in B: deinde poſito Curſore ſupra punctum *c*, dirige primò Regulam diopticam in A, deinde in D, ductis interim juxta latus Curſoris lineis *ca*, *cd*. Dico diſtantiam AD continere tot pedes, quot particulas continet recta *ad*. *Ratio eſt, quia triangula C AD, c a d ſunt æquiangula: nam anguli ad* a & d *ſunt æquales angulis ad C & D*, per 29. pri. *& angulus ad C eſt communis: ergo, &c.*

QVADRANTE Collocetur Quadrans in B, & per diopteras laterum reſpiciantur primò A & D ſub una linea viſuali, deinde C. Deinde collocetur in C, & per latus C*b* reſpiciatur B, per Regulam diopticam termini A & D: notenturque anguli *b* C*a*, *b* C*d*. Quibus habitis, una cum latere C B, habentur & anguli B A C, BDC: & tam horum, quam illorum ſinus ex tabula: ergo & latera B A, & B D habebuntur: ſubtractoque BA à BD, remanebit AD. *Ratio ſumitur ex propoſit. 11, & 12. & 15. noſtra Trigonom. Pract.*

Monitio ad Tyrones.

BRevitatis cauſa omitte multos alios caſus ac modos menſurandi diſtantias horizontales duorum aut etiam plurium locorum, quot invenies diligenter pertractates in Pantometro: quos qui habet ingenium, facilè applicabit ad Quadratum & Quadrantem.

CAPUT III.

De dimenſione altitudinum verticalium.

ALtitudines verticales voco illas, quæ inſiſtunt horizonti perpendiculariter, ut ſunt turres tectæ, ædificia, arbores, columnæ, & ſimilia.

Propoſitio V.

Altitudines verticales, ad quas acceſſus patet, Quadrato metiri.

Altitudines verticales metiri multis modis.

ESto turris AB, cujus altitudinem ſcire oporteat. Poteſt id fieri vel ex diſtantia AC, vel AD, vel AE, & alia quavis, dummodo menſurari famosâ aliquâ menſurari poſſit.

Videlconiſmi D. Fig. 273.

Fiat primò ex diſtantia A C 60 pedum. Colloca igitur Quadratum è latere pedis ſuſpenſum in C, ita ut latera C L, I K ſint ad horizontem perpendicularia; quod fit ope perpendiculi à puncto L ſuſpenſi: ſi enim congruit lineæ L C, Quadratum eſt horizonti perpendiculare. His factis, dirige Regulam diopticam C F verſus turris cacumen B, quæ cadat in latus I K. Ponamus autem Quadri latera eſſe in 10 (aut in 100, perinde eſt) partes diviſa, & partes abſciſſas inter I & F eſſe 5. Quo poſito, utere regula proportionū hoc modo: Latus Quadrati C I 10, dat diſtantiā G A 60, quid dant partes abſciſſæ IF 5? Reperies operatione abſoluta altitudinem turris AB pedum 30. *Ratio eſt, quia duo triangula CIF, CAB, ſunt æquiangula; nam anguli ad I & A ſunt recti. angulus ACB eſt utrique communis: & reliqui ſunt æquales* per 32. pri. *Ergo, &c.*

Fiat ſecundo ex diſtantia A D 30. Collocato igitur Inſtrumento in D modo antea dicto & directa regula dioptrica D G in B, cadat ea in angulum G Quadrati, fiantq; duo triangula D IG, D A B. Dic jam per regulam auream: Ut D I 10 ad D A 30: ita IG 10, ad A B. Facta operatione invenies 30 pro altitudine turris. *Ratio eſt, quia dicta duo triangula ſunt æquiangula, & habent latera æqualibus angulis adjacentia proportionalia.*

Fiat tertiò ex diſtantia AE 15 pedum, cadatque regula dioptrica E H in punctum H lateris L K, ſintque inter H & L partes 5. Dic igitur: ut H L 5, ad E A 15; ita L E 10, ad A B. Reperies facta operatione regulæ trium, AB eſſe 30 pedum. *Ratio eſt, quia ELH, BAE, ſunt triangula æquiangula: nam anguli ad L & ad A ſunt recti; & tam anguli E HL, AEB, quam anguli AEB, HEL ſunt æquales*, per 29. pri. *Ergo, &c.*

Ex his colligitur, quando Regula dioptrica in aliqua diſtantia cadit in angulum G Quadrati, altitudinem eſſe æqualem diſtantiæ: quando cadit in latus KL, altitudinem eſſe majorem diſtantiâ: quando denique cadit in latus K I, eſſe minorem. Nota tamen ad altitudinem inventam adjici debere altitudinem pedis Inſtrumenti, ut dicetur Propoſitio-

Digitized by Google

ſitione ſequente. Colligitur præterea, quomodo inveniantur diametrales EB, DB, CB, eadem opera.

Propoſitio VI.

Altitudines verticales, ad quas accedi poteſt, metiri Pantometro.

Vide Iconiſmi D. Fig. 274. ESto turris, domus, &c. A B, ad horizontem perpendicularis, ad quam accedere poſſis. Numera à B baſi turris uſque ad C, quotlibet pedes; & colloca Inſtrumentum ſupra pedem ſuum accommodatum, ita ut ſit horizonti perpendiculare, prout figura monſtrat; directâque Regulâ diopticâ in B, fac juxta Curſoris latus lineam C *b* in charta horizonti parallelam. Deinde rectâ eâdem Regulâ in A, & poſito Curſore ſupra C punctum, duc lineam C *a*. His factis, numera à C uſque ad *b* tot particulas, quot pedes numeraſti à C uſque ad B; & ex *b* erige perpendicularem *b a*, quæ interſecet lineam C *a* in *a*. Dico, particulas lineæ *b a* dare pedes altitudinis BA. *Ratio eſt, quia in duobus triangulis A B C, ab* C, *angulus ad C eſt communis utrique, anguli ad B & b ſunt recti ex ſuppoſitione & operatione: anguli denique ad A & a ſunt æquales*, per 32 pri. & 29. ejusd. *Ergo ut particula C b ad particulas b a, ita pedes CB ad pedes B A* per 4. Sexti, & 16. Quinti.

Annotatio I.

ALtitudini AB inventa debes adjicere altitudinem pedis Inſtrumenti, nempe altitudinem CF, ſeu BG ipſi æqualem: nam per operationem factam reperitur ſolum altitudo AB, non AG. II. Particulæ lineæ C a dant pedes lineæ diametralis C A, propter cauſam antea dictam. III. Si ſpatium inter B & C non eſt æquale, extende chordam. Si eſt declive, dirige Regulam diopticam horizonti parallelā in turrim, & nota in ipſa turri punctum v. g. B ad quod terminatur radius viſualis: facta enim operatione modo dicto, habebis altitudinem à cacumine uſque ad punctum B notatum: cui altitudini ſi adjicias ſpatium B G uſque ad terram, habebis totam altitudinem turris.

Corollarium.

HInc colligitur quomodo menſuranda ſit portio alicujus altitudinis verticalis, v. g. diſtantia inter feneſtram D & cacumen A, item diſtantia inter duas feneſtras D & E. Si enim primo inveſtiges altitudinem majorem B A, modo dicto, deinde minorem BD, hanc ab illa ſubtrahas, habebis diſtantiam inter D & A. Eodem modo invenies diſtantiam inter E & D. Idem intellige circa uſum Quadrantis ſequentis.

Propoſitio VII.

Metiri altitudinem perpendicularem AB Quadrante, quando ad ipſius baſin B accedi poteſt,

STatue Quadrantem in loco C, diſtante à B 20 pedibus; & per dioptram CE aſpice ſummitatem A ſub angulo A C B grad. 60. erit ergo angulus C A B grad. 30. His tribus cognitis, Vide Iconiſmi D. Fig. 275. invenies AB *primò* per ſinus, ſi dicas: Ut ſinus anguli C A B grad. 60, & part. 50000, ad ſinum anguli ACB grad. 60, & part. 86602 ita latus C B pedum 20, ad latus BA pedum $34\frac{3}{5}$ ferè. *Addi tamen debet altitudo Inſtrumenti è terra elevati.* Eandem invenies *ſecundò* per ſinus & tangentes: ſi C B fiat ſinus totus, & AB tangens anguli A C B. Nam ſi dicas: ſinus totus 100000 dat tangentem anguli ACB grad. 60. nempe 173205: quid dat latus CB pedum 20? Invenies enim pro latere A B pedes $34\frac{6}{10}$ ſive $\frac{3}{5}$. *Diametrum ſive hypothenuſam C A eadem opera invenies per ſinus, & per ſecantes. Per ſinus, ſi dicas: ut ſinus anguli B A C grad.* 30. *& par.* 50000, *ad ſinum totum part.* 100000, *ita latus B C pedum* 20, *ad latus C A pedum* 40. *Per ſecantes, ſi facias C B ſinum totum & dicas: ut ſinus totus* 100000, *ad ſecantem anguli ACB grad.* 60, *& par.* 200000: *ita latus B C ad latus C A* 40.

Propoſitio VIII.

Altitudines verticales, ad quas acceſſus non patet, Quadrato metiri per duas ſtationes.

ESto turris AB in diagrammate Propoſit. 5. præcedentis, ſitque diſtantia A E ignora, eò Vide Iconiſmi D. Fig. 273. quòd non poſſit ex E accedi ad A. Fiant *primò* obſervationes duæ in E & D. Et in E quidem obſervetur per pinnulas regulæ E H, cacumen turris B, & notentur partes L H 5 in latere L K abſciſſæ. Deinde transferatur Inſtrumentum ex E in D ſecundum lineam rectam A D, & obſervetur ſimiliter per regulam D G cacumen B cadatque regula in angulum G, & ſit L P ipſi L H æqualis, nempe 5 partium: totidemque partium ſit HK, vel PK, cum tota LK ſit 10 partium: diſtantia vero inter duas ſtationes E & D ſit 15 pedum. *Cum igitur duo triangula PDG, EBD: item duo GLD, BAD, ſint ſimilia, ut conſideranti patet*; Si dicas: GP 5, dat ED 15 quid dat L K, ſive L G 10? Reperies diſtantiam AD 30 pedum. Et quia in ſtatione D regula cadit in angulum G: erit altitudo turris AB diſtantiæ AD æqualis, nempe 30 pedum, eò quòd ſicuti G L eſt æqualis ipſi L D, ita AD eſt æqualis ipſi AB.

Fiant *ſecundò* obſervationes duæ in D & C, cadatque in D regula dioptrica in angulum G, in C verò cadat in punctum F lateris I K, ſitque diſtantia DC 36 pedum. Extendatur ex L per K regula quædam diviſa uſque in M, donec ſcilicet attingat regulam diopticam C F protenſam; habeatque K M partes 12, & conſequenter tota L M partes 12, & conſequenter tota L M partes 22, quoniam K L eſt 10 partium. Igitur ſi dicas: KM 12, dat C D 36; quid dat LM 22? reperies diſtantiam CA 66 pedum. Sit jam IF partium $4\frac{6}{11}$. *Cum igitur triangula CIF, CAB, ſint ſimilia; ſitq; CI partium* 10, *IF partium* $4\frac{6}{11}$, *& CA pedum* 66: Si dicas: IC 10, dat IF $4\frac{6}{11}$, quid dat CA? reperies AB 30 pedum altitudinis.

Fiant *tertio* duæ obſervationes in E & C, ſitq; diſtantia obſervationū E C pedū 51, & cadat regula dioptrica in obſervatione E in H, in obſervatione verò C in F, & fiat IO æqualis ipſi IF, extendanturq; per LK, & per EO, duæ reg. diviſę, in N concurrentes: ſitq; KN 12. partium: HK 5. ut tota HN ſit 17, remaneatq; HL 5. *Et quia triangula*

EAB

EAB, EHL ſunt ſimilia, eſtq́, LH 5, EL 10. partium: item quia EBC, EHN ſimilia, eſtq́, HN 17, & diſtantia CE 51 pedum; ſi dicas HN 17, dat CE 51; quid dat LH 5? reperies AE 15 pedum. Rurſus, ſi dicas: LH 5, dat AE 15: quid dat EL 10? reperies AB 30 pedum altitudinis. *Omnia melius fortaſſis intelligentur ex ſequenti Propoſitione.*

Propoſitio IX.

Altitudines verticales metiri Pantometro per duas ſtationes, ad quas non patet acceſſus, poteſt tamen in directum retrocedi.

Vide Iconiſmi D. Fig. 176.

ESto ut antea turris AB, ad cujus baſin B accedere non poſſis, propter foſſam, ædes adjunctas, &c. utere duabus ſtationibus in C & D, ſic. Colloca *primò* inſtrumentum in C horizonti perpendiculare, & juxta Curſoris latus duc in charta aut tabula ipſius lineam C*b* horizonti parallelam. Reſpice deinde per dioptras regulæ cacumen A turris & applicato Curſore ſupra punctũ C, duc rectam C*a* in charta. His factis, procede verſus turrim uſque ad D, & numera pedes inter C & D interjectos; ſimulq; in linea C*b* chartæ numera ex C uſq; ad *d* tot particulas, quot pedes numeraſti à ſtatione C uſque ad ſtationem D. His etiam factis colloca Inſtrumentum in D, ita ut *d* inſtrumenti correſpondeat D loci: & dirige regulam dioptricam iterum in cacumen A, Curſorem vero pone ſupra punctum *d* ſeu D, & fac D*a*, quæ interſecet lineam *ca* ſeu C*a* in *a*. Poſt hæc à puncto interſectionis *a* demitte perpendicularem *ab* ad lineam *cb* chartæ. Dico jam, turrim AB continere tot pedes in altitudine, quot particulas continet perpendicularis *ab* chartæ. Dico præterea, rectam *b* D dare latitudinem foſſæ D B, ſi D fuit prope foſſam: *bc* diſtantiam primæ ſtationis C à turri; D*a*, & *ca*, lineas diametrales à locis ſtationum ad cacumen A. *Ratio eſt, quia duo triangula, ACD majus, &* a c D *minus ſunt æquiangula, propterea quod angulus ADC eſt communis utrique, & angulus ACD eſt idem cum angulo* a c D: *& reliqui ſunt æquales*, per 32. pri. *Ergò*, per 4 Sexti, & 16. Quinti, *proportio lateris* D a *minoris, ad latus DA majoris, eſt ſicuti proportio D c minoris, ad DC majoris. Quia ergo latus D c minoris continet tot particulas, quot pedes continet latus DC majoris, & è contra: ſequitur quod etiam latus D a minoris contineat tot particulas, quot pedes continet latus DA majoris, & è contra. Iterum duo triangula ADB majus, & a D b minus, ſunt æquiangula, propterea quod angulus B & b in utroq́, rectus eſt, angulus ADB communis utrique, & reliqui æquales* per 32. pri. *Ergo*, per 4, Sex. & 16. Quin. *proportio lateris* a b *minoris ad latus AB majoris, eſt ſicuti proportio lateris a D minoris ad AD majoris, & è contra. Quoniam igitur AD majores continet tot pedes, quot particulas continet* a D *minoris: ſequitur quod etiam AB majoris contineat tot pedes, quot particulas continet* a b *minoris: quod erat inquirendum.*

Simili modo demonſtrantur cætera quæ in Proportione aſſerui.

Annotationes.

I.

S*I primâ ſtationem facias in D, & ſecundam in C, in C, & ex* d *charta uſque ad* c *ſeu C numeres particulas, & reliqua præſtes ut dictum: invenies eandem altitudinem. II. Non eſt neceſſe ut videatur baſis turris, ſed ſufficit ut Regula & Curſor directi in baſim, ſiat paralleli horizonti, ut fiat linea* C d b *horizonti, parallela. III. Si numeres particulas lateris* D b *trianguli* a D b, *habebis diſtantiam DB. Si vero numeres particulas* c b, *habebis diſtantiam CB: à qua ſi ſubtrahas diſtantiam CD, remanet diſtantia DB. Demonſtratio horum ſimilis eſt præcedenti.*

Corollaria.

I.

E*X dictis colligitur* primò, *qua ratione menſuranda ſit altitudo perpendicularis alicujus montis: etiamſi ad baſim perpendicularis accedi non poſſit propter montis acclivitatem. Si enim ſtationem primam facias in loco* C *à monte remotiori, alteram in D monti propinquiori, & ex utroque loco aſpicias verticem montis, aut ſignum aliquod vertici impoſitum, & reliqua præſtes ut dictum: dabit* a b *perpendicularem AB, à vertice montis uſque ad planum cui mons inſiſtit, & in quo operationem inſtituiſti.* Montis altitudinem metiri.

II *Colligitur* ſecundò, *qua ratione invenienda ſit diſtantia à loco ſtationis, ſeu primæ, ſeu ſecundæ, uſque ad perpendicularem montis aut turris, arcis, &c. monti impoſita. Unde ſi perforandus eſſet mons, & arci impoſita ſupponendus pulvis pyrius; quantum perforandum ſit, ſcies.*

III. *Colligitur* tertiò, *quo modo menſuranda ſit portio alicujus altitudinis verticalis, ad quam non poſſis accedere; ſi nimirum primò inveſtiges majorem, deinde minorem altitudinem, ac demum ſubtrahas minorem à majori.*

Propoſitio X.

Metiri altitudinem perpendicularem AB, quando non poteſt accedi ad ipſius baſim, Quadrante ex duplici ſtatione.

OBſerva ſummitatem A primò in D, deinde in C, ſub angulis ADB grad. 70 & ACB gr. 50: & nota diſtantiam inter CD pedum 20 v. g. Ex his invenies hypothenuſam DA (quâ cognita, cognoſces deinde altitudinem AB) tali pacto. Cum in triangulo ACD notus ſit angulus C gr. 50 ex Quadrante, & notus etiam ſit angulus CDA gr. 110, *per 13. pri. Euclid.* utpote deinceps angulo ADB cognito etiam ex Quadrante, cujus eſt complementum ad duos rectos: & notus præterea ſit angulus CAD grad. 20. *per 32. pri.* & tandem notum ſit latus CD pedum 20. invenies latus DA, ſi dicas: ut ſinus anguli CAD gr. 20. & part. 34201, ad ſinum anguli ACD gr. 50. & part. 76604: ita latus CD pedum 20, ad latus DA. Invenies enim pedes $44\frac{2}{5}$ ferè. Habito latere DA trianguli ADB, cum habeatur etiam angulus ADB grad. 70, ex Quadrante, & angulus B ex ſuppoſitione rectus: ſi AD aſſumas pro ſinu toto, & dicas: ut radius 100000, ad ſinum anguli ADB 70, & part. 93969; ita latus DA pedũ $44\frac{2}{5}$ ad aliud: invenies latus AB ped. $41\frac{9}{10}$ ferè. Si verò dicas: ut ſinus tot⁹ 100000, ad ſinũ ang. DAB 34202, Vide Icon. D. Fig. 175.

ita latus D A $44\frac{2}{3}$, ad aliud, invenies diſtantiam DB. *Huc accommodari poſſunt fere omnia quæ diximus in Annotationibus & Corollariis præcedentis Propoſit.*

Propoſitio XI.

Altitudines in monte poſitas metiri Quadrato, ad quas patet acceſſus.

Altitudinem in monte poſitam metiri.

Vide Iconiſmi D. Fig. 277.

ESto turris A B in monte poſita primò ex D obſervanda. Sit diſtantia à turri D A 40 pedum. Obſervetur igitur per pinnulas regulæ DE cacumen turris B, & demittatur ex E perpendiculum E G, quod in F ſecet latus D H, ſitque DF 6 partium, EF 3. Si ergo dicas: DF 6, dat DA 40; quid dat EF 3? reperies A B 20 pedum altitudinis. *Ratio eſt, quia triangula DAB, DFE, ſunt æquiangula: eſt enim angulus ADB utrique communis; & anguli ABD, FED, ſunt æquales,* per 29 pri. *propterea quod AB, EG ſint parallelæ* per 6. undec. *habent ergo circa æquales angulos latera proportionalia,* per 4. Sexti.

Sit ſecundo eadem turris A B ex C dimetienda. Obſervetur per pinnulas regulæ C E cacumen turris B, & demittatur ex E perpendiculum ſeu filum cum pondere F G, ſitque diſtantia C A 10 pedum, partes inſtrumenti inter C & F 4 partium, partes perpendiculi E F 8. Si igitur dicas: CF 4, dat C A 10; quid dat E F 8? reperies pro AB 20 ut antea. *Ratio eſt, quia triangula C A B, C F E ſunt æquiangula: nam angulus A C B utrique triangulo eſt communis; anguli vero A B C, F E C ſunt æquales* per 29. pri. *ergo &c.*

Propoſitio XII.

Altitudines acceſſibiles in monte poſitas Pantometro metiri.

Vide Iconiſmi D. Fig. 278.

ESto ut antea turris A B. Colloca Pantometrum in loco C, qui diſtet à B pedibus 40, & dirige Regulam diopticam in B, & in A, & juxta latus Curſoris duc lineas C *b*, C *a*. Demum in lineam C *b* à C uſque ad *b* transfer particulas 40, & ope perpendiculi erige perpendicularem *a b*. Dico turrim A B eſſe tot pedum, quot particulas continet *b a*. *Nam triangula ABC, ab C ſunt ſimilia, quia angulus C eſt communis utrique; anguli b & B, a & A, ſunt æquales,* per 29, pri. *Ergo ut Cb ad CB, ita b a* ad *B A.*

Propoſitio XIII.

Altitudines verticales monti impoſitas, & acceſſibiles, Quadrante metiri.

SIt in præcedenti ſchemate menſuranda A B. Collocato Quadrante in C, diſtante à B quantum lubet, ita ut latus E F ſit ad horizontem perpendiculare; dirige regulam in B, & in A, & nota menſuram anguli ACD: quo habito habetur etiam angulus A, utpote complementum ad rectum. Cum igitur & angulus A C B notus ſit ex inſtrumento, notus etiam erit angulus A B C: eſt autem & latus C B notum. Si ergo dicas: ut ſinus anguli A ad ſinum anguli A C B, ita latus CB ad B A: reperies A B in pedibus.

Propoſitio XIV.

Altitudines in monte poſitas, ad quas acceſſus non patet, metiri.

Vide Iconiſmi D. Fig. 277.

QVADRATO. Sit menſuranda altitudo A B figuræ Propoſit. XI. ad quam acceſſus non patet, poteſt tamen in directum retrocedi. Obſervetur cacumen bis, ſemel in C, & iterum in D, ut ibi dictum, transferaturque ex obſervatione in C facta in obſervationem in D factam, HE ex H in K, & demittatur ex K ipſi D C parallela regula K I, donec cum regula D E in I concurrat; ducaturque recta K D. Sit autem diſtantia obſervationum D & C 30 pedum, K I 15 partium, DK 13? Igitur ſi dicas: K I 15, dat DC 30, quid dat D K 13? reperies C B 26. Si rurſus dicas: D K, ſeu C E 13, dat C B 26, quid EF 10: v. g. reperies AB altitudinem turris 20. ped. *Ratio eſt, quia triangula C B D, D K I, ſunt æquiangula: nam anguli B D C, D I K ſunt æquales,* per 29. pri. *utpote alterni, quia D C, K I ſunt parallela. Eandem ob cauſam æquales ſunt anguli C B D, K D I, ſunt enim C B, D K parallelæ, quia eundem angulum cum A D faciunt. Triangula quoque B A C, E F C, æquiangula ſunt, ut propoſit. 7. demonſtratum fuit.*

PANTOMETRO, & QVADRANTE quomodo eadem altitudo menſuranda ſit, facilè ex dictis patet, ideo plura addere ſuperſedeo.

Monitio ad Tyrones.

M*Ultos alios caſus & modos dimetiendi altitudines verticales, quos in Pantometro pertractavi, & facilè ad Quadratum ac Quadrantem accommodari poſſunt, omittere cogor, nè nimium multiplicentur figuræ, ſine quibus explicari ac demõſtrari nõ poſſunt, cujuſmodi ſunt metiri illas quando neq; accedi poteſt, neq; in directũ retrocedi, ſed tantũ ad latus: item ex alia altitudine per duas ſtationes: itẽ majorẽ ex minori, aut minorẽ ex majori, per unicam ſtationem: item altitudinem turris ex ipſa turri, quando baſis turris non poteſt videri: item altitudinem nubium verticalium, & non verticalium: item altitudinem turris in foſſa aut valle poſitam: item altitudinem turris ex ipſa turri, quando nota eſt diſtantia quædam horizontalis à baſi ipſius &c. Nobis ſufficiat uſum trium Inſtrumentorum in dimenſione verticalium altitudinum oſtendiſſe: quem qui intelligit, nullo negotio intelliget uſum quorumlibet aliorum inſtrumentorum geometricorum, à variis excogitatorum: omnium enim eadem eſt ratio, quoniam in omnium uſu formantur duo triangula ſimilia, & ex tribus cognitis venitur in cognitionem quarti ignoti per auream Arithmetica regulam.*

CAPUT IV.

De dimenſione profunditatum.

PRofunditates hîc appello lineas perpendiculariter deſcendentes è loco ſuperiori, vel aſcen-

Profunditatum dimenſio.

aſcendentes ex inferiori: cujuſmodi ſunt profunditates puteorum, vallium, &c. quæ etiam vocari poſſunt verticales profunditates: & eandem ferè dimetiendi rationem habent cum verticalibus altitudinibus.

Propoſitio XV.

Profunditates puteorum metiri.

Vide Iconiſmi D. Fig. 279.

Eſto puteus DFEC, æqualem habens latitudinem, ſuperius DC, inferius FE, ſive rotundæ ſit cavitatis, ſive non. Metire latitudinem DC, quæ ſit v. g. 20 pedum. Deinde applica *Quadratum*, *aut Quadrantem* ut vides, & directâ dioptra in F, nota in Quadrato partes CG 30. v. g. in *Quadrante* arcum CH. Demum dic: ut GC 30, ad CA 100. ita DC vel FE 20 ad EA. Item, ut ſinus anguli FAE, ad ſinum anguli AFE, ita FE ſeu DC ad EA. Vel, ut ſinus totus ad tangentem anguli AFE, ita FE ſeu DC ad EA, *Pantometro ſic utere.* Fac duas rectas AC, CG, interſecantes ſe in C, & ex C uſque in G, transfer 20 particulas, & dirige regulam diopticam in F, utroque Curſore in puncto G duc rectam GA. His factis, tot pedes continebit AE, quot particulas AC. Auferri debet in omnibus tribus operationibus altitudo Inſtrumenti CA à profunditate AE inventa. *Ratio horum omnium ex dictis patet.* Aliis etiam modis inſtitui poteſt operatio, ut in Pantometro dixi, quos omitto.

Propoſitio XVI.

Profunditates vallis metiri ex monte.

Vide Iconiſmi D. Fig. 279.

Mons ſit AFE præcedentis figuræ, altitudo vallis FI, vel EA quæ quæritur. Metire primò per ea quæ dicentur capite ſequenti, diametralem AF. Deinde applica Inſtrumentum ut vides & viſo ſigno F, dic pro *Quadrato*: Ut partes regulæ AG ad partes lateris AC, ita AF ad AE, vel FI. Pro *Quadrante* dic: ut ſinus totus ad ſinum anguli AFE, ita AF ad AE ſeu FI. Pro *Pantometro* transfer ab A uſque in G tot particulas, quot pedum eſt diametralis AF, & per G duc rectam GC perpendicularem ipſi AC, & dic: ut particulæ AG ad particulas AC, ita AF ad AE, ſeu ad FI. *Aliis modis invenire poteſt eadem vallis profunditas in Pantometro inſinuatis, quos omitto: ſicut & praxin inveniendi altitudinem turris in valle poſita.*

CAPUT V.

De dimenſione diſtantiarum diametralium.

Diametrales diſtantias metiri.

Diſtantias ſeu lineas diametrales voco, diſtantias transverſales à termino quopiam in planitie conſtituto uſque ad alium in eminentiori loco ſitum, qualis eſt ſcalarum muris applicatarum ad conſcendendum, qualeſque ſunt diſtantiæ EB, DB, CB, &c. in ſequentibus diagrammatis.

Propoſitio XVII.

Diſtantiam diametralem invenire, quando ad baſim altitudinis accedi poteſt, aut nota eſt ipſa altitudo.

Vide Iconiſmi D. Fig. 273.

QVADRATO. Sint inveniendæ diſtantiæ EB, DB, CB. Metire in pedibus v. g. intervalla AE, AD, AC, & applicato Quadrato in E, in D, in C, dirige regulam diopticam in B. Deinde dic in primo caſu, ut LH ad HE, ita AE ad EB: in ſecundo caſu, ut LK ad KD, ita AD ad BD: in tertio, ut IC ad CF, ita AC ad CB. *Ratio eſt, quia in omnibus caſibus formantur triangula duo ſimilia, ut ex dictis ſupra cap. 3. Propoſit. 5. patet.*

Vide Iconiſmi D. Fig. 274.

PANTOMETRO. Sint inveniendæ diſtantiæ CE, CD, CA. Metire CB, & ducta inſtrumento recta C*b* horizonti parallelâ, directaque regula dioptrica in E, in D, in A, fac rectas C*e*, C*d*, C*a*. Numera deinde ex C in *b* tot particulas, quot pedes in CB, erigeque perpendicularem *b a*. Particulæ C*e*, C*d*, C*a* dabunt pedes CE, CD, CA. *Ratio ſumitur a triangulis duobus ſimilibus, ut explicatum eſt loc. cit. Propoſit. 6.*

Vide Iconiſmi D. Fig. 275.

QVADRANTE. Sint menſurandæ diametrales DA, CA. Metire in pedibus DB, CB, & applicato Quadrante in D & C, dirige regulam in A, & dic: ut ſinus anguli BAD ad ſinum totum, ita BD ad DA: item, ut ſinus anguli BAC ad ſinum totum, ita BC ad CA. Eaſdem diametrales invenies per ſecantes modo dicto loco cit. Propoſit. 7.

Annotatio I.

Si altitudo eſt nota, & diſtantia horizontalis ignota, invenies nihilominus diametrales, ſi operer is modo prædicto, & dicas in ſchemate Quadrati Figura 273, ut LE ad EH, ita AB ad BE, &c. in ſchemate Pantometri Figura 274, ut b e ad e C, ita BE ad EC &c. in ſchemate Quadrantis Figura 275, ut ſinus totus ad ſecantem anguli BAD, ita BA ad AD &c. II. In omnibus caſibus, ſi Inſtrumentum eſt elevatum ſupra terram, diagonalis in ipſo ducta, aut per regulam diopticam deſignata, debet extendi (applicato filo) uſque ad terram per lineam rectam, ut habeatur integra diagonalis quæſita.

Propoſitio XVIII.

Diſtantiam diametralem invenire quando ad baſim altitudinis non poteſt accedi, neque nota eſt ipſa altitudo.

QVære prius vel latitudinem inacceſſibilem, per dicta cap. 2. Propoſit. 4. vel altitudinem, per dicta cap. 3. Propoſit. 8. 9. & 10. Ex utravis inventa invenies diſtantiam diametralem modo dicto Propoſit. præcedente.

Propoſitio XIX.

Diſtantiam diametralem invenire ſine ulla obſervatione, quando nota eſt altitudo & diſtantia horizontalis.

SIt nota altitudo BA, & diſtantia AE figuræ 273.

In charta aliqua fac angulum rectum B A E, & diviſâ BC in tot particulas, quot pedes continet altitudo, A E verò in tot, quot pedes continet diſtantia horizontalis; fac hypothenuſam EB, & ſimiliter in particulas prioribus æquales divide. Numerus particularum hujus hypothenuſæ erit numerus pedum diametralis quæſitæ.

Propoſitio XX.

Acclivitatem alicujus montis invenire.

Montis acclivitatem metiri.

ACclivitas vel declivitas montis, hoc eſt, diſtantia à ſummitate per dorſum uſque ad ſubjectam vallem aut planitiem, habet rationem diſtantiæ diametralis. Quam ſic invenies per dicta cap. 2 Propoſit. 1. 2. & 3. Declivitas ſeu acclivitas montis ſit BA, ita ut B ſit ſignum aliquod in monte, A in valle. In ipſa montis ſummitate, ſi fieri poteſt, fac duas ſtationes, v. g. in B & E, poſito Quadrato ita, ut planum ejus ſit montis dorſo ſeu acclivitati parallelum: & in utraque obſerva ſinum A in ſubjecta valle aut planitie, modo ibidem Propoſit. 1. dicto. Erit ut E F ad FI, ita EB ad BA: *Ratio ex ibi dictis patet.* Eodem modo reperies acclivitatem Pantometro & Quadrante, ſi opereris ut præſcribitur Propoſit. 2. & 3. dabunt enim in Pantometro particulæ *a c* pedes acclivitatis E C. Quadrato verò invenies, ſi dicas, ut ſinus anguli C ad ſinum anguli D, ita BA ad AB.

Vide Iconiſmi D. Fig. 164.

Propoſitio XXI.

Diagonalem ex ipſa altitudine nota invenire.

Vide Iconiſmi D. Fig. 2, 2.

DAta ſit altitudo B C, & ſit invenienda diagonalis C A, C D, C H. In ſummitate C applica inſtrumentum ut figura monſtrat, & dirige radium viſualem in A, in D, in H. His factis, in *Pantometro* particulæ C *a*, C *d*, C G, dant diametrales C A, C D, C H. In *Quadrato* eaſdem habebis, ſi dicas, ut *b* C ad C *a*, ita B C ad CA, &c. In *Quadrante*, ſi fiat ut ſinus anguli CAB ad ſinum totum, ita B C ad C A, &c. *Ratio patet ex dictis cap. 2. Propoſit. 4.*

CAPUT VI.

De uſu Quadrati & Quadrantis penduli.

Quadrati & Quadrantis geometrici penduli uſus.

UTrumque inſtrumentum in uſu poſſe eſſe & ſtabile, & pendulum, ſupra diximus cap. 1. Explicavimus breviter uſum quando ſtabilia ſunt, id eſt, è pedibus ſuis ſtabiliter ſuſpenſa, & vel horizonti parallela, vel perpendicularia, vel alium ſitum habentia: nunc paucis inſinuandus uſus dum pendula ſunt, id eſt, è manibus, vel è ſuis etiam pedibus mobiliter ſuſpenſa. In quo caſu, loco regulæ dioptricæ è centro A ſuſpenſæ, ſuſpendi debet filum cum perpendiculo ex eodem centro A.

Propoſitio XXII.

Quadrato pendulo turrium & aliarum rerum altitudines dimetiri, quando ad baſim accedi poteſt.

ESto turris AB. Sint diſtantiæ AC, AD, AE, in quibus obſervationes fieri debeant, cognitæ, ſitque A C 20, A D 40, A E 100 pedum. Obſervetur per pinnulas lateris G F cacumen turris B, & abſcindat perpendiculum F H in ſtatione prima C, ex latere G M partes 5 G I, in ſecunda D partes 10 G I, in tertia E ex latere K L partes K I 4, adeoque I L ſit 6 partium. Et quia in prima ſtatione C, diſtantia A C ponitur pedum 20, G I partium 5, G F partium 10, *& ſunt triangula B A C, F G I, æquiangula (nam anguli A & G ſunt recti; anguli verò ABC, IFG ſunt æquales,* per 29 pri. *propter parallelas A B, F H, in quas linea optica CB incidit, & reliqui etiam duo anguli æquales ſunt,* per 32. pri.) *ſi dicas: GI 5, dat GF 10, quid dat AB 20? reperies AB 40 pedum.*

Videlicet Iconiſmi D, Fig. 280.

In ſecunda ſtatione D, quia diſtantia à turri BA ponitur 40 pedum, & GI 10 partium, ſicut & G F, ſi dicas: GI 10, dat GF 10, quid dat A D 40? reperies iterum AB 40 pedum.

In tertia ſtatione E quia diſtantia A E ponitur 100 pedum, K I 4 partium, & K F 10, (ſuntque triangula A B E, K F I æquiangula, quoniam anguli ad A & K ſunt recti, anguli verò A B E, F I K ſunt æquales, quod uterque æqualis ſit angulo I F E, *per 29. pri*;) ſi dicas KF 10, dat KI 4, quid dat A E 100? reperies ut antea AB 40. pedum.

Propoſitio XXIII.

Quadrato pendulo metiri altitudines, quando ad earum baſes accedi non poteſt.

Vide Iconiſmi D Fig. 250

SInt diſtantiæ A C, AD, AE incognitæ. Obſervetur *primò* cacumen B per lateris GF pinnulas, in C & D, cadatque perpendiculum in I, & G I primæ obſervationis transferatur ea G ſecundæ obſervationis in L, ſitque G I, ſive G L partium 5, totidemque L I, & diſtantia inter duas ſtationes C & D ſit 20 pedum. Si igitur dicas: L I 5, dat G L, ſeu G I 5; C D 20 quid dat? reperies A C 20 pedum. Cum igitur jam diſtantia A C nota ſit, ſcietur & altitudo AB ut prius, ſi nimirum dicas: GI 5, dat GF 10, quid dat CA 20? reperies enim rurſus AB 40 pedum.

Obſervetur *ſecundò* cacumen B in ſtationibus C & E, per pinnulas lateris GF. Transferatur GI 5, primæ obſervationis, ex G in N ſecundæ obſervationis, cadatque filum in eadem ſecunda ſtatione in I lateris KL, & extendantur per F & I, item per G & L, duæ regulæ in M concurrentes, ſitque GN 5 partium, N M 20, diſtantia obſervationum C E pedum 80. Igitur ſi dicas: N M 20, dat C E 80, quid dat G N 5? aut convertendo *per 16. Quinti,* N M 20, dat G N 5, quid dat CE 80? reperies AC 20 pedum. *Ratio eſt, quia tam triangula B A E, F G M, quam triangula A B C, F G N ſunt æquiangula, ut conſideranti patet.* Habitâ igitur diſtantiâ AC à turri, facile reperitur altitudo turris A B, ſi dicas: G M 25, dat AE 100, quid dat F G 10? vel convertendo *per*

16. Quinti,

16, *Quinti*, GM 25, dat FG 10. quid dat AE 100? reperies enim rurſus 40 pedum altitudinem turris AB. Eandem altitudinem obtinebis, ſi dicas: GI, ſeu GN 5. dat FG 10, quid dat AC 20? |

Obſerverur *tertiò* cacumen B per pinnulas lateris GF in ſtationibus D & E, cadatque filum in ſtatione D in angulum I, in ſtatione E in I lateris KL, & extendantur duæ regulæ per FI: & per GL, concurrentes in M, ſitque LM 15 partium, GK 10, diſtantia obſervationum DE 60 pedum. Igitur ſi dicas; LM 15, dat DE 60, quid dat GL 10? reperies DA 40 pedum. Quare habita diſtantia DA à turri AB, cũ in obſervatione D filum ſive perpendiculum cadat in angulum I, erit altitudo turris æqualis diſtantiæ, hoc eſt 40 pedum.

Propoſitio XXIV.

Quadrante pendulo metiri altitudines verticales acceſſibiles.

Videlconiſmi D. Fig 280.

SIt ut antea turris AB, ſitque *primò* obſervanda ex C diſtante ab A 20 pedibus. Per pinnulas GE reſpiciatur cacumen B, & notetur angulus GFI, ſeu CBA, & conſequenter angulus BCA qui eſt prioris complementum ad rectum. Dic deinde: ut ſinus anguli ABC, ad ſinum anguli BCA, ita diſtantia CA ad altitudinem AB. Vel ut ſinus totus ad tangentem anguli BCA, ita diſtantia CA ad AB. Sit *ſecundo* obſervanda ex D, diſtante ab A 40 pedibus, cadatque filum perpendiculi FH in gradum 45, ſeu in angulum I. Erit ergo altitudo AB æqualis diſtantiæ AD. Quod etiam reperies, ſi dicas; ut ſinus anguli IFG, ſeu ABD, ad ſinum anguli FGI, ſeu BDA, ita diſtantia DA ad AB. Seu, ut ſinus totus ad tangentem anguli D. ita DA ad AB. Sit *tertiò* obſervanda ex E, diſtante ab A 100 pedibus, cadatq; perpendiculum in I, & notetur angulus IFG ſeu AEB, & conſequenter angulus IFK, ſeu BAE. Deinde dic ut antea: ut ſinus anguli ABE ad ſinum anguli E, ita EA ad AB: vel, ut ſinus totus, &c.

Propoſitio XXV.

Quadrante pendulo metiri altitudines eaſdem inacceſſibiles.

OBſervetur cacumen B, per pinnulas lateris GF, primo in C, deinde in D diſtante à C 20 pedibus; & notetur in prima ſtatione angulus IFG, ſeu ABC, in ſecunda angulus IFG, ſeu ABD, & primo ſubtracto à ſecundo, notetur angulus IFL, ſeu CBD. Deinde dicatur: ut tangentes anguli CBD ad tangentem anguli ABC, ita CD, ad CA. Habita igitur diſtantia CA, invenitur altitudo AB ut antea. Simili modo procedendum eſt, ſi obſervationes fiant in D & E, aut in C & E.

Annotatio I.

IN omnibus caſibus hujus capitis, ad altitudinem inventam debet addi elevatio Inſtrumenti ſupra terram. II. Similem uſum habent prædicta Inſtrumenta in Uranometria; in Geometria verò vix alium uſum habent. III. Qui evitare vult calculum arithmetica recedat in uſu Quadrati tam diu ab altitudine acceſſibili, donec regula cadat in angulum; & tunc diſtantia ab altitudine erit æqualis altitudini: Vel donec cadat in punctum quintum lateris recti BC; & tunc diſtantia eſt ſubdupla altitudinis: Vel donec cadat in punctum quintum lateris verſi CD; & tunc diſtantia eſt dupla altitudinis,

CAPUT VII.

De variis dimetiendi modis per alia Inſtrumenta aut ſine Inſtrumentis.

IN hoc caput conjiciam varios modos dimetiendi per Inſtrumenta facillimè parabilia, aut etiam ſine omni Inſtrumento, quoniam id Tyronibus gratiſſimum accidere non ignoro. *Metiendi modi varii.*

Propoſitio XXVI.

Metiri altitudines perpendiculares acceſſibiles, per umbram.

Metiri altitudines per umbram.

SIt menſuranda turris, domus, columna, arbor, &c. AB. *Primò* ſole lucente erige perpendiculariter baculum DE cujuſcunque longitudinis, diviſum in 10. partes æquales, & vide quot talium partium ſit umbra ejus EF. *Secundò* metire umbram BC turris in pedibus v. g. 30. *Tertiò* dic per regulam Trium: ut umbra EF, ad altitudinem ED, ita umbra BC ad altitudinem BA. Quotiens dabit altitudinem quæſitam. *Ratio patet ex dictis, & fundatur* in 4. Sexti Euclid. *Supponitur autem poſſe accedi ad baſim B.* Pro baculo potes uti filo DE in 10 partes æquales per nodulos diviſo, & habente annexũ pondus: ſi enim ſuſpendas filum, ut pondus E attingat leviter terram & metiatis umbram EF fili, procedaſq; ut dictum; invenies eandem altitudinem AB. Potes etiam in regula aliqua lignea EF, v. g. prolongata, & diviſa in multas partes æquales ſecundum longitudinem, erige perpendiculariter in ejus extremo E ſtylum ED in 10 partes æquales diviſum: ſic enim ſtatim videbis quot partium ſit umbra à ſtylo projecta. Imo horizontale planum poteſt dividi in multos circulos concentricos æqualiter inter ſe diſtantes, & in ejus centro erigi ſtylus diviſus in 10 ejuſdem magnitudinis partes, quibus diſtant inter ſe circuli. Hac ratione poteris metiri altitudinem quamcunque particulariter erectam etiam à te remotam, ſi miſſo alio explores longitudinem umbræ ipſius. Ex his ingenioſus Tyro multa alia eruere poterit.

Vedelconiſmi D. Figuram CCLXXX.

Propoſitio XXVII.

Altitudines verticales acceſſibiles metiri per umbram ſine arithmetica.

SIcut ut antea altitudo verticalis AB quæ projiciat umbram BC quotcunque pedum. Erige perpendiculariter baculum DE longum uno pede, & nota longitudinem umbræ EF quam projicit. Accipe deinde alium bacillum tantæ longitudinis, quantæ eſt umbra EF, & metire

tali bacillo umbram C B. Dico, tot pedes continere altitudinem A B, quoties umbra B C continet dictum bacillum æqualem umbræ E F, ut ſi umbra B C continet trigeſies in ſe menſuram umbræ E F, altitudo A B erit 30. pedum. *Ratio eſt, quia ſicut ſe habet umbra E F projecta ab uno pede D E ad ipſum D E: ita ſe habet umbra B C projecta a 30 pedibus AB, ad ipſum AB.* Modum hunc inſinuat Plato in aliquo Dialogo, cujus nunc non memini.

Aliter ſine arithmetica. Centro E, ſemidiametro DE, deſcribe circulum in plano aliquo horizontali, & infixo ad perpendiculum ſtylo D E æquali ſemidiametro circuli, exſpecta donec extremitas umbræ F E attingat peripheriam circuli. Metire tunc umbram altitudinis, & quot pedum erit umbra, totidem erit altitudo. *Ratio eſt quia ſicuti umbra ſtyli eſt æqualis ſtylo, ita umbra altitudinis altitudini.*

Propoſitio XXVIII.

Metiri altitudines verticales acceſſibiles per umbram ope Quadrati & Quadrantis.

Videlicon II. Fig. 242.

QVADRATO. Colloca Quadratum horizonti perpendiculare, ut figura monſtrat (vel, quod perinde eſt, inverſo ſitu, ut latus AD ſit terti parallelum) & regulam diopticam AO eleva ac deprime tamdiu, donec radius ſolis per utriuſque pinnacidii E & F foraminulum tranſeat. Tum ſi regula cadit in angulum C, altitudo rei menſurandæ eſt præciſè æqualis ſuæ umbræ, ac proinde menſurata umbra uſque ad radicem altitudinis, ſcietur altitudo. Si cadit in latus rectum BC, v.g. in partem ſexageſimam: umbra eſt minor quam altitudo, & quam proportionem habent 60 ad 100, eandem habet umbra altitudinis ad altitudinem. Si cadit in latus verſum CD, v. g. in partem 80, umbra eſt major quam altitudo, & ut ſe habet 80 ad 100: ita umbra altitudinis ad altitudinem. *Ratio patet ex dictis de uſu Quadrati in præcedentibus.*

QVADRANTE. Colloca Quadrantem ut Quadratum, & eleva ac deprime regulam A O ut antea. Si cadit in gradum 45: umbra altitudinis eſt ipſi æqualis. Si cadit citra 45. v. g. in gradum 30. umbra eſt major & ſe habet ad altitudinem ſicut ſinus complementi anguli 30 graduum ad ſinum anguli 30. grad. Si cadit ultra 45, v. g in 70 grad. umbra eſt minor altitudine, & ſe habet ad illam iterum ut ſinus complementi anguli 70 grad. ad ſinum anguli 70 graduum. *Ratio patet ex dictis in Trigonom. de ſinibus.*

In omnibus tamen caſibus ad altitudinem inventam debet addi altitudo Inſtrumenti ſupra terram. Qui in uſu Quadrati vult evitare calculum arithmetica, obſervet in acceſſu & receſſu ab altitudine ad quod diximus cap 6. in Annot. 3.

Propoſitio XXIX.

Foſſa aut fluvii non adeo magni latitudinem metiri pileo capiti impoſito.

Metiri latitudinem pileo.

I. STans erectus ad unam ripam fluvii, reſpice ad alteram, & limbum pilei capiti impoſiti tam diu deprime & eleva, donec radius viſualis radat limbum, & terminetur ad alteram ripam. II. Manente eodem corporis & pilei ſitu, verte te, & in planitie nota ſignum in quod terminatur radius viſualis radens limbum pilei. III. Metire ſpatium inter te & ſignum notatū: huic enim ſpatio æqualis eſt fluvii latitudo. In figura præſente fluvius ſit AD, homo erectus A B, radius viſualis ex oculo B. emiſſus, & radens limbum BC, terminatusque in D, ſit B C D. Manente hoc ſitu erecti corporis & depreſſi pilei, vertat ſe, & reſpiciat ſignum E, per radium B C E. Spatium A E erit æquale ſpatio AD. *Ratio deſumitur ex 26. pri.* Euclid. *nam duo anguli A B D, B A D, ſunt æquales duobus A B E, B A E, ex conſtructione & ſuppoſitione, & latus A B utrique adjacens eſt commune utrique que triangulo B A D, B A E; ergo & latera A D, A E, æqualia ſunt.*

Videlicon. niſmi D. Fig 281.

Propoſitio XXX.

Aliter idem facere baculo & bacillo.

Metiri latitudinem baculo & bacillo.

FAcilius & ſecurius idem facies hoc modo I. Ad ripam A fluminis AD, erige perpendiculariter (ope perpendiculi) baculum AB; & fiſſura facta in B, infige ipſi baculum G C. II. Applicato oculo ad G, & reſpiciendo ſupra dorſum bacilli, eleva ac deprime eum intra fiſſuram B tam diu, donec radius viſualis G C D cadat in alteram ripam D. III. Immoto manente angulo CBA, verte baculum AB cum bacillo infixo, & applicato oculo ad F reſpice per bacilli dorſum in ſignum aliquod E in planitie. Diſtantia A E erit æqualis latitudini fluminis A D. *Ratio eſt eadem qua antea.*

Videlconiſmi D. Fig. 281.

Propoſitio XXXI.

Altitudines verticales acceſſibiles metiri eodem baculo & bacillo.

Metiri altitudinem baculo & bacillo.

SIt turris, columna, arbor &c. F G, perpendiculariter erecta. Statue bacillum AB diviſum in 10. æquales partes, in A perpendiculariter erectum & applicato oculo ad C bacilli C B D, dirige per ejus dorſum C B D radium viſualem in F. II. Applicato oculo ad D, dirige radium in E, & ibi nota ſignum aliquod. III. Metire ſpatium E A 6 v. g & ſpatium E G 20 v. g. & dic per Regulam Trium: ſi E A 6, dat A B 10, quid dat E G 20? invenies altitudinem G F pedum $33\frac{1}{3}$ *Ratio eſt quia triangula E A B, E G F, ſunt æquiangula, ut conſideranti patet; ergo* per 4. Sexti, &c.

V.delconiſmi D Fig. 282.

Hinc patet, quomodo reperiri poſſit altitudo feneſtræ H F in turri G F, ſi nimirum modo dicto reperiatur primo altitudo G F, deinde altitudo G H, & hæc ab illa ſubtrahatur: remanebit enim H F.

Propoſitio XXXII.

Aliter idem facere ſolo baculo AB, ſine bacillo CBD & ſine arithmetica.

Metiri altitudinem ſolo baculo.

SIt ut antea turris, arbor, &c. GF. Accipe baculum AB æqualem tuæ ſtaturæ à pedibus ad oculos: & jacens ſupinus in terra, erige baculum

baculum perpendiculariter inter pedes compreſſos, & repende accede aut diſcede á GF, donec per B videas F, id eſt, donec radius viſualis ex oculo tuo E egrediens, & radens terminum B, terminetur præciſè in F. Spatium ab oculo E uſque ad G, erit æquale arbori FG. *Ratio eſt, quia ſicut latus E A eſt æquale lateri A B, ita latus E G eſt æquale lateri G F*, per 4. Sexti.

Propoſitio XXXIII.

Idem efficere baculo & bacillo, ſine arithmetica.

BAcillus CBD cum bacillo A B præcedentis figuræ, faciat angulum A B C 45 graduum, ſeu ſemirectum: Quo habito, accede & recede, erigendo identidem baculum A B perpendiculariter, & reſpiciendo per dorſum C B D verſus F, donec videas F per dictum dorſum bacilli CBD. Hoc facto, fige baculum A B, & applicato oculo ad D, nota ſignum E. Spatium EG erit æquale altitudini GF. *Ratio eſt, quia ſi angulus ABC eſt ſemirectus, erit & alter AEB ſemirectus*, per 32. pri. *Ergo* per 6. pri. *latus E A eſt æquale lateri A B. Ergo* per 4. Sex. *ut E A ad A B, ita EG ad GF.*

Propoſitio XXXIV.

Gnomone, ſeu angulo recto metiri rerum altitudines.

Metiri altitudines gnomone ſeu angulo recto. Vide Iconiſmi D. Fig. 183.

IN tabula lignea delinea angulum rectum A BC, vel potius ex duabus regulis AB, B C, in B orthogonaliter connexis confice gnomonem A B C, ductaſque per medium lineas divide in quotlibet partes æquales, quam fieri poteſt plurimas & minimas. Hoc inſtrumento menſurari poſſunt altitudines rerum eodem fere modo, quod per Quadratum Sit enim menſuranda turris E F, ex ſtatione A diſtante ab E 40 pedibus. Colloca Gnomonem ut vides, & puncto A infige acum, oculoque applicato dirige radium viſualem in F, notando punctum D quod interſecat. Dico, quam proportionem habent partes A B, ad partes B D, eandem habet diſtantia A E ad altitudinem E F. *Ratio deſumitur* ex 4. Sexti.

Nota I. Si à B verſus A numeres tot partes, quot pedes numeraſti ab E uſque ad A, ſcies altitudinem E F ſine arithmetica: nam tot pedum erit altitudo, quot partes erunt à B uſque ad punctum ubi linea viſualis interſecat latus B C. *Ratio eſt eadem; nam ut partes A B ad pedes A E, ita partes B D v.g. ad pedes E F: ſed partes A B & pedes A E ſunt pares numero: ergo & partes B D ac pedes E F.*

Nota II. Si tam lateri AB, quam lateri BC accommodes acum aut ſtylum mobilem, qui nimirum moveri ad libitum verſus B ac removeri queat; commodius erit: tunc enim applicato uno ſtylo ad A v. g. poteris alterum in latere B C movere ſurſum ac deorſum donec radius viſualis per utriuſque apicem tranſeat, & terminetur ad F.

Propoſitio XXXV.

Gnomone metiri rerum latitudines.

Metiri latitudines gnomone. Vide Iconiſmi D. Fig. 184.

SIt fluvii latitudo AG. Per ſtylos lateris BA dirige viſum in G, & per ſtylos lateris B C in ſignum D. Metire diſtantiam BD, & ſit v.g. 50 pedum. Colloca gnomonem in D, relicto baculo in B, & ab E uſque ad D numera 50 partes; ſtylo applicato ad D, dirige primo viſum per latus D E in B, deinde in ſignum G, & nota punctum interſectionis F. Dico, quot partes erunt in E F, tot pedes erunt in B G. *Ratio eſt eadem qua antea.*

Nota. *Ingenioſus Tyro facile applicabit Inſtrumentum ad alios caſus in præcedentibus capitibus propoſitos. Si regulæ C B, B A, mobiles fiant circa B, ut inſtar circini aperiri & claudi, ſeu dilatari & conſtringi poſſint; immenſum uſum habebit Inſtrumentum. Quæ omnia ingenioſis conſideranda relinquo.*

Propoſitio XXXVI.

Speculo plano, aut vaſe aqua pleno, metiri rerum altitudines.

Metiri altitudines ſpeculo. Vide Iconiſmi D. Fig. 185.

SIt domus A B, ad cujus baſim accedi queat. Colloca ſpeculum in C aliquot pedibus remoto, & recede verſus D, donec videas in ſpeculo ſummitatem B, & nihil amplius. Metire deinde tuam ſtaturam D E, quæ ſit 6 pedum: & diſtantiam DC à ſpeculo, quæ ſit 5 pedum; & diſtantiam CA ſpeculi à domo, quæ ſit 18 pedum. Dic jam, ut C D 5, ad D E 6, ita CA 18, ad A B. Invenies $21\frac{3}{5}$ pedum pro A B. *Ratio eſt, quia triangula B A C, E D C ſunt æquiangula: nam anguli ad A & D ſunt recti, ex ſuppoſitione: angulus incidentiæ BCA, eſt æqualis angulo reflexionis ECD, ut demonſtramus in Magia par. 1 lib. 6. Præluſ 2 Propoſit. 1. Ergo* per 4. Sexti *ut C D ad D E, ita CA ad AB.* Si ſpeculo deſtitutus es, accipe vas aqua limpidiſſima plenum & utere illo tanquam ſpeculo.

Si domus AB non poteſt accedi, utere duabus ſtationibus, collocando ſpeculum primo in K ſecundo in C, ſic: Ex K recede in F, donec videas ſummitatem B, & nota diſtantiam K F, quæ ſit v.g. 5 pedum. Ex C recede in D, donec videas iterum in ſpeculo ſummitatem B, & nota diſtantiam CD, quæ ſit v.g. 12 pedum: D I aut ſit æqualis ipſi K F, nimirum 5 pedum, ideoque I C 7 pedum: diſtantia denique inter duas ſtationes ſeu loca ſpeculi K & C, ſit 20. Dic jam: ut D I 5, ſeu KF, ad I C 7, ita C K 20 ad K A: invenies K A 28 pedum. Habita jam diſtantia K A, habebis altitudinem AB, ſi dicas: ut KF ad FG, ita KA ad AB. *Ratio eſt eadem quæ in aliis ſimilibus caſibus duarum ſtationum.*

Ex his pateat, quomodo per duas ſtationes reperiatur diſtantia A K, ſi A K eſt foſſa ante domum AB.

Propoſitio XXXVII.

Fluminis latitudinem, aut duorum locorum diſtantiam non adeo magnam, fixis ſolum in campo baculis metiri.

Metiri locorum diſtantias pluribus baculis. Vide Iconiſmi D. Fig. 184.

SIt inveſtiganda latitudo fluminis, aut duorum locorũ diſtantia GA Ab A, fixo prius baculo, procede uſq; ad H, ita ut H A cum A B cõſtituat angulum rectum; ſitq; diſtantia AH 100 pedum v g Fixo deinde baculo in H, recede ad angulum rectum in I, ſitq; diſtantia HI pedum v.g. 30. Demum fixo baculo in I, recede ad angulum rectum

verſus D, donec in eadem recta linea videas baculum H & ſignum G, per radium viſualem D HG Metire jam diſtantiam D I, quæ ſit v. g. 40 pedum, & dic: Ut D I 40, ad I H 30, ita H A 100 ad A G 60. *Ratio eſt, quia triangula D I H, H A G, ſunt ſimilia.*

Innumera alia quæ occurrunt, amitto, & ad Planimetriam pergo.

PARS SECUNDA.

De Planimetria, ſeu ſuperficierum dimenſione.

Planimetria, ſeu ſuperficierum dimenſio

Superficies apud Mathematicos eſt magnitudo longa, ac lata, carens profunditate. Geometræ tamen practici & Agrimenſores nomine ſuperficierum intelligunt planities camporum, hortorum, vinearum, pratorum, locuum, & ſimilium rerum: item ſylvas per planities extenſas; & quidquid denique in longum, in latum, in circulum, & in quamcunque figuram planam eſt extenſum, & ſecundum ſuperficiem ſuam menſurabile. Dividitur ſuperficies in planam, cavam, & convexam. Plana in rectilineam, curvilineam, circularem, & mixtam. Rectilineæ ſunt, quæ rectis circumſcribuntur lineis, ſeu quorum omnia latera ſunt recta. Hæ dividuntur in trilateras, quadrilateras, & multilateras, ſive in triangulares, quadrangulares, & multangulares; quæ etiam vocantur græcè trigona, tetragona, & polygona. Trilatera ſeu triangulares appellantur triangula, & dividuntur in triangula rectangula, & obliquangula: & hæc in acutangula, & obtuſangula. Hæ tres triangulorum ſpecies appellantur græcè triangula orthogonia, oxygonia, & amblygonia. Quadrilatera ſuperficies dividuntur in quadrata, altera parte longiora, ſeu oblonga, rhombos, rhomboides, & trapezia. Multilatera in regulares, & irregulares. Inter curvilineas numerantur ſuperficies hyperbolica, parabolica, elliptica, quas aliqui ovalles vocant. Circulares ſunt circuli. Mixtæ ſunt circularum ſegmenta. Cavæ ſuperficies ſunt interiores ſphærarum, cylindrorum, conorum, & ſimilium corporum intus cavorum. Convexæ ſunt exteriores eorundem corporum. Omnium ferè definitiones cum appropriatis diagrammatis dedimus lib. 1. Quæ deſunt, dabimus hac libri hujus parte, de harum omnium dimenſione nunc agemus. Recolenda ſunt quæ diximus initio hujus libri de famoſis menſuris ſimplicibus & quadratis; ſimplicibus enim latera, quadratis areas ſeu capacitates ſuperficierum metimur, ut ibi diximus.

Superficies & ejus diviſio.

Propoſitio I.

Parallelogrammorum rectangulorum areas metiri.

Parallelogramma metiri.

Quid, & quotuplex ſit parallelogrammum, diximus lib. 1. cap. 3. a. 4. quæ prius relegenda ſunt. Area cujuslibet figuræ planæ ſeu ſuperficiei, eſt capacitas ſeu ſpatium intra latera ipſius contentum. Hoc eſt in parallelogrammis rectangulis reperies ſic. *Metire nota aliqua menſura (ut palmis, pedibus, &c.) duo quæcunque ejus latera circa eundem angulum rectum: deinde duc unum latus in alterum, hoc eſt, multiplica unius lateris numerum per alterius lateris numerum: productum enim erit area figuræ propoſitæ in menſuris quadratis.* Sit quadratum AB CD, cujus ſingula latera contineant 5 pedes ſimplices. Duc AB in AD, id eſt, 5 in 5; productum 25 eſt area quæſita. Habebit ergo dicta ſuperficies 25 pedes quadratos, hoc eſt, continebit 25 quadratula, quorum quodlibet ſit longum & latum uno pede ſimplici. Sit iterum oblongum EFGH, cujus latus EH ſit 3. EF 5 palmorum ſimplicium: Multiplica 5 per 3, producentur 15; ac proinde dicta ſuperficies continebit 15 palmos quadratos. *Ratio deſumitur ex Propoſit. 2. lib. 2. Elem Euclidis, & patet ex ipſis figuris. Si enim A B dividatur in 5 æquales partes, quarum quælibet ſit unius pedis, & AD ſimiliter in 5, & à punctis diviſionum ad oppoſita latera ducantur parallelæ; reſultant 25 quadratula, quorum quodlibet eſt longum & latum uno pede ſimplici ac proinde unumquodque eſt per quadratum; quæ quidem 25 quadratula quia explent totam aream ſeu capacitatem figuræ propoſitæ, merito dicitur eſſe 25 pedum quadratorum. Rectè ergo diximus, figuræ rectangulæ quadrilateræ aream inveniri ex ductu unius lateris in alterum. Et hoc vult Euclides lib 2. Elem. Defin. 1. dicens, omne parallelogrammum rectangulum contineri ſub rectis duabus lineis, quæ rectum comprehendunt angulum; quia videlicet quælibet hujuſmodi duæ lineæ exprimunt totam parallelogrammi magnitudinem, una quidem longitudinem, ut ibidem explicavimus. Cur autem duo latera circa rectum angulum debeant in ſe mutuo duci, poteſt adſignari hæc ratio. Superficies concipitur oriri ex fluxu lineæ: hinc ſi duæ lineæ pedales AE, AG, ita ſibi mutuo inſiſtant in A, ut efficiant angulum rectum, & concipiatur lineam A G moveri in tranſverſum verſus E F, ita ut cum linea AE ſemper efficiat angulum rectum A, & relinquat poſt ſe veſtigium ſui; naſcetur ex tali fluxu ſuperficies pedalis quadrata AEFG. Eadem ſuperficies naſcetur, ſi linea AE cogitetur deſcendere verſus GF, ita ut cum AG ſemper conſtituat angulum rectum A. Simili igitur ratione, ſi duæ lineæ AB, AD, quarum quælibet ſit 5 pedum ſimplicium, moveantur dicto modo; orietur ſuperficies 25 pedum quadratorum. Atque hoc eſt, duci unam lineam in aliam.* Hæc pro Tyronibus dixerim.

Videlicet E. Fig. 286.

Corollarium.

Colligitur hinc, qua ratione, ſi quis pavimentum quadrilaterum rectangulum lateribus rectangulis ſternere velit, laterculorum numerum invenire queat. Si enim laterculi ſunt quadrati, id ſciet, ſi alterutro laterculi latere metiatur duo pavimenti latera circa eundem angulum, & duos inventos numeros in ſe invicem ducat; productum enim dabit ſummam laterculorum neceſſariorum. Si verò laterculi ſunt oblongi, metire unum pavimenti latus longitudine, alterum latitudine laterculi, & numerum unum duc in alterum; producti enim ſumma dabit ſummam laterculorum

Pro-

ad AC, eandem habet latus b a *ad latus* a c: *& permutando*, per 16. quinti, *quam proportionem habet latus B A ad latus* b a, *eandem habet latus A C ad latus* a c: *Atque ex operatione facta, latus B A continet tot pedes, quot particulas continet* b a: *Ergo & latus A C continebit tot pedes, quot particulas continet* a c: *quod erat demonſtrandum.*

Annotatio I.

SI numeres particulas intercepti lateris b c, *habebis etiam diſtantiam inter loca B & C in pedibus. Ratio eſt eadem quæ antea.*

II. Non eſt neceſſarium ut angulus A vel a *ſit rectus, ſed poteſt eſſe vel obtuſus, vel acutus, prout occaſio tulerit. In quibus caſibus operatio per Pantometrum eſt longe facilior, quam per Quadratum, ut ex dictis patet.*

III. Si tantus eſſet numerus pedum inter duo ſigna A & B, ut in lineam a b *tabulæ ſeu chartæ non poſſet transferri numerus particularum æqualis numero pedum, tunc vel minue numerum pedum aſſumendo minorem diſtantiam AB: vel unicuique particulæ lineæ Curſoris diviſæ attribue duas, aut tres, pluresve partes, hoc eſt, æſtima quamlibet eſſe ſubdiviſam in duas, tres, aut plures. E contrario, ſi numerus pedum inter A & B eſt nimis parvus, computa duas, aut tres, pluresve Curſoris particulas pro una, ut ſic triangulum* a b c *in tabula formetur aliquanto maius ac diſtinctius.*

IV. Prout latitudo A C menſuranda eſt magna, vel parva, aſſumenda eſt magna aut parva diſtantia A B, ut diſtinctior fiat triangulus a b c *in charta.*

V. Si ſpatium inter A & B non eſt æquale, ſed cavitates, & tubercula habeat, extendatur chorda, aut catenula in pedes diviſa.

VI. Si inquirenda eſt diſtantia alicuius rei amplæ, obſervetur in ea ſignum aliquod determinatum ac parvum ex loco A & ex loco B.

VII. Si vis ſcire diſtantiam inter A & C in palmis, cubitis, paſſibus, &c. metire diſtantiam inter A & B palmis, cubitis, paſſibus.

Propoſitio III.

Metiri diſtantiam inter duos terminos Quadrante, quando ad unum illorum accedi poteſt.

Quadrantis geometrici uſus in Longimetria. *AD dimetiendi artem per Quadrantem, neceſſaria ſunt tabulæ ſinuum, tangentiũ, & ſecantium, quas ſupra dedimus. In exemplis afferendis aſſumemus radium* 100000 *partium. Qui nudâ praxi contentus eſſe volet, poterit tranſilire rationes quas ex elementis Euclidis & Trigonometria petemus in demonſtrationibus inſinuandis.*

Vide Iconiſmi D Fig. 269. *Primus Caſus, quando formatur triangulum rectangulum.* Sit menſuranda diſtantia inter A & B. Colloca quadrantem in A, parallelum horizonti: & per dioptras lateris A C reſpice ſignum B: per dioptras verò lateris A E reſpice ſignum D electum ad libitum. Relicto deinde baculo in A, metire diſtantiam inter A & D in pedibus (aut palmis, paſſibus, &c.) & colloca Quadrantem in D, ac per dioptras lateris D F reſpice baculum A, regulam verò dioptricam DG dirige in B, donec per dioptras illud videas: & nota quot graduum ſit arcus F G, ſeu angulus F D G. His peractis, reſultat triangulum rectangulum DAB: in quo cum quodlibet latus poſſit aſſumi pro ſinu anguli oppoſiti: aut unum pro radio, & reliqua duo pro tangente & ſecante, *per 1. propoſit. Trigon. Pract.* Item in eodem triangulo cum anguli acuti ſint noti, ut ADB ex ipſo Quadrante, & ABD *per 32. pri. Euclid.* utpote complementum ad rectum: & conſequenter cum noti ſint ſinus eorundem angulorum ex tabula ſinuum: & inſuper cum notum ſit latus A D in pedibus per menſurationem: fit ex his tribus cognitis notum latus AB, per regulam auream, ſi operis, ut *in 6. propoſit. Trigonom. Pract.* præſcribitur. Sit igitur latus A D 12. pedum. v.g. & angulus A D B 48 grad. erit ergo reliquus A B D 42. grad. Si ergo dicas: ut ſinus anguli D B A grad. 42. qui eſt partium 66913, ad ſinum anguli ADB grad. 48, nempe part. 74314: ita latus DA pedum 12, ad latus AB: invenies per regulam auream latus A B pedum 13$\frac{1}{3}$. Eandem diſtantiam invenies, ſi D A fiat radius, & A B tangens anguli A D B. Si idem DA fiat radius, & BD ſecans anguli ADB: habebis etiam latus D B in pedibus.

Secundus caſus, quando triangulum oxygonium formatur. Si in A obſerves ſignum D ſub angulo acuto BAD ex Quadrante noto, & metiaris diſtantiam A D, collocesque Quadrantem in D, & iuxta latus D E reſpicias ſignum in A relictum: per dioptricam vero Regulam D G locum B, notesque angulum ADB: invenies nihilominus diſtantiam AB, *per 25. propoſit. Trigonom. Pract.* Vide Iconiſmi D. Fig. 270. Nam cum iterum ſingula trianguli latera aſſumi poſſint pro ſinibus angulorum oppoſitorum, *per 11. & 12. Propoſit. Trigon. Pract.* & duo anguli BAD, ADB noti ſint ex Quadrante, reliquus verò ABD *per 32. pri.* noti etiam erunt eorum ſinus: Cum igitur & latus A D ſit notum in pedibus: fiet etiam latus A B notum, per auream regulam. Sit enim ut antea latus A D pedum 12, & angulus D A B grad. 26, angulus verò B D A grad. 80 erit reliquus DBA grad. 38. Si ergo dicas: ut ſinus anguli DBA grad 38. & part. 61566, ad ſinum anguli BDA grad. 80. & part. 98481: ita latus AD pedum 12 ad latus A B: invenies per regulam auream dictum latus A B pedum 19$\frac{1}{5}$ fere. Simili modo invenies latus DB.

Tertius caſus, quando formatur triangulum amblygonium. Si denique in A obſerves locum B per dioptras lateris C A, ſignum verò D per Regulam dioptricam AF ſub angulo obtuſo BAD: notatoque dicto angulo, & relicto baculo in A, Vide Iconiſmi D. Fig. 271 transferas Quadrantem in D, & per latus DE reſpicias baculum A, per Regulam verò D G locum B, & notes angulum A D B: ſcies etiam angulum ABD *per 32. pri.* Cum igitur & latus AD, & ſinus angulorum noti ſint, notum fiet ex illis latus AB. Sit enim angulus EAF grad. 50; additus ergo angulo recto B A E, fiet angulus obtuſus BAD grad 140. Sit præterea angulus ADB grad. 24: erit reliquus DBA grad. 16. Sit denique latus AD pedum 12. Si dicas: ut ſinus anguli ADB grad. 16, & par. 27564, ad ſinum anguli A D B grad. 24, & par. 40674: ita latus A D ped. 12. ad latus AB: reperies ipſum AB pedum 17$\frac{7}{10}$. Simili modo invenies latus D B.

Pro-

Propoſitio IV.

Diſtantiam duorum locorum metiri, quando ad neutrum accedi poteſt, licet tamen retrocedere in directum.

Videlconiſmi D. Fig. 272. SIt menſuranda diſtantia inter loca A & D, ad quorum neutrum accedere poſſis, poſſis tamen recedere in directum verſus *B*, & ex *B* verſus C (ſive ad dexteram, ſive ad ſiniſtram) indeque videre utrumque extremum A & D. Sic operare.

QVADRATO. Colloca Quadratum in *B*, & per latus *B a d* reſpice verſus loca A & D, per latus verò *B c* reſpice verſus ſignum aliquod C. Deinde metire diſtantiam *BC* in pedibus, & colloca Quadratum in C, ac per latus C *b* reſpice baculum in *B* rectum: Per regulam verò diopticam reſpice primo ad locum A, & nota partes inter *b a* lateris Quadrati; deinde in locum D, & nota partes inter *b d*. Tandem dic: ut C *b* ad *b a*, ita *CB* ad *BA*. iterum: ut C *b* ad *b d*, ita *CB* ad *B D*. Subtrahe jam *BA* à *BD*, & remanebit diſtantia AD nota in pedibus. *Ratio eſt, quia triangula CBD, & c b d, ſunt æquiangula, ut conſideranti patet; ergo & latera proportionalia.* Quod ſi regula dioptrica cadat ſemel in latus *b* F, & ſemel in latus E F; extendatur regula ex *b* in G, & fiat, ut C *b* ad *b* G, ita C B ad aliud ſubtrahaturque minor diſtantia à majori. Si verò bis caderet in latus E F, extendatur regula *b* F uſque ad remotiſſimam diopram, & operatio inſtituatur ut antea.

PANTOMETRO. Colloca Pantometrum in B, & per Regulam diopticam lateri ejus affixam reſpice verſus A & D, & in charta Pantometri duc rectam B *a d* juxta latus Curſoris. Iterum per eandem Regulam diopticam reſpice verſus C, & in charta duc rectam B *c*. Deinde relicto baculo in B, & menſurata diſtantiâ B C in pedibus, transfer in lineam B *c* notatam tot particulas ex linea Curſoris diviſa, à B verſus *c*, quot pedes numeraſti à B ad C. Demum colloca Pantometrum in C, & poſito Curſore ſupra lineam C *b* antea in charta ductam, dirige Regulam diopticam in B: deinde poſito Curſore ſupra punctum *c*, dirige primò Regulam diopticam in A, deinde in D, ductis interim juxta latus Curſoris lineis *c a*, *c d*. Dico diſtantiam A D continere tot pedes, quot particulas continet recta *a d*. *Ratio eſt, quia triangula C AD, c a d ſunt æquiangula: nam anguli ad a & d ſunt æquales angulis ad C & D,* per 29. pri. *& angulus ad C eſt communis: ergo, &c.*

QVADRANTE. Collocetur Quadrans in B, & per dioptras laterum reſpiciantur primò A & D ſub una linea viſuali, deinde C. Deinde collocetur in C, & per latus C *b* reſpiciatur B, per Regulam diopticam termini A & D: notenturque anguli *b* C *a*, *b* C *d*. Quibus habitis, una cum latere C B, habentur & anguli B A C, BDC: & tam horum, quam illorum ſinus ex tabula: ergo & latera B A, & B D habebuntur: ſubtractoque BA à BD, remanebit A D. *Ratio ſumitur ex propoſit. 11. & 12. & 15. noſtræ Trigonom. Pract.*

Monitio ad Tyrones.

B*Revitatis cauſa omitto multos alios caſus ac modos menſurandi diſtantias horizontales duorum aut etiam plurium locorum, quos invenies diligenter pertractatos in Pantometro: quos qui habet ingenium, facilè applicabit ad Quadratum & Quadrantem.*

CAPUT III.

De dimenſione altitudinum verticalium.

ALtitudines verticales voco illas, quæ inſiſtunt horizonti perpendiculariter, ut ſunt turres rectæ, ædificia, arbores, columnæ, & ſimilia.

Propoſitio V.

Altitudines verticales, ad quas acceſſus patet, Quadrato metiri.

ESto turris AB, cujus altitudinem ſcire oporteat. Poteſt id fieri vel ex diſtantia A C, vel AD, vel AE, & alia quavis, dummodo menſurari famosâ aliquâ menſurari poſſit. *Altitudines verticales menſurantur multis modis.*

Fiat primo ex diſtantia A C 60 pedum. Colloca igitur Quadratum è latere pedis ſuſpenſum in C, ita ut latera C L, I K ſint ad horizontem perpendicularia; quod fit ope perpendiculi à puncto L ſuſpenſi: ſi enim congruit lineæ L C, Quadratum eſt horizonti perpendiculare. His factis, dirige Regulam diopticam C F verſus turris cacumen B, quæ cadat in latus I K. Ponamus autem Quadri latera eſſe in 10 (aut in 100, perinde eſt) partes diviſa, & partes abſciſſas inter I & F eſſe 5. Quo poſito, utere regula proportionū, hoc modo: Latus Quadrati C I 10, dat diſtantiā C A 60, quid dant partes abſciſſæ IF 5? Reperies operatione abſoluta altitudinem turris AB pedum 30. *Ratio eſt, quia duo triangula CIF, CAB, ſunt æquiangula; nam anguli ad I & A ſunt recti: angulus ACB eſt utrique communis: & reliqui ſunt æquales* per 32. pri. *Ergo, &c.* Videlconiſmi D. Fig 273.

Fiat ſecundò ex diſtantia A D 30. Collocato igitur Inſtrumento in D modo antea dicto & directa regula dioptica D G in B, cadat ea in angulum G Quadrati, fiantq; duo triangula D I G, D A B. Dic jam per regulam auream: Ut D I 10 ad DA 30: ita IG 10, ad AB. Facta operatione invenies 30 pro altitudine turris. *Ratio eſt, quia dicta duo triangula ſunt æquiangula, & habent latera æqualibus angulis adjacentia proportionalia.*

Fiat tertiò ex diſtantia AE 15 pedum, cadatque regula dioptrica E H in punctum H lateris L K, ſintque inter H & L partes 5. Dic igitur: ut H L 5, ad E A 15; ita L E 10, ad A B. Reperies facta operatione regulæ trium, AB eſſe 30 pedum. *Ratio eſt, quia ELH, BAE, ſunt triangula æquiangula: nam anguli ad L & ad A ſunt recti; & tam anguli E H L, AEB, quam anguli A E B, H E L ſunt æquales,* per 29. pri. *Ergo, &c.*

Ex his colligitur, quando Regula dioptrica in aliqua diſtantia cadit in angulum G Quadrati, altitudinem eſſe æqualem diſtantiæ: quando cadit in latus K L, altitudinem eſſe majorem diſtantiâ: quando denique cadit in latus K I, eſſe minorem. Nota tamen ad altitudinem inventam adjici debere altitudinem pedis Inſtrumenti, ut dicetur Propoſitio-

ſitione ſequente. Colligitur præterea, quomodo inveniantur diametrales EB, DB, CB, eadem opera.

Propoſitio VI.

Altitudines verticales, ad quas accedi poteſt, metiri Pantometro.

Vide Iconiſmi D. Fig. 274. ESto turris, domus, &c. A B, ad horizontem perpendicularis, ad quam accedere poſſis. Numera à B baſi turris uſque ad C, quotlibet pedes; & colloca Inſtrumentum ſupra pedem ſuum accommodatum, ita ut ſit horizonti perpendiculare, prout figura monſtrat; directâque Regulâ dioptricâ in B, fac juxta Curſoris latus lineam C *b* in charta horizonti parallelam. Deinde rectâ eâdem Regulâ in A, & poſito Curſore ſupra C punctum, duc lineam C *a*. His factis, numera à C uſque ad *b* tot particulas, quot pedes numeraſti à C uſque ad B; & ex *b* erige perpendicularem *b a*, quæ interſecet lineam C *a* in *a*. Dico, particulas lineæ *b a* dare pedes altitudinis BA. *Ratio eſt, quia in duobus triangulis A B C,* ab C, *angulus ad C eſt communis utrique, anguli ad B & b ſunt recti ex ſuppoſitione & operatione: anguli denique ad A & a ſunt æquales*, per 32 pri. & 29, ejusd. *Ergo ut particulæ C b ad particulas* b a, *ita pedes C B ad pedes B A* per 4. Sexti, & 16. Quinti.

Annotatio I.

ALtitudini AB inventæ debes adjicere altitudinem pedis Inſtrumenti, nempe altitudinem CF, ſeu BG ipſi æqualem: nam per operationem factam reperitur ſolum altitudo AB, non AG. II. Particulæ lineæ C a dant pedes lineæ diametralis C A, propter cauſam antea dictam. III. Si ſpatium inter B & C non eſt æquale, extende chordam. Si eſt declive, dirige Regulam dioptricam horizonti parallelã in turrim, & nota in ipſa turri punctum v. g. B ad quod terminatur radius viſualis: facta enim operatione modo dicto, habebis altitudinem à cacumine uſque ad punctum B notatum: cui altitudini ſi adjicias ſpatium B G uſque ad terram, habebis totam altitudinem turris.

Corollarium.

HInc colligitur quomodo menſuranda ſit portio alicujus altitudinis verticalis, v. g. diſtantia inter feneſtram D & cacumen A, item diſtantia inter duas feneſtras D & E. Si enim primo inveſtiges altitudinem majorem B A, modo dicto, deinde minorem BD, hanc ab illa ſubtrahas, habebis diſtantiam inter D & A. Eodem modo invenies diſtantiam inter E & D. Idem intellige circa uſum Quadrantis ſequentis.

Propoſitio VII.

Metiri altitudinem perpendicularem AB Quadrante, quando ad ipſius baſin B accedi poteſt.

STatue Quadrantem in loco C, diſtante à B 20 pedibus; & per dioptram CE aſpice ſummitatem A ſub angulo A C B grad. 60. erit ergo angulus C A B grad. 30. His tribus cognitis, invenies A B *primò* per ſinus, ſi dicas: Ut ſinus anguli C A B grad. 60, & part. 50000, ad ſinum anguli ACB grad. 60, & part. 86602 ita latus C B pedum 20, ad latus BA pedum $34\frac{3}{5}$ ferè. *Addi tamen debet altitudo Inſtrumenti è terra elevati.* Eandem invenies *ſecundò* per ſinus & tangentes: ſi CB fiat ſinus totus, & AB tangens anguli A C B. Nam ſi dicas: ſinus totus 100000 dat tangentem anguli ACB grad. 60. nempe 173205: quid dat latus CB pedum 20? Invenies enim pro latere A B pedes $34\frac{6}{10}$ ſive $\frac{3}{5}$. *Diametrum ſive hypothenuſam C A eadem opera invenies per ſinus, & per ſecantes. Per ſinus, ſi dicas: ut ſinus anguli B A C grad. 30. & par. 50000, ad ſinum totum part. 100000, ita latus B C pedum 20, ad latus C A pedum 40. Per ſecantes, ſi facias C B ſinum totum & dicas: ut ſinus totus 100000, ad ſecantem anguli ACB grad. 60, & par. 200000: ita latus B C ad latus C A 40.*

Vide Iconiſmi D. Fig. 275.

Propoſitio VIII.

Altitudines verticales, ad quas acceſſus non patet, Quadrato metiri per duas ſtationes.

ESto turris AB in diagrammate Propoſit. 5. præcedentis, ſitque diſtantia A E ignota, eò quòd non poſſit ex E accedi ad A. Fiant *primò* obſervationes duæ in E & D. Et in E quidem obſervetur per pinnulas regulæ E H, cacumen turris B, & notentur partes L H 5 in latere L K abſciſſæ. Deinde transferatur Inſtrumentum ex E in D ſecundum lineam rectam A D, & obſervetur ſimiliter per regulam D G cacumen B cadatque regula in angulum G, & ſit L P ipſi L H æqualis, nempe 5 partium: totidemque partium ſit HK, vel PK, cum tota LK ſit 10 partium: diſtantia vero inter duas ſtationes E & D ſit 15 pedum. *Cum igitur duo triangula PDG, EBD: item duo GLD, BAD, ſint ſimilia, ut conſideranti patet;* Si dicas: G P 5, dat E D 15 quid dat L K, ſive L G 10? Reperies diſtantiam AD 30 pedum. Et quia in ſtatione D regula cadit in angulum G: erit altitudo turris AB diſtantiæ AD æqualis, nempe 30 pedum, eò quòd ſicuti G L eſt æqualis ipſi LD, ita AD eſt æqualis ipſi AB.

Vide Iconiſmi D. Fig. 273.

Fiant *ſecundò* obſervationes duæ in D & C, cadatque in D regula dioptrica in angulum G, in C verò cadat in punctum F lateris I K, ſitque diſtantia DC 36 pedum. Extendatur ex L per K regula quædam diviſa uſque in M, donec ſcilicet attingat regulam dioptricam CF protenſam; habeatque K M partes 12, & conſequenter tota L M partes 12, & conſequenter tota L M partes 22, quoniam K L eſt 10 partium. Igitur ſi dicas: KM 12, dat C D 36; quid dat LM 22? reperies diſtantiam CA 66 pedum. Sit jam IF partium $4\frac{6}{11}$. *Cum igitur triangula CIF, CAB, ſint ſimilia, ſitq; CI partium* 10, *IF partium* $4\frac{6}{11}$, & CA *pedum 66:* Si dicas: IC 10, dat IF $4\frac{6}{11}$, quid dat CA? reperies AB 30 pedum altitudinis.

Fiant *tertiò* duæ obſervationes in E & C, ſitq; diſtantia obſervationū E C pedū 51, & cadat regula dioptrica in obſervatione E in H, in obſervatione verò C in F, & fiat IO æqualis ipſi IF, extendanturq; per LK, & per E O, duæ reg. diviſę, in N concurrentes: ſitq; KN 12. partium: HK 5. ut tota HN ſit 17, remaneatq; HL 5. *Et quia triangula*

LAB

EAB. EHL ſunt ſimilia, eſtq́, LH 5, E L 10. partium: item quia EBC, EHN ſimilia, eſtq́, HN 17, & diſtantia CE 51 pedum; ſi dicas HN 17, dat CE 51; quid dat LH 5? repeties A E 15 pedum. Ruſus, ſi dicas: LH 5, dat AE 15: quid dat EL 10? reperies AB 50 pedum altitudinis. *Omnia melius fortaſſis intelligentur ex ſequenti Propoſitione.*

Propoſitio IX.

Altitudines verticales metiri Pantometro per duas ſtationes, ad quas non potest acceſſus, poteſt tamen in directum retrocedi.

Videlconiſmi D. Fig. 176. ESto ut antea turris AB, ad cujus baſin B accedere non poſſis, propter foſſam, ædes adjunctas, &c. utere duabus ſtationibus in C & D, ſic. Colloca *primò* inſtrumentum in C horizonti perpendiculare, & juxta Curſoris latus duc in charta aut tabula ipſius lineam C *b* horizonti paralle-lam. Reſpice deinde per dioptras regulæ cacumen A turris & applicato Curſore ſupra punctũ C, duc rectam C *a* in charta. His factis, procede verſus turrim uſque ad D, & numera pedes inter C & D interjectos; ſimulq; in linea C *b* chartæ numera ex C uſq; ad *d* tot particulas, quot pedes numeraſti à ſtatione C uſque ad ſtationem D. His etiam factis colloca Inſtrumentum in D, ita ut *d* inſtrumenti correſpondeat D loci: & dirige regulam dioptricam iterum in cacumen A, Curſorem vero pone ſupra punctum *d* ſeu D, & fac D *a*, quæ interſecet lineam *c a* ſeu C *a* in *a*. Poſt hæc à puncto interſectionis *a* demitte perpendicularem *a b* ad lineam *c b* chartæ. Dico jam, turrim AB continere tot pedes in altitudine, quot particulas continet perpendicularis *a b* chartæ. Dico præterea, rectam *b* D dare latitudinem foſſæ D B, ſi D fuit prope foſſam: *b c* diſtantiam primæ ſtationis C à turri; D *a*, & *c a*, lineas diametrales à locis ſtationum ad cacumen A. *Ratio eſt, quia duo triangula, ACD majus, &* a c D *minus ſunt æquiangula, propterea quod angulus ADC eſt communis utrique, & angulus A C D eſt idem cum angulo* a c D: *& reliqui ſunt æquales,* per 32. pri. *Ergò*, per 4 Sexti, & 16. Quinti, *proportio lateris* D a *minoris, ad latus D A majoris, eſt ſicuti proportio D* c *minoris, ad DC majoris. Quia ergo latus D* c *minoris continet tot particulas, quot pedes continet latus DC majoris, & è contra: ſequitur quod etiam latus D* a *minoris contineat tot particulas, quot pedes continet latus D A majoris, & è contra. Iterum duo triangula A D B majus, &* a *D* b *minus, ſunt æquiangula, propterea quod angulus B &* b *in utroq́, rectus eſt, angulus ADB communis utrique, & reliqui æquales* per 32. pri. *Ergo*, per 4, Sex. & 16. Quin. *proportio lateris* a b *minoris ad latus A B majoris, eſt ſicuti proportio lateris* a *D minoris ad AD majoris, & è contra. Quoniam igitur A D majores continet tot pedes, quot particulas continet* a *D minoris: ſequitur quod etiam A B majoris contineat tot pedes, quot particulas continet* a b *minoris: quod erat inquirendum.*

Simili modo demonſtrantur cætera quæ in Proportione aſſerui.

Annotationes.

I.

S*I primã ſtationem facias in D, & ſecundam in C,* in C, & ex d chartæ uſque ad c ſeu C *numeres particulas, & reliqua praſtes ut dictum: invenies eandem altitudinem. II. Non eſt neceſſe ut videatur baſis turris, ſed ſufficit ut Regula & Curſor directè in baſim, ſint paralleli horizonti, ut fiat linea* C d b *horizonti parallela. III. Si numeres particulas lateris* D b *trianguli* a D b, *habebis diſtantiam DB. Si verò numeres particulas* c b, *habebis diſtantiam CB: à qua ſi ſubtrahas diſtantiam CD, remanet diſtantia D B. Demonſtratio horum ſimilis eſt præcedenti.*

Corollaria.

I.

E*X dictis colligitur* primò, *qua ratione menſuranda ſit altitudo perpendicularis alicujus montis: etiamſi ad baſim perpendicularis accedi non poſſit propter montis acclivitatem. Si enim ſtationem primam facias in loco* C *à monte remotiori, alteram in D monti propinquiori, & ex utroque loco aſpicias verticem montis, aut ſignum aliquod vertici impoſitum, & reliqua præſtes ut dictum: dabit* a b *perpendicularem A B, à vertice montis uſque ad planum cui mons inſiſtit, & in quo operationem inſtituiſti.* Montis altitudinem metiri.

II *Colligitur* ſecundò, *qua ratione invenienda ſit diſtantia à loco ſtationis, ſeu prima, ſeu ſecunda, uſque ad perpendicularem montis aut turris, arcis, &c. monti impoſita. Unde ſi perforandus eſſet mons, & arci impoſita ſupponendus pulvis pyrius; quantum perforandum ſit, ſcies.*

III. *Colligitur* tertiò, *quo modo menſuranda ſit portio alicujus altitudinis verticalis, ad quam non poſſis accedere; ſi nimirum primò inveſtiges majorem, deinde minorem altitudinem, ac demum ſubtrahas minorem à majori.*

Propoſitio X.

Metiri altitudinem perpendicularem A B, quando non poteſt accedi ad ipſius baſim, Quadrante ex duplici ſtatione.

OBſerva ſummitatem A primò in D, deinde in C, ſub angulis ADB grad. 70 & ACB gr. 50: & nota diſtantiam inter CD pedum 20 v. g. Ex his invenies hypothenuſam DA (quâ cognita, cognoſces deinde altitudinem A B) tali pacto. Cum in triangulo A C D notus ſit angulus C gr. 50 ex Quadrante, & notus etiam ſit angulus CDA gr. 110, *per 13. pri. Euclid.* utpote deinceps angulo A D B cognito etiam ex Quadrante, cujus eſt complementum ad duos rectos: & notus præterea ſit angulus C AD grad. 20. *per 32. pri.* & tandem notum ſit latus C D pedum 20. invenies latus DA, ſi dicas: ut ſinus anguli CAD gr. 20. & part. 34201, ad ſinum anguli ACD gr. 50. & part. 76604: ita latus CD pedum 20, ad latus DA. Invenies enim pedes $44\frac{4}{5}$ ferè. Habito latere DA trianguli A D B, cum habeatur etiam angulus A DB grad. 70, ex Quadrante, & angulus B ex ſuppoſitione rectus: ſi AD aſſumas pro ſinu toto, & dicas: ut radius 100000, ad ſinum anguli ADB 70, & part. 95969; ita latus DA pedũ $44\frac{4}{5}$ ad aliud: invenies latus AB ped. $41\frac{9}{10}$ ferè. Si verò dicas: ut ſinus tot' 100000, ad ſinũ ang. D A B 34201, Videlcon D. Fig. 175.

Profunditatum dimenſo.

aſcendentes ex inferiori: cujuſmodi ſunt profunditates puteorum, vallium, &c. quæ etiam vocari poſſunt verticales profunditates: & eandem ferè dimetiendi rationem habent cum verticalibus altitudinibus.

Propoſitio XV.

Profunditates puteorum metiri.

Vide Iconiſmi D. Fig. 279.

ESto puteus DFEC, æqualem habens latitudinem, ſuperius DC, inferius FE, ſive rotundæ ſit cavitatis, ſive non. Metire latitudinem DC, quæ ſit v. g. 20 pedum. Deinde applica *Quadratum*, *aut Quadrantem* ut vides, & directâ dioptra in F, nota in Quadrato partes CG 30. v. g. in *Quadrante* arcum CH. Demum dic: ut GC 30, ad CA 100. ita DC vel FE 20 ad EA. Item, ut ſinus anguli FAE, ad ſinum anguli AFE, ita FE ſeu DC ad EA. Vel, ut ſinus totus ad tangentem anguli AFE, ita FE ſeu DC ad EA. *Pantometro ſic utere.* Fac duas rectas AC, CG, interſecantes ſe in C, & ex C uſque in G, transfer 20 particulas, & dirige regulam diopticam in F, poſitoque Curſore in puncto G duc rectam GA. His factis, tot pedes continebit AE, quot particulas AC. Auferri debet in omnibus tribus operationibus altitudo Inſtrumenti CA à profunditate AE inventa. *Ratio horum omnium ex dictis patet.* Aliis etiam modis inſtitui poteſt operatio, ut in Pantometro dixi, quos omitto.

Propoſitio XVI.

Profunditates vallis metiri ex monte.

Vide Iconiſmi D. Fig. 279.

MOns ſit AFE præcedentis figuræ, altitudo vallis FI, vel EA quæ quæritur. Metire primò per ea quæ dicentur capite ſequenti, diametralem AF. Deinde applica Inſtrumentum ut vides & viſo ſigno F, dic pro *Quadrato*: Ut partes regulæ AG ad partes lateris AC, ita AF ad AE, vel FI. Pro *Quadrante* dic: ut ſinus totus ad ſinum anguli AFE, ita AF ad AE ſeu FI. Pro *Pantometro* transfer ab A uſque in G tot particulas, quot pedum eſt diametralis AF, & per G duc rectam GC perpendicularem ipſi AC, & dic: ut particulæ AG ad particulas AC, ita AF ad AE, ſeu ad FI. *Alius modis invenire poteſt eadem vallis profunditas in Pantometro inſinuatis, quos omitto: ſicut & praxin inveniendi altitudinem turris in valle poſitæ.*

CAPUT V.

De dimenſione diſtantiarum diametralium.

Diametrales diſtantias metiri.

DIſtantias ſeu lineas diametrales voco, diſtantias transverſales à termino quopiam in planitie conſtituto uſque ad alium in eminentiori loco ſitum, qualis eſt ſcalarum muris applicatarum ad conſcendendum, qualeſque ſunt diſtantiæ EB, DB, CB, &c. in ſequentibus diagrammatis.

Propoſitio XVII.

Diſtantiam diametralem invenire, quando ad baſim altitudinis accedi poteſt, aut nota eſt ipſa altitudo.

QVADRATO. Sint inveniendæ diſtantiæ EB, DB, CB. Metire in pedibus v. g. intervalla AE, AD, AC, & applicato Quadrato in E, in D, in C, dirige regulam diopticam in B. Deinde dic in primo caſu, ut LH ad HE, ita AE ad EB: in ſecundo caſu, ut LK ad KD, ita AD ad BD: in tertio, ut IC ad CF, ita AC ad CB. *Ratio eſt, quia in omnibus caſibus formantur triangula duo ſimilia, ut ex dictis ſupra cap. 3. Propoſit. 5. patet.* Vide Iconiſmi D. Fig. 273.

PANTOMETRO. Sint inveniendæ diſtantiæ CE, CD, CA. Metire CB, & ducta inſtrumento recta C*b* horizonti parallelâ, directaque regula dioptrica in E, in D, in A, fac rectas C*e*, C*d*, C*a*. Numera deinde ex C in *b* tot particulas, quot pedes in CB, erigeque perpendicularem *b a*. Particulæ C*e*, C*d*, C*a* dabunt pedes CE, CD, CA. *Ratio ſumitur à triangulis duobus ſimilibus, ut explicatum eſt loc. cit. Propoſit. 6.* Vide Iconiſmi D. Fig. 274.

QVADRANTE. Sint menſurandæ diametrales DA, CA. Metire in pedibus DB, CB, & applicato Quadrante in D & C, dirige regulam in A, & dic: ut ſinus anguli BAD ad ſinum totum, ita BD ad DA: item, ut ſinus anguli BAC ad ſinum totum, ita BC ad CA. Eaſdem diametrales invenies per ſecantes modo dicto loco cit. Propoſit. 7. Vide Iconiſmi D. Fig. 275.

Annotatio I.

SI altitudo eſt nota, & diſtantia horizontalis ignota, invenies nihilominus diametrales, ſi operaris modo prædicto, & dicas in ſchemate Quadrati Figura 273, ut LE ad EH, ita AB ad BE, &c. in ſchemate Pantometri Figura 274, ut b e *ad* e C, *ita BE ad EC &c. in ſchemate Quadrantis Figura 275, ut ſinus totus ad ſecantem anguli BAD, ita BA ad AD &c. II. In omnibus caſibus, ſi Inſtrumentum eſt elevatum ſupra terram, diagonalis in ipſo ducta, aut per regulam diopticam deſignata, debet extendi (applicato filo) uſque ad terram per lineam rectam, ut habeatur integra diagonalis quæſita.*

Propoſitio XVIII.

Diſtantiam diametralem invenire quando ad baſim altitudinis non poteſt accedi, neque nota eſt ipſa altitudo.

QVære prius vel latitudinem inacceſſibilem, per dicta cap. 2. Propoſit. 4. vel altitudinem, per dicta cap. 3. Propoſit. 8. 9. & 10. Ex utravis inventa invenies diſtantiam diametralem modo dicto Propoſit. præcedente.

Propoſitio XIX.

Diſtantiam diametralem invenire ſine ulla obſervatione, quando nota eſt altitudo & diſtantia horizontalis.

SIt nota altitudo BA, & diſtantia AE figuræ 273.

In charta aliqua fac angulum rectum B A E, & diviſâ B C in tot particulas, quot pedes continet altitudo, A E verò in tot, quot pedes continet diſtantia horizontalis; fac hypothenuſam EB, & ſimiliter in particulas prioribus æquales divide. Numerus particularum hujus hypothenuſæ erit numerus pedum diametralis quæſitæ.

Propoſitio XX.

Acclivitatem alicujus montis invenire.

Montis acclivitatem metiri.

ACclivitas vel declivitas montis, hoc eſt, diſtantia à ſummitate per dorſum uſque ad ſubjectam vallem aut planitiem, habet rationem diſtantiæ diametralis. Quam ſic invenies per dicta cap. 2. Propoſit. 1. 2. & 3. Declivitas ſeu acclivitas montis ſit BA, ita ut B ſit ſignum aliquod in monte, A in valle. In ipſa montis ſummitate, ſi fieri poteſt, fac duas ſtationes, v.g. in B & E, poſito Quadrato ita, ut planum ejus ſit montis dorſo ſeu acclivitati perallelum: & in utraque obſerva ſinum A in ſubjecta valle aut planitie, modo ibidem Propoſit. 1. dicto. Erit ut E F ad FI, ita EB ad BA: *Ratio ex ibi dictis patet.* Eodem modo reperies acclivitatem Pantometro & Quadrante, ſi opereris ut præſcribitur Propoſit. 2. & 3. dabunt enim in Pantometro particulæ *ac* pedes acclivitatis E C. Quadrato verò invenies, ſi dicas, ut ſinus anguli C ad ſinum anguli D, ita BA ad AB.

Vide Iconiſmi D. Fig. 164.

Propoſitio XXI.

Diagonalem ex ipſa altitudine nota invenire.

Vide Iconiſmi D. Fig. a. 2.

DAta ſit altitudo B C, & ſit invenienda diagonalis C A, C D, C H. In ſummitate C applica inſtrumentum ut figura monſtrat, & dirige radium viſualem in A, in D, in H. His factis, in *Pantometro* particulæ C *a*, C *d*, C G, dant diametrales C A, C D, C H. In *Quadrato* eaſdem habebis, ſi dicas, ut *b* C ad C *a*, ita B C ad CA, &c. In *Quadrante*, ſi fiat ut ſinus anguli CAB ad ſinum totum, ita B C ad C A, &c. *Ratio patet ex dictis cap. 2. Propoſit. 4.*

CAPUT VI.

De uſu Quadrati & Quadrantis penduli.

Quadrati & Quadrantis geometrici penduli uſus.

UTrumque inſtrumentum in uſu poſſe eſſe & ſtabile, & pendulum, ſupra diximus cap. 1. Explicavimus breviter uſum quando ſtabilia ſunt, id eſt, è pedibus ſuis ſtabiliter ſuſpenſa, & vel horizonti parallela, vel perpendicularia, vel alium ſitum habentia: nunc paucis inſinuandus uſus dum pendula ſunt, id eſt, è manibus, vel è ſuis etiam pedibus mobiliter ſuſpenſa. In quo caſu, loco regulæ diopticæ è centro A ſuſpenſæ, ſuſpendi debet filum cum perpendiculo ex eodem centro A.

Propoſitio XXII.

Quadrato pendulo turrium & aliarum rerum altitudines dimetiri, quando ad baſim accedi poteſt.

Vide Iconiſmi D. Fig. 220.

ESto turris AB, Sint diſtantiæ A C, AD, AE, in quibus obſervationes fieri debeant, cognitæ, ſitque A C 20, A D 40, A E 100 pedum. Obſervetur per pinnulas lateris G F cacumen turris B, & abſcindat perpendiculum F H in ſtatione prima C, ex latere G M partes 5 G I, in ſecunda D partes 10 G I, in tertia E ex latere K L partes K I 4, adeoque I L ſit 6 partium. Et quia in prima ſtatione C, diſtantia A C ponitur pedum 20, G I partium 5, G F partium 10, *& ſunt triangula B A C, F G I, æquiangula (nam anguli A & G ſunt recti; anguli verò ABC, IFG ſunt æquales,* per 29 pri. *propter parallelas A B, F H, in quas linea optica CB incidit, & reliqui etiam duo anguli æquales ſunt,* per 32. pri.) *ſi dicas: GI 5, dat GF 10, quid dat AB 20? reperies AB 40 pedum.*

In ſecunda ſtatione D, quia diſtantia à turri BA ponitur 40 pedum, & GI 10 partium, ſicut & G F, ſi dicas: GI 10, dat GF 10, quid dat A D 40? reperies iterum AB 40 pedum.

In tertia ſtatione E quia diſtantia A E ponitur 100 pedum, K I 4 partium, & K F 10, (ſuntque triangula A B E, K F I æquiangula, quoniam anguli ad A & K ſunt recti, anguli verò A B E, F I K ſunt æquales, quod uterque æqualis ſit angulo I F E, *per 29. pri*;) ſi dicas KF 10, dat KI 4, quid dat AE 100? reperies ut antea AB 40. pedum.

Propoſitio XXIII.

Quadrato pendulo metiri altitudines, quando ad earum baſes accedi non poteſt.

Vide Iconiſmi D Fig. 220

SInt diſtantiæ A C, AD, AE incognitæ. Obſervetur *primò* cacumen B per lateris G F pinnulas, in C & D, cadatque perpendiculum in I, & G I primæ obſervationis transferatur ex G ſecundæ obſervationis in L, ſitque G I, ſive G L partium 5, totidemque L I, & diſtantia inter duas ſtationes C & D ſit 20 pedum. Si igitur dicas: L I 5, dat G L, ſeu G I 5; C D 20 quid dat? reperies A C 20 pedum. Cum igitur jam diſtantia A C nota ſit, ſcietur & altitudo AB ut prius, ſi nimirum dicas: GI 5, dat GF 10, quid dat CA 20? reperies enim rurſus AB 40 pedum.

Obſervetur *ſecundo* cacumen B in ſtationibus C & E, per pinnulas lateris GF. Transferatur GI 5, primæ obſervationis, ex G in N ſecundæ obſervationis, cadatque filum in eadem ſecunda ſtatione in I lateris KL, & extendantur per F & I, item per G & L, duæ regulæ in M concurrentes, ſitque GN 5 partium, N M 20, diſtantia obſervationum CE pedum 80. Igitur ſi dicas: NM 20, dat C E 80, quid dat G N 5? aut convertendo *per 16. Quinti*, N M 20, dat G N 5, quid dat CE 80? reperies AC 20 pedum. *Ratio eſt, quia tam triangula B A E, F G M, quam triangula A B C, F G N ſunt æquiangula, ut conſideranti patet.* Habitâ igitur diſtantiâ A C à turri, facile reperitur altitudo turris AB, ſi dicas: G M 25, dat AE 100, quid dat FG 10? vel convertendo *per*

16. *Quinti*,

Digitized by Google

16, *Quinti*, GM 25, dat FG 10. quid dat AE 100? repeties enim rurſus 40 pedum altitudinem turris AB. Eandem altitudinem obtinebis, ſi dicas: GI, ſeu GN 5. dat FG 10, quid dat AC 20?

Obſervetur *tertiò* cacumen B per pinnulas lateris GF in ſtationibus D & E, cadatque filum in ſtatione D in angulum I, in ſtatione E in I lateris KL, & extendantur duæ regulæ per FI: & per GL, concurrentes in M, ſitque LM 15 partium, GK 10, diſtantia obſervationum DE 60 pedum. Igitur ſi dicas: LM 15, dat DE 60, quid dat GL 10? reperies DA 40 pedum. Quare habita diſtantia DA à turri AB, cū in obſervatione D filum ſive perpendiculum cadat in angulum I, erit altitudo turris æqualis diſtantiæ, hoc eſt 40 pedum.

Propoſitio XXIV.

Quadrante pendulo metiri altitudines verticales acceſſibiles.

Vide Iconiſmi D. Fig 280.

SIt ut antea turris AB, ſitque *primò* obſervanda ex C diſtante ab A 20 pedibus. Per pinnulas GE reſpiciatur cacumen B, & notetur angulus GFI, ſeu CBA, & conſequenter angulus BCA qui eſt prioris complementum ad rectum. Dic deinde: ut ſinus anguli ABC, ad ſinum anguli BCA, ita diſtantia CA ad altitudinem AB. Vel ut ſinus totus ad tangentem anguli BCA, ita diſtantia CA ad AB. Sit *ſecundò* obſervanda ex D, diſtante ab A 40 pedibus, cadatque filum perpendiculi FH in gradum 45, ſeu in angulum I. Erit ergo altitudo AB æqualis diſtantiæ AD. Quod etiam reperies, ſi dicas; ut ſinus anguli IFG, ſeu ABD, ad ſinum anguli FGI, ſeu BDA, ita diſtantia DA ad AB. Seu, ut ſinus totus ad tangentem anguli D. ita DA ad AB. Sit *tertiò* obſervanda ex E, diſtante ab A 100 pedibus, cadatq; perpendiculum in I, & notetur angulus IFG ſeu AEB, & conſequenter angulus IFK, ſeu BAE. Deinde dic ut antea: ut ſinus anguli ABE ad ſinum anguli E, ita EA ad AB; vel, ut ſinus totus, &c.

Propoſitio XXV.

Quadrante pendulo metiri altitudines easdem inacceſſibiles.

OBſervetur cacumen B, per pinnulas lateris GF, primo in C, deinde in D diſtante à C 20 pedibus; & notetur in prima ſtatione angulus IFG, ſeu ABC, in ſecunda angulus IFG, ſeu ABD, & primo ſubtracto à ſecundo, notetur angulus IFL, ſeu CBD. Deinde dicatur: ut tangentes anguli CBD ad tangentem anguli ABC, ita CD, ad CA. Habita igitur diſtantia CA, invenitur altitudo AB ut antea. Simili modo procedendum eſt, ſi obſervationes fiant in D & E, aut in C & E.

Annotatio I.

IN omnibus caſibus hujus capitis, ad altitudinem inventam debet addi elevatio Inſtrumenti ſupra terram. II. Similem uſum habent prædicta Inſtrumenta in Uranometria; in Geometria verò vix alium uſum habent. III. Qui evitare vult calculum arithmetica recedat in uſu Quadrati tam diu ab altitudine acceſſibili, donec regula cadat in angulum; & tunc diſtantia ab altitudine erit æqualis altitudini: Vel donec cadat in punctum quintam lateris recti BC; & tunc diſtantia eſt ſubdupla altitudinis: Vel donec cadat in punctum quintum lateris verſi CD; & tunc diſtantia eſt dupla altitudinis.

CAPUT VII.

De variis dimetiendi modis per alia Inſtrumenta aut ſine Inſtrumentis.

IN hoc caput conjiciam varios modos dimetiendi per Inſtrumenta facillimè parabilia, aut etiam ſine omni Inſtrumento, quoniam id Tyronibus gratiſſimum accidere non ignoro. *Metiendi modi varii.*

Propoſitio XXVI.

Metiri altitudines perpendiculares acceſſibiles, per umbram.

Metiri altitudines per umbram.

SIt menſuranda turris, domus, columna, arbor, &c. AB. *Primò* ſole lucente erige perpendiculariter baculum DE cujuſcunque longitudinis, diviſum in 10. partes æquales, & vide quot talium partium ſit umbra ejus EF. *Secundò* metire umbram BC turris in pedibus v. g. 30. *Tertiò* dic per regulam Trium: ut umbra EF, ad altitudinem ED, ita umbra BC ad altitudinem BA. Quotiens dabit altitudinem quæſitam. *Ratio patet ex dictis, & fundatur* in 4. Sexti Euclid. *Supponitur autem poſſe accedi ad baſim B.* Pro baculo potes uti filo DE in 10 partes æquales per nodulos diviſo, & habente annexū pondus: ſi enim ſuſpendas filum, ut pondus E attingat leviter terram & metiaris umbram EF fili, procedasq; ut dictum; invenies eandem altitudinem AB. Potes etiam in regula aliqua lignea EF, v. g. prolongata, & diviſa in multas partes æquales ſecundum longitudinem, erige perpendiculariter in ejus extremo E ſtylum ED in 10 partes æquales diviſum: ſic enim ſtatim videbis quot partium ſit umbra à ſtylo projecta. Imo horizontale planum poteſt dividi in multos circulos concentricos æqualiter inter ſe diſtantes, & in ejus centro erigi ſtylus diviſus in 10 ejusdem magnitudinis partes, quibus diſtant inter ſe circuli. Hac ratione poteris metiri altitudinem quamcunque particulariter erectam etiam à te remotam, ſi miſſo alio explores longitudinem umbræ ipſius. Ex his ingenioſus Tyro multa alia eruere poterit.

Vide Iconiſmi D. Figuram CCLXXX.

Propoſitio XXVII.

Altitudines verticales acceſſibiles metiri per umbram ſine arithmetica.

SIcut ut antea altitudo verticalis AB quæ projiciat umbram BC quotcunque pedum. Erige perpendiculariter baculum DE longum uno pede, & nota longitudinem umbræ EF quam projicit. Accipe deinde alium bacillum tantæ longitudinis, quantæ eſt umbra EF, & metire

tali bacillo umbram C B. Dico, tot pedes continere altitudinem A B, quoties umbra B C continet dictum bacillum æqualem umbræ E F, ut ſi umbra B C continet trigeſies in ſe menſuram umbræ E F, altitudo A B erit 30. pedum. *Ratio eſt, quia ſicut ſe habet umbra E F projecta ab uno pede D E ad ipſum D E: ita ſe habet umbra B C projecta a 30 pedibus AB, ad ipſum AB.* Modum hunc inſinuat Plato in aliquo Dialogo, cujus nunc non memini.

Aliter ſine arithmetica. Centro E, ſemidiametro DE, deſcribe circulum in plano aliquo horizontali, & infixo ad perpendiculum ſtylo D E æquali ſemidiametro circuli, exſpecta donec extremitas umbræ F E attingat peripheriam circuli. Metire tunc umbram altitudinis, & quot pedum erit umbra, totidem erit altitudo. *Ratio eſt quia ſicuti umbra ſtyli eſt æqualis ſtylo, ita umbra altitudinis altitudini.*

Propoſitio XXVIII.

Metiri altitudines verticales acceſſibiles per umbram ope Quadrati & Quadrantis.

Videlcon II. Fig. 262. QVADRATO. Colloca Quadratum horizonti perpendiculare, ut figura monſtrat (vel, quod perinde eſt, inverſo ſitu, ut latus AD ſit terti parallelum) & regulam diopticam AO eleva ac deprime tamdiu, donec radius ſolis per utriuſque pinnacidii E & F foraminulum tranſeat. Tum ſi regula cadit in angulum C, altitudo rei menſurandæ eſt præciſè æqualis ſuæ umbræ, ac proinde menſurata umbra uſque ad radicem altitudinis, ſcietur altitudo. Si cadit in latus rectum BC, v.g. in partem ſexageſimam: umbra eſt minor quam altitudo, & quam proportionem habent 60 ad 100, eandem habet umbra altitudinis ad altitudinem. Si cadit in latus verſum CD, v g. in partem 80, umbra eſt major quam altitudo, & ut ſe habet 80 ad 100: ita umbra altitudinis ad altitudinem. *Ratio patet ex dictis de uſu Quadrati in præcedentibus.*

QVADRANTE. Colloca Quadrantem ut Quadratum, & eleva ac deprime regulam A O ut antea. Si cadit in gradum 45: umbra altitudinis eſt ipſi æqualis. Si cadit citra 45. v. g. in gradum 30. umbra eſt major & ſe habet ad altitudinem ſicut ſinus complementi anguli 30 graduum ad ſinum anguli 30. grad. Si cadit ultra 45, v. g in 70 grad. umbra eſt minor altitudine, & ſe habet ad illam iterum ut ſinus complementi anguli 70 grad. ad ſinum anguli 70 graduum. *Ratio patet ex dictis in Trigonom. de ſinibus.*

In omnibus tamen caſibus ad altitudinem inventam debet addi altitudo inſtrumenti ſupra terram. Qui in uſu Quadrati vult evitare calculum arithmetica, obſervet in acceſſu & receſſu ab altitudine id quod diximus cap 6. in Annot. 3.

Propoſitio XXIX.

Foſſa aut fluvii non adeo magni latitudinem metiri pileo capiti impoſito.

Metiri latitudinem pileo. I. STans erectus ad unam ripam fluvii, reſpice ad alteram, & limbum pilei capiti impoſiti ram diu deprime & eleva, donec radius viſualis radat limbum, & terminetur ad alteram ripam. II. Manente eodem corporis & pilei ſitu, verte te, & in planitie nota ſignum in quod terminatur radius viſualis radens limbum pilei. III. Metire ſpatium inter te & ſignum notatũ: huic enim ſpatio æqualis eſt fluvii latitudo. In figura præſente fluvius ſit AD, homo erectus A B, radius viſualis ex oculo B. emiſſus, & radens limbum BC, terminatusque in D, ſit B C D. Manente hoc ſitu erecti corporis & depreſſi pilei, vertat ſe, & reſpiciat ſignum E, per radium B C E. Spatium AE erit æquale ſpatio AD. *Ratio deſumitur ex* 26. pri. Eucl. *nam duo anguli ABD, BAD, ſunt æquales duobus ABE, BAE, ex conſtructione & ſuppoſitione, & latus AB utrique adjacens eſt commune utrique triangulo BAD, BAE; ergo & latera AD, AE, æqualia ſunt.* Videlconiſmi D. Fig. 281.

Propoſitio XXX.

Aliter idem facere baculo & bacillo.

FAcilius & ſecurius idem facies hoc modo I. Ad ripam A fluminis AD, erige perpendiculariter (ope perpendiculi) baculum AB; & fiſſura facta in B, infige ipſi baculum G C. II. Applicato oculo ad G, & reſpiciendo ſupra dorſum bacilli, eleva ac deprime eum intra fiſſuram B tam diu, donec radius viſualis G C D cadat in alteram ripam D. III. Immoto manente angulo CBA, verte baculum AB cum bacillo infixo, & applicato oculo ad F reſpice per bacilli dorſum in ſignum aliquod E in planitie. Diſtantia A E erit æqualis latitudini fluminis A D. *Ratio eſt eadem quæ antea.* *Metiri latitudinem baculo & bacillo.* Videlconiſmi D. Fig. 281.

Propoſitio XXXI.

Altitudines verticales acceſſibiles metiri eodem baculo & bacillo.

SIt turris, columna, arbor &c. F G, perpendiculariter erecta. Statue bacillum AB diviſum in 10. æquales partes, in A perpendiculariter erectum & applicato oculo ad C bacilli C B D, dirige per ejus dorſum C B D radium viſualem in F. II. Applicato oculo ad D, dirige radium in E, & ibi nota ſignum aliquod. III. Metire ſpatium EA 6 v. g & ſpatium E G 20 v. g. & dic per Regulam Trium: ſi E A 6, dat A B 10, quid dat EG 20? invenies altitudinem G F pedum $33\frac{1}{3}$. *Ratio eſt quia triangula EAB, EGF, ſunt æquiangula, ut conſideranti patet; ergo* per 4. Sexti, *&c.* *Metiri altitudinem baculo & bacillo.* Videlconiſmi D Fig. 282.

Hinc patet, quomodo reperiri poſſit altitudo feneſtra HF in turri G F, ſi nimirum modo dicto reperiatur primo altitudo G F, deinde altitudo G H, & hæc ab illa ſubtrahatur; remanebit enim H F.

Propoſitio XXXII.

Aliter idem facere ſolo baculo AB, ſine bacillo CBD & ſine arithmetica.

SIt ut antea turris, arbor, &c. GF. Accipe baculum AB æqualem tuæ ſtaturæ à pedibus ad oculos: & jacens ſupinus in terra, erige *Metiri altitudinẽ ſolo baculo.*

baculum

baculum perpendiculariter inter pedes compreſſos, & rependo accede aut diſcede à GF, donec per B videas F, id eſt, donec radius viſualis ex oculo tuo E egrediens, & radens terminum B, terminetur præcisè in F. Spatium ab oculo E uſque ad G, erit æquale arbori FG. *Ratio eſt, quia ſicut latus EA eſt æquale lateri AB, ita latus EG eſt æquale lateri GF*, per 4. Sexti.

Propoſitio XXXIII.

Idem efficere baculo & bacillo, ſine arithmetica.

BAcillus CBD cum bacillo AB præcedentis figuræ, faciat angulum ABC 45 graduum, ſeu ſemirectum: Quo habito, accede & recede, erigendo identidem baculum AB perpendiculariter, & reſpiciendo per dorſum CBD verſus F, donec videas F per dictum dorſum bacilli CBD. Hoc facto, fige baculum AB, & applicato oculo ad D, nota ſignum E. Spatium EG erit æquale altitudini GF. *Ratio eſt, quia ſi angulus ABC eſt ſemirectus, erit & alter AEB ſemirectus*, per 32. pri. *Ergo* per 6. pri. *latus EA eſt æquale lateri AB. Ergo* per 4. Sex. *ut EA ad AB, ita EG ad GF.*

Propoſitio XXXIV.

Gnomone, ſeu angulo recto metiri rerum altitudines.

Metiri altitudines gnomone ſeu angulo recto. Vide Iconiſmi D. Fig. 281.

IN tabula lignea delinea angulum rectum ABC, vel potius ex duabus regulis AB, BC, in B orthogonaliter conneɑis confice gnomonem ABC, ductaſque per medium lineas divide in quotlibet partes æquales, quam fieri poteſt plurimas & minimas. Hoc inſtrumento menſurari poſſunt altitudines rerum eodem fere modo, quod per Quadratum Sit enim menſuranda turris EF, ex ſtatione A diſtante ab E 40 pedibus. Colloca Gnomonem ut vides, & puncto A infige acum, oculoque applicato dirige radium viſualem in F, notando punctum D quod interſecat. Dico, quam proportionem habent partes AB, ad partes BD, eandem habet diſtantia AE ad altitudinem EF. *Ratio deſumitur* ex 4. Sexti.

Nota I. Si à B verſus A numeres tot partes, quot pedes numeraſti ab E uſque ad A, ſcies altitudinem EF ſine arithmetica: nam tot pedum erit altitudo, quot partes erunt à B uſque ad punctum ubi linea viſualis interſecat latus BC. *Ratio eſt eadem: nam ut partes AB ad pedes AE, ita partes BD v.g. ad pedes EF: ſed partes AB & pedes AE ſunt pares numero: ergo & partes BD ac pedes EF.*

Nota II. Si tam lateri AB, quam lateri BC accommodes acum aut ſtylum mobilem, qui nimirum moveri ad libitum verſus B ac removeri queat; commodius erit: tunc enim applicato uno ſtylo ad A v. g. poteris alterum in latere BC movere ſurſum ac deorſum donec radius viſualis per utriuſque apicem tranſeat, & terminetur ad F.

Propoſitio XXXV.

Gnomone metiri rerum latitudines.

Metiri latitudines gnomone. Vide Iconiſmi D. Fig. 284.

SIt fluvii latitudo AG. Per ſtylos lateris BA dirige viſum in G, & per ſtylos lateris BC in ſignum D. Metire diſtantiam BD, & ſit v.g. 50 pedum. Colloca gnomonem in D, relicto baculo in B, & ab E uſque ad D numera 50 partes; ſtylo applicato ad D, dirige primo viſum per latus DE in B, deinde in ſignum G, & nota punctum interſectionis F. Dico, quot partes erunt in EF, tot pedes erunt in BG. *Ratio eſt eadem qua antea.*

Nota. *Ingenioſus Tyro facile applicabit Inſtrumentum ad alios caſus in præcedentibus capitibus propoſitos. Si regula CB, BA, mobiles fiant circa B, ut inſtar circini aperiri & claudi, ſeu dilatari & conſtringi poſſint; immenſum uſum habebit Inſtrumentum. Quæ omnia ingenioſis conſideranda relinquo.*

Propoſitio XXXVI.

Speculo plano, aut vaſe aquapleno, metiri rerum altitudines.

Metiri altitudines ſpeculo. Vide Iconiſmi D. Fig. 285.

SIt domus AB, ad cujus baſim accedi queat. Colloca ſpeculum in C aliquot pedibus remoto, & recede verſus D, donec videas in ſpeculo ſummitatem B, & nihil amplius. Metire deinde tuam ſtaturam DE, quæ ſit 6 pedum: & diſtantiam DC à ſpeculo, quæ ſit 5 pedum; & diſtantiam CA ſpeculi à domo, quæ ſit 18 pedum. Dic jam, ut CD 5, ad DE 6, ita CA 18, ad AB. Invenies 21$\frac{3}{5}$ pedum pro AB. *Ratio eſt, quia triangula BAC, EDC ſunt æquiangula: nam anguli ad A & D ſunt recti, ex ſuppoſitione: angulus incidentiæ BCA, eſt æqualis angulo reflexionis ECD, ut demonſtramus in Magia par. 1 lib. 6. Præluſ 2 Propoſit. 1. Ergo* per 4. Sexti *ut CD ad DE, ita CA ad AB.* Si ſpeculo deſtitutus es, accipe vas aqua limpidiſſima plenum & utere illo tanquam ſpeculo.

Si domus AB non poteſt accedi, utere duabus ſtationibus, collocando ſpeculum primo in K ſecundo in C, ſic: Ex K recede in F, donec videas ſummitatem B, & nota diſtantiam KF, quæ ſit v.g. 5 pedum. Ex C recede in D, donec videas iterum in ſpeculo ſummitatem B, & nota diſtantiam CD, quæ ſit v.g. 12 pedum: DI aut ſit æqualis ipſi KF, nimirum 5 pedum, ideoque IC 7 pedum: diſtantia denique inter duas ſtationes ſeu loca ſpeculi K & C, ſit 20. Dic jam: ut DI 5, ſeu KF, ad IC 7, ita CK 20 ad KA: invenies KA 28 pedum. Habita jam diſtantia KA, habebis altitudinem AB, ſi dicas: ut KF ad FG, ita KA ad AB. *Ratio eſt eadem quam aliis ſimilibus caſibus duarum ſtationum.*

Ex his pateat, quomodo per duas ſtationes reperiatur diſtantia AK, ſi AK eſt foſſa ante domum AB.

Propoſitio XXXVII.

Fluminis latitudinem, aut duorum locorum diſtantiam non adeo magnam, fixis ſolum in campo baculis metiri.

Metiri locorum diſtantias pluribus baculis. Vide Iconiſmi D. Fig. 284.

SIt inveſtiganda latitudo fluminis, aut duorum locorũ diſtantia GA Ab A, fixo prius baculo, procede uſq; ad H, ita ut HA cum AB cõſtituat angulum rectum; ſitq; diſtantia AH 100 pedum v g Fixo deinde baculo in H, recede ad angulum rectum in I, ſitq; diſtantia HI pedum v.g. 30. Demum fixo baculo in I, recede ad angulum rectum

verſus D, donec in eadem recta linea videas baculum H & ſignum G, per radium viſualem D H G Metire jam diſtantiam D I, quæ ſit v. g. 40 pedum, & dic: Ut D I 40, ad I H 30, ita H A 100 ad A G 60. *Ratio eſt, quia triangula D I H, H A G, ſunt ſimilia.*

Innumera alia quæ occurrunt, omitto, & ad Planimetriam pergo.

PARS SECUNDA.

De Planimetria, ſeu ſuperficierum dimenſione.

Planimetria, ſeu ſuperficierum dimenſio

Superficies apud Mathematicos eſt magnitudo longa, ac lata, carens profunditate. Geometræ tamen practici & Agrimenſores nomine ſuperficierum intelligunt planities camporum, hortorum, vinearum, pratorum, lacuum, & ſimilium rerum: item ſylvas per planities extenſas; & quidquid denique in longum, in latum, in circulum, & in quamcunque figuram planam eſt extenſum, & ſecundum ſuperficiem ſuam menſurabile. Dividitur ſuperficies in planam, cavam, & convexam. Plana in rectilineam, curvilineam, circularem, & mixtam. Rectilineæ ſunt, quæ rectis circumſcribuntur lineis, ſeu quorum omnia latera ſunt recta. Hæ dividuntur in trilateras, quadrilateras, & multilateras, ſive in triangulares, quadrangulares, & multangulares; quæ etiam vocantur græcè trigona, tetragona, & polygona. Trilateræ ſeu triangulares appellantur triangula, & dividuntur in triangula rectangula, & obliquangula: & hæc in acutangula, & obtuſangula. Hæ tres triangulorum ſpecies appellantur græcè triangula orthogonia, oxygonia, & amblygonia. Quadrilateræ ſuperficies dividuntur in quadrata, altera parte longiora, ſeu oblonga, rhombos, rhomboides, & trapezia. Multilateræ in regulares, & irregulares. Inter curvilineas numerantur ſuperficies hyperbolica, parabolica, elliptica, quas aliqui ovalles vocant. Circulares ſunt circuli. Mixta ſunt circulorum ſegmenta. Cavæ ſuperficies ſunt interiores ſphærarum, cylindrorum, conorum, & ſimilium corporum intus cavarum. Convexæ ſunt exteriores eorundem corporum. Omnium verò definitiones cum appropriatis diagrammatis dedimus lib. 1. Quæ deſunt, dabimus hac libri hujus parte, de harum omnium dimenſione nunc agemus. Recolenda ſunt quæ diximus initio hujus libri de famoſis menſuris ſimplicibus & quadratis; ſimplicibus enim latera, quadratis areas ſeu capacitates ſuperficierum metimur, ut ibi diximus.

Superficies & ejus diviſio.

Propoſitio I.

Parallelogrammorum rectangulorum areas metiri.

Parallelogramma metiri.

QUid, & quotuplex ſit parallelogrammum, diximus lib. 1. cap. 3. a. 4. quæ prius relegenda ſunt. Area cujuslibet figuræ planæ ſeu ſuperficiei, eſt capacitas ſeu ſpatium intra latera ipſius contentum. Hoc eſt in parallelogrammis rectangulis reperies ſic. *Metire nota aliqua menſura (ut palmis, pedibus, &c.) duo quæcunque ejus latera circa eundem angulum rectum: deinde duc unum latus in alterum, hoc eſt, multiplica unius lateris numerum per alterius lateris numerum: productum enim erit area figuræ propoſitæ in menſuris quadratis.* Sit quadratum AB CD, cujus ſingula latera contineant 5 pedes ſimplices. Duc AB in AD, id eſt, 5 in 5; productum 25 eſt area quæſita. Habebit ergo dicta ſuperficies 25 pedes quadratos, hoc eſt, continebit 25 quadratula, quorum quodlibet ſit longum & latum uno pede ſimplici. Sit iterum oblongum EFGH, cujus latus EH ſit 3. EF 5 palmorum ſimplicium: Multiplica 5 per 3, producentur 15; ac proinde dicta ſuperficies continebit 15 palmos quadratos. *Ratio deſumitur ex Propoſit. 2. lib. 2. Elem Euclidis, & patet ex ipſis figuris. Si enim A B dividatur in 5 æquales partes, quarum qualibet ſit unius pedis, & A D ſimiliter in 5, & a punctis diviſionum ad oppoſita latera ducantur parallelæ; reſultant 25 quadratula, quorum quodlibet eſt longum & latum uno pede ſimplici ac proinde unumquodque eſt per quadratus; quæ quidem 25 quadratula quia explent totam aream ſeu capacitatem figuræ propoſitæ, meritò dicitur eſſe 25 pedum quadratorum. Rectè ergo diximus, figuræ rectangulæ quadrilateræ aream inveniri ex ductu unius lateris in alterum. Et hoc vult Euclides lib 2. Elem. Defin. 1. dicens, omne parallelogrammum rectangulum contineri ſub rectis duabus lineis, quæ rectum comprehendunt angulum; quia videlicet qualibet hujuſmodi duæ lineæ exprimunt totam parallelogrammi magnitudinem, una quidem longitudinem, ut ibidem explicavimus. Cur autem duo latera circa rectum angulum debeant in ſe mutuo duci, poteſt adſignari hæc ratio. Superficies concipitur oriri ex fluxu lineæ: hinc ſi duæ lineæ pedales AE, AG, ita ſibi mutuo inſiſtant in A, ut efficiant angulum rectum, & concipiatur lineam A G moveri in tranſverſum verſus E F, ita ut cum linea AE ſemper efficiat angulum rectum A, & relinquat poſt ſe veſtigium ſui; naſcetur ex tali fluxu ſuperficies pedalis quadrata AEFG. Eadem ſuperficies naſcetur, ſi linea AE cogitetur deſcendere verſus GF, ita ut cum AG ſemper conſtituat angulum rectum A. Simili igitur ratione, ſi duæ lineæ AB, AD, quarum qualibet ſit 5 pedum ſimplicium, moveantur dicto modo; orietur ſuperficies 25 pedum quadratorum. Atque hoc eſt, duci unam lineam in aliam.* Hæc pro Tyronibus dixerim.

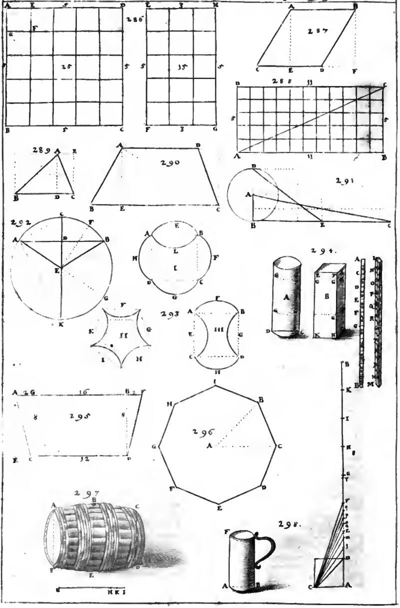
Videlicet E. Fig. 286.

Corollarium.

COlligitur hinc, qua ratione, ſi quis pavimentum quadrilaterum rectangulum lateribus rectangulis ſternere velit, laterculorum numerum invenire queat. Si enim laterculi ſunt quadrati, id ſciet, ſi alterutro laterculi latere metiatur duo pavimenti latera circa eundem angulum, & duos inventos numeros in ſe invicem ducat; productum enim dabit ſummam laterculorum neceſſariorum. Si verò laterculi ſunt oblongi, metire unum pavimenti latus longitudine, alterum latitudine laterculi, & numerorum unum duc in alterum; productæ enim ſumma dabit ſummam laterculorum

Pro-

Iconiſmus E. *ponatur è regione pag. 205*



Propoſitio II.

Parallelogrammorum non rectangulorum areas invenire.

PArallelogramma non rectangula ſunt rhombus, & rhomboides. Ea definivimus lib. 1. lo. cit. utriuſque eadem eſt dimetiendi ratio, idque ope parallelogrammi rectanguli, ſic. *Ab angulo ad latus oppoſitum demitte perpendicularem; hanc duc in latus productum, orit area.* Sit rhombus (idem intellige de rhomboide) ABCD. Demitte perpendicularem AE: metire deinde tam AE, quam CD: eadem menſura ut pedibus, & duc AE in CD: productum dabit capacitatem totius figuræ in pedibus quadratis. *Ratio eſt, quia ex ductu AE in CD, ſeu in AB, producitur, area parallelogrammi rectanguli AEFB,* per præced. *Sed hac æqualis eſt area rhombi ABCD,* per 35. pri. *cum ſiat ſuper eadem baſi AB, & inter eaſdem parallelas AB, CD, ergo &c.* Poſſunt etiam rhombi & rhomboides reſolvi in duo triangula, & menſurari modis ſequentibus.

Vide Iconiſmi E. Fig. 278.

Propoſitio III.

Triangulorum areas dimetiri.

Triangulorum areas metiri.

MUltis modis inveniri poſſunt areæ triangulorum. Tradam primo regulam unicam pro ſolis rectangulis; deinde binas pro omnibus triangulis in univerſum.

REGULA I.

PRo triangulis rectangulis. *Metire duo latera circa angulum rectum, & duc unum in alterum dabitque producti ſemiſſis aream quæſitam.* Vel, *Duc ſemiſſem unius lateris in totum latus alterum, totum productum dabit aream.* Eſto triangulum ABC, ſitque latus AB 11, BC 5 pedum: duc 5 in 11, & prodibunt 55 pedes quadrati; quorum ſemiſſis $27\frac{1}{2}$. dat aream trianguli. Vel, duc ſemiſſem lateris AB in totum latus BC: aut ſemiſſem lateris BC in totum AB: provenient $\frac{55}{2}$, vel $27\frac{1}{2}$ pro area trianguli. *Ratio eſt, quia ſi latus AB ducatur in BC, proveniet area totius parallelogrammi BD,* per dicta Propoſit. 1. *quod cum diameter AC biſariam ſecet,* per 34. pri. *aut cum ſit duplum trianguli ABC habentis eandem baſim & altitudinem,* per 41. pri. *ſequitur trianguli ABC aream, eſſe dimidium areæ parallelogrammi BD. Eſt etiam rectangulum ex alterutro latere dimidio, alterutroque integro deſcriptum, æquale triangulo rectangulo, ut demonſtrat Clavius ad 41. pri.*

Vide Iconiſmi E. Fig. 288.

REGULA II.

PRo omnibus triangulis. *Demitte ex quocunque angulo perpendicularem in latus oppoſitum, etiam protracturus, ſi opus fuerit (quanquam ut ex maximo angulo in maximum latus demittatur, conſultum ſit, quia tunc cadit ſemper intra triangulum;) eamque duc in ſemiſſem lateris in quod cadit; aut contra duc latus illud in ſemiſſem perpendicularis: & erit quod provenit, area trianguli.* Vel, *duc dictam perpendicularem in totum latus in quod cadit: producti dimidium eſt area quæſita.* Eſto triangulum quodcunque ABC, cujus latus BC, in quod cadit perpendicularis ſit 14. pedum, perpendicularis AD 8 pedum. Duc 8 in 14. producuntur 112; cujus dimidium 56, eſt area trianguli. Vel, duc 8 in 7: vel 14 in 4: & provenient 56, pro area totius trianguli. *Ratio eſt, quia ex ductu perpendicularis AD, in latus BC, ſit rectangulum BE, habens eandem baſim cum triangulo: ſed hujus dimidium eſt triangulum,* per 41. pri; *ergo. Ex ductu verò dimidii perpendicularis in dimidium lateris, gignitur rectangulum æquale triangulo* per Scholium Clavii ad 41. pri. *Ex ductu denique dimidiæ perpendicularis in totum latus, oritur rectangulum æquale triangulo,* per Schol. Clavii ad 1. Sexti.

Vide Iconiſmi E. Fig. 289.

Nota. *Magnitudo perpendicularis ab angulo ad latus oppoſitum demiſſa reperitur geometricè per propoſit. 14. capitis 5. Trigonometriæ noſtræ.*

REGULA III.

PRo omnibus triangulis. *Collige omnia tria latera trianguli in unam ſummam: hanc divide biſariam & ex ſemiſſe ſubtrahe ſingula latera, ut habeas tres differentias inter illam ſemiſſem & latera ſingula; multiplica inter ſe tres differentias, & ſemiſſem ſummæ: ultimi enim producti radix quadrata dabit aream trianguli quæſitam.* Trianguli latera ſint 10, 12, 14: erit ſumma illorum 36, ſemiſſis 18, differentiæ 8, 6, 4. Hæ ductæ in ſemiſſem faciunt 3456: nam 8 ducta in 18. producunt 144: hæc ducta in 6, producunt 864: hæc denique ducta in 4. producunt 3456: cujus numeri quadrata radix $58\frac{92}{117}$, erit area trianguli. *Demonſtrationem vide apud Clavium lib. 4. Geomet. pract. cap. 2.*

Propoſitio IV.

Trapeziorum areas invenire.

Trapeziorum areas metiri.

TRapezia poſſunt habere varias formas, & ratione laterum, & ratione angulorum. Vel enim habent unum angulum rectum, vel duos, vel nullum: ſed vel unum tantum obtuſum, alios acutos: vel duos obtuſos, & alios acutos. Item vel duo tantum latera parallela, vel nulla vel aliqua inter ſe æqualia, vel nulla, &c. Ad horum areas inveniendas, trademus unam regulam communem omnibus, alteram propriam illis quæ habent duo latera parallela.

REGULA I.

PRo omnibus trapeziis. *Ducta diametro dividatur trapezium in duo triangula, & utriuſque capacitas inquiratur per dicta Propoſit. præced. nam ſumma utriuſque trianguli dat aream totius trapezii.* Eſto trapezium ABCD. Ducatur AC, & inveniatur area triangulorum ABC, ADC. *Demonſtratio eſt eadem quæ loco cit.*

Vide Iconiſmi E. Fig. 290.

REGULA II.

PRo trapeziis habentibus duo latera parallela. *Ducatur perpendicularis inter duo latera parallela, & multiplicetur in ſemiſſem ſummæ dictorum laterum; productum erit area quæſita.* Sit trapezium ut antè; ducatur AE. & fiat quod diximus. *Ratio eſt, quia ut demonſtratum propoſit. præced. area trianguli ABC ſit ex ductu AE in ſe-*

miſſem

Digitized by Google

miſſem BC: & area trianguli ADC ex ductu ejuſdem AE in ſemiſſem AD: cum ergo trapezium æquale ſit dictis duobus triangulis, patet propoſitum.

Propoſitio V.

Figuras multilateras ordinatas ſive regulares dimetiri.

Regulares figuras metiri.

HArum areæ duplici ratione inveniri poſſunt. *Primò*, ſi reſolvantur in triangula, & horum areæ inveſtigentur modo dicto prop. 3. Ratio clara eſt. *Secundo*, ſi multiplicetur ſemiſſis ſummæ laterum omnium in perpendicularem ex centro figuræ in quodcunque latus demiſſam: numerus enim productus erit area figuræ. Eandem aream dat ſemiſſis producti ex ductu perpendicularis in ſummam omnium laterum. *Ratio eſt, quia tot fiunt triangula, quot figura habet latera: cum ergo quodlibet triangulum producatur ex ductu perpendicularis in ſemiſſem lateris, patet propoſitum.* Centrum porrò figuræ ordinatæ imparium laterum eſt in communi ſectione linearum ex angulis ad latera oppoſita perpendiculariter ductarum: parium vero, in communi ſectione linearum ea angulis ad angulos oppoſitos ductarum. Furma figuras, & duc lineas præſcriptas, & videbis quod diximus.

Propoſitio VI.

Superficies polygonas irregulares dimetiri.

Irregulares figuras metiri.

REſolve ſuperficiem propoſitam in triangula & ſingulorum areas indaga, modo dicto propoſit. 3, horum areæ ſimul dabunt aream illius. *Ratio patet ex dictis lo. cit.* Reſolvitur quælibet figura multilatera irregularis in tot triangula, quot ipſa habet angulos duobus demptis: quoniam ex quolibet angulo ad reliquos, exceptis duobus proximis, poſſunt duci lineæ rectæ.

Propoſitio VII.

Circulorum areas invenire, cognita diametro & circumferentia.

Circulorū areas metiri.

ARchimedes libello de Dimenſ. circuli Propoſit. 2. demonſtrat, aream circuli eſſe æqualem areæ trianguli rectanguli, cujus unum latus circa rectum angulum ſit æquale ſemidiametro circuli, alterum peripheriæ ejusdem. Ut ſi in appoſito circulo ſemidiameter ſit AB, periphæriæ verò ſit æqualis recta BC: ſi angulus B eſt rectus, erit area circuli æqualis areæ trianguli ABC. *Itaque ſi dato quocunque circulo accipias ſemidiametrum ipſius, & invenias lineam rectam æqualem circumferentiæ ejusdem, & has duas lineas componas ad angulum rectum, ſubtensâque hypothenuſa efficias triangulum rectangulum, ejuſque aream inveſtiges, juxta dicta propoſit. 3. habebis aream circuli dati.* Eadem area producitur ex ductu ſemidiametri in ſemiſſem: vel diametri in quartam partem peripheriæ: vel totius peripheriæ in ſemiſſem ſemidiametri.

Vide Iconiſmi E. Fig. 291.

Tota difficultas conſiſtit in linea recta peripheriæ circuli æquali invenienda, ſeu reperienda proportione inter diametrum & circumferentiam circuli. Archimedes lib. cit. Propoſ. 3. demonſtrat, cujuslibet circuli peripheriam eſſe triplam diametri, & adhuc ſuperare parte, quæ quidem minor ſit decem ſeptuageſimis diametri. Cum igitur $\frac{10}{70}$ ſint $\frac{1}{7}$, & $\frac{10}{71}$ ſint plus quam $\frac{1}{8}$, ſequitur circumferentiam circuli continere diametrum ter, & minus quam unam ſeptimam diametri, plus verò quam unam octavam ejusdem: atque adeo veram proportionem circumferentiæ ad diametrum conſiſtere inter triplam ſeſquiſeptimam, & triplam ſeſquioctavam. Demonſtrationem Archimedis dedimus in 3 par. Magiæ lib 9. quam temerè enervare conatur Gephyrandrus, ut ibidem oſtendimus.

Itaque proportio perimetri circuli ad diametrum, eſt minor quam 220 ad 70, ſive 22 ad 7, major vero quàm 223 ad 71. Data igitur diametro circuli partium v. g. 28, ſi fiat, ut 70 ad 220. ſeu ut 7 ad 22, ita 28 ad aliud: reperitur numerus paulo major perimetro, nempe 88. Si verò fiat, ut 71 ad 223, ita 28 ad aliud: reperietur numerus paulo minor perimetro, nempe $87\frac{67}{71}$. E contrario verò, data circumferentia cujuſcunque circuli, v. g. 88 partium, ſi fiat ut 220 ad 70, ſeu 22 ad 7, ita 88 ad aliud: proveniet numerus 28, minor verâ diametro: ſi verò fiat ut 223 ad 71, ita 88 ad aliud: dabit productus numerus $28\frac{4}{223}$, diametrum vera majorem.

Ex quibus patet, diametrum circuli ad circumferentiam non eſſe præcisè ut 7 ad 22: neq; circumferentiam ad diametrum ut 22 ad 7. Communiter tamen inter Mathematicos, tam Veteres, quam Modernos, adhibetur prædicta portio, ad vitandas fractiones. Subtilior tamen eſt ratio ſeu proportio illa quam invenit Ptolemæus lib 6 Almag. & adhuc ſubtilior illa quam invenit Vieta: ſubtiliſſima verò, licet non undequaque vera, quam reperit Rudolphus Collen, & examinavit ac approbavit Chriſtophorus Grienbergerus. Secundum Ptolemæum igitur circuli diameter ad circumferentiam eſt ut 10,000,000, ad 31, 416, *666*. Secundum Vietam, ut 10, 000, 000, 000, ad 31, 415, 926, 535. Secundum Rudolphum & Grienbergerum, ut 100,000,000,000,000,000,000, ad 314,159,265,358,979,323,846½.

Problemata ad cyclometriam pertinentia.

Cyclometrica Problemata.

EX dictis conſtat, ut area circuli reperiatur, neceſſe eſſe vel ejus diametrum, vel circumferentiam, vel utramque cognitam eſſe. Tradenda ergo ſunt nonnulla Problemata ſeu Regulæ, quibus ex data diametro circumferentia, & ea data circumferentia diameter cognoſcatur, tum major vera, tum minor, tum media.

PROBLEMA I.

D*Ata circumferentia circuli, reperire diametrū.* Fiat, ut 220 ad 70, ſeu 22 ad 7 (hoc eſt, ut $3\frac{1}{7}$ ad 1,) ita data circumferentia ad aliud: habebis diametrū paulo minorē vera. *Iterū*, Fiat, ut 223, ad 71, ita data circumferēntia ad aliud; habebis diametrū majorē vera. Ex duab. extremis, modo dicto inventis, eliga mediā: Vel, Fiat ut 314 ad 100, ita data circumferentia ad aliud; habebis diametrum

metrum veriſimiliorem. *Hæc regula communis eſt omnibus circulis. Quò tamen major eſt circumferentia, eò magis deviatur à vera diametro. Pro Geometria practica aliqui multiplicant circumferentiam datam per* $3^{\prime}$, $1^{\prime\prime}$, $8^{\prime\prime\prime}$, *& productum accipiunt pro diametro quæſita. Sic ſi circuli circumferentia ſit* 18°, $8^{\prime}$, $5^{\prime\prime}$ $2^{\prime\prime\prime}$ *decempodarum: ducunt eam in* $3^{\prime}$, $1^{\prime\prime}$, $8^{\prime\prime\prime}$, *proveniuntque pro diametro* 5°, $9^{\prime}$, $9^{\prime\prime}$, $4^{\prime\prime\prime}$, 9^{iv}, 3^{v}, 7^{vi}, *hoc eſt, quinque decempoda integra, novem prima, cum novem ſecundis: reliquarum verò partium non habetur ratio, præſertim in dimenſionibus camporum.*

PROBLEMA II.

D*Ata diametro circuli, reperire circumferentiam.* Fiat ut 7 ad 22 (hoc eſt, ut 1 ad $3\frac{1}{7}$) ita data diameter ad aliud; habebis circumferentiam majorem verâ. *Rurſus*, fiat ut 7. ad 223, ita diameter ad aliud: habebis circumferentiam minorem vera. *Iterum*, Ex duabus inventis elige mediam, *Vel*, Fiat ut 100 ad 314, ita data diameter ad aliud; habebis circumferentiam veriſimiliorem. *Hac etiam regula communis eſt omnibus circulis, cum animadverſione præcedenti Problemate dicta. Pro Geometria practica aliqui multiplicant diametrum per* 3°, $1^{\prime}$, $4^{\prime\prime}$, $2^{\prime\prime\prime}$, *productum accipiunt pro circumferentia. Sic ſi diameter ſit 6 decempod. multiplicant eam per* 3°, $1^{\prime}$, $4^{\prime\prime}$, $2^{\prime\prime\prime}$, *proveniuntque pro circumferentia* 18°, $8^{\prime}$, $5^{\prime\prime}$, $2^{\prime\prime\prime}$, *id eſt, octodecim decempoda, octo pedes, cum* $5^{\prime\prime}$, *&* $2^{\prime\prime\prime}$, *unius decempoda.*

PROBLEMA III.

D*Ata circumferentia & diametro circuli, invenire aream.* Multiplica ſemicircumferentiam per ſemidiametrum, vel quartam partem circumferentiæ per diametrum; & habebis aream circuli in menſuris quadratis. Ut ſi ſemidiameter fuerit pedum ſimplicium 10, & ſemicircumferentia pedum eorundem 30: erit area circuli pedum quadratorum 300.

Propoſitio VIII.

Circulorum areas invenire data ſola diametro.

DAta diametro cujuſcunque circuli fiant ut 14 ad 11, ita quadratum diametri datæ ad aliud: habebis aream circuli verâ majorem. *Vel*, fiat ut 284 ad 223, ita quadratum datæ diametri ad aliud: habebis aream vera minorem. Media autem inter duas inventas, erit veriſimilior. *Ratio eſt, quia proportio quadrati ex diametro cujuslibet circuli ad ejuſdem circuli aream, major eſt quam 14 ad 11, & minor quam 284 ad 223, ut demonſtrat Clavius lib. 4. Geomet pract. cap. 7. Propoſit. 2.* Alii in Geometria practica multiplicant quadratum diametri per $7^{\prime}$, $8^{\prime\prime}$, $5^{\prime\prime\prime}$, & productum accipiunt pro circuli ſuperficie. Quòd ſi idem quadratum diametri multiplicetur per $7^{\prime}$, $8^{\prime\prime}$, $5^{\prime\prime\prime}$, 4^{iv}, 3^{v}: adhuc præciſius reperitur area circuli.

Propoſitio IX.

Circulorum areas invenire data ſola peripheria

DAta circumferentia cujuſcunque circuli, fiat ut 892 ad 71, ita quadratum datæ circumferentiæ ad aliud: & habebis aream verâ majorem. *Iterum*, fiat ut 88 ad 7, ita quadratum circumferentiæ ad aliud, & habebis aream vera minorem. Media autem inter duas inventas, erit veriſimilior. *Ratio eſt, quia proportio quadrati circumferentiæ circuli ad ejus aream, major eſt quam 892 ad 71, minor verò quam 88 ad 7, ut demonſtrat Clavius lo. cit. Propoſit. 3.* Aliqui in Geometria practica multiplicant quadratum circumferentiæ per $7^{\prime}$, $9^{\prime\prime}$, 5^{iv}, & productum accipiunt pro area.

Quomodo ex data area circuli eruatur ejus diameter, & circumferentia, docemus in pantometro lib. 3. Probl. 12. & 13.

Propoſitio X.

Invenire aream circuli, quando nec diameter, nec circumferentia eſt nota.

SIt circularis baſis alicujus turris A B C K, cujus & diameter, & circumferentia ſit ignota, ſitque tantum pars A C B D acceſſibilis: Sic invenies diametrum, & ex ea circumferentiam, & ex utraque aream. Metire chordam AB, eamq; divide bifariam in D, & duc rectam perpendicularem CD pro ſinu verſo, eamque ſimiliter metire: deinde multiplica dimidium chordæ AD, per ſe ipſum, & ſummam divide per ſinum verſum D C, prodibitq; portio D K: cui ſi addas ſinũ verſum D C habebis totam diametrum. Exempli gratia, ſit chorda AB 24, dimidium A D 12, ſinus verſus D C 6. Multiplica 12 per 12, & ſummam productam 144 divide per 6, prodibit 24: cui ſi addas 6, habebis 30 pro tota diametro CK. Habita vero diametro, habebis circumferentiam, & aream quæſitam, per dicta in præcedentibus. *Ratio eſt, quia A D eſt media proportionalis inter C D, & D K*, per 8. Sexti, *ut patet, ſi ducantur rectæ AC, A K, quæ conſtituunt triangulum rectangulum ad A*, per 31 Tertii, *ergo quadratum A D æquale eſt rectangulo ex C D & DK*, per 17. Sexti: *ac proinde diviſum quadratum AD per latus C D, dabit latus D K.*

Vide Iconiſmi 8. Fig. 292.

Quid faciendum, ſi menſurari non poſſit chorda, & ſinus verſus, docemus in Pantometro lo. cit. Probl. 14. in Annotatione I.

Propoſitio XI.

Segmentorum circuli areas invenire.

S*Emicirculi* area producitur ex ductu ſemidiametri in quartam partem peripheriæ: *Quadrantis*, in octavam partem: *octava partis*, in ſextam decimam partem: & ſic deinceps. *Ratio patet ex dictis Propoſit. 7.*

Circuli ſegmentorum areas invenire.

Sectoris, cujus nota ſit in certa menſura tam ſemidiameter, quam arcus, area invenitur, ſi ſemidiameter ducatur in ſemiſſem arcus; productum enim eſt area ejus in menſuris quadratis. Sic ſi in præcedenti figura ſector ſit E A C B, & EA ſit 6 palmorum, arcus A C B 12, & ſemiſſis ejus A C 6: ſi multiplicetur A C 6 per EA 6, erit productum 36 area quæſita. Compleatur enim

nim circulus A C B K, & fiat quadrans E A F, & ſemicirculus E A F G. Quoniam igitur, *per* 33. *Sexti.* eſt ut arcus A B ad quadrantem A F, ita ſector E A B ad ſectorem E A F: erit quoque (ex Scholio Clavii ad 22. Quinti) ut arcus A B ad quadruplum quadrantis A F, hoc eſt, ad totam circumferentiam, ita ſector E A B ad quadruplum ſectoris E A F, hoc eſt, ad totam circulum. Ut autem arcus A B ad totam circumferentiam, ita eſt A C, ſemiſſis arcus A B, ad A B G, ſemiſſem totius circumferentiæ, *per* 15. *Quinti*: Igitur erit quoque ut A C ad A B G, ita ſector E A B ad totum circulum. Sed ut A C ad A B G, ita eſt rectangulum ſub E A, A C, ad rectangulum ſub E A. A B G, *per* 1. *Sexti*, Ergo erit quoque ſector E A B ad totum circulum, ut rectangulum ſub E A, A C, ad rectangulum ſub E A, A B G. Cum ergo ut Propoſit. 7. probavimus, circulus æqualis ſit rectangulo ſub E A, A B G: erit quoque, *per* 14. *Quinti*, ſector E A B æqualis rectangulo ſub E A, A C. Quod ſi neque ſemidiameter, neque arcus ſectoris ſint noti in certa menſura, menſuranda eſt ſemidiameter notâ menſurâ, & ſecundum eandem indaganda eſt circumferentia totius circuli, per dicta in præcedentibus, ac præterea menſuranda eſt chorda A B: ex ſemidiametro enim & chorda notis, inveniri poteſt arcus A C B primo in gradibus, & deinde in menſuris quib. menſurata eſt ſemidiameter, tandemque ex ſemidiametro & ſemiarcu indaganda area. Porro ex ſemidiametro E A, & chorda A B, notis in certa menſura, v. g. in palmis, invenies arcum A C B in gradibus, ſi dicas: ut ſemidiameter E A, 6. pal. v. g. ad chordam A B 10 pal. ita ſinus totus 100000 part, ad aliud; numerus enim procreatus dabit rectam A B cognitam in partibus ſinus totius: cujus medietas erit ſinus ſemiſſis arcus A C B, ac proinde ſinus rectus arcus A C: ideoque ex tabula ſinuum ſemiſſis arcus A C B in gradibus nota erit: qua habitâ, totus arcus A C B non ignorabitur. Hoc autem noto in gradibus, idem notus fiet in menſura ſemidiametri E A, v. g in palmis, ſi prius inveniatur tota circumferentia in palmis per regulas ſupra traditas, & deinde fiat, ut gradus 360 ad totam circumferentiam in aſſumpta menſura cognitam; ita arcus A C B in gradibus cognitus, ad aliud. Vide Pantometrum noſtrum lib. 3. Probl. 15.

Segmentorum aliorum circuli, quæ non ſint ſectores, v. g ſegmenti A C B D aream, ſic invenies. Quære arcus A C B centrum E, *per* 25. *Tertii*, & ductis E A, E B, inquire in certa menſura quantitatem ſemidiametri E A, & arcus A C B, inveſtigaque aream totius ſectoris E A C B, modo proxime dicto: & ductâ rectâ A B, inquire aream trianguli E A B, per dicta Propoſit. 3. eamque aufer à ſectoris area: remanebit area ſegmenti.

Corollaria.

EX his patet I. quomodo inveſtiganda ſit area figuræ lenticularis, quæ ſcilicet compoſita eſt ex duobus ſegmentis duorum circulorum, ſive æqualium, ſive inæqualium: ſi enim utriuſque ſegmenti aream inveſtiges modo proxime dicto, habebis aream totius figuræ. Patet II. quomodo inveniatur area ſuperficierum quibus vel annexum eſt ſegmentum circuli, quale eſt in ſequenti figura C D A E B: vel deeſt ſegmentum circulare, quale eſt in eadem, C D A L B. Sed de hoc in ſequenti Propoſit.

Propoſitio XII.

Figuras ex variis circulorum ſegmentis coagmentatas metiri.

FIguras ex variis circulorum ſegmentis coagmentatas; ſive omnes circumferentiæ extrorſum vergant, ut in prima figura: ſive omnes introrſum, ut in ſecunda: ſive partim introrſum, & partim extrorſum, ut in tertia, ſic metieris. Vide infra ſimil. Fig. 201.

Arcubus ſubtende chordas in omnibus figuris. Et in prima figura metire quadrilaterum A B C D, per dicta Propoſit. 1. & 2. & ſingula ſegmenta, per dicta Propoſit. præced. ſi enim ſegmenta quadrilatero adjeceris, conflabitur area totius figuræ.

In ſecunda figura metire pentagonum, per dicta propoſit. 5. aut 6. & ſubtrahe ex ipſo quinque ſegmenta: & remanebit reliqua figura.

In tertia adde quadrilatero A B C D, ſegmenta A F B, D H C, extrorſum vergentia, & ex compoſito numero aufer ſegmenta A E C, B G D, introrſum vergentia, & relinquetur area figuræ propoſitæ.

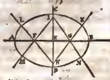
Ex his patet, quomodo in aliis figuris procedendum ſit, ut ſunt ſegmenta circuli duabus rectis & duobus arcubus comprehenſa, & ſimilia, de quibus in pantometro lo. cit. Probl. 18.

Propoſitio XIII.

Ovalis & Elliptica figuræ aream invenire.

QVære inter majorem & minorem diametrum B & C D; mediam proportionalem, *per* 13. *Sexti*: & ad mediæ proportionalis medietatem deſcribe circulum, ejuſque aream inda- Ellipſis aream metiri.

75



ga, per dicta Propoſit. 7. & habebis aream quæſitam. *Ratio eſt, quia prædictus circulus eſt æqualis prædictæ figuræ, ut demonſtravimus in Pantometro ex Clavio.*

Propoſitio XIV.

Sphærarum, & hemiſphæriorum ſuperficies convexas metiri.

SPhæræ ſuperficiē convexā habebis: ſi invento circulo maximo, ejus areā inquiras per dicta Propoſit. 7. & multiplices illam per 4. *Ratio eſt, quia ut demonſtrat Archim. lib. 1. de Sphæra & Cylindro Propoſit. 31. ſphæræ ſuperficies convexa eſt quadrupla areæ circuli maximi ejuſdē.* Eadem ſuperficies ſphæræ procreatur, ſi diameter ſphæræ in circum- Sphærarum ſuperficiem convexam metiri.

circumferentiam circuli maximi ducatur. *Nam rectangulum ſub diametro & circumferentia maximi circuli, eſt æquale ſuperficiei convexæ ſphæræ ut probat Clavius lib. 5. Geomet. pract. §. 5. propoſ. 2.* Eſt etiam ſphæræ ſuperficies æqualis circulo habenti ſemidiametrum æqualem diametro ſphæræ, *ita Archimedes in Coroll. Propoſit. citata.*

Hemiſphærii ſuperficiem convexam habebis, ſi aream circuli maximi multiplices per 2: vel circumferentiam ejusdem ducas in ſemidiametrum, aut diametrum in ſemicircumferentiam. *Sequitur ex præcedenti Propoſit.* Notandum tamen, inveniri in hoc caſu ſolam convexam ſuperficiem, excludendo baſim hemiſphærii, quæ eſt circulus.

Propoſitio XV.

Portionum ſphærarum hemiſphærio majorum aut minorum, convexas ſuperficies reperire.

Vide Iconiſmũ E. Fig. 292. AREa ſuperficiei convexæ cujuslibet portionis ſphæræ hemiſphærio minoris, vel majoris, dempta baſe, æqualis eſt areæ circuli, cujus ſemidiameter æqualis eſt rectæ lineæ quæ à vertice portionis ad circumferentiam baſis ejusdem portionis ducitur. Quæratur igitur prædicta linea, extendendo circinum à vertice ad circumferentiam baſis, & ad ipſius intervallum deſcribatur circulus, ejusque area reperiatur per Propoſit. 7. & habebitur intentum. *Demonſtrat hoc Archimedes lib. 1. de Sphæra & Cylindro Propoſit.* 40. Sit alicujus ſphæræ portio minor ACBD, major verò BKAD, ſitque vertex minoris portionis C, majoris K. Ducantur rectæ CA, AK, eritque circulus ſemidiametri CA æqualis ſuperficiei portionis ACBD, & ſemidiametri circulus AK æqualis ſuperficiei portionis BKAD.

Propoſitio XVI.

Superficiem convexam cylindri recti, & coni recti, reperire.

Cylindrorum & Conorum ſuperficies convexas metiri. SUperficies convexa *cylindri recti*, demptis baſibus, æqualis eſt circulo, cujus ſemidiameter eſt linea media proportionalis inter latus cylindri & diametrum baſis. *Coni recti* ſuperficies convexa, ſecluſa baſe, æqualis eſt circulo, cujus ſemidiameter eſt linea media proportionalis inter latus coni, & ſemidiametrum baſis. *Demonſtrat Archimedes lib. 1. de Sphæra & Cylindro Propoſit. 13. & 14.*

PARS III.

De Steriometria, ſeu ſolidorum dimenſionibus

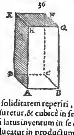
Stereometria. Corporũ ſeu ſolidorum variæ ſpecies. *SOlidum ſive corpus eſt, quod habet longitudinem, latitudinem, & profunditatem ſeu craſſitiem. Corporum alia habent ſuperficies planas, alia curvas, alia mixtas. Superficies planas habentia ſunt vel regularia, vel irregularia. Curvas ſuperficies habentia ſunt ſphæra, ſphæroides, figuræ ovales, &c. Mixtas denique habentia ſuperficies ſunt cylindri, coni, conoides, &c. Definitiones plerorumque cum ſchematibus dedimus lib. 1. cap. 3. art. 5. Corpora metimur menſuris cubicis, ut diximus ſupra initio libri. Itaque quando dicitur corpus aliquod continere decem palmos, pedes, paſſus, milliaria, &c. ſenſus eſt illud continere decem cubos, quorum ſinguli habeant ſingula latera æqualia uni palmo, &c. quadrato, ac proinde decem palmos, &c. cubicos explere aream ſive capacitatem ac ſoliditatem illius corporis, ſive, quod idem eſt, tale corpus dividi poſſe in decem cubicos palmos, &c. Ex his patet, ut corpora metiamur, metiendas eſſe eorum baſes, latera, & univerſaliter ſuperficies eorum: quæ quidem ſuperficies menſurantur per planimetriam, de qua in præcedentibus. Ad demonſtrationes intelligendas requiritur cognitio Elementi 11. 12. & 13. Euclidis.*

Propoſitio I.

Parallelepipeda metiri, ad inveniendam eorum ſoliditatem.

MEtire aliquâ certâ menſurâ, v. g. palmis, Parallelepipeda metiri. propoſiti parallelepipedi longitudinem, latitudinem, & altitudinem: duc deinde latitudinem in longitudinem, & habebis aream baſis: demum productum ſeu baſim inventam duc in altitudinem, & numerus reſultans dabit palmos cubicos quos continet. E. G. Appoſiti parallelepipedi latitudo AD ſit 2. palmorum, longitudo AB 4, altitudo AH 8: duc 2 in 4, habebis 8 palmos quadratos pro baſi ABCD: hanc duc in 8, habebis 64 palmos cubicos pro ſoliditate ſeu capacitate totius parallelepipedi. Ex

36



his patet, cubi ſoliditatem reperiri, ſi unum ſolum latus menſuretur, & cubicè in ſe multiplicetur, hoc eſt, ſi latus inventum in ſe ducatur, & idem deinde ducatur in productum. *Ratio hujus praxis eſt, quia ſi latitudo ducatur in longitudinem, nempe in exemplo poſito, 2 in 4, reſultat ſuperficies 8 palmorum quadratorum, ut conſtat ex dictis par. præcedente. Quæ ſuperficies ſi elevetur ad altitudinem unius palmi, reſultat corpus 8. palm. cubicorum; ſi ad duos elevetur, reſultat corpus 16 palm. ſi denique ad 8 palm. altitudinem elevetur (quod fit, ducendo baſin in altitudinem) reſultat corpus 64 palm. cubicorum. Eadem eſt ratio in cæteris.*

Si parallelepipedum eſt rhombus, aut rhomboides, inquire per dicta par. præced Propoſit. 2. aream baſis, eamque duc in altitudinem: productus enim numerus erit ejus area ſeu ſoliditas in menſuris cubicis. *Ratio eſt eadem quæ antea.*

 Si nul-

Si nullum latus parallelepipedi eſt rectum ad baſin, demitte perpendicularẽ ex aliquo angulo ſupremi parallelugrammi ad baſin, eamque metire, & habebis altitudinem parallelepipedi. Inveſtiga deinde aream baſis, eamque duc in altitudinem, & producetur capacitas ſeu ſoliditas in menſuris cubicis. *Ratio eſt, quia ſi ſuper eandem baſin intelligatur parallelepipedum rectum ejusdem altitudinis cum propoſito parallelepipedo, erunt* per 29 & 30. Undec. *duo hæc parallelepipeda inter ſe æqualia.*

Corollarium.

COlligitur hinc I. qua ratione inveniatur ſoliditas alicujus muri, valli, cortinæ inter propugnacula extenſæ, &c. II. quâ ratione, ſi extruendus ſit murus quadrangularis ex lateribus, lapidibus quadratis, aut oblongis reperiatur numerus lapidum ac laterum neceſſarius, dummodo ſciatur muri futuri longitudo, & latitudo. & altitudo. Nam ſi longitudine lateris aut latitudine latitudinem, altitudine ſeu craſſitie altitudinem, & quoties quælibet harum in muro contineatur, notes, ac tres numeros inventos in ſe ducas: habebis numerum quæſitum.

Propoſitio II.

Priſmata metiri, eorumque ſoliditatem invenire.

Priſmata metiri. INquire aream baſis in menſuris quadratis, eamque duc in altitudinem, & habebis priſmatis ſoliditatem. E. G. Sit priſma pentaedrum, quale appoſitum Schema refert: metire baſim A B C in menſura quadrata, eamque duc in altitudinem AD. Area porro baſis priſmatis cognoſcitur ex dictis par. præced. Propoſit. 1.2.3.4. & 5. Altitudo habetur, demittendo perpendicularem ad baſim, ſi latera non ſunt recte ad ipſam. *Ratio praxeos eſt, quia ſi concipiatur parallelepipedum ejusdem altitudinis cum priſmate, habens pro baſe rectangulum baſi priſmatis æquale; erit,* per 2 Coroll. 7. mæ Duodec. *hoc parallelepipedum priſmati æquale: cum ergò parallelepipedum producatur ex ſua baſe in altitudinem multiplicata, procreabitur quoq́; priſma ex ſua baſis ductu in altitudinem.*

35

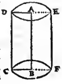


Propoſitio III.

Cylindrorum ſoliditatem invenire.

Cylindros metiri. CYlindrum refert figura appoſita. Definitionem dedimus lib. 1. Cylindri area ſeu ſoliditas procreatur ex multiplicatione baſis in altitudinem. Baſis in menſuris quadratis reperitur per dicta Par. præced. Prop. 7. Quod ſi cylindrus ſit obliquus, exquirenda eſt altitudo ejus per lineam perpendicularẽ ex ſuprema baſe demiſſa ad planum, in quo inferior baſis exiſtit: atq́; in hanc altitudinem area baſis multiplicanda eſt; productus enim numerus dabit aream cylindri propoſiti, *cum æqualis ſit cylindro recto eandem cum illa baſin & altitudinem habenti,* per Coroll. 11. mæ Duodec. *Ratio porro dictorum de cylindro recto eſt eadem cum illa, quam adſignavimus pro parallelepipedo rectangulo Propoſit. præced.*

38

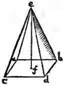


Propoſitio IV.

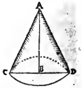
Pyramidum, & Conorum ſoliditates invenire.

Pyramides & Conos metiri. PYramidem refert figura 34. Conũ figura 37, utriuſque definitionem dedimus lib. 1. Utriuſque area ſeu ſoliditas producitur ex multiplicatione baſis in tertiam partem altitudinis: aut ex altitudine in tertiam partem baſis. Ex quo fit, ſi

34



37



baſis ducatur in totam altitudinẽ, tertiam partẽ numeri producti eſſe quoque aream pyramidis & coni. *Ratio eſt, quia cum ex baſe in totam altitudinem gignatur priſma; aut cylindrus, eandem habens cum pyramide & cono altitudinem, ut diximus Propoſit. præced. producetur* per Scholium 14. mæ Duodec. *ex eadem baſi in tertiam partem altitudinis, tertia pars illius priſmatis, vel cylindri: ſed pyramis,* per Coroll. 7. mæ Duodec. *eſt tertia pars illius priſmatis; & conus,* per 10. Duodec. *eſt tertia pars cylindri: ergo, &c.* Baſis porro pyramidis reperitur in menſuris quadratis per dicta Par. præced. Propoſit. 7. Altitudo pyramidis & coni habetur, ſi in vertice ſtatuatur planum aut linea baſi æquidiſtans, ab eiſq́; ad planum in quo baſis eſt, demittatur perpendicularis, & menſuretur.

Pyramides & Conos detruncatos, ſeu fruſta pyramidum & conorum ſic metieris. Comple imaginatione, vel etiam lineari deſcriptione, totam pyramidem, & conum, & metire primò totum, deinde complementum: quod ſi auferas à toto, remanebit fruſtum quæſitum. Sed hæc melius parebunt ex dicendis Propoſit. 8.

Propoſitio V.

Aream ſolidam corporum regularium invenire.

Regularia corpora metiri. COrpora regularia ſunt quinque tantum, ut probet Clavius in ſcholio Propoſit. 18. lib. 13. Euclidis, nimirum Tetraedrum, Hexaedrum, Octaedrum, Dodecaedrum, & Icoſaedrum. Definitiones dedimus lib. 1. c. 3. art. 5. Qui ea vult cõſtruere, conjungat pro tetraëdro quatuor, pro Octaëdro octo, pro icoſaëdro vigin. triangula æquilatera: pro dodecaëdro verò duodec. pentagones æquilateras & æquiangulas ſuperficies: pro hexa-

hexaëdro tandem ſex quadrata. Figuræ paſſim extant apud Geometriæ practicæ Scriptores.

Tetraëdri area ſeu ſoliditas reperitur per dicta Propoſit. 4. præcedente, eſt enim tetraëdrum pyramis triangularis æquilatera.

Hexaëdri, ſive parallelepipedi baſium quadratarum, in quo omnes tres dimenſiones ſunt æquales (eſt enim hexaëdrum hujuſmodi parallelepipedum) capacitas atq; ſoliditas reperitur per dicta Propoſit. 1.

Octaëdri area ſic invenitur. Quia octaëdrum dividitur in duas pyramides ſimiles & æquales, quarum baſis communis eſt quadratum à latere deſcriptum; ſi utriuſque pyramidis area inveſtigetur per dicta Propoſit. 4. præced. habebitur area octaëdri. Producitur autem area illarum duarum pyramidum, ſi quadratum lateris octaëdri ducatur in diametrum octaëdri, & producti numeri tertia pars capiatur; ea enim eſt area quæſita. *Ratio eſt, quia productus ille numerus ex quadrato lateris octaedri in ejuſdē diametrū, eſt parallelepipedum duarum illarum pyramidum triplū, propterea quod*, per Corol. 7. Duodec. *ſemiſſis illius parallelepipedi eandem baſim habens & altitudinem cū utralibet pyramidum, tripla eſt unius pyramidis.* Diameter porrò octaëdri, quæ à diametro ſphæræ, vel quadrati lateris octaëdri non differt, invenitur, ſi ex duplo quadrati lateris eruitur radix quadrata, *eò quòd*, per Schol. 47.^mæ^ pri. *tam quadratum ex diametro quadrati deſcriptum, ſit duplum quadrati lateris, quam quadratum diametri ſphæra quadrati lateris octaedri*, per 14. Decimi ter. *ſemiſſis verò hujus diametri eſt altitudo utriuslibet pyramidis.*

Dodecaëdri area ſic invenitur. Quia ductis ex centro dodecaëdri ad omnes ejus angulos rectis lineis, dodecaëdrum dividitur in duodecim pyramides pendagonas æquales; ſi area unius pyramidis per dicta Propoſit. 4. præced. inventa multiplicetur per 12, procreatur area totius dodecaëdri. Ut autem area unius pyramidis habeatur, neceſſe eſt & aream baſis pendagonæ, & altitudinem pyramidis inveſtigare. Area baſis pentagonæ invenitur ex latere dato per dicta par. 2. propoſit. 5. Altitudo pyramidis habetur, ſi ex ſuperiori plano producto demittatur ad planum baſis oppoſitæ linea perperndicularis: hujus enim ſemiſſis inquiſita in partibus lateris dodecagoni, dat pyramidis altitudinem.

Icoſaedri area ſic invenitur. Quia ductis ex centro Icoſaëdri ad omnes ejus angulos rectis lineis, icoſaëdrum dividitur in 20 pyramides triangulares æquales; ſi area unius pyramidis, per dicta Propoſit. 4 præced. inventa, multiplicetur per 20. gignitur totius icoſaëdri ſoliditas. Area autem unius prædictarum pyramidum inveſtigatur modo paulò antè dicto.

Propoſitio VI.

Corpora irregularia metiri geometricè, & mechanicè.

Irregularia corpora metiri.

GEometricè menſurantur, ſi reſolvantur in regularia, & hæc menſurentur modo antè dicto: horum enim omnium ſimul capacitas dat illorum capacitatem.

Quoniam verò quædam irregularia non poſſunt commodè reſolvi in regularia, cujusmodi ſunt ſtatuæ, urnæ, vaſa diverſarum formarum, fruſta ſaxorum, & ſimilia; utere hac praxi. Para arcam ligneam inſtar parallelepipedi, pice oblitam intus, ut aquam continere poſſit, tantæ magnitudinis, ut corpus menſurandum intra ipſam poſitum, totum poſſit aquâ operiri. Poſitâ hac arcâ horizonti parallelâ, beneficio libellæ, imponatur corpus, & aquâ totum operiatur, notenturque ſuprema latera aquæ in aſſeribus arcæ, ut habeatur altitudo aquæ uſque ad arcæ fundum. Extracto deinde corpore, notentur rurſum latera aquæ, poſtquam quieverit. His factis, metire duo parallelepipeda, per dicta Propoſit. 1, quorum baſis communis eſt fundus arcæ, altitudo lineæ rectæ à lateribus aquæ notatæ uſque ad baſim; & minus à majore ſubtrahe; reſiduum æquale erit ſoliditati corporis propoſiti. Sunt qui infusâ aquâ in arcam, latera ejus primò notent in aſſeribus arcæ; deinde impoſito corpore, ejuſdem aquæ latera iterum notent; ac demum altitudinem inter poſteriora ac priora latera ducant in baſim arcæ: productū enim eſt ſoliditas corporis impoſiti. Si corpora ſunt excavata, implent ea arenâ, & orificia obturant ne aqua ingrediatur; impoſito deinde corpore in aquam, inveſtigant ejus ſoliditatem modo dicto. Deinde extractâ arenâ, notant laterâ aquæ antequam corpus vacuum imponatur. Demum impoſito illo, ita ut totum aquâ impleatur, ſignant iterum latera aquæ. His factis, altitudinem, inter poſteriora ac priora latera in vaſe notata multiplicant per baſem arcæ; productus enim numerus dat ſoliditatem corporis.

Eâdem ratione menſurari etiam poſſunt mechanicè corpora regularia, maximè verò ſphæra, de quibus mox.

Propoſitio VII.

Sphæræ ſoliditatem, & ſegmentorum ejus reperire.

Sphæræ metiri.

SPhæræ ſoliditas haberi poteſt multis modis. *Primò* ſi ducas ſuperficiem convexam in tertiam partē ſemidiametri ipſius, vel è contrario tertiam partem ſemidiam in ſuperficiem convexam: *Secundò*, ſi ducas ſemidiametrum in tertiam partem ſuperficiei ſphæræ, vel è contrario. *Tertiò*; ſi ſemidiametrum ducas in totam ſuperficiem, & producti accipias tertiam partem. *Quartò*, ſi diametrum ducas in ſextam partem ſuperficiei, vel è contrà. Alios modos, & demonſtrationem præcedentium, vide apud Clavium. lib. 5. Geom. pract. cap. 5. poſt Propoſit. 7. Regulæ ſecundæ. *Exemplum.* Sit ſphæræ diameter 56, pedum; erit ſemidiameter 28, perimeter circuli maximi 176. pedum ſimplicium; area circuli maximi 2464 pedum quadratorum, ſphæræ ſuperficies convexa 9856: hac ductâ in 28. & producto diviſo per 3, prodit ſoliditas $91989\frac{1}{3}$ pedum cubicorum, *Aliter*, Duc diametrum 56, in aream circuli maximi 2464, & produces 137984 hoc duc in 2, productum divide per 3, & reperies $91989\frac{1}{3}$ ut priùs.

Hemiſphærii metri. *Hemiſphærii* ſoliditas producitur ex ſemidiametro in tertiam partem ſuperficiei hemiſphærii vel ſuperficiei hemiſphærii in tertiam partem ſemidiametri, &c. Alios modos vide apud Clavium loc. cit. cap. 6. n. 3. ubi etiam n. 4. & 5. docet modum inveniendi ſoliditatem ſectoris ſphæræ, & cujuslibet portionis ipſius: capite verò 7 tradit modum inveniendi ſoliditatem ſphæroidis: capite denique 8. & 9. ſoliditatem conoidis parabolici, & hyperbolici.

PARS QVARTA.

De Cœlometria, ſeu concavorum dimenſionibus.

Cœlometria. *AD Stereometriam pertinet etiam vaſorum, & quorumvis concavorum dimenſio, qua nimirum ipſorum capacitas indagatur in certis menſuris liquidorum, aut aridorum. Vaſa, aliavè concava, ſunt, vel parallelepipeda (quæ brevitatis cauſa in poſterum cubica ſubinde appellabimus) vel cylindrica, vel neutra, ſeu miſta, hoc eſt, vel conſtant ſuperficiebus planis, vel rotundis, vel ex his miſticis. Hæc ad illa reduci debent, ut ſub geometricam menſurandi rationem cadere poſſint. Ita ut menſurentur, opus eſt Regula ſeu Virga cubimetrica & cylindrimetrica, diviſa in certas partes, quarum ſingulæ ſignificent certam aliquam menſuram liquidorum, aut aridorum, uſitatam in eo loco, pro quo conſtruitur virga. Hujus conſtructionem primo, deinde uſum nunc breviter & methodicè docebimus in omnibus concavis corporibus ac vaſis: deinde pro doliis ſeu vaſis vinariis, alterius præterea virgæ fabricam & uſum, majoris facilitatis & ſecuritatis gratia in iis menſurandis, ſubjungemus.*

Propoſitio I.

Regulam cubimetricam & cylindrimetricam conſtituere, hoc eſt, menſuras famoſas in certis locis uſitatas tam aridorum, quàm liquidorum, virgis ſeu perticis inſcribere.

Regula cubimetrica, & cylindrimetrica. AD dimenſionem vaſorum cubicorum ac cylindricorum requiritur, ut dicebam, Regula ſeu Virga in certas partes ex arte geometricè diviſa, ita ut ſingulæ ejus partes ſignificent certam aliquam menſuram uſitatam in illo loco, pro quo virga conſtruitur. Ut ſi quis ſcire cupiat, quot menſuras certi alicujus loci capiat aliquod vas, vel quot modios tritici aliquod granarium, &c. oportet prius conſtruere pro loci illius menſura & modiu certam Regulam tam pro planis, quàm pro cylindricis vaſis. Regula cubimetrica menſoramus corpora conſtantia ſuperficiebus planis: cylindrimetrica, vaſa cylindrica, ſphæras, & conos. Varii varios adſignant modos hujuſmodi Virgam conſtruendi: omnium facillimus & certiſſimus videtur mihi qui ſequitur.

Primò, Ex linea A B, in polito aſſere ducta, abſcinde decem minutiſſimas partes æquales; ab A uſque ad C. Has decem partes, hoc eſt, diſtantiam AC transfer ex C in D, ex D in E, in F, &c. uſque ad B: eritque tota linea A B in 100 æquales partes diviſa. Quòd ſi A B decies in lineam A B productam transferas; erit illa in 1000 æquales partes diviſa. **Vide Iconiſm. E. Fig. 294** *Secundò*, Pro regula cylindrimetrica conſtrue vas cylindricum A: pro cubimetrica vas cubicum ſeu parallelepipedum B, ex ligno, cupro, aliave materia apta. *Tertiò*, Infunde in hæc vaſa, pro menſuris liquidorum virgæ inſcribendis, 1, 8, 27, 64, 125 menſuras, aut alium numerum menſurarum (in eo loco, pro quo virgam conſtituere vis) cubicum, quorum radices ſeu latera cubica ſunt 1, 2, 3, 4, 5, &c. Pro menſuris verò aridorum, v. g. pro modiis virgæ inſcribendis, infunde in eadem vaſa, 1, 8, 27, 64, 125, &c. modios: & nota diligenter, quouſque vaſa impleantur, v. g. uſque in C G. *Quartò*. Linea AB diviſa modo ſupra dicto, metire tam diametrum fundi interni C D vaſis cylindrici A, quam latera baſis internæ K H, H C, vaſis parallepipedi B. Metire quoque eadem linea A B utriuſque impletionis altitudines C G. His factis inquire aream fundorum ſeu baſim prædictorum vaſorum, per dicta Par. 2. propoſit. 1. & 7. Inventam baſim ſeu baſis aream in menſuris ſeu partibus quadratis lineæ A B diviſæ, duc in altitudinem impletionis C G, atque ex producto extrahe radicem cubicam. Hujus radicis numerum in partibus lineæ A B inventam intercipe circino, eamque aliquoties transfer in lineam L M ductam in præparata Regula ſeu Virga. Et ſi quidem in vaſa infudiſti unam menſuram aut modium, ſignificabunt ſingulæ partes lineæ L M unam menſuram: ſi infudiſti 8, 27, 64, 125, &c. ſignificabunt ſingulæ 8, 27, 64, 125 menſuras: quare ſingulæ dividi debent in duas, tres, quatuor, quinque particulas æquales, ut quælibet particula ſignificet unam menſuram. E. G. habeat utrumque latus K H, H C, 26 partes, altitudo impletionis C G, 43: duc latus 26 in ſe, & produces 676: hoc productum duc in altitudinem impletionis, nempe in 43, & produces 29068: ex hoc numero extrahe radicem cubicam, quæ eſt $30\frac{7}{15}$ circiter. Si igitur in vas cubicum infudiſti unam tantum menſuram, accipe ex linea diviſa AB $30\frac{7}{15}$ partes, eaſq; transfer in lineam L M: ſi infudiſti 8 menſuras, accipe ejuſdem numeri dimidium, nempe $15\frac{7}{18}$. ſi 27 infudiſti, accipe tertiam partem ejusdem numeri, nempe $10\frac{7}{15}$, &c. Et quia pono infuſas fuiſſe 8 menſuras, idcirco accipe ex linea diviſa AB partes $15\frac{7}{18}$, ſive $15\frac{1}{3}$ fere: easque in Regulam L M aliquoties, ut decies, vigeſies, aut ſæpius transfer, nimirum ex L in N, O, P, Q, &c. & habebis Regulam cubimetricam præparatam. Eodemque modo præparabis Regulam cylindricam.

Potes quoque unam partem L N, aut etiam omnes, in decem aut centum alias partes ſubdividere: ſic enim uſus ipſius latius patebit & ad vaſorum etiam exiguorum menſurationes extendi poterit. Hactenus conſtructio Regularum, nunc earum uſum explicemus.

Pro-

Propoſitio II.

Vaſa parallelepipeda metiri Regulâ cubimetrica

Vaſa parallelepipeda metiri. Vide Iconiſmi E. Fig. 294.

PEr vaſa parallelepipeda intelligo etiam hypocauſta, cubicula, granaria, turres quadrilateras, & omnia quæ conſtant ſex parietibus, quorum duo quilibet oppoſiti ſint paralleli. Indagaturus igitur quot modios tritici capiat v.g. borreum parallelepipedum, metire Regulâ cubimetricâ LM ejus longitudinem, latitudinem, & altitudinem; duc longitudinem in latitudinem, productumque in altitudinem, & habebis numerum modiorum quos capit propoſitum granarium. Ponamus longitudinem habere puncta majora ſeu partes majores Regulæ L M 200, latitudinem 120, altitudinem 80, multiplica 200 in 120, & produces 24000; hoc productum duc in 80, & produces totam borrei capacitatem, nimirum modiorum 1920000. *Ratio patet ex dictis Par. 2. Propoſit. 1.* Excludo in hoc calculo cavitates granarii, quas feneſtræ, januæ, & alia ejuſmodi faciunt; pono que quatuor parietes, cum tabulato ſuperiori, & pavimento inferiori, carere cavitatibus, lacunis, aſperitatibus, & tumoribus: alioquin etiam harum cavitatum capacitas eſſet indaganda, & numero prædicto adjugenda.

Quòd ſi aut longitudo, aut latitudo, aut altitudo, aut omnes ſimul, aut duæ tantùm, non exactè habeant puncta majora, ſed præter illa habeant etiam minora, ut plerùmq; accidit; reſolve majora in minora, hoc eſt, ſi majora pũcta diviſa ſunt in decem minora, duc majora in 10; ſi majora in centum ſunt diviſa, duc illa in 100, & productis adde minora puncta majoribus adhærentia. Quo facto, duc ut priùs, longitudinem in latitudinem, & productum hoc in altitudinem, atque ex hoc poſtremo producto rejice tres priores numeros ad dexteram, ſi puncta majora diviſa ſunt in 10 minora; ſex; ſi majora in 100 minora ſunt diviſa; novem, ſi in 1000. E. G. Sit alicujus granarii longitudo punctorum majorum 180, & minorum 7; latitudo majorum 95, minorum 7; altitudo majorum 42, minorum 5. Igitur ſi majora puncta longitudinis duxeris in 10, productoque adjeceris 7; procreabis puncta minora 1807; ſi latitudinis puncta majora duxeris in 10, productoque addideris 6 minora; efficies 956 minora: denique ſi altitudinis puncta majora duxeris in 10, productoque adjeceris 5 minora; progignes 425 minora. Reſolutis igitur in hunc modum punctis majoribus in minora, ſi duxeris 1807 in 956, progignes 1727492; ſi hoc productum in 425 duxeris, procreabis 734184100; unde rejectis tribus numeris prioribus verſus dexteram, reſtant 734184. Atque tot modiorum eſt dicti granarii capacitas.

Corollaria.

I.

PAtet hinc, quomodo puteorum priſmaticorum ſeu parallelepipedorum capacitas in certis menſuris inveniri poſſit. II. quomodo dimetienda ſit frumenti congeries parallelepipedi formam efficiens. Quia verò talis congeriei ſuperficies inferior quæ, pavimento incumbit, amplior ſolet eſſe quàm ſuperior, tam in longitudine, quam in latitudine; neceſſe eſt illas priùs adæquare, & reducere congeriem in perfectum parallelepipedum. Quod fit, ſi metiaris tam inferiorem quàm ſuperiorem longitudinem, & latitudinem, & ſummarum ſemiſſes pro adæquata longitudine & latitudine accipias, & procedas modo dicto in Propoſitione. E. G. Contineat inferior longitudo partes Regulæ cubimetricæ majores 120, ſuperior 112, inferior latitudo contineat 80, ſuperior 72; erit igitur æquata longitudo 116, latitudo 76: ſit denique congeriei altitudo ſeu profunditas punctorum majorum 4. Igitur ſi hos tres numeros 116, 76, 4, in ſe duxeris, hoc eſt, ſi 116 duxeris in 76, & productum in 4; procreabis totam frumenti ſummam, quam reperies modiorum 35264. De adæquatione inæqualium laterum dicemus plura infrà Propoſit. 9. & 10. Lumen quoque addet ſequens Propoſitio.

Propoſitio III.

Foſſæ excavandæ capacitatem invenire.

Foſſæ excavandæ capacitatem invenire.

CIrca civitatem aut arcem ducenda ſit foſſa, cujus latitudo ſuperior debeat eſſe 16 cubitorum, inferior 12, profunditas 8, longitudo 1000. Debent autem pro quolibet cubito cubico expendi 40 nummi certi valoris. Quæritur, quantum pecuniæ pro tota foſſa expendi debeat. Sit ſuperior latitudo A F, inferior CD, profunditas C G. Quia triangula AEC, BDF, ſunt æqualia, ut ſuppono; erit parallelogrammum A B D E, æquale trapezio A B D F, per dicta Par. 2. Propoſit. 4. Cùmque latitudo B C ſit 12 cubitorum (eſt enim æqualis latitudini C D;) erit tam AG, quàm FB, duorum cubitorum; quare tota A B erit 14 cubitorum, & eſt profunditas GC 8 cubitorum. Si igitur 14 in 8 ducas, habebis 112, aream parallelogrammi AEDB, ſive trapezii ACDF. Hac igitur areâ in longitudinem foſſæ cubitorum 1000, erit tota foſſæ capicitas cubitorum cubicorũ 112000. Et quia pro uno cubito expendi debent 40 nummi; ſi 112000 duxeris in 40, produces 4480000 nummos; quos deinde per diviſionem reduces ad aliam monetam majorem.

Vide Iconiſmi E. Fig. 295.

Propoſitio IV.

Vaſa cubica duplicare, triplicare, &c. mechanicè, ope Regula cubimetrica.

Vaſa cubica duplicare, triplicare &c.

MEchanicè ſeu practicè vaſa cubica, imò & cubica corpora ſolida, ſic duplicabis ope prædictæ Regulæ. Metire latus unum cubi dati, in partibus Regulæ, & numerum partium inventarum duc in ſe; productum verò duc in duplum numeri illius in quam latus divitum eſt; atque ex hoc poſtremo producto extrahe radicem cubicam; & hæc radix erit latus cubi duplicandi. E. G. Eſto cubus cujus latus ſit 20 partium Regulæ. Duc 20 in ſe; & produces 400; hoc productum duc in duplum lateris, nempe in 40, & produces 16000; hujus numeri radix cubica propinquior eſt paulò minor quàm $25\frac{1}{5}$, nam hic numerus in ſe cubicè multiplicatus producit $16003\frac{1}{125}$, qui numerus valde parum abeſt ab hoc numero, 16000; eſt verò hic numerus duplus cubi radicis 20.

Si cub⁹ ſit triplicãdus, duc primo latus cubi triplicandi in ſe, deinde productũ in triplũ lateris;

Propoſitio X.

Doliorum ſeu vaſorum vinariorum capacitatem reperire.

Doliorum capacitatem invenire.

DOlia, ſeu vaſa vinaria referunt plerumque figuram duplicis coni decurtati, quorum baſes ſint circa doliorum medium conjunctæ, vertices verò decurtati ſint eorundem fundi. Tale eſt appoſitum dolium conſtans duobus conis truncatis AFBE, CDBE, quorum baſes BE ſunt in medio dolii, ſeu in ejus ventre, conjuncti, fundi verò AF, & CD, ſunt conorum truncatorum vertices. Doliorum hujuſmodi capacitas reperitur, ſi fundi & ventres adæquentur, & ſumma adæquata ducatur in altitudinem ſeu longitudinem, productum enim dat capacitatem in menſuris quæ in virga cylindrimetrica ſunt notatæ.

Vide Iconiſm. 8. Fig 297.

Semper ergo in doliorum dimenſione adæquandi prius ſunt fundi & ventres. Et quidem ſi fundi ſunt inter ſe æquales, ut plerumque fit: unica adæquatio ſufficit, nempe diametrorum ventris & unius fundorum: ſi autem inæquales ſunt fundi, duplici adæquatione opus eſt, nempe primo duorum fundorum inter ſe, deinde fundi adæquati cum ventre.

Sint igitur *primò* fundi æquales. Inquire per Regulam cylindrimetricam diametrum unius fundi, deinde diametrum ventris ab interna ſuperficie curvitatis B, uſque ad internam ſuperficiem curvitatis E: adde utramque in ſummam unam, & erit ſummæ dimidium diameter adæquata. Eandem adæquationem habebis ſine arithmetica, ſi utramque prædictam diametrum notes in Regula, & inter utriuſque differentiam ſumpſeris punctum medium: hoc enim dabit diametrum adæquatam: Ut ſi fundi diameter ſit GH, ventri diameter GI, erit GK diameter adæquata.

EXEMPLUM. Sit utraque diameter fundorum alicujus vaſis punctorum majorum 7, minorum 4. ventris verò diameter ſit punctorum majorum 9, minorum 6. Si reſolvantur majora puncta in minora, fiet fundorum diameter alterutra punctorum minorum 74, ventris 96: quorum dimidium, nimirum 85, eſt diameter vaſis adæquata. Habita hac, metire etiam longitudinem vaſis inter fundorum ſuperficies internas, ſitque punctorum majorum 25, minorum 5: ergo majora in minora reſoluta, faciunt 255 minora: His factis, duc 85 in ſe, & produces 7225, nempe quadratum diametri fundorum. Ex hoc quadrato ut invenias aream circuli alterutrius fundorum, dic, per ea quæ docuimus Par. 2. Propoſit. 8 ſi 14 dant 11, quid dabunt 7225? reperies $5676\frac{11}{14}$ pro area fundi. Hanc ſi multiplices in vaſis longitudinem 255, & à ſumma producta rejicias tres priores figuras dextras: reperies totius vaſis capacitatem.

Sint *ſecundò* fundi inæquales. Adæqua illos, ſumendo utriuſque ſummæ dimidium, illudque addendo diametro ventris, ruſuſque hujus ſummæ dimidium pro diametro adæquata ſumendo, ex eaque aream eliciendo, & aream ducendo in longitudinem vaſis: productum enim dabit vaſis capacitatem.

Annotationes.

I.

SI fundi vaſorum non ſint circulares, ſed elliptici; ſic procedito. Per Regulam cylindrimetricam fundorum latitudinem utramq; decuſſatim accipito, binas faciendo in Regula tua notas: punctum enim inter haſce notas medium adæquabit illas. Similiter adæquabis planum imaginarium BE per ventrem baſis tranſiens, decuſſando ipſius latitudines ſeu diametros binas. Medium inter utrumq; planum, fundi inquam & ventris, exhibebit diametrum adæquatam vaſis. Ex diametro ſic adæquata quære aream circuli; hanc duc in vaſis longitudinem, & habebis vaſis continentiam.

II. *Longitudo doliorum eſt recta inter utramq; internam fundorum ſuperficiem comprehenſa, ut ſupra inſinuavi. Quare cum hæc longitudo forinſecus menſuratur, debet à tota extrinſeca vaſis longitudine demi uterque margo prominens extra fundos, & præterea utrinſque fundi craſſities.*

Propoſitio XI.

Virgam viſoriam præparare, eaque dolia vinaria menſurare.

Virga viſoria.

TAmetſi quælibet ferè dolia vinaria menſurari poſſint Regula cylindriametrica Propoſit. 1, deſcripta, & arte Propoſit. præced. explicata; tamen ad dimetienda eadem promptiùs & facilius ſine prævia inventione areæ fundorum ex adæquata diametro, ſed per ſolam profunditatem adæquatam ductam in longitudinem: ſolent conſtrui à Cœlimetria aliæ quædam virgæ, quas viſorias appellant communiter, germanicè verò Viſier-Ruthen. In iis duplicem partium diſtinctionem notant: unam, quâ latitudinem doliorum, & æquatam baſium ac ventris diametrum inquirunt; alteram, qua eorundem doliorum longitudinem menſurant. Longitudinis partes ſunt æquales, latitudinis inæquales: hæ ultimæ explicant aream circulorum, quam alioquin ex diametro adæquata, & circumferentia ex diametro indagata, invenire oportet per dicta Par. 2. Propoſit. 7. & 8. Varii variè procedunt in utriſque punctis ſeu partibus virgæ inſcribendis: nobis placet ſequens modus.

Primò cura fieri ex ligno, cupro, ſtanno, aliavè ſimili materia vas cylindricum ABF, continens exactiſſimè certam aliquam in eo loco, pro quo virgam vis conſtituere, menſuram uſitatam, puta vel unam menſuram, vel unum quartale, vel (ſi pro majoribus doliis fabricare vis virgam) unam urnam. Longitudo AF hujus vaſis repræſentabit longitudinem doliorum menſurandorum: latitudo ſeu diameter AB, profunditatem ſeu diametrum eorundem. *Secundò.* Accipe virgam quadrilateram, quatuor, quinque, aut ſex pedes longam, pro magnitudine vaſorum menſurandorum. In hujus virgæ unum latus transfer diametrum AB, in alterum altitudinem ſeu longitudinem AF, toties, quoties poteris, voceturq; hoc latus virga profunditatis,

Vide Iconiſm. 8. Fig. 298.

quia ejus diviſiones repræſentant profunditates ſeu diametros vaſorum: illud verò vocetur virga longitudinis, quia ejus diviſiones repræſentant longitudines vaſorum à fundo ad fundum. *Tertio.* Latus longitudinum relinque indiviſum: aut ſi placet, ſingulas partes ſubdivide in 10 aut 100 æquales partes, ſic enim habebit virga majorem uſum etiam in minoribus doliis metiendis. Latus vero profunditatum ſubdividi debet in alias partes minores inæquales inter ſe, ut initio dixi: quod quidem fieri poteſt vel geometricè vel arithmeticè. Geometricè ſic.

In lineam A B ductam in aliquo plano transferantur ex latere profunditatis puncta ſeu partes omnes, eritque AB, diviſa in partes AD, DE, EF, FG, GH, HI, IK, KB, &c: Deinde ad punctum A excitetur perpendicularis A C, æqualis uni dictarum, nempe parti A D. His factis, pone unum circini pedem in C, & alterum extende in D, atque hanc circini aperturam transfer ex A in *l*. Deinde pone rurſus unum pedem in C, & alterum extende in *l*, hancque circini aperturam transfer ex A in *m*. Tertio pone unum pedem in C, & alterum in *m*, & hanc aperturam transfer ex A in E: in hoc enim punctum cadere debet apertura C*m*, alioquin erratum eſt. Rurſus ponatur unus pes circini in C, alter in E, & transferatur diſtantia C E ex A in *n*. & deinde diſtantia C *n* ex A in *o*: diſtantia C *o* ex A in *p*: diſtantia C *p* ex A in *q*: debebitque rurſus, ſi erratum non eſt, diſtantia C *q* æqualis eſſe diſtantiæ AF: item diſtantia C *r* diſtantiæ AG, &c. Facta hac diviſione lineæ AB, videbis primum punctum majus A D dictæ lineæ manere indiviſum, ſecundum DE dividi in tria minora puncta, tertium E F in quinque, quartum F G in ſeptem, quintum G H in novem, ſextum H I in undecim, ſeptem, IK in tredecim, octavum K B in quindecim. Et ſi plura adſint puncta majora, erit nonum diviſum in minora 17, decimum in 19, &c. Significat autem diſtaotia A D unam menſuram ex iis quas infudiſti in vas ABF, A *l* duas, A *m*, tres, AE quatuor, & ſic deinceps. *Ratio hujus diviſionis fundatur* in 47. pri. Euclidis, *ex qua conſtat, quadratum recta C D eſſe æquale quadratis rectarum AD, AC, ideoque A l eſt latus duarum menſurarum, qualium A D eſt latus unius. Eadem eſt ratio recta* Cl *reſpectu rectarum C A, A l. ideoq. C m eſt latus trium menſurarum, &c.*

Arithmeticè idem latus profunditatis dividi poteſt, ſi prima diameter A D dividatur in 1000, aut in 100, aquales particulas, & ex ſequenti radicum quadratorum tabula deportentur puncta minora in lineam AB. In qua tabula, columna prima continet puncta majora ſeu partes æquales lineæ AB: ſecunda ordinem & numerum menſurarum ſeu punctorum minorum, quæ tam ipſis punctis majoribus, quam intermediis diviſionibus minoribus futuris reſpondent: tertia diſtantiam ſingularum menſurarum ſeu punctorum à puncto A verſus punctum B prædictæ lineæ AB diſtantiam inquam in partibus, qualium AD, vel AC, diameter nimirum prima, eſt 1000: quarta denique earundem menſurarum ſeu punctorum diſtantiam à puncto A in partibus, quarum A D cenſetur eſſe 100. Quod ſi intervallum A D cenſeatur diviſum ſolummodo in decem æquales partes, conſtrucoda eſt alia columna, quæ duabus tantum figuris conſtet, rectis duabus verſus dexteram ex tertia columna: habendo tamen ſemper reſpectum ad figuras rectas: quæ ſi ſuperant 50, augeri debet unitate figura dextera remanentium.

Tabula Radicum Quadratarum.

Diamet.	Menſuræ.	Partes milleſimæ.	Partes centeſimæ.
1	1	1000	100
	2	1414	141
	3	1732	173
2	4	2000	200
	5	2236	224
	6	2450	245
	7	2658	266
	8	2828	283
3	9	3000	300
	10	3162	316
	11	3316	332
	12	3464	346
	13	3605	361
	14	3742	374

Diamet.	Menſuræ.	Partes milleſimæ.	Partes centeſimæ.
	33	5744	574
	34	5831	583
	35	5916	592
6	36	6000	600
	37	6083	608
	38	6164	616
	39	6245	624
	40	6325	632
	41	6403	640
	42	6481	648
	43	6557	656
	44	6633	663
	45	6708	671
	46	6782	678

	15	3874	387
4	16	4000	400
	17	4123	412
	18	4242	424
	19	4361	436
	20	4472	447
	21	4583	458
	22	4690	469
	23	4796	480
	4	4897	490
5	25	5000	500
	26	5099	510
	27	5196	520
	28	5291	529
	29	5385	539
	30	5477	548
	31	5567	557
	32	5657	566

	47	6856	686
	48	6928	693
7	49	7000	700
	50	7071	707
	51	7141	714
	52	7211	721
	53	7280	728
	54	7348	735
	55	7417	742
	56	7483	748
	57	7550	755
	58	7616	762
	59	7681	769
	60	7746	775
	61	7810	781
	62	7874	789
	63	7937	794
8	64	8000	800

Prædictæ igitur columnæ beneficio puncta minora profunditatis inſcribes lineæ AB jam diviſæ in octo puncta majora (quod ſufficit) tali ratione. Primum ſpatium ſeu prima menſura AD dividatur in 1000, aut 100 partes æquales, reliquæ vero intelligantur in totidem partes diviſæ. Harum partium 1414, aut 141, intercipe circino, & transfer ex A in *l*; hoc eſt, accipe ex prædictis 1000, aut 100 particulis particulas 414, aut 41, easque ex D transfer in *l*, & habebis punctum pro ſecunda menſura. Pro tertio puncto transfer ex A in *m* 1732, aut 173 particulas, hoc eſt, ex D in *m* transfer 732, aut 73. Pro quarto puncto transfer ex A in E 2000, aut 200 particulas, ſive ex D in E 1000, aut 100, caderque hoc punctum minus in majus punctum E jam antea notatum: alioquin erit erratum. Simili modo procedes in aliis punctis minoribus notandis in linea A B ex præced. tabula radicum quadratorum.

Menſuræ dimidiæ.	Partes milleſimæ	Partes centeſimæ.
1 ½	1224	122
2 ½	1581	158
3 ½	1870	187
4 ½	2121	212
5 ½	2345	234
6 ½	2550	255
7 ½	2738	274
8 ½	2915	291
9 ½	3082	308
10 ½	3240	324
11 ½	3392	339
12 ½	3535	353
13 ½	3674	367
14 ½	3807	318

Si inter puncta hactenus notata in linea A B, vis etiam notare puncta intermedia quæ ſignificent menſuras dimidias, nempe 1½, 2½, 3½, &c. id aſſequeris ope præcedentis alterius tabulæ extenſæ ſolum uſque ad ſpatium inter 14 & 15 punctum; reliqua enim puncta dividi poſſunt circino in duas partes fere æquales; quamvis revera prior medietas verſus A ſemper debeat eſſe paulo major, quam altera medietas verſus A.

Si denique lineæ AB inſcribere etiã velles puncta primorum ſcrupulorũ, ita ut quodlibet ſpatium prædictæ lineæ jam diviſæ ſubdividatur in alias partes decem: fieri id poterit, ſi dividatur quodlibet ſpatium circino in alias decem, ita tamen, ut priores verſus A ſint ſemper majores, quam poſteriores verſus B. Melius tamen & ſecurius id fiet in primis viginti ſcrupulis ope ſequentis tabellæ.

Scrupula.	Partes milleſimæ.	Partes centeſimæ.
0	0	0
1	316	32
2	447	45
3	548	55
4	632	63
5	707	72
6	774	77
7	836	84
8	894	89
9	949	95
10	1000	100
11	1048	105
12	1095	109
13	1140	141

14	1183	118
15	1214	122
16	1265	126
17	1304	130
18	1342	134
19	1378	138

Tabula radicum quadratorum conſtructio.

Structura præcedentium tabularum fundatur in 47 *pr. Euclidis.* Artificium conſiſtit in hoc. Ponuntur ordine numeri 64, aut plures hoc modo, 1.2.3.4.5. &c. uſque ad 64; illisque apponuntur duo, quatuor, ſex, aut octo ciſtræ hoc modo, 1000000, 2000000, 3000000, &c. ex numeris hoc modo per ciſras appoſitas auctis extrahuntur radices quadratæ, & producuntur numeri in prima tabula poſiti. Vel quod idem eſt, numerus quadratus 1000000 primæ menſuræ, quæ continet 1000 particulas, radicem videlicet quadratam numeri 1000000, multiplicatur per 2, per 3, per 4, &c. fiunt 2000000: 3000000, 4000000, &c. & ex ſingulis extrahitur radix quadrata: & reſultat eadem prima tabula. Secunda tabula dimidiarum menſurarum fit, ſi numerus 1000000 multiplicetur per $1\frac{1}{2}$, ſeu per 1. menſur. & 5. ſcrup. per $\frac{1}{2}$, ſeu 2. menſ. & 5. ſcrup. &c. & fiant 1500000, 2500000, &c. atque ex his extrahatur radix quadrata; prodibunt enim numeri in ſecunda tabula poſiti. Tertia denique tabula fit, ſi multiplicentur 1000000 in $\frac{1}{10}$, in $\frac{2}{10}$, &c: & ex productis numeris 100000, 200000, extrahantur radices quadratæ quæ ſunt ipſiſmi numeri in tertia tabula poſiti.

Linea AB prædicto modo ſeu geometricè ſeu arithmeticè diviſa transferantur omnes diviſiones in lineam profunditatis in Virga præparata ductam, & habebis lineam diametrorum ſeu profunditatum doliorum.

Virga viſoria conſtructio, & uſus.

Uſus virgæ ſic constructæ hic eſt. Indagaturus dolii alicujus capacitatem in menſuris (ſi pro menſuris conſtructa fuit virga) aut urnis (ſi facta fuit pro urnis) demitte virgam per epiſtomium medium uſque in fundum perpendiculariter, notando puncta profunditatum in latere profunditatis intercepta inter fundum & orificium internum dicti epiſtomii. Deinde exempta virga, metire ſimiliter duos vaſis fundos quoad diametros eorum, ſemper exactè eteranotando puncta profunditatis abſciſſa. Comparata igitur minori cum majore profunditate, medium inter utraſque dabit veram & adæquatam profunditatem, quæ nihil eſt aliud quam medium proportionale inter parvam & magnam diametrum. V. G. deprehendiſti demiſſa virga per medium epiſtomium in fundum vaſis, ventris diametrum 40 punctorum, fundorum verò diametrum 36 punctorum; medium differentiæ horum numerorum dabit medietatem rectificatæ profunditatis, adiiciendam minori, vel ſubtrahendam majori profunditati inventæ, eritque adæquata profunditas 38 punctorum. Hanc diligenter nota ſeorſim. Poſt hæc metire quoque virga ſeu latere longitudinum vaſis longitudinem, demptis extantiis, & inveſtiantur v. g. 6 puncta longitudinum: quæ etiam nota. Multiplica jam 38 per 6, profunditatem videlicet in longitudinem, provenient 228 menſuræ pro capacitate vaſis, quæ per 4 diviſæ, producunt quartalia, ubi menſuræ quatuor unum quartale conficiunt: at diviſa per 64, producunt urnas, ubi urna una eſt 64 menſurarum. Si integris longitudinis & profunditatis partes adhæreant, procede ut ſuprà dictum fuit præced. Propoſit.

Qui plura deſiderat de variis modis perticas viſorias, non ſolum quadratas, qualem hactenus conſtruximus, ſed etiam cubicas, id eſt, non ſolum per radicum quadratarum, ſed etiam cubicarum: legat Adrianum Metium in Geomet. Pract. par. 2. cap. 6. & 7. VVilhelmum Birckmannum in Stereometria nova germanicè edita, Udalricum Kern in Opere germanico de arte viſorandi (ut barbarè aliqui loquuntur) & alios.

PARS V.

De Geodæſia, ſeu ſuperficierum diviſionibus.

Geodæſia.

GEodeſia pars eſt Geometriæ practicæ non poſtrema, ejuſq; officium proprium eſt, ſuperficies quaſcunq; propoſitas in quaſcunque partes deſideratas partiri. De ea hic agere lubet, tum ut integram de Geometria practica materiam tradamus, tum quia camporum ſuperficies dividendæ commodiſſimè in Pantometro noſtro (quod ſupra Parte 1. cap. 1. Propoſit. 2. explicavimus, & uſum in Longimetria tradidimus) delineari, & delineata dividi poſſunt: quod fieri opera pretium eſt ingens. Licet enim in ipſa campa dividi poſſint ſuperficies: præſtat tamen illas ichnographicè in charta delineare ſecundum omnem laterum proportionem, ac deinde illas ita delineatas dividere, & demum mediante figura diviſa in charta dividere eaſdem in campo. Quod cum nullo inſtrumento melius ac facilius fiat quam Pantometro noſtro, meritò hoc loco ea de re tota tractamus eodem ordine & breviter, quo eandem explicavimus fusè in Pantometro, toto lib. 7. Qua vero ratione & methodo camporum & planitierum quarumcunque ichnographia ſit in Pantometro delineanda, explicabitur infra Par. 7. hujus libri.

CAPUT I.

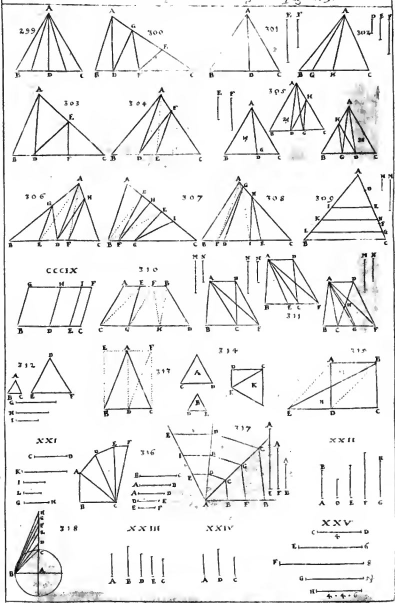
De diviſione triangulorum.

Geodæſia triangulorum

TAmetſi raro accidat, ut planities dividenda ſit perfectè triangularis: accidere tamen ſolet non raro, ut planitiē ipſam, cujus areā inquirimus, dividere prius oporteat in triangula, & ipſa deinde triāgula partiri. Poſſunt triangula dividi per rectas lineas ductas vel ab uno angulorum, vel à puncto in uno laterum dato, vel à puncto intra, vel à puncto extra triangulum dato. De omnibus agemus.

Pro-

Iconiſmus F. *ponatur e regione pag. 219.*



Propoſitio I.

Triangulum quodcunque dividere in duas, tres, & quotcunque libuerit partes æquales, per lineas à quovis angulo ad latus oppoſitum productas.

Triangulorum varia diviſiones quoad aream, Vide Iconiſmi F. Fig. 299.

SIt triangulũ ABC primo dividendum in duas æquales partes per lineam ab angulo A ad baſin BC protractãm. Dividatur BC bifariam in D, & ducatur recta AD, eritque factum quod quæritur, *per 38. pri. & 1. Sexti.* Sit *ſecundo* dividendum in quatuor aut quotlibet alias partes æquales. Dividatur BC in quatuor, &c. partes, & ducantur rectæ ut vides: eritque factum quod quæritur, *per eandem 38. pri. & 1. Sexti.*

Vide Iconiſmi F. Fig. 100.

Aliter idem facere. Quoniam ſi omnes lineæ ab eodem ducantur angulo, aliquando ſegmenta fiunt nimis arcta (quod incommodum eſt in agrorum dimenſione:) ideo aliter id fieri docebimus. Sit triangulum ABC dividendum in quinque æquales partes. I. Accipe ex utrolibet majorum laterum, nempe ex latere BC, partem quintam BD: & ducta recta AD, habebis unam quintam. II. Ex latere AC accipe partem quartam AG, & ducta DG habebis alteram quintam. III. Ex latere DC accipe partem tertiam DF, & ducta FG habebis tertiam quintam. Eodem modo procede ulterius. *Ratio deſumitur ex 1. Sexti Euclidis, quia ABD ad ABC ſe habent, ut BD ad BC, &c.*

Propoſitio II.

Triangulum quodcunque dividere per rectam à quovis angulo ductam, in duas partes inæquales ſecundum proportionem datam, ita ut antecedens proportionis vergat in quam partem volueris.

Vide Iconiſmi F. Fig. 301.

SIt ABC dividendum in duas partes, per lineam AD, ſecundum proportionem E ad F, ita ut pars ad B vergens, ad reliquam ſe habeat ut E ad F. Secetur BC in D ſecundum proportionem E ad F, *per Schol. 10. Sexti.* ducaturque AD, eritque ABD ad ADC, ut E ad F, *per 1. Sexti.* Si vis ut antecedens proportionis vergat ad C, ſeca CB ita, ut CD ad DB ſit, ut E ad F.

Hinc patet, quomodo campus ſit dividendus inter duos, ut unus habet $\frac{1}{3}$, alter $\frac{1}{4}$, aut ſecundum aliam quamcunque proportionem.

Propoſitio III.

Triangulum quodcunque per rectas à quovis angulo ductas dividere in plures partes inæquales ſecundum proportionem datam, ut antecedens primæ proportionis vergat in quam malueris partem.

SIt ABC dividendum in tres partes ſecundum proportionẽ D ad E, & E ad F, lineis ab A ad BC ductis, ita ut primum antecedens vergat ad B. Dividatur, *per Schol. 10. Sexti,* BC in H & G, ut ſit BG ad HG, ut D ad E, & GH ad HC, ut E ad F. Ductis enim AG, AH, erit factum quod quæris, *per 1. Sexti.* Eodem modo agendum, ſi in plures partes proportionales eſſet dividendum. Si primum antecedens debet eſſe verſus C, inchoetur diviſio à C verſus B.

Vide Iconiſmi F. Fig. 302.

Propoſitio IV.

Campum triangularem dividere in partes inæquales datas, per lineas ab uno eodemque angulo ductas.

Campum triangularem dividere, &c.

EST campus triangularis continens 600 perticas quadratas, dividendus inter quatuor ita, ut primus habeat quadratas perticas 200, ſecundus 150. tertius 130, quartus 120: & omnes li-

B D E F C

neæ diviſionum debent egredi ab angulo oppoſito lateri BC. Menſuretur latus BC, & inveniatur eſſe 50 perticarum ſimplicium. Dividatur 50 ſecundum proportionem datam in quatuor partes, per Regulam Trium quater, aut ſaltem ter repetitam, ſic. Perticæ quadratæ 600 dant in latere BC perticas ſimplices 50, quid dant 200? quid 150? quid 130? quid 120? Invenies pro prima parte in dicto latere BC perticas ſimplices $16\frac{2}{3}$, pro ſecunda $12\frac{1}{2}$, pro tertia $10\frac{5}{6}$, pro quarta 10. Inventas partes abſcinde in BC, in punctis D, E, F, & ex angulo oppoſito duc rectas ad puncta inventa, eritque campus diviſus prout poſtulatum fuit. *Ratio fundatur in 1. Sexti.*

Propoſitio V.

Triangularem campum dividere in partes inæquales petitas, per lineas ex diverſis punctis ductas.

Vide Iconiſmi F. Fig. 303.

SIt idem campus prædicto modo dividendus, ſed per lineas à diverſis punctis ductas. I. Ex latere BC abſcinde perticas ſimplices $16\frac{2}{3}$, uſq; ad D, & ducta AD, continebit triangulum ABD perticas quadratas 200. II. Metire latus AC, ſitque 40 perticarum ſimplicium: & dic: ſi reſiduis 400 perticis quadratis trianguli ADC, reſpondent in latere AC 40 perticæ ſimplices; 150 perticis quadratis quot perticæ ſimplices reſpondent in eodem AC? Invenies 15. Abſcinde ergo 15 perticas ab A uſque ad E: & ducta DE habebis triangulum ADE 150 perticarum quadratarum, totidemque erit reſiduum DEC. Quia vero ex BC 50, abſcidiſti $16\frac{2}{3}$, erit reſiduum DC $33\frac{1}{3}$. Dic ergo: ſi 150 quadratæ perticæ trianguli DEC, habent latus DC $33\frac{1}{3}$: 130 perticæ quadratæ, quot habebit in eodem latere DC? invenies $17\frac{1}{3}$ perticas ſimplices: quas ſi abſcindas in F, & ducas EF, erit DEF 130 perticarum quadratarum, reſiduum verò FEC erit 120. *Ratio eſt eadem quæ in præcedentibus.*

Aliter eundem campum prædicto modo dividere.

Sit

Sit idem campus A B C dividendus in quatuor partes, quarum prima contineat $\frac{1}{3}$, ſecunda $\frac{1}{4}$, tertia $\frac{1}{5}$, quarta reſiduum: Adhibe regulam Arithmeticam Falſæ poſitionis, & quære numerum in quo contineatur $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, ſine fractionibus: quod fit multiplicando denominatores prædictos inter ſe, nempe 4 per 3, & productum per 5: & invenies 60, cujus pars tertia eſt 20, pars quarta 15, pars quinta 12. Finge jam totum campum continere 60 perticas quadratas. Metire præterea BC, & A C, habeatque BC perticas ſimplices 50, A C 40. His factis accipe ex BC 50, tertiam partem B D, nempe $16\frac{2}{3}$; & ducta AD, erit A B D pars tertia totius campi, & continebit perticas quadratas 20 ex 60 quas finxiſti contineri in toto, reliquum vero triangulum ADC continebit 40 perticas quadratas, ex quib. abſcindenda eſt pars quarta totius trianguli A B C 60 perticarum quadratarum, nempe perticæ 15: quod ita efficies. Latus A C continet 40, & triangulum ADC itidem 40. Dic ergo: ſi ADC 40, dat in AC 40, quid dabunt 15? invenies 15. Abſcinde ergo 15 ab A uſque ad E; & ducta D E, habebis quartam partem totius ABC, nempe ADE 15 perticarum quadratarum: reliquum verò EDC continebit 25 perticas quadratas, ex quibus abſcindenda eſt pars quinta totius ABC, nempe 12 perticæ quadratæ: quod ita fit. Linea D C continet $33\frac{1}{3}$, & triangulum EDC 25. Dic ergo: EDC 25 dant DC $33\frac{1}{3}$, quid dant 12? Invenies 16 perticas ſimplices, quas abſcinde à D uſque ad F: & ducta E F, continebit DEF perticas quadratas 12, nempe partem quintam totius: reſiduum verò E F C continebit 13. His peractis, dic: ut 60 ad 600, ita 20, ita 15, ita 12 ad aliud: & invenies idem quod in præcedenti Propoſit. *Ratio eſt eadem quæ ibi.*

Propoſitio VI.

Dividere triangulum in duas partes æquales, per lineam à quovis puncto dato in uno latere ductam ad latus alterum.

Vide Iconism. F. Fig. 304.

TRiangulum ſit A B C punctum datum D. Si D dividit B C biſariam, DA dividet triangulum biſariam, *per 1. Sexti.* Si D non dividit BC biſariam, ſecetur ea biſariam in E, & ducatur D A, & ipſi D A parallela E F. Recta D F dividet triangulum biſariam. Nam ducta E A, erunt EFA, EFD æqualia, *per 37. pri.* cum ſint ſuper eandem baſim EF, & inter eaſdem parallelas E F, A D. Addito ergo communi CFE, erunt tota AEC, C D F æqualia, *per 2. Axio.* Eſt autem AEC dimidium totius, *per 1. Sexti:* ergo & C D F erit dimidium totius. Eadem eſt ratio, ſi punctum D cadat inter E C: item ſi punctum D aſſumatur ad libitum in latere.

Propoſitio VII.

Dividere triangulum in duas partes inæquales, per rectam à quovis latere ductam, ſecundum proportionem datam.

TRiangulum A B C, dividendum ſit per rectam à dato puncto D ductam, in partes inæquales duas ſecundum proportionem E ad F. Dividatur BC, in G, ſecundum proportionem E ad F, *per Coroll. 10. Sexti;* cadetque G vel in D, ut in 1. fig. vel inter C & D, ut in 2. fig. vel inter B & D. ut in 3. fig.

Vide Iconism. F. Fig. 305.

Cadit *primò* G in D. Ducatur D A, & erit factum quod quæritur, *quoniam A B G ad A G C eſt, ut B G ad G C, hoc eſt, ut E ad F,* per 1. Sexti, Cadat *ſecundo* G inter C & D. Ducatur DA, & ipſi parallela G H. conjunganturque rectæ D H, GA. Secabit DH triangulum ut petitur, hoc eſt trapezium AB DH ad triangulum CDH erit, ut BG ad GC, hoc eſt, ut E ad F. *Nam ducta G A, erunt HGA, GHD, æqualia,* per 37. pri. *addito communi C G H fient CGA, CDH æqualia,* per 2. Axio. *Eſt autem & trapezium A B D H æquale triangulo BGA,* per idem 2. Axio. *ac proinde,* per 7. Quinti, *totum A B C eandem proportionem habet ad CGA, & ad C H D. Dividendo igitur,* per 17. Quinti, *erit ut B G A ad CGA, ita BDHA ad C D H: Eſt autem,* per 1. Sexti, *B G A ad GCA ut BG ad GC: igitur erit & BDHA ad CDH, ut BG ad GC, ſeu ut E ad F.* Cadat *tertiò* G inter B & D, ducaturque D A, & ipſi parallela G H. Secabit DH triangulum A B C ut petitur. *Ratio eſt ſimilis præcedenti.*

Propoſitio VIII.

Dividere triangulum in tres aut quotlibet partes æquales, per rectas à puncto in latere aſſumpto.

Vide Iconism. F. Fig. 306.

DIvidendum ſit ABC in tres partes æquales per rectas ductas à D. Divide B C in tres æquales partes in E & F, & ducta DA, erige ipſi parallelas EG, FH, tandemque duc rectas G D, HD. Erunt BGD, GDH, HDC æqualia, *Nam ſi ducantur E A, DH, erit BGD, æquale ipſi B A E (quoniam GEA, & GED æqualia ſunt,* per 37. pri. *ideoq; addito communi BGE, æqualia etiam ſunt BGD, BAE,) ideoq; BGD ad totum ABC erit, ut BAE ad idem totum ABC, hoc eſt, ut B E ad B C,* per 1. Sexti. *Eſt autem B E pars tertia totius BC: ergo B G D quoq; tertia pars eſt totius A B C.* Eodem modo probatur, quadrilaterum B A H D eſſe duas tertias totius A B C.

Propoſitio IX.

Triangulum dividere in tres æquales partes per lineas à latere ad latus ductas è diverſis punctis,

Vide Iconism. F. Fig. 307.

DIvidendum ſit modo dicto ABC. In quolibet latere, v.g. in AC, elige puncta D & E, ex quibus putas dividi poſſe triangulum per lineas ad latus BC ductas, & fac lineas occultas B D, BE. Deinde divide AC in tres æquales partes in H & I, ex quibus duc HF, IG, parallelas rectis DB, EB. Tandem duc rectas DF, EG, eritque quadrilaterum ABFD una tertia pars totius, & quadrilaterum D F G E altera, reliqua verò tertia pars erit triangulum E G C. *Ratio ex dictis patet.* Vide Pantometrum.

Pro-

Propoſitio X.

Dividere triangulum in tres partes inæquales ſecundumquamcunque rationem datam, lineis à latere ad latus ductis.

Vide Iconiſmi F Fig. 308

CAmpus ABC ſit dividendus inter tres, ita ut primus habeat $\frac{1}{4}$, ſecundus $\frac{1}{3}$, tertius reliquum. Divide latus quodcunque, v. g. BC ſecundum rationem datam in D & E, & electo puncto F inter BD, duc occultam A F, & huic parallelam D G, tandemque rectam FG. Erit quadrilaterum A B F G pars quarta totius ABC. Iterum elige punctum I inter D & E, & duc occultam A I, aliamque ipſi parallelam EH, tandemque rectam IH. Erit quadrilaterum GFIH pars tertia totius ABC; reliquum vero HIC. *Ratio ex dictis patet.* Vide Pantometrum.

Propoſitio XI.

Triangulum quodcunque per lineas uni lateri parallelas dividere in quotlibet partes æquales.

Vide Iconiſmi F. Fig. 309.

ABC dividendum ſit in quatuor æquales partes, per lineas lateri C B æquidiſtantes. Secetur utrumvis reliquorum laterum, v. g. A C in quatuor æquales partes in D, E, F: & inter duas AD, A C inveniatur media proportionalis AE *per 13. Sexti:* item inter duas AB, A C, alia media A N: denique inter duas A B, A C, alia media AG. His factis ducantur rectæ E I, NK, G L, parallelæ lateri C B, eritque factum quod jubetur. *Quoniam enim*, per Coroll. 4. Sexti *ſimilia ſunt triangula A E I, A C B: erit*, per Coroll. 19. Sexti *AEI, ad ACB, ut AD ad AC: Eſt autem A D una quarta totius A C: ergo & A E I erit una quarta totius ACB. Propter eandem rationem ANK erit ad A C B, ut AE ad A C: quia igitur AE eſt dimidium ſeu duæ quartæ totius A C; erit & ANK dimidium ſeu duæ quartæ totius ACB. Et quia demonſtratum eſt, A E I eſſe unam quartam totius A C B, erit & quadrilaterum E N K I una quarta totius ABC. Simili modo demonſtrantur reliqua.*

Propoſitio XII.

Triangulum in duas partes inæquales, habentes quamcunque proportionem datam, dividere per lineas uni lateri parallelas, ita ut antecedens proportionis ſit verſus quem volueris angulum, aut latus.

IN præcedenti triangulo ABC ducenda ſit parallela lateri CB, quæ triangulum dividat in duas partes ita, ut pars verſus A ad partem verſus CB, ſit ſicut M ad H. Dividatur alterutrum reliquorum laterum, videlicet A C, in F ita, *per Schol. 16. Sexti*, ut ſit A F ad F C, ſicut M ad H. Deinde inter duas A C , A F , inveniatur media proportionalis A G, *per* 13. *Sexti* & ducatur G L parallela lateri B C. Erit factum quod petebatur. *Quoniam enim A C B, A G L, ſimilia ſunt*, per Coroll. 4. Sexti: *erit ACB ad AGL, ſicut AC ad AF, eo quod AC, AG, AF, ſint tres continuè proportionales, ex conſtructione facta. Ergo per converſionem rationis*, juxta Coroll. 19. Quinti, *erit ACB ad quadrilaterum G C B L, ſicut eſt A C ad F C: & dividendo* per 17. Quinti, AGL *ad quadrilaterum G C B L, erit ut AF ad FC, hoc eſt, ut M ad H.*

Corollarium.

PAtet hinc, quomodo dividendum ſit triangulum in plures partes modo dicto, nempe dividendo unum latus ſecundum proportionem datam, & inter quoslibet duos terminos proportionis inveniendo mediam proportionalem, & operando ut dictum.

Brevitatis cauſa omitto multos alios caſus circa triangulorum diviſiones, quas vide in Pantometro lib. 7. cap. 3. 4. & 5.

CAPUT II.

De diviſione parallelogrammorum, & Trapeziorum in partes datas.

PAucos tantum caſus adducemus, reliqui videri poſſunt in Pantometro lib. 7. à cap. 6.

Geodæſia parallelogrammorum.

Propoſitio XIII.

Parallelogrammum dividere in plures partes ſecundum quamlibet proportionem datam, per lineas lateribus æquidiſtantes.

SIt dividendum parallelogrammum GFCB, ſive rectangulum, ſive non rectangulum, in tres partes, per lineas lateribus GB, FC æquidiſtantes. Dividatur GF ſecundum proportionem datam in partes GH, HI, IF, *per Schol.* 10. *Sexti*, & ducantur rectæ HD, IE, parallelæ rectis G B, FC. Factum erit quod petebatur, *per* 1. *Sexti.*

Parallelogrammorum varia diviſiones quoad aream. Vide Iconiſmi F. Fig. CCCIX.

Propoſitio XIV.

Parallelogrammum dividere in plures partes ſecundum rationem datam, quando nota eſt area ipſius.

IN præcedenti parallelogrammo area ſit 12. jugerum, ſitque dividendum in tres partes ita, ut prima habeat jugera 5, ſecunda 4, tertia 3. Metire latera oppoſita G F, BC, & contineat unumquodque perticas ſimplices 192. Divide utrumque ſecundum rationem datam 5, 4, 3, utendo ter, aut bis ſaltem, Regula Trium, ſic: Si 12 dant 192, quid dant 5? quid 4: quid 3? Invenies 80, 64, 48. Metire jam in utroque latere GF, BC, perticas 80 à G & B uſque ad H & D: deinde perticas 64 ab H & D uſque ad I & E. Demum duc rectas HD, I E: eritque facta diviſio deſiderata, *per* 1. *Sexti.*

Multos alios caſus de parallelogrammorum diviſione, pertractatos in Pantometro loc. cit. cap. 6. omitto.

Propoſitio XV.

Geodæſia trapeziorum.

Trapezium duo latera parallela habens dividere in partes æquales, lineis à latere ad latus tractis.

Videlcoriſ. F. Fig. 310.

PArallela latera oppoſita AB, & CD, divide in tot partes æquales, in quot dividendum eſt totum trapezium, & puncta correſpondentia conjunge rectis lineis, eritque diviſio peracta. *Nam tria triangula EGC, FGH, BHD, & item tria CAE, GEF, HFB, inter ſe æqualia ſunt*, per 38. pri. *utpote inter eaſdem parallelas, & ſuper æqualibus baſibus reſpectivè conſtituta; ergo, &c.*

Trapeziorum varia diviſiones quoad aream.

Si nota ſit ſuperficies trapezii in menſuris quadratis & dividenda in partes æquales, duobus lateribus parallelis exiſtentibus: adhibenda eſt regula Trium ſemel pro latere majori, & ſemel pro minori, & puncta diviſionis conjungenda de rectis lineis. Contineat aliquot jugera 16, debeatque dividi in tres partes ita, ut prima habeat jugera 4, ſecunda 5, tertia 7: ſit autem latus parallelum majus perticarum 246, minus 192. Ad dividendum majus latus, dic jugera 16 dant perticas 246, quid dant 4? quid 5? quid 7? Invenies 62, 77$\frac{1}{4}$, & reliquum pro tertia parte. Ad dividendum minus, dic jugera 16 dant perticas 192, quid dant 4? quid 5? quid 7?

Propoſitio XVI.

Dividere trapezium duorum æquidiſtantium laterum per lineam ab angulo protractam in duas partes inæquales ſecundum proportionem datam.

Vide Iconiſ. F. Fig. 311.

SIt trapezium ABCD, dividendum per lineam protractam ab angulo A, ſecundum proportionem M ad N. Protrahatur latus BC verſus C, & ſumatur CF æqualis lateri AD, ducaturque recta DF. His factis, divide BF ſecundum proportionem M ad N, cadetque punctum diviſionis vel in C, vel citra inter BC, vel ultra inter CF. Cadat *primò* in C, ut in prima figura, ita ut ſit eadem proportio BC ad CF, quæ eſt M ad N. Linea AC dividet trapezium ſecundum proportionem M ad N. *Si enim ducatur AF, erit ACF æquale ipſi DCF*, per 37. pri. *& conſequenter ipſi ACD, quod æquale eſt triangulo DCF*, per 34. pri. *Atqui ABC ad ACF, eſt ut BC ad CF hoc eſt, ut M ad N*, per 1. Sexti: *Ergo etiam idem ABC ad ACD erit, ut BC ad CF, ſeu M ad N.* Cadat *ſecundò* in E, circa C, ut in ſecunda figura, ita ut ſit eadem proportio BE ad EF, quæ eſt M ad N. Linea AE dividet trapezium ſecundum proportionem M ad N. *Nam ductis AC, AF, erit ut antea ACD æquale ipſi ACF: addito ergo communi AEC, erit trapezium AECD æquale triangulo AEF. Atqui ABE eſt ad AEF, ut BE ad EF, hoc eſt, ut M ad N: Ergo, &c.* Cadat *tertiò* in G, ultra C, ut in tertia fig. ita ut ſit eadem proportio BG ad GF, quæ eſt M ad N. Dico, ſi ex G ducatur GH, parallela lineæ FD, uſque dum concurrat cum CD in H, & deinde fiat recta AH: dico inquam, ABCH ad AHD eſſe ut M ad N. *Ductis enim AC, AG, & AF, erit AHC æquale ipſi AGC*, per 37. pri. *quia ſunt ſuper eadem baſi AC, & in eiſdem parallelis AC HG: eſt autem & totum triangulum ACD æquale toti triangulo ACF*, per eandem 37. pri. *Ergo & reſiduum AHD erit æquale reſiduo AFG. Addito ergo communi ABC duobus ACH, ACG æqualibus, erit trapezium ABCH ad triangulum ADH, ut triangulum ABG ad idem triangulum ADH, hoc eſt ad æquale ipſi AGF. Sed proportio trianguli ABG ad AGF, eſt ut M ad N ergo, &c.*

Multos alios caſus ad trapeziorum diviſionem pertinentes, de quibus in Pantometro, omitto brevitatis cauſa. Serlii & aliorum errorem in diviſione tabulæ longæ 10. ped. & latæ 3. ad efficiendam portam longam 7. ped. & latam 4. deteximus ibidem in fine lib. 7. & iterum 3. par. in Magia Geometrica.

PARS SEXTA.

De Metamorphoſi ſeu transformatione planorum ac corporum.

Metamorphoſis ſeu transformatio planorum & corporum.

PLanorum ac corporum metamorphoſis, ſeu de una in aliam figuram, majoremque aut minorem formam transmutatio, data quacunque proportione, infinitis penè modis fieri poteſt; ideoque infinitus hic aperiretur campus, excurrere ſi liceret. Quod cum voluminis anguſtia, quæ totam Matheſin concludere ſtatui, non permittat, pauca attingam, ob cauſas ſupra allatas, nimirum quia Practica Geometrica ſine iis manca foret; & quia praxes, quæ ad figurarum planarum rectilinearum auctionem ac diminutionem pertinent, tam facile, ſimulque tam ingenioſè Pantometri noſtri ſubſidio peraguntur, nulla ut aſſignari queat figura, quæ non Inſtrumento illo, arte ſane mirabili, inata proportione minui queat, dein augmentari; præſertim ſi inſtrumenti diſcus latior fiat, aut ſi ad normam ejus fiat Quadratum majus verſatile circa ſuum orbem, & ſuo curſore inſtructum. Vnde conſequenter maximus ejuſdem Inſtrumenti uſus eſt in Perſpectiva, cum Scenographiæ, Orthographiæ, atque Ichnographia corporum quorumcunque ſive regularium, ſive irregularium, uti & quarumvis aliarum rerum projectura, ſumma facilitate delineari, augeri, & minui poſſint. Brevitatis tamen cauſa omittam praxes mechanicas per Pantometrum, & ſolum geometricas tradam; illas qui volet, videat lib. 8. Pantometri. Cæterum quoniam geometrica metamorphoſis in planis figuris effici non poteſt ſine inventione mediæ proportionalis inter duas rectas lineas datas, nec in ſolidis, niſi inter duas rectas datas duæ aliæ mediæ proportionales reperiantur; ideo recolenda ſunt quæ diximus lib. 1. cap. 4. art. 1. Praxi 12. 13. 14. & 15. & in Pantometro lib. 8. cap. 1. Lemmate 4. ex Kirchero lib. 4. Muſurgiæ cap. 7.

cap. 7. Propoſit. 2. pag. 205. & 206, uti & ex Villalpando tom. 3. Par. 2. lib. 1. cap. 3. Propoſit. ultima.

CAPUT I.

De transformatione Triangulorum planorum rectilineorum in alias planas rectilineas figuras.

Transformatio triangulorũ. QVid, & quotuplex ſit figura plana, diximus lib. 1. cap. 3. Inter alias affectiones quæ iis tribuuntur, eſt, quod aliquæ ſint inter ſe ſimiles, ſimiliterque poſitæ. Similes ſunt, quæ angulos ſingulos ſingulis habent æquales, & latera circum æquales angulos proportionalia, ut habet Euclides lib. 6. Elem. Definit. 1. Similiter poſitæ dicuntur, quando termini proportionales ſimili ſitu reſpondent, ſuperi ſuperis, inferi inferis, dextri dextris, ſiniſtri ſiniſtris, prout mox patebit ex figuris. *Similiter poſitæ figuræ.*

Propoſitio I.

Triangulo cuicunque dato conſtituere aliud ſimile, ſimiliterque poſitum, in quacunque proportione quoad latera.

Vide Iconiſmi F. Fig. 312. SIt dato triangulo A B C, cuicunque, conſtituendum aliud D E F ſimile, in quacunque proportione data, aut aſſumpta ratione laterum v.g. triplo majus. Fiat E F triplo major quam BC: deinde divaricato circino ad triplam diſtantiam C A, collocetur unus pes in F, altero deſcribatur arcus occultus verſus D: Demum aperto iterum circino ad triplam diſtantiam BA, ponatur pes unus in E, & altero deſcribatur alius arcus occultus verſus D, qui priorem interſecet. Ex puncto interſectionis D ducantur D E, DF, eritque D E F ſimile priori, & latera ſingula erunt triplo majora ſingulis illius. *Ratio pendet ex 22. & 23. primi Euclidis.* Simili modo fiet AB C æquale, aut majus: minuſvè, quam DEF, in quacunque proportione. *Quomodo idem fieri facillimè queat Pantometro, docemus ibi lib. 8. cap. 2. Problem. 1.*

Propoſitio II.

Triangulo cuicunque dato conſtituere aliud ſimile, ſimiliterque poſitum, ſub quavis proportione quoad ſuperficiem.

SIt datum triangulum quodcunq; DEF præcedentis figuræ, cui ſimile ſimiliterque poſitum ſit deſcribendi minus ABC, ſecundùm proportionem H ad G, aut aliam quamcunque. Tribus rectis G H, EF (vel etiam D E, aut DF) inveniatur quarta proportionalis I, *per 12. Sexti.* Deinde duabus EF, & I, inveniatur media proportionalis B C, *per 13. Sexti.* Tandem ſuper recta B C fiat angulus A B C, æqualis angulo DEF: & ducantur rectæ BA, C A, quæ interſecabunt ſe in A (*quoniam duo anguli B & C minores ſunt duobus rectis, ut ex 32. pri. colligitur*) & conſtituent triangulum ABC, ſimile ſimiliterque poſitum triangulo D E F, ſed minus ſecundum proportionem G ad H. *Simile quidem, quia per conſtructionem, & per 32. pri. ſinguli anguli hujus ſunt æquales ſingulis angulis illius, & per 4. Sexti, latera circa æquales angulos proportionalia. Similiter poſitum, ex conſtructione facta. Minus ſecundum proportionem datam,* per 19. & 20. Sexti. Eodem prorſus modo conſtituetur majus ſecundum proportionem datam. *Pantometro quomodo idem fiat, docemus loco proximè citato.*

Corollarium.

PAtet hinc, quomodo quodcunque triangulum ſit duplicandum, triplicandum, &c aut ſubduplicandum, ſubtriplicandum, &c. ſervata eadem ſimilitudine. Si enim proportio G ad H ſumatur ut 2 ad 1, vel 3 ad 1, &c. aut ut 1 ad 2, ut 1 ad 3, ut 1 ad 4, &c. & reliqua perficiantur ut dictum: habebitur triangulum ſimile, ſimiliterque poſitum, quod ſit trianguli dati duplum, triplum, &c. ſubduplum, ſubtriplum, &c.

Propoſitio III.

Dato triangulo æquale parallelogrammum rectangulum, & non rectangulum facere.

DAto triangulo cuicunque ABC (quod dico de hoc, de omnibus intelligendum eſt) conſtituendum ſit *primò* parallelogrammum rectangulum æquale. Fiat rectangulum B A, cujus unum latus ſit æquale ſemiſſi baſis trianguli, alterum altitudini ejuſdem, & habebis quod quæris. Sit *ſecundo* eidem conſtituendum parallelogrammum non rectangulum. Fiat parallelogrammum BF, cujus unum latus ſit æquale & parallelum lateri BA: habebis intentum. *Ratio fundatur* in 41. primi Euclidis. Vide Iconiſ. F. Fig. 313.

Propoſitio IV.

Dato triangulo cuicunque conſtituere æquale quadratum.

REduc triangulum ad parallelogrammum rectangulum æquale, per præcedentem Propoſitionem: & huic conſtitue quadratum æquale, *per Propoſit. 10 ſequentem*, & habebis intentum. *Aliter*. Inter altitudinem trianguli dati, & dimidiam ejus baſim, quære mediam proportionalem, *per 13. Sexti*, & ſuper hac conſtitue quadratum, *per 47. primi.*

Propoſitio V.

Duabus triangulis, ſeu æqualibus, ſeu inæqualibus, ſimilibus tamen, invenire aliud triangulum ſimile æquale.

A & B ſint ſimilia, oporteatque invenire K illis æquale & ſimile. Conjungantur baſes CD, ut efficiant angulum rectum C D E, ducaturq; recta C E: ſuper qua conſtituatur triangulum K ſimile prioribus, *per Propoſit. 1. & 2. præcedentem.* Dico, hoc eſſe æquale illis, *per 31. Sexti.* Vide Iconiſ. F. Fig. 314.

Propoſitio VI.

Triangulum dato quadrato æquale conſtituere: item dato parallelogrammo, ſeu rectangulo, ſeu non rectangulo.

Vide Iconiſ. F. Fig. 315. QVadrato A B C D ſit conſtituendum æquale triangulum. Ducatur DB diagonalis, & ipſi parallela AE, ſecans latus C D productum in E, ducaturque recta BE. Dico, triangulum B C E eſſe æquale quadrato dato. *Nam triangulum* m *eſt æquale triangulo* n, per 26. & 4 primi. In praxi fiat E D æquale ipſi D C, & ducatur recta BE.

Si A B C D parallelogrammum foret, ſive rectangulum, ſive non rectangulum, eodem modo procedendum foret: nam ſemper triangulum B C E æquale erit parallelogrammo, propter rationem dictam.

Propoſitio VII.

Datis quotcunque triangulis æquale triangulum conſtituere.

TRiangulis fiant æqualia parallelogramma, *per 3. hujus*: parallelogrammis æqualia quadrata, *per 4. hujus*: quadratis omnibus unum quadratum æquale, *per 11. ſequentem*: quadrato ultimo æquale triangulum, *per 6. hujus*.

Propoſitio VIII.

Triangulum rectangulum dato circulo æquale quam proximè conſtituere.

Vide Iconiſ. E. Fig. 291. FIat angulus rectus A B C *per 11. pri.* & B A fiat æqualis ſemidiametro circuli, BC æqualis triplo & ſeſquiſeptimo (hoc eſt, uni ſeptimæ) diametri B D, & ducatur AC. Erit A B C æquale circulo quam proximè. *Ratio patet ex dictis par. 2. huius libri Propoſit. 7.* Eſt etiam triangulum rectangulum D B E, ex diametro D B & dimidia totius B C, æquale circulo dato.

CAPUT II.

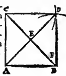
De tranſmutatione quadrangulorum, & aliarum figurarum planarum, in alias figuras planas.

Transformatio quadrangulorum. QVadrangula ſunt omnia parallelogramma, & trapezia, quorum definitiones dedimus lib. 1. cap. 3.

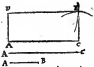
Propoſitio IX.

Quadrangulo quocunque dato deſcribere aliud ſimile, vel æquale, vel quoad ſingula latera majus aut minus, in qualibet proportione.

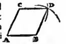
QVadrato ABCD conſtituetur quadratum ſimile, ſecundum quamcunq; proportionem; ſi ſuper rectam AB in data proportione excedente fiat quadratum, *per 46. pri.*



Oblongo A C E D conſtituetur aliud ſimile ſimiliterque poſitum, ſecundum proportionẽ quamcunque, ſi A C, A D ſecundum datam proportionem auctas conjunxeris ad angulum rectum A, & rectangulum perfeceris.



Rhombo A B D C conſtitues ſimilem majorem aut minorem, ſi rectas A B, A C, auctas vel diminutas, compoſueris ad angulum A æqualem, & rhombum perfeceris. Eodem modo conſtitues rhomboidi ſimilem majorem aut minorem.



Trapezio cuicunque A B C D conſtituetur aliud æquale, aut minus, aut majus, ſi ducas in dato trapezio rectam A C, & conſtituas duo triangula conjuncta, & duobus ABC, ACD ſimilia ſimiliterque poſita æqualia, aut majora, aut minora, ſecundum proportionem datam, *per 1. Propoſit. hujus.* Vide Iconiſmi E. Fig. 290.

Si quadrangulo dato vis conſtituere aliud ſimile majus aut minus quoad aream, operare modo ſimili dicto ſupra propoſit. 2. Sit quadratũ lateris C D (quod dico de quadrato, de quovis Parallelogramo intelligendũ eſt) cui conſtruendũ ſit majus ſecundum proportionẽ K ad I. Tribus lineis I, K, & CD, inveniatur quarta proportionalis L, ad quã nimirũ ſe habet CD, ut I ad K. Deinde inter CD, & L, reperiatur media proportionalis G H, ſupra quam conſtituatur quadratũ. Erit hoc majus priori ſecundum proportionem datã. Simili modo cõſtituetur quadrato G H aliud ſimile minus CD, ſecundum proportionem I ad K. Eodẽ prorſus modo operandũ eſt in augendo & diminuendo rhombo. In oblongo, & rhomboide, ſupra mediam proportionalem inventam erigendum eſt latus in angulo æquali, quod ad mediam illam proportionalem habeat rationem lateris homologi ad latus homologum mediæ proportionali inventæ. Vide quæ diximus in in Pantometro lib. 8. cap 3. Problem. 2. & 3. Vide Iconiſmi F. Fig. XXI.

Propoſitio X.

Parallelogrammo rectangulo, & non rectangulo, æquale quadratum conſtituere.

QVoad rectangulum parallelogrammum, inveniatur inter ejus baſin & altitudinem media proportionalis, *per 13. Sexti*, nam quod ſuper ea fiet quadratum, æquale erit dato parallelogrammo, *per 17. Sexti.* Vel, fiat rectangulo æquale quadratum, *per ult. Secundi.*

Quoad non rectangulum, ducatur à quovis ejus angulo ad baſin perpendicularis, & inter perpendicularem ac baſin inveniatur media proportionalis: ejus enim quadratum æquale erit dato parallelogrammo, *per eand. 17. Sexti.* Vel operare ut in *ult. ſecund. lib. Euclid.*

Propoſitio XI.

Datis duobus, aut pluribus quadratis, parallelogrammis, & rectilineis quibuſcunque, invenire quadratum unum illis æquale.

SInt duo quadrata (ſive æqualia, ſive inæqualia

quorum

Vide Iconiſmi 6. Fig. 16.

quorum latera ſint AB, BC: ſitque inveniendum quadratum unum duobus ſimul æquale. Conjungatur AB, BC, ad angulum rectum B, & ducatur recta AC. Erit hæc latus quadrati utrique dato æqualis, *per 47. pri.* Si adſit tertium quadratum AD, & omnibus tribus inveniendum ſit unum æquale, faciat A D cum A C angulum rectum A, & ducatur hypothenuſa D C: eritque hæc latus quadrati omnibus æqualis. Si adſit quartum DE, faciat DE cum D C angulum rectum D, & ducatur EC: eritque hujus quadratum æquale omnibus quatuor. Si quintum E F adſit, faciat E F cum EC angulum rectum eritq; hypothenuſa F C latus quadrati omnibus quinque æquale, &c. *Ratio fundatur in 47. pri.*

Si pluribus rectangulis aot non rectangulis parallelogrammis conſtituendum ſit æquale quadratum, reducantur parallelogramma ad quadrata, *per præcedentem*, & his conſtituatur unum quadratum æquale, *per præſentem.*

Si rectilineis quibuſcunque & quotcunque faciendum ſit æquale quadratum, reſolvantur rectilinea in triangula: hæc in parallelogramma, *per 3. hujus:* & hæc tandem in unum quadratum, *per 10. hujus.*

Propoſitio XII.

Polygono cuicunque dato deſcribere aliud ſimile ſimiliterque poſitum, majus vel minus, in quacunque proportione quoad latera.

Transformatio polygonorum.

SIt dato polygono rectilineo AFGHI, deſcribendum aliud ſimile ſimiliterque poſitum majus aut minus, in quacunque proportione, v. g. A B ad A F. Produc A F, A I (ſi majus fieri debeat polygonum) & ex A per omnes angulos duc rectas AC, AD, &c. Deinde ex A F abſcinde AB æquales datis rectis A B. Tandem duc rectas AC, CD, DE, parallelas lateribus F G, GH, HI. *Demonſtratio patet* ex 29. pri. ex 4. Sexti, *& ex ipſa conſtructione.*

Vide Iconiſmi F. Fig. XII.

Propoſitio XIII.

Dato circulo æquale triangulum, rectangulum, & quadratum quam proxime, invenire.

Transformatio circulorum.

TRiangulum habebis, ſi circuli ſemidiametrum & rectam peripheriæ æqualem conjunxeris ad angulum rectum, & ſubtenderis hypothenuſam, ut diximus ſupra par. 2. propoſit. 7.

Quadratum habebis *primo*, ſi circulo conſtitues æquale triangulum rectangulum, *per modo dicta*: & æquale parallelogrammum, *per 3. hujus*, & huic æquale quadratum, *per 10. hujus. Secundo*, ſi dividis diametrum circuli in 14 partes æquales, & ex undecima excites perpendicularem uſque ad circumferentiam: recta enim ducta à principio diametri ad punctum, in quo prædicta perpendicularis ſecat circumferentiam, erit latus quadrati circulo æqualis. *Demonſtratio fundatur in eo quod ſupra par. 2. Propoſitio. 8. docuimus, nimirum quadratum diametri ad circulum habere fermè proportionem, quam 14 ad 11. Tertio*, ſi inter ſemidiametrum & ſemiperipheriam invenias mediam proportionalem: quadratum enim hujus eſt circulo æquale proximè. *Ratio eſt, quia rectangulum ſub ſemidiametro & ſemiperipheria eſt æquale circulo, ut diximus par. 2. propoſit. 7. & quadratum mediæ proportionalis inter duo dicti rectanguli latera angulum rectum comprehendentia eſt æquale eidem rectangulo*, per 17. Sexti.

Propoſitio XIV.

Dato quadrato conſtituere circulum quàm proxime æqualem.

IN quadrato dato ducantur diametri AD, BC, ſecantes ſe in E: latus AB dividatur in partes ſeptem æquales: una ſeptima transferatur à B in F: centro E ad intervallum E F fiat circulus. Erit hic proxime æqualis quadrato. *Aliam praxim cum demonſtratione vide in Pantometro lib. 8. cap. 1. Problem. 1.* Circulum cuicunque rectilineo æqualem conſtitues, ſi rectilineo facias æquale quadratum, *per 10. hujus*: quadrato circulum *per praxim præcedentem*. Eo modo conſtituetur circulus æqualis parallelogrammo, ſi hoc vertatur prius in quadratum *per 19. hujus.*



Propoſitio XV.

Pluribus circulis datis deſcribere unum æqualem.

COnverte ſingulos in ſingula quadrata, *per 13. hujus*, & omnibus quadratis fac unum quadratum æquale, *per 11. hujus*: & huic quadrato circulum æqualem, *per 14. hujus.*

Propoſitio XVI.

Circulum in quavis proportione data augere, vel minuere.

CUm circuli inter ſe ſint, ut à diametris deſcripta quadrata, *per 2. Duodec.* circulos datos non aliter augebimus, vel minuemus, quam ipſa diametrorum quadrata. Sit itaque datus circulus ad diametrum AB deſcriptus, oporteatque alium facere, ad quem datus rationem habeat quam D ad E. Tribus lineis D, E, A B, inveniatur quarta proportionalis F, *per 12. Sexti*. Deinde inter A B, & F, inquiratur media proportionalis G H, *per 13. Sexti.* Circulus circa diametrum G H deſcriptus, erit is qui quæritur. Simili ratione minuetur circulus.

Circulum augere vel minuere.

Vide Iconiſmi F. Fig. XXII.

Propoſitio XVII.

Circulum duplicare, triplicare, vel quavis proportione æquali augere, aut minuere.

E Cẽtro A deſcriptus ſit circul⁹ BC, qui ſit duplicand⁹, triplicand⁹ &c. B C transferatur ex A in D: circulus ad ſemidiametrũ AD deſcriptus,

Vide Iconiſmi F. Fig. XXI.

erit duplus priori. Iterum BD transferatur ex A in E: circulus ad ſemidiametrum AE erit triplus primi. Si BE ex A transferatur in F, & BF in G, & BG in H, &c. erit circulus ſemidiametri BF quadruplus, AG quintuplus primi, &c. *Ratio eſt quia circuli inter ſe ſunt, ut à diametris quadrata*, per 2. Duodec. *& conſequenter ut a ſemidiametris quadrata: ſed quadratum BC, ſeu AD duplum eſt quadrati AC; & quadratum BD, ſeu AE triplum quadrati AD, &c.* per 47. pri: *Ergo &c. Simili modo minuentur circuli.*

CAPUT III.

De transſumatione figurarum ſolidarum in alias figuras ſolidas.

Transformatio figurarum ſolidarum. AGemus primo loco de ſolidis invicem tranſmutandis, tum de iiſdem augendis, ac minuendis, ſed breviter. Plura qui volet, adeat Pantometri librum 8, cap. 6.

Propoſitio XVIII.

Datum cylindrum in parallelepipedum æquale ejuſdem altitudinis convertere & viciſſim.

BAſi circulari CF cylindri fiat æquale quadratum DB, *per* 13. *hujus*: erectiſque ſuper DB ad angulos rectos planis, fiat parallelepipedum DG, habens eandem altitudinem cum

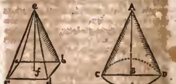


dato cylindro CE: eritque factum quod quæritur. Contrario modo datum parallelepipedum facies æquale cylindro ejuſdem altitudinis. *Ratio eſt, quia baſis CF eſt æqualis baſi DB, & altitudo CD altitudini BG, ex ſuppoſitione: & viciſſim: cum ergo tam cylindrus, quam parallelepipedum, producatur ex ductu baſis in altitudinem, ut conſtat ex dictis ſupra par. 3. Propoſit. 1. & 3. patet propoſitum.*

Propoſitio XIX.

Dato cono æqualem pyramidem ejuſdem altitudinis conſtituere: & viciſſim.

COnus ADC ſit convertendus in pyramidem *cbe*, quotcunque laterum. Fiat planũ rectilineũ, ſive triangulum ſit, ſive quadratũ, ſive multangulũ æquale baſi CBD coni dati, *per* 13. *præcedentem*, & ſuper rectilineum illud conſtruatur pyramis ejuſdem cum cono altitudinis: & habebis quod quæritur. Si pyramis convertenda in conum eſt, fac circulum æqualem baſi pyramidis, & ſuper circulum conſtrue conum ejuſdem cum pyramide altitudinis. *Ratio eſt, quia ex ductu baſis CBD in altitudinem BA producitur*



citur cylindrus, cujus tertia pars eſt conus ADC; ex ductu item baſis abcd *in altitudinem* ef *producitur prædicto cylindro æquale parallelepipedum, cujus tertia pars eſt pyramis* cbe, *ut diximus ſupra par 3. Propoſit. 4.*

Propoſitio XX.

Dato priſmati, vel cylindro, æqualem ſub eadem altitudine pyramidem vel conum conſtruere: & è converſo.

BAſis priſmatis vel cylindri dati triplicetur, hoc eſt, ſub ratione tripla augeatur, *per* 12. *&* 18. *hujus*, & ſuper baſi triplicata exſtruatur pyramis vel conus, ad altitudinem priſmatis, vel cylindri: & factum erit quod in prima parte petitur. Vice verſa, ſi pyramis, vel conus, in æquale priſma, vel cylindrum, ejuſdem tamen cum pyramide vel cono altitudinis, tranſmutandi ſunt, minue baſin pyramidis vel coni dati, ſub ratione tripla, & ſuper ipſam erige priſma, vel cylindrum, ad pyramidis, vel cylindri altitudinem. *Ratio eſt, quia in primo caſu conſurgit priſma triplo majus priori priſmate, & cylinder triplo major priore cylindro*, per 6. & 11. Duodec. *Cum ergo pyramis & conus ſupra triplicatas illas baſes conſtructi, ſint tertia pars dicti priſmatis & cylindri triplicati*, per Coroll. 7. Duodec. & per 10. ejuſdem: *erunt ii æquales priori priſmati & cylindro*, per 9. Quinti. *Contraria ratio eſt ſecundi caſus.*

Corollarium.

P*Atet hinc, quamlibet pyramidem & conum, item quodlibet priſma & cylindrum, poſſe mutari in parallelepipedum rectangulum, cujus baſis ſit quadrata. Nam ſi pyramis, conus, cylinder in priſma qualecunque mutentur, & quadratum ejuſdem priſmatis baſi æquale conſtruatur, & ſuper illud in eadem altitudine parallelepipedum rectangulum exſtruatur: erit hoc priſmati, ac proinde pyramidi, cono, cylindro dato æquale*, per 2. Coroll. 7. Duodec.

Propoſitio XXI.

Datum cylindrum, vel priſma: ſimiliter datum conum, vel pyramidem, cujuſcunque altitudinis, in æqualem cylindrum, &c. ſub data qualibet alia altitudine, & ſupra baſin quotcunque angulorum, revocare.

IN proportione quã data altitudo habet ad altitudinẽ propoſiti ſolidi, augeatur vel minuatur

baſis

baſis ejuſdem ſolidi, per ea quæ diximus in præcedentibus. Nam ſolidum ſupra hanc baſin auctam vel diminutam extructum ſecundum datam altitudinem, erit id quod quæritur: *erit enim æquale dato ſolido*, per 9. & 11. Duodec. *quandoquidem altitudines cum baſibus reciproce ſunt.* Quòd ſi baſi conſtructi ſolidi fiat æqualis baſis quorcunque angulorum, & ſupra eam conſtruatur ſolidum ſub data altitudine; erit hoc etiam propoſito ſolido æquale.

Propoſitio XXII.

Dato parallelepipedo, cylindro, cono, pyramidi, æqualem cubum conſtituere.

I.

SI parallelepipedum habet baſin quadratam; inveniantur duæ mediæ proportionales (per dicta lib. 2. cap. 4. a. 1. Praxi 15.) inter parallelepipedi dati altitudinem, & baſis quadratæ latus; atque ex ea media proportionali, quæ eidem baſi vicinior fuerit, fiat cubus; eritque hic parallelepipedo dato æqualis. Si verò non habet baſim quadratam, ſed oblongam; converte eam in quadratam, *per* 10. *hujus*: deinde inter altitudinem dati parallelepipedi, & latus quadrati inventi, quære duas proportionales: tandem ex ea media proportionali, quæ vicinior eſt lateri quadrati inventi, cubus conſtruatur; qui erit dato parallelipipedo æqualis. *Exemplum cum ſchemate, & demonſtrationem vide in Pantometro lib.* 8, *cap.* 6. *Probl.* 5.

II. Si dato cylindro fiat æquale parallelepipedum, *per* 18. *hujus*; & parallelepipedo facto æqualis cubus, *per praxim præcedentem*; erit hic æqualis cylindro dato.

III. Si cono & pyramidi fiat æquale parallelepipedum, *per Coroll.* 20. *hujus*; & parallelepipedo æqualis cubus; erit hic æqualis cono vel pyramidi.

Brevitatis causâ omitto multa huc ſpectantia, quæ in Pantometro pertractavi, & docui, ut quomodo dato cubo æquale parallelepipedum rectangulum aut non rectangulum, ſit conſtruendum in data altitudine, vel ſupra datam baſim; aliaque ſimilia multa.

Propoſitio XXIII.

Data ſphæra æqualem cubum conſtruere.

Vide Iconiſmũ F. Fig. XXIII.

DIameter datæ ſphæræ ſit A, circa quam circulus in data ſphæra maximus deſcribatur, atque inveniatur æquale quadratum, *per* 13. *hujus*, cujus latus ſit B; accipiaturque linea C æqualis duabus tertiis diametri A; atque inter B & C inveniantur duæ mediæ proportionales, D & E, ac ſuper D deſcribatur cubus. Erit hic æqualis ſphæræ datæ. *Demonſtrationem vide in Pantometro lib.* 8. *cap.* 6. *Problem.* 11.

Aliter Archimedes lib. 1. de ſphæra & cylindro propoſit. 32. demonſtrat, Sphæram eſſe quadruplam coni, cujus baſis eſt maximus ipſius ſphæræ circulus, altitudo verò ejuſdem ſphæræ ſemidiameter. Circulus ergo maximus ſphæræ datæ augeatur in quadrupla proportione, *per* 16. *hujus*, & ſuper eum erigatur conus ad altitudinem ſemidiametri ſphæræ; erit hic æqualis ſphæræ datæ: conus vertatur in cubum *per* 22. *hujus*, & habebitur intentum.

Propoſitio XXIV.

Dato cubo æqualem ſphæram invenire.

LAtus cubi dati ſit A. Intelligatur ſphæra cujus diameter ſit æqualis lateri A, eique inveniatur æqualis cubus, *per præcedentem*, cujus latus ſit C; & fiat ut C latus cubi ad diametrum A ipſius ſphæræ, ita ipſum latus A dati cubi ad D. Erit ſphæra circa diametrum D deſcripta, æqualis cubo dato. *Demonſtrationem vide loc. cit. Problema.* 12. Vide Iconiſmũ F. Fig. XXIV.

Multa alia cit. lo. cap. 6. tradita circa ſolidorum tranſmutationem, augmentationem, diminutionem omitto, brevitatis cauſa.

Propoſitio XXV.

Solidum quodcunque augere, vel minuere in proportione datâ, arithmeticè.

QVoniam in praxi difficilis eſt metamorphoſis geometrica ſolidorum hactenus explicata; placuit eadem arithmeticè tradere, quæ longè facilior eſt. Propoſitum itaque ſit

I. *Cubum datum duplicare, triplicare, &c.*: Inquire cubi dati ſoliditatem in menſura ſolida nota, v. g. in pedibus, eamque duplica, triplica, &c. & ex producto extrahe radicem cubicam; erit ea latus cubi duplicandi, triplicandi, &c. Detur cubus, cujus latus ſit 8 pedum ſimplicium, & conſequenter ſoliditas 512: hunc numerum duplica, triplica, &c. numerus triplicatus erit 1536; cujus radix cubica 11. 5. 3. eſt latus cubi triplicati.

II. *Parallelepipedum oblongum augere vel minuere in proportione data.* Sit parallelepipedũ, cujus baſis quadratæ latus ſit CD 4 perticarum, ſitque augendum ſecundùm proportionem E 6 ad F, 8 perticarum. Quære per regulam Trium quartam proportionalem C $5\frac{1}{3}$ pert. & per ultimum art. part. 1. Arithm. noſtræ inveniatur prior duarum mediarum proportionalium inter dictas extremas CD 4, & G $5\frac{1}{3}$ ſcilicet linea H 4 pert. 4. ped. 6. dig. Erit hæc latus baſis quadratæ, ſupra quã conſtitutum parallelepipedum ſimile ſimiliterque poſitum priori, habebit ad ipſum proportionem datam. Vide Iconiſmũ F. Fig. XXV

III. *Datis duobus ſolidis ſimilibus, tertium ſimile proportionale conſtituere.* In datis ſolidis homologa latera ſint 4 & 6. His inveniatur tertius numerus proportionalis, per ultimum art. lo. cit. 9. Latus itaque prioribus homologum erit 9; ad quod ſi conſtituatur ſolidum ſimile ſimiliterque poſitum prioribus, habebitur quæſitum.

IV. *Dato priſmati æquale priſma facere in data altitudine.* Baſis priſmatis quæſiti ad baſim priſmatis dati fiat, ut altitudo priſmatis dati ad altitudinem datam, & ſuper baſim conſtituatur priſma ad datam altitudinem. Ut, baſis priſmatis dati ſit 12, altitudo 6, quæſiti verò priſmatis altitudo ſit 12. Fiat ut 6 ad 12, ita 12 ad aliud, nimirum ad 24. Super hanc baſin conſtruatur priſma ad altitudinem 12, & erit factum quod quæritur. *Simili ratione procedetur in pyramidibus, & conis*

Digitized by Google

V. *Super datam baſim rectilineam priſma datæ pyramidi æquale conſtituere.* Fiat ut baſis data ad baſim pyramidis datæ, ita triens altitudinis ejuſdem ad aliud. Invenies altitudinem, ad quam ſi conſtruas priſma ſuper datam baſim, habebis intentum. Ut, baſis data ſit 8, pyramidis baſis 12, ejuſque altitudo 6. fiat, ut 8 ad 12, ita 2. ad aliud, nempe ad 3. Itaque priſma conſtitutũ ad altitudinem 3, ſupra baſim 8, erit quod quæritur.

VI. *Dato priſmati cubum æqualem conſtituere.* Latus quadratæ baſis priſmatis dati ſit 6, altitudo 48. Inveniantur duo medii continuè proportionales inter 6 & 48, per art. ultim. lo. cit. qui ſunt 12 & 24. Cubus à latere 12 deſcriptus æquabitur priſmati dato.

VII. *Datæ ſphæræ æqualem cylindrum conſtituere.* Supra baſim æqualem circulo maximo ſphæræ datæ conſtrue cylindrum ad ⅔ altitudinis axis ſphæræ, ſeu diametri illius, & habebis quæſitum. Ut, axis ſphæræ datæ ſit 15, ejuſdem ⅔ ſunt 10. cylindrus ad altitudinem 10 ſuper circulum æqualem maximo circulo ſphæræ conſtructus, ſatisfaciet quæſito.

VIII *Sphæræ datæ cubum æqualem facere.* Quoad ſoliditatis ſphæræ, latus cubicum ſatisfaciet quæſito, quando ex eo cubus fit.

IX. *Duobus aut pluribus cubis, unum cubum æqualem facere.* Cubos datos collige in unam ſummã, numeri producti radix cubica erit latus cubi quæſiti. *Eodem modo invenies cubum æqualem cuicunque ſolido.*

X. *Data cubo corpus regulare æquale conſtituere.* Latus cubi divide in 1000 talium partium 2039. dant latus tetraëdri, 1285 latus octoëdri, 770 icoſaëdri, 507 dodecaëdri, 1239 ſphæræ.

Itaque qualium latus cubi eſt 1000, talium eſt latus		
	Tetraëdri	2039
	Octoëdri	1285
	Icoſaëdri	770
	Dodecaëdri	507
	Sphæræ	1239

VI. *Quodvis corpus regulare in aliud, aut in ſphæram tranſmutare.* Sit latus cubi dati 12, & quæratur ſphæra cubo æqualis. Fiat ut 1000 ad 1239, ita 12. ad aliud. Iterum, ſit ſphæræ axis ſeu diameter 15; & conſtruendum ſit octoëdrum ſphæræ æquale. Fiat ut 1239 ad 1285, ita 15 ad aliud. Simili ratione in aliis procedes.

XII. *Duabus, aut pluribus ſphæris unam ſphæram æqualem efficere.* Propoſitis ſphæris fiant æquales totidem cubi, *per num. VIII.* & omnibus cubis fiat æqualis unus cubus, *per num. IX.* tandem huic fiat ſphæra æqualis, *per 23. hujus.*

PARS VII.

De Ichnographia, ſeu plantarum delineationibus, & locorum planorum deſcriptionibus.

Ichnographia ſeu plantarum delineatio.

ICHNOGRAPHIA, *ſic dicta ab ἴχνος, quod veſtigium ſeu plantam, & γραφία, quod deſcriptionem ſignificat, eſt deſcriptio ſeu delineatio ſuperficierum ſecundum latera, angulos, & omnem ſitum ac formam, quam urbs, domus, altáve quævis res ſuperficiei inſiſtens eidem velut imprimit, & remotâ urbe, domo, &c. impreſſam relinquit; ad eum modum, quo hominis planta terræ inſiſtens imprimit eidem veſtigium ſeu figuram plantæ, eamque remota à terra impreſſam relinquit. Hæc igitur Ichnographia, ſeu plantarum delineatio, & locorum quorumvis planorum (ſive ab inſiſtentibus corporibus occupentur, ſive non) deſcriptio, pars non eſt ultima Geometriæ practicæ. De ea igitur hoc loco agendum. Et quamvis hujuſmodi plantarum delineationes, locorumque planarum deſcriptiones, fieri ex parte etiam poſſint Quadrato, & Quadrante: longè tamen faciliùs & accuratiùs fiunt Pantometro noſtro. Ideo ejus in hac re uſum paulò fuſiùs hic tradere placuit, eodem ordine quo in Pantometri libro 4 id fecimus. Trademus igitur primò modum delineandi in charta plantam ſeu ſitum hortorum, camporum, urbium, domorum, lacuum, ſubterraneorum locorum, regionum integrarum, ſylvarum, & ſimilium locorum: ſecundò modum hæc eadem, & præcipuè fortalitia ſeu munitiones in charta deſcriptas, delineandi in campo, cum omnibus ſuis proportionibus, lateribus, angulis, & ſimilibus. Ope Pantametri olim P. Kircherus totam regionem montanam (* die Bergſtraſſen *) à Moguntino diſtrictu Heydelbergam uſque, juſſu Eminentiſſimi Archiepiſcopi Moguntini Ioannis Suicardi, graphicè & accuratiſſimè delineavit.*

Propoſitio I.

Situm alicujus horti, campi, atrij, &c. delineare in charta, ſeu Topographiam ejus ope Pantametri perficere.

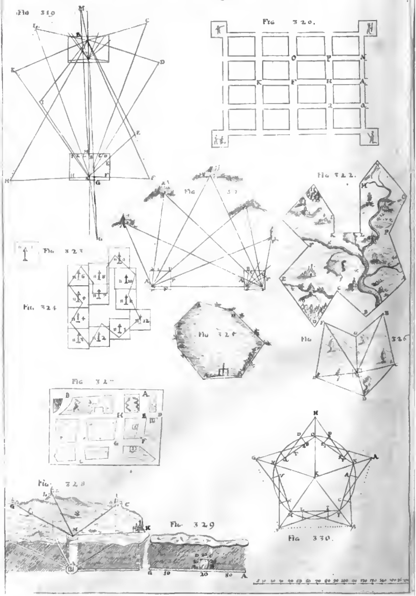
Topographiam locorum perficere.

TOpographia eſt deſcriptio locorum particularium, ut ſunt ſylvæ, campi, horti, urbes, caſtella. Sit delineandus hortus CDEFGHIKLM. Pone in omnibus angulis, nempe in C, in D, in E, &c. palos ad horizontem rectos, aliave ſigna, & elige in ipſo horto duo loca, v.g. A & B, ex quibus pali poſiti videri poſſint: ſintque loca A & B diſtantia inter ſe v.g 100 pedibus. His conſtitutis, colloca primò Inſtrumentum ſupra pedem ſuum accommodatum in loco A; & directâ Regulâ diopticâ verſus B, pone Curſorem ſupra punctum A chartæ Inſtrumento ſuperpoſitæ, & duc lineam A B in charta. Deinde immoto manente pede Inſtrumenti cum ſuo Orbe, & moto ſolùm Quadrato circa Orbem, per ejuſdem Regulæ dioptras obſerva omnes palos poſitos, & juxta Curſorem puncto A applicatũ duc lineas A C, A D, A E, AF, AG, A H, A I, A K, AL, A M. His factis, relicto ſigno in loco B, perge ad locum B, & in linea A B Inſtrumenti ex A verſus B numera 100 particulas uſque ad B, & ope magneticæ pyxidis colloca Inſtrumentum ut antea, ita tamen ut punctum B Inſtrumenti reſpondeat loco B, & punctum A Inſtrumenti reſpiciat locum A. Vel potiùs, poſito Curſore ſupra lineã BA Inſtrumenti, dirige Regulam diopticam ſu lo-

Vide Iconiſm. III. Fig. 319.

Digitized by Google

Iconismus III. ponatur è reg. pag. 229.



Digitized by Google

in locum A; illo enim per dioptras viſo, ſignum eſt Inſtrumentum eſſe collocatum ut antea, dummodò B Inſtrumenti reſpondeat loco B. Poſt hæc dirige Regulam diopttricam rurſus ad omnes palos; & poſito Curſore ſemper ſuprà punctum B, due lineas B C, B D, BE, BF, BG, BH, BI, BK, BL, BM; quæ lineæ ubi ſecant lineas ex puncto A chartæ ductas, ibi ſunt anguli reſpondentes angulis horti. Si jam interſectiones illas in charta Inſtrumenti factas conjunxeris lineis rectis CD, DE, EF, FG, GH, &c. erit hortus in charta deſcriptus ſecundum omnem ſuum ſitum. Si præterea inquiras quot particulæ, æquales particulis lineæ A B, contineantur in ſingulis lineis CD, DE, EF, &c, habebis totum ambitum horti, & omnes ipſius diſtantias, in pedibus.

Demonſtrationem vide in Pantometro lib. 4. Problem. 1. quæ fundatur in 4. Sexti Euclid. *propter triangula ſimilia realia in Inſtrumento, & imaginaria in horto:* Si charta Inſtrumenti eſt nimis parva, ut non poſſit recipere linearum interſectiones; vel imponatur Inſtrumento aſſer longior ac latior cum charta; vel delineatione factâ imponatur charta Inſtrumenti chartæ majori, & lineæ producantur donec interſecent ſeſe, & puncta interſectionis conjungantur.

Propoſitio II.

Ichnographiam urbium Inſtrumento Pantometro perficere.

Ichnographiam urbium perficere.

ELige in ipſa urbe, aut in ejus extremis finibus; duo loca eminentiora, ex quibus totum urbis ſitum, & omnia ejus loca ac angulos conſpicere poſſis. Inquire horum duorum locorum diſtantiam inter ſe quàm exactiſſimè in paſſibus v.g. & ex utroque operare modo dicto; & habebis intentum. *Ratio eſt eadem.* Si ex ſolis duobus locis urbis non poſſunt conſpici omnia ejus loca, deſcribe ex duob⁹ primò electis ea quę potes; deinde elige alia duo, vel ſaltem alium ab alterutro priorum diſſitum, & ex illis deſcribe quod potes; poſtea alia, donec totam perfeceris ichnographiam. Poſſunt etiam aſſumi duo loca extra urbem ſita; ſed commodiùs eſt ſi intra aſſumantur. Si urbs multos habet angulos, aut multorum locorum in ipſa ſit obſervandus ſitus & diſtantia ab invicem; adſcribe lineis ex primo loco obſervationis ductis nomina angulorum & locorum, ad quæ tendunt lineæ, nè error committatur. Habet hoc commodi Inſtrumentum noſtrum, ut loca etiam vicina ſtationibus electis, & quantumvis depreſſa, poſſint per dioptras Regulæ obſervari; quod in aliis Inſtrumentis non fit.

Propoſitio III.

Aliter ichnographicè delineare urbes Pantometro.

Vide Iconiſmi III. Fig. 320.

COlloca Inſtrumentum magneticè, hoc eſt, ita ut acus magnetica incumbat lineæ meridianæ pyxidis, ad portam A, & per dioptras Regulæ reſpice totam plateam AHFK, item plateam AN, & plateam AQ: & juxta Curſoris ſupra punctum A chartæ ſemper jacentis latus duc in charta rectas lineas AHFK.N, A & AQ. Deinde metire accuratè in pedibus aut paſſibus diſtantias A H, A N, AQ; & in lineas chartæ his plateis reſpondentes transfer, ab A chartæ incipiendo, tot particulas Curſoris, quot pedes aut paſſus inveniſti inter AH, AN, AQ platearum. His factis, transfer Inſtrumentum in H, eoque magneticè ut antea ſituato, dirige Regulam verſus P, & verſus R, & juxta latus Curſoris duc rectas H P, HR; & metire diſtantias HP, HR platearum, atque in lineas HP, HR chartæ transfer, à puncto H incipiendo, tot particulas, quot pedes aut paſſus inveniſti in H P, HR platearum; deinde puncta P & N, R & Q, notata in charta, conjunge lineis rectis P N, & RQ. His etiam factis, transfer Inſtrumentum in F, deinde in K, deinde in alia loca, & operare ut ut dictum. Operatione peractâ habebis ichnographiam ſitus urbis, id eſt, figuram in charta, ſimilem figuræ in planitie, quoad angulos, & platearum numerum, longitudinem, flexum &c. *Ratio eſt, quia ex operatione facta, omnes anguli in charta figura ſunt æquales omnibus angulis figuræ prototypæ, & latera lateribus proportionalia; ergo, &c.*

Propoſitio IV.

Chorographicas deſcriptiones Pantometro perficere.

Chorographiam locorum perficere. Vide Iconiſmi III. Fig. 321.

CHorographia eſt deſcriptio provinciarum regionum, regnorum, &c. Sit igitur regionis præſentis ſitus delineandus, ita ut omnia loca ſuum debitum ſitum, & proportionatam diſtantiam habeant. Selige duas ſtationes, S & T, ex quibus totius regionis circuitus conſpici poſſit, aut ſaltem magna ejus pars. Sint autem ſtationes iſtæ in montibus, turribus, aut aliis locis editioribus. Deinde Inſtrumento magneticè ſituato in S, gyratâque dioptrali Regulâ verſus T alteram ſtationem, duc in charta juxta Curſoris ſitum lineam ST. His peractis, gyra Regulam ad ſingula loca A, B, C, V, F; & poſito Curſore ſuper eodem ſemper puncto S chartæ, trahe juxta ipſius ſitum & latus ex puncto S lineas per totam chartæ longitudinem, SA, SB, SC, SV, SF, adſcriptis nominibus ſingulorum locorum, nè inter ſe confundantur. His etiam peractis, metire ſpatium inter duas ſtationes S & T, transferque Inſtrumentum ad alteram ſtationem T, & iterum magneticè ſitua, ita ut linea S T chartæ directè jaceat ſupra lineã ST ſtationũ, & T chartæ reſpondeat T loco, S verò chartæ reſpiciat S locum. Deinde in linea S T chartæ, ab S verſus T, determina tot particulas, quot pedes aut paſſus, inveniſti inter dictas duas ſtationes S & T, finemque particularum nota ſigno T in chartã. Poſt hæc gyra Regulam dioptricam per ſingula memorata loca A, B, C, V, F; & poſito Curſore ſupra punctum T, duc juxta ipſius ſitum & latus ex puncto T lineas T A, T B, T C, T V, T F; & nota ubi hæ lineæ concurrant cum lineis ex S eductis: concurſus enim ſingularum duarum linearum in eundem locum tendentium dabunt veram & genuinam loci cujuſque poſitionẽ; particulæ verò earundem linearum à puncto ad punctum interſectionis dabunt diſtantiam locorum ab invicem, & à locis ſtationum, aut in pedibus, aut in paſſibus. *Ratio eſt eadem quæ in præcedentibus.* Factâ deſcriptione ex duobus locis electis, eligãtur alia duo, & eodem modo procedatur, donec deſcripta ſit tota regio. Sed in hoc caſu vel aſſumen-

menda eſt major charta cum aſſere Inſtrumento impoſito, vel paulatim adjungenda eſt alia charta. Huic tamen incommodo occurritur ſequenti praxi.

Propoſitio V.

Aliter, & novo modo, tam Topographicas, quàm Chorographicas deſcriptiones Pantametro perficere.

MOdi hactenus enumerati topographicas & chorographicas deſcriptiones perficiendi, ſunt communes quorundam aliis aliorum Inſtrumentis; ſequens eſt omnino novus, & noſtro Inſtrumento peculiaris, excogitatus à R.P. Ioanne Ziegleto è Societate noſtra, & ad perfectionem deductus à P. Athanaſio Kirchero, ac ſæpe in praxin redactus variis in locis in Germania, Gallia, & Italia.

Vide Iconiſmi III. Fig. 322. Sit igitur ſylva, aut regio quæpiam, qualem ſequens ſchema repræſentat, cujuſque ſingulos limites appoſitæ litteræ indicant, delineanda. In promptu habeas multas chartas quadratas cavitati quadratæ Orbis Pantometri inſertas, ut uni lineis refertæ aliam ſubſtituas. Has omnes chartulas ſignabis in aliquo latere ſigno hoc, +, quod quatuor plagarum Mundi ſitum oſtendit, cui adjunges numerum folii hoc modo, n. 1. 2. 3. 4. &c. prout figura monſtrat. (Vide Iconiſmi III. Fig. 323.) Has chartas inſtrumenti quadrato concavo, tabellâ quadrato repleto, ita inſeres, vel potiùs tabellæ quadrato inſertæ adglutinabis, unam poſt alteram, ut latus cui ſignum acus ſeu ſagittæ magneticæ adpictum eſt, ſemper in Septentrionalem plagam, quam magnetica acus pyxidi incluſa oſtendit, vergat. His ita ritè conſtitutis, ac notatis, ſic operationem aggredere.

Primò. Applica Inſtrumentum ad A v. g. primum loci delineandi limitem, aut angulum, Orbeque cum charta quadrata n. 1. ſignata magneticè ad Boream verſo, reſpice per dioptralem Regulam ex A in limites, ſeu angulos P, & B, & in charta quadrata juxta Curſoris latus trahe lineas A B, & A P. Utramq; deinde diſtantiam locorum A B, & A P, metire in pedibus aut paſſibus, ſitque diſtantia A B 50, AP 46 pedes, aut paſſus longa. In lineam igitur A B Inſtrumenti transfer 50 particulas, ex A uſque in B; in lineam verò A P particulas 46, & habebis primam operationem factam. Quòd ſi prima charta n. 1. notata, non recipit totam lineam A B 50 particularum, nota in ea tot quot poteris particulas, & amotâ chartâ, ſubſtitutâque aliâ n. 2. notatâ, duc in ea juxta latus Curſoris immoti lineam, & in eam transfer reſiduum particularum. Idem ſervabis in ſequentibus operationibus. *Secundò,* Inſtrumentum ſupra pedem ſuum firmatum, translatumque in limitem B, juxta prioris ſtationis poſitionem magneticè ſitua, ita ut Regula dioptrica, & Curſor ſupra lineam AB chartæ poſitus, tendant directè ex B in A. Quo facto, gyratam Regulam dirige in C, & poſito Curſore ſupra punctum B, duc lineam BC, menſuratoque ſpatio BC, transfer in lineam BC, à B uſque ad C tot particulas, quot in ſpatio BC pedes aut paſſus inveniſti. Simili modo operaberis in C, ut habeas lineam C D; & in D, ut habeas lineam D E; & in E, in F, in G. &c. ut habeas lineas D E, E F, F G, &c. donec totum ambitum compleveris. *Tertiò.* Ambitu hac induſtriâ integrè completo, conjunge chartulas quadratas pro ut in appoſita figura apparet, & videbis in illis ſimul junctis totius ſylvæ ſitum, cum angulis, limitibuſque, ac cæteris anfractibus, eâ prorſus ratione, quâ in figura exhibemus. (Vide Iconiſmi III. Fig. 324.)

Fuſiorem explicationem vide in Pantometro lib. 4. Problem. 5. Demonſtratio eſt eadem quæ in præcedentibus.

Propoſitio VI.

Sylvam, lacum, aliaque loca plana deſcribere, quando intra ipſa non poſſunt fieri ſtationes.

Situm locorum delineare. Vide Iconiſmi III. Fig. 325.

SIt lacus qualem præſens figura repræſentat. Pone Inſtrumentum magneticè ſupra pedem ſuum ſituatum in loco A, & per Regulam dioptricā reſpice limitem G, ductâ rectâ A G indeterminatæ longitudinis juxta ſitum & latus Curſoris. Deinde ex A verſus G procedendo numera pedes lateris A G, qui ſint v. g. 30, & in lineam AG chartæ transfer totidem particulas ex ſcala Curſori inſcripta, incipiendo à puncto A notato uſque ad punctum G. Poſt hæc pone Inſtrumentum magneticè ſituatum in loco G, ita ut G Inſtrumenti correſpondeat limiti G; & directâ Regulâ in E, poſitoque Curſore ſupra punctum G chartæ, reſpice in limitem F, & fac lineam G F; & menſurato etiam latere G F, transfer in lineam GF tot particulas, incipiendo à G uſque ad F, quot pedes numeraſti in latere GF. Similes operationes inſtitue in omnibus aliis limitibus, & habebis ſitum cum numero pedum totius circuitus. *Ratio eſt eadem quæ ſupra.*

Annotatio.

SImili prorſus ratione delineabis ſitum templorum, palatiorum, fortalitiorum, urbium, &c. circumeundo dicta loca, & operationem inſtituendo in ſingulis angulis ac limitibus.

Propoſitio VII.

Situm camporum, ſimiliumque locorum, ex unica ſtatione delineare.

Vide Iconiſmi III. Fig. 326.

SItum loci BCDEFG, ex unica ſtatione A, ſic deſcribes; operoſiùs quidem quàm prædictis modis, at certiùs fortaſſis. Poſito Inſtrumento in loco A, & electo in charta Inſtrumenti puncto A, dirige dioptricam regulam ad ſingulos limites dati loci, ſeu ad palos in ipſis defixos, aut ad ipſos angulos; poſitoque ſemper Curſore in puncto A, duc lineas AB, AC, AD, &c. Deinde diſtantias à loco A uſque ad ſingulos limites aut angulos inquire in pedibus. Tandem in lineas chartæ correſpondentes transfer tot particulas, ab A ſemper incipiendo, quot pedes in diſtantiis inveniſti. Si enim extrema ultimarū particularum puncta lineis rectis conjūxeris, habebis ſitum loci quæſitum. *Ratio patet ex dictis.*

Propoſitio VIII.

Ichnographiam ſubterraneorum locorum perficere.

Ichnographiam ſubterraneorum locorum perficere.

IN delineādis fodinis metallicis, aut ſalis, in ſubterraneis cuniculis, Romanis cœmeteriis, egre-

gium

Digitized by Google

gium uſum habet Pantometrum noſtrum. Quod quidem tunc non imponitur pedi ſuo, ſed manu geſtatur, & latera ejus parietibus applicantur, ita ut planum Inſtrumenti ſit parallelum plano horizontis. Præterea non gyratur quadratum Inſtrumenti circa ſuum Orbem immotum, nec adhibetur Regula dioptrica: ſed ablata Regula, immotoque quadrati latere muris applicato, Orbis cum impoſita ſibi quadrata charta ad delineationem perficiendam gyratur, ea, quæ ſequitur, ratione.

Vide Iconiſmi III. Fig. 327.

Sit locus ſubterraneus ABCDEF, &c. Applica latus Inſtrumenti, cui Regula dioptrica antea affixa fuerat, parieti ED ita, ut Curſor & dictum latus ſint ad dictum parietem in ſitu parallelo. Si murus aſper & cavernoſus eſt, applica ipſi aſſerem, aut longam regulam, & aſſeri aut regulæ applica Inſtrumenti latus. His factis, gyra intermedium Orbem eo uſque, donec acus magnetica rectà Boream reſpiciat. Quo facto, juxta Curſoris latus fac lineam ED in charta Inſtrumenti, in eamque transfer tot particulas ab E uſque ad D, quot pedes inveniſti in muri ED longitudine. Deinde applica Inſtrumentum ſupra murum EF, eo prorſus modo & quadrati ſitu, quo in prima operatione: & gyra Orbem donec acus denuo perfectè Boream reſpiciat: quo peracto, lineæ ED chartæ annecte lineam EF ductam juxta ſitum Curſoris, parallelam muro EF. Iterum applicato inſtrumento parieti FG, & magneticè ſituato Orbe, connecte lineæ EF chartæ lineam FG, prævia dimenſione notam. Eodem prorſus modo in omnibus lateribus explorandis, deſcribendisque procede, donec totam ſubterraneam ichnographiam perfeceris. *Ratio eſt eadem quæ ſuperiorum.* Prædicta ichnographia pluribus chartulis quadratis perfici debet, eadem prorſus methodo, quam Propoſit. 5. docuimus.

Propoſitio IX.

Cuivis puncto in extrema terræ ſuperficie adſignato, aliud ad perpendiculum ei in intimis terræ viſceribus reſpondens, Pantometro reperire.

Modum nunc docemus, quo manifeſtè conſtet, ſi ſubterraneos meatus, cuniculos occulta ambulacra conſtruere volumus, aut ſuffodere ac pulvere pyrio ſuppoſito dejicere urbis mœnia, turres, propugnacula, aut metallorum venas ſcrutari, aut alia ſimilia perficere: conſtet inquam, ſub quibus terræ locis præciſè conſiſtamus.

Vide Iconiſmi III. Fig. 328.

Sit ergo locus M in caſtris urbem obſidentium, à quo deducendi ſint infra terram cuniculi ad urbis propugnacula G, L, C, H. Pone Inſtrumentum in M horizonti parallelum, & ſtatue ipſum magneticè juxta quatuor Mundi cardines. Dirige deinde Regulam dioptram in omnia prædicta propugnacula, quæ nimirum in ſubterraneis mæandris vis reſpondere ad perpendiculum: & poſito curſore ſupra punctum M in Inſtrumenti charta notatum, duc lineas MG, ML, MC, MH. Demum ſingulorum locorum diſtantiam ab M per lineam rectam metire ſumma diligentia, juxta præcepta par. 1. tradita. His peractis, fode ad perpendiculum meatum MA tantæ profunditatis, quantā judicaveris neceſſariam: in eaq; pone Inſtrumentum horizonti parallelū, & magneticè ſituatum. Si jam ponas Curſorem ſupra lineas antea notatas in charta Inſtrumenti, & ſecundum ductum ſeu directionem ipſarum fodias ad tantam diſtantiam, quantam ab M ad dicta loca inveniſti in exteriori terræ ſuperficie; pervenies ad locum directè dictis locis intra terræ viſcera reſpondentem. *Res clara eſt, & demonſtratione non eget. Rationem tamen in Pantometro adſignavimus.*

Si inter fodiendum occurrant obſtacula, ne poſſit pergi via recta ab A verſus G v. g. ſed divertendum ſit, deflecte ad latus per lineam BC, quæ cum via ſubterranea AB jam facta efficiat angulum rectum ABC, procedendo per certum numerum pedum: deinde flecte iterum per angulum rectum C, procedendo ſimiliter per certum numerum pedum: tandem iterum flecte per angulum rectum D, procedendo per tot pedes uſque ad E, per quot in principio deflexiſti à B uſque ad C: eriſq; iterum in linea AG in principio inchoata, & ſcies quot pedes remaneant fodiendi uſque ad locum deſtinatum. Vide Pantometrum.

Vide Iconiſmi III. Fig. 329.

Propoſitio X.

Ichonographiam omnium partium interiorum alicujus domus, aut Eccleſiæ Pantometro perficere.

Ichonographiam interiorē domus perficere.

Methodus operandi, & applicatio Inſtrumenti ad interiores muros prorſus eadem eſt quæ in propoſit. 8. Primo enim applicabis Inſtrumentum manu apprehenſum inter te & murum eo ſitu, ut Curſor & latus Regulæ dioptralis jam antea ablatæ, ſemper obtineant ſitum parallelum cum muro, & latus prædictum radat murum. Secundo Orbem magneticè una cum charta ſuperimpoſita ſituabis. Tertiò, juxta curſoris ſitum lineas duces in charta, quæ longitudini muri certa menſura exploratæ in ſcala Curſoris reſpondeant. Quartò, aliud latus alterius muri immediatè ſequentis petes, atque Inſtrumentum prædicto modo & ſitu ei applicabis, ſituatoque Orbe magneticè, lineam juxta Curſoris ſitum duces lineæ parietis, cujus menſura conſtat proportionatam, inchoando lineam ab extremo puncto præcedentis lineæ. Eodem prorſus modo procedes ad finem uſque obambulando totum conclave, aut domum, vel Eccleſiam. Quintò, peracta ichnographia ſingulas chartas eximes, & ſupra menſam ordine diſpones, prout in Propoſitione 5. docuimus. Si chartulis ſuppoſueris aliam chartam amplam, & juxta ambitus linearum, & angulorum in diſpoſitis chartulis notatorum ordinem & ſitum, acicula inferiorem ſuppoſitam chartam punctaveris, punctaque lineis rectis terminaveris: habebis totam ichnographiam ſuppoſitæ chartæ impreſſam. *Ratio eſt eadem quæ eſt in præcedentibus.*

Propoſitio XI.

Munitionum ſeu Fortalitiorum ichnographicam delineationem in camporum planitie perficere Pantometro.

Ichnographiam

Præclariſſimum juxta ac facillimū uſum habet Pantometrum noſtrū in Munitionum plantis in cam-

munitionum perficere. Vide Iconiſmi III. Fig. 330.

in campo delineandis, & fit hac ratione. *Primò.* Munitionis plantam ſeu ichnographiam in charta delineatam pone ſupra Orbem Pantometri, & ſingulis lineis adſcribe numerum particularum ſeu pedum: v. g. lateribus præſentis munitionis pentagonæ OX, XY, YM, MN, NO, pedes 699: lineis colli OE, OB, XF, XA, &c. pedes 109: lineis capitalibus OH, NG, &c. pedes 197: lineis facierum HP, HD, &c. pedes 240: radiis KO, &c. pedes 595: & ſic de cæteris. *Secundò.* Pone Inſtrumentum magneticè ſituatum in centro futuri fortalitii, ita ut punctum K chartæ Inſtrumento impoſitæ reſpondeat prædicto centro. *Deinde* promove Curſorem ſucceſſive ſupra lineas KH, KA, & reliquos radios à centro ad propugnaculorum angulos eductos: & juxta ſitum Curſoris reſpice per dioptras Regulæ in H, in A, &c. verſus illa ſcilicet loca, in quibus vis extruere propugnacula: & per lineas viſu deſignatas diſpone baculos per totum intervallum. Poſtea in linea KH in campo deſignata, à centro K verſus H numera tot pedes, quot particulas continet linea KO chartæ, nempe 595: & colloca inſtrumentum ut antea magneticè ſituatum in puncto O campi, angulo videlicet fortalitii futuri: Curſoremque promove ſupra lineam OX pentagoni in charta deſcripti, & juxta hunc ſitum per dioptras Regulæ reſpice in X, iterum bacillis in eandem lineam per totum intervallum diſpoſitis: totum ſpatium OX, nempe latus pentagoni, juxta lineam viſualem metire in pedibus 699, lineæ OX chartæ adſcriptis, in fine ſigno poſito. Hoc peracto, inſtrumento manente immobili in eodem loco, promove Curſorem ſupra latus ON in charta deſcriptum, & per dioptras Regulæ reſpice per O in N, juxtaque hanc lineam viſualem metire totam lineam ON pedum 699, in fine relicto ſigno. Hoc etiam peracto, transfer Inſtrumentum ex O in N, eoque magneticè ibi ſituato, ac poſito Curſore ſupra lineam NM: ex N per dioptras Regulæ reſpice in M: & menſurato juxta hanc lineam ſpatio NM in pedibus 699, transfer Inſtrumentum ex N in M, ac magneticè eo ſituato, Curſoreq; poſito ſupra lineam MY pentagoni in charta deſcripti, reſpice per dioptras M in Y, & juxta hanc lineam viſualem metire ſpatium ut antea. Ex Y tandem duc rectam lineam in X, quæ, niſi erratum fuerit, erit æqualis prioribus quatuor lineis: & habebis latera pentagoni fortalitii delineata *Tertiò* Propugnacula ita delineabis. Reſeca ex ſingulis lateribus pentagoni in campo jam delineati, à punctis O, X, Y, M, N, utrimque ſpatium 109 pedum: habebiſque colla propugnaculi OE, OB, XF, XA, &c. Hoc peracto pone Inſtrumentum in O, eoq; magneticè ſituato promove Curſorem ſupra capitalem lineam OH in charta deſcriptam, & juxta ejus ſitum per dioptras determinatam lineam OH menſura in pedibus 197, in fine ſigno poſito. Deinde tranſlato Inſtrumento ex O in H, promove Curſorem ſupra facies propugnaculi HP, HD, & juxta hunc ſitum per dioptras Regulæ determinatas lineas HP, HD menſura in pedibus 240: habebiſque facies propugnaculi determinatas. Terminos vero harum facierum P & D, & terminos collorum E & B, ſi rectis lineis conjunxeris, habebis alias fortalitii PE, & DB. Non ſecus alias cæterorum propugnaculorum partes in campo delineabis ope Pantometri noſtri.

Plura huc pertinentia dicemus infra ſuo loco in Architectura militari, ubi etiam vocabula omnium partium fortalitii explicabimus. Ratio operationis facta eadem eſt quæ in præcedentibus.

Annotatio de agrorum dimenſione.

Supereſſet ut adderem aliquid de practica agrorum dimenſione. Sed quoniam ea ex dictis per 2. & 5. ſatis conſtat, eo labore ſuperſedeo. Hoc ſolum moneo, quando ager aut campus eſt valde irregularis, ſolere agrimenſores intra ipſum conſtituere quam poſſunt maximum quadrangulum, & à lateribus quadranguli ad angulos agri emittere perpendiculares, ut reſidua extra quadrangula reſolvantur in triangula ac trapezia; hiſq; omnibus ſingulatim dimenſis per dicta par. 2. & in unam ſummam collectis, pronuntiare de totius agri capacitate. Quod ſi in agri circuitu portio aliqua curva eſt, eam ſecant in rectilinea, donec reſidui linea curva parum à recta differat. Alii ita procedunt. *Per ipſum agri medium, vel potius circa latus ejus magis irregulare, conſtituunt lineam quam longiſſimam poſſunt, erigendo baculos aliquot conſpicuos, & juxta illos lineam deſignando. Hanc lineam vocant fundamentalem. Ex ea in ſingulos angulos aut extremitates agri (in quibus ſimiliter baculos conſpicuos erigunt) digrediuntur hinc & inde ad angulos rectos, eaque ratione totum agrum in triangula rectangula & trapezia partiuntur, ſingulorumque aream inquirunt per dicta par. 2. areaſq; omnes in unam ſummam colligunt. Si ſylva area inveſtiganda eſt, aut campi qui perambulari nequit propter inundationem, aliamve cauſam: conſtituunt circa eam rectilineum maximum, & ab ejus lateribus ad ſylvæ aut campi angulos & extremitates ducunt perpendiculares, conſtitutaq; triangula ac trapezia menſurant ſeparatim, & totum rectilineum circumſcriptum etiam ſeparatim, atque ab hoc demunt triangula & trapezia extra ſylvam aut campum conſtituta: reſiduum enim eſt area quæſita. Atq; hæc ſufficiant de Geometria practica. Alia ad cœli & terræ dimenſionem ſpectantia dabimus in Aſtronomia, & Geographia, ubi de problematibus Aſtronomicis & Geographicis. Quæ ad militarem Architecturam ſpectant, dabimus, cum eo pervenerimus.*

LIBER

LIBER VII.

De

ASTRONOMIA ELEMENTARI,

Sive

De Sphæra Mundi.

PROOEMIUM.

Aſtronomia, hoc eſt, aſtrorum lex & ratio, ſcientia eſt, quæ ſitum, ordinem, motum, magnitudinem, diſtantiam, aliaque phænomena & accidentia ſiderum conſiderat, adſcitisque quibuſdam hypotheſibus, naturæ rei conſentaneis, explicat. Aſtronomus enim ante omnia, longâ obſervatione ſiderum ſeu à ſeipſo, ſeu ab aliis ante ſe factâ, plures phænomenorum & apparentiarum ſpecies colligit, & acri judicio, indefeſſoque ſtudio inter ſe committit: tum hypotheſes aſſumit geometrico ratiocinio ſtabilitas, quibus poſitis, ex neceſſitate omnia illa quæ obſervando collegit, ſuo quodque tempore ſequi demonſtrat: tandem vel Inſtrumenta fabricat, quibus phænomena cœlo deſumpta & hypotheſibus explicat, oculis ſubjiciuntur; vel Tabulas condit numericas, è quibus ad tempus quodcunque, ſive præteritum, ſive futurum, apparens cœli facies, & ſiderum configuratio ſupputatur. Nobiliſſima ergo ſcientia eſt Aſtronomia, ſive ſubjecti ſpectes dignitatem, ſive procedendi in tam ſublimi contemplandi profunditate methodum; nec alia requirit ingenia quàm cœleſtia, aut naturam admirabilem, ut Plato in Epinomide cenſet. Hujus tres conſtituimus partes, totidem Libris abſolvendas, Elementarem, Theoricam, & Practicam. In Elementari ea omnia pertractabimus, quæ Scriptores Sphæræ tractare ſolent, ſuntque velut Elementa & Introductio ad ſubliniorem Aſtronomiam; cujuſmodi ſunt quæ dicti Scriptores de Mundi figura & circulis, de ſtellarum motu, ortu, & occaſu, hiſque ſimilibus tradunt, ad motum præcipuè Primum, omnibuſque cœleſtibus corporibus communem explicandum, ac per Organum Sphæræ armillaris, aut Globi cœleſtis oculis ſubjiciunt. Duplex quippe ſiderum motu in cœlo deprehenditur; unius omnium ſiderum communis, ab Ortu in Occaſum; alter ſingulorum proprius, ab Occaſu in Ortum, ut ex ſequentibus conſtabit; quorum ille Primus, hic Secun-

Aſtronomia quid ſit.

Ejus officium.

Ejuſdem nobilitas

Aſtronomia Elementaris.

Motus ſiderum primus & ſecundus.

V

dus ab

dus ab Aſtronomis appellatur. In Theorica explicabimus phænomena & apparentias motus Secundi, ſingulorumque cæleſtium corporum proprij, per certa organa quæ Theoriæ appellantur ab Aſtronomis. In practica denique uſum Globi materialis exponemus, & varia ac faciliora problemata proponemus ad ſiderum motum ac locum quovis tempore deprehendendum. Primam dictarum Aſtronomiæ partium hoc Libro, reliquas duas ſequentibus explicabimus. Elementarem, quam & Sphæricam alii, nos Sphæram Mundi appellamus, in tres dividemus partes ut ſequitur.

PARS I.

De Sphæra Mundi in communi.

Sphæra Mundi quid ſit.

SPhæra Mundi nomine intelligimus viſibilem hanc totius Univerſi machinam, è cælo & elementis præcipuè coagmentatam: Quæ ideo ſphæra appellatur, quia, ut ex dicendis conſtabit, corpus eſt rotundum, unicâ ſuperficie convexo comprehenſum, in cujus medio punctum eſt, à quo omnes rectæ lineæ ad prædictam ſuperficiem ductæ, ſunt inter ſe æquales. De hac igitur Mundi ſphæra, ejuſque præcipuis partibus, & partium inter ſe ordine, numero, loco, magnitudine, figura, motu, quiete, aliiſque accidentibus ea breviter hoc Libro tractabimus, quæ fusè de iiſdem Auctores varij varijs in locis, & ingentibus voluminibus pertractant: his enim explicatis, Elementarem Aſtronomiam, omniaque quæ ad Primum aſtrorum motum intelligendum ſpectant, explicaverimus. Dividi Sphæra Mundi, doctrinæ cauſa, commodè poteſt in Elementarem, & Cæleſtem. Primò igitur loco de iis agemus, quæ toti Sphæræ Mundi communia ſunt, tum de Sphæra Elementari; demum de Sphæra cæleſti. Ad intelligenda porrò faciliùs, quæ dicturi ſumus, habenda eſt Tyronibus ante oculos Sphæra armillaris, aut certe Globus Aſtronomicus ſeu Cæleſtis, ut vocant, & paſſim extant, ac poſtea ſuo loco explicabuntur.

CAPUT I.

De partibus Sphæræ Mundi, earumque ſitu & ordine.

Sphæra Mundi partes, & partium ſitus.

SPhæram Mundi in duas partes dividi poſſe aſſerimus, Cœleſtem ſcilicet, & Elementarem. Utraque appellari ſolet ſphæra, licet cœleſtem, potiùs Orbem, quàm Sphæram, appellandum eſſe cenſeant nonnulli, quòd duabus ſuperficiebus contineatur, convexâ nimirum, & concava, cum tamen ſphæra ad centrum uſque tota debeat eſſe ſolida (hoc eſt, plena non vacua) unicâque ſuperficie convexa contineri. Elementaris ſubdividitur in quatuor partes, Terram, Aquam, Aërem, & putatum Ignem; quas partes Philoſophi Elementa nuncupant. Cœleſtis utrum, & quomodo ſubdividatur, mox videbimus.

Situs & ordo prædictarum Sphæræ Mundi partium, in hoc quidem rerum ſtatu (ſub Mundi initium aliter ſe res habebat) hic eſt. In medio Elementorum eſt Terra, utpote omnium graviſſima. Terræ partim infuſa, partim circumfuſa eſt Aqua, maribus, fluminibus, lacubus, fontibus diſcreta unumq; cum Terra globũ (ut infrà probabitur) conſtituens, qui ob id Terraqueus, ſeu Terraqua appellari poteſt. Circa Terraquam expanſus eſt aër, in tres diſtinctus regiones, infimam, mediam, ac ſupremam, ut cum Stagyrita ſuo explicant Philoſophi in Meteorologicis. Circa aërem putatur eſſe Ignis; quem tamen alii meliùs defæcatum aërem ſeu ætherem appellant, cùm nec lucere, nec urere, nec pabulo indigere dicatur, ac proinde ignis dici non debeat, ut qui ignis caret attributis. Circa putatum ignem eſt Cœlum ſidereum, ſic dictum, quòd ſidera contineat, tam errantia ſive planetas, quàm inerrantia ſive fixa. Huic ſupereminent aquæ ſupercœleſtes, ſi ſacræ ſcripturæ credimus; aquis verò ſuper cœleſtibus Cœlum Empyreum quod Scripturæ ſacræ eſt tertium cœlum; ſecundum verò eſt cœlum ſidereum, primum autem ac Terræ proximum eſt ſpatium ex aëre & putato igne conflatũ. Sed hæc omnia melius ac fuſiùs ſuis locis explicabuntur.

Terraqueus Globus ſeu Terraqua.

Ignis ſphæra nulla eſt.

Cœlum triplex eſt aëreum, ſidereum, empyrũ.

Cœlum ſidereum alii credunt eſſe unicum, alij multiplex. Item alij totum durum inſtar cryſtalli eſſe aſſerunt; alij totum fluidum inſtar aëris, alii denique durum ſecundùm partem ſuperiorem continentem ſtellas fixas, ad aquas ſuper cœleſtes ſuſtentandas, fluidum verò ſecundùm inferiorem continentem planetas, Lunam dico, Mercurium, Venerem, Solem, Martem, Jovem, Saturnum, cum eorum comitibus. Quid nos ſentiamus, ſuo loco patebit, interim ſecundam ſequimur ſententiam.

CAPUT II.

De Mundi rotunditate, motuque ſiderum circulari.

HÆc duo ante omnia ſunt ſtabilienda, quoniam iis nutantibus pleraque nutant quæ ſubſequentur. Argumenta porrò quibus utrumque probatur, intelligentur à Tyronibus, cùm circulos ſphæræ noverint, de quibus poſtea. Ajo igitur, ſphæricum eſſe cœlum ſidereum, tam quoad ſupremam ejus ſuperficiem omnia ambientem (ſupercœleſtium enim aquarum, & cœli Empyrei conſideratio, non ad Aſtronomos, ſed ad Theologos ſpectat) quàm quoad infimam putato igni vicinã. Ajo præterea ſiderum motus nobis manifeſtos, eſſe circulares. Utrumq; aſſerunt cum antiquis Aſtronomis Ptolemæus, Theon, Regio-

Cœlũ ſidereum ſphæricũ eſt, & ſiderum motus circulares.

Regiomontanus, Copernicus, Joannes de Sacro boſco, Clavius, Ricciolus, & alii communiter. Probant id argumentis petitis ex congruentia, ex ſenſuum experimento, & ex abſurdis quæ ſequerentur, ni ita foret: quæ quamvis evidentia non ſint, & nonnulla difficultatem patiantur; ſatis tamen efficacitatis habent ad conſenſum à non obſtinatis extorquendum.

Cœli ſiderei rotunditas probatur. Ad cœli itaque rotunditatem quod attinet, ſic arguunt I. Corpori omnium capaciſſimo, cujuſmodi cœlum ſidereum eſt, quod omnia reliqua nobis naturaliter nota intra ſe claudit, capaciſſima debetur figura: talis autem eſt ſphærica; nam ſicut circulus omnium figurarum planarum ſibi iſoperimetrarum capaciſſima eſt, ita & ſphæra omnium figurarũ ſolidarum ſibi iſoperimetratũ, ut Clavius demonſtrat in cap. 1. Sphæræ. II. Ut circularis ita ſphærica figura, in qua nec principiũ nec finis actu apparent, immenſitatẽ ac infinitatẽ DEI meliùs repræſentant, quàm aliæ figuræ; ergo Mundo debetur, ut eâ meliùs repræſentet Mundum Archetypum, qui DEUS eſt. III. Terraqua ſphæricè rotunda eſt, ut poſtea manifeſtè probabitur; multò ergo magis cœlum. IV. Cœlum ſerenis diebus ac noctibus apparet concameratum in fornicis modum, hoc eſt, ſphæricè concavum; eſto partes horizonti propiores ob viſus fallaciam videantur nobis remotiores, quàm quæ ſupra verticem.

Siderum motus circularis probatur. Ad ſiderum motum circularem quod attinet, ſic arguunt. I. Sidera ſupremi cœli motu diurno ab Oriente paulatim aſcendunt uniformi motu, donec ad meridianam ſummamq; altitudinem perveniant; deinceps verò deſcendunt pedetentim eodem uniformi motu, donec viſui noſtro occidant, & poſt proportionale tempus iterum oriuntur, & aſcendere incipiunt; in hoc autem motu eandem inter ſe diſtantiam, quæ priùs apparuit, ſervant, ideoq; æquidiſtanter circa Terrã, tanquã circa centrum, moveri videntur, ac proinde circulos deſcribere; cùm æqualis linearum diſtantia à centro, argumentum ſit formæ circularis. II. Ex iiſdem ſtellis ſupremi cœli illæ, quæ nobis ſemper apparent verſus plagã Septentrionalem, ut ſunt major minorque urſa, perfectos manifeſtoſque circulos circa unum cœli punctũ, qui Polus Mundi vocatur (ut cap. ſequenti dicetur) deſcribunt; quæ autem illis propiores ſunt, ſed tamen occidunt & occultantur infra horizontem, breviori proportionaliter tempore occultantur, quàm quæ remotiores; non aliâ de causâ, quàm quòd illæ minores, hæ majores circulos motu ſuo deſcribunt. III. Umbrarũ projectiones, incrementa, decrementa, & figuræ quas umbræ ſuis apicibus deſcribunt, eâ prorſus ratione eveniunt, quàm poſtulat circularis motus ſiderum Terram illuminantium, & objectu corporũ umbras efficientiũ. IV. Horologia ſciatherica, & Inſtrumenta quibus Aſtronomi ſiderũ altitudines, diſtantias ac motus obſervant, ſupponunt eorum motus circulares eſſe, & plura ex illis inſtrumentis circuli integri, aut ſemicirculi, quadrantiſvè figuram propterea requirunt, ut cœleſtia phænomena propiùs ad veritatem exhibeant.

Abſurda quæ ſequerentur, ſi cœlum non eſſet ſphæricum, aut motus ſiderum circularis non eſſet, ſunt, quod nec apparerent ea quæ retulimus, & multa oppoſito modo apparerent, præſertim ſi planũ eſſet cœlum: nam diſtantiæ duorum quorumlibet ſiderum ſupremi cœli inæquales apparerent eidem ſpectatori diverſis temporibus, & diverſis locis cœli, nempe ſibi invicem propiores in Oriente & Occidente, remotiores prope verticem. Item majores viderentur in verticẽ quàm in horizonte.

Cœli rotunditati & ſiderum motui circulari favet etiam ſacra ſcriptura. Nam Eccleſiaſtici cap. 24. ait Divina Sapientia: *Gyrum cœli circuivi ſola*; græcè *ἐκύκλωσα*, *circumrotundavi*. Et de eadem Proverb. 8. dicitur, *Gyro vallaſſe abyſſos*, ſeu ut habet lectio Hebraica, *Deſcripſiſſe circulum ſuper faciem abyſſi*, hoc eſt, ſuper aqueam illam materiam quæ inter Cœlum & Terram initio Mundi erat. De Sole Eccleſiaſtis cap. 1. dicitur: *Luſtrans univerſa in circuitu pergit ſpiritus, & in circulos ſuos revertitur.* Omitto multa alia argumenta quæ apud citatos initio Auctores leges.

Terram & Aquã unum globum efficere, & in medio Mundi conſiſtere; æthetem quoq; ſeu puratum igne Lunæ concavo concluſum, eſſe ſphæricum, probabimus Par. 2. & nunc ſupponimus ad ſequentia meliùs intelligenda & explicanda.

CAPUT III.

De centro, diametris, axe, & polis Sphæræ Mundi.

Sicut in omni ſphæra ſunt, vel certè concipiuntur centrum, diametri, axis, & Poli; ita etiam hæc eadem in Sphæra Mundi imaginari ſolent Coſmographi. Quod ut explicem, ſuppono Terraquam eſſe in Medio Mundi, ut antea dicebam, & poſtea probabo.

Sphæræ Mundi centrum. Centrum igitur Sphæræ Mundi eſt punctum illud in medio globi ex terra & Aqua conflati, atque adeo in medio Univerſi, è quo omnes lineæ rectæ per imaginationem ad convexam ſiderei Cœli ſuperficiem ductæ, ſunt inter ſe æquales.

Diametri. Diametri ſphæræ Mundi ſunt quælibet lineæ rectæ imaginatæ, tranſeuntes per centrũ ipſius, & utrimq; ad ultimã Cœli ſuperficiẽ deſinentes.

Axis. Axis Mundi eſt illa Mundi diameter, circa quã Cœlum ipſum moveri concipitur, & ſidera reverà moventur, ab Oriente in Occidentem ſpatio 24 horarum, motu velociſſimo, regulari, & continuo, ut ſuo loco dicetur. Hujus axis unum extremum reſpicit Septentrionem, alterum Auſtrum, ut ex motu ſiderum inerrantium colligitur, & ſuo loco melius dicetur.

Poli. Poli mundi ſunt duo extrema hujus axis jam dicta: quorum polorum ille qui eſt verſus Septentrionem, appellatur ſeptentrionalis, borealis, aquilonaris, & arcticus, id eſt urſinus, à conſtellatione quadam ipſi vicina, quæ græcè *ἄρκτος*, latinè urſa dicitur: alter verò qui eſt verſus Auſtrum, vocatur auſtralis, meridionalis, & antarcticus, id eſt, arctico oppoſitus, eò quòd per diametrum ipſi opponatur. Arcticus polus eſt nobis in Europa habitantibus ſemper conſpicuus, antarcticus verò ſemper occultus. Arcticus appellatur à plerique Europæ nationibus *North*, ab Italis verò *Tramontana*. Vocatur etiam uterque polus Cardo mundi; eò quod ſicut janua vertitur circa cardines, ita cœlum circa polos; qui etiam de cauſa vertices à vertendo appellantur.

Vide Iconiſmi IV. Fig. 330. & 331.

In appoſito ſchemate 330 centrum mundi eſt A, diameter & axis ABC, poli extrema axis puncta B & C. Inſpice etiam ſequens diagramma 331, quòd Sphæram Armillarem repræſentat, compoſitam ex peripheriis primariorum circulorum Sphæræ Mundi (de quibus mox) velut ex annulis & armillis quibuſdam.

CAPUT IV.

De circulis Sphæræ Mundi in genere.

Recolenda ſunt quæ diximus lib. 1. cap. 2. de circulo ejuſque diviſione in gradus & minuta; præcipuèq; notandum, circulum non eſſe lineam circularē, ſed planum circulari lineâ comprehenſum; quamvis in Sphæra armillari & Globo aſtronomico per circulares lineas repręſententur circuli, ut apparet in præcedenti ſchemate 331.

Circuli varii ſphæræ Mundi.

His prænotatis, ut Aſtronomi illa quæ in Mundi Sphæra, præſertim in Cœlo circa ſtellarum ſitum ac motū conſiderant, meliùs percipere, explicareque faciliùs poſſint, varios in ipſa imaginārur circulos, quorum aliquos appellant primarios, alios verò ſecundarios: item alios parallelos, alios non parallelos. Omnes habent peripherias ſuas in convexa ſphæræ ſuperficie, plana verò ſphæra ſecant in partes.

Circuli maximi, & non maximi.

Omnes prætereà dividuntur in majores ſeu maximos, & minores ſeu non maximos. Maximi ſunt, qui dividunt Sphæram Mundi in duas æquales partes, idemque cum ipſa centrū habent. Non maximi, qui in duas partes inæquales eam diſſecant, habentq; diverſum centrum à centro Mundi. Omnes intelliguntur habere duos polos, circa quos moverentur, ſi moverentur, imò ex polis ipſis omnium circulorum peripheriæ in ſuperficie ſphæræ deſcribi concipiuntur, à quibus proinde æqualiter ſecundùm omnes ſuas partes diſtant, ita ut rectæ lineæ à polis ad dictas peripherias ductæ, inter ſe æquales ſint.

Circuli primarii Sphæræ Mundi ſunt decē.

Primarii Sphæræ Mundi circuli ſunt decem, Horizon, Meridianus, Æquator, Zodiacus, Colurus æquinoctiorum, Colurus ſolſtitiorum, Tropicus Cancri, Tropicus Capricorni, Polaris arcticus, Polaris antarcticus. Horum ſex priores ſunt Maximi, reliqui quatuor non maximi. Eoſdem explicabimus in ſequentibus capitibus, ac deinde ſecundarios.

Circuli paralleli ſphæræ Mundi.

Paralleli in ſphæra circuli ſunt, qui aut inter ſe, aut ab aliquo circulo maximo in ſphæra æqualiter diſtant; non paralleli verò, qui inclinantur ad invicem, nec à ſe diſtant æqualiter.

Decem primarios Sphæræ mundi circulos quoad circumferentias eorum, exprimunt clarè decem armillæ ſeu annuli ex quibus Armillaris ſphæra componitur, & ſchema præcedens 331, utcunque verò ſubſequens ſchema, quod repræſentat ſphæram ſolidam decem prædictis circulis diſtinctam, & per axem ac centrum ſectam ideo omnes circuli lineis rectis exprimuntur.

Vide Iconiſmi G. Fig. 332.

Notandum hîc eſt, circulorum explicationem talem inter ſe habere connexionem, ut unus ſine alio perfectè explicari nequeat. Nunquā itaque Tyro perfectè intelliget capita hujus libri priora, niſi legat etiam poſteriora. Omnia igitur priùs pervolvat capita ſequentia de circulis, & tum ad initium redeat.

CAPUT V.

De Horizonte, ejuſque officiis ſeu proprietatibus.

Horizon.

Horizon ſive Finitor, ſic dictus ab ὁρίζωμαι, quod finio ſeu termino ſignificat, eſt circulus in Sphæra Mundi maximus, deſcriptus è Zenith cujuſque loci, aut habitatoris Terraquæ, tanquam ex polo (Zenith eſt punctum cœli correſpondens vertici ſtantis in Terraqua; punctum verò diametraliter oppoſitum, & correſpondens pedibus, appellatur Nadir, ab Arabibus Aſtronomis) & tranſiens per centrum Mundi, dividenſque totam ſphærā mundi in duo hemiſphæria, ſuperius, & inferius. Dicitur horizon, ſive finitor ac terminator, quia finit ac terminat diem ac noctem, & viſum ſtantis in Terraqua. Ut autem hunc circulum ita deſcriptum rectè concipias, imaginari debes planum quoddam circulare per centrum Terræ tranſiens, & uſq; ad extimam cœli ſuperficiem pertingens, ita æqualiter ſecundùm omnes ſuæ circumferentiæ partes à ſuo Zenith & Nadir diſtans, ut ad nullam partē magis elevetur, aut deprimatur, quàm ad aliam. Horizontem prædictum repræſentant in præcedentibus figuris circulus & linea, quibus horizontis nomen adſcriptū eſt; in præſenti verò figura eundē repræſentant lineæ AD, BE, CF, reſpectu habitatorum G, H, I: nam ſicut mutatur Zenith & Nadir; quando mutat habitator Terraquæ locum, quaqua verſum eat; ita etiam mutatur horizon, quia poli horizontis ſunt Zenith & Nadir, ut diximus.

Vide Iconiſmi G. Fig 333.

Aſtronomicus & Phyſicus.

Prædictus horizon dicitur Aſtronomicus, Rationalis, Intelligibilis, Naturalis, & Horizon ſimpliciter ſine alio addito; ad differentiam alterius horizontis, qui Senſibilis, Phyſicus, Apparens, & Artificialis appellatur, eſtq; circulus non maximus, tangens ſuperficiem Terraquæ in puncto in quo eſt habitator, & parallelus horizonti rationali, dividensq; ſegmentū ſphærę viſibile habitatori ab inviſibili. Talem horizontē repræſentant lineæ MN, KL, OP, reſpectu eorundē habitatorū G, H, I. Habet eoſdē polos cum priori, & ſimiliter mutatur cum ſuis polis, quaquaverſum eas.

Prior dicitur aſtronomicus, & rationalis, quia Aſtronomis præcipuè in uſu eſt, & quia ſola ratione ſeu intelligentiâ percipitur, non ſenſu; neque enim viſus noſter per Terraquei globi medium ad extremum uſque cœlum excurrit, nec diviſionem totius mundanæ ſphæræ in partes æquales percipit, ſed intellectus ratiocinando id præſtat. Poſterior dicitur ſenſibilis, & artificialis, quia ſenſu percipitur, quatenus ſenſus judicat ſpatium illud Terræ, mariſvè, quod viſus noſter percipere poteſt ſublatis impedimentis, extendi uſque ad cœlum; & quia artifices utuntur illo in libellationibus.

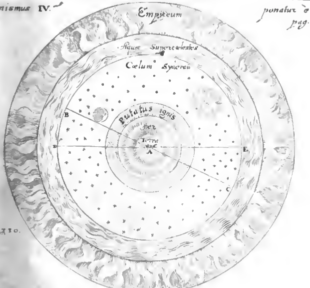
Aſtronomicus triplex Rectus.

Horizon Aſtronomicus triplex eſt, rectus, obliquus, parallelus. Rectus horizon eſt, qui per mundi polos tranſit, poloſq; ſuos habet in Æquatore, eumq; dividit ad angulos ſphærales rectos; unde & ſphæram rectam conſtituit, cui nimirum uterque polus jacet in horizonte, Æquator verò

tranſit

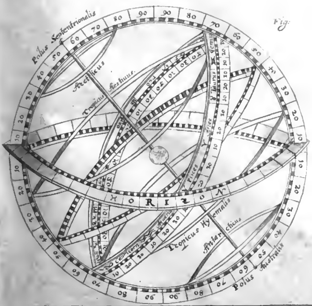
Iconismus IV.

ponatur è regione pag. 235.



ig. 330.

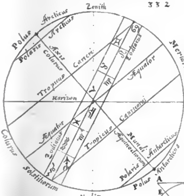
Fig. 331.



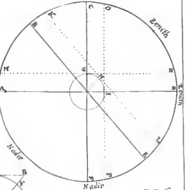
Digitized by Google

Iconismus G. ponatur e regione pag. 237.

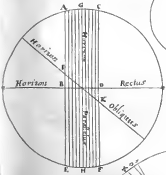
332



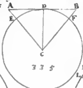
333



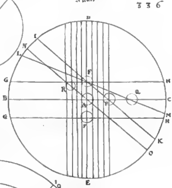
334



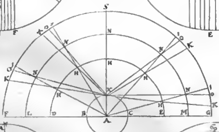
335



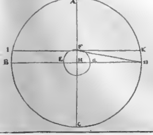
336



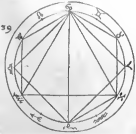
338



337



339



tranſit per Zenith & Nadir habitantis io illa. Talem ſphæram, talemque horizontem habet in ſupradicta figura habitator G, & omnes habitantes ſub æquatore in Terraqua. Dicitur recta talis ſphæra, & rectus talis horizon, quia æquator & circuli ipſi paralleli ita reſiſtunt horizonti, itaque ipſum interſecant, ut cum ipſa conſtituant angulos ſphærales rectos.

Obliquus. Obliquus horizon eſt, cujus polus ultra, aut citra æquatorem cadit, quique æquatorem ad angulos obliquos interſecat; onde conſtituit ſphæram obliquam, in qua nimirum unus polus mundi eſt ſupra horizontē extra Zenith, alter infra extra Nadir. Talem habet in prædicta figura habitator H, & omnes habitantes citra vel ultra æquatorem, dummodò non ſint directè ſub polis. Dicitur obliqua talis ſphæra, & obliquus horizon, quia æquator & circuli ipſi paralleli ita inſiſtunt horizonti, ut cum ipſo conſtituant angulos ſphærales obliquos.

Parallelus. Parallelus horizon eſt, cujus poli ſunt poli mundi, quique coincidit cum æquatore; unde & ſphæram parallelam conſtituit, in qua nimirum unus polus ita eſt elevatus ſupra horizontem, alter verò ita depreſſus infra, ut occupent Zenith & Nadir habitantis in illo horizonte, æquator verò exactè cum horizonte congruat, ipſique parallelus ſit. Talem ſphæram in prædicta figura habet habitator I, & omnes habitantes ſub polis, ſi qui ibi habitant.

Horizon tam aſtronomicus, quàm ſenſibilis, cum ſuis polis mutatur, ut dixi, euntibus in Ortū, Occaſum, Septentrionem, Auſtrum; inſenſibiliter quidem, quando progreſſio eſt modica; ſenſibiliter verò, quando fit progreſſio ſenſibilis, ut 500, aut 1000 paſſuum. Hinc duæ civitates, quantumvis vicinæ, non habent eundem horizontem, mathematicè loquendo, phyſicè tamen & ad ſenſum habent eundem.

Horizon rectus dividit omnes parallelos ſolis, & ſtellarū (id eſt, circulos quos Sol & ſtellæ motu ſuo diurno ab Oriente in Occidentem, & inde iterum in Orientem deſcribunt) æqualiter, obliquus omnes inæqualiter; excepto parallelo æquatoris, quem nimirum deſcribunt Sol & ſtellæ, quando in æquatore verſantur: parallelus nullum dividit. Hæc omnia apparent in appoſita figura, in qua AE, GH, CF, &c. ſunt paralleli Solis, & reſpectu horizontis recti, AB, CD, cum intermedus, ſunt æquales ipſis BE, DF, cum intermediis: reſpectu horizontis obliqui, AI eſt minor quàm IE, & CK major quàm KF: reſpectu denique paralleli, dimidia pars eſt ſupra, dimidia infra horizontē. Præterea in ſphæra recta omnes dies artificiales ſunt æquales noctibus, & inter ſe: in obliqua omnes inæquales inter ſe, & noctibus, præter quàm dies æquinoctiales: in parallela non eſt viciſſitudo diei ac noctis intra 24. horarū ſpatium, ſed tam dies, quàm nox, ſex menſium ſpacio perſeverat, niſi refractiones obſtent. Patent hæc ex eadem figura. Et ratio eſt, quia dies artificialis eſt mora Solis ſupra horizontem, nox verò artificialis eſt mora ejuſdem infra horizontem: at in recta ſphæra tam diu moratur ſol ſupra, quàm infra horizontem, quia parallelos; ipſius æqualiter dividit: in obliqua inæqualiter moratur ſupra & infra horizontem, quia is inæqualiter dividit parallelos ſolis: in parallela denique ſex menſibus ſupra, & totidem infra moratur. Ergo &c.

Videlicet ſchem G. fig. 314.

Horizon tis officia. Ex dictis colliguntur præcipua officia & proprietates horizontis. Nam 1. dividit totam mundi ſphæram in duo hemiſphæria æqualia. 2. Conſtituit ſphæram rectam, obliquam, parallelam. 3. Indicat quænam ſidera oriantur, & occidant, & quæ non. 4. Determinat quantitatem, & varietatem diei ac noctis artificialis. 5. Indicat puncta ortus & occaſus omnium ſtellarum, earumque latitudinem ſive amplitudinem ortivam & occiduam. 6. Eſt initium à quo numerantur altitudines & depreſſiones polorum, ac ſtellarum ſupra & infra horizontem. Sed hæc meliùs ex dicendis intelligentur.

CAPUT VI.

De Meridiano, ejuſque officiis ſeu proprietatibus.

Meridianus. Meridianus eſt ille circulus maximus, qui tranſiens per polos mundi, & per verticem punctumque oppoſitum loci cujuſcunque, hoc eſt, per Zenith & Nadir loci, ſecat horizontē ad angulos rectos verſus Septentrionem, & Auſtrū; mundum verò totum in hemiſphærium orientale & occidentale. Dicitur Meridianus, eò quòd quando Sol motu diurno attingit ipſum in hemiſphærio mundi ſupero, eſt meridies; ſicut eſt media nox, quando attingit ipſum in hemiſphærio infero. Unde dividit diem ac noctem artificialem in duas æquales partes. Poli hujus circuli ſunt puncta Ortus & Occaſus æquinoctialis in horizonte, à quibus proinde diſtat 90 gradibus in verticali primario (de quibus poſtea) numeratis. Centrū ejus eſt idem cum centro mundi, quia eſt circulus maximus. Concipitur in cœlo ſemper fixus in eodem loco reſpectu ejuſdem horizontis, & ejuſdem loci aut habitatoris in Terraqua; mutatur verò euntibus verſus Ortum & Occaſum, non tamen euntibus directè verſus Septentrionem aut Auſtrum. Hinc licet plura loca, quorum unus eſt altero ſeptentrionalior, vel auſtralior, poſſint habere eundem Meridianum; tamen ſi unus eſt orientalior altero; neceſſariò habent diverſos, niſi ſemicirculo inter ſe diſtent; tunc enim eundem habent.

Mutatur euntibus in ortū & occaſum.

Meridiani circuli cujuſcunque loci interſectionem cum horizonte repræſentat linea meridiana, in plano horizontali deſcripta; quâ lineâ habitâ, habetur linea æquinoctialis repræſentans interſectionem Æquatoris cum eodem horizonte, ſi ad meridianam inventam ducas perpendicularem. Quomodo autem meridiana inveniatur, dicetur in Aſtronomia practica. Habitos his duabus lineis, cognoſces quatuor mundi plagas cardinales: nam meridiana oſtendit Boream aut Auſtrum, æquinoctialis Ortum & Occaſum æquinoctialem.

Meridianus primus qui ſit. Geographi in globis & mappis geographicis delineant multos Meridianos, & primum vocant illum qui tranſit per Inſulas Fortunatas ſive Canarias in Oceano occidentali juxta Africam; & arcum Æquatoris inter hunc, & meridianum cujuſque loci interceptum, appellant longitudinem loci. Alii tamen appellant nunc primum Meridianum, illum, qui tranſit per Inſulas Azorias ſive Flandricas in eodem oceano infra Hiſpaniam.

Meridiani officia. Sed de his fuſiùs in Geographia. Officia & proprietates Meridiani hæ ſunt præcipuè. 1. Eſt initium diei naturalis apud Aſtronomos, ſicut horizon occiduus apud Italos, & ortivus apud Babylonios, & omnes Antiquos. 2. In ipſo caſtêtes ſol & ſtellæ, habent maximam altitudinem ſuper horizontem. 3 Dividit omnes circulationes Solis ſuperas, ſive arcus diurnos, in arcum ſemidiurnum antemeridianum & pomeridianum. Similiter arcus nocturnos ante & poſt mediam noctem. 4. In ipſo numeratur altitudo poli ſupra horizontem, & complementum ipſius, ſive altitudo Æquatoris, & latitudo locorum; de quibus infrà.

CAPUT VII.

De Æquatore, ejuſque officiis & proprietatibus.

Æquator. ÆQuator eſt ille circulus maximus, qui deſcriptus ex polis mundi, & æqualiter ab utroque diſtans, tranſit per centrum Univerſi, & totam mundi Sphæram dividit in hemiſphærium ſeptentrionale & auſtrale. Dicitur etiam circulus æquinoctialis, ſive æquidialis, quia quando Sol motu proprio ab Occaſu in Ortum ad eum pervenit, eumque percurrit motu diurno (quod fit circa 21 Martij, aut 23. Septembris) fit dies æqualis nocti in toto mundo.

Æquator in ſphæra recta inſiſtit horizonti ad angulos rectos; in obliqua ad obliquos, idque variè, pro varia obliquitate ſphæræ; in parallela coincidit cum horizonte. Situm ejus in plano horizontali repræſentat linea ſecans meridianam ibidem deſignatam normaliter, ſive ad angulos rectos, ut dixi cap. præced. Unicus eſt in mundo Æquator, & cum ipſo cœlo concipitur circa terram volvi ab Oriente in Occaſum ſpatio 24 horarum motu uniformi, & concitatiſſimo. Ipſe unà cu Meridiano dividit horizontem in quatuor quadrantes, in quatuor punctis cardinalibus, nimirum Æquator in Oriente & Occidente, Meridianus in Septentrione & Meridie. Dictus eſt à Priſcis Cingulum mundi, & circulus æquationis diei.

Æquatoris officia. Officia & proprietates præcipuæ Æquatoris hæ ſunt. 1. Dividit mundum in hemiſphærium boreale & auſtrale, ut diximus. 2. Indicat quænam ſigna Zodiaci, & quæ aſtra ſint borealia, quæque auſtralia: item quando planetæ dicantur ſeptentrionales, quando auſtrales. 3. Bis in anno facit æquinoctium, Sole ipſum percurrente, ut dictum. 4. Ab eo ſumunt initium Declinationes omnium punctorum Eclipticæ, omniumq; ſtellarum. 5. Motus ejus integer circa terram (moveri enim concipitur cum primo Mobili) conſtituit diem naturalem primi Mobilis; decima quinta verò pars ejuſdem motus, ſeu 15 gradus, conſtituunt horam æqualem. 6. Indicat quantitatem diei ac noctis artificialis, quæ tanta eſt, quantus eſt arcus Æquatoris ſimul cum Sole aſcendens ſupra horizontem, tribuendo ſingulis quindenis gradibus unam horam, & ſingulis gradibus quatuor horarũ minuta ſive ſcrupula. 7. Eſt menſura longitudinis regionum & locorũ apud Geographos, quæ tanta eſt, quantus eſt arcus Æquatoris intercептus inter primum Meridianum, & Meridianum alterius loci; de quo re in Geographia.

CAPUT VIII.

De Zodiaco, ejuſque officiis & proprietatibus.

Zodiacus. ZOdiacus eſt ille circulus maximus, qui deſcriptus ex polis diſtantibus à polis mundi Grad. 23½ (ex cõmuniori & veriori ſententia) numeratis in Coluro ſolſtitiorum, ſecat Æquatorem, ſecaturque viciſſim ab ipſo, in duas æquales medietates, oblique tamen, ita ut Zodiacus ſit ad Æquatorem inclinatus, unaq; medietas vergat ad ſeptentrionem, & polum arcticum; altera ad auſtrum, & polum antarcticum; punctum verò medium utriuſq; medietatis recedat tantum ab Æquatore, quantum poli Zodiaci à polis mundi, nempe Grad. 23½.

Latitudinẽ habet. Solus Zodiacus inter circulos ſphæræ mundi habet latitudinem in peripheria; & quidem ſecundùm Veteres 12. Graduum numeratorum in Coluro ſolſtitiorum, at ſecundùm Recentiores 14. aut etiam 16. & plurium graduum, propter digreſſiones planetarum, Sole excepto, à medio Zodiaci verſus mundi latera, hoc eſt, verſus Meridiem & Boream.

Ecliptica Zodiaci. In media Zodiaci peripheria per totum ambitum concipitur linea circularis, dividens dictæ peripheriæ latitudinem æqualiter, & relinquens utrimq; ſex, aut ſeptem, aut octo pluresve gradus latitudinis. Hæc linea circularis, ſicut & ipſius Zodiaci ambitus, dividitur in 360 gradus, & vocatur Ecliptica, quia in ipſa, aut prope ipſam fiunt eclipſes Solis & Lunæ, ut ſuo loco videbimus.

Zodiaci ſigna 12. Zodiacus continet ſub ſe 12. conſtellationes ex ijs, in quas Aſtronomi diſtribuunt omnes ſtellas fixas facilè viſibiles. Nomina 12 conſtellationum, earumque ordo, & characteres quibus ab Aſtronomis brevitatis causâ exprimuntur, incipiendo à verna Æquatoris ſectione, hæc

♈ ♉ ♊ ♋ ♌ ♍
Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, virgo,
♎ ♏ ♐ ♑
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper.
♒ ♓
Amphora, Piſces.

Hæ duodecim conſtellationes vocantur etiam ſigna Zodiaci, & ipſe Zodiacus nominatur Signifer. Quodlibet ſuperius in prædicto ordine eſt inferiori ſibi correſpondenti diametraliter oppoſitũ in cœlo. Ratione illorum Zodiacus dividitur in 12. partes, quæ etiam vocantur ſigna Zodiaci, ut diximus, & unumquodque continet 30. gradus ex iis, quorum 360 continet totus Zodiacus. Sex priora ſigna ſuprà poſita vocantur Borealia, quia ſunt in medietate boreali Zodiaci; ſex verò poſteriora dicuntur Auſtralia, quia ſunt in Auſtrali medietate. *Borealia & Auſtralia. Aſcendẽtia & Deſcendentia.* Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpio, Arcitenens ſeu Sagittarius appellãtur ſigna deſcendentia, reſpectu habitantium in hæmiſphærio boreali Terræ, quia Sol per illa deſcendit, reliqua aſcẽdentia, ob contrariam rationem. Ecliptica vocatur via Solis, eò quòd ſemper ſub ipſa Sol proprio ſuo motu incedit; Zodiacus verò, mundi Zona ſeu faſcia, propter latitudinem.

Zodiaci quatuor principalia puncta. In Zodiaco conſiderant Aſtronomi quatuor puncta principalia, quorũ duo vocantur æquinoctialia, & duo ſolſtitialia. Æquinoctialia ſunt illa, in quibus Zodiacus Æquatorem ſecat, & viciſſim ab ipſo ſecatur; ſolſtitialia verò ſunt illa, quæ maximè

ximè ab Æquatore removentur, nimirũ gradib. 23½ in Coluro ſolſtitiorum numeratis. In æquinoctialibus punctis ſol efficit æquinoctia, in ſolſtitialibus ſolſtitia. Æquinoctialium punctorum unum appellatur vernum, eſtq; principium Arietis, quia Sole in ipſo exiſtente eſt principium veris: alterum vocatur autumnale, eſtque principium Libræ, quia Sole in ipſo exiſtente eſt initium autumni. Solſtitialium quoque punctorum unũ appellatur æſtivum, eſtque principium Cancri, alterum hyemale, eſtque principium Capricorni.

Zodiacus viſibilis & inviſibilis.

Quæ diximus hactenus, intelligenda ſunt de Zodiaco Signorum, non de Zodiaco aſteriſmorum. Eſt enim duplex Zodiacus: unus viſibilis in cœlo ſtellato, continens 12. prædictos aſteriſmos; alter inviſibilis, cujus peripheria concipitur in ſuprema & extima cœli ſiderei ſuperficie. Hujus diviſio in 12 ſigna incipit à puncto æquinoctiali, à quo puncto quia olim incipiebat etiam aſteriſmus Arietis, ideo 12 aſteriſmi congruebant 12. ſignis Zodiaci, de quo loquimur: at ſucceſſu temporis receſſerunt 12 aſteriſmi à 12 ſignis Zodiaci verſus antecedentia ſignorum, ita ut principium aſteriſmi Arietis nunc diſtet multis gradibus à principio ſigni Arietis in ſupremo cœlo concepti.

Zodiaci officia.

Officia & proprietates præcipuæ Zodiaci, vel potiùs Eclipticæ ſunt hæ. 1. Eſt regula & menſura motus proprii planetarum, & ſtellarum fixarum in longitudinem, quam Aſtronomi numerare incipiunt ab Ariete per Taurum, &c. 2. Eſt locus eclipſium Solis & Lunæ. 3. Eſt cauſa inæqualitatis dierum & noctium, & viciſſitudinis temporum anni 4. Dividit cœlum ſtellatum in partem auſtralem & borealem. 5. Eſt initium latitudinum ſtellarum. Sed hæc explicabuntur in ſequentibus.

CAPUT IX.

De Coluris, eorumque officiis.

Colurus æquinoctiorum & ſolſtitiorum.

Colurus æquinoctiorum eſt ille circulus maximus, qui tranſit per puncta æquinoctialia Zodiaci, & polos mundi, ſecans bifariam Æquatorẽ & Zodiacum, illum quidem rectè, hunc verò obliquè, in ſemicirculum borealem & auſtralem.

Colurus ſolſtitiorum eſt ille circulus maximus, qui tranſit per puncta ſolſtitialia, polos mundi, & polos Zodiaci, dividens Æquatorem, Zodiacum, & Colurum æquinoctiorum bifariam. Arcus hujus Coluri inter Æquatorem & puncta ſolſtitialia metitur maximam Solis declinationem ab Æquatore utrinque verſus polos mundi; cui declinationi æqualis eſt diſtantia polorum Zodiaci à polis mundi. Hic Colurus dividit Zodiacum in ſemicirculum aſcendentem & deſcendentem.

CAPUT X.

De Tropicis, & Polaribus circulis.

Tropicus Cancri.

Tropicus Cancri eſt ille circulus non maximus, qui ex parte poli arctici diſtat æqualiter ſecundum omnes ſui partes ab Æquatore gradibus 23½, tranſitque per punctum ſolſtitiale æſtivum Zodiaci, quod eſt principium Cancri.

Tropicus Capricorni.

Tropicus Capricorni eſt ille circulus non maximus, qui ex parte poli antarctici diſtat æqualiter ſecundùm omnes ſui partes ab Æquatore gradibus 23½, tranſitque per punctum ſolſtitiale hibernũ Zodiaci, quod eſt principium Capricorni.

Circulus polaris arcticus, & antarcticus.

Polaris arcticus eſt ille circulus non maximus, qui prope polum arcticum deſcribitur à polo Zodiaci per circumvolutionem (ſaltem imaginatione conceptam) dicti poli circa polum mundi, unde recedit à polo arctico 23½ gradibus numeratis in Coluro ſolſtitiorum.

Polaris antarcticus eſt ille circulus non maximus, qui prope polum antarcticum deſcribi concipitur à polo Zodiaci per circumvolutionẽ ipſius, unde diſtat à polo antarctico 23½ gradibus numeratis in Coluro ſolſtitiorum.

CAPUT XI.

De nonnullis proprietatibus circulorum hactenus explicatorum.

Circulorũ ſphæra Mundi proprietates.

Ex decem circulis hactenus explicatis aliqui ſunt invicem paralleli, ut ſunt Æquator, Tropici, & Polares, alii verò minimè, ut ex ſphæra materiali patet.

Item aliqui ſunt fixi & immobiles, id eſt, non concipiuntur circumvolvi motu diurno ab Ortu in Occaſum, ut ſunt Horizon, & Meridianus, alii verò omnes ſunt mobiles.

Alii demum ſunt unici ac ſingulares in ſphæra mundi, hoc eſt, uno tantùm in loco ſphæræ mundanæ ſunt concipiendi, ut ſunt omnes præter Horizontem & Meridianum, qui ſunt plurales, id eſt, pluribus in locis ſphæræ concipiuntur, quia ſingula Terraquæ loca, ſingulique habitatores habent proprium Horizontem, rigoroſè loquendo: item quilibet Terraquæ habitatores alius orientaliores aut occidentaliores, ſub diverſis exiſtunt Meridianis, ut ex dictis patet. Et quamvis in ſphæra materiali ſit unicus tantùm horizon, & unicus meridianus, repræſentantur tamen per illos omnes horizontes, & omnes meridiani poſſibiles, pro varia ſphæræ conſtitutione.

CAPUT XII.

De circulis ſecundariis ſphæræ Mundi.

Circuli ſecundarii ſphæra Mundi.

Præter dictos, plures alios Aſtronomi concipiunt circulos in ſphæra Mundi, qui tamen ad confuſionem vitandam non ponuntur in ſphæra materiali. Præcipui ſunt Verticales, Paralleli horizontis, Declinationum, Latitudinum, Poſitionum, Domorum cœleſtium, & *δωδεκατημορίων* ſeu Dodecatemoriorum.

Verticales circuli.

Verticales circuli ſunt circuli maximi, tranſeuntes per Zenith & Nadir cujuſque loci (ubi etiam ſeſe interſecant) & per ſingula Horizontis puncta, in quo etiam ſuos polos habent, ideoque inſiſtunt ipſi ad angulos rectos, & ſecant eum bifariam. Ex horum numero eſt Meridianus. Dicuntur verticales, quia per verticem locorum tranſeunt. Ille qui tranſit per communes ſectiones horizontis & æquatoris, ſive per puncta Ortus & Occaſus æquinoctialis, (in quibus nim. oritur & occidit Sol in æquinoctiis)

dicitur verticalis primarius, aut abſolutè verticalis, & ſecat Meridianum ad angulos rectos: reliqui vocantur verticales ſecundarii, vel declinantes à primario, & omnes ſecant Meridianum obliquè. Eorum uſus eſt in meſurandis ſiderum aliorumque cœli punctorum altitudinibus ſupra horizontem, aut depreſſionibus infra eundem, unde vocantur etiam circuli altitudinum & depreſſionum: tanta enim eſt altitudo aut depreſſio ſideris ſupra vel infra horizontem, quantus eſt arcus circuli verticalis inter ipſum ſidus & horizontem interceptus; reliquus verò arcus à ſidere uſq; ad verticem vocatur complementum altitudinis. Arabes vocant hos circulos Azimuth, alii Azimutha, & Azimuthales. Alii tamen arcus horizontis inter hos circulos & Meridianum aut Æquatorem proximum interceptos vocant Azimutha; reſiduum verò uſque ad quadrantem, vocant complementum Azimuthi.

Altitudinum circuli.

Azimuthales circuli.

Paralleli horizontis ſunt circuli non maximi, ſupra & infra horizontem deſcripti æquidiſtanter ab ipſo, uſque ad Zenith & Nadir. Hos alii vocant circulos progreſſionum, alii altitudinum ac depreſſionum, eò quòd ſtellarum elevationes ac depreſſiones ſupra & infra horizontem oſtendant in verticalibus. Arabes vocant Almucantarath. De horum numero eſt circulus Crepuſculorum, qui horizonti parallelus infra eum gradibus 18 aut 19 deprimitur, ad quem cùm Sol pervenit motu diurno, crepuſculũ incipit, aut deſinit.

Paralleli horizontis.

Almucantarath.

Declinationum circuli ſunt maximi in ſphæra Mundi circuli, ducti per polos mundi, & per ſingula Æquatoris puncta, & centra ſtellarum ab Æquatore diſtantium verſus alterutrum polum; quam diſtantiam Aſtronomi appellant declinationem ſtellarum, & aliam ſtatuunt borealem, aliam auſtralem. Ex numero horum circulorum ſunt duo Coluri, & Meridianus.

Latitudinum circuli ſunt circuli maximi, ducti per polos Eclipticæ, & ſingula ejus puncta, & per centra ſtellarum ab Ecliptica diſtantium verſus alterutrum ejus polum; quam diſtantiam vocant Aſtronomi latitudinem ſtellarum; & ſimiliter aliam ſtatuunt Septentrionalem, aliam Auſtralem. Hi vocantur etiam circuli longitudinũ, quia determinant longitudines ſtellarũ, hoc eſt, diſtantias à principio Arietis verſus anteriora Zodiaci, ſeu ſecundùm ſucceſſionem ſignorum.

Latitudinum circuli.

Poſitionum circuli ſunt circuli in ſphæra maximi, tranſeuntes per communes ſectiones Horizontis & Meridiani, per ſidus aut punctum in ſphæra cœleſti poſitũ per quod ſidus, aut locum, ſi à vertice ſtantis à Terraqua ducatur circulus verticalis, cognoſcitur in qua mundi parte ſit poſitũ illud ſidus; qua etiã de cauſa dicti circuli dicuntur Poſitionum circuli. Horum unus eſt Meridianus.

Poſitionum circuli.

Domorum cœleſtium circuli ſunt ſex circuli ſphæræ maximi, ducti per communes ſectiones Meridiani & Horizontis, & per duodecimas partes ſeu trigeſimum quémq; gradum aut Æquatoris, ut placet Regiomontano; aut verticalis primarii, ut placet Campano, aut Paralleli ſolis pro dato die deſcripti, ut Alchibitio placet, &c. Dividunt totum cœlum in 12 partes, quas Aſtrologi Domos cœleſtes appellant; quarum prima ſumit initium ab Horizonte ortivo (quem Horoſcopum appellant) & progreditur verſus Meridianum in hemiſphærio nocturno. Omnes ſunt circuli Poſitionum, Sed de his fusè in Aſtrologia.

Domorũ cœleſtium circuli.

Circuli Dodecatemoriorum ſunt circuli maximi tranſeuntes per initia duodecim ſignorum Zodiaci, & per polos Eclipticæ, dividuntq; totum cœlum in 12 partes, quæ & duodecim ſigna appellantur; unde quævis ſtellæ dicuntur exiſtere in aliquo ſigno, hoc eſt, in aliquo Dodecatemorio.

Dodecatemoriorum circuli.

Omitto hîc circulos horarios, parallelos Æquatoris, parallelos Eclipticæ, circulos ſemper apparentium (ſtellarum, aliorumvè Cœli punctorum) maximos, circulos diſtantiæ ſiderum tranſeuntes per centra duorum aut plurium ſiderum, & alios, de quibus ex occaſione ſuis locis in ſequentibus.

PARS SECUNDA

De ſphæra Elementari.

Sphæram Elementarem, ut ſuprà cap. I. ſtatuimus, conſtituunt quatuor Elementa, Terra, Aqua, Aer, Ignis. De horum qualitatibus, qua quibus, & quo gradu conveniant, diſputant Philoſophi. Terram eſſe graviſſimam, ac proinde infra omnia Elementa debere eſſe; ignem leviſſimum, & propterea omnibus eminere debere, in confeſſo eſt apud omnes, ſuffragante ipſâ etiam experientiâ quotidianâ. Ordo igitur naturalis Elementorum, ut loco citato dixi, hic eſt, ut terra ſit in medio omnium, Aqua circa Terram, circa Aquam Aer, circa Aerem Ignis. Et principio quidem rerum à DEO creatarum Terra & Aqua prædictum ſervabant ordinem uſque ad diem Mundi tertium, quando DEUS Terram antea ſphæricè rotundam, in cavitates varias diviſit, in easq; omnem aquam, quæ eò uſque Terram ſphæricè circumdederat, maribus, fluminibus, fontibus diſcretam derivavit, unumq; ex Terra & Aqua aggregatum conſtituit, quod Terraquam nos appellamus. Circa Terraquam expanſus eſt Aer. Utrum verò circa Aerem ad cœli ſideres uſque concavum diffuſus ſit Ignis verus, nec nè, diſputant Philoſophi: Nos citato loco inſinuavimus, non verum ſed putatum ibidem eſſe ignem, hoc eſt, aerem puriſſimum, & reliquo aere defæcatiorem. Quid vero ſimilius ſit, alii viderint: nos aſtronomica, non philoſophica tractamus.

Sphæra Elementaris.

Elementorum ordo naturalis in mũdo.

CAPUT I.

De figura Terraqua.

Terraquam ex Antiquis columnæ ſimilem cenſuit Anaximander, tympano bellico Leucippus, cono Cleanthes, ſcaphio Heraclitus, diſco cavo Democritus, menſæ planæ Anaximenes, teſte Ariſtotele, Plutarcho, & Laërtio. Vulgus ac ſenſus judicat, eandem eſſe planam, licèt non perfectè, ob montium ac vallium inæqualitatem. Aſtronomi, & recta ratio ſuadent, eſſe ſphæricè rotundam (licet ſimiliter non perfectè, propter dictam rationẽ) ac proinde tam ab Oriente in Occidentem, quàm à

Terraqua figura rotunda.

Septen-

Septentrione in Auſtrum ; quod ſequentibus probatur argumentis.

I.

Sol, luna, & ſtellæ omnes priùs oriuntur populis & regionibus orientalibus, priùs ad Meridiem perveniunt, priùs occidunt, quàm occidentalib. in eodem climate exiſtentibus, ut conſtat ex eclipſibus lunaribus, quæ licet eodem tempore appareant omnib. lunam eclipſatam tunc videntibus, tamen occidentalibus apparet in prima hora noctis, v.g. orientalib. apparet horâ ſecundâ, aut tertiâ, &c. prout ſunt magis aut minùs orientales, ut conſtat ex Aſtronomorum obſervatione, aliorum relatione, & hiſtoriis, quod ſignum eſt orientales priùs habuiſſe noctem, & conſequenter ipſis Solẽ citiùs occidiſſe, quàm occidentalib. Hujus autem rei cauſa ſolum eſt rotunditas Terraquæ ab Oriente in Occidentem, ratione cujus fit ut orientales habeant diverſum horizontem ab occidentalibus; quod tamen non contingeret, ſi Terraqua ab Ortu in Occaſum eſſet plana: omnes enim haberent eundem horizontem, omnibusq; eodem tempore orirentur & occiderent aſtra, omnibus ſimul inciperet dies ac nox, omnes eandem numerarent horam initio eclipſis. Ex his probatum manet, Terraquam eſſe globoſam ab Oriente in Occidentem.

II.

Exiſtentibus verſus Septentrionem quædam ſtellæ circa partes cœli ſeptentrionales ſunt perpetuæ apparitionis, id eſt, nunquam occidunt, & quædam circa partes cœli auſtrales ſunt perpetuæ occultationis, id eſt, nunquam oriuntur: exiſtentibus verò verſus Aſtrum omnino contrariũ accidit, hoc autem non contingeret, ſi Terraqua eſſet plana. Præterea, procedentibus à Septentrione in Auſtrum, & ab Auſtro in Septentrionẽ, directè ſub eodem Meridiano, tàm mari, quàm terrâ; ſtellæ quæ ſemper apparebant, occultantur, & quæ ſemper occultabantur, apparent, & unus polorum elevatur paulatim, alter deprimitur: quædam item ſtellæ paulatim elevantur ſupra horizontem in Meridiano, quædam deprimuntur; ad eum ferè modum, quo, cùm montem conſcendimus, res antea non viſæ in montis ſummitate & latere oppoſito, apparent, & viſæ antea ex hac parte, diſparent. Quod ſimiliter non contingeret, ſi plana eſſet Terraqua à Septentrione in Auſtrum. Ex hoc probatum manet, eam etiam ſecundùm illam poſitionem globoſam eſſe.

III.

Recedentibus à littore in altum, paulatim deſinunt apparere turres ac montes juxta littus poſiti, nempe priùs partes inferiores, deinde etiam ſuperiores, accedentibus verò ab alto ad littus, priùs apparent montium ac turrium cacumina, deinde paulatim mediæ partes, ac tandem infimæ. Hoc autẽ alia de cauſa non accidit, niſi quia maris tumor ac rotunditas paulatim inter oculos navigantium ac terram interponi incipit, & deſinit. Ex his probatum manet, verſus omnem partem Terraquam eſſe ſphæricam.

IV.

Stante navi in alto, conſiſtentes juxta pedem mali non vident turrim in littore poſitam, quam tamen vident ſtantes in ſummitate mali: item hi vident naves longè diſſitas in eodem mari, quas illi non vident: Ergo ſignum eſt, inter navem & turrim, inter navem & naves, interjectũ eſſe tumorem aquæ, alioquin meliùs viderent turrim & naves diſſitas qui ſtant ad pedem mali, quàm qui in ſummitate conſiſtunt, cùm illi ſint propiores, ut colligitur ex 19. *pri. Euclidis*.

V.

Probatur peculiariter rotunditas aquæ demonſtratione Ariſtotelis lib. 2. de Cœlo tex. 31 ſic Aqua, utpote gravis, fluit naturaliter, remotis impedimentis, ad loca decliviora, ac centro Terraquæ propinquiora, ut experientiâ conſtat; ergo ejus ſuperficies extima, dum naturaliter conſiſtit aqua, eſt ſphærica, non plana. Sit enim, ſi fieri poteſt, aquæ ſuperficies plana, & expanſa ſuper Terraquam, per lineam ADB, & ex centro Terraquæ deſcribatur circulus EDF, ducanturque CA, CB, & CD fiat ad AB perpendicularia Quoniam igitur *per* 19. *pri.* CD (& conſequenter CE, CF) minor eſt quàm CA, CB, erit punctum D (ut & puncta E ac F) in loco decliviori, hoc eſt, propinquius centro C Terraquæ, quàm puncta A & B: Ergo ſi aqua manet in dicto ſitu, & non confluit ad puncta D, E, F, non confluit ad loca decliviora; quod eſt contra experientiam. Si autem confluit ad dicta puncta, neceſſe eſt ut cumuli A & B deſidant, currantque verſus E, D, & F; quod cùm fiet, omnes aquæ partes æqualiter diſtabunt à centro C, ac proinde ſuperficies ejus extima erit ſphærica. Aliam demonſtrationem lege apud Archimedem lib. 1. de inſidentibus humido.

Ariſtotelis demonſtratio de aquæ rotunditate

Vide Iconiſmi G. Fig. 333

VI.

In omni eclipſi Lunæ, in quacunque cœli parte contingat [contingit autem ob ingreſſum ejus in umbram Terraquæ, ut nunc ſuppono] confinia partis eclipſatæ & non eclipſatæ referunt circulum aut circuli ſegmentum, ut experientiâ conſtat: ſignum ergo eſt terraquam, quæ umbrã efficit ſphæricè rotundam eſſe: nam licèt ſi plana & inſtar diſci circularis eſſet, poſſet in Lunam projicere umbrã circularem tunc, quando eclipſis contingeret exiſtente diſco illo parallelo planis Solem & Lunam & centrum ſecantibus; tamen in aliis oppoſitionibus luminarium id minimè contingeret, adeoque non in omni ecc ipſi Lunæ confinia partium circularem figuram referrent, quod eſt contra experientiam.

VII.

Quæ diximus de ſphæricitate Terraquæ, conſonant ſacræ Scripturæ, quæ Pſal. 23 & 92. eã vocat orbem Terræ; quod paſſim etiã omnes alii Scriptores faciũt, nomine à potiori parte deſumpto.

CAPUT II.

De loco Terraquæ in Univerſo.

PLerique Philoſophi & Aſtronomi dicunt, Terraquam eſſe revera in medio Univerſi, ita ut undiq; æqualiter diſtet à convexa cœli ſtellati ſuperficie. Pythagorici tamen, & Copernicani, ut ſuo loco fuſiùs, & breviter ſeq. cap. explicabimus, collocant Solem in medio Mundi, Terraquam autem cum cæteris Elementis extra centrum ad tantam diſtantiam, quanta nunc eſt Solis à Terræ centro. Fatentur hi nihilominùs, tantam eſſe ſtellati cœli vaſtitatem Terræ comparatam, ut hæc ad ſenſum cenſeatur eſſe in medio mundi. Nos cum communiori ſententia ſentimus. Pleraque

Terraqua eſt revera in medio Univerſi.

tamen

tamen argumenta, quibus ea probari ſolet, ſolùm convincunt Terraquam eſſe in medio Mundi quoad ſenſum. Summa eorum hæc eſt.

I.

In quacunque Terraquæ parte conſiſtimus, videmus, ſecluſis montium & vallium impedimentis, dimidium cœli: nam ex duodecim Zodiaci ſignis videmus ſemper ſex ſupra horizontem; & ex duabus ſtellis diametraliter oppoſitis (cujuſmodi ſunt ferè oculos Tauri, & cor Scorpii) una videtur in horizonte orientali, alterâ exiſtente in occidentali: ſimiliter in oppoſitione luminarium cernimus uno oriente alterum occidere. Signum ergo eſt, omnes horizontes habitatorum Terraquæ ſecare bifariam cœlum ſtellarum; quod tamen non fieret, ſi Terraqua non eſſet in ejus medio.

II.

Stellæ fixæ quæ ſunt in Æquatore, aut illi proximæ, ſerenis noctibus obſervantur ita motu diurno ferri ab ortu ſuo uſque ad occaſum ſupra horizontem, ut ſint duodecim horis ſupra horizontem, totidemque infra uſque ad novum ortum; quod non fieret, ſi Terraqua non eſſet in medio cœli ſtellarum fixarum.

III.

Si Terraqua non eſt in medio mundi, ubi axis mundi & planum Æquatoris ſeſe interſecant: ergo vel eſt in plano Æquatoris extra axem mundi, ſive verſus Orientem, ſive verſus Occidentem: vel in axe mundi, extra planum Æquatoris, ſive verſus Septentrionem, ſive verſus Auſtrum: vel denique eſt & extra axem Mundi, & extra planum Æquatoris. Si primum, ergo in ſphæra recta nunquam fit æquinoctium: ergo nullus in ſphæra recta videt medietatem cœli, ſed vel minus, vel plus: ergo eædem ſtellæ non morantur duodecim horis ſupra horizontem; ergo tempus antemeridianum non eſt æquale pomeridiano: ergo in ſphæris obliquis aut nullum fit æquinoctium, aut non in medio tempore inter ſolſtitia; ergo in iiſdem ſphæris obliquis dies maximi non ſunt æquales maximis noctibus. Si ſecundum, ergo nullus horizon præter rectum ſecat cœlum in duas partes æquales: ergo ſolùm in ſphæra recta fit æquinoctium: in obliqua verò aut non fit, aut non niſi prope ſolſtitium. Si tertium, eadem abſurda ſequuntur. Patent hæc omnia ex appoſita figura, in qua centrum mundi ſit A, æquator D E, axis mundi BC, Terraqua vel in F plani æquatoris ſupra aut infra axem mundi, vel in P aut Q axis, vel in R extra planum & axem: horizon rectus GH, obliquus IK, LM, NO.

Vide Iconiſmi G. Fig. 316

IV.

Ex una parte Luna tunc eclipſatur, quando ingreditur in umbram Terraquæ, ejuſque interpoſitione privatur lumine Solis: ex alia parte nunquam eclipſatur totaliter, niſi quando opponitur Soli diametraliter perfectè, ut ex calculo Aſtronomorũ patet. Ergo ſignũ eſt primò, Terraquã in omni eclipſi totali eſſe inter Solẽ & Lunã, quia corpus umbram efficiens debet eſſe mediũ inter luminoſum & umbratum: ſignum eſt ſecundò, eſſe in aliqua diametro mundi, in illa nimirũ, in qua eſt tunc Sol & Luna, quia Sol & Luna diametraliter oppoſiti, ſunt in aliqua diametro mundi: ſignum eſt tertiò, eſſe in eo puncto, in quo diametri mundi ſeſe interſecant, alioquin ſi eſſet extra tale punctum, & tamen umbrâ ſuâ obſcuraret Lunam, eclipſis totalis aliquando fieret Sole & Lunâ non diametraliter oppoſitis: ſignum denique eſt quartò, eſſe in centro mundi, quia in eo omnes diametri mundi ſeſe interſecant. Hoc argumento plerique Aſtronomi Ptolemaici utuntur, & magnam vim habere putant ad probandum intentum. At, ut bene notavit *Ricciolus* lib. 2. Almag. cap. 2. in Scholio, aut paralogizant, aut certè æquivocant à diametro cœli luminarium ad diametrum mundi: nam ex prædictis eclipſib. ſolùm conficitur, Terraquam intercedere inter Solem & Lunam, & tria hæc corpora eſſe in eadem recta linea, & Lunam tunc eſſe ſub oppoſita Eclipticæ parte illi ſub qua eſt Sol; quæ vera eſſe poſſunt, etiamſi Sol eſſet in mundi centro, & Terraqua extra illud. Delinea ſchema, & Solem in centro mundi colloca, Terram extra: & videbis vera eſſe quæ diximus contra allatum argumentum.

V.

Terraqua cur in medio ære hæreat

Terraqua non ſecus ac alia gravia deorſum naturaliter tendit, & infimum locum, hoc eſt à Cœlo remotiſſimum, atque adeo medium Univerſi affectat, & extra collocaretur, eò de facto ferretur, & ibi quieſceret, ſaltem à motu recto, alioquin aſcenderet. Hinc mirum non eſt, quòd Terraqua in medio aëris hæreat, nullis ſuffulta fundamentis, potiùs mirum eſſet, ſi inde dimoveretur, quia aſcenderet. Hoc argumentum plerique magnifaciunt, & putant rem convincere. At ſi dicamus, omnes planetas & ſtellas eſſe graves, & tamen in cœlo liquido conſiſtere ſine deſcenſu ad mundi medium, eò quòd ibi ſuum centrum à Deo præſtitutum habeant (quod veriſſimum mihi videtur, ut ſuo loco dicam) nullam vim argumentum habet.

VI.

Cœlum homini, & propter hominem Terraquæ famulantur

Omnia mundi corpora homini, utpote creaturæ poſt Angelos nobiliſſimæ famulantur, & propter hominem Terraquæ, quorum influxibus hæc continuò foveri debet, congruum ergo erat in medio mundi ut collocaretur, & omnia reliqua corpora circa ipſam moverentur, ut eorum influxus æqualiter participare poſſet

Hæc ſunt præcipua argumenta, quæ tametſi evidenter rem propoſitam non probant, adeo tamen probabilem reddunt, ut temerarius videri queat qui ſine evidenti ratione eam negat.

CAPUT III.

De immobilitate Terraquæ in medio mundi.

Motus tres Terraquæ affinguntur

TRes potiſſimùm motus affinguntur ab aliquibus Terraquæ; unus ab iis qui extra mundi centrum, duo ab aliis qui in mundi centro eam collocant.

Motus translationis annuæ Terraquæ affingitur.

Primus itaque eſt motus annuæ translationis, quo volunt, ſtante Sole in centro mundi, Terraquam moveri circa ipſum Solem in tanta ab ipſo diſtantia, quantam attribuunt alii communiter Soli à Ter-

à Terraqua tanquam à mundi medio. Et hunc motum volunt abſolvi ſpatio annuo, ideoq; annuum appellant & orbem ſeu ſpatium in cœlo liquido, per quod putant; ipſam moveri, vocant ſimiliter orbem annuum. Ita ſensêre *Philolaus Pythagoricus*, & *Ariſtarchus Samius*, ac poſtea *Nicolaus Cuſanus*, & *Nicolaus Copernicus*, quos ſequuntur *Rheticus*, *Moſtlinus*, *Scickardus*, *Keplerus*, *Rothmannus*, *Cœlius Calcagninus*, *Didacus Aſtunica*, *Foſcarinus*. *Galilæus*, *Stevinus*, *Philippus & Jacobus Landſpergius*, *Bullialdus*, *Lipſterpius*, *Herigonius* to.5. Curſus Mathem. lib. 2. (quamvis to. 4. cap. 4. ſphæræ Mundi contrarium aſſerat) & quotquot aliis prurit animus & calamus ad nova, præſertim Eccleſiæ catholicæ auctoritate proſcripta. Huic motui addit Copernicus cum ſuis tres alios motus: unum annuum vertiginis circa ſuum centrum & axem ab occaſu in ortum ſpatio 24 horarum; alterum annuum declinationis, quo axis æquatoris terreſtris movetur in præcedentia, & contra motum annuum centri factus in conſequentia ſignorum; tertium duplicis librationis ab ortu in occaſum, & à ſeptentrione in auſtrum.

Copernicus affingit Terra quatuor. motus.

Motus diurna revolutionis Terræ affingitur

Secundus eſt motus diurnæ revolutionis, quo volunt, Terraquam collocatam in medio mundi, ſpatio 24 horarum circa ſuum centrum & axem ab occaſu in ortum moveri; & hunc vocant vertiginis motum. Ita olim ſenſit *Nycetas*, ſive *Hycetas Syracuſanus*, *Ecphantus Pythagoricus*, *Heraclides Ponticus*; & noſtris temporibus *Gilbertus*, *Longomontanus*, *Müllerus*, *Origanus*, *Argolus*, & alii. Hi omnes, uti & Copernicus cum ſuis (nam ut vidimus, præter annuum translationis admittunt etiam hunc diurnum vertiginis) nè cogantur agnoſcere in ſideribus duos motus continuos & contrarios, unum communem & diurnum ab ortu in occaſum, alterum proprium ab occaſu in ortum, dicunt Terraquam cum tota penè elementari regione moveri circa proprium centrũ & axem ab occaſu in ortum, ideoque videri ſtellas moveri ab oriente in occidentem, cùm tamen ipſæ vel quieſcant penitus, vel non moveantur alio motu quàm verſus orientem. Explicant id exemplo vecti navigio celeriter ad unam mundi plagam, cui littora, & omnia in littoribus poſita, videntur obviam venire, ſe autem ſtare immotum.

Uterq; motus rejicitur.

Contra utramque hanc ſententiam ſi abſolutè adſtruatur, & non ut hypotheſis tantùm ad explicanda cœli phænomena, multi multa congerunt argumenta, quæ tamen inefficacia videntur, & facilè eluduntur ab adverſariis. Mihi inter cætera ideo non probatur, quia damnata fuit à Sac a Congregatione Cardinalium, deputata à Paulo V. Sum. Pont. ad Indicem librorum prohibitorum, Anno 1616 die 5. Martii: & iterum de mandato Urbani VIII. Sum. Pont. ab eadem Congregatione Anno 1633, die 22. Junii, ubi appellatur *Abſurda, & falſa in Philoſophia, &, quoad ad Solis immobilitatem, formaliter heretica, ut pote expreſsè contraria Sacra Scriptura; quoad motum verò Terræ, ad minùs erronea in fide. Præter prædictam auctoritatem, rationes quæ me potiſſimùm ad eam rejiciendam movent, hæ ſunt, I. quia in Sacris Litteris Terra dicitur ſtabilis, immobilis, firma.* Lib. I. Paralip. c. 16. *Ipſe enim fundavit orbem immobilem.* Pſal. 93. *Etenim firmavit orbem Terræ, qui non commovebitur.* Pſal. 103. *Qui fundaſti Terram ſuper ſtabilitatem ſuam, non inclinabitur in ſeculum ſeculi.* Eccleſiaſt. 1. *Terra autem in æternum ſtat.* II. Quia Solem oriri, & occumbere, & egredi ſuper terram, ſæpe Sacra Scriptura apertè affirmat. Eccleſiaſtis 1. *Oritur ſol, & occidit & ad locum ſuum revertitur, ibiq; renaſcens gyrat per meridiem, & flectitur ad aquilonẽ: luſtrans univerſa in circuitu pergit ſpiritus, & in circulos ſuos revertitur.* Geneſis 15. *Cumq; Sol occumberet.* & cap. 19. *Sol egreſſus eſt ſuper terram:* & cap. 32. *Ortuſq; eſt ei ſtatim Sol.* Matth. 5. *Qui Solem ſuum oriri facit.* Joſue 10. *Steteruntque & Sol Luna.* III. Quia ſine ulla neceſſitate invecta eſt hæc ſententia, contra communem evidentiam ſenſuum, quibus phyſicè evidens eſt ſidera moveri ab oriente in occidentem, & terram non ſic moveri, eſto mathematicè id non ſit evidens; neque aliunde conſtat ſenſum eſſe corrigendum, ut in aliquibus aliis caſib. conſtat. IV. Quia nulla eſt neceſſitas diſcedendi à ſenſu litterali Sacræ Scripturæ, cùm adverſarii ipſi fateantur, poſito motu ſiderum diurno ſalva eſſe in rigore omnia Aſtronomiæ phænomena; & contrarietas illa duorum motuum ſolvi poſſet per motum ſpiralem, aut per ſolum motum diurnum, ut ſuo loco videbimus. Sed de hac ſententia plura alibi.

Motus trepidationis affingitur Terra ab aliquibus

Tertius motus, quem graves Auctores tribuunt Terraquæ in mundi medio collocatæ, eſt motus trepidationis ac veluti titubationis circa mundi centrum, licet valde exiguus, & quaſi inſenſibilis. Ita *Marſilius*, *Major*, *Joannes de Saxonia*, *Vaſquez*. *Guidonus*, *Scheinerus*, *Cottunius*, *Kircherus*. quos citavi par. 3. Magiæ lib. 1. cap. 2. Ratio ipſorum eſt, quia Terra ita circa mundi centrum conſtituta eſt, ut centrum gravitatis ipſius exactè congruat centro Univerſi, exigente id naturali ipſius Terraquæ gravitate, ideoque in æquilibrio ſita eſt, & partes ejus circa mundi centrum æquiponderant: ſed quæ in æquilibrio ſunt poſita, quovis minimo pondere ex una parte addito, vel ablato, dimoventur à ſitu æquilibrii, ut experientia oſtendit in libris, ſtateris, navibus, aquæ inſidentibus, rotis ex axe liberè ſuſpenſis, & ſimilibus. Ergo cùm perpetuò res variæ, & ſubinde maximæ, modò addantur, modò demantur Terraquæ, neceſſarium eſt ipſam continuâ quadam trepidatione vacillare, ac veluti fluctuare circa centrum mundi, licèt inſenſibiliter.

Rejicitur tamen.

Contrariam ſententiam defendi loc. cit. cum *Ricciolo*, *Mendoza*, *Raynaudo*, qui citant *S. Greg.* & *S. Thom.* Moveor, tum quia conformior eſt hæc ſententia ſtabilitati Terræ quam Sacra Scriptura ipſi attribuit; tum quia longè magis excedit moles Terræ quodvis pondus ei addi ac demi ſolitum, quàm magnum aliquod pondus potentiam motivam unius hominis: at unus homo non poteſt movere magnum pondus; ergo nec quodvis pondus Terram. Vide quæ diximus lo. cit. Ad prioris ſententiæ argumentum reſpondeo, mutari quidem centrum gravitatis Terraquæ addito, aut ablato quovis etiam minimo pondere ex una ejus parte, non tamen ſequi motum, tum propter improportionem ponderis cujuſcunq; cum mole Terræ, tum quia Terræ gravitas ita illam affigit loco ſemel à DEO ipſi attributo, ut dimoveri non poſſit inde niſi

pon-

pondere aut impetu tori Terraquæ proportionato. Demonſtrationem vide ibidem, ubi & objectionum ſolutiones, cum nonnullis Corollariis huc ſpectantibus. Quòd ſi negetur, Terraquæ deberi medium Univerſi, corruit totum fundamentum adverſariorum. Vide Prodromum noſtrum in Mundum Mirabilem, ſive Iter Exſtaticum.

CAPUT IV.

De magnitudine Terraquæ reſpectu cæli.

Terraqua magnitudo reſpectu cæli.

TErraqua licet in ſe ſit valde magna, ut cap. ſequenti videbimus; tamen reſpectu cæli ſtelliferi, maximè ſupremi, nullam habet ſenſibilem quantitatem, ſed eſt inſtar puncti, ut fatentur omnes Aſtronomi, & probatur iiſdem ferè argumentis, quibus cap. 2. probatus fuit ejus ſitus in medio Univerſi.

Hemiſphærium cæli ubique videtur.

Nam I. ubique terrarum planarum, & marium, videtur integrum hemiſphærium cœli, & medietas Zodiaci ſtellati, & quorumvis duorum ſiderum diametraliter oppoſitorum, ſeu diſtantium à ſe invicem gradibus 180, uno exiſtente in horizonte ortivo, alterum exiſtit in occiduo, ſive illa ſint ſidera fixa, ſive errantia; & ſidera in Ecliptica, aut propè ſita, duodecim horis æquinoctialibus ſupra horizontem verſantur. Quæ omnia falſa eſſent, ſi Terraqua reſpectu cœli notabilem haberet molem.

II.

Stans in Terra ſuperficie videt hemiſphærium cœli. Vide Iconiſm. G. Fig. 337.

Si per centrum Terraquæ ac Mundi H in appoſita figura tranſiret ſuperficies plana circularis BHD, pertingens undique ad cœlum uſque, divideret Terram ac mundum in duo hemiſphæria æqualia, & oculus exiſtens in centro H videret præcisè medietatem cœli niſi à Terræ opacitate impediretur: atqui idem oculus exiſtens in ſuperficie plana Terraquæ ubi F, cernit eandem medietatem cœli quoad judicium ſenſus, ut docet experientia, & fatentur omnes Aſtronomi; Ergo Terraquæ medietas interjecta inter cœlum H & ſuperficiem F, inſenſibilis eſt reſpectu cœli, quandoquidem duo radii viſuales HB. FI, nullam ſenſibilem quantitatem in cœlo intercipiunt, ſed videntur in eodem puncto concurrere. Unde portio IB quam ſemidiameter Terraquæ eripit oculo in ejus ſuperficie conſtituto, tam exigua eſt, in omnium ſententia, ut pro nihilo reputetur, nempe 10, aut 11, aut ad ſummum 14 min. ſec. quorum firmamenti ambitus continet 1296000.

III.

Mathematicorū inſtrumenta, & horologia, ſupponuntur eſſe in centro Mundi.

Inſtrumenta quæ ab Aſtronomis adhibentur in ſuperficie Terræ pro cœleſtibus phænomenis indagandis, & horologia ſolaria quæ in eadē ſuperficie conſtruuntur, perinde nobis motus & loca ſiderū oſtendunt exactè, ac ſi centra eorum, & ſtylorum apices, eſſent in centro Terræ, & id ſupponendo nō reperitur ullus ſenſibilis error; nec parallaxis eſt notabilis reſpectu ullius ferè ſideris, Lunâ exceptâ, ut ſuo loco videbimus. Signū ergo iterum eſt, totam Terraquam reſpectu Cœli eſſe inſtar puncti, cùm nihil referat, ſive obſervationes prædictæ fiant in ſuperficie ipſius, ſive in centro.

IV.

Stellæ à centro Terræ viſæ, non apparent minores, quàm viſæ à ſuperficie.

Si ſtellas fixas ſuper verticem noſtrum exiſtentes ſpectaremus ex centro Terraquæ, non apparerent minores, quàm nunc apparent ſpectantib. è ſuperficie ipſius; ergo ſemidiameter Terraquæ collata cum ſemidiametro firmamenti nullam habet ſenſibilem quantitatem. Conſequentia clara eſt, quia alioquin à centro apparerent minores, utpote ſenſibiliter magis diſtantes. Antecedens demonſtratur ſic: In præcedenti figura, ABCD ſit Firmamentum, EFG Terraqua, H ejus centrum, BHD horizon aſtronomicus, HF ſemidiameter Terraquæ: ſi ſtella modò in vertice A, modò in horizonte D, radii viſuales FA, FD. Quoniam igitur angulus FHD rectus eſt ex ſuppoſitione (inſiſtit enim verticalis AH horizonti BD orthogonaliter) reliqui autem ad D & F minores rectis, *per* 32. *pri.* erit FD, *per* 19. *pri.* majus quàm DH, hoc eſt, quàm HA ipſi HD æquale, *per* 15. *Defin. pri.* Ergo idem latus FD multò majus eſt quàm FA: ſed ſtella viſa ex F in D, non apparet minor quàm viſa ex F in A, ut experientiâ patet, & Aſtronomorum obſervatione (imò in D major apparet quàm in A, propter refractiones:) ergo neque viſa ex H in A apparebit minor.

CAPUT V.

De magnitudine abſoluta Terraqua.

QVadruplicem dimenſionem conſiderare poſſumus in Terraqua, nempe diametri, peripheriæ, circuli maximi, ſuperficiei convexæ, & ſoliditatis. Harum omnium magnitudines aſſignabimus in milliaribus Italicis ex mente probatorum Auctorum; methodum verò eaſdem indagandi induſtriâ propriâ, dabimus in Geographia. Recolenda ſunt quæ diximus eodem libro præced inino de variis menſuris: item quæ diximus eodem lib. par 2. de inventione diametri circuli ex data circumferentia, & part. 3. de ſoliditate ſphæræ indaganda.

Terraquæ circulus maximus quot milliarium.

Incredibilis porrò eſt apud Auctores diverſitas circa quantitatem Terraquæ, ut accuratiſſimè notat, relatis variis ſententiis, *P. Ricciolus* lib. 2. Almag cap. 7. in Scholio. Quæ quidem diverſitas oritur non ſolùm ex methodo diverſa adhibita & non ab omnibus æquali circumſpectione, ſed etiam ex diverſitate menſurarum quibus intervalla viarum dimenſi ſunt; quæ ſi ad unam notiorem menſuram revocarentur, non eſſet fortaſſis tanta, quanta primo aſpectu apparet. Germani Geographi & Aſtronomi plerique tribuunt uni gradui circuli maximi Terraquæ milliaria Germanica communia 15; Italica verò antiqua ſeu Romana (quorum unum 1000 paſſibus ſeu 5000 geometricis pedibus conſtat) 60, ita ut ſingulis minutis circuli maximi ſingula milliaria Italica reſpondeant. Ita *Longomontanus*, *Maſthlinus*, *Petrus Appianus*, *Gemma Friſius*, *Stoeflerinus*, *Mercator*, *Metius*, *Blaeu*, *Keplerus*, *Hemiſchius*,

Clu-

Cluverius, & alii multi; quibus ex aliis nationibus adſtipulantur *Maginus*, *Blancanus*, *Herigonius*, & alii. His ego interim adhæreo, donec certius aliquid occurrat.

Circumferentia igitur circuli maximi Terraquæ, juxta communem & noſtram ſententiam eſt milliarium Germanicorum communium 5400, Italicorum verò item communium 21600.

Diameter Diametrum mediam inter juſtò majorem ac minorem ex data circumferentia habebis, ſi eam ducas in 100. & ſummam productam dividas per 314, ut diximus *libro præced. parte.* 2. Ita diameter Terraquæ eſt milliariorum Germanicorum 1719 $\frac{234}{314}$, hoc eſt, 1720 proximè (ad fractiones enim vitandas ſumunt plerique in hoc negotio numerum rotundum prædictum) Italicorum verò 6880.

Semidiameter. Semidiameter igitur Terraquæ eſt milliar. German. communium 860. Italicorum verò 3440.

Superficies convexa. Superficiem convexam totius Terrraquei globi in milliaribus quadratis habebis, ſi circumferentiam ducas in ejus diametrum; ſumma enim producta dabit quæſitam ſuperficiem milliar. German, quadratorum 9288000, Italicorum 148608000.

Soliditas. Soliditatem denique totius Terraquei globi in milliaribus cubicis habebis, ſi tertiam partem ſuperficiei convexæ ducas in ſemidiametrum: invenies enim milliar. German. 2501560000, Italica verò 170403840000.

Corollaria.

I.

Terra quanto tempore circüiri queat. *SI quis pedeſtri itinere conficeret diebus ſingulis milliaria Germ. 5. aut Italica 30, circuiret maximum Terraquæ circulum, tramite recto procedendo, diebus 1080, ſeu annis 2, & diebus 350. ad ſuum verò antipodem veniret intra dies 540, ſeu intra annum 1, & dies 175.*

II. Si aquila horis ſingulis volando conficeret milliaria Germ. 5. Italica 20; circumvolaret Terræ ambitum intra horas 1080 ſeu dies naturales 45. Si verò limax ſingulis horis conficeret unum ſolum paſſum, & totum conficeret circuli maximi ambitum, qui paſſus continet 2160000, requireret dies 900000, ſeu annos 2465, dies 275.

Scala pertingens ad Terræ Centrum. *III. Si quis ſcalam conficere vellet, cujus gradus diſtarent à ſe invicem dimidio paſſu, & pertingeret ad centrum Terræ, ſeu Inferni medium; ſcala adæquans longitudine ſuâ ſemidiametrum Terræ, contineret gradus 6880000.*

Cadens à Terræ ſuperficie ad infernū, quanto tempore eò perveniret. *IV. Si ad centrum uſq; Terræ excavatus eſſet puteus, & homo intra eum cadens conficeret minutis ſingulis milliaria Germ. 5, Italica 20, motu ſemper æque accelerato, qui tamen alioquin acceleratur per aërem eo incremento, quod eſt inter numeros impares ab unitate numeratos, ut docuimus in* Mechanica Hydraul. par. 1. Protheor. 4. c. 3. propoſit. 9.) *perveniret ad infernum ſpatio minutorum 172, ſeu horarum 2. & minutorum 52. Breviori ſpatio temporis eo deportatur à Diabolis, qui peccato mortali commiſſo moritur impœnitens.*

Terræ ſuperficies quot homines caperet. *V. Si tota ſuperficies convexa Terraquæ habitabilis eſſet, & complanati montes ac valles, & ſingulis hominibus concederentur ſinguli paſſus quadrati, ut ſtare ac jacere poſſent; unum milliare quadratum caperet homines 1000000, tot verò Terraquæ ſuperficies caperet homines 148608000000000. Si verò ſuperficies terræ diſcooperta æqualis eſſet ſuperficiei maris & aliarum aquarum; caperet terra homines 74364000000000. Alia multa Corollaria quilibet deducere poterit. De arenarum numero adæquante totam globi Terraquei, imo totius Univerſi ſoliditatem, egimus fusè* par. 3. Magiæ lib. 8. in Magia Arithmetica.

MONITIO
Ad Lectorem.

ALia multa quæ ad Elementarem ſphæram ſpectant, dabimus in ſequentibus, aut alibi, cujuſmodi ſunt montium altitudo, maris ſuperficies & rotunditas, altitudo & figura aeris ac ætheris ſeu putati Ignis, aliaque ſimilia. Quæ explicavimus hactenus, ſufficiunt inſtituto noſtro, qui ſolum Aſtronomiæ Elementa tradimus. Ad cœleſtem igitur ſphæram pergimus.

PARS III.
De Sphæra Cœleſti.

CÆleſtem Sphæram voco hic totam illud Mundi ſpatium ſupra Elementarem ſphæram, in quo ſtellæ conſpiciuntur, ac moventur, uſque ad aquas ſupercœleſtes (quæ nihil ad Aſtronomum & κατ' ἐξοχὴν Cœlum nuncupatur à Philoſophis & Coſmographis. De hoc inquirimus præcipuè, num unicum ſit, an multiplex, durum, an liquidum; mobile, an immobile, alia verò quæ de materia & forma, de corruptibilitate, & incorruptibilitate, & ſimilibus diſputant nonnulli, extra terminos noſtros ſunt. Illa autem ut indagemus, de aſtris inchoandum eſt, eorumque numero & motu, primò quidem ob oriente in occidentem diſtinctè ac prolixius, ſecundo verò ab occaſu in ortum obiter; horum enim cognitione in Cœli cognitionem, & non aliter, devenimus. Cœlum igitur contemplabimur, cujus luſtrandi gratia Plato aſſerebat hominem in univerſi medi tullio fuiſſe à DEO collocatum; nec alia de cauſa, cùm cætera animantium terram ſpectent, ſolum hominem erectum exiſtimabat Tullius, quàm ut ad cœli quaſi futuri domicilii conſpectum excitetur. Aſtra ſpeculabimur, aureum Solis jubar, argenteas Lunæ faces, planetas reliquos ſine errore errabundos, ſtellas omnes ſine quiete fixas, utiq; poſt innumeros Monarchas, qui ſiderali ſcientia maluerunt quàm opibus, potentia, aut conchiliato murice Principes eſſe & haberi; quos inter excelluit Mauritaniæ Rex Atlas Cœleſtis ſphæra.

Cœlifer, ætherios numero qui ſuſtinet orbem: Aſtronomi Reges ac Principes.

& par diſcipulus, qui Atlante feſſo, ſuſtulit cœlū, Hercules: *& ſuppares filius Heſperus, ac Mercurius nepos. Succeſſere his inter Græcos,*

Lacedæmoniorum Reges, qui ſi Aſtronomi non eſſent, Regum nomine & inſignibus ſpoliabantur; inter Romanos primus Monarcha Cæſar, qui media inter prælia ſemper Stellarum cœlique plagis, ſuperiſque vacabat; *inter Ægyptios Ptolemæus Rex, qui Aſtronomorum Phœnix jam dudum audit; inter Hiſpanos Alphonſus Caſtellæ Rex, qui Aſtronomiæ reſtaurandæ ſtudio non dubitavit aureorum* 400000 *profundere; inter Occidentis Imperatores ter Auguſtus Carolus cognomento Magnus, potentiâ & armis major, ingenio & omni doctrina, ſed præſertim Aſtronomia longè maximus. Hos innumeri Reges, Principes, Nobiles, dignitatibus excellentes nullo non tempore ſunt ſecuti, ut alibi monſtrabimus. Nunc ad inſtitutum.*

CAPUT I.

De ſtellis Sphæræ Cœleſtis in communi earumque numero & differentiis.

Stellæ cœli fixæ & erraticæ.

STellarum Cœli ſiderei duæ ſunt claſſes, Fixæ ſive inerrantes, & Planetæ ſive Errantes. Fixæ ſunt illæ, quæ licet quotidie moveantur ab Oriente in Occidentem circa Sphæram Elementarem, ſervant tamen eundem ſemper ſitum, eandemque diſtantiam inter ſe, & ab Ecliptica, perinde ac ſi tanquam clavi aurei, aut pyropi lucivomi, cœlo infixæ eſſent, & cum cœlo circumvoluto moverentur: Unde pars illa cœli, in qua ſunt hujuſmodi ſtellæ, nempe ſuprema ſiderei cœli, quam Sphæram octavam, & Firmamentum Aſtronomi appellant, dicitur Græcis ἀπλανής, hoc eſt, inerrans, ſeu ab errore immunis, eò quòd ſtellas inerrantes contineat.

Aplanes quid.

Planetæ quot.

Planetæ ſunt ſtellæ, quæ infra fixas quotidiano quidem & cum fixis communi motu moventur circa terram, mutant tamen alio contrario in ſpeciem motu continuo ſitum, ordinem, ac diſtantiam inter ſe, & è fixis, atque ab Ecliptica huc illucque in cœlo vagantur & errant, non quidem incerto & vago, ſed multum tamen variabili motu: unde à Græcis appellantur πλανῆται. à Latinis Errantes, ſeu Errones & Erraticæ ſtellæ. Hujuſmodi ſtellæ ab Antiquis notatæ fuerunt ſeptem tantùm, quorum nomina, & notæ characteriſticæ ſunt hæc:

Saturnus.	Jupiter.	Mars.	Sol.	Venus.	Mercurius.	Luna.
♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽

Comprehenduntur, memoriæ causâ, his verſibus, à Luna incipiendo:

Cynthia, Mercurius, Venus, & Sol, Mars, Jovis aſtrum:

Poſtremò tardus graditur Saturnus in orbem.

Aliqui ex antiquis, ut poſtea videbimus, putarunt ſeptem hos Planetas eo ordine in cœlo à Luna ſurſum eſſe diſpoſitos quoad altitudinem ſeu remotionem à Terra, quo in dictis verſibus enumerantur: unde retrogradum ordinem à Saturno deurſum hoc lepido carmine exprimunt:

Poſt SIMSV M ſequitur; poſt cunctos ultima Luna eſt.

Quo in carmine, in vocabulo SIMS ſignificat Saturnum, I Jovem, M Martem; in vocabulo SVM, S Solem, V Venerem, M Mercurium. His ſeptem Aſtronomi Neoterici addunt quatuor comites Jovis, & duos Saturni, quos teloſcopio deprehenderunt, ut ſuo loco dicemus. Tres priores à ſeptem enumeratis dicuntur ſuperiores; Sol, medius; reliqui, inferiores. Sol & Luna vocantur in Sacris Litteris *luminaria magna*, Gen. 1. non quòd Luna reliquas ſtellas mole corporis ſuperet, cùm, Mercurio excepto, omnium minima ſit; ſed quia ob vicinitatem reliquis major & clarior apparet. Idem duo ab Aſtronomis vocantur majores, reliqui quinque minores. Hi duo planetæ manifeſtè diſcernuntur tùm à reliquis planetis, tum à fixis; reliqui à fixis pleriſque apparente quantitate corporis, qualitate luminis, & ſitu: nam ſunt ad viſum ferè grandiores ſtellis fixis: clariùs & conſtantiùs lucent, & minùs ſcintillant; & ſunt omnibus inferiores.

Planetæ novi.

Planetæ à fixis quomodo diſcernantur.

Inter ſe, verò planetæ etiam diſtinguuntur iiſdem notis. Nam Venus poſt Solem & Lunam apparet omnium maxima, cui proximus eſt Jupiter, Jove aliquantò minor Mars, Marti æqualis Saturnus, minimus omnium Mercurius. Venus eſt ſplendidiſſima, aureo colore in candorem diffuſo; Jupiter eſt Veneri ſimilis, ſed minùs ſplendens, colore inter aureum & argenteum medio; Mars rutilâ flamma ſcintillat; Saturnus plumbeo colore minùs ſplendet; Mercurius lucidus eſt, ſed parum candidus. Venus à Sole non recedit ultra gradus 48, Mercurius non ultra 28. Venus præcedens manè Solem vocatur Phoſphorus, ſeu Lucifer; veſperi verò eundem ſequens dicitur Heſperus. Mercurius aut ſub Solis nimio ſplendore latet ferè ſemper abſconditus; aut ſi paulùlum inde diſcedit, tyronibus ob exilitatem vix obſervabilis eſt.

Quomodo inter ſe.

Numerus ſtellarum fixarum videtur eſſe innumerabilis primò aſpectu, ſive nudos oculos, ſive tubo optico munitos intendas in cœlum ſerenū noctu. Quæ commodè nudis oculis videri poſſunt, ante novum Orbē detectum numeratæ fuerunt ſolùm 1022, & diſtributæ & ab Aſtronomis in aliquot figuras, quas conſtellationes, & aſteriſmos appellant, & ſigna cœleſtia. Eaſdem diſtribuerunt in ſex magnitudinum claſſes, quarum maximas appellant primæ magnitudinis, proximè minores ſecundæ magnitudinis, dein tertiæ, &c. Item alias appellant claras, alias obſcuras, alias nebuloſas. Explicemus nunc ſingula diſtinctiùs

Stellarū numerus.

CAPUT II.

De numero, ordine, & nomenclatura conſtellationum, in quas ſtellæ fixæ ſunt diſtributæ: & de ſtellis inſignioribus.

DIverſi diverſum ponunt numerum conſtellationum, vel quia aliquas omittunt, vel quia duas in unam reducunt, vel quia unam in duas

Conſtellationum numerus. duas pluresvè dividunt, vel quia novas adinvenerunt. Beda enumerat 43; Germanicus Cæſar Arati Interpres, 44; Vitruvius, 45, Marſilius, Hyginus, Apianus, Tycho, Landsbergius, 46; Martianus Capella, 47; Ptolemæus, Alphonſus, Copernicus, Picolomineus, Junctinus, Clavius & alii, 48, Griembergerus 50; Proclus, 52, Bayerus, 60; Keplerus, & Recentiores omnes, 62.

Conſtellationum diſtributio. Harum conſtellationum aliæ ſunt in Zodiaco, aliæ extra; & hæ vel recedunt in Septentrionem, vel in Meridiem. Quæ extra Zodiacum in Septentrionem recedunt, apellantur Boreales, quæ in Meridiem, Auſtrales. *In Zodiaco ſunt* 12, nempe Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpius, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Piſces. Primæ ſex in Boream ab Æquatore declinant, reliquæ ſex in Auſtrum. *Boreales ſunt* 32, nempe Urſa Minor, Urſa Major, Draco, Cepheus, Bootes, Corona Borea, Hercules, Lyra, Cygnus, Caſſiopeja, Perſeus, Auriga, Serpentarius, Serpens, Sagitta, Aquila, Antinous, Delphinus, Equiculus, Pegaſus, Andromeda, Triangulum Boreale, Coma Berenices. *Auſtrales ſunt* 27 ſecundùm pleroſque (ſecundum alios verò 29) quorum 15 priores ſunt antiquæ, reliquæ 12 novæ, à Recentioribus additæ. Nomina priorum ſunt, Cete, Orion, Eridanus, Lepus, Canis Major, Canis Minor, Argonavis, Centaurus, Lupus, Hydra, Crater, Corvus, Thuribulum, Corona Auſtralis, Piſcis Notius. Nomina poſteriorum ſunt, Crus, Phœnix, Indus, Pavo, Avis Indica, Muſca Indica, Triangulum Auſtrale, Chamæleun, Piſcis volans, Dorado, Toucan avis, Hydrus.

Conſtellationum nomina unde derivata. Nomina prædicta conſtellationum inventa ſunt, vel ob ſimilitudinem rerum quas exprimunt, ut ſunt Triangulum, Corona, &c, vel ob Antiquorum Aſtronomorum ac Poëtarum ſtudium, tranſmittendi æternitati quæ maximè æſtimabantur; vel ob hominum ambitionem, qui nomina ſua aut aliorum ſtellis imponi ab adulatoribus cupiebant. Sic Canon aulæ Alexandrinæ nonſſimus adulator Berenices coronam in aſtra retulit; ſic Hadrianus Antinoum ganymedem ſuum; ſic Poëtæ Herculem, Argunavim, & ſimilia. Julius Schillerus JC. Auguſtanus anno 1627 edidit Cœlum Chriſtianum, ubi ſingulas conſtellationes piis nominibus appellat. *Cœlum Chriſtianum Schilleri.* Sic Urſam Minorem in S. Michaëlem, Cumam Berenicis in flagellum Chriſti, Arietem in S. Petrum, Perſeum in S. Paulum commutavit, laudabili animo: quòd tamen paucis probatur, & malunt plerique omnes retinere nomina antiqua, quorum etiam Sacræ Litteræ meminêre in Libro Job, ſaltem in editione Græca & Latina; nam in Hebræa ea aliter appellantur. Numerus ſtellarum cujuſcunque aſteriſmi non eſt idem apud omnes, ut ex *ſeq. cap.* patebit. Antequam pergamus ulteriùs, aliquot inſigniores ſtellas in prædictis conſtellationibus elucentes breviter indicemus.

Inſigniores ſtellæ in Zodiaco.

Stellæ inſigniores in Zodiaco. INter Arietis ſtellas tres ſunt tertiæ magnitudinis, duæ in cornu occidentali, & una in orientali ſupra verticem Arietis: hæc tamen major eſt illis, ideoque potiùs ſecundæ magnitudinis eſſe videtur. *Oculus Tauri.*

In Tauro una eſt primæ magnitudinis in oculo auſtrali Tauri, quæ Arabibus Aldebaran, id eſt, ſtella dominatrix dicitur, & paſſim oculus Tauri, Romanis olim Palilicium, quia oriebatur Romæ XI. Kal. Maij, quo die Palilia, id eſt, feſtum Palis, feriæ Paſtorum, & natalis Urbis celebrabantur. Poſt hanc inſignis eſt ſtella in cornu Boreali ſecundæ magnitudinis. In capite Tauri ſunt *Hyades*, quæ ſunt ſeptem ſtellæ, duæ in eductione cornuum (ex quibus una eſt Palilicium) & quinque in facie. Dictæ ſunt Hyades, & Succulæ, quia ortu ſuo Coſmico (de quo poſtea) pluvias & ſuccos inducunt. *Hyades & Plejades.* Harum mentio fit in libro Job. cap. 9. In dorſo Tauri ſunt Plejades, quæ ſunt ſeptem ſtellæ, Virgiliæ dictæ à Vere extremo, quo quondam oriebantur. Vulgò dicuntur *Gallina*.

In Geminis, quorum primus & occidentalior eſt Caſtor, alter Pollux, ſunt tres ſecundæ magnitudinis, duæ in capitibus, & una in ſummo pede ſiniſtro Pollucis.

In Cancro duæ ſunt tertiæ magnitudinis, una in brachio auſtrino, altera in ultimo pede auſtrino. Præterea in quadrilatero duæ ſequentes ſunt quartæ magnitudinis, quas Aſinos ſeu Aſellos vocant. Denique celebris eſt ſtella quartæ item magnitudinis in pectore Cancri, dicta nebuloſa, & Præſepium.

In Leone ſunt duæ inſignes & primæ magnitudinis, prima in pectore, Cor Leonis, ſive Baſiliſcus, id eſt Regulus; altera in caudæ extremitate. *Cor Leonis.*

In Virgine, Aſtræa dicta, duæ ſunt celeberrimæ; una primæ magnitudinis in ſiniſtra manu dicta Ariſta, ſeu Spica; altera in ala dextra, dicta Vindemiatrix. *Spica Virginis.*

In Libra ſunt duæ inſignes ſecundi honoris, dictæ Lances, ſeu chelæ Scorpii; prima eſt lanx auſtralis, altera lanx borealis; hæc revera eſt in jugo, ſed lanci boreali propior.

In ſcorpio tres ſunt celebriores, quarum rutilantiſſima & primi honoris eſt in pectore Scorpii, & dicitur Cor Scorpii: altera eſt in fronte Scorpii, trium borealiſſima; tertia in aculeo caudæ. *Cor Scorpii.*

In Sagittario duæ ſunt ſecundæ magnitudinis, una in ſiniſtra ſuffragine pedis dextri anterioris, altera in cruce pedis ejuſdem.

In Aquario eſt una primæ magnitudinis, in effuſione aquæ.

Inſigniores ſtellæ extra Zodiacum in borealibus Aſtris.

IN Urſa minore, quæ & plauſtrum minus, & Cynoſura dicitur, ſunt duæ ſecundæ magnitudinis; una ſuperior præcedentium in quadrilatero, ſeu in armo dextro, altera in extremitate caudæ, quæ & ſtella polaris dicitur, quia polo viciniſſima, nunc diſtans Grad. 2. Min. 36; olim tamen prior erat vicinior, & nomine illo appellabatur. *Stellæ inſigniores boreales extra Zodiacum. Stella polaris.*

In Urſa Majore, quæ & majus plauſtrum, ac Helice, ſunt ſeptentriones, quatuor in quadrilatero

rero tres in cauda ſeu temone: priorum tres ſunt ſecundæ magnitudinis; quarta ad caudæ radicem, tertiæ.

In Dracone antepenultima caudæ eſt ſecundæ magnitudinis; lucida verò capitis, tertiæ.

Arcturus. In Boote, qui & Arctophylax, eſt una primæ magnitudinis, dicta Arcturus, pendens à cingulo inter genua.

In Corona eſt una ſecundæ magnitudinis, dicta lucida Coronæ.

Fidicula. In Lyra, ſeu vulture cadente, eſt una primæ magnitudinis & fulgentiſſima, dicta Fidicula, ſeu lucida Lyræ.

Stella nova in pectore cygni. In cygni cauda eſt una ſecundæ magnitudinis. In ejuſdem cygni pectore apparuit Anno 1600. nova ſtella tertiæ magnitudinis, duravitque uſq; ad annum 1621.

Stella nova in Caſsiopea. In Caſſiopea ſunt quinque tertiæ magnitudinis, quarum quæ in pectore, vocatur Arabicè *Schedir*, vel *Soder*, id eſt, pectus. Anno 1572. ad 5. Idus Novemb. apparuit in Caſſiopea novum ſidus æquale Veneri quoad quantitatem viſibilem; per Decembrem autem Jovis ſidus æmulabatur; Januario autem Anni 1573. ſtellis primæ magnitudinis paulò majus; ſed Februario & Martio æquale; & ſtellis ſecundæ magnitudinis Aprili & Majo; Junio & Julio ſtellis tertiæ magnitudinis; in fine anni vix excedebat quintam magnitudinem; tandem Anno 1574. in Martio evanuit.

Capella. In Auriga, ſeu Erichtonio eſt una primæ magnitudinis, quæ *Capella* dicitur.

Stella nova in Serpentario. In Serpentario, ſeu Ophiucho, eſt una ſecundæ magnitudinis. In illo, Anno 1604 die 9. Octob. apparuit novum ſidus mirè rutilans, magnitudine apparente adæquans Venerem; & evanuit Anno 1606. initio Februarij.

In Andromeda ſunt tres ſecundæ magnitudinis, prima in capite, ſecunda in cingulo, tertia in pede.

Inſigniores ſtellæ extra Zodiacum in Auſtralibus aſtris.

Stellæ inſigniores auſtrales extra Zodiacum. IN Orione duæ ſunt primæ magnitudinis una in humero ſequenti, altera in extremo pede dextro. Tres autem cinguli, ſeu Baculi S. Jacobi, ſunt ſecundæ magnitudinis.

In Eridano eſt una primæ magnitudinis in extremitate fluminis.

Sirius. In Cane majori una eſt quæ quoad apparentiam maxima eſt fixarum, & par Jovi perigæo, illa nimirum, quæ in gena vel lingua Canis eſt, & vocatur Sirius.

Procyon. In Cane minore eſt una primæ aut ſecundæ magnitudinis, Procyon dicta

In Argonavi eſt una primæ magnitudinis, vocaturque Canopus; & aliæ ſex ſecundæ magnitudinis.

In Hydra eſt una primæ magnitudinis, lucens in corde Hydræ.

CAPUT III.

De numero ſtellarum fixarum in ſingulis conſtellationibus.

Numerus ſtellarum cur diverſus apud diverſos. NUmerus ſtellarum libero oculo & ſine teleſcopio viſarum diverſus eſt apud Auctores: primò, ob diverſa climata in quibus obſervata ſunt, nam in uno conſpiciuntur aliquæ, quæ in alio non conſpiciuntur, ſecundò, ob diverſas anni tempeſtates in quibus ſunt numeratæ; nam hyeme ſerenis noctibus plures apparent, quàm æſtate: tertiò ob majus minusvè oculorum acumen; nam alios latent quæ ab aliis videntur; quartò, ob errorem calculi, aut typographica menda. In ſequenti ſynopſi exhibeo numerum juxta quatuor opiniones, Ptolemæi, Grienbergeri, Bayeri, & Kepleri, Ptolemæum ſequuntur Albategnius, Alfraganus, Alphonſus, Copernicus, Apianus, Piccolomineus, Junctinus, Clavius: Grienbergerus catalogum ſuum concinnavit ex Tychone, & Piffero: Bayerus ex Ptolemaicis, Tychonicis. Arabicis, Turcicis catalogis aut mappis: Kepplerus ex Tychone, & aliis.

Stella-

Stellarum fixarum numerus libero oculo obſervatus à varijs Auctoribus.

Conſtellationum ordo.	Conſtellationum numerus.			
Zodiaci Boreal.	Prole.	Grienb.	Bayer.	Kepler.
Aries	18	22	19	23
Taurus	44	52	48	52
Gemini	25	30	31	30
Cancer	13	16	35	17
Leo	35	40	43	40
Virgo	32	41	42	41
Extra Zodiac. Boreal.	Prole.	Grienb.	Bayer.	Kepler.
Urſa Minor	7	21	8	20
Urſa Major	35	37	32	56
Draco	31	30	33	32
Cepheus	13	13	17	12
Bootes	23	29	34	29
Corona	8	8	20	8
Hercules	28	31	48	31
Lyra	10	11	13	11
Cygnus	19	20	35	28
Caſſiopea	13	26	25	45
Perſeus	29	35	38	34
Auriga	14	27	32	27
Extra Zodiac. Boreal	Prole.	Grienb	Bayer	Kepler.
Cetus	22	25	27	25
Orion	28	62	49	26
Eridanus	34	39	42	39
Lepus	12	13	13	13
Canis major	29	29	19	29
Procyon	2	5	8	5
Argonavis	45	50	63	53
Centaurus	37	37	40	37
Nov. Auſt. extra Zod.	Prole	Grienb.	Bayer.	Kepler.
Grus			13	13
Phœnix			14	15
Indus			12	12
Pavo			16	23
Avis			12	11
Muſca			4	4

Conſtellationum ordo.	Conſtellationum numerus.			
Zodiaci Auſtral.	Prole.	Grienb.	Bayer.	Kepler.
Libra	17	20	15	20
Scorpius	24	24	29	27
Sagittarius	31	31	31	31
Capricornus	28	28	19	28
Aquarius	45	45	41	45
Piſces	34	40	37	42
Extra Zodiac. Boreal	Prole	Grienb.	Bayer.	Kepler.
Ophiuchus	29	24	30	56
Serpens	18	13	37	26
Sagitta	5	8	8	8
Aquila	15	12	32	12
Antinous	0	7	0	7
Delphin	10	10	10	10
Equiculus	4	4	4	4
Pegaſus	20	23	20	24
Andrometa	23	26	26	26
Triangulum	4	4	5	4
Coma Berenices.	0	14	0	15
Extra Zodiac. Auſtr.	Prole.	Grienb.	Bayer.	Kepler.
Lupus	19	19	20	19
Hydra	27	34	29	33
Crater	7	8	11	8
Corvus	7	7	7	7
Ara	7	7	8	7
Corona	13	13	13	8
Piſcis Auſtralis	18	17	12	17
Nov. Auſt. extr. Zod	Prole.	Grienb.	Bayer.	Kepler
Cameleon			8	10
Triangulum			5	5
Piſcis volans			7	7
Dorado			7	7
Toucan			8	8
Hydrus			15	21

Stellæ in ſex magnitudinum claſſes diſtribuuntur. Omnes ſtellæ hactenus enumeratæ diſtribuuntur in ſex magnitudinum claſſes, ut ſuprà *cap.* 1. diximus; & alio quidem modo & ordine à Ptolemæo, alio ab aliis, ut apparet in ſequenti tabula.

Magnitudinis.	Prole.	Grienb.	Bayer.	Kepler.
1	15	15	17	25
2	45	55	63	58
3	208	201	196	218
4	474	456	415	494
5	217	304	348	354
6	49	186	341	240
Obſcur. & Neb	14	8	3	13
Sparſiles.	0	0	326	0
Summa	1022	1225	1709	1392

Præter enumeratas, innumerabiles aliæ teleſcopio detectæ ſunt ſtellæ. *Stellæ novæ teleſcopio detectæ.* Nam Galilæus in nebuloſa Orionis numeravit 21, in nebuloſa Præſepii 36, in aſteriſmo Plejadum plures quàm 40, intra ſpatium cinguli & enſis Orionis ad minimum 80, & intra unius alteriusvè gradus ſpatium in Orione plus quàm 500. Item obſervavit, Galaxiam vel viam lacteam cœli (quæ per Geminos & Sagittarium tranſit) nihil aliud eſſe quam innumerarum ſtellarum coacervatim conſitarum congeriem. Ex quibus concludit, alias etiam cœli areolas Galaxiæ ſimiles, & nebuloſas ſtellas, nihil aliud eſſe quàm congeriem ſtellarum; nec dubitat quin ſtellæ ſint ultra 10000. P. Antonius Maria de Reitha in Oculo Enoch ait, & mihi oretenus aſſeruit, ſe tubo ſuo novo numeraſſe in ſolo Orione ferè 2000 ſtellas. P. Joannes Zupus

tubo Fontanæ Neapoli numeravit in Plejadibus plures quam 50, & totidem circiter in enſe Orionis, & in Hyadibus. P. Joannes Baptiſta Ricciolus *lib. 6. Almag. cap. 6 n. 5.* putat, ſi quis ſtellas eſſe ultra vicies centena millia aſſerat, nihil inopinabile aſſerere. P. Athanaſius Kircherus in Itinerario Exſtatico cœleſti ait, innumerabiles in firmamento eſſe ſtellas. Idem innuere videtur Sacta Scriptura Geneſ cap. 15. ubi Deus Abrahamo dicit: *Suſpice cœlum & numera ſtellas, ſi potes.* & cap. 22. addit: *Benedicam tibi, & multiplicabo ſemen tuum ſicut ſtellas cœli, & velut arenam quæ eſt in littore maris.* Jerem. 33. dicitur: *Sicut numerari non poſſunt ſtellæ cœli, & metiri arena maris, ſic multiplicabo ſemen David, ervi mei.* Solus ergo Deus ſtellarum numerum inire poterit, de quo David Pſal. 146. canit *Qui numerat multitudinem ſtellarum, & omnibus eis nomina vocat.*

Stellæ cœli videntur eſſe innumerabiles.

CAPUT IV.

De Cometis, & ſtellis novis in cœlo ſubinde apparentibus, earumque parallaxi.

PRæter fixas, & erraticas ſtellas, hactenus enumeratas, quæ perpetui fulgoris ſunt, nova ſubinde exoriuntur in cœlo phænomena, & intereunt, ut omnium ſæculorum, & noſtri maximè, præteritiq; reſtantur Hiſtoriæ. Horum *φαινομένων* alia Cometas appellant, alia ſtellas novas.

Cometarũ varia formæ & nomina.

Cometa ſeu Cometes, tametſi juxta nominis etymologiam, ac preſſiorem ſignificationem, unam ſolùm phænomeni ſpeciem ſignificet, videlicet ſtellam comatam, ſeu crinatam, & quaſi radiorum jubare capillatam; ampliori tamen ſenſu commune nomen eſt, & omnes ejuſmodi oſtentorum formas complectitur, ſive ſtellarum ad inſtar circumquaque crinitarum appareant, Roſæ ab aliquibus dictæ; ſive barbis protenſis, aut caudis extenſis effulgeant, barbati & caudati cometæ dicti; ſive jaculi, aut enſis modo longam radiorum appendicem trahant; ſive latâ rotunditate fulgeant in diſci formam; ſive alias quaſcunq; exhibeant figuras. Omnes, quarumcunq; ſit formarum, Ariſtoteles *lib. 1. Meteor. c. 8.* rectè reducit ad duas ſolùm ſpecies, nempe ad Cometas Crinitos, & Caudatos: ſi enim circumquaque jubar ſpargunt, criniti ſunt; ſi verſus unam ſolùm partem, caudati.

Cometarũ varia accidentia.

Cometarum accuratiſſimam hiſtoriam ex plurimis Auctoribus collectam habet P. Ricciolus *lib. 8. Almag. cap. 3.* ex qua deinde *cap. 4* collegit quam plurimas proprietates ſeu accidentia eorundem quoad numerum ſimul apparentium; quoad reſolutionem unius in plures, aut coaleſcentiam plurium in unum; quoad tempus apparitionis, & durationis; quoad magnitudinem capitis, aut caudæ; quoad ſitum reſpectu plagæ cœli in quam caudà vergunt, in qua oriuntur, in quam deferuntur, in qua deſinunt; quoad motũ in conſequentia, vel præcedentia Zodiaci: quoad arcum ſeu viam quam conficiunt, & velocitatem qua moventur. Præcipua verò proprietas, & quæ ad cœli naturam indagandam maximè ſpectat, eſt locus Cometarum, ſeu diſtantia à terra. Qua in re tres invenio claſſes Auctorum. Prima omnes infra Lunam collocat, ſecunda omnes ſuprà Lunam, tertia aliquos infra, aliquos ſupra ponit, vel eoſdem modò infra, modò ſupra. Nos ultimam ſententiam, irrefragabilibus argumentis ſtabilitam, & alibi explicandam, amplectimur cum pluribus & doctiſſimis Mathematicis; cui ex parte una omnes primæ claſſis Auctores, ex alia omnes ſecundæ ſuffragantur.

Cometæ alii ſublunares, alii ſupralunares.

Præter Cometas, apparuiſſe diverſis temporibus ſtellas novas, iterumque diſparuiſſe, differentes à Cometis, prorſusque ſimiles antiquis Firmamenti ſtellis proprietates habentes; multis ibidem exemplis comprobat paulò antè citatus Ricciolus *lib. 8 Almag. Sect. 2.* inter quas illæ ſunt, quas diximus ſuprà *cap. 2.* apparuiſſe ac diſparuiſſe in Caſſiopea, in Cygno, & in Serpentario. Tametſi enim evidenter demonſtratum nondum ſit quanta earum diſtantia à terra fuerit, probabilius tamen eſt has ultimas ſaltem fuiſſe non ſolùm ſupra Lunam, ſed etiam ſupra Saturnum, & inter ipſas fixas ſtellas, ut alibi probabitur.

Stellæ novæ ſubinde apparent ac diſparent.

Præcipuum porrò argumentum ad deprehendendam majorem minoremvè diſtantiam alicujus aërei aut cœleſtis phænomeni à terra eſt parallaxis, id eſt, variatio ſeu diverſitas aſpectûs phænomeni in Firmamento, orta ex diverſo ſitu loci ex quo ſpectatur: definirique poteſt: *Differentia inter locum verum phænomeni ſpectabilis ex centro Terræ, & locum apparentem ſeu viſum ejuſdem ſpectabilis è ſuperficie Terræ.* Vel, *Arcus circuli in firmamento interceptus inter locum verum & viſum phænomeni, quo videlicet arcu illa duo loca in Firmamento differunt.* Verus locus phænomeni in Firmamento eſt illud punctum, quod terminat lineam rectam è centro Terræ per phænomenũ ad Firmamentum uſque protractam. Apparens ſive viſus locus phænomeni in Firmamento eſt illud punctum, quod terminat lineam rectam ex eo ſuperficiei terrenæ loco, in quo phænomenum aſpicimus, per ipſum phænomenum ad Firmamentum uſque protractum. Sit pro intelligentia hujus rei in appoſita figura centrum terræ A, ipſa terra BXC, circulus verticalis phænomeni vicinioris terræ ſit DHE, circulus verticalis remotioris LNM, circulus verticalis Firmamenti FSG, phænomena ipſa H, & N. Locus verus phænomeni H, viſi nimirum ex centro A, eſt punctum I in Firmamento; locus viſus ejuſdem phænomeni viſi ex puncto X ſuperficiei terræ, eſt punctum K; parallaxis eſt arcus I K. Item locus verus phænomeni N eſt punctum I, locus viſus punctum O; parallaxis arcus I O.

Parallaxis quid ſit.

Locus verus & viſus phænomenorũ cœleſtium

Videl. Icon. ſmi G Fig. 338.

Ex his patet I. locum verum & apparentem eſſe in eodem circulo per verticem & phænomenum tranſeunte. II. Apparentem locum ſemper eſſe propiorem horizonti FAG in ea parte, ad quam ipſum phænomenum à vertice declinat; verum autem locum eſſe propiorem vertici. III. Quantò vicinius phænomenum centro mundi, & horizonti fuerit, tantò majorem habere diverſitatem aſpectus. IV. Phænomenum in puncto verticali S exiſtens, nullam habere parallaxin. V. Phænomena in Firmamento exiſtentia nullam pati parallaxin. VI. Parallaxin oriri ex phænomenorum propinquitate ad terram. VII. Phænomenum in horizonte poſitum ſortiri maximam parallaxin; quò verò magis aſcendit, eo magis

cò magis minui parallaxin, donec in vertice evaneſcat. Plura de parallaxi alibi dicentur.

CAPUT V.

De motibus ſtellarum, motuumque ſpeciebus, & qualitatibus.

Motus ſtellarum duplex, Primus, & Secundus.

DUplex ab Aſtronomis notatus eſt motus in ſtellis, ut ſæpe jam indicavi; unus communis omnibus, quem & Primum, alter aliquibus proprius, quem Secundum appellant.

Motus ſtellarum diurnus eſt realis, non perfectè circularis, ſed ſpiralis.

Primus & Communis motus eſt, quo totus ſtellarum exercitus movetur quotidie ab Oriente per Meridiem in Occidentem, indeque per mediam noctem rurſus in Orientem; unde & νυχθημερινὸς, Diurnus, & Quotidianus appellatur. Hic motus eſt omnibus manifeſtus, nec indiget aliâ demonſtratione. Eſt verus ac realis, non apparens ex eo quòd Terra moveatur ab Occidente in Orienté (ut multi volunt) ob rationes ſuprà *par.* 2. *cap.* 3. allatas. Eſt circularis ac in ſe rediens, ut ſenſus judicat, & probatum fuit ſuprà *par.* 1. *cap.* 2. Non eſt tamen perfectè circularis, ſed ſpiralis ſphæricus, quia ſtellæ non egrediuntur ſemper ex eodé puncto horizontis, nec in eodé occidũt, nec ſeper habent eandé latitudinémeridianam: ſed hæc omnia quotidie mutantur, valde ſenſibiliter in planetis inferioribus, minus ſenſibiliter in ſuperioribus, inſenſibiliter in ſtellis fixis. Patent hæc partim ſenſu, partim obſervationibus Aſtronomorum, de quorum nonnullis mox ſermo erit.

Motus ſtellarum proprius ab occaſu in ortum.

Secundus & proprius ſtellarum motus eſt ab occaſu per meridiem in ortum, indeque per mediam noctem in occaſum. Notarunt enim Aſtronomi, non tantùm Solem & Lunam (quod omnibus patet) ſed reliquos etiam planetas non habere ſemper eundem inter ſe ſitum & diſtantiam, ſed Lunam uno die eſſe conjunctam cum Sole, alio ab eo receſſiſſe verſus partes orientales; eandem Lunam, cæteroſq; planetas omnes eſſe uno die cum tali ſtella fixa conjunctos, aut in tali gradu alicujus Signi exiſtere, alio verò die diceſſiſſe ab illa ſtella, aut gradu, verſus partes orientales. Notarunt præterea iidem Aſtronomi, diſtantias ſtellarum fixarum à punctis ſolſtitialibus & æquinoctialibus Cœli ſtellati non manere eaſdem ſemper, ſed creſcere & augeri ſecundùm ſucceſſioné ſignorum Zodiaci ejuſdem Cœli ſtellati (qui initium ſumunt à puncto æquinoctii verni) hoc eſt, verſus orientales partes progrediendo, ita ut plurimæ, quæ aliquo tempore fuerunt ante puncta ſolſtitialia, & æquinoctialia, nunc reperiantur poſt ipſa: aliæ verò quæ ab ipſis verſus occidentales partes remotæ erant, propiùs ad illa acceſſerint.

Motus ſtellarum in longitudinem. Zodiaci duo ab Aſtronomis ſtatuuntur.

Hic motus ſtellarum, qui tardiſſimus eſt, vocatur motus in longitudinem, & conſequentia ſignorum Zodiaci, nimirum ab Ariete in Taurum, à Tauro in Geminos, &c. Et propter hunc motum Aſtronomi ſtatuunt duos zodiacus in cœlo ſtellato, unum intelligibilem duodecim ſignorum inchoatum à puncto æquinoctii verni, alterum viſibilem duodecim aſteriſmorũ inchoatum à prima ſtella aſteriſmi Arietis. Propter motum prædictum ajunt nonnulli Aſtronomi æquinoctia præcedere, ſive repedare in præcedentia Zodiaci; quod intelligendum eſt de Zodiaco aſteriſmorũ, nam non fiunt ampliùs juxta primam ſtellã aſteriſmi Arietis, ut olim, ſed aliquot gradibus ante. Hic motus ſtellarum ab occidente in orientem non eſt realis, ſed apparens tantùm propter retardationem, eò quòd non omnes ſtellæ motu ſuo ab oriente in occidenté ſimul integrum circulum ſeu ſpiram perficiant, ſed quando Sol, v.g. ſuum jam perfecit, Luna nondum perfecit ſuum, ſed retrò manet, ideoque retrogredi nobis apparet ab occidente in orientem. Sed hæc meliùs explicabuntur in Aſtronomia Theorica *libro ſequenti.*

Motus ſtellarum ab occidente in orientem non eſt realis ſed apparens propter retardationem.

Cæterum prædictus motus ab Occidente in Orientem non fit ſuper axem & polos Mundi, nec per circulos Æquatori parallelos, ſed vel per polos Zodiaci, & per circulos Eclipticæ parallelos; vel per alios polos & circulos. Planetæ enim omnes variant ſemper puncta ortus & occaſus in horizonte, nec ſemper ſervant eandem diſtantiã à polis Mundi, ſed nunc quidem accedunt ad polum arcticum, nunc ad antarcticum, mutantes ſemper altitudinem meridianam; Sol tamen nunquam deflectit ab Ecliptica: nec reliqui planetæ extra Zodiaci latitudinem vagantur. Stellæ item fixæ non ſemper in iiſdem locis ortæ ſunt, in quibus nunc oriuntur, reſpectu ejuſdem horizontis, nec altitudines meridianæ nunc ſunt eædem cum antiquis, nec declinationes ipſarum ab Æquinoctiali circulo; ſed hæc omnia ſunt mutata, intra tamen limites obliquitatis Eclipticæ, à qua eandem ſemper ſervant diſtantiam, tam verſus Boream, quàm verſus Auſtrum; omneſq; deſcribunt circulos ipſi Eclipticæ parallelos motu ab Occidente in Oriente, ut dixi. Atque hujus motus (qui non tam repedationis, quàm retardationis motus eſt, ut dixi) cauſa eſt motus diurnus ſpiralis, & non perfectè in ſe rediens.

Motus ſtellarum ab aliis confictis.

Motus trepidationis ſtellarum ab Alphonſinis confictus.

Præter prædictos duos motus ſtellarum omnium, ab ortu in occaſum, & ab occaſu in ortum, alius tertius ab Alphonſinis introducitur, quem motum trepidationis appellant, ſeu acceſſus, & receſſus: quo motu credunt ſtellas omnes verſus Mundi polos lentiſſimé reciprocari, ſive nunc accedere, nunc recedere, ad intervallum 24 minutorum in Coluro Solſtitiorum numeratorum. Hunc motum colligunt ex ſequentibus ſignis. Primò, quia ſtellæ fixæ inæqualiter incedunt ab occaſu in ortum: nunc n. moventur æquali tempore velociùs, nunc tardiùs, nunc ſtant, nunc retrocedunt; & eandem nihilominùs diſtantiam à centro Mundi habent. Secundò, quia maxima Solis declinatio varia extitit diverſis temporibus uſq; ad differentiam aliquot minutorum, ut infrà melius explicabitur. Tertiò, quia aliquãdo æquinoctia accidunt ante, aliquando poſt puncta æquinoctialia in cœlo: ſimiliter quo ſolſtitia nunc ante, nunc poſt puncta ſolſtitialia.

Motus duplex librationis ſtellarum ab aliis fictus.

Modus porrò quo fieri putant Alphonſini hunc trepidationis motum, imperceptibilis videtur aliis: ideo duplicem alium librationis motum ei ſubſtituunt: quorum altero quidem ſtellæ omnes à Septentrione in Auſtrum, & rurſus ab Auſtro in Septentrionem agitentur, per ſpatium 24 min. in Coluro ſolſtitiorum numerandorum, inæqualiter tamen æqualibus temporibus, altero verò ab Ortu in Occaſum, & rurſus ab Occaſu in Ortum, motu etiam inæquali, per ſpatium Grad. 2. Min. 20 Moventur iiſdem phænomenis, quæ pro Alphonſinis adduximus. Et primo quidem horum motuum dicunt maximam Solis declinationem augeri ac minui, altero verò æquinoctia

tum, *στερέωμα*, *Rachiah*, quia expanſum eſt, ceu terminus & limes intranſgreſſibilis à DEO conſtitutus inter aquas ſuperiores & inferiores, & quia trinam dimenſionem habet. *Ad tertiam rationem* dico cum iiſdem SS. Patribus, etiam cœlum liquidum ſuſtentare poſſe aquas, ut aër ſuſtentat nubes. Stellæ autem ita ordinatè moventur ſecundùm leges à DEO præſcriptas, idq; vel à propriis formis, vel ab Intelligentiis, vel immediatè ab ipſo DEO, ut nonnullis placet, & in Mundo Mirabili examinabitur.

CAPUT VII.

Utrum cœlum ſidereum ſit unicum, an verò multiplex.

QUi cœlum ſolidũ ſtatuunt, ſupponunt primò ſtellas ei infixas eſſe ut nodos in tabula, ac proinde non moveri niſi ad motum cœli cui infixæ ſunt, ſecundò, ſtellarum motus ſuprà *capite 5.* recenſitos, eſſe revera plures, & aliquos inter ſe oppoſitos: tertiò, non poſſe idem corpus moveri eodem tempore ſimul motibus oppoſitis. Ex his concludunt, tot ſaltem cœlos, ſe invicem includentes, admittendos eſſe, realiter diſtinctos inter ſe, quot diſtincti motus in ſtellis deprehenduntur.

Cœlorum numerus ſecundũ illos qui ſolidos eſſe docent.

Quoniam igitur *Ægyptii, Chaldæi*, aliique antiqui Aſtronomi uſque ad tempora Platonis & Ariſtotelis notarunt octo tantùm diſtinctos motus in ſtellis, unum nimirum ab oriente in occidentem omnibus ſtellis communem, ſeptem verò ab occidente in orientem ſingulis ſeptem planetarum proprios; ſtatuerunt aliqui octo eſſe cœlos ſolidos, ſeptem nimirum pro ſeptem planetis, octavum verò pro reliquis ſtellis omnibus eundem ſemper ſitum inter ſe in motu ſuo ſervantibus; quod & Firmamentum, & Primum Mobile appellarunt, putantes ipſum rapere ſecum ab ortu in occaſum non ſolùm omnes ſtellas ſibi infixas, ſed etiam omnes cœlos planetarum ſe inferiores & inter ſe contiguos; qui tamen motibus propriis octavo cœlo reſiſtentes moverentur cum ſuis planetis ab occidente in orientem.

Poſt hos *Hipparchus*, aliique ad Ptolemæi uſque tempora notarunt in ſtellis fixis motum tardiſſimum ab occidente in orientem: de quo *cap. 5.* ideoque aliqui octo jam antea conſtitutis cœlis addiderunt nonum pro Primo Mobili, quod nimirum omnes inferiores raperet ſecum ab oriente in occidentem: contrarium verò & tardiſſimũ ſtellarum fixarum motum ab occidente in orientem tribuerunt octavo cœlo, ſive Firmamento: planetarum verò motus proprios planetarum orbibus jam antea ſtatutis.

Poſt Ptolemæum longo intervallo Alphonſini putarunt reperiri in ſtellis fixis præter duos jam prædictos motus, motum acceſſus & receſſus, ſive trepidationis, de quo *cit. cap. 5.* ideoque ſupra nonum cœlum ſtatuerunt Decimum pro Primo Mobili ipſique tribuerunt motum ab ortu in occaſum: Nono verò motum tardiſſimum ab occaſu in ortum, Octavo motum dictæ trepidationis, planetarum denique orbibus planetarum proprios motus.

Poſt omnes denique *Maginus*, *Clavius*, & alii nonnulli, qui prædicto trepidationis motu exploſo, ſubſtituerunt ipſi duplicem librationis motum explicatum *cit. cap. 5.* loco Decimi cœli Alphonſinorum collocant ſupra Nonum duos alios, Decimum videlicet & Undecimum; Undecimum quidem pro Primo Mobili, quod rapiat ſecum omnes inferiores ab ortu in occaſum; Decimo tribuunt motum librationis à ſeptentrione in auſtrum, & è contra; Nono motum librationis ab occaſu in ortum, & è contra; Octavo denique motum tardiſſimum ſtellarum fixarum ab occaſu in ortum; & infra hoc collocant ſeptem orbes planetarum: ſupra verò omnes ſtatuunt, ut alii, Aquas ſupercœleſtes, & ſuper has Empyreum. Undecim ergo admittunt cœlos, propter undecim diverſos motus in ſtellis notatos, & ſuper omnes Empyreum immobile.

Excentricos & Epicyclos fingunt cœli ſolidi aſſertores

Tanto cœlorum numero non contenti ſoliditatis cœlorum Aſſertores, quoniam notatum fuit planetas eſſe modò apogæos ſeu remotiores à Terra, modò perigæos ſeu propinquiores Terræ, item aliquando velociter moveri, aliquando tardè, aliquando ſtare, aliquando regredi, ut hæc etiã phænomena ſalvent, ſecant quodlibet planetarum cœlum in tres, quatuorvè, ac etiam plures partiales cœlos; quorum aliqui ſint Excentrici ſimpliciter, habentes nimirum quoad ſuam ſuperficiem concavam & convexam centrum diverſum à centro mundi, alii verò Excentrici ſecundùm quid, habentes nimirum diverſum centrum quoad unam ſolùm ſuperficiem; alii denique Epicycli, quibus infixus ſit planeta, ut dicemus libro ſequenti. Et quoniam alii ſunt reperti planetæ circa Jovem & Saturnum, habentes differentes motus ab antiquis, iterum novi cœli pro ipſis ſunt multiplicandi ad ſalvandos eorum motus, quod tamen vix aut nè vix quidem fieri poteſt, ut ſequenti libro videbimus.

Cœlum ſidereum unicum eſt realiter, intellectu multiplex.

Nos qui cœlum ponimus liquidum, aſſerimus id eſſe unicum realiter, mente tamen dividimus in varia ſpatia ac veluti regiones, ſeu cœlos partiales, & unum quidem tribuimus omnibus ſtellis fixis, vocamuſque ut alii Firmamentum, Octavum cœlum, Primum Mobile, Cœlum ſtellarum fixarum; reliquas verò cœli partes ſeu regiones in quibus continentur planetæ, ſuoſque motus exercent, appellamus Cœlos ſeu Orbes planetarum, & Secunda mobilia, nimirum cœlum Saturni, cœlum Jovis, &c. Et in iiſdem ſpatiis ut explicare poſſimus, & pro quovis dato tempore calculare planetarum motus, concipimus Excentricos, & Epicyclos, ſeu ut orbes, ſeu ut ſolùm circulus, ut ſequenti libro fuſiùs dicetur. Quare tres ſunt in noſtra ſententia cœli, aëreum, ſidereum, Empyreum: omneſque tres in Sacra Scriptura cœli nomine appellantur, & horum tertium eſt illud, in quo raptus fuit S. Paulus. Recentiores Philoſophi dividunt ſidereum in cœlum planetarum; & cœlum ſtellarum fixarum; non malè quidem, non tamen accommodatè ad Scripturam Sacram, ut ex jam dictis patet.

Cœli realiter diſtincti tres ſunt, aëreum, ſidereum, empyreũ.

CA-

CAPUT VIII.

De motu cœli ſiderei ex ſententia eorum qui durum illud ſtatuunt.

DIcam primò hoc capite quid ſentiant ii, qui cœlum fingunt durum, quoniam id ſcire intereſt: deinde capite ſequenti quid nos ſentiamus.

Motus cœlorum ex ſententia eorum qui durum putant.

Primum itaque omnium qui plures ac ſolidos cœlos admittunt, ajunt omnes eſſe inter ſe omnino contiguos, excluſo penitus vacuo; tantòque eſſe majores, quò ſunt ſuperiores, ſuperioresque circumdare inferiores ſphæricè. Deinde omnes eſſe concentricos mundo, loquendo de cœlis totalibus: nam partiales planetarum, ut diximus ex ipſis præced. cap. ſunt excentrici, vel ſimpliciter & ſecundùm utramque ſuperficiem. Præterea omnes eſſe diaphanos, ſeu tranſparentes. Item ſupremum unico tantùm cieri motu, reliquos pluribus, quorum unus ſolus ſit ipſis proprius & per ſe conveniens; alii verò ſint iis alieni, & per accidens convenientes, impreſſi nimirum à ſuperioribus. Denique omnes moveri continuò, & quodlibet motu regulari ac uniformi, licet quorundam motus appareat irregularis. Motus autem ipſorum ſunt diverſi inter ſe. Nam

Motus primi Mobilis ab oriente in occidentē.

Undecimum cœlum, quod primum Mobile, regulari, & concitatiſſimo motu, ſuper mundi polos, & per circulum Æquinoctialem (cujus peripheria in ipſo deſcripta concipitur) explet ſuam circuitionem ab oriente per meridiem in occidentem, indeque per mediam noctem in orientem ſpatio ferè 24 horarum æqualium, hoc eſt, ſpatio ferè unius diei naturalis: unde motus ejus appellatur motus Diurnus, Quotidianus, νυχθημερινὸς, ut ſuprà diximus cap. 5. Hujus motus impetu omnes inferiores orbes rapiuntur ab ortu in occaſum, ideoque moveri dicuntur motu raptûs: non tamen eâdem omnes velocitate rapiuntur, quia peculiaribus ſuis motibus contrarius inæqualiter retrocedunt. Hoc itaque motu diurno Primi Mobilis Sol, & omnia aſtra, deſcribunt quotidie circa polos Mundi circulos parallelos Æquatori, vel potiùs ſpiras, eò majores aut minores quo magis aut minùs abſunt à polis. In ſuprema hujus Primi Mobilis ſuperficie concipiendæ ſunt peripheriæ omnium circulorum ſuprà 1. *parte* deſcriptorum.

Ecliptica duplex ab aliquibus in cœlo fingitur.

Copernicani, & quotquot volũt obliquitatem Zodiaci, maximamque Eclipticæ ab Æquatore declinationem inæqualem eſſe, & non ſemper præciſè Graduum 23. Min. 30. ut nos ſtatuimus ſuprà 1. *p. c.* 8. ſed aliquando majorem, aliquando minorem, dicunt Eclipticam hujus primi Mobilis talem habere ad Æquatorem ejuſdem inclinationem, ut ejus poli à polis Æquatoris abſint Grad. 23. Min. 40. ac proinde tanto quoque intervallo duos Tropicos ab eodem Æquatore removent: Hæc Ecliptica appellatur ab iiſdem Auctoribus media, & poli ejus dicuntur poli medii Eclipticæ, & declinatio ipſius ab Æquatore vocatur declinatio media, quia nec nimis magna eſt, nec nimis parva, ſed medio modo ſe habet: ideoque ſtabilis eſt, & in eodem ſemper loco fixa. Interſectiones hujus Eclipticæ cum Æquatore prædicto appellantur puncta vera æquinoctiorum, & Æquator dicitur verus Æquator.

Motus decimi cœli ſecundum aliquos.

Decimum cœlum, quod ſub primo Mobili cum ſuis polis, Æquatore, & Ecliptica concipiendum eſt, præter motum diurnum quo à primo Mobili rapitur, habet alium quendam motum librationis à Septentrione in auſtrum, & ab auſtro in ſeptentrionem, per 24 minuta ſub Coluro Solſtitiorum primi Mobilis, ita ut poli Zodiaci hujus Decimi cœli à polis Zodiaci primi Mobilis ſub Coluro Solſtitiorum ultrò citròq; remeent 12 duntaxat minutis, totumque circuitum non perficiant. Ita Clavius: nam alii aliter explicant. Hinc fit, ut Ecliptica hujus cœli ab æquatore primi Mobilis nunc habeat majorem declinationem, nunc minorem, & æqualibus ſpatiis ab Ecliptica primi Mobilis tam in Boream, quàm in Auſtrum deflectat, manente interim hac fixâ & immobili, atque in medio utriuſque limitis ad quem illa evagatur, ideoque & media appellatur, ut diximus. Et quoniam poli Eclipticæ primi Mobilis abſunt à polis mundi Grad. 23. Min. 40. ex aliorum ſententia; fit ut maxima diſtantia polorum Eclipticæ Decimi cœli à polis mundi complectatur Gr. 23. Min. 52, minima verò Grad. 23. Min. 28. Quod etiam de maxima declinatione Eclipticæ ejuſdem Decimi cœli ab Æquatore, hoc eſt, de maxima Solis declinatione intelligas. Ad hanc Eclipticam omnes inferiorum cœlorum Eclipticæ (nam hæc in omnibus unà cum reliquis circulis concipi debet) ſe accommodant, & ideo vera appellantur. Interſectiones Eclipticæ hujus Decimi cœli cum æquinoctiali Primi Mobilis ſemper coincidunt cum illis ab Ecliptica media Primi Mobilis cum æquatore factis. Motus ſive libratio hujus Decimæ ſphæræ incipit ab extremo termino auſtrali, moveturque polus Eclipticæ ſub Coluro Primi Mobilis inæqualiter, uſque ad extremum limitem borealem, à quo rurſus eâdem irregularitate ad terminum auſtralem regreditur, ad quem cùm pervenit, abſoluta eſt integra periodus hujus librationis; quæ tardiſſima eſt prope utrumque limitem extremum, velociſſima in medio. Abſolvitur tota periodus annis Ægyptiis (qui dies continent 365 præciſè & perpetuò) 3434, cum 10. diebus, ex Copernici ſententia, hoc eſt, annis Julianis 3431, & diebus ferè 139. Hoc tempus, id eſt, motus integræ librationis Decimi cœli, dicitur in Tabulis aſtronomicis periodus anomaliæ obliquitatis Zodiaci.

Motus noni cœli.

Nonum Cœlum, quod ſub Decimo collocatur cum iiſdem polis, ac circulis, præter motum diurnum, & motum librationis explicatæ, habet quendam motum proprium librationis ſub Ecliptica Decimæ ſphæræ, & ſuper polos ejuſdem, ab ortu in occaſum, & ab occaſu in ortum, per 140 Minuta, hoc eſt, per Grad. 2. Min. 20. ita ut prima puncta Arietis ac Libræ Noni cœli à primis punctis Arietis & Libræ Decimi, ſub Ecliptica ejuſdem Decimi ultro citroque remeent minutis 70, ſive Grad. 1. M. 10. ex Copernici ſententia; ex aliorum verò Grad. 1. Min. pri. 11. ſec. 22. ter. 30. ita ut tota libratio complectatur Grad. 2. Min. pri. 22. ſec. 45. Hæc libratio motum ſuum incipit ab ipſa interſectione æquatoris & Eclipticæ in Decima ſive Undecima Sphæra, teditq; inæquali curſu occaſum verſus

uſque

uſque ad Grad. 1. Min. 10. eâdemque inæqualitate regreditur ad eandem interſectionem, & ulterius procedit ortum verſus uſque ad Grad. 1. Min. 10. rurſumque inde ad eandem interſectionem revertitur. Eſt velociſſima prope dictam interſectionem, tardiſſima verò circa utrumque limitem. Abſolvitur tota annis Ægyptiis 1717, cum diebus 5, ex ſententia Copernici, hoc eſt annis Julianis 1715, diebus ferè 302, adeo ut duplo ſit minor periodus hujus librationis, quàm præcedentis, abſolvaturque bis eo tempore, quo illa ſemel. Dicitur periodus anomaliæ præceſſionis æquinoctiorum: item anomalia duplicata, eò quòd abſolvatur eodem tempore, quo libratio Decimi cœli ſemel, quæ propterea anomali ſimplex dicitur.

Motus Octavi cœli.

Octavum cœlum præter triplicem motum, quo à tribus ſuperioribus rapitur, habet quartũ adhuc motum proprium ac tardiſſimũ ab occaſu in ortum ſub Ecliptica Noni, ſive Decimi cœli: iidem enim omnino poli ſunt, & Ecliptica eadem, Octavi, Noni, ac Decimi cœli. Hic motus inæqualis eſt, ſi ad Arietem primi Mobilis referatur: æqualis verò, ſi referatur ad Arietem Nonæ ſpæræ; à primo enim puncto Arietis Noni cœli (quod mobile eſt, cùm à primo puncto Arietis primi Mobilis ultrò citroque in occaſum & ortum moveatur) prima ſtella Arietis æquali motu recedit continenter ortum verſus, ſpatio unius diei Naturalis, Min. ter. 8. quart. 15. ſpatio verò unius anni Min. ſec. 50. ter. 12 quar. 5 Ex quo fit, ſtellã illã cum tota Octava ſpæra abſolvere integram periodum ſpatio annorũ Ægyptiorum 25816 ſeu Julianis 25798, dieb. 110, ex Copernici ſentẽtia. Hoc ſpatium vocant aliqui annum magnum, & Platonicum. Hic tamen æqualis motus efficitur inæqualis propter motum Noni cœli reciprocum ab oriente in occidentem: nam velociùs movetur Octava ſphæra ab occaſu in ortum, quando primum punctum Arietis Nonæ ſphæræ fertur ab occaſu in ortum, quia tunc duo motus ab occaſu in ortum concurrunt: tardiùs verò, quando primum illud punctum ab ortu in occaſum regreditur, quia tunc Octava Sphæra ab ortu in occaſum rapitur à Nona ſphæra. Hic motus Octavæ ſphæræ appellatur à Copernico præceſſio æquinoctiorum, quia ipſe ſtatuit totum Octavum cœlum cum ſuis ſtellis immobile, punctum verò æquinoctii veri ſtatuit recedere à prima Arietis ſtella ab ortu in occaſum contra ordinem ſignorum.

Annus Platonicus.

Æquinoctiorum præceſſio.

Phænomenorum variorum cauſa ſecundum aliquos.

Ex hactenus explicatis motibus cauſam reddunt Aſtronomi aliqui, cur ſtellæ fixæ à quibuſdam deprehenſæ ſint tardiùs aut velociùs moveri, quàm ab aliis, quia videlicet alii obſervarunt motum quando velociter progrediebantur ab occaſu in ortum, alii quando tardè movebantur: Item, cur anni magnitudo non ſemper ſit eadem, quia nimirum Sol, qui motu etiam Nonæ ac Octavæ Sphæræ cietur, nunc tardiùs, nunc citiùs ad æquinoctium verum revertitur propter inæqualem motum prædictum Octavæ ſphæræ. Deniq; cur à variis Aſtronomis, variis temporibus, varia deprehenſa ſit maxima Solis declinatio, quia videlicet Ecliptica Octavæ ſphæræ, ſub qua perpetuò Sol movetur, ad librationem Decimi cœli modò in Boream, modò in Auſtrum ab Ecliptica primi mobilis evagatur.

Motus

Saturni cœlum præter quatuor prædictos motus, habet motum proprium ab occidente in orientem, quem abſolvit annis 30. ferè. Similem prorſus motum habent orbes reliquorum planetarum. Jupiter abſolvit ſuum annis 12 ferè, Mars annis 2 ferè, Sol anno 1 præciſè, Venus & Mercurius eodem ferè tempore, Luna diebus 27 cum horis 8 ferè. Sed hæc accuratiùs in Theorica.

cæterorum planetarum.

Periodi motum planetarum debent intelligi non de cœlis totalibus eorum, ſed de excentricis planetas deferentibus: totales enim cœli planetarum moventur ab occidente in orientem eâdẽ tarditate, quâ Octavũ cœlum, in aliquorum ſententia. Nullum præterea cœlum inferius planetarũ movetur ad motũ proprium cœli ſuperioris planetarum, eò quòd nec circa idem centrũ propriis lationib. feruntur, nec ſuper eoſdem polos.

CAPUT IX.

De motu cœli ſiderei ac ſtellarum in genere, ex noſtra ſententia, qui unicum & liquidum illud ſtatuimus.

HActenus ex ſententia Duriſtarum; nunc ex propria aſſerimus, Cœlum ſidereum liquidum, & realiter unicum, imaginatione multiplex modo dicto cap. 7. non moveri omnino, niſi quatenus ſcinditur, ſecundùm partes protruditur, trahitur, ventilatur à ſtellis in illo ac per illud motis, eo modo, quo aëreum cœlum ab avibus in illo ac per illud volantibus ſcinditur, propellitur, & ponè trahitur. Solus igitur ſiderum exercitus, non cœlum, movetur quotidie ab oriente in occidentem circa Terram; & alia quidem citiùs, alia tardiùs circulum integrum perficiunt, ideoque hæc ab illis retrocedere verſus orientem putatur. Præter hunc ſiderum motum; qui primus vocatur, aliæ nihilominus ſtellæ alios peculiares motus, ſed cum Primo implicatos habent; cujuſmodi eſt motus comitum Jovis circa ipſum, motus comitum Saturni prope ipſum, motus planetarum nunc altior, ac remotior à Terra, nunc Terræ vicinior, & ſi qui ſunt alii; ut & motus Mercurii ac Veneris circa Solem.

Cœlum ſidereum liquidum non movetur ab oriente in occidentem.

Stellæ ſolæ moventur ſine cœlo ab oriente in occidentem.

Nihilominùs ſicuti doctrinæ causâ, in cœlo liquido & unico concipimus axem, polos, & varios circulos ſuprà 1. par. explicatos; ita concipere debemus idem cœlum unà cum ſtellis inhærentibus, & circulorum peripheriis in convexa ſuperficie deſcriptis (Meridiano & Horizonte exceptis) moveri quotidie & continuè ab oriente in occidentem, eodemque tempore ſtellas propriis & oppoſitis motibus moveri ab occidente in orientem, aut aliter, prout phænomena motuum exigunt.

Cœlum liquidum imaginamur doctrinæ cauſam moveri, & ſecum rapere ſtellas.

Ut igitur Sphæra materialis cœleſtis, cum ſtellis & circulis eidem adpictis, Meridiano & Horizonte exceptis, movetur ab horizonte orientali, circa ſuum centrum, axem, & polos, per Meridiani partem ſuperiorem, in horizontem occidentalem, indeque iterum per inferiorem Meridiani partem in orientalem; ita etiam ipſum Cœlum ſidereum, cujus Sphæra materialis imago eſt, cum toto ſiderum, tam errantium, quàm inerrantium exercitu; movetur (id eſt, moveri, concipitur) ab Horizonte orientali cujuſque loci, per Meridiani partem ſuperiorem, ad horizontem occidentalem, & hinc per Meridiani partem inferiorem iterum ad Horizontem orientalem,

Motus primus cœli & ſiderum.

circa ſuum centrum, axem, & polos. Et hic vocatur Motus primus Cœli & ſiderum, ut dixi, omnibuſque ſtellis communis eſt. Centrum hujus primi motus eſt revera centrum Univerſi & Terraquæ, vel ad ſenſum oculus contemplatoris in ſuperficie Terraquæ, propter maximam hujus à ſuprema Cœli ſuperficie diſtantiam. Axis & poli reales in Cœlo reſpectu hujus motus nulli ſunt; [illegible] melioris tamen intelligentiæ & doctrinæ gratiâ concipimus imaginatione & axem, & polos, quos ſuprà pàr. 1. cap. 3. explicavimus. Circa hunc axẽ quælibet cœli puncta à ſtellis diſtincta deſcribunt circulos Æquatori parallelos; eò majores aut minores, quò polis fuerint magis aut minùs propinqui: ſtellæ verò ſpiras circa eundem axem deſcribunt, ut ſæpe inſinuavimus.

Motus primi cœli & ſtellarum termini.

Termini Primi motus, in quibus incipit & definit, ſunt vel Horizon, vel Meridianus, quorum hic conſtans eſt, & ideo Aſtronomis in uſu eſt; ille verò inconſtans, & à variis nationibus adhibetur. Meridianus ideo conſtans eſt terminus prædicti motus, quia omnes ſtellæ fixæ (quæ puncta ſunt cœli notiora) ubique locorum quotidie æquali ferè temporis ſpatio ad eũ revertuntur poſt priorem diſceſſum. In Horizonte verò, qui in qualibet obliquitate ſphæræ variatur, ſecus ſe res habet. Nam etſi in ſphæra recta primi motus initium ac finis æquè commodè in Horizonte ac in Meridiano ſumi poſſit, eò quòd Horizon ſphæræ rectæ ſit alicubi Horizon, adeoque eadem utriuſque ſit ratio; tamen in ſphæra obliqua quædã ſtellæ prope polos nunquã Horizontem ſubeunt, aut ſupra eum emergunt; aliæ verò quæ ſuper eum aſcendunt ac deſcendunt, non ubique æquali tempore ad eundem revertuntur, ut ſuo loco dicetur. In parallela ſphæra, dimidia ſtellarum pars neque oritur, neque occidit.

Meridianus initium eſt motus primi ſtellarum

Periodus primi motus.

Tempus periodicum primi Motus integri, reſpectu cœli quidem, ſeu reſpectu punctorum ejus fixorum ac immobilium, eſt 24. horarum, ſeu ſpatii diei naturalis primi Mobilis; ob quam cauſam motus ille appellatur quotidianus, diurnus, & νυχθημερινὸς, ut ſuprà diximus: at reſpectu ſtellarum, quæ interim regrediuntur (propter retardationem) tantò majus eſt, ut ſuo loco explicabitur, quantò velocius retrocedunt; ſeu quantò magis retardantur. Dices enim naturalis alius eſt primi Mobilis, alius ſidereus, alius ſolaris, ut infra dicetur.

CAPUT X.

De iis quæ motum Primum cœli ſiderei comitantur.

CÆli ſiderei ſeu Primi Mobilis motum imaginarium circa Terram & Mundi centrum, variæ comitantur affectiones. Præcipuas partim hoc, partim ſequenti capite conſiderabimus.

Æquatoris revolutio continua, regularis [illegible] velociſſima.

Primò igitur motum Primi Mobilis ſequitur revolutio æquatoris continua, regularis, & velociſſima: totus enim 24. horarum Primi Mobilis ſpatio aſcendit ſupra Horizontem, & tranſit per Meridianum, adeoque horis ſingulis aſcendunt ac tranſeunt Grad. 15, & ſingulis quartis horæ minutis unus gradus; & ſingulis minutis horæ, quarta pars gradus. Motus itaque æquatoris circa Terram eſt menſura motus Primi Mobilis & omnium ejus punctorum motu Primo revolutorum, quia uniformis & regularis; quæ quidem uniformitas oritur ex eo, quòd eoſdem polos habet cum ipſo primo Mobili. Tabulæ quarum ope Gradus & Minuta Æquatoris convertuntur in horas & horarum minuta, ac viciſſim, extant paſſim apud Aſtronomos, eaſque dabimus infra *libro. cap.* 1. §. 3.

Eclipticæ revolutio [illegible] qualis.

Secundò eundem motum Primi Mobilis comitatur revolutio Eclipticæ, quæ licet tota cum toto æquatore æqualiter ſupra Horizontem aſcendat, Meridianumq; tranſeat; partes tamen ejus aſcendentes ac tranſeuntes cum partibus æquatoris aſcendentibus ac tranſeuntibus collatæ, non ſunt ſemper æquales, ſed nunc majores, nunc minores. Cauſa eſt, quia Ecliptica eſt circulus ad Æquatorem obliquus, & ſuper polis alienis revolvitur circa Terram, nempe ſuper polis Primi Mobilis. Hinc apud Aſtronomos alii Eclipticæ arcus dicuntur aſcendere rectè, id eſt, tardè; alii obliquè, id eſt, velociter. Rectè ſeu tardè aſcendere dicuntur, cum quibus major portio Æquatoris aſcendit; obliquè ſeu velociter, cum quibus minor. Major porrò minorvè portio eſt, quæ plures aut pauciores gradus ac minuta continet. Eadem eſt ratio de deſcenſione partium Eclipticæ. Inæqualitas hæc ad æquales partium Æquatoris aſcenſiones & deſcenſiones examinanda ac reducenda eſt, ut certam cognitionem earum rerum habeamus, quæ ab Ecliptica dependent. Unde doctrina & regulæ de Aſcenſionibus ac Deſcenſionibus ſiderum, & punctorum ac partium Eclipticæ apud Aſtronomos eſt orta.

Aſcendere rectè & obliquè quid ſit.

Aſcenſio & Deſcenſio ſiderum quæ.

Eſt autem *Aſcenſio* vel *Deſcenſio* ſideris, aut puncti Eclipticæ, arcus Æquatoris, computatus à ſectione verna, ſeu ab initio Arietis, verſus Orientem uſque ad punctum illud Æquatoris, quod ſimul aſcendit ſupra Horizontem, aut infra eum deſcendit cum illo ſidere, aut puncto Eclipticæ, motu Primi Mobilis. Aliquando tamen ipſum punctum Æquatoris quod ſimul cum ſidere aut puncto aliquo Eclipticæ aſcendit, & deſcendit, appellatur aſcenſio vel deſcenſio illius ſideris aut puncti Eclipticæ; ut ſi illo momento, quo oritur in alicujus loci Horizonte gradus tertius Leonis, cooritur gradus 106 Æquatoris, à ſectione verna ortum verſus numeratus, talis gradus Æquatoris vocatur aſcenſio tertii Gradus Leonis, quia videlicet terminat arcum illum Æquatoris, qui ab ortu principii Arietis jam aſcendit uſque ad momentum, quo oritur gradus tertius Leonis. Ex his facilè patet, quid ſit aſcenſio ac deſcenſio alicujus partis aut arcus Eclipticæ, nimirum eſt arcus Æquatoris qui cum illa parte aut arcu cooritur aut condeſcendit. Ut ſi alicubi cum toto arcu Arietis Eclipticæ cooriuntur Gr. 17. Min. 21. Æquatoris, dicitur arcus Æquatoris continens Grad. 17. Min. 31. aſcenſio Arietis in illo loco.

Aſcenſio recta & obliqua.

Aſcenſio ac Deſcenſio tam ſtellarum ac punctorum Eclipticæ, quàm partium ejuſdem, dividitur ab Aſtronomis in rectam & obliquam. Recta eſt, quæ fit in Sphæra recta: obliqua verò, quæ in ſphæra obliqua fit. Itaque aliter hîc ſumitur Aſcenſio recta & obliqua arcuum Eclipticæ, ac ſuprà: ibi enim rectam vocavimus, quæ tardiùs abſolvitur, id eſt, cum qua major Æquatoris ar-

cus aſcendit vel deſcendit; obliquam, cum qua minor; hîc verò rectam vocamus, quæ in ſphæra recta, obliquam, quæ in obliqua contingit, ſive major Æquatoris arcus cum ea aſcendat, ſive minor, ſive æqualis. Et ita ſumuntur in Tabulis Aſcenſionum rectarum & obliquarum quæ paſſim extant. In ſphæra parallela nullæ oriuntur aſcenſiones ac deſcenſiones ratione Primi motus. quia nulla Eclipticæ portio oritur, & occidit, ſed medietas una ſemper eſt ſupra, altera infra Horizontem.

Dies ſolaris, artificialis & naturalis.

Tertio motum Primi Mobilis comitatur motus Solis circa Terram velut centrum Univerſi. Qui ſolis motus efficit Diem ſolarem, tam Naturalem, quàm Artificialem. Dies Artificialis eſt mora Solis ſupra Horizontem, uti è contrario mora ejuſdem infra Horizontem eſt Nox artificialis. Dies Naturalis eſt tempus quo Solis centrum motu Primi Mobilis vel ab ortiva occiduovè Horizonte ad eundem, vel à ſupero inferovè Meridiano ad eundem, integra revolutione revolvitur. Itali diem naturalem auſpicantur ab Horizonte occiduo, ex nocte & die artificiali compoſitum, Babylonii & alii Orientales ab Horizonte ortivo, ex die & nocte artificiali compoſitum: antiqui Romani à Meridiano infero: Aſtronomi omnes à Meridiano vel infero, vel ſupero; idque ideo, quia Meridianus conſtantior eſt quàm Horizon, qui pro varia Sphæræ obliquitate ita variatur, ut alicubi non ſolum multis horis, diebus, & ſeptimanis, ſed integris etiam menſibus Sol aut infrà, aut ſupra eum moretur.

Dies naturalis ſolaris initium apud varias nationes.

Aſtronomi diem naturalẽ à Meridiano auſpicantur.

Sol tardiùs abſolvit integram revolutionem, quàm primum Mobile motu imaginario.

Sol non cum eodem quotidie gradu Æquatoris & Eclipticæ revertitur ad Horizontem, aut Meridianum, ſed diebus ſingulis cum alio atque alio. Cauſa eſt motus proprius Solis retroceſſionis, aut potiùs retardationis, quo ſub Ecliptica obliquo inceſſu paulatim in cõſequentia ſigna ab occaſu in ortum prorepit. Quando igitur idem Æquatoris punctum, cum quo hodie Sol ad Horizontem aut Meridianum pervenit, poſt integram Æquatoris revolutionem revertitur ad eundem Horizontem, aut Meridianum; Sol ad eum pervenit, ſed paulo tardiùs, quia intra ſpatium 24 horarum primi Mobilis retroceſſit ferè uno integro gradu. Integra ergo Solis revolutio aliquantò major eſt quàm integra revolutio Æquatoris, ſingulisque diebus uni integræ revolutioni Æquatoris additamentum aliquod accedit ad diem Solarem conſtituendum, quod additamentum nihil aliud eſt, quàm portio Æquatoris motui Solis proprio congruens, ſive aſcenſio arcus Eclipticæ, quem Sol motu ſuo proprio quotidie conficit. Hæc verò additamenta in Æquatore non ſunt æqualia, ſed alias majora, alias minora: quæ tamen Aſtronomi ad æqualitatem reducunt, ſumendo mediũ inter exceſſum & defectum, quod quidem medium eſt unius ferè gradus, ſeu temporis quatuor minutorum horariorum, quantus ſcilicet eſt motus diurnus proprius Solis, de quo præciſiùs infrà ſuo loco. Itaque dum annuo ſpatio, ſeu diebus 365 cum quadrante ferè Eclipticam motu ſuo proprio perambulat, particulæ illæ Æquatoris additæ diebus ſingulis ad unam integram ejus revolutionem, integrum æquatorem abſumunt, & tandem ad idem initium tam Sol, quàm additamenta revertuntur: fitq; hoc pacto, ut diebus 365 cum quadrante proveniant Æquatoris revolutiones 366 cum quadrante, ultima hac & ſupernumeraria non ſimul uno die facta, ſed particulatim per integrum annum collecta.

Dierum inæqualium cauſa.

Cauſa inæqualitatis additamentorum, & conſequenter dierum ſolarium, triplex eſt, nimirum motus ſolis proprius ſub Ecliptica inæqualis reſpectu centri Terræ, obliquitas Eclipticæ ad Æquatorem, obliquitas Horizontis in ſphæra obliqua. Inæquali enim exiſtente motu Solis proprio, neceſſe eſt ut etiam arcus Eclipticæ quos Sol quotidie emetitur, ſint inæquales, adeoque etiam aſcenſiones æquatoris unà aſcendentis. De motu inæquali Solis infrà ſuo loco erit ſermo. Et licet hæc prima cauſa abeſſet, reliquæ duæ ſufficerent ad dictam inæqualitatem cauſandam. Alii alias etiam cauſas inæqualitatis aſſignant, quæ tamen incertæ ſunt, ut ſuo loco patebit.

Stellæ fixæ tardiùs abſolvunt integram revolutionem, quàm Primum Mobile, citiùs quàm Sol.

Quartò, motum Primi Mobilis comitatur motus ſtellarum fixarum, & reliquorum præter Solem, planetarum ab ortu in occaſum circa Terram. Et ſtellarum quidem fixarum integra revolutio longior eſt quàm æquatoris, quia durante revolutione hujus, ſtellæ interim progrediuntur verſus orientem, etſi inſenſibiliter ferè, brevior verò eſt quàm Solis integra revolutio, quia hic plus retrogreditur quàm illæ. Hinc fit ut Sol motu proprio diebus ſingulis ad alias atq; alias ſtellas orientaliores prorepat, donec annuo ſpatio omnes prætergrediatur. Hac etiam de cauſa noctu ſubinde aliæ atque aliæ apparent, quæ antea ob Solis vicinitatem non apparebant, donec annuo ſpatio omnes, quæ ſupra Horizontem conſpici poſſunt, in conſpectum noſtrum veniant. Cæteri planetæ, quò tardiores motu ſuo proprio ſunt quàm Sol, eò citiùs integram diurnam revolutionem peragunt; quò verò velociores, eò tardiùs.

CAPUT XI.

De vario ortu & occaſu ſtellarum cum Sole comparatarum, comitante motum primi Mobilis.

STellæ tam fixæ, quàm erraticæ, motu primo circa Terram quotidie volutatæ, varias ad Solem habitudines nanciſcuntur, quarum 24 recenſet Ptolemæus lib. 8. Almageſti cap. 4. Inter illas eſt ortus & occaſus Aſtronomicus, & Poëticus. Aſtronomicus eſt Aſcenſio aut Deſcenſio rectà, vel obliqua ſtellarum ſine comparatione ad Solem, hoc eſt, ſive tunc oriatur Sol occidatvè, ſive ſit in Meridiano, ſive alibi. De hoc locuti ſumus Cap. præcedente. Poëticus ad Solem refertur, & Poëticus dicitur, non quòd Aſtronomi quoque eum non curent, ſed quia de eo ſolùm Poëtæ locuti ſunt jam inde ab Heſiodo, cùm faſtos ordinant, & tempeſtates agriculturæ ac navigationi opportunas, aut his ſimilia per ortus ſiderum carminibus indicant. De hoc nunc loquimur.

Ortus & occaſus aſtronomicus ſtellarum.

Ortus & occaſus ſtellarum Poëticus.

Coſmicus

Poëticus igitur ortus & occaſus triplex eſt. Coſmicus ſeu Matutinus, Acronychus ſeu Veſpertinus, & Heliacus ſeu Solaris. Et hic ultimus duplex eſt, matutinus & veſpertinus. *Coſmicus ſeu Matutinus ortus*, eſt aſcenſus ſideris ſupra Horizontem orientalem eo momento, quo Sol ibidem oritur, ſive videatur à nobis, ſive non obvi-

ciniam Solis. Convenit omnibus ſtellis fixis, & planetis, exceptis iis fixis quæ ſunt perpetuæ apparitionis & occultationis. Dicitur Coſmicus ſeu Mundanus, quia fit oriente Sole quando Mundi ornatus reſtauratur. *Coſmicus ſeu Matutinus occaſus*, eſt deſcenſus ſideris infra Horizontem occidentalem illo momento, quo Sol oritur ſupra orientalem, ſive tunc aut paulo antè videatur, ſive non. Convenit omnibus ſtellis quæ occidere poſſunt, & elongati à Sole gradibus 180.

Acronychus. *Acronychus ſeu Veſpertinus ortus*, eſt aſcenſus ſideris ſupra Horizontem orientalem illo momento, quo Sol deſcendit infra occidentalem.

Convenit illis tantùm, qui 180 gradibus à Sole elongantur. *Acronychus ſeu Veſpertinus occaſus*, eſt deſcenſus ſideris infra Horizontem occiduum illo momento, quo Sol infra eundem deſcendit. Convenit omnibus quæ occidunt.

Heliacus. *Heliacus ortus matutinus*, eſt prima apparitio ſideris in Horizonte orientali paulò ante ſolis ortum, ſub cujus radiis antea latebat, & videri ob fulgorem ejus non poterat. Convenit omnibus quæ ſunt tardiora Sole quoad motum proprium verſus Orientem, cujuſmodi non eſt Luna. *Veſpertinus* eſt prima apparitio ſideris in Horizonte occidentali paulò poſt Solis occaſum, ſub cujus radiis ante latuerat. Convenit ſolùm iis quæ ſunt velociora Sole quoad motum in Orientem, cujuſmodi eſt Luna: Venus item ac Mercurius poſt conjunctionem cum Sole peractam in apogæo Epicycli, & deſcenſum ab apogæo, & tunc Venus vocatur Heſperus, ſeu Veſperugo.

Heliacus occaſus matutinus, eſt prima occultatio ſideris in Horizonte orientali ſub radiis Solis vicini, & paulò poſt orituri. Convenit iis ſolis quæ ſunt velociora Sole motu proprio, nempe Lunæ, nec non Veneri & Mercurio quando accedunt ad apogæum epicyli, & tunc Venus dicitur Lucifer, ſeu Phoſphorus. *Veſpertinus* eſt prima occultatio ſideris in Horizonte occidentali ſub radiis ſolis paulò antè infra eum demerſi. Convenit omnibus quæ ſunt tardiora Sole motu proprio, non tamen Lunæ.

Duo priores, Coſmicus & Actonychus, ſunt veræ aſcenſiones & deſcenſiones ſupra vel infra Horizontem, unde Ortus & occaſus veri dicuntur, Heliacus eſt tantùm apparitio vel occultatio ſtellarum circa Horizontem exiſtentium, unde ortus & occaſus apparens dicitur.

Termini diſtantiæ ſolis à ſtellis (qui arcus fulgoris ſeu viſionis dicuntur, numerandi in verticali per Solis centrum tranſeunte ab Horizonte uſque ad centrum Solis) quibus ipſæ heliacè vel oriuntur, vel occidunt, inæquales ſunt. Quò enim majores & clariores, vel minores & obſcuriores ſunt ſtellæ, eò minorem vel majorem diſtantiam Solis requirunt ad ſuam apparitionem vel occultationem. Variantur quoque iidem termini variata ſideris latitudine, ac declinatione, aſcenſionis ac deſcẽſionis rectitudine, & obliquitate, diſtantia planetarũ à Terra. Artifices nihilominus cũ Ptolemæo conſtituêre varios pro variis ſtellis ac planetis ἐλαχιςῶς, ac præter propter.

CAPUT XII.

De Aſpectibus & Radiationib. mutuis ſiderum.

Tractandum de hac re breviter hic eſt, quoniam toto ſequenti libro neceſſaria ejus cognitio erit, tametſi propriè ad planetarum paſſiones, de quibus circa finem libri ſequentis, ſpectet.

Aſpectus mutuus (σχηματισμὸς græcè, id eſt, configuratio) ſiderum, præcipuè verò planetarum eſt certus eorum in determinata diſtantia poſitus ſub Zodiaco, in quo apti ſunt ad aliquid conficiendum, radiando tum in ſeinvicem, tum in ſubjectam Terram. Sunt aſpectuum quàm plurimæ ſpecies, ex quibus tamen Aſtronomi quinq; tantum obſervandos duxerunt, qui ſunt Conjunctio, Sextilis, Quadratus, Trinus, Oppoſitio. *Aſpectus planetarũ.*
Conjunctio, vel conjugatio, ſeu coitus, græcè σύνοδος, eſt, quando ſidera in eodem Zodiaci gradu verſantur, etiamſi alioquin unum ſit longè altius altero, ut eſt Sol reſpectu Lunæ. Nota ejus characteriſtica eſt hæc, ☌. *Sextilis* vel Sexangularis aſpectus [ἑξάγωνος] eſt, quando ſextante Zodiaci, ſive duobus dodecatemoriis, id eſt, 60 gradibus (quæ eſt ſexta pars circuli) ſub Zodiaco diſtant. Nota ejus eſt ✱. *Quadratus*, ſeu quadrangulus, aut quadrangularis (τετράγωνος) eſt, quando quadrante Zodiaci, ſive tribus dodecatemoriis, id eſt, 90 gradibus [quæ eſt quarta pars circuli] à ſeinvicem diſtant. Nota ejus eſt □. *Trinus*, ſeu triangularis aſpectus (τρίγωνος) eſt, quando triente zodiaci, ſive quatuor dodecatemoriis, id eſt, 120 gradib. (quæ eſt quarta pars circuli) à ſe mutuò removentur. Nota ejus eſt △. *Oppoſitio*, græcè διάμετρος, eſt, quando ſex ſignis, ſeu gradibus 180 à ſe mutuò diſtant, & è diametro opponuntur. Nota ejus eſt ☍. Oppoſitio & Conjunctio appellantur etiam συζυγίαι, Syzygiæ, id eſt, conjugationes. En ſynopſis dictorum

☌	Conjunctio.	σύνοδος.	Grad. 0.
✱	Sextilis.	ἑξάγωνος.	60.
□	Quadratus.	τετράγωνος.	90.
△	Trinus.	τρίγωνος.	120.
☍	Oppoſitio.	διάμετρος.	180.

Itaque ſi circulo Zodiaci inſcribas, *per 15. quarti Euclid* Hexagonum, & *per 6, ejuſdem* Quadratum, & *per 2. ejuſdem* Triangulum æquilaterum, & præterea diametrum, habebis figuram repræſentantem omnes prædictos aſpectus & radiationes, ut in appoſito ſchemate apparet, in quo ♋ Cancer aſpicit ♍ Virginem aſpectu Sextili, ♎ Libram Quadrato, ♏ Scorpionem Trino, ♑ Capricorno autem opponitur diametraliter. Similes aſpectus reperiuntur inter alia ſigna, ut conſideranti patet. Quod autem de ſignis Zodiaci hîc dicitur, intelligi debet de planetis & quibuslibet ſtellis ſub Zodiaco, imò & extra Zodiacum poſitis. Veneri tamen & Mercurio non niſi Conjunctio & Oppoſitio reſpectu Solis conveniunt, reſpectu verò ſui præter dictos aſpectus non niſi ſextilis, ut ex Libro ſeq. patebit. *Vide Iconiſmi G. Fig 339.*

Cauſa cur Aſtronomi ſolùm prædictas quinque aſpectuum ſpecies obſervandas cenſuerint, eſt quia longâ experientia notarunt, ſidera, & maximè planetas, in hiſce ſitibus inſignes & maximè notabiles effectus & influxus in ſublunaria corpora producere, ut patet ex iis quæ fusè alii tractant de Aſtrologia.

LIBER VIII.

De

ASTRONOMIA THEORICA.

ABſolutâ Aſtronomiâ Elementari, totâque Motûs primi œconomiâ breviter ob oculos poſita, quantum per Libri exilitatem licuit; aggredimur Theoricam Aſtronomiam, quæ mutuum ſecundorum rationem explicat, apparentemque inæqualitatem ipſorum adæquat, Hypotheſibus aſſumptis. Rationi enim conſentaneum credunt Aſtronomi omnes, ac Philoſophi, motus ſiderum ſecundos, primoque motui eorundem contrarios (quoad apparentiam ſaltem) eſſe per ſeſe regulares & æquales, hoc eſt, æqualibus temperibus æquales arcus in circulis, quos ſidera motibus ſuis in cælo deſcribunt, abſumere, æqualeſque angulos ad centra eorundem circulorum conſtituere: tametſi nobis è centro aut ſuperficie Terræ illos motus contemplantibus apparent oppidò irregulares & inæquales. Hanc igitur apparentem anomaliam ut Aſtronomi ad æqualitatem reducerent, varia excogitarunt à primis jam ſeculis ſyſtemata vel circulorum in cœlo liquido, vel orbium in ſolido, per quos ſi ſidera moveri adſtrueretur, apparentem motuum anomaliam excuſari poſſe crediderunt; nec crediderunt duntaxat, ſed firmiſſimis rationibus ex intimis Geometriæ penetralib. deſumptis, ſtante φαινομένων & obſervationum veritate, ſtabiliverunt. Et quoniam circulorum ac orbium dictorum ſyſtemata ac compoſitiones cœlo revera ineſſe minime credebant, ſed ſolùm ad apparentem motuum irregularitatem adæquandam aſſumptæ erant; ideo aut Hypotheſes, aut Theorias appellarunt: & nihil aliud ſunt quàm ſchemata ſeu figuræ, vel ex chartis orbicularibus artificiosè exſtructæ, vel circino tantùm deſcripti circuli & lineæ, quibus ſiderum motus proprii oculis veluti ſubjciuntur, ut quemamodum per Sphæram materialem & Globum cæleſtem primus motus, ita his Theoriis ſecundi & proprii motus oculis exponantur. De his agendum hoc Libro. Non novas cudemus, nec omnes omnium proponemus (quî enim id fiat in hujus ſcientiæ compendio?) ſed paucas ab aliis excogitatas, eaſque faciliores explicabimus: ſic enim fiet ut Tyrones alias quaſcunque intelligere, examinareque ſuope Marte aſſueſcant. Dicendorum ordo erit qui ſequitur.

Aſtronomia Theorica.

Theoricæ planetarum cur excogitatæ.

CAPUT I.

De apparentiis, & obſervationibus, quibus moti Aſtronomi Hypotheſes varias effingunt, atque uſurpant.

Aſtronomia quatuor partibus conſtat.

ASTronomia, ut præcedentis libri initio ſtatutum, quatuor conſtituitur & abſolvitur partibus. Orditur enim primò cùm ab evidentibus ac manifeſtè in ſenſus occurrentibus phænomenis ſeu apparentiis, quæ indocti etiã conſiderant ac norunt; tum à ſubtilioribus obſervatis eruditorum, quæ ab ipſis ſolis accuratâ organorũ in eum uſum fabricatorũ tractatione explorantur. Suntque hæc duo, principia & fundamenta, à quibus orditur, & quibus inſiſtit ac nititur tota motuum ſecundorum doctrina. Sequuntur deinde Hypotheſes, artificum ingenio & induſtriâ excogitatæ, atque uſurpatæ, præjacentibuſque phænomenis & obſervatis accommodatæ, ad explicandam ac velut pingendam motuum varietatem. Succedit tertio loco Geometria, quæ examinat effictas Hypotheſes, atque an ſufficiant & præſtent id quod promittunt, id eſt, an congruãt cum phænomenis, motuumque varietatem ſalvent, perveſtigat, non levi conſideratione, ſed evidentibus demonſtrationibus ex Euclidis Elementis, doctrinaque ſinuum ac triangulorum deſumptis. Ultimò Arithmetica condit canones ac tabulas motuum, ex quibus ad quævis momẽta colligi ac numerari cœleſtium corporum poſitus ac locus queat. Totius autem ex his quatuor partibus conſtitutæ doctrinæ certitudo exploratur calculo, & novis obſervationibus, quæ ſi conſtitutis antea minùs congruunt, oleum perdidit & operam qui ea conſtituit.

Phænomena aſtronomica manifeſta quænam ſint.

Phænomena porrò manifeſta, quæ ita nimirum ſenſui oculorum ſunt expoſita, ut cernantur & ſentiantur ab omnibus ſine obſervatione ſolerti, & ſine organorum adminiculo, ſunt, viciſſitudines dierum ac noctium alternatim augeſcentium & deficientium; creſcentia poſt æquinoctium vernum ſpatia dierum; decreſcentia poſt autumnale, acceſſus Solis ad vertices noſtros æſtate, diſceſſus à nobis hyeme; certis limitibus incluſa loca exortûs & decubitûs ſolis in utroque Horizontis cardine, orientali & occidentali; phaſes ſeu effigies Lunæ corniculatæ, dimidiatæ, utrimque prætumidæ, & plenæ in loco Soli adverſo; ejuſdem varius ad Solem & quotidie variatus acceſſus, ac receſſus; excurſiones alternæ in Boream & Auſtrum; Veneris ante Solem exortus matutini, & poſt Solis occaſum fulſiones veſpertinæ, aliaque hujuſmodi, quibus cognoſcendis & judicandis ſolus oculorum ſenſus ſufficit.

Obſervationes aſtronomicæ quænam ſint.

Obſervationes eruditorum, quæ non omnibus manifeſtæ ſunt, primùm quidem ab ineunte Aſtronomia minùs accuratè ac ſine organis fiebant, poſtea verò eâdem proficiente non niſi exquiſitiſſimè fabrefactis inſtrumentis, pervigili ſtudio, & diligenti motuum cum obſervatis collatione peragi cœperunt. In Sole & Luna quæ obſervata ſint, referetur initio tertii & quarti capitum. Recolendum quod diximus libro præced. Solem & Lunam vocari planetas majores; reliquos verò quinque, minores: item horum quinque tres, ♄, ♃, ♂, vocari ſuperiores; duos reliquos, ♀ & ☿, inferiores. Tyrones perlecto toto hoc libro revertantur ad hoc caput perlegendum; nec enim primâ ſtatim lectione intelligent. In quinque Minoribus planetis præcipuè notata ſunt ſequentia.

Phænomena varia planetarum.

Primò obſervatus eſt, præter motum diurnum ab Oriente in Occidentem, motus proprius in longitudinem, ob receſſum illorum à ſtellis fixis orientem verſus, ſingulis plerumque noctibus majorem ac majorem; atque adeo ob tardiorem quotidie reditum ab ortu ad eundem Meridianum, quàm in fixis. Quo in motu ex tribus ſuperioribus tardior Saturnus quàm Jupiter, & hic tardior quàm Mars deprehenſus fuit.

Planetarum minorum ortus & occaſus varius.

Secundò notati ſunt ortus & occaſus eorundẽ hoc ordine fieri, ut in tribus quidem ſuperioribus poſt ortum Coſmicum fiat ortus Heliacus matutinus; deinde recedente paulatim ab iis Sole uſque ad integrum ſemicirculum Zodiaci, occaſus Coſmicus, & mox ortus Acronychus, quo facto totâ nocte fulget, hinc acceſſu Solis ad ipſos, occaſus Heliacos veſpertinus; tandemque occaſus Acronychus. Atque ex hoc & priori motu patuit, moveri hos planetas non ſolùm in conſequentia, ſed etiam tardiùs Sole, quandoquidem Solem poſt conjunctionem à ſe recedentem aſſequi nequeunt, ſed contrà ille ipſos aſſequitur, & ſuis radiis obruit, iterumque deſerit. Et hinc rurſus cõfirmata fuit major Saturni tarditas quã Jovis, & hujus major quàm Martis, quia Saturnus minùs latet ſub radiis Solis quàm Jupiter, & hic minùs quàm Mars. Venus porrò ac Mercurius obſervati ſunt nunquam ſic à Sole removeri, ut occidant coſmicè, aut oriantur acronychè, cùm nunquam ex diametro Mundi Soli opponantur, ſed poſtquam manè orti ſunt heliacè, digrediuntur quotidiè magis à Sole eoque oriente altiores & altiores ab Horizonte apparent, uſque ad terminos quoſdam maximæ digreſſionis, qui in Venere ſunt graduum circiter 48, in Mercurio 28. Inde rurſus ad Solem accedentes occultantur heliacè manè, latentque ſub fulgore Solis, donec Veſpere emergant heliacè, ſequentibuſq; noctibus occidente Sole, magis magiſque alti ad Horizontem facti, digrediuntur ab eo uſque ad terminos prædictos maximæ elongationis; quâ peractâ, Soli obviam facti occidunt veſpere occaſu heliaco. Unde patet, hos duos planetas aliquando velociores eſſe Sole, quando ſcilicet poſt matutinam digreſſionem, ad illum accedunt, illumque prævertunt, aut veſpere poſt ortum heliacũ ab illo recedunt; aliquando autem tardiores, quando ſcilicet poſt veſpertinam digreſſionem ad illum retrocedunt, aut manè poſt ortum heliacum ab eo recedunt.

Planetarum luminis & magnitudinis augmentum ac decrementum.

Tertiò obſervatum eſt inſigne decrementum luminis & magnitudinis apparentis, quando ſuperiores accedunt ad conjunctionem ſuperiorem cum Sole, occaſumque heliacum veſpertinum, & inferiores ad matutinum. Contrà verò quando accedunt vel tres Superiores ad oppoſitionem cum Sole, ortumque acronychum; vel duo inferiores poſt maximam digreſſionem ad conjunctionem Veſpertinam cum illo, fiunt notabiliter aucti lumine. Ex quo probabiliter collegerunt Aſtronomi, id fieri ex abſceſſu à Terra, cùm decreſcunt; & ex acceſſu, cùm creſcunt. Unde in primo caſu Planeta dicitur ab illis *ἀπόγειος*, id eſt, abſtans & remotus à Terra, & *ἀφήλιος*, id eſt, à Sole remotus: in ſecundo verò *περίγειος*, & *περιήλιος*, id eſt, Terræ & Soli vicinus.

Quar-

Planetarum reverſio ad ſolem inæqualis tempore fit.

Quartò, numeratis temporum intervallis, quibus Sol redit ad oppoſitionem cum ſuperioribus planetis, & inde ad conjunctionem, obſervatum eſt in eodem planeta non eſſe hanc revolutionem æqualem, in numeru dierum & horarum, ſed aliàs breviorem, aliàs longiorem. Electa tamen media revolutione inter utramque, notatũ fuit Solem reverti ad Saturnum diebus circiter 378, ad Jovem 399. ad Martem 780. Unde rurſus patuit, Saturnum Jove, & hunc Marte tardiorem eſſe, quandoquidem Sol citiùs aſſequitur Saturnum interim recedentem, quàm Jovem, & hunc citiùs quàm Martem. Venus quoque ab una digreſſione à Sole maxima ad alteram ejuſdem ſpeciei, puta à matutina ad matutinam, non eſt viſa reverti æqualiter, ſicut neque Mercurius. Media tamen revolutione peracta, revertitur Venus diebus 580, aut 583 circiter, Mercurius autem 115 circiter.

Planetarum progreſſio inæqualis.

Quintò, in hac ipſa revolutione Solis ad planetam, planetæve ad Solem, præter inæqualitatem revolutionis totius comparatæ ad alteram totam, deprehenſa eſt inæqualitas inſignis intra eandem revolutionem, comparando partes ejus cum partibus, Sole etiam in eodem Zodiaci ſigno exiſtente. Nam aliquando ſeipſis velociores quotidie apparent. & quidem velociſſimi ad conjunctionem cum Sole, loquendo de conjunctione apogæa in Venere & Mercurio. Unde planeta dictus eſt Directus, ſeu directè progrediens, nempe in conſequentia. Aliquando verò retrocedere videntur quotidie magis Occaſum verſus, ſeu in antecedentia ſignorum Zodiaci, quando ſcilicet ſuperiores accedunt ad oppoſitionem cum Sole, inferiores verò ad conjunctionem perigæam ac veſpertinam cum illo. Et tunc quoad motum in conſequentia ſunt tardi, imò Retrogradi, ſeu in præcedentia recedentes. Aliquando autem, nempe ſub initium & finem retrogradationis videntur hætere per aliquot dies horaſvè in eodem loco Zodiaci, nec procedendo, nec recedendo, unde tunc dicuntur Stationales ſeu ſtationarii.

Planetarum apocataſtaſes ſeu revolutiones,

Sextò, Aſtronomi facta comparatione obſervationum propriarum cum aliorum ante ſe factis, collatiſque revolutionibus planetarum cum ad eandem ſtellam fixam, cui olim juncti fuiſſent, aut cum qua Meridianum tranſcendiſſent, tum ad idem punctum Zodiaci, notarunt non eſſe quidem, in eodem licet planeta, æquales in numero dierum & horarum, mediocri tamen apocataſtaſi ſeu revolutione electa, deprehenderunt Saturnum permeare Zodiacum annis ſimplicibus ſeu Ægyptiis 29, diebus circiter 174, ita non reverti ad eandem ſtellam fixam niſi annis 29, diebuſque propè 184. Jovem autem abſolvere Zodiacum annis Ægyptiis 11, diebuſque fere 315, eandemque fixam aſſequi annis 11, diebus 318 circiter: Martem pervolare Zodiacum anno uno ægyptio, & diebus ferè 321, & ſequenti die vel nocte eandem ſtellam aſſequi. Simile quid de Venere & Mercurio ſtatui non potuit, quia Solem ſemper comitantur. In earundem etiam revolutionum partibus inæqualitatem deprehenderunt, & planetas æqualibus temporibus inæquales arcus Zodiaci conficere, etiamſi ſint in pari diſtantia à conjunctione cum Sole.

Planetarum motus in longitudinem inæqualis dupliciter

Septimò, ex obſervationibus num. 4, 5, & 6 indicatis, agnitus tandem eſt in planetis quinque minoribus, præter motum communem, duplex motus in longitudinem, uterque ſua propria inæqualitate irregularis, & duplex inæqualitas ſeu anomalia, quæ in unam confuſa quondam indiſtincta apparuerat. Nam revolutio planetarum ad Solem, ſeu Solis ad ipſos, in illis brevior eſt, in quibus revolutio ad Fixas & ad idem punctum Zodiaci eſt longior, & è contrario longior ad Solem in illis, in quibus ad Zodiacum brevior, Præterea revolutiones ejuſdem planetæ ad Solem inter ſe, & partes ejus cum partibus comparatæ, puta retrogradationes cũ retrogradationibus, inæquales apparent. Sic revolutiones ad Zodiaci punctum in eodem planeta inter ſe, & partes ipſius cum partibus, puta tempus in uno Signo comparatum cum tempore in alio Signo, ſuam ſeorſim inæqualitatem prodiderunt. *Prima* inæqualitas eſt ſoluta à Solis reſpectu, præſertim in tribus ſuperioribus, quia reſtituitur cum reditu planetæ ad idem punctum Zodiaci, etiamſi Sol non eſſet, aut non moveretur. Et de hac ſermo fuit num. 6. *Secunda* eſt alligata reſpectui ad Solem, de eaque ſermo fuit num 4, & 5, ſecundùm hanc enim planeta ſic attemperat motum ſuum ad Solis propinquitatem, ut eo accedente fiat ſolitò velocior, eo autem ad oppoſitionem, vel conjunctionem veſpertinam inferiorum abeunte, fiat tardior, & in temporibus intermediis Stationarius. Quæ quidem anomalia reſtituitur cum reditu Solis ad planetam, & planeta convenit non per ſe, ſed per accidens, nempe ab extrinſeco ſolis motu.

Planetarum apogæiſmus variatur

Octavò notatum fuit, planetarum apogæiſmum & ſummam tarditatem motus in longitudinem, non fieri in eodem puncto Zodiaci, ſed in aliis atque aliis ſecundùm ſeriem ſignorum, atque adeo Apogæum eorum moveri in conſequentia, ſed adeo lento motu, ut Aſtronomi uſque ad Copernicum putarint cum Ptolemæo, illũ æqualem eſſe motui Fixarum.

Planetarum motus in latitudinem varius eſt

Nonò in latitudinibus eorundem quinque planetarum minorum mira diverſitas apparuit. Nam via horum inclinata ad Eclipticam deprehenſa eſt, notatumque, tres ſuperiores, quotieſcunque ſunt circa Apogæum, habere latitudinem Borealem, circa Perigæum verò, Auſtralem, & Martem quidem maximam in ipſo pænè Apogæo ac Perigæo, Saturnum circa Apogæum, Jovem ultra Apogæum maximam habere Borealem, ſicut ille circa Perigæum, hic ultra, maximam Auſtralem. Et tres ſuperiores diutiùs morari in latitudine Boreali, quàm in Auſtrali, contra Venerem & Mercurium plùs in Auſtrali, quàm in Boreali, & in Venere latitudines maximas eſſe majores in Boreali, contrà in Mercurio. Verum in hoc quoque duplex inæqualitas apparuit. Nam comparando latitudines maximas plurium revolutionum inter ſe, patuit eas majores adhuc fieri poſito planeta in Perigæo, minores autem in Apogæo. Major adhuc variatio latitudinis obſervata fuit in Venere ac Mercurio, ut ſuo loco dicetur.

Has, & alias plures obſervationes collectas ex variis, affert *P. Ricciolus lib. 7. Almag. cap. 7.* Quæ obſcuriùs dicta ſunt, explicabuntur meliùs in ſequentibus, ideo ut initio dixi, Tyrones perlecto toto libro, ad hoc caput revertantur.

CAPUT II.

De ordine planetarum, & variis Mundi Syſtematibus.

Syſtemata Mundi varia.

ANtequam ad planetarum Theorias progrediamur, videndum eſt quo ordine ſe mutuò conſequantur in cœlo (ſeu liquido, ſeu duro) quoad diſtantiam à centro Mundi. Et quoniá variæ ſunt ea in re opiniones, quæ ob id varia Mundi ſyſtemata invexêre; ideo præcipua breviter ſunt ob oculos ponenda ex *Ricciolo lib. 3. Almag cap. 6. & lib. 9. Sect. 3. & 4.* nam ſine illis planetarum motus & Hypotheſes intelligi & explicari non poſſunt.

Planetis tur variis circuli aut orbe affingontur.

Meminerit porrò Tyro in toto hoc & ſequentibus ad Aſtronomiam ſpectantibus libris, tametſi unicum tantùm cœlum ſidereum, idque fluidum, utpote ex puriſſimo conflatum æthere, agnoſcant pleriq; Aſtronomi, nec ullos in eo reales circulos aut orbes admittant, nec duos pluresve contrarios circulares in eodem planetario Corpore motus, prout in præcedētibus dictum, & in ſequentibus paſſim repetetur; ut tamen apparentes inæqualitates motuum ad æqualitatem reducant, & methodum tradant ad veros eorūdem motus per medios quovis tempore Arithmetico calculo inveniendos; commodum ac neceſſarium judicarunt, planetis varios circulares motus attribuere, & varios ſeu circulos, ſeu orbes in cœlo effingere. Hoc præſuppoſito: Primum, & omnium de quibus conſtat, vetuſtiſſimū ſyſtema, quod *Chaldæi, Pythagoras, Archimedes, Cicero, Plinius, Ptolomæus, plurimiq; Arabum, cum Alphonſinis, Purbachio*, & aliis pleriſque uſque ad Clavium & Maginum receperunt, collocat Terraquam immotam in centro Mundi, & circa eam Elementa reliqua; dein planetas eo ordine, qué eorum characteres indicant in appoſitæ figuræ ſchemate I. quos ſequitur octava ſphæra, quæ & Fixarum, & Aplane (ἀπλανὴς) hoc eſt, inerrans, & à multis Firmamentum vocatur. His poſtea recentiores alios cœlos ſuperaddiderunt, ut vidimus lib. præcedente par. 3.

Syſtema antiquū.

Vide Iconiſmi V. Syſtema. I.

Syſtema Platonic. Vide Iconiſmi V. Syſtema. II.

Secundus ſyſtema *Platonis*, & probabiliter *Ariſtotelis, Eudoxi, Calippi*, nec non *Theonis*, & *Gebri*, ponit immediatè Solem ſupra Lunam, & Soli Venerem, Veneri Mercurium, Martem, Jovem, ac Saturnum ſuperponit. *Auctor* tamen libelli de Mundo ad Alexandrum, *Porphyrius, Apuleius, Marſilius Ficinus*, & quidam *Platonici*, Mercurium infra Venerem collocant, reliquis retentis. Utraque ſeries ex præcedentis figuræ ſchemate 2 patet. Dixi, probabiliter Ariſtotelis, Eudoxi, Calippi, quia probabile etiam eſt, illos fuiſſe ſecutos ſyſtema Pythagoræ. Plato tamen concedit Terram verti circa ſuum centrum, quam reliqui immotam demonſtrarunt.

Syſtema Ægyptiorū Vide Iconiſmi V. Syſtema. III.

Tertium ſyſtema eſt Ægyptiorum, qui ponebant Terram cum Elementis in medio mundi, circaque eam tanquam centrum collocabant primò Lunam, deinde Solem, poſtea Martem, Jovem, Saturnum, ac Fixas; circa Solem verò conſtituebant primò arctiore ambitu Mercuriū, ac poſtea Venerem, ideoque utrumque modò infra, modò ſupra Solem ſtatuebant, prout in apogæis aut perigæis forent. Inſpice Figuræ præcedentis ſchema III. Huic ſyſtemati ſubſcripſerunt *Vitruvius, Martianus Capella, Macrobius, Beda. & Argolus*, quorum ultimus tamen putat Terram moveri circa centrum ſuum.

Syſtema Copernicarum. Videlconiſmi V. Syſtema. IV.

Quartum ſyſtema ponit in centro Univerſi Solem immobilem, ſaltem quoad motum tranſlationis, & circa eum proximè Mercurium, dein Venerem, poſtea Terram cum tota Elementari ſphæra in Orbe aut circulo annuo, annuam revolutionem ab Occaſu Orientem verſus peragentem, hoc eſt, in ſimili orbe aut circulo, quali ſyſtema Ptolemaicum & Ægyptiacum ponunt Solem annua periodo revolutum. Circa Terram & Sphæram Elementarem ponit Lunam menſtrua revolutione; deinde iterum circa Solem tanquam centrum Univerſi Martem, Jovem, Saturnum, & Sphæram fixarum immobilem. Inſpice Figuræ præcedentis ſchema IV. Hoc ſyſtema dicitur Copernicanum, *Nicolao Copernico Boruſſo*, qui illud perfecit, & pluribus argumentis ac hypotheſibus fulcivit. Natum eſt olim ſub *Philolao Pythagorico* in Italia, & *Ariſtarcho Samio* in Græcia, revixit ſub *Nicolao Cuſano* in Germania, ſed imperfectè, tandem perfectum fuit à Copernico, quem ſequuntur innumeri alii, maximè Sectarii, qui cum Copernico alios motus Terræ attribuunt, nempe diurnum circa ſuum centrum, alioſque de quibus alibi.

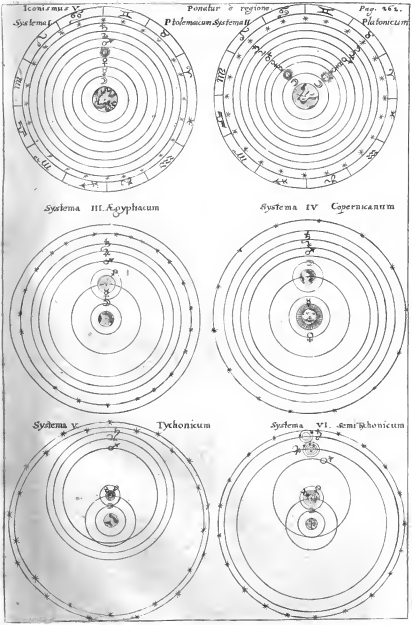
Videlconiſmi V. Syſtema V.

Quintum ſyſtema ponit Terram in medio Univerſi immobilem, cum Elementis; circa quam verſatur Luna motu menſtruo, & Sol motu annuo, & Sphæra fixarum cùm motu diurno, tum proprio ac lentiſſimo verſus Orientem. Circa ſolem velut centrum moventur Mercurius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus. Et Venus quidem ac Mercurius ſunt modò ſupra, modò infra ſolem, Mars verò ſubinde infra eundem Solem deſcendit, & propior Terræ fit quàm ipſe Sol, quando nimirum in oppoſitione cūm Sole perigæus fit, ideoq; tunc longè major & lucidior apparet quàm cùm apogæus eſt. Inſpice Figuræ præcedentis ſchema V. Hoc ſyſtema vocatur Tychonicum, ab inventore *Tychone*; quem ſequitur *Longomontanus* (addito tamen motu diurno Telluris circa ſuum centrum) *Blancanus*, & *plerique ex Societate noſtra*, & quotquot à Copernico recedunt, maximè ſi addantur circa Jovem quatuor Epicycli pro quatuor ejus Satellitibus, & circa Saturnum duo pro duobus ejus Laterōnibus. Differt à Copernicano in eo, quòd in centro Univerſi ponat Terram immobilem, in Orbe annuo Solem mobilem: Copernicanum verò in centro Univerſi ponit ſolem immobilem, in annuo orbe Terram mobilem. In reliquis verò conveniunt, ſi motum ſtellarum fixarum excipias. *P. Ricciolus loco cit.* putat probabile eſſe, Saturni & Jovis centrum non eſſe Solem, ſed Terram, ideoque ſyſtema ſuum vocat ſemi-Tychonicū Inſpice Figuræ præcedentis Schema VI.

Vide Iconiſmi V. Syſtema. VI.

Juxta Tychonicum ſyſtema, quod & amplectimur, cœli liquidi regiones ita diſtribui debent, ut prima ſit ſtellarum fixarum, quarum aliæ magis, aliæ minùs à Terra removentur, ut ſuo loco dicemus, ſecundâ Saturni cum ſuis ſatellitibus, tertia Jovis cum comitibus ſuis, quarta Solis unà cum Marte, Venere & Mercurio, quoniam hi tres non ſolùm circa Solem moventur, ut reliqui duo ſuperiores, verùm etiam ejus regionem penetrant ac pervadunt, quinta denique Lunæ. Hæc de planetarum ordine, nunc de eorundem Theoriis ſeu Hypotheſibus, primò quidem in genere, deinde in particulari.

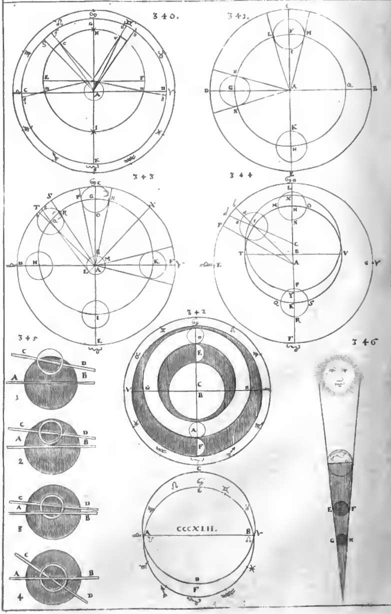
CA-



Iconismus V.
Ponatur e regione.
Pag. 262.
Systema I. Ptolemaicum
Systema II. Platonicum
Systema III. Ægyptiacum
Systema IV Copernicanum
Systema V. Tychonicum
Systema VI. Semi-Tychonicum

Digitized by Google

Digitized by Google


340.
343
344
345
346
CCCXLII.

CAPUT III.

De planetarum Theoriis ſeu Hypotheſibus in genere: & de nominibus punctorum, linearum, arcuum, aliorumque ad eas ſpectantium.

Theoriæ planetarum quid ſint.

PLanetarum Theoriæ ſeu Hypotheſes, ut ſuprà dictum, ſunt inventa & commenta Aſtronomorum, quibus conceptos ac diſtributos à ſe circulos, aut orbes in cœlo (ſeu liquido, ſeu ſolido) convenienti ordine ac poſitione exprimũt, totamque oſtendunt apparentis inæqualitatis in planetarum motibus deprebenſæ rationem, eâ lege, ut cum apparente inæqualitate perpetua tamen & conſtans æqualitas periodorum ratio, ac ſtata anomaliæ ipſius reſtitutio conſervetur. Vocantur hujuſmodi inventa Hypotheſes, quaſi poſita & aſſumpta ab artificibus ad prædictum finem, Theoriæ, ſeu Theoricæ, quaſi ſpeculationes & commenta ingenioſa ob eundem finem. In iis fingendis hac mori fuêre ratione Veteres, quorum tantummodò nonnullas in medium afferam, omiſſis aliis Recentiorum, qui paſſim novas cudunt antiquis rejectis.

Theoriæ planetarum cur excogitatæ.

Cùm perſuaſum haberent antiqui Aſtronomi, planetarum motus proprios eſſe circulares, aut compoſitos ex circularibus, utpote perpetuos, & ſtatis temporibus in ſe redeuntes, & diuturna obſervatione deprehendiſſent, eoſdem in circulis aut orbibus ſuis, tametſi inæqualitatem non modicam præ ſe ferant, æqualiter tamen ac regulariter moveri, ut qui illam ipſam anomaliam quam præ ſe ferunt, decurſis ſpatiis, ſeu abſolutis curriculis ſuis, eâdem lege, & eodem ordine perpetuò repetunt, ita ut in reditu ſeu reſtitutione perpetua ejuſdem anomaliæ poſt completos integros circuitus ſit conſtantiſſimus ordo, & ſumma æqualitas, ſtatuerunt planetas motibus propriis non circumvehi circulis Mundo Concentricis, id eſt, idem cum Terra centrum habentibus (alioquin enim & æqualibus temporibus, in ejuſmodi circulis æquales abſumerent arcus, æqualesque ad centrum conſtituerent angulos nobis ex Terræ ſuperficie velut ex Mundi centro eos motus ſpectantibus æquales apparerent,) ſed vel in Excentricis, hoc eſt, diverſum à Mundo & Zodiaco centrum obtinentibus, vel in Excentrepicyclis, aut Concentrepicyclis, hoc eſt, habentibus quidem diverſum aut idem cum Mundo centrum, complectentibus tamen ac alium parvum ſecum deferentibus circulum (qui ob id Epicyclus dicitur) in cujus peripheria planeta moveatur. Utramque Hypotheſin explicabimus primùm in genere, antequam ad particulares ſingulorum planetarum Theorias progrediamur.

§. I.

Hypotheſis ſolius Excentrici.

Excentrici hypotheſis.

Videlicet niſimi H. Fig. 340.

EXcentricus circulus in Theoriis planetarum eſt circulus, cujus centrum eſt extra Mundi & Zodiaci centrum. Quod ut intelligatur, ſit in appoſita figura centrum Mundi & Zodiaci primi Mobilis A, Ecliptica ejuſdem Zodiaci DGCK, ex eodem centro A deſcripta, & conſequenter Mundo concentrica, ſecta in quatuor æquales quadrantes diametris GK, & CD, ſecantibus ſe orthogonaliter in A. Aſſumatur in ſemidiametro GA punctum aliud B, ex eoque deſcribatur circulus FHEI, ſectus in quatuor itidem quadrantes æquales diametris HI, & EF, ſecantibus ſe orthogonaliter in B. Erit hic circulus Eclipticæ & Mundo excentricus, quia ex alio centro à Mundi centro diverſo, deſcriptus. In quo quidem circulo punctum H remotius eſt à centro A, quàm punctum I, *per 7. Tertii Euclid.* & arcus m H n major eſt quàm arcus m I n, quoniam ille major, hic minor eſt ſemicirculo EHF, vel EIF. In tali eacentrico circulo ſi moveri æqualiter ac regulariter ſupponatur planeta motu proprio ab F in H, & inde in E, &c. conſequenter ſub Zodiaco ab ♈ in ♉, in ♊, in ♋, &c. ſecundùm ſignorũ ſeriem ſeu ſucceſſionem, ſufficienter explicari videntur ſupradicta phænomena planetarum, & eacuſari anomaliæ apparentes eorundem, ex parte ſaltem. Nam dum planeta eſt in H, remotior eſt à centro Terræ A, quàm dum eſt in I, *ut ex eit. 7. Tertii* patet; ideoque ibi minor, hic major apparet. Item dum movetur æquali motu in circulo excentrico ſub Zodiaco ab ♈ in ♉, in ♊, &c, diutiùs hæret in ſemicirculo DGC, quàm in altero oppoſito DKC, quia dum ab ♈ per ♋ in ♎ movetur ſub Zodiaco, id eſt, in ſuo excentrico à D per G in C, conficit æquali motu in excentrico ſuo arcum n H m, qui major eſt quàm oppoſitus arcus n I m, æquali autem motu majori tempore percurrit, quàm minor arcus. Conſtat igitur, cur in Hypotheſi Eacentrici planetæ nunc velociùs, nunc tardiùs ſub Ecliptica provehi videantur. Accuratiorem explicationem, & geometricam demonſtrationem omitto, quam qui volet, legat Ptol. lib. 3. Almageſti. Solùm explicabo breviter puncta, lineas, arcus, aliaque ſimilia hac Hypotheſi uſitata.

§. II.

Nomina punctorum, linearum, arcuum, motuum, aliorumque ſimilium in Excentrici Theoria uſitatorum.

Videlicet niſimi H. Fig. 340.

HÆc ut explicentur, fingatur in præcedenti fig. planetam inchoaſſe motum in excentrico ſuo puncto n verſus a, H, o, m, &c: & provectum eſſe uſque ad a punctum. Ducatur præterea ex centro eacentrici B, per centrum planetæ exiſtentis in a recta B a uſque ad centrum planetæ, aliaque huic parallela A b, ex centro Mundi A uſque ad eclipticam, nec non ex eodem centro A per centrum planetæ alia A a d. Aliæ etiam ſimiles lineæ ducantur ex iiſdem centris, ut figura monſtat.

In hac igitur Hypotheſi *Punctum* A eſt centrum Mundi & Eclipticæ primi Mobilis Mundo concentricæ DGCK. *Punctum* B eſt centrum excentrici FHEI. Linea AB, diſtantia nimirum inter duo centra, eſt excentricitas planetæ, quia indicat vi diſtantiam centri excentrici à centro Mundi in partibus, in quas ſemidiameter excentrici BH dividi ad libitum ſolet ab Aſtronomis. *Punctum* H eſt aux, ſumma abſis ſeu apſis, apogæum (*ἀπόγειον* græcè) ſummus videlicet apex excentrici, in quo planeta maximè à centro Terræ diſtat, & ideo à

Græcis ἀπόγειος, Apogæus, hoc eſt, à Terra remotiſſimus tunc appellatur. *Punctum* I eſt oppoſitum augis, ima abſis, perigæum, infima videlicet excentrici pars, in qua planeta eſt περίγειος, Perigæus, hoc eſt, terræ propinquiſſimus. *Linea* HBAI eſt linea apogæi, augium, abſidum. *Linea* AH eſt longitudo longior, AI longitudo propior, A*n*, A*m*, longitudo media, quia metiuntur maximam, & minimam, & inter utraſque mediam planetæ à Terra elongationem.

Motus ſeu progreſſio planetæ in excentrico ab *n* per F, H, E, &c. & ſub ecliptica ab ♈ per ♉, ♊, ♋, &c. dicitur *motus* in longitudinem, & *ſ. ſ. ſ.* hoc eſt ſecundùm ſeriem ſeu ſucceſſionem ſignorum, & motus in conſequentia, ſubintellige, ſigna. Qui motus ſi ad excentricum referatur, æqualis, ſive æquabilis, ordinatus, ac regularis revera eſſe ſupponitur, ſi ad eclipticam, eſt revera inæqualis, & talis, qualis apparet, qua de cauſa dicitur verus, & apparens. Imaginatione tamen ab Aſtronomis æqualis redditur, ductu nimirum & motu imaginario lineæ A*b*, parallelæ lineæ B*a*: hæc n. linea A*b*, ſi ſervato ſemper parallelismo cum B*a* ſequatur hujus motum, abſumit de Zodiaco arcus analogos arcubus quos de excentrico abſumit linea B*a*, quia anguli HB*a*, HA*b*, ſunt æquales *per 29. pri. Euclid.* ac proinde arcus qui dictis æqualibus angulis ſubtenduntur, inter ſe analogi ſunt, & eandem habent proportionem ad ſuos circulos totos, quam habent dicti anguli ad quatuor rectos. *per ult. Tertii Euclid.* Quanto igitur ſpatio temporis planeta in excentrico peragrat arcum *a*H motu æquali revera, tantò eundem imaginamur in Zodiaco abſolvere arcum homologum *b*G, ex definitione motus æqualis.

Motus verus & medius planetarum.

Duplex itaque eſt *Motus* planetarum in Excentrici Theoria, Verus, & Medius. *Motus verus* eſt, quo in ipſo cœlo inæqualiter moveri nobis in Terra degentibus apparent, unde etiam *Apparens*, & *Inæqualis* vocatur. *Motus medius* eſt, quem Aſtronomi docendi cauſa inter velociſſimum & tardiſſimum aſſumunt medium, & ſemper æqualem. Similiter planetarum *Locus* in Zodiaco alius eſt *verus* ſeu *apparens*, ad quem videlicet motu vero ſeu apparente progreſſi ſunt: alias *medius*, ad quem motu medio progreſſos eſſe imaginamur. Verum motum ac locum in Zodiaco oſtendunt lineæ A*d*, A*f*, &c: è centro Mundi per centrum corporis planetæ ad Zodiacum extenſæ: Medium verò motum ac locum, lineæ A*b*, A*g*, &c ex eodem centro Mundi extenſæ, & æquidiſtantes rectis B*a*, B*e*, &c: ex centro excentrici ad centrum corporis planetæ ductis.

Locus verus & medius planetarum.

Linea veri ac medii motus ac loci in apogæo H ſeu G, & in perigæo I ſeu K, concidunt, & in unam quaſi lineam coaleſcunt; unde nulla in iis punctis differentia eſt inter verum ac medium motum ac locum planetæ: at extra illa puncta differunt, diverſoſque in Zodiaci peripheria arcus abſumunt, & diverſos angulos ad centrum A conſtituunt. Horum arcuum aut angulorum differentia, hoc eſt, differentia veri ac medii motus, vocatur *Proſthaphæreſis*, ſeu Æquatio, debetque alias auferri, alias addi motui medio, ut verus è tabulis Aſtronomicis eruatur. Et ratio eſt, quia medius motus, planeta extra apogæum ac perigæum exiſtente, aliquando ſuperat verum motum, & tunc debet dicta differentia auferri à medio motu, ut æquatio fiat inter verum & medium: aliquando verò ſuperatur à verò motu, & tunc debet dicta differentia addi ad medium motum, ut æquetur hic cum vero. Superat medius motus verum, quando linea medii motus in Zodiaco præcedit lineam veri motus, quod fit in hemicyclio Zodiaci in quo planeta deſcendit ab apogæo in perigæū, nempe in hemicyclio GCK, ubi vides lineam A*g* præcedere lineam B*e*. Superatur quando linea veri motus præcurrit lineam medii motus: quod fit in altero ſemicirculo Zodiaci, in quo planeta à perigæo rurſus ad apogæum ſe attollit, nimirum in ſemicirculo KDG, ubi vides lineam B*a* præcedere lineam A*b*.

Proſthaphæreſis.

Quando motus planetæ numeratur ab apogæo ſecundùm ſignorum ſeriem, nempe à G in *f* aut *g*, arcus ab apogæo uſque ad lineam motus ſeu medii, ſeu veri, dicitur Anomalia, & Argumentum. Alia huc etiam ſpectantia dabimus capite ſequenti inter Definitiones.

§. III.

Hypotheſis Homocentrepicycli.

Homocentrepicycli theoria.

HOmocentrepicyclus in Theoricis planetarum, eſt circulus, qui deſcriptus circa idem Mundi ac Zodiaci centrum, continet, & converſione ſui per Zodiacum circumferr ſecum epicyclum deſcriptum circa proprium centrum, quod à Zodiaci centro diverſum eſt, & in peripheria homocentrepicyli aſſumitur, & ambitu non includit centrum Mundi & Zodiaci. Sit in appoſita figura centrum Mundi A, Zodiacus BCDE, ipſique concentricus FGHQ. Aſſumatur in ejus circumferentia punctum F, & fiat circellus CLIM, cui æquales deſcribantur alii ex punctis G, H, Q. Erunt hi circelli, Epicycli, & circulus Mundo concentricus FGHQ, dictos circellos continens, ſecumque per Zodiacum devehens, appellabitur Homocentrepicyclus. Eſt ergo homocentrepicyclus compoſitus ex duob. circulis, uno concentrico, qui commune cum Zodiaco centrum habet, altero epicyclo, qui excentricus eſt, ſed aliter quàm ille de quo in §. 1. & 2. egimus, ille n. etſi diverſum habeat centrum à Mundi & Zodiaci centro, tamē ambitu ſuo illud includit: at epicyclus de quo nunc agimus, nec centrum habet idē cum Zodiaci centro, nec illud perimetro ſuo circumdat atque complectitur.

Vide Iconiſmum II. Fig 141.

In hac Hypotheſi concentricus FGHQ movetur circa centrum A, à B in C, D, E, hoc eſt, ab occaſu in ortum, ſeu in conſequentia, motu ordinato & æquali, ſecumque defert epicyclum F. Qui epicyclus interim movetur etiam circa centrum ſuum F, idque vel in conſequentia à C in L, inque in I, in M, in C, vel impetu contrario in antecedentia à C in M, indeque in I, L, C. Itaque ſi epicyclo infixus eſt planeta, fit ut planeta ſit modò in C modò in L, hoc eſt, in N, modò in I, hoc eſt, in K. Et quidem in C eſt maximè remotus à centro A, in K eſt ipſi propinquiſſimus, in N eſt in mediocri diſtantia. Unde patet, quomodo per hanc Hypotheſin ſalvetur varia planetæ à Terra diſtantia. Præterea ſi dum movetur epicyclus F cum concentrico ſuo ab F verſus G, planeta verò interim à C movetur ab M verſus I, & dum movetur ab L, verſus C, ſtare, aut etiam retrogredi videtur. Unde patet, qua ratione etiam anomalia motuum per eandem Hypotheſin ſalvetur.

In hac Hypotheſi punctū C, ſeu, E, vocatur aux

epicy-

epicycli, I, ſeu K, oppoſitum augis, CI, & KE, lineæ augis. Motus planetæ in eadem Hypotheſi, non ſecus ac in præcedēti, duplex eſt, unus æqualis, ſeu medius, alter inæqualis, ſeu verus, & apparens. Æqualis rurſum duplex eſt, unus naturâ revera talis, alter imaginarius. Similiter & locus planetæ eſt vel medius, vel verus ſeu apparens. Sed hæc melius explicabuntur in particularibus Theoricis.

Excentrepicyclus. Ex his colligitur, quidnam ſit Excentrepicyclus in planetarum Theoriis. Si enim in præcedenti ſchemate centrum A fuerit diverſum à Mundi centro, & circulus FGHQ excentricus eclipticæ, & nihilominùs in peripheria ſua affixum habeat Epicyclum F, erit circulus FGHQ Excentrepicyclus. Et non minùs per hanc, quàm per præcedentem Hypotheſin, planetarum phænomena & anomaliæ, ex parte ſaltem excuſari poterunt, ut ſuo loco videbimus. Nunc ad particulares Theorias progrediamur.

Monitio ad Lectorem.

SEd ante omnia monendum eſt iterum quod initio hujus Libri monuimus, nec novas nos cudere Theorias, nec aliorum omnes in medium afferre & examinare, ſed paucas ſolùm, ac faciliores, Veterum præſertim, nec has integras, & prout ab aliis ſcriptæ ſunt, ſed illa tantùm, ac tali ordine ac methodo, ut hujus Libri lectione introducantur Tyrones ad aliorum Hypotheſes intelligendas. Conſtat enim apud omnes, quam implexè, quā obſcurè, quam non niſi ad in exercitatiſſimorū captum, Auctores pleriq; licèt doctiſſimi alioquin, ſuas proponant Theorias, adeo ut qui in illo ſtudio novi accedunt, nec ubi incipere, nec ubi progredi, aut deſinere debeant, deſpiciant; & cùm diu multùmq; legerint, nihil ſe didiciſſe deprehendant. Iſagogen igitur potiùs in planetarum Theoricas, quàm ipſas Theoricas, ſcribimus; quas ſi ſcribere pro dignitate ac vaſtitate materiæ vellemus, præſcriptos unius exigui Tomi anguſtos limites longè excedere cogeremur.

CAPUT IV.

De Sole, ejusque variis motibus, & motuum anomaliis; nec non de variis Hypotheſibus ad illas ſalvandas.

Solis theoria. A Sole planetarum principe incipimus cum Ptolemæo, aliiſque Aſtronomis, tum quòd ſimplicior eſt illius motûs anomalia, minuſque propterea intricata imaginariorum circulorum, orbiumve, theoria; tum quòd Solis motus reliquorum motuum ſpeculum quoddam eſt, atque menſura, ideoque ſine hoc illi explicari atque intelligi non poſſunt, ut Ptolemæus etiam teſtatur, & patet ex dictis cap. 1. meliuſque ex ſequentibus conſtabit. In qua quidem, uti & in ſequentibus, ſolum Aſtronomica, & præcipuè ad motum ſecundum pertinentia proſequemur; phyſica, tum antiqua, tum nova, aut in Mundo Mirabili, aut in ejus Prodromo, DEO volente, dabimus.

§. I.

Motus Solis ab Oriente in Occidentem Diurnus.

SOl movetur verè ac propriè circa Terram ab Oriente per Meridiem in Occidentem, indeque per mediam noctem revertitur in Orientem. Patet experientiâ ſenſuum, qui corrigi non debent ſine evidenti ratione in oppoſitum; teſtatur Scriptura ſacra, quæ in ſenſu litterali explicari debet, niſi evidens ſequatur abſurdum; fatentur Philoſophi & Aſtronomi omnes, ſi Copernicum cum ſuis aſſeclis excipias. Hic motus convenit Soli revera ratione ſui, qui in cœlo liquido immoto movetur: ad explicandum tamen meliùs quæ ad motum tum primum, tum ſecundum pertinent, imaginamur cœlum ipſum cum Sole, & reliquis ſideribus omnibus prædicto motu moveri ab Oriente in Occidentem, ideoque dicitur communiter, Solem ac ſtellas reliquas moveri ab ortu in occaſum motu primi Mobilis, & motu raptûs, ut in libro præcedenti explicavimus. *Solis motus diurnus.*

Prædictus motus Solis eſt continuus, & uniformis. Patet ex umbris corporum, Soliſque altitudinibus, quæ continuò & uniformiter creſcunt atque decreſcunt, prout Sol accedit vel recedit à Meridiano.

Una Solis circulatio perficitur ſpatio diei naturalis ſolaris, vel ut rectiùs dicam, una integra hujuſmodi circulatio, qua Sol poſt diſceſſum ab Horizonte aut Meridiano redit ad eundem Horizontem aut Meridianum, conſtituit diem ſolarem naturalem: unde prædictus motus vocatur motus ſolis diurnus.

Sol prædicto motu non movetur ſemper per eandem viam, hoc eſt, non conficit eandem ſemper circulationem, ſed diverſas. Patet, quia non ſemper oritur & occidit in iiſdem punctis Horizontis, nec tranſit ſemper per eadem Meridiani puncta, ut manifeſtum eſt: nam modò ad verticem noſtrum accedit, modò ab eo recedit.

Ex his conſtat, motum Solis diurnum non eſſe perfectè circularem, ſed ſpiralem ſphæricum: deſcribit enim hinc & inde ab Æquatore verſus utramque polum deflectendo, ſpiras 182½ circiter.

Duæ extremæ Solis circa Terram circulationes, vel potiùs ſpirales glomerationes, quarum unam Sol motu diurno deſcribit verſus Boream, alteram verſus Auſtrum, ſuntque veluti binæ ſolaris evagationis metæ, inter quas perpetuò hinc inde ab Æquatore excurrit, appellantur circuli (ſeu quaſi circuli) Tropici, eò quòd Sol ad ipſos delatus revertatur ad Æquatorem. Eædem duæ extremæ ſpiræ & omnes reliquæ intermediæ, appellantur paralleli Solis, id eſt, circuli æqui diſtantes Æquatori, à Sole deſcripti: licèt enim revera non ſint circuli, ſed ſpiræ, quia tamen non differunt ſenſibiliter (reſpectu noſtri) à circulis, rectè tales appellari poſſunt. Horum porrò Tropicorum intervallum non ejuſdem latitudinis repertum eſt ab omnibus Aſtronomis, ut poſtea videbimus. Communiter tamen ſtatuitur eſſe grad. 47. in Coluro Solſtitiorum numerandorum, quia Sol hinc & inde ab Æquatore declinat grad. 23½.

§. II.

§. II.

Motus Solis Annuus ab Occidente in Orientem.

Solis motus annuus.

SOl movetur etiam ab Occidente per meridiem in Orientem, indeque per mediam noctem in Occidentem; id eſt, movetur ab occidentalibus cœli partibus verſus orientales tranſeundo per meridiem, & ab orientalibus revertitur ad occidentales, tranſeundo per mediam noctem. Patet, quia ſemper magis ac magis recedit à ſtellis fixis verſus partes cœli orientales, & poſt diametralem oppoſitionem cum ipſis iterū accedit verſus eaſdem per oppoſitam viam, donec illas tandem aſſequatur iterum. Inidem recedit, ſi dicas: Solem accedere ſemper magis ac magis ad ſtellas fixas verſus partes orientales cœli, & poſtquam illas eſt aſſecutus, relinquere poſt ſe, donec diametraliter ipſis opponatur, iterumque ad ipſas per oppoſitam viam accedat.

Progreditur autem Sol ab Occidente in Orientem per viam obliquam reſpectu Æquatoris, tranſeundo infra duodecim aſteriſmos Zodiaci. Præterea nunquam extra Tropicorum metas paulò antè indicatas egreditur, adeoque ab Æquatore non declinat verſus utrumque polum plus quàm grad. 23½. ut paulò poſt iterum dicemus. Tandem continuò incedit ſub Ecliptica; vel potiùs motu ſuo ab Occidente in Orientem deſcribit ipſam Eclipticam. Patent hæc ex obſervationibus Aſtronomorum.

Prædictus motus appellatur motus Solis proprius, quia convenit Soli per ſe, & non ratione primi Mobilis, ut mox explicabimus. Præterea appellatur motus Solis in longitudinem, quia fit ſecundùm longitudinem Zodiaci, & non ſecundùm latitudinem ejuſdem, quandoquidem Sol nunquam evagatur extra Eclipticam, ut alii planetæ, qui præter motum in longitudinem, habent etiam motum in latitudinem. Tandem vocatur motus in conſequentia ſignorum, ſive ſecundùm ordinem ac ſeriem ſignorum Zodiaci, quia ab Ariete tranſit Sol in Taurum, & in alia ſigna quæ in Zodiaco ſequuntur verſus orientales cœli partes. Itaque non fit ſuper polos & axe Æquatoris ac primi Mobilis, ſed ſuper polos & axe Zodiaci, qui à polis Æquatoris & Mundi diſtant grad. 23. min 30.

Motus Solis ab occidente in orientem eſt tantū apparens.

Motus hic non eſt realiter diverſus & oppoſitus motui ſpirali diurno, ſed eſt idem cum ipſo; qui motus diurnus quoniam ſpiratim fit verſus polos mundi, & tardior eſt, quàm motus diurnus realis Fixarum, & adhuc tardior quàm imaginarius primi Mobilis (realis enim nullus datur cœli fluidi) ideò videtur nobis recedere Sol verſus partes orientales Zodiaci & Eclipticæ. Idem dicendum eſt de motu proprio reliquorum planetarum, imò & de motu proprio Fixarum comparato cum motu imaginario primi Mobilis. Concipimus enim primum Mobile abſolvere integram circulationem ſpatio 24 horarum ipſius primi Mobilis, quod ſpatio paulò brevius ſit quā revolutio integra Fixarū, & adhuc brevius quàm revolutio integra Solis. Quoniam igitur ſtellæ fixæ paulò lentiùs abſolvunt integram circulationem ſpiralem quàm primum Mobile; & his lentiùs Saturnus, & adhuc lentiùs Jupiter, & Mars, & Sol cum Venere & Mercurio, & lentiſſimè omnium Luna; ideo videntur moveri ab Occidente in Orientem eò velociùs, quo tardiùs abſolvunt circulationes ſuas; cùm tamen non moveantur niſi ſpiratim ab Oriente verſus Occidentem. Sunt itaque apparenter tantùm duo motus in Sole, & reliquis planetis, ac ſtellis. Ita hunc motum explicant *Anaxagoras, Democritus* & *Cleantes* apud Plutarch. *lib.* 2. *de Placitis cap.* 16. *Alpetragius* in Theoria phyſica motuum cœleſtium, *Achillinus* lib. de Orbibus, *Petrus Aliacenſis* quæſt. 2. ſuper Sphæram, *Joannes Antonius Delphinus* lib. de Globis ac motibus cœleſtibus cap. 19. 29. & 30. *Claramontius* lib. 2. de Univerſo cap. 18. & lib 6 cap. 1 *Scotus* in 2. diſt 14. q. 2. *Hurtadus* diſp. de cœlo ſect. 3. *Maſtrius* ac *Bellutus* diſp. 2. de cœlo quæſt. 4. a. 1. *Cabæus* in Meteor. tex. 38. q. 2. *Amicus* tract. 5. de cœlo. q. 6. d. 9. a. 3. *Arriaga* diſp. unica de cœlo ſect. 4. & 5. *Oviedus* cōtroverſ. unica de cœlo, pun 4. *Poncius* diſp. 22. phyſic. ſect. 3. q. 9. conclus. 9. *Tellez* diſp. 45. phyſic. ſect. 3. n. 6. *P. Melchior Cornæus* in Curriculo Philoſop. tract. de Cœlo diſp. 1. *Herlinus* in Synopſi Mathemat. lib 2. Aſtron. par. 1. cap. 1. & alibi; *Foreſtus* in Florilegio Diſſert. 4. *Nierembergius, Cauſinus*, & alii plurimi, quorum nomina exciderunt. Agmen claudat qui prædictorum pleroſque citat, *P. Joan. Baptiſta Ricciolus* lib. 6. Almag. cap. 18. q. 4 dub. 5. n. 17. & lib 9 cap. 3. num. 14. concluſ. 2.

Ex dictis patet, motum Solis proprium eſſe obliquum ad Æquatorem, quandoquidem modò ad verticem noſtrum, polumque conſpicuum accedit, modò ab eo ad oppoſitum Mundi polum recedit. Accedit autem maximè die ſolſtitii æſtivi, quo ingreditur Cancrum Zodiaci intelligibilis ſeu primi Mobilis (quod nunc fit circa diem 21 Junii) & eo die deſcribit ſuo motu circulum, vel quaſi circulum (ſpiram enim decircinat tunc etiam) parallelum Æquatori qui dicitur Tropicus Cancri. Inde autem flectit curſum, & convertit ſe ad Auſtrum per alias ſpiras, & ubi tranſgreſſus eſt Æquatorem, & ingreſſus ſignum Capricorni (quod nunc fit circa 21 Decembris) fit ſolſtitium hybernum, & deſcribit tunc alterum Tropicum, dictum Capricorni. Receſſus Solis utrumque ab Æquatore ſub Ecliptica, vocatur Declinatio ſolis; & maxima quidem declinatio eſt receſſus uſque ad Tropicos. Hoc intervallum non ejuſdem ſemper latitudinis repertum fuit, ut ſuprà dicebam. Maximam enim Solis declinationem ab Æquatore, ſive maximam Eclipticæ ad Æquatorem inclinationem ſeu obliquitatem (ſic enim appellatur, & duplicata dat Tropicorum interſtitium) invenit *Eratoſthenes* grad. 23. minut. 51, *Hiparchus* & *Ptolemæus* grad. 23. 51'. 20". *Albategnius* 23°. 35', *Arzachel* 23°. 34', *Almeon* 23°, 33'. *Porphatius* 23°, 32'. *Regiomontanus* 23°, 30'; *Copernicus* 23°, 28', *Tycho* 23°. 31', alii aliam. Vides igitur, quomodo à tempore Ptolemæi uſque ad Copernicum decreverit, indeque iterum creſcere inceperit. Suſpicatur Copernicus, ipſam nunquam fuiſſe antè majorē grad. 23, minut 52, nec minorem grad. 23, minut. 28. Itaque differentia inter maximam & minimam foret ſcrupul. 24. Communiter tamen Aſtronomi reliqui faciunt maximam declinationem grad. 23½, & recentiores ſuſpicantur meritò diverſitatem ab aliis repertam proveniſſe à refractionum diverſitate, ſi non ab inſtrumento aut obſervatione, aut aliunde.

Solis declinatio max. est varia & diverſa à variis.

§. III.

§. III.

Periodus motus annui Solis ab Occidente in Orientem.

Solis motus annui periodus.

SPatium temporis quo Sol abſolvit motu ſuo proprio ab Occidente in Orientem unam integram revolutionem ſub Ecliptica, redeundo ad idem punctum cœli à quo antea diſceſſerat, vocatur annus ſolaris Aſtronomicus. Initium ac finis hujus anni ſolet ſtatui punctum aliquod Eclipticæ æquinoctiale, aut ſolſtitiale, in quo ſcilicet æquinoctium aut ſolſtitium contingit: unde annus ſolaris Aſtronomicus appellatur etiam æquinoctialis, & ſolſtitialis ſeu tropicus, ſive vertens, item temporalis, & naturalis.

Anni ſolaris magnitudo.

Anni prædicti magnitudo varia variis temporib. deprehenſa fuit ab Aſtronomis. *Calippus, Archimedes, Geminus, Soſigenes* cum *Julio Cæſare*, & alii vetuſtiores tribuunt ipſi Dies 365¼. *Hipparchus* & *Ptolemæus* D. 365. H. 5. M. 55'. 12''. *Alphonſus, Purbachius*, & alii multi D. 365. H. 5. M. 49'. 15''. 58'''. 49^iv, 46^v, 26^vi, vel brevitatis cauſâ, D. 365. H. 5. M. 49'. 16'', ferè: *Tycho* D. 365. H. 5. M. 48', 45'', *Ricciolus* D. 365. H. 5. M. 48'. 40'', alii aliter ſentiunt. *Copernicus* Veterum omnium obſervationes conſiderans, & cum ſuis conferens, ait omnes priores Mathematicos vera dicere de anni tropici varietate, eumque eſſe inæqualem modò majorem, modò minorem, modò mediocrem, & omnes differentias certo annorum incluſit orbe, quam Periodum anteceſſionis æquinoctiorum appellat, eamque ſpatio annorum Ægyptiorum 1717 confici exiſtimat. Hinc deducit æquinoctiorum anticipationem (ut ipſe loquitur juxta ſyſtema Terræ mobilis) eſſe nunc tardiorem, nunc incitatiorem. *Ricciolus* tamen cum aliis graviſſimis Auctoribus ſuſpectam habet hanc inæqualitatem, & meritò, propter cauſas quas enumerat *lib. 3. Almag. cap.* 28. agens de præceſſione æquinoctiorum.

Annus ſidereus.

Si initium ac finis motus ſolaris prædicti ſumatur ab aliqua ſtella fixa, ſpatium temporis quo Sol revertitur ad eandem ſtellam, appellatur Annus ſidereus. Vetuſtiſſimi Aſtronomi non diſtinguebant inter annum ſolarem tropicum ſeu æquinoctialem, & annum ſidereum, quia non ſciebant ſtellas fixas mutare ſedes verſus partes cœli orientales, unde putabant ſolem ſemper eodem puncto temporis poſt annum elapſum reverti ad eaſdem ſtellas (neque enim anni inæqualitatem agnoſcebant) à quibus ante annum digreſſus fuerat. Hipparchus verò, Ptolemæus, & reliqui omnes, poſtquàm notarunt ſolem non reverti ad eandem ſtellam fixam eodem tempore quo revertitur ad idem punctum ſolſtitiale, vel æquinoctiale, ſed aliquantò tardiùs, ob motum tardiſſimum Fixarum verſus partes orientales cœli, diſtinguunt jam Annum ſidereum ab æquinoctiali, aut ſolſtitiali, faciuntque paulò majorem. Varii varium deprehenderunt. Omiſſis aliorum ſententiis, *Tycho* eum facit D. 365. H. 6. M. 9', 16'', 43''', 30^iv, *Copernicus* D. 365. H. 6. M. 9'. 40'', *Ricciolus* D. 365. H. 6. M. 8'. 57''. 25'''. Conſtat igitur Annus ſidereus ex anno ſolari, & præterea illa temporis appendice, quæ requiritur ut Sol tranſgreſſus æquinoctii aut ſolſtitii punctum aſſequatur eandem ſtellam Fixam quæ uno anno ſolari progreſſa eſt ab eodem puncto Orientem verſus. Sed de anno ſidereo iterum infrà ſuo loco.

Solis motus medius annuus, diurnus.

Ut conſtet quantum Zodiaci arcum Sol motu proprio percurrat ſingulis annis civilibus, menſibus, diebus, horis & minutis, reducunt Aſtronomi ad extremas ejuſdem ſpeciei minutias tum annum tropicum, tum Zodiacum, tum denique annum civilem communem dierum 365, ſi annuum inquirant motū, vel diem, ſi diurnum, &c. utendo Regula proportionum. Repertum motum appellant medium motum Solis annuum, menſtruum, diurnum, &c. eumque ordinant in tabulas. *Tycho* motui medio diurno dat in Zodiaco 59', 8'', 19''', 49^iv, 5^v, 40^vi, cum ¼. *Ricciolus* 59', 8'', 19''', 51^iv, 46^v. 20^vi.

§. IV.

Anomalia apparens motus ſolaris proprii.

Anomalia apparens motus ſolaris.

QVamvis Aſtronomi cum Philoſophis ſupponant, motum Solis (ut & aliorum planetarum) proprium in cœlo eſſe revera æqualem & uniformem, Solemque æqualibus temporibus abſumere de Zodiaco & Ecliptica æquales arcus, idemque ſupponatur in tabulis Aſtronomicis, motus medios continentibus, ille tamen motus, qui verè & reipſa nobis ex Terra illum obſervantibus apparet, quique propterea dicitur Verus ſimul & Apparens, inæqualis eſt & difformis, cùm temporibus æqualibus Sol inæquales arcus Eclipticæ conficiat, ut ex altitudinibus meridianis, & declinationibus obſervatis ante Hipparchum, & inde ab omnibus Aſtronomis, manifeſtum eſt, nec ulla ratione negari poteſt, aut in obſervatorum culpam conjici, niſi fortè ab imperitiſſimis, & refractariis, tot enim obſervationes, diverſis temporibus à diverſis factæ extant, ut nulla pænè anni dies ſit, cui ſua non reſpondeat. Ex quibus omnibus ſimul collatis apparet manifeſte. Solem in uno ſemicirculo Eclipticæ velociorem eſſe, in altero autem tardiorem, ita ut cùm velociſſimus eſt, uno die conficiat minuta 61, & ampliùs, cùm verò tardiſſimus, vix 57.

Sol inæquali motu percurrit ſigna Zodiaci.

Sed evidentiſſimè apparet hæc inæqualitas in intervallis temporum quibus percurrit diverſos ſemicirculos, & diverſos quadrantes Eclipticæ. Nam ex obſervatione æquinoctiorum deprehenſum eſt, Solem in ſemicirculo Boreali, ſeu ab initio ♈ per ♋ ad initium ♎, verſari diebus 186, aut 187, at in ſemicirculo Auſtrali, ab initio ♎, per ♑, ad initium ♈, diebus duntaxat 178, aut 179. Unde & in Kalendariis à 21 Martii uſque ad 14 Septembris numerantur dies 187, à 24 verò Septembris uſque ad 21 Martii tantum dies 178.

Præterea ab Hipparcho uſque ad Albategnum & ultra, Sol morabatur in primo quadrante Eclipticæ, ab ♈ ad ♋, pluribus diebus aut horis, quàm in ſecundo quadrante, & in ſecundo pluribus quàm in quarto, & in quarto pluribus quàm in tertio, ita ut in ſemicirculo Aſcendente, nimirum à ♑ per ♈ in ♋ pluribus dieb. moretur, quàm in ſemicirculo Deſcendente, nim. à ♋ per ♎ in ♑. At ex obſervationibus ab Anno Chriſti circiter 1400 huc uſq; evidens eſt Solem plùs morari in Eclipticæ ſecundo quadrante quàm in primo, & plùs in primo quàm in tertio, & plùs in tertio quā in quarto, ita ut plùs moretur jā in ſemicirculo Deſcendente, quàm in Aſcen-

Aſcendente. Menſuras ſingulorum intervallorũ ſecundùm diverſos Auctores vide apud *Ricciolum lib. 5. Almag. c. 18.*

Sol aliquando major, aliquando minor apparet.

Notarunt præterea Aſtronomi, cùm Sol tardiùs procedit ſub Zodiaco, apparere minorem, ideoque magis diſtare à Terra, cùm verò velociùs progreditur, majorem apparere, & minùs diſtare à Terra.

§. V.

Theorica Solis ſecundùm Ptolemæum, qua excuſatur ſeu explicatur inæqualitas apparens in Solis magnitudine, motu annuo.

CAuſa phyſica cur non Sol ſemper apparet æqualis magnitudinis, ſed major hyeme, minor æſtate noſtris temporibus; eſt, quia nunc magis, nunc minùs à Terra diſtat, id eſt, quia motu ſuo diurno deſcribit in cœlo liquido ſpiras magis minusvè à Terræ centro remotas, & conſequenter alias aliis minores ſeu ampliores. Cur autem, dum majores percurrit ſpiras, diutiùs ibi verà hæreat in æqualibus Zodiaci partibus, quàm dum minores percurrit, explicabimus in Mundo Mirabili. Interim puto, nullam revera inæqualitatem in motu Solis eſſe. Nam ſi diutiùs moratur circa Æquatorem, quàm ultra, plures etiam ſpiras ibi deſcribit, ſed minus à ſe invicem diſtantes. Sed hæc fuſiùs lo. cit. nunc aſtronomicè perſequamur, ordinata ad calculum motus medii Solis.

Solis theorica ſecundùm Ptolemæum.

Ptolemæus igitur, & omnes Aſtronomi, ad excuſandam prædicti motus ſolaris apparentem anomaliam, ſtatuunt velut hypotheſim, circulum illũ quem Sol motu ſuo annuo ſub Ecliptica primi Mobilis deſignat, non eſſe concentricum Zodiaco ac Mundo, ſed vel excentricum, vel concentrepicyclum. Utrovis enim modo prædicta anomalia ſalvari poteſt. Facilitatis tamen gratia Ptolemæus, & alii plerique elegerunt excentricum. Quod ut intelligatur, ſit in appoſita Figura centrum Mundi & Zodiaci primi Mobilis A, Ecliptica DGCK ex eodem centro deſcripta, & conſequenter Mundo concentrica, ſecta in quatuor æquales quadrantes diametris GK, & CD, ſecantibus ſe orthogonaliter in centro A. Aſſumatur in linea GA punctum aliud B, ex eoque deſcribatur circulus FHEI ſectus in quatuor itidem æquales quadrantes diametris HI, & EF, ſecantibus ſe orthogonaliter in B. Erit hic circulus excentricus Mundo, quia ex alio centro à Mundi centro diverſo deſcriptus eſt. In quo quidem circulo punctum H remotius eſt à centro A, quã punctum I, *per 7. tertii*, & arcus *m* H *n* major eſt, quàm arcus *m* I *n*, quoniam ille major, hic minor eſt ſemicirculo EIHF, vel EIF. In tali excentrico circulo ſi moveri æqualiter ſupponatur Sol motu proprio ab F in H & E, &c. excuſatur prædictum phænomenum, & apparens anomalia; nam dum Sol eſt in H, remotior eſt à centro Terræ A, quàm dum eſt in I, ideoque ibi minor, hic major apparet: item dum movetur ſub Zodiaco ab ♈, in ♉, ♊, &c. diutiùs hæret in ſemicirculo boreali DGC, quàm in auſtrali DKC, quia dum ab ♈ per ♋ ad ♎ movetur ſub Zodiaco, id eſt, à D per G in C, conficit in eccentrico ſuo arcũ *n* H *m*, qui major eſt quàm oppoſitus *n* I *m*, æquali autem mora major arcus majori tempore percurritur, quàm minor arcus.

Videlconiſmu H. Fig. 340.

Solis theorica ſecundùm illos qui cœlum ſolidum ſtatuunt.

Qui ſolidum ſtatuunt cœlum, ut prædictam anomaliam ſalvent, fingunt cœlum Solis eſſe realiter diviſum in tres orbes, inter ſe contiguos, ut in appoſito ſchemate apparet, quorum ſupremus F ſit ſecundùm ſuperficiem convexam Mundo concentricus, habens idem cum ipſo centrum B, ſecundùm concavam autem eccentricus, habens pro centro punctum C diverſum à mundi centro B. Infimus verò E ſit ſecundùm concavam concentricus. Medius denique A ſit tam ſecundùm ſuperficiem ſuam convexam, quàm concavam, Mundo eccentricus. Duos itaque primos ajunt eſſe excentricos ſecundùm quid, & vocant orbes augem Solis deferentes, quoniam ad motum eorum augem Solis variari exiſtimant, ut poſtea dicemus: tertium verò ſeu medium ajunt eſſe eccentricum ſimpliciter, & deferens Solem appellatur, quoniam ad motum ejus intra priores duos, putant corpus ſolare A ſibi infixum moveri. Unde ſecundùm hos Auctores tota Sphæra Solis (ſicut & alterius cujuſvis planetæ ſphæra tota) concentrica Mundo dicitur eſſe, ſed ſuperficies concava ſupremi, & convexa infimi, unà cum utriſque ſuperficiebus medii, excentricæ ſunt. In hac Hypotheſi dum Sol eſt in A, eſt propior centro Terræ B, quàm dum eſt in C, *per 7. tertii*; & dum movetur à G per D in H, diutiùs moratur ſub ſemicirculo Boreali Ecliptico, quàm dum movetur ab H per A in G.

Videlconiſmi, H. Fig. 342.

Eadem phænomena ſalvari poſſunt per Concentrepicyclum, de quo capite præcedenti, quem & aliqui Excentrico præferunt. Sed non libet immorari.

§. VI.

Locus Apogæi Solis, ejuſque Excentricitas.

Solis apogæum, & excentricitas.

POſtquam Aſtronomi deprehenderunt, circulum Solis, quem motu ſuo annuo ab Occidente in Orientem deſignat in cœlo ſub Ecliptica, eſſe excentricum, inquirere cœperunt locum Apogæi talis excentrici, hoc eſt, ſub qua parte Zodiaci Sol eſſet à Terra remotiſſimus. Ptolemæus deprehendit eſſe ſub ſemicirculo boreali Zodiaci, quia ſub illo diutiùs hærebat Sol quàm ſub auſtrali; & quidem ſub quadrante verno inter ♈ & ♋, quia diutiùs ſub hoc quàm ſub altero quadrante morabatur. Tandem geometrico & ingenioſiſſimo ratiocinio invenit eſſe ſub Grad. 5½ Geminorum, putavitque ſtabile ibidem eſſe apogæum Solis, eò quòd qui præceſſerant Aſtronomi, in eodem loco illud deprehenderant. At qui ſecuti ſunt Ptolemæum, notarunt id continuo progreſſu, licet tardiſſimo, proceſſiſſe in conſequentia, adeo ut nunc ſextum gradum ♋ prætergreſſum reperiatur. Hujus rei phyſicam cauſam reddere non eſt difficile, ſi dicamus Solẽ ſpiram ampliſſimam omnium quas anno toto motibus diurnis in cœlo liquido deſignat, ſingulis annis ſub alio atque alio Zodiaci puncto ſecundùm ſucceſſionem ſignorum, perficere. Qui excentrici Hypotheſim retinent, ajunt illius centrum B in fig. 340 deſcribere circellum circa centrum Zodiaci A, movetique ſ. ſ. ſ. ab ♈ in ♉, ♊, &c: hacque ratione fieri ut punctum H ſemidiametri BH nunc ſub ♈ ſit, nunc ſub ♊, modò ſub ♋, &c. Qui cœlos ſolidos fingunt, ajunt augem mutari ac progredi ope Orbiũ

Vide Iconiſmi H. Fig. 340. & 342.

augem

augem deferentium, dum motu tardiſſimo ab Occidente in Orientem moventur *ſ.ſ.ſ.* ſecumq; deferunt intermedium excentricum figuræ 341. Alii alia comminiſcuntur. Quoad motum, alii inæqualem exiſtimant, hoc eſt, modo velociorem, modo tardiorem.

Solis excentricitas an variabilis.

Indagarunt poſt hæc, vel potius ſimul & eadem opera, quantitatem excentricitatis A B fig. 340, hoc eſt, quantum diſtaret centrum excentrici Solis à centro Zodiaci ſive Terræ. Ptolemæus ſtatuit illam eſſe 24 ferè partium ſemidiametri excentrici, manereque ſemper eandem. Alii aliam repertere quantitatem, & variabilem eſſe putant, nunc majorem, nunc minorem, fundamentis non ſatis ſolidis adducti. Ut porrò putatam illam variationem ſalvent, varia comminiſcuntur. Mihi cum graviſſimis Auctoribus probabilius videtur, motum apogæi æqualem eſſe, & excentricitatē invariabilem. Innumera alia huc ſpectantia omitto. Sequitur dictorum

ANACEPHALÆOSIS.

SOl præter motum quotidianum ab oriente in occidentem omnibus ſtellis communem, habet alium proprium, quo ſub Zodiaco & media linea Ecliptica, ſuper ejuſdem axe & polis, ſecundum ſignorum ſeriem in conſequentia ab ortu in occaſum moveri videtur, propter phænomena §. 2. allata. Declinat itaque hoc motu ab Æquatore utrimque verſus utrumque Mundi polum Gr. 23. minut. 30. invariabiliter, ut diximus ibidem. Orbita quam hoc motu deſcribit, excentrica eſt, ut ſtatuimus §. 5. propter phænomena §. 4. adducta. Hanc orbitam percurrit Sol, juxta Alphonſinos D. 365. H. 5. M. 49′. 15″. 58‴. 49iv. 46v. 26vi. vel brevitatis cauſa, D. 365. H. 5. M. 49′. 16″. ferè. Juxta Tychonem vero Dieb. 365. H. 5. M. 48′. 45″. Alii aliter ſentiunt. Itaque exacta periodus motus annui Solis nondum conſtat. Quæcunque tamen illa ſit, conſtans eſſe videtur & invariabilis. Motus Solis annuus numeratur à principio Arietis, ſeu æquinoctii verni, & inæqualis eſt, ſi ad Zodiacum referatur, id eſt, aliis diebus celerior, aliis tardior, ut dictum §. quarto. Æquali autem diſtributione facta, eſt motus Solis diurnus ſub Ecliptica, juxta Tychonem, M. 59′. 8″. 19‴. 49iv. 51v. 40vi. 15vii. Vel brevitatis cauſa. M. 59′. 8″: Horarius verò M. 2′. 28″. ferè. Minutarius M. 2″. 28‴. ferè. Sol in apogæo, ubi tardiſſimè movetur, conficit uno die M. 57′ 3″; in perigæo, ubi velociſſimè progreditur, Grad. 1′. 20″. Apogæum Solis promovetur in conſequentia, motu regulari & ordinato, Annuo uno ſecundum Tychonem M. 45″; totum vero Zodiacum peragrat Annis 28800. Excentricitas Solis invariabilis eſt. De tabulis aſtronomicis, modoque ex iis motum & locum verum per medium eliciendi quovis tempore, nihil dico, quia libri anguſtia non permittit. Adeatur Longomontanus, Lanſpergius, Keplerus in tabulis Rudolphinis, Bullialdus, & alii.

CAPUT V.

De Luna, ejuſque motibus, & motuum anomaliis; ac de Hypotheſibus ad illas ſalvandas.

Lunæ motus varii.

POſt Theoricam Solis explicanda eſt Theorica Lunæ, tum quia hæc eſt æmula Solis, & nocturnus quaſi Sol: tùm quia omnium planetarum infima eſt, ac Terræ propinquiſſima: nam Luna planetas eclipſat omnes, & à nullo eclipſatur: incurrit ſola in umbram conoidalem Terræ, ut conſtat ex ejus defectibus: maximam omnium patitur parallaxin, gradûs ſcilicet ferè integri, cum aliorum planetarum parallaxis vix paucorum ſit minutorum.

§. I.

De motu Lunæ communi, & proprio.

Lunæ motus communis.

LUna movetur motu omnibus ſideribus communi ab Oriente in Occidentem, ut patet quotidianâ experientiâ: & quidem ſpiraliter, quia quotidie mutat puncta ortus & occaſus, altitudineſque meridianas, ut eadem docet experientia. Abſolvit unam ſpiram ſpatio majori quam 24 horarum: quod inde colligitur, quia ſingulis diebus aut noctibus unâ ferè horâ tardius emergit ex horizonte, tardiusque attingit ac tranſit circulum Meridianum cujuſque loci. Nam ſi hac nocte tranſivit Meridianum cum aliquo ſidere fixo hora prima poſt occaſum Solis, ſequenti nocte non redibit cum eodem ſidere eadem hora ad Meridianum, ſed diſtabit ab eo verſus orientem circiter Grad. 13. 10′. 35″. quibus reſpondent 48. min. temporis. Hic motus convenit Lunæ verè & realiter per ſe, quia ipſa in cœlo liquido ab oriente fertur; doctrinæ tamen cauſa imaginamur eam rapi à cœlo, ſeu à primo Mobili, ideoque motum illum vocamus motum raptus, & motum diurnum.

Lunæ motus proprius non eſt realis.

Movetur etiam Luna motu ſibi proprio ab Occidente in Orientem contra motum diurnum, quia continuo diſcedit à Sole (aliiſque planetis & ſtellis fixis) verſus partes orientales ſecundum ſignorum ſucceſſionem, donec ipſi è diametro opponatur; ac deinde iterum ad Solem accedit etiam *ſ.ſ.ſ.* donec ipſum aſſequatur. Hic motus non eſt realis à priori diſtinctus, ſed tantum eſt motus retardationis, quia Luna tardius una ferè horâ (nim. 48. minut.) revertitur ad eundem horizontem aut meridianum, quam ſtellæ fixæ. Concipitur tamen à nobis, doctrinæ gratia, tanquam motus diſtinctus ab Occidente in Orientem. Vocatur autem menſtruus, quia abſolvitur intra ſpatium ferè unius menſis, ut dicemus; tantum enim temporis elabitur donec revertatur ad eundem locum cœli unde digreſſa fuerat.

Interim dum Luna à Sole diſcedens peragrat Zodiacum, donec ad ipſum revertatur, varias induit phaſes. Nam dum Soli eſt conjuncta, nulla luce colluſtrata videtur, aut valde obſcura: deinde paulatim apparet corniculata, mox ſemiplena ſeu biſecta, tum gibboſa, tandem in oppoſitione plena; poſt quam decreſcendo eaſdem exhibet phaſes, ſed ordine inverſo. Hinc varii oriuntur aſpectus inter Solem & Lunam, Sextilis, quadratus, trinus, oppoſito, conjunctio ſeu copula Græci Syzygias vocant & oppoſitionem & conjunctionem: licet hæc ſola id nominis mereatur.

§. II.

De Orbita motus proprii Lunæ.

Lunaris motus orbita.

LUna motu proprio ab Occidente in Orientem movetur ſub Zodiaco, quia nunquam egreditur extra Zodiaci latitudinem. Non tamen movetur directè ſub ecliptica, ſicut Sol, ſed ipſam interſecat bis ſingulis menſibus in duobus punctis diametraliter oppoſitis, non ſecus ac Sol ſingulis annis interſecat bis Æquatorem in duobus punctis. Itaque motu menſtruo deſcribit Luna circulum obliquum reſpectu eclipticæ, ſicut Sol motu annuo deſcribit circulum obliquum (nempe Eclipticam) reſpectu æquatoris. Hunc circulum obliquum vocamus hîc Orbitam Lunæ, cujus una medietas declinat ab ecliptica verſus polum arcticum, altera verſus antarcticum. Hæc omnia conſtant ex obſervationibus Aſtronomorum. Inſpice appoſitam figuram, in qua circulus A E B F eſt ecliptica, A C B D eſt circulus à Luna motu menſtruo deſcriptus, A & B ſunt puncta in quibus ſe mutuo interſecant ecliptica & orbita Lunæ.

Vide Iconiſm. H. Figuram CCCXLII.

Lunæ Motus in latitudinem.

Declinatio Lunæ ab ecliptica, dum ab una interſectione ad alteram percurrit orbitam ſuam, appellatur *Latitudo* Lunæ, ſeu *motus in latitudinem*: motus autem in eadem orbita ab uno ſigno Zodiaci verſus alterum ſecundum ſucceſſionem eorum, vocatur *motus in longitudinem*. Et licet unus ſit motus, quo & in longitudinem & in latitudinem provehitur: doctrinæ tamen gratia concipiuntur ut duo. Maxima diſtantia Lunæ in orbita ſua ab ecliptica, qualis eſt in punctis C & D, appellatur maxima Latitudo Lunæ, & eſt à variis Auctoribus varia reperta. *Ptolemæus*, *Albategnius*, *Purbachius*, *Regiomontanus*, *Reinoldus*, & alii putant eſſe conſtanter grad. 5. numerandorum in arcu circuli maximi per centrum Lunæ & Eclipticæ polos ducti, in arcu inquam intercepto inter eclipticam & centrum Lunæ exiſtentis in punctis C & D. Alii putant in conjunctionibus & oppoſitis eſſe grad. 5. in quadraturis verò grad. 5. m. 16, aut 17, aut etiam 18.

Caput & cauda draconis.

Duæ illæ interſectiones A & B, vocantur à Græcis *σύνδεσμοι*, Nodi: à Latinis puncta ecliptica, eo quod luminaria in ipſis aut non procul ab ipſis cõjuncta vel oppoſita, patiuntur eclipſin: ab Arabibus caput & cauda draconis dicuntur. Et ille quidem nodus, à quo Luna digrediens aſcendit verſus ſigna Borealia, nempe Nodus B, dicitur Nodus borealis aſcendens, evehens (græcè *σύνδεσμος ἀναβιβάζων*) caput draconis: & exprimitur hoc ſigno ☊: alter vero Nodus, à quo digreſſa Luna deſcẽdit verſus auſtralia ſigna, nempe A, dicitur Nodus Auſtralis, deſcẽdens deprimens (græcè *σύνδεσμος καταβιβάζων*) cauda draconis, & exprimitur hoc ſigno ☋. Duo puncta C & D quæ maximè ab Ecliptica recedunt, & à Nodis abſunt 90. grad. appellantur limites, quia ſunt meta evagationis Lunæ à Solis directo tramite: ab Arabibus verò & vulgo dicuntur ventres draconis. Et punctum quidem C eſt limes boreus, D auſtrinus. Arabicæ appellationis cauſa eſt, quod ſegmenta illa A E C B, & A F D B, referunt ſimilitudinem ſerpentum ſeu draconum, quorum caput & cauda ſit in A & B, ventres in C E, DF. Duo nodi, & duo limites, dividunt orbitam Lunæ in quatuor æquales quadrantes.

Orbita Lunæ, ſive ipſa Luna motu ſuo menſtruo non ſecat eclipticam ſemper in iiſdem duobus locis, ſed perpetuo duæ illæ interſectiones retrahuntur in anteriora contra ſignorum ordinem, ita ut ſi hodie ſint in ♈ & ♎, poſt aliquod tempus futuræ ſint in ♓ & ♍. Patet ex eo, quod eclipſes, quæ non niſi ad prædictos nodos contingunt, non ſemper fiunt in iiſdem locis Zodiaci, ſed perpetuo in locis occidentalioribus. Motus hic ſecundum aliquos eſt æqualis, ſecundum alios inæqualis. Motu medio protepunt nodi diebus ſingulis M 3'. 11''. ferè: annis ſingulis grad. 19. 19'. 43''. ferè: totum Zodiacom percurrunt Annis Ægyptiis 18. D. 224. H. 3. 50' circiter.

Orbita Lunæ hactenus explicata ambitu ſuo includit tellurem cum tota ſphæra elementari, quia in oppoſitione Lunæ cum Sole Terra eſt media inter Solem & Lunã, in conjunctione Luna eſt media inter Terram & ſolem. Non tamen Lunæ orbita concentrica eſt Terræ & Univerſo, ſed excentrica: nam Luna in ea reſpectu Terræ inæqualiter incedit ſub Zodiaco, nunc celerius, nunc tardius: inæqualiter à Terra diſtat, nunc magis, nunc minus: ideo utiq; quia nunc in apogæo excentrici exiſtit, nunc in perigæo. Et circa apogæũ quidem tardius, & à Terra remotius incedit: circa perigæum verò velocius, & propius terræ. Quin etiam in iiſdem Excentrici locis alias tardior, alias velocior deprehenditur: & alias altior, alias humilior: id quod tam ex apparente magnitudine corporis lunaris, quam ex eclipſium duratione & quantitate colligitur. Excentrica ergo eſt Lunæ Orbita.

Orbita Lunæ eſt Mundo excentrica.

§. III.

De variis motuum lunarium nominibus, eorumque periodis, & anomaliis.

Lunæ motuum varia nomina, & periodi.

MOtus Lunæ proprius in Orbita ſua tametſi unus ſit, varia tamen ſortitur nomina, ob varios reſpectus, & varia principia à quibus deducitur. Nam

Primò ſi referatur ad principium Arietis in Zodiaco (rationali primi Mobilis, non ſenſibili Aſteriſmorum) dicitur motus longitudinis, ſeu in longitudinem, eò quod Luna tali motu promoveatur ſecundum longitudinem Zodiaci, & in ſignorum conſequentia. Hac ratione conficit Luna motu medio quotidie in Zodiaco G. 13 10'. 35''. totumque abſolvit eodem medio motu D. 27. H. 7. 43'. 7''. fere: quod tempus dicitur menſis periodicus, quod Luna integram Zodiaci periodum eo abſolvat.

Menſis periodicus.

Secundò ſi referatur ad Solem (à quo quotidie minus removetur quam à punctis cœli fixis, eo quod Sol motu etiam proprio interim ab Occidente in Orientem promoveatur verſus ipſam Lunam recedentem) dicitur elongatio Lunæ à Sole: à quo diſcedit quotidie medio motu Gr. 12. 11'. 27''. fere, Solemq; iterum

aſſe-

aſſequitur D. 29. H. 12. 44'. 3". fere; quod tempus dicitur menſis ſynodicus, id eſt, cōjunctivus, quia intra ipſum Luna iterum conjungitur Soli. Hoc ſpatium habetur, ſi à motu medio diurno & menſtruo Lunæ auferatur modus medius diurnus & menſtruus Solis.

Tertiò ſi referatur ad Nudos ſemitæ lunaris, dicitur motus latitudinis ſeu in latitudinem, quia eo acquirit Luna latitudinem ſeu declinationem ab ecliptica; & ab eis diſcedit motu medio quotidie G. 13. 13'. 46". fere: quare ad eundem nodum revertitur D. 27. H. 5. proximè.

§. IV.

Theorica Lunæ Ptolemaica.

Lunæ theorica ſecundū Ptolemæum.

UT recenſita hactenus phænomena, motus, & motuum anomalias explicarent Aſtronomi Veteres à Ptolemæi temporibus, apparentemque in Luna inæqualitatem cum perpetua curſus æqualitate conciliarent, & conſervarent: uſurparunt cum Ptolemæo Hypotheſin quatuor conſtantem circulis (pro quibus Alphonſini orbes ſolidus invexerunt) ut apparet in appoſito ſchemate, quorum nomina ſunt Deferens nodos, Excentricus Deferens apogæum & centrum Excentrici, & Epicyclus.

Deferens nodos in ſchemate eſt circulus CDEF, ex centro mundi & Zodiaci A deſcriptus: eſtque idem cum Orbita Lunæ §. 2. explicata. Hic movetur in præcedentia à C in F, & verſus occidentem vehit Nudos lunaris orbitæ, in cujus plano jacent reliqui tres circuli. Motum ejus diurnum, annuum, & periodicum definivimus ſupra §. 2.

Excentricus eſt circulus GHIK, ex centro B deſcriptus; cujus apogæum ſeu ſumma abſis eſt G, perigæum ſeu ima abſis I, linea verò GBAI tranſiens hujus & prioris centrum, appellatur linea abſidum. In hujus circumferentia movetur centrum epicycli cum ipſo epicyclo, in conſequentia à G in H, ideoque *Deferens* Epicyclum appellatur. Qui quidem Epicyclus recedit à linea mediarū Syzygiarum ABC tantum, quantum ab eodem, recedit Excentrici hujus Apogæum G, & centrum B, antecedentià. Quæ cauſa eſt, ut Luna, ſeu potius centrum Epicycli Lunæ bis ſingulis menſibus ſynodicis Excentricum hunc percurrere dicatur ab Aſtronomis: reperitur enim bis quolibet menſe in apogæo, nimirum in Syzygiis mediis, & bis in perigæo, nimirum in mediis Quadraturis. Ex quo ulterius ſequitur, tam centrum Epicycli, quam Lunæ, toto menſe non deſcribere circulum motu ſuo, ſed lineam quandam ovitormem ſeu ellipticam, cujus major ſemidiameter conſtet ex ſemidiametro Excentrici cum excentricitate, minor ex ſola Excentrici ſemidiametro. Excentrici hujus motus irregularis eſt ſuper centro ſuo B, regularis verò ſuper centro Zodiaci A.

Deferens apogæum Excentrici concipi debet imediatè ſub Deferente nudos, qui tamen hic non exprimitur, ſed ejus loco ponitur *Circellus* BML deferens centrum B Excentrici, deſcriptus ex centro Mundi A, cujus ſemidiameter AB eſt Excentricitas Lunæ, in hoc circello movetur centrum B Excentrici, circa centrum Mundi A, cum eadem ſpecie & quantitate motus, qua excentrici apogæum G, nempe in antecedentia à B in M & L, regulariter circa centrum Mundi A tanta velocitate à linea mediarum Syzygiarum ABC, quanta ab eadem in conſequentia centrum Epicycli, ut dictum.

Epicyclus eſt circellus CNOP ex centro G in peripheria Excentrici deſcriptus; in cujus ambitu infixa eſt Luna, quæ ad motum Epicycli circa ſuum centrum G movetur à C in N & O, & hinc in P & C: hoc eſt, ab inferiore quidem parte NOP movetur in conſequentia ſignorum ab N in O & P, ideoque tunc Luna velocius movetur in conſequentia quàm centrum Epicycli, quia adjungitur hic motus motui centri Epicycli verſus Orientem eunti: at in ſuperiore parte à P in C & N movetur contra ſucceſſionem ſignorum, ideoque tardior tunc eſt lunæ motus, quàm centri Epicycli. Non tamen fit unquam ſtationaria Luna, nec Retrograda, ſed ſemper eſt directa, quia motus ejus in epicyclo minor eſt motu centri Epicycli in Excentrico ſub Zodiaco.

Lunæ theorica ſecundum Alphonſinos.

Hæc Hypotheſis ab Alphonſinis etiam approbata fuit, ſubſtitutis tamen Orbibus in cœlo ſolido, loco circulorum in liquido: & perſeveravit uſque ad Copernici tempura, qui eam reprobavit alia ſubſtituta: quæ nihilo ſecius exploſa fuit ab aliis. Et tametſi ad hæc uſque tempora tot ferè novæ fuerint excogitatæ, quot animum applicuerunt ad Aſtronomiam; nulla tamen adhuc omnibus ſatisfacit. Fruſtra ergo Tyrones fatigavero in afferendis & explicandis pluribus. Adeat qui volet *Ricciolum* lib. 4. Almag.

Phyſica cauſa variorum motuum Lunæ.

Phyſicam cauſam tam mirabilium motuum Lunæ, tantæque variationis in diſtantia à Terra, facile eſt reddere per ſpiras modo arctiores in cœlo liquido circa Terram deſcriptas: ad quas ſpiras niſi in theoricæ conſtitutione attendatur, fruſtra, meâ quidem ſententia, omnia tentantur.

Puncta, Lineæ, arcus, aliaq; ſimilia, ad Ptolemaicam Lunæ Theoricam ſpectantia.

Theorica Lunaris explicatio.

E*Poche vera*, ſeu *Locus verus* Lunæ in Zodiaco, eſt punctum Zodiaci, in quod cadit recta linea ducta ex centro Zodiaci A per centrum corporis lunaris. Tale eſt punctum S, in quod cadit ARS, ſi Luna ſit in R. Et hæc dicitur *Linea loci veri* ſeu apparentis.

Locus verus & medius Lunæ.

Epoche media, ſeu *Locus medius* Lunæ, eſt punctum Zodiaci, in quod cadit recta linea ducta ex centro Zodiaci ſeu Terræ A per centrum Epicycli. Tale eſt punctum T, in quod cadit AQT, ſi centrum Epicycli ſit in Q. Et hæc dicitur *Linea loci medii.*

Motus verus, & *Motus medius* Lunæ in longitudinem, eſt arcus Zodiaci computatus à principio ♈ uſque ad lineam veri, & medii loci, ut eſt arcus FCS, & FCT.

Apogæum verum & medium.

Apogæum verum Excentrici, eſt punctum in peripheria Excentrici remotiſſimū à cētro Mundi, ſeu in quod cadit recta ducta à centro Mundi

Excentrici & Epicycli Lunæ. A per centrum Excentrici B, ut eſt punctum G. oppoſitum punctum I, eſt *Perigæum verum excentrici.*

Apogæum verum Epicycli, eſt punctum in ambitu ejus maxime à centro Terræ diſtans, ut C. Sed extenſo nomina dicitur quoque *Apogæum verum Epicycli*, quodvis in ambitu ejus punctum in quod cadit recta linea ducta ex centro Terræ per centrum Epicycli, ut punctum, in quod cadit A Q *c*: quæ linea propterea dicitur *Linea apogæi veri Epicycli.*

Apogæum medium Epicycli, eſt punctum in ejus ambitu, in quod cadit linea recta ducta per centrum Epicycli ex puncto, quod in linea apogæi Excentrici tantum diſtat à centro Mundi, quanta eſt Lunæ excentricitas; ut eſt *e*, in quod cadit L Q *e*, poſito centro Epicycli in Q, & Excentrici in M. Et hæc dicitur *Linea apogæi medii Epicycli.*

Hæc duo puncta coincidunt in idem Epicycli & Zodiaci punctum, centro Epicycli obſidente apogæum aut perigæum Excentrici: extra verò ſemper diſſident: & quidem maximè tum, cum centrum Epicycli quadrante circuli diſtat ab apogæo Excentrici, ut in H & K.

Anomalia Lunæ vera & media. *Argumentum* ſeu *Anomalia Lunæ vera* ſeu *æquata*, eſt arcus epicycli, quod diſtat Luna ab apogæo vero Epicycli verſus Occidentem; ut ſi Luna ſit in R, anomalia ejus vera ſeu æquata erit arcus *c* R.

Argumentum ſeu *Anomalia Lunæ media*, ſeu *non æquata*, eſt arcus epicycli, quo Luna diſtat ab apogæo medio Epicycli occidentem verſus; ut eſt arcus *e* R.

Differentia utriuſque anomaliæ, veræ ac mediæ, vocatur in canonibus Ptolemæi *Proſthaphæreſis Excentrici*, in Alphonſinis canonibus *Æquatio centri*: Hæc aliquando adjungitur, aliquando demitur anomaliæ mediæ ſeu non æquatæ, ut habeatur vera anomalia Lunæ, ſeu diſtantia ejusdem vera ab apogæo vero, ſcilicet in Epicyclo.

Anomalia Excentrici Lunæ. *Centrum Lunæ*, ſeu *Anomalia Excentrici*, ſeu *Longitudo duplex*, ſeu *Duplex interſtitium Lunæ*, eſt arcus Zodiaci quo diſtat centrum Epicycli Lunæ ab apogæo ſui Excentrici, numeratus à linea dicti apogæi in conſequentia, ut eſt arcus T C X, poſito auge excentrici in X, & cētro Epicycli in N ſeu T. Hic arcus habetur duplicando elongationem Lunæ mediam à Sole, quia quantum elongatur centrum Epicycli à Sole in conſequentia, tantum recedit ab eodem in antecedentia apogæum excentrici, ut ſupra diximus. Et hac de cauſa vocatur Longitudo ſeu elongatio duplex; centrum autem appellatur, quia oſtendit locum centri.

Hæc ſufficiant pro introductione, quæ qui intelligit, facile percipiet alias aliorum Theorias Lunæ, aliosque terminos ab ipſis uſitatus.

CAPUT VI.

De Theoria trium ſuperiorum planetarum.

Theorica planetarum ſuperiorum PLanetæ ſuperiores ſunt, Saturnus, Jupiter, Mars, ita dicti, quia Sole ſuperiores ſunt, & quidem ordine recenſita, ut omnes fatentur. Omnes tres circa Solem ut centrum moventur, ut ex dictis capite 2. patet.

§. I.

Phænomena, & anomaliæ motuum Saturni, Iovis, & Martis.

Phænomena, & motus planetarum ſuperiorum. APparentiæ, & motuum anomaliæ præcipuæ (quarum nonnullas cum inferioribus etjam communes recenſuimus ſupra cap. 1.) ſunt ſequentes. *Primò* moventur ab Occidente in Orientem; utique motu retardationis. *Secundò* moventur tardius quam Sol prædicto motu: Saturnus enim revolutionem integram per Zodiacum perficit ſpatio annorum ferè 30, Jupiter 12, Mars, 2 ferè. *Tertiò* nunc remotiores ſunt à Terra, nunc propinquiores, ut ex luminis & magnitudinis augmento & decremento vario colligitur. Et decrementum quidem contingit, quando accedunt ad conjunctionem ſuperiorem cum ſole, & occaſum heliacum veſpertinum: incrementum verò, quando accedunt ad oppoſitionem cū Sole, ortumque acronychum. *Quartò* in eo curſu, quo ſinguli ſuis propriis motibus Zodiacum obeunt, nec Solis veſtigia ſequuntur, nec Lunæ: interſecant tamen ut Luna, Eclipticam in duobus locis, qui & Nodi vocantur, à quibus in Boream & Auſtrum excurrunt uſque ad certos limites non tamen iisdem incedunt viis omnes, neque easdem habent longiſſimi ab ecliptica eceſſûs metas. Provehuntur ergo ſub Zodiaco & motu longitudinis & latitudinis. *Quintò* in longitudinis, motu, duplici, eaque diverſa ac diſſimili anomalia afficiuntur. *Anomalia duplex planetarum ſuperiorum.* Una deprehenditur in ſimplici motu periodicæ converſionis per Zodiacum, cum refertur & comparatur ad ipſas Zodiaci partes, & vocatur à Ptolemæo abſolute motus longitudinis, & anomalia Excentrici, quia tribuitur Excentrico, ut dicetur: altera in eodem motu periodicæ converſionis, cum refertur & comparatur ad Solem, & vocatur ſimpliciter motus anomaliæ, & anomalia Epicycli, quia tribuitur Epicyclo. Quantum ad primam anomaliam, deprehenſum fuit eos alicubi in integra converſione ſua ſub Zodiaco velociter progredi, alicubi tarde alicubi mediocri motu: item intervalla à motu celerrimo ad mediocrem breviora eſſe intervallis à mediocri ad tardiſſimum: præterea loca incitati & retardati curſus non manere fixa, ſed paulatim transferri in ſigna conſequentia motu æquabili. Ad hanc primam & ſimplicem anomaliam excuſandam & regulandam adhibetur Hypotheſis Excentrici: quo poſito mox fit unum punctum remotiſſimum, unum proximum terræ, & fit motus periodicæ converſionis ſimplex tardiſſimus ad apogæum, celerrimus ad perigæum, mediocris ad puncta mediocris tranſitus Excentrici, ut ex dictis ſupra cap. 3. patet. Quantum ad alteram anomaliam attinet, quæ reſpectu Solis his tribus planetis accidit, deprehenduntur acronychi in Solis diametro conſtituti

tardiſſi-

diſſimè & contra ordinem ſingulorum incedere, velociſſimè in congreſſu cum Sole, mediocriter inter quadratos & trigonos ad ſolem aſpectus, ut ſupra etiam c. 1. diximus. Propter hanc anomaliam Excentrico includitur Epicyclus, cui planeta infixus eſt, & ponitur planeta in quovis congreſſu cum Sole occupare apogæum ſui Epicycli, & ibidem fieri in conſequentia verſus eandem partem, in quam centrum Epicycli motu Excentrici deducitur: in oppoſitione verò perigæum occupare ponitur, & contra ordinem ſignorum in partem adverſam motui centri Epicycli agi. Atque ex hoc motu accidit planetis, ut videatur ſecundum ordinem ſignorum quandoque incedere, nimirum cum volvuntur circa Solem: & regredi, cum Soli ex adverſo objiciuntur: & inſiſtere etiam videantur intra ea cœli ſpatia, quibus Soli ferè triquetro aſpectu configurantur, ut infra melius dicetur.

Sextò in motu latitudinis deprehenſa quoque eſt anomalia, & quidem tripliciter variata: nam & declinat ab Ecliptica, & aliter dum in apogæo aut perigæo Epicycli ſunt, aliter dum ſunt circa mediocres tranſitus Epicycli. Propter hanc tripliciter variatam evagationem planetarum ab Ecliptica, conſtituitur primo Excentrici obliquus ſitus reſpectu Eclypticæ, ut ſupra dixi; hoc enim explicatur obliquitas planetarum reſpectu partium Eclypticæ in ſimplici motu longitudinis. Deinde Epicycli declinatio dupliciter variata ab Excentrico: nam aliter declinat planeta ab Excentrico apogæus aut perigæus in Epicyclo, aliter cum eſt in intermediis ſpatiis.

§. II.

Hypotheſis trium ſuperiorum planetarum ab antiquis uſque ad Copernicum uſitata.

Theorica ſuperiorum planetarum. AD prædictas anomalias ſalvandas, Ptolemæus tribuit cuilibet dictorum trium planetarum tres circulos, quorum unus vocatur *Excentricus Deferens* epicylum, alter *Epicylus*, tertius *Æquans*; quibus circumponitur, explicationis gratia, Ecliptica è centro Mundi deſcripta. In appoſito ſchemate A eſt centrum mundi & Zodiaci; D E F G Ecliptica: B centrum Excentrici Deferentis epicyclum: T N V K Excentricus Deferens epicyclum; C centrum Æquantis diſtans à centro B tantum, quantum B ab A; T X V Y Excentricus Æquans: H centrum Epicycli in circumferentia Excentrici deferentis; circellus L M N O Epicyclus, qui modo eſt in G, modo in I, modo in K, aut alibi. Apogæum Excentrici Deferentis in hac Hypotheſi ſemper in Boream vergit, perigæum ſemper in Auſtrum, nec unquam pertranſeunt Eclipticam. *Vide Iconiſmu H. Fig. 344.*

§. III.

Puncta, lineæ, arcus, & alia notabiliora hujus Hypotheſis.

APogæum in hac Hypotheſi triplex eſt. 1. *Apogæum Excentrici Deferentis*, quod in punctum H: cui opponitur *Perigæum* K. 2. *Apogæum medium Epicycli*, quod eſt punctum L, cui opponitur *Perigæum medium* P. Eſt autem Apogæum medium Epicycli, punctum in peripheria Epicycli, in quod cadit recta linea ex Æquantis centro per Epicycli centrum producta, ut eſt non ſolum linea C L, ſed etiam C e per I ducta, ſi centrum Epicycli ſit in I. 3. *Apogæum verum Epicycli*, quod eſt punctum in ambitu Epicycli, in quod cadit linea recta ex Mundi centro per Epicycli centrum educta, ut eſt linea A H L, & A I a. Medium ergo & verum apogæum Epicycli coincidunt, exiſtente Epicyclo in apogæo & perigæo Excentrici; extra verò diſſident. *Theorica ſuperiorū planetarum explicatio.*

In eadem Hypotheſi linea D F eſt *Linea abſidum*: CHL, C I *d*, ex centro Æquantis per centrum Epicycli uſque ad ejus peripheriam ducta, eſt *Linea apogæi medii* A H L, A I *a*, ex centro Mundi per Epicycli centrum ducta, *Linea apogæi veri*. A Z, ex Mundi centro ad Zodiacum ſic producta, ut ſit parallela lineæ C I, ex Æquantis centro per Epicycli centrum productæ, eſt *Linea motus* ſeu *loci medii centri Epicycli* in Zodiaco. Cætera lege apud alios.

§. IV.

Ulterior explicatio præcedentis Hypotheſis.

HAc Hypotheſi putabat Ptolemæus ſufficienter ſalvari ſupradicta phænomena, & & annomalias. Nam poſitu Excentrico, fit ut punctum unum H ſit remotiſſimum, alterum K proximum Terræ, & ut motus periodicæ converſionis planetæ ſit tardiſſimus ad apogæum H, celerrimus ad perigæum K, mediocris ad puncta T & V. Addito vero Epicyclo, cujus centrum in peripheria Excentrici circumducatur in conſequentia per Zodiacum, ipſe verò planeta ad Epicycli motum circumagatur circa ipſius Epicycli centrum; ſi ponitur planeta in quovis congreſſu cum Sole occupare apogæum ſui Epicycli, & ibidem fieri in conſequentia verſus eandem partem, in quam centrum Epicycli motu Excentrici deducitur, in quavis vero oppoſitione ponatur idem planeta tenere perigæum ſui Epicycli & contra ordinem ſignorum in partem adverſam motui centri Epicycli agi: fit ut planeta videatur progredi circa congreſſum cum Sole, regredi circa oppoſitionem, ſtare circa triquetrum aſpectum.

Ut triſaria latitudinis varietas ſalvetur, ſtatuunt hujus Theoriæ Auctores, Epicyclum non jacere in plano Excentrici, ſed ab eo declinare duplici, eâque diverſâ mutatione,

 aliter

aliter nimirum dum planeta in apogæo & perigæo eſt, aliter dum eſt circa mediocres tranſitus.

Ptolemæus putabat, apogæum Excentrici trium planetarum ſuperiorum progredi ſecundum ſignorum ſucceſſionem eodem motu, quo ſtellæ fixæ: at alii deprehenderunt alia ratione progredi, & cuilibet planetæ peculiari: ideo præter dictos circulos addunt alium qui centrum & apogæum Excentrici deferat, modo explicato in Theoricâ Lunæ.

Idem Ptolemæus cum ſuis exiſtimat, motum centri Epicycli in Excentrico, & motum planetæ in Epicyclo, non eſſe æqualem ſuper centro Excentrici, eo quod centrum hoc non ſit fixum, ſed cum apogæo Excentrici ſecundum ordinem ſignorum paulatim mutetur, ut diximus: ideo aſſumpſit alium Excentricum quem Æquantem vocat, illi qui Epicyclum circumducit æqualem, deſcriptum è centro diſtante à centro prioris Excentrici, quantum hoc diſtat à centro Mundi: atque ſuper hujus Æquantis centro & centrum Epicycli motu ſui Excentrici deſcribere æquali tempore æquales angulos, & de ambitu ejusdem percurrere æquales arcus, & planetam in Epicyclo circa idem centrum æqualiter moveri. Demonſtrationem vide apud ipſum.

§. V.

De latitudine trium ſuperiorum planetarum.

Latitudo planetarum ſuperiorum.

Circa latitudinem trium planetarum ſuperiorum, Ptolemæus deprehendit ſequentes proprietates. 1. Quotieſcunque centrum Epicycli eſt in illo Excentrici ſegmento, in quo eſt apogæum Excentrici, habent latitudinem ſeptentrionalem: quando verò eſt in oppoſito ſegmento, auſtralem. 2. Diutius morantur in latitudine boreali, quam in auſtrali. 3. Maximæ latitudines boreales contingunt circa apogæum Excentrici, & auſtrales circa perigæum. 4. Majores ſunt boreales maximæ latitudines, quàm auſtrales; hoc eſt, majores ſunt apogææ, quam perigææ. 5. Cæteris paribus quoad ſitum Excentrici, majores ſunt latitudines tam boreales, quàm auſtrales, quando planeta eſt in perigæo Epicycli, atque adeo prope oppoſitionem cum Sole, ſitumque acronychium, quam in apogæo Epicycli, ſeu prope conjunctionem cum Sole. 6. Loca nodorum & limitum Excentrici horum planetarum moventur in conſequentia.

Ad hos motus in latitudinem explicandos, Ptolemaici hæc ſtatuerunt. 1. Plana Excentricorum deferentium Epicyclos ſecant in centro Mundi planum Eclipticæ ita, ut majus ſegmentum Excentrici ſit verſus boream inclinatum, & minus verſus Auſtrum. 2. Angulus inclinationis, quo Excentricus prædictus inclinatur ad Eclipticam conſtans eſt, & ejusdem ſemper quantitatis; in Saturno G. 2. 27'. in Jove G. 1. 24': in Marte G. 1.0'. Et hæc inclinatio vocatur ἔγκλισις τοῦ ἐκκέντρου, inclinatio centri. 3. Planum Epicycli inclinatur ad planum Excentrici, non conſtanter eodem angulo, ſed variabiliter.

CAPUT VII.

De Veneris & Mercurii Theoriis antiquis.

§. I.

Motus primus & ſecundus Veneris, & Mercurii.

Theoria Veneris & Mercurii.

Venus & Mercurius præter motum quotidianum ab ortu in occaſum, moventur etiam motu contrario ſub Zodiaco ſecundum ſignorum ſeriem, non quidem diſtincto à priori realiter, ſed ſolum apparenter propter retardationem ſæpius explicatam. Moventur hoc motu circa Solem tanquam centrum: Mercurius quidem arctiori, Venus laxiori ambitu: nam illius maxima à Sole diſtantia non excedit Grad. 28 nec hujus 48. Ambitus hic circa ſolem colligitur ex augmento ac decremento vario magnitudinis apparentis horum planetarum, & conſequenter ex majori minorique à Terræ centro diſtantia in cœlo liquido: præcipuè verò ex variis phaſibus in utroque planeta, manifeſtius tamen in Venere à Neotericis deprehenſis ope teleſcopii. conſtat enim manifeſtè, Venerem eſſe modo plenam, modo ſemiplenam, modoque falcatam, inſtar Lunæ. Idem in Mercurio contingit: quod tamen ob nimiam Solis propinquitatem minus manifeſtè notari quovis tempore, ut in Venere, poteſt. Nec ergo ſemper ſupra Solem verſantur, alioquin ſemper pleni apparerent; nec ſemper infra, alioquin ſemper falcati: ſed circa Solem tanquam centrum, ideò modò ſupra, modo infra exiſtunt. Ptolemæus quia hoc phænomenon ignoravit, utrumque planetam perpetuo infra Solem curſus ſuos peragere aſſeruit.

Motus primus & ſecundus Veneris & Mercurii.

§. II.

Anomalia motuum Veneris & Mercurii.

Anomalia motuum Veneris & Mercurii.

Motus horum planetarum, periode ut cæterorum, inæquales ſunt: veloces, cum Soli ſunt propinqui: tardi, cum ab eodem remoti. Quando ad occaſum heliacum matutinum, & ortum heliacum veſpertinum properant, hoc eſt, cum matutinis horis incipiunt ſe condere ſub Solis radios, & veſpertinis emergere ex iisdem, velociſſimi ſunt: cum vero veſperi occultantur, vel mane emergunt, fiunt ſtationarii, ſcilicet poſt elongationes maximas veſpertinas, & ante matutinas: Intermedio tempore fiunt retrogradi. Subinde ergo Solem antecedunt, ſubinde ſequuntur, & ſemper poſt maximas elongationes ad eum redeunt. In hoc caſu Venus etiam nomen mutat: nam mane Solem antecedens vocatur Phoſphorus, ſive Lucifer; veſperi ſolem ſequens, Heſperus, & Veſperugo.

Excentrica igitur eſt orbita horũ planetarum, utpote centrũ habentes non Mundi medium, ſed Solẽ. Excentrici Abſides moventur in cõſequentia. Nodi quib' orbitæ prędictæ Eclipticã interſecant (interſecãt enim, & una pars in Boreã, altera in Au-

in auſtrum declinat) moventur etiam in conſequentia. Inclinatio hæc orbitarum cauſa eſt motus in latitudinem, dum à nodis verſus limites digrediuntur planetæ. Inclinatio utriuſque orbitæ, conſtans eſt, Veneris G. 3. 22′. circiter, Mercurii G. 6. 54′. circiter. Latitudo tamen utriuſque planetæ, ob concurrentem cauſam opticam, excurrit ad plures gradus.

§. III.

Theorica antiqua Veneris ac Mercurii.

Theorica antiqua Veneris & Mercurii.

AD hæc ſimiliaque phænomena ſalvanda, Ptolemæus aſſumpſit Theoricam perſimilẽ Hypotheſi trium ſuperiorum præcedenti cap. explicatæ, ad quam recurrendum Conſtat itaq; Veneris ac Mercurii Hypotheſis quatuor circulis, nimirum Deferente apogæum & perigæum Excentrici in conſequentia, Excentrico Deferente Epicyclum in conſequentia, Excentrico Æquante, & Epicyelo deferente planetam ſupernè in conſequentia, infernè in præcedentia. Hac Hypotheſi conſtitutâ, patet cur motus horum planetarum tardiſſimi ſint in apogæo Excentrici, & velociſſimi in perigæo: item veloces ac Directi ad apogæum Epicycli, tardi ac retrogradi ad perigæum ejusdem.

Nec tamen in omnibus Venus ac Mercurius conveniunt cũ tribus ſuperioribus planetis quoad Theorias. Nam *Primo*, Apogæa Excentricorũ ♄, ♃ & ♂, ſemper in Boreã vergunt, & Perigæa ſemper in Auſtrum, nec unquam interſecant aut pertranſeunt Eclipticã, ut cap. præced. §. 2. diximus: at Excentrici ♀ & ☿ Apogæum ac Perigæũ omnes vices ſubeunt, & modo Borealem, modò Auſtralem latitudinem ſortiuntur, nonnunquam vero cum Eclipticæ plano coincidunt. *Secundò* ♄, ♃ & ♂ alligati ſunt Soli quoad motum Excentrici; at ♀ & ☿ ſoluti ſunt à Solis motu quoad motum ſui in Epicyclo, alligati quoad motum in Excentrico. Nam motus medius centri Epicycli ab Excentrico Deferente delati in ♄, ♃, & ♂, longè major eſt quàm in ſole, ut ex dictis conſtat: at in ♀ & ☿ tantus præciſè eſt, quantus eſt Solis medius motus, imò ab eodem initio computandus æqualiter. Ex quo ſequitur, ut lineæ medii motus horum, & Solis, in eadem Zodiaci puncta incurrant, ac proinde invento motu medio Solis habeatur, & medius motus ♀ ac ☿ in longitudinem. Uno igitur anno unicam revolutionem in Excentricis ſuis abſolvunt Sol, Venus, & Mercurius. E contrario verò tres ſuperiores planetæ uno anno abſolvunt unam revolutionem in Epicyclo, & quot annis ſemel Sol illis mediâ conjunctione in apogæo Epicycli poſitis copulatur, ac ſemel media oppoſitione in perigæo ejusdem opponitur. Venus verò ac Mercurius ſoluti ab hoc reſpectu quoad motum ſui in Epicyclo diverſo tempore revolutionem ſynodicam perficiunt; Venus nimirum menſibus 19, ſeu D. 583. H. 22. 15′. circiter unam, Mercurius verò circiter D. 115. H. 21. 5′. unam, adeo ut hic plus quam ter intra annum percurrat Epicyclum ſuum, & quinquies circiter eo tempore, quo Venus ſuum percurrit. *Tertiò*, Tres ſuperiores, quia Excentrici ſui ambitu Terram complectuntur, integro Zodiaci ſemicirculo digrediuntur à Sole, ipſique opponuntur: at Venus & Mercurius quia Excentricis ſuis Terram non complectuntur, ſed Solem tantùm, adeò elongari ab eo non poſſunt, ſed Venus non ultra 48, Mercurius non ultra 28 gradum Zodiaci digrediuntur. Unde & in apogæo & in perigæo Excentrici Soli junguntur.

§. IV.

Latitudo, Inclinatio, Reflexio Veneris & Mercurij.

VEnus & Mercurius ex Ptolemæi ſententia habent triplicem in latitudine varietatem: prima dicitur Inclinatio Excentrici, ſeu Deviatio plani Excentrici, à plano Eclipticæ: ſecunda, Inclinatio ſeu Deviatio plani Epicycli ad planum Excentrici: tertia, & obliquatio aut Reflexio, qua diameter mediarum longitudinum Epicycli tranſverſim flectitur ab occaſu vel ortu in ſeptentrionem, aut meridiem. Sed non libet immorari.

CAPUT VIII.

De motu proprio ſtellarum fixarum.

Stellarũ fixarum motus.

STellas fixas omnes, præter motum quotidianum quo ab ortu in occaſum in cœlo liquido moventur, etiam alio proprio & tardiſſimo moveri ab occidente in orientem, ſuper axe & polis Zodiaci S. S. S. invariatâ ſemper manente earum inter ſe diſtantia quam ab initio habuerunt; probavimus lib. præced. part. 3. c. 5. ubi etiam diximus. Aſtronomos propter hunc motum duos in cœlo concipere zodiacos, unum ἐναςερον ſive aſteriſmis inſignitum, alterum ἄναςερον & ſine aſteriſmis. Primus, quem ſenſibilem ibi vocavimus, incipit à prima ſtella Arietis; alter, quem appellavimus intelligibilem, à ſectione verna Eclipticæ cum Æquatore. Hunc motum ſtellarum aliqui putant eſſe inæqualem, id eſt, modo velociorem, modo tardiorem. Alii verò addunt, etiam mutatas eſſe latitudines earundẽ, ſive per ſe, ſive per accidens ad mutationem obliquitatis Zodiaci, quã variabilẽ etiam putant. Hanc latitudinis mutationem, motuſque in longitudinem anomaliam ut expliceent, diverſas excogitant Hypotheſes, ut ibidem inſinuavimus. Nos quibus utrunque improbabile videtur, nulla indigemus Hypotheſi, ſed motum ſimplicẽ ac regularem ſtellarum ab occaſu in ortum ſuper axe & polis Zodiaci, ſalvamus per ſolam motus ſpiralis ab oriente in occidentem retardationem ibidem inſinuatam, & ſæpius in ſequentibus explicatam.

Circa quantitatem annui ac perindiei motus prædictarum ſtellarum, non conveniunt Auctores. Nam *Hipparchus*, *Ptolemæus*, *Proclus*, *Alfraganus* putant, M. 36. percurri uno anno, G. 1. annis centum, totum Zodiacum annis 36000: *Tycho* vero cum aliis periodo integræ tribuit annos 25806; *Ricciolus* 25920; Alii aliter ſentiunt. Ex quibus patet, incertum adhuc eſſe periodici motus tempus.

CAPUT IX.

De variis paſſionibus Planetarum.

Planetarũ paſſiones.

PAſſiones planetarum ſunt inſignes quædam phænomenorum affectiones vel accidentia, quæ in illis contingunt, dum longitudinũ ac lati-

tudinum ſuarum ſpatia decurrunt. Harum paſſionum aliquæ conveniunt planetis comparatis ſecum ipſis, aliæ comparatis cum Sole, aliæ cum Terra, aliæ comparatis inter ſe. De ſingulis breviter agemus hoc & ſequenti capite. Pleræque paſſiones quas hoc capite explicabimus, conveniunt ſolum quinque planetis minoribus, non Soli & Lunæ.

§. I.

De paſſionibus planetarum comparatorum cum ſeipſis.

Planetarum paſſiones comparatorum cum ſeipſis.

PLanetæ ſecum ipſis comparati quoad motum ſuum, ſunt modo directi, retrogradi, ſtationarii; modo veloces, tardi, mediocres: modo aucti, minutive numero.

Planeta Directus.

Directus planeta dicitur, quando ſuo corpore ſecundum ſignorum ſeriē incedit, ita ut linea veri ſeu apparentis motus planetæ (quæ ſcilicet à centro terræ per ejus corpos ducitur) procedat in Zodiaco in conſequentia, ſeu S.S.S. Hic motus vocatur *directio* ſeu *progreſſio*, & convenit planetis (Sole & Luna exceptis) in ſuperiore parte Epicycli, ſeu in toto ſemicirculo ſuperiore Epicycli, ac præterea in ea parte inferioris, in qua motus in Epicyclo obſecundatur motui centri Epicycli in conſequentia perpetuo progredienti, ſecundum Ptolemaicam Hypotheſim. Inſpice appoſitam figuram.

Vide Iconism. H. Fig. 343.

Retrogradus.

Retrogradus planeta dicitur, quando in antecedentia C.S.S. ambulat, ita ut linea veri motus retrocedat in Zodiaco verſus ſigna anteriora jam antea decurſa. Hic motus dicitur *retrogradatio*, ſeu *retroceſſio* & convenit iisdem planetis in parte illa ſemicirculi inferioris Epicycli, in qua linea veri motus planetæ ducta ex centro Terræ per ejus corpus retrocedit Occidentem verſus, etiamſi linea veri motus centri Epicycli procedat verſus Orientem.

Stationarius.

Stationarius ſeu *Stationalis* planeta dicitur, quando in eodem Zodiaci loco ſubſiſtere aliquamdiu videtur, nec procedens, nec retrocedens. Hæc *Statio* convenit prædictis planetis, quando linea veri motus planetæ oſtendit ſequenti die planetam in eodem Zodiaci loco, quo fuit præcedenti die: quod evenit, quia progreſſus factus vi centri Epicycli æquè retardatur ab initio & fine regreſſus in Epicyclo. Et hoc contingit bis in una revolutione Epicycli, nempe in confinio utroque motus directi ac retrogradi. Hinc diſtinctio in ſtationem primā, & ſecundam. *Statio prima* eſt illa, quæ fit in ſiniſtro, ſeu orientali, ſeu priore ſemicirculo Epicycli ab apogæo ejus in conſequentia computato, ſeu quæ fit in tranſitu à motu directo ad retrogradum. Et hæc in tribus ſuperioribus dicitur Matutina, quia ſequitur exortum matutinum planetarum, cum poſt conjunctionem cum Sole tendunt ad oppoſitionem: in inferioribus autem Veſpertina, quia fit quando veſpertini ſunt, nempe cum poſt conjunctionem apogæam tendunt ad perigæā. *Statio ſecunda* eſt, quæ fit in dextro, ſeu occidentali, ſeu poſteriore ſemicirculo Epicycli. Et hæc in tribus ſuperioribus dicitur veſpertina, & fit, cum poſt oppoſitionem tendunt ad conjunctionem: in inferioribus autem dicitur matutina.

Velox.

Velox, ſeu curſu auctus dicitur planeta, cū motus ejus verus major ſeu velocior eſt medio, hoc eſt, quando linea veri motus planetæ movetur S.S.S. celerius, quam linea medii motus. Hoc accidit quinque minoribus planetis in ſuperiori medietate Epicycli.

Tardus.

Tardus ſeu minutus curſus dicitur planeta, cum motus ejus verus minor ſeu tardior eſt medio, hoc eſt, quando linea veri motus movetur S.S.S. tardius, quam linea medii motus. Hoc convenit dictis quinque planetis in inferiore parte Epicycli,

Mediocris

Mediocris curſu dicitur planeta, cum motus verus æqualis eſt medio, hoc eſt, quando lineæ veri ac medii motus æquè incedunt. Hoc accidit planetis circa mediarum longitudinum tranſitus.

Auctus numero.

Auctus numero planeta dicitur, quando æquatio argumenti ſeu epicycli additur medio motui, ut inveniatur verus. Accidit hoc planetis dum progrediuntur in Epicyclis ab apogæo ad perigæum. *Diminutus numero* dicitur, quando dicta æquatio ſubtrahitur medio motui; quod evenit dum à perigæo ad apogæum Epicycli moventur.

Diminutus numero.

Ex dictis patet I. fieri poſſe ut planeta ſit velox curſu, & tamen minutus numero; ut ſi ſit in quarto quadrante Epicycli: contra vero tardus curſu, & tamen auctus numero: ut ſi ſit verſus finem ſecundi quadrantis Epicycli, ſive ibi ſit ſtationarius, ſive retrogradus. Patet II. velociores eſſe quinque planetas in apogæo Epicycli, quam in perigæo. Patet III. Planetam *aſcendere*, cum à perigæo ad apogæum tendit; *deſcendere* verò, cum ab apogæo in perigæum.

§. II.

De paſſionibus planetarum comparatorum cum Sole.

Planetarum paſſiones comparatorum cum Sole.

PLanetæ cum Sole comparati ſunt orientales, occidentales, Pernoctes; aucti & diminuti lumine, & hypaugi ſeu combuſti.

Planeta orientalis ac matutinus.

Orientalis ac Matutinus dicitur planeta, quando mane oritur ante Solem: *Occidentalis ac Veſpertinus*, quando veſperi poſt Solis occaſum occumbit; *Pernox* ſeu *Acronychus*, quando in principio noctis oritur, & in fine noctis occidit, atque ita tota nocte ſupra horizontem pernoctat. Hæc paſſio convenit etiam Lunæ, quæ poſt conjunctionem cum Sole, dum creſcit, uſque ad oppoſitionem occidentalis eſt; poſt oppoſitionem, dum decreſcit, uſque ad conjunctionem, orientalis. Venus orientalis & occidentalis nomen mutat, ut diximus cap. præced. ♄, ♃, ♂, à ☌ ad ☍ cum ☉, in ſiniſtro Epicycli ſemicirculo ſunt orientales: at ab ☍ ad ☌, in dextro Epicycli ſemicirculo, occidentales, ♀ ac ☿ à ☌ perigæa ad ☌ apogæam cum ☉ in dextro Epicycli ſemicirculo, ſunt orientales: at à ☌ apogæa ad ☌ perigæam, in ſiniſtro ſemicirculo, occidentales.

Auctus lumine

Aucti lumine dicuntur planetæ, cum recedunt à Sole, vel Sol ab eis, tanto receſſu, quantus ſufficit ut non obſtante fulgore Solis conſpicui ſint. *Minuti lumine*, quando accedunt ad Solem, vel Sol ad eos, ideoque lumen eorum ob fulgorem Solis minuitur. *Hypaugi*, ſeu *Combuſti*, quando ſunt ſub radiis Solis, ideoque lumen eorum ob ſolis fulgorem evaneſcit. Ex his patet Venerem ac Mercurium eſſe in

Combuſti.

maxi-

maximo augmento luminis, quando ſunt in maximis digreſſionibus à Sole, eſto tunc dichotomi tantùm appareant: tres autem ſuperiores in oppoſitionibus. Huc pertinet ortus & occaſus heliacus planetarum, de quibus vide quæ diximus *libro præced. par. 3. cap. ult.*

§. III.

De paſſionibus planetarum cum Terra comparatorum.

Planetarum paſſiones comparatorum cum terra.

PAſſiones planetarum ex relatione ad Terram ortæ, ſunt parallaxis, refractio, & eclipſis. De hac ultima agemus cap. ſeq.

Planeta parallaxis.

Parallaxis planetæ, alteriuſvè ſtellæ, aut phænomeni cœleſtis (de qua aliquid jam diximus *lib. præced par. 3 cap. 4.*) eſt arcus circuli verticalis, inter planetæ aut ſtellæ locum verum ex centro Terræ monſtratum, & apparentem ex Terræ ſuperficie obſervatum, interceptus. Explicationem cum ſchemate vide loco cit. Itaque locus verus & apparens in hac parallaxis deſcriptione non ſumitur pro eodem, ut hactenus in planetarum Theoricis factum; quod notandum Tyronibus, nè ambiguitate vocabulorum decipiantur. Hæc paſſio non omnibus ſtellis convenit, ſed illis tantùm, ad quarum diſtantiam à Terra ſemidiameter Terræ ſenſibilem magnitudinem habet, cujuſmodi ſunt Luna, Venus, Mercurius, Mars peregæus: Sol verò, & multò magis Jupiter, & Saturnus vix ſenſibilem; ſtellæ fixæ nullam habent paralaxin.

Conſideratur paralaxis planetarum tam in Zodiaco, quàm in circulo verticali per corpus planetæ tranſeunte. Hæc eſt arcus verticalis circuli, inter locum verum & apparentem interceptus, & utriuſque differentiam monſtrans. Illa eſt vel longitudinis, vel latitudinis. Parallaxis longitudinis in Zodiaco, eſt arcus Eclipticæ, interceptus inter duos circulos per polos ipſius tranſeuntes, quorum alter per verum, alter per apparentem planetæ locum ducitur. Parallaxis latitudinis in Zodiaco, eſt arcus circuli maximi, ad Eclipticam recti, interceptus inter binos Eclipticæ parallelos, quorum alter per verum, alter per apparentem locum tranſit.

Refractio.

Refractio hoc loco ſumitur pro elevatione planetæ, (alteriuſvè ſtellæ, aut phænomeni) ſupra horizontem majori quàm revera habeat, propter denſius medium ex vaporibus à terreno globo elevatis, per quod radii planetæ tranſeunt. De refractione agemus ſuo loco in Dioptrica. Hic ſufficiat ſcire, ob refractionem ſtellam altiorem apparere quàm calculus aſtronomicus oſtendat. Maximæ refractiones fiunt prope Horizontem, quò autem magis aſcendit ſtella verſus Meridianum, eò magis minuuntur, donec circa gradum 45 ferè evaneſcunt.

CAPUT X.

De Eclipſibus Lunæ & Solis.

Eclipſes Solis & Lunæ.

ECliptis ſtellarum, ſi nominis etymon ſpectes, idem eſt ac deliquium, ſeu defectio luminis, ſeu revera in ipſis ſtellis, ſeu ſolùm reſpectu noſtri, ad quos lumen opaco aliquo corpore interceptum tranſmitti non poteſt. Et quamvis in omnibus planetis & ſtellis locum habeat, aut habere poſſit eclipſis, ſive revera, ſive quoad nos; præcipuè tamen locum habet in Luna & Sole. Duplices ergo ſunt Eclipſes, Lunares, & Solares; de quibus hoc loco agendum.

§. I.

De Eclipſibus Lunaribus.

Eclipſes Lunares.

SUppono *Primò*, Lunam mutuari lumen ſuum, ſaltem primarium, à Sole: ideo enim Luna tam varias induit phaſes, & in conjunctione cum Sole, planè non lucet, quia pars ejus à Sole illuminata aut regerit totum lumen in Solem, aut non tota à nobis conſpicitur pro vario ad Solem & Terram ſitu, ut patet ex dictis ſuprà *cap. 5. §. 1.*

Suppono *Secundò*, Solem eſſe majorem Terrâ, & Lunâ, & Terram majorem Lunâ. *Tertiò* Lunam eſſe viciniorem Terræ quàm Sol; & tam hunc, quàm illam, gyros ſuos peragere circa Terram; ideoque hanc mediam eſſe inter utrumque planetam, dum oppoſiti ſunt; Lunam verò inter Solem & Terram eſſe mediam, dum conjuncti ſunt planetæ. *Quartò*, Terram, eò quòd minor ſit Sole, & ſphærica, projicere umbrã conoidalem, ac proinde finitam, in adverſam partem Solis. *Quintò*, Sole apogæo, umbram Terræ eſſe longiorem, & craſſiorem; perigæo breviorem & graciliorem. *Sextò*, longitudinem dictæ umbræ Sole perigæo non eſſe minorem ſemidiametris terreſtribus 213; apogæo verò nõ minorẽ ſemid. 231. Lunæ verò diſtantiam à Terra nõ pertingere ad 70 ſemidiametros Terræ. Ex quibus ſequitur, umbram Terræ latè ingredi cœlum Lunæ, & altiùs evehi corpore lunari; proinde Lunam ingredi poſſe umbram Terræ. His ſuppoſitis, hæc breviter ſtatuo.

Eclipſis lunaris contingit, quando in diametrali Solis ac Lunæ oppoſitione, ſive in plenilunio, Terra inter utrumque interjecta, umbrâ ſuâ involvit Lunam, impeditque nè Solis radii eam illuminent, ſicque mutuaticio lumine priventur. Itaque Luna verè privatur lumine, dum eclipſatur.

Non tamen in omni oppoſitione ſeu pleniluniis contingunt eclipſes lunares, ſed tunc ſolum, quando Luna opponitur diametraliter Soli ita, ut vel in ipſa Ecliptica, vel prope eam verſetur; hoc eſt, cùm vel in ipſis nodis conſiſtit, vel non procul ab illis. Quando verò ad latus Eclipticæ ab illis nodis paulò longiùs evagatur tempore plenilunii, tunc evitatâ umbrâ terreſtri libera manet ab eclipſi.

Termini ecliptici, ſive diſtantiæ à nodis, intra quas Luna deficere poteſt, ſunt circiter 12. grad. ultra hos ſi evagetur, non eclipſatur.

Eclipſes lunares duplices ſunt, totales, & partiales. In illis tota Luna, in his pars aliqua Lunæ obſcuratur. Totales aut ſunt cum mora aliqua in terreſtri umbra, aut ſine mora. Omnium totalium cum mora, maxima eſt centralis, quæ fit dum Luna nullam habet latitudinem, ſed centro ſui corporis occupat nodorum alterutrum. Quatuor hæ ſpecies eclipſium repræſentantur totidem ſchematiſmis hîc poſitis, in quibus circulus major eſt umbrâ Terræ, vel potiùs planum ſecans normaliter conum umbræ *Vide Iconiſmũ H. Fig. 342.*

Terræ

Terræ in loco tranſitûs Lunæ ; minor circulus eſt Luna; A B Ecliptica, ſeu via Solis; C D orbita Lunæ ad Eclipticam inclinata, & durationis eclipſeos ſpatium menſurans. Primum ſchema repræſentat eclipſin partialem , ſecundum totalem ſine mora , tertium totalem cum mora, quartum totalem centralem.

Cauſæ varietatis eclipſium prædictarum ſunt quatuor. 1. inæqualis Lunæ latitudo ; ſive major minorvè ab Ecliptica diſtantia : major enim minuit eclipſes ratione durationis & quantitatis, minor eaſdem auget. 2. inæqualis umbræ terreſtris craſſities, ſeu latitudo : cùm enim conica ſit, eò magis attenuatur & gracileſcit, quò magis attollitur in altum verſus cœlum, donec tandem in mucronem deficiat. Quò humilior ergo & Terræ propinquior Luna incedit, eò craſſiorem umbræ partem ingreditur ; & quò altior à Terra, eò minorem, ut patet ex appoſita fig. ubi umbra

Vide Iconiſm. H. Fig. 346. circa E F latior eſt quàm circa G H, ideoque diutiùs durat eclipſis, ſi contingat in EF, quàm ſi in GH accidat. 3. inæqualis Solis à Terra diſtantia, quæ umbræ quoque terrenæ craſſitiem variat, ut diximus Suppoſiti quinta. 4. deniq; cauſa eſt, inæqualis Lunæ motus verus : quando enim tardè progreditur in conſequentia , diutius durat eclipſis, quàm quando velociter incedit. Præter has cauſas, aliæ aliquando per accidens augent vel minuunt eclpſium durationes.

Magnitudo eclipſis lunaris æſtimatur digitis, ſeu unciis, qualium diameter Lunæ 12 habere intelligitur. Quando ergo in eclipſi totali cum mora plures quàm 12 digiti obſcurantur , hoc eſt, umbra Terræ in loco tranſitus Lunæ plures habet digitos quàm diameter Lunæ, dicitur eclipſis habere plures digitos quàm 12, tot nim. quot in umbra inter limbum Lunæ & umbræ reperiuntur. Effici poteſt ut Luna deficiat 22, aut 23 digitis. Partialis eſt ſemper pauciorum digitorum quàm 12 ; eò major , quò plures; eò minor, quò pauciores digiti infra 12. obſcurantur.

Principium eclipſis lunaris fit à parte Lunæ orientali, & eâdem parte lumen ei primò reſtituitur. Ratio eſt, quia Luna motu proprio progreditur ab occaſu in ortum (ſaltem quoad apparentiam) umbra verò terrena ab ortu in occaſum. In partialibus eclipſibus ſi latitudo Lunæ eſt borealis, deficit pars ejus meridionalis; ſi latitudo auſtralis eſt, deficit pars borealis.

Lunæ defectus eodem momento temporis naturalis , eâdemque quantitate (ſaltem quoad ſenſum) ab omnibus conſpicitur , ſuper quorum horizonte tunc eſt Luna : numerus tamen temporis diverſus eſt, propter Horizontum & Meridianorum varietatem, propter quam orientales numerant horam v. g. ſecundam noctis, dum occidentales numerant primam , ſi illis Sol unâ hora citius oritur & occidit, quàm his.

§. II.

De Eclipſibus Solaribus.

Eclipſis ſolaris. Eclipſis Solis contingit, quando inter ſolem & Terram Luna conjunctione cum Sole, ſeu in novilunio , interjecta impedit opacitate ſuâ trajectionem luminis ſolaris in Terram. Itaque in Eclipſi ſolari Sol non privatur lumine ſuo, ſed Terra privatur lumine Solis.

Non tamen in omni conjunctione vel novilunio contingunt eclipſes ſolares, ſed tunc ſolùm, cùm Luna in conjunctione cum Sole eſt vel in ipſa Ecliptica, ſeu in alterutro nodorum , vel prope ipſos intra certos terminos, qui varii ſunt in variis zonis & plagis mundi. Nullibi tamen videntur excedere gradus 20 verſus Septentrionem, & gr. 11. verſus Auſtrum.

Fit præterea Eclipſis ſolaris non in conjunctione vera , aut media , ſed in viſibili tantùm, quando lineæ apparentium motuum , ex viſu in ſuperficie Terræ degentium , per luminarium corpora ductæ , in eundem locum Zodiaci cadunt. Ratio eſt, quia Sol non ſuo lumine privatur, ut dixi , ſed tantùm Luna inter Solem & viſum noſtrum poſita impedit trajectionem radiorum Solarium a nos. Hinc fit ut eodem tempore , quo aliquibus totus ſol obſcuratur, aliis pars tantùm, aliis nihil obſcuretur ; quia dum corpus lunare opacum aliquorum viſui eripit totum Solem , aliis partem tantùm eripit, aliis verò nihil. Cujus rei cauſa eſt, exigua magnitudo & brevis remotio Lunæ à Terra reſpectu Solis, & Terræ major quantitas quàm Lunæ : nam eo tantùm in ſpatio Terræ contingit eclipſis Solaris ex interpoſitione corporis lunaris inter Solem & Terram , quod umbra Lunæ verſus Terram non illuminata involvit; quod quidem non excedit 70 milliaria. Qui igitur in medio dicti ſpatii conſiſtunt , vident totum Solem eclipſatum ; qui in confiniis , partem ; qui extra, nihil obſcuratum conſpiciunt.

Eclipſes ſolares vel ſunt totales, vel partiales : ſed totales omnes ſine mora , nulla cum mora, niſi aliquando cum valde exigua. Cauſæ variationis ſunt, 1. major minorvè Lunæ latitudo ſive diſtantia ab Ecliptica prope nodos : major enim minorem, minor majorem cauſat magnitudine & duratione. 2. inæqualis luminarium diſtantia à Terra : Luna enim propior nobis plus tegit de Sole, quàm remotior. 3. inæqualis motus Lunæ : velox enim breviorem, tardus longiorem facit eclipſin. Partialium eclipſium aliæ ſunt corniculares, in quibus pars Solis obſcurata apparet inſtar Lunæ ſinuatæ in cornua, aliæ annulares, in quibus lucidus de Sole annulus, ac veluti corona lucida adhuc circum circa apparet.

Quantitas eclipſium ſolarium æſtimatur digitis , qualium 12. tribuuntur diametro Solis, Poſſunt plures quàm 12 digiti Solis obſcurari, quando Luna eſt in perigæo, & Sol in apogæo ; tunc fit eclipſis ſolaris cum mora exigua.

Principium ſolaris eclipſeos fit à parte Solis occidentali ; quæ etiam primò iterum reſtituitur : nam cùm Luna ab occaſu in ortum moveatur velociùs quàm Sol , occidentalem partem Solis primò ſubit, & primò deſerit. In partialibus eclipſibus ſi latitudo Lunæ eſt borealis, Sol à Borea deficit ; ſi auſtralis, ab Auſtro.

§. III.

§. III.

Diſcrimina inter eclipſes lunares & ſolares.

Eclipſium ſolarium & lunarium diſcrimina.

I. SOlares fiunt in nova, lunares in plena luna. II. Omnes lunares ſunt univerſales, hoc eſt, ab omnibus qui eas videre poſſunt, videntur; ſolarium nulla eſt univerſalis, quia eadem in uno loco totalis, in alio partialis, in alio nulla. III. Sol interdiu, Luna noctu deficit. IV. Lunares ubique locorum ſiunt eodem temporis momento, quamvis non eâdem horâ; ſolares citiùs contingunt illis qui Solem habent verſus Ortum, tardius qui illum habent verſus Occaſum, eodem tempore qui illum habent in 90 gradu ab Aſcendente. Cauſa diverſitatis hujus eſt, parallaxis Lunæ. V. Luna lumine ſuo verè privatur, Sol non, ſed id à Luna nobis eripitur. Omitto multa alia diſcrimina, uti & multa alia quæ hîc dici poſſent.

CAPUT XI.

De diſtantia planetarum & ſtellarum fixarum à centro Terræ & Univerſi.

Diſtantia planetarum à Terra variatur.

SUppono variari diſtantiam planetarum à centro Terræ vel Mundi. Quod quidem certum ferè eſt apud Aſtronomos, tametſi nondum evidenter demonſtratum. Quoad Solem & Lunam, id ſatis manifeſtè probatur ex eclipſibus, parallaxibus, & diametri apparentis varietate. Quoad reliquos planetas, probatur idem *primo* ex eadem varietate apparentis diametri: nam aliàs minuſculi valde apparent, aliàs ſeipſis multò majores, non ſolùm comparando viſam eorum magnitudinem in horizonte, aut inter vapores ſpectatam, cum ea quæ longiſſimè ab horizonte, aut ſereno cœlo conſpicitur, nec ſolùm in diverſis partibus cœli, nec proximo tantùm aut præſente Solis lumine, vel claritate crepuſculi, ſed etiam in eadem parte cœli, eâdem ſerenitate aëris, eâdem abſentis Solis profunditate ſub horizonte. Patet id apertè in Jove & Marte, qui multò majores apparent in oppoſitione, quàm in quadratura, & majores in hac, quàm in ſextili aſpectu; nec ſolùm oculis nudis, ſed etiam teleſcopio armatis: adeo ut Martis lucidus diſcus nudo oculo quintuplò, ſed teleſcopio quinquagecuplò aut ſexagecuplò major appareat quoad aream; quoad diametrum autem ſeptuplo, ut notat Ricciolus cum Galilæo qua de cauſa non ſemel circa oppoſitionem apogæus factus in Aquario & Piſcibus, creditus fuit cometa, aut novum ſidus. *Secundò*, Venus maniſeſtiſſimè, nec non Mercurius & Mars, ita circa Solem feruntur, ut lunatim ab illo illuminētur, ut teleſcopio jam à multis & à multo tempore deprehenſum fuit; quæ phaſium mutatio explicari commodè non poteſt, niſi dicatur eos modò infra, modo ſupra Solē eſſe, ut ſupra etiam aſſeruimus. Idem ſupponunt Auctores Hypotheſium Excentricorum, & Excentrepicyclorum. Omitto alia argumenta.

Ex his conſtat, non eaſdem ſemper eſſe diſtantias planetarum à centro Mundi, ſed eas aliquando eſſe maximas, aliquando minimas, aliquando medias, prout aut maximè, aut minimè, aut mediocriter à Terra diſtant. In nullis autem harum diſtantiarum inter ſe conveniunt Aſtronomi, ſed prout alij alias Hypotheſes motuum planetariorum aſſumunt, ita alias atque alias diſtantias adſignant. Unde colligitur, nec certas eſſe adſignatas ab illis diſtantias, nec ita falſas ut procul à vero abſint; alioquin Hypotheſes ab illis aſſumptæ, quæ talibus diſtantiis ferè innituntur, motus cœleſtes non ita exhiberent, ut vel exactè cum obſervationibus ipſiſque cœleſtibus phænomenis congruerent, vel non multùm ab illis aberrarent. Plurimorum opiniones circa diſtantias maximas, mediocres, & minimas, ſeu apogæas, perigæas, & inter has medias, collegit incredibili ſtudio ac labore *P. Ioan. Baptiſta Ricciolus partim lib 7. Almag. ſect.6.cap. 2. partim lib 4.c.14 & lib.3.c.7.* qui ea propria ſententia ex mirum in modum ſupra alios auget. Ego ex omnibus hûc transferam ſolùm Copernicanas, Tychonicas, & Ricciolianas, prout apud citatum Auctorem ſunt. Pro radio menſorio aſſumam ſemidiametrum Terræ. Ptolemæas & alias antiquas non affero, quia certum ferè eſt quod in ☿, ♀, & ♂ ſint falſæ. *Planetarum diſtantia à Terra.*

Diſtantiæ maximæ, mediæ, & minimæ planetarum à centro Terræ & Mundi, in ſemidiametris Terræ.

	☽ Lunæ. Maxima	☽ Lunæ. Media	☽ Lunæ. Minima	☉ Solis. Maxima	☉ Solis. Media	☉ Solis. Minima	☿ Mercurii. Maxima	☿ Mercurii. Media	☿ Mercurii. minima
Copern.	65. 30.	60. 19	55. 8	1179	1142	1105	1655	1142	629
Tycho.	58. 8	56. 30	54 52	1182	1150	1117	✠	1150	✠
Ricciol.	64 15	59 0	53. 45	7580	7327	7074	10868	8057	5246

	♀ Veneris. Maxima	♀ Veneris. Media	♀ Veneris. Minima	♂ Martis. Maxima	♂ Martis. Media	♂ Martis. Minima	♃ Jovis. Maxima	♃ Jovis. Media	♃ Jovis. Minima	♄ Saturni Maxima	♄ Saturni Media	♄ Saturni Minima
Copern.	1987	1142	297	3045	1733	421	7364	5951	4538	12356	10517	8678
Tycho.	✠	1150	✠	3080	1745	410	5416	3990	2564	12340	10550	8760
Ricciol	11919	7586	2241	21005	11000	2373	47552	36500	26441	90155	73000	57743

Fixarum diſtantia à Terra incertior videtur eſſe, quàm planetarum; præſertim cùm probabilius longè ſit non omnes fixas eſſe in eadem ſuperficie cœli liquidi, ſed alias aliis longè altiores, & cœlo profundiùs immerſas, ut dicemus in Mundo Mirabili. Interim ſequentes Auctores tribuunt eis minimam diſtantiam in ſemidiametris Terræ, ut ſequitur. *Fixarum ſtellarum à Terra.*

Fixa-

Fixarum diſtantia à Terra in Hypotheſi Terræ immotæ.		
Auctores	Minima	Maxima
Albaregnius.	19000	✠
Alfraganus.	20220	40440
Maurolycus.	20077	20086
Clavius.	22612	45225
Maginus.	20110	40220
Tycho.	13000	14000
Ricciolus.	100000	210000

Fixarum diſtantia à Terra, in Hypotheſi Terræ motæ.	
Auctores	
Copernicus.	Indefinita.
Galilæus.	13,046. 400.
Keplerus *olim.*	34,077,067.
Keplerus *poſtea.*	60,000, 000.
Laosber. *olim.*	10,312, 227.
Lansberg. *poſtea.*	41,958,000.
Herigonius	1 44,000

Lunæ diſtantiæ in Tabula adſignatæ, ſunt illæ quas in copulis habet, non in quadraturis. Solis diſtantiæ Ricciolo exactè ſunt illæ quas expreſſimus, at rotundè ex eodem ſunt, 7600, 7300, 7000. Ejusdem Riccioli diſtantiæ fixarum ſunt minima & maxima minimarum.

Qui prædictas diſtantias cupit expreſſas in miliaribus Italicis, aut Germanicis, multiplicet illas per numerum milliariorum quem ſemidiametro Terræ attribuimus lib. præced. par. 2. cap. 5. nimirum per 3440, vel per 860.

Ex dictis facilè deduci poteſt, ſi mobile aliquod à ſupremo cujuslibet planetæ & fixarum cœlo deſcenderet, & quolibet die 1000 milliaria Italica conficeret motu uniformi, quot dierum ac annorum ſpatio ad centrum Terræ perveniret.

CAPUT XII.

De craſſitie & ambitu cœlorum, intra quos planetæ vagantur, & de ambitu Firmamenti ſeu cœli fixarum ſtellarum.

Cœlorum craſſities. SPatia intra quæ planetę, modo altiores, modò humiliores, in cœlo liquido ſuos exercent gyros, cœlos planetarios vocavimus: de quibus proinde loquimur eo modo, ac ſi diſtincti inter ſe cœli eſſent, adſignantes ipſis ſuperficiem concavam, & convexam, & craſſitiem inter utraſque ſuperficies comprehenſam. Concavas ſuperficies pervagantur planetæ humillimi ſeu perigæi, convexas altiſſimi ſeu apogæi. Craſſities eſt ſpatium inter utraque interjectum; eſtque juxta varios Auctores varium. Hoc habetur, in Hypotheſi Terræ ſtantis, ſi ſemidiameter concavitatis ſubtrahatur à ſemidiametro convexitatis. Singulorum planetarum craſſities calculavit Ricciolus *lib. 7. Almag Sect. 6. cap. 4.*

Ambitus convexitatis ſingulorum cœlorum habetur, ſi fiat ut 7 ad 22, vel melius ut 100 ad 314, ita diameter convexitatis uniuſcujuſque cœli ad aliud. Ricciolus loco cit. multorum ſententias affert. Ex propria verò ſententia tribuit ſingulorum ambitui ſemidiametros Terræ ut ſequitur.

*

Ambitum ſingulorum cœlorum in miliaribus habebis, ſi prædictos numeros multiplices per numerum milliariorum ſemidiametro Terræ debitorum. Nolui afferre craſſitiem & ambitum ex ſententia Ptolemæi, & ſequacium ejus, quia certum videtur, eſſe falſam eorum opinionem, quoniam ☿ & ♀ ſemper collocant infra, ♂ ſemper ſupra Solem.

Ambitus cœlorum in ſemidiametris Terræ, ex ſententia P. Riccioli.

☾	☉	☿	♀	♂	♃	♄	* Fixarum
402	8258	1118	7530	62599	101673	142003	284013

Planetæ ſinguli quot milliaria conficiant motu diurno, horario, &c. Ex his facilè deduci poteſt, quot milliaria Italica quilibet planeta, ambitum cœli ſui maximum motu diurno perambulans, conficiat ſingulis diebus, horis, ac minutis, ſi ſemidiametri reducantur ad milliaria, & ſumma producta dividatur per 24, &c.

CAPUT XIII.

De magnitudine planetarum ac ſtellarum fixarum proportioneque cum Terra.

Planetarum magnitudo quomodo inveniatur. AD magnitudines ſiderũ (quæ ſuppono eſſe ſphærica, tametſi non ſine aſperitatibus & inæqualitatibus) inveſtigandas requiritur eorum à Terra diſtantia, & apparens magnitudo diametri: ex his enim habitis deducitur geometrico ratiocinio, & ex Trigonometriæ præceptis, magnitudo vera ejuſdē diametri; ex hac ambitus circuli maximi & ſuperficies convexa, ac demũ tota ſoliditas, per Regulas traditas ſupra lib. 6 par. 2. & 3. ubi de circulorum & ſphærarum dimenſione egimus. Data enim diſtantia ſideris à Terra, habitoque angulo quem apparens ſemidiameter ejus ſubtendit, ſi fiat ut ſinus totus ad ſinum anguli dati, ita diſtantia data ad aliud: habetur vera ſemidiameter (& conſequenter diameter) *per Propoſit. 5. cap. 2. Trigon. pract.* Datâ diametro verâ, reperitur circumferentia maximi circuli, ſi fiat ut 7 ad 22, vel exactius, ut 100 ad 314; ita diameter data ad aliud, *per Propoſit. 7. par. 2. Geom. pract.* Datâ diametro & circumferentia, reperitur area circuli maximi, *per eandem Propoſit* & ſuperficies convexa, *per Propoſit. 14. loc. cit.* ac denique ſoliditas totius ſideris, *per Propoſit. 7. per 3. Geom. pract.*

Data jã proportione inter veras diametros duorum planetarum, vel planetæ & Terræ, invenitur proportio corporis planetarũ ad corp⁹ planetæ vel ad ſoliditatē Terræ; ſeu quoties major mino-

rem

rem contineat globum. Nam ſphæræ ſunt in triplicata ratione ſuarum diametrorum *per 18. lib. 12. Elem. Euclid.* vel etiam in triplicata ratione ſuarum ſemidiametrorum, *per. 19. Quinti Euclid.* Si igitur proportio inter diametrum vel ſemidiametrum minoris ac majoris ſideris ſit v. g. ſubdupla, aut alia quæcunque, & ea continuetur uſq; ad quartum terminum ſic, 2. 4. 8. 16, ſcietur quoties minus ſidus contineatur in majori, & quæ ſit inter illa proportio, nempe in caſu poſito ut 2 ad 16, ita ut ſidus majus habens diametrum duplo majorem quàm ſidus minus, contineat ſexdecim vicibus ſidus minus.

His præmiſſis, non meliùs explicari poteſt magnitudo planetarum ac ſtellarum, quàm ſi ſinguli comparentur primò ad ad Terram (cujus magnitudinem ex noſtra ſententia habes lib. præced par. 2. cap. 5.) ut videatur quoties eam vel ſuperet, vel ab ea ſuperetur. Variæ ſunt ſententiæ, prout varia reperta fuit à diverſis diſtantia, & apparens diameter. Paucas afferam ut ſequitur. *Magnitudo planetarum reſpectu Terræ.*

Solliditas planetarum expreſſa per vices, ſeu numeros integros aut fractos, quibus quilibet continet Terram, aut ejus partem aliquam.

Auctores	♄		♃		♂		☉		♀		☿		☽	
Clavi⁹ ex antiquis.	91.	$\frac{7}{8}$	95.	$\frac{1}{2}$	1.	$\frac{1}{2}$	166.	$\frac{3}{8}$	0.	$\frac{1}{37}$	0.	$\frac{1}{21952}$	0.	$\frac{1}{39}$
Tycho	22.	0	14.	0	0.	$\frac{1}{13}$	140.	0	0.	$\frac{1}{6}$	0.	$\frac{1}{19}$	0.	$\frac{1}{42}$
Ricciolus	891.	0	685	0	0.	$\frac{14}{266}$	38600.	0	1.	$\frac{1}{2}$	0.	$\frac{1}{270}$	0.	$\frac{1}{33}$

In hac tabula numeri integri indicant, quot vicibus planeta contineat Terram, ſeu quot globis Terræ æquivaleat globus planetæ; Denominator verò fractionum indicat partes in quas diviſa intelligitur Tellus, & Numerator quot illarum partium contineat planeta vel ultra numerum integrum, vel ſolùm. Quare ubi numeri fracti ſoli ponuntur, Denominator ſignificat Terram continere toties planetam, quot partibus Denominator ſuperat Numeratorem.

Qui deſiderat magnitudinem Diametrorũ apparentium, & verarum ſingulorum planetarum, item proportionẽ diametri & ſoliditatis eorundem ad ſoliditatem Solis, vel Lunæ, adeat *Ricciolum* lib. 7. Almag. cap. 9.

Fixarum ſtellarum magnitudo non minùs varia eſt. *Alfraganus* ſtatuit fixas primæ magnitudinis ad Terram eſſe ut 100 ad 1, ſecundæ ut 90 ad 1, tertiæ ut 72 ad 1, quartæ ut 54 ad 1, quintæ ut 36 ad 1. ſextæ ut 18 ad 1. *Clavius* ex antiquis ſtatuit paulò majorem, *Tycho* verò longè minorem proportionem. *Ricciolus* omnia in immenſum ferè auget, ſed cohærenter ad ſuas diſtantias, ut videbimus in Mundo Mirabili. Interim vide ipſũ lib. 6. Almag. cap. 9. Atque hæc ſufficiant de Aſtronomia Theorica, nunc ad Practicam gradum faciamus. *Stellarum fixarum magnitudo.*

LIBER IX.

De

ASTRONOMIA PRACTICA.

Prooemium.

Aſtronomia practica quid comprehendat.

V*T aliæ pleræque Mathematicæ ſcientiæ, ita potiori jure Elementaris ac Theorica Aſtronomia ad uſum ordinatur, ac præſertim eorum quæ ad ſiderum, circulorum, & quorumlibet in cœlo punctorum motum ac poſitum ad quodvis datum tempus ſupputandum, aut quovis in plano deſignandum ſpectant, atque ad varia vitæ humanæ commoda ordinantur. Hinc tot à variis nullo non tempore excogitata organa, cujuſmodi ſunt Sphæra, Aſtrolabium, Quadrans, Sextans, Triquetrum, Regula parallactica, aliaque innumera. Hinc quoque tot libri tam ingenioſis referti Problematis quæ Aſtronomica vocant. Ego pauca ex innumeris, eaque faciliora, magiſque neceſſaria tum ad ea quæ præcedentibus duobus libris tradita ſunt, tum quæ ſubſequentibus tradentur, in gratiam Tyronum ſeligam, ut iis perſpectis gradum faciant ad alia ſubtiliora apud alios intelligenda. Problematum porrò Aſtronomicorum ſolutio fit partim organice per varia inſtrumenta, partim geometrice per lineas ac circulos, & præcipue per Trigonometriæ canones: Ego ex inſtrumentis omnibus ſolùm hoc loco explicabo uſum Sphæræ armillaris, Globique aſtronomici & geographici.*

PARS I.

De organica problematum aſtronomicorum reſolutione per uſum Sphæræ armillaris, Globi aſtronomici ac geographici.

Sphæra armillaris, & Globus aſtronomicus, ac geographicus.

S*Phæra armillaris, ut initio libri 7. diximus, eſt Sphæra Mundanæ aliqualis effigies, ex circulis vel ut armillis artificiosè conſtructa ab Aſtronomis in hunc finem, ut phænomena cæleſtia, ex motu primo omniumque ſiderum communi dependentia, & in Elementari Aſtronomia explicanda, majoris declarationis, evidentiorisque demonſtrationis gratiâ, oculis velut ſubjiciantur. Globus verò aſtronomicus, ſeu cæleſtis, eſt cæli ſtellati imago, & præter circulos, etiam ſtellarum inerrantium aſteriſmos in ſua magnitudine, proportione, ac diſtantia à ſe invicem exhibens. Præter hunc eſt etiam Globus geographicus ſeu terreſtris, qui imago eſt Terraquei globi, continens omnium Terræ partium, climatum, Zonarum, regnorum, provinciarum, & urbium ſitum debitum & convenientem diſtributionem. Hujus uſus eſt in Geographia, de qua infrà.*

infrà. Tam Sphæra armillaris, quàm Globorum dictarum partes ſunt centrum, axis, poli, & circuli primarii Sphæræ Mundi: quorum omnium explicatio colligi ſufficienter pateſt ex dictis lib. 7. par. 1. cap. 1.

§. I.

Requiſita ad uſum Sphæræ & Globi aſtronomici.

Requiſita ad uſum ſphæræ armillaris, & globi aſtronomici.

AD uſum Sphæræ & Globi aſtronomici *Primò* requiritur cyclus quidam parvus, cujuſcunque materię ſolidę, diviſus in bis duodecim horas aſtronomicas, qui ob id appellatur cyclus horarius. Hic ita debet applicari Meridiano circa polum arcticum globi, ut ſectio utriuſque horæ duodecimæ Meridiano globi exactè reſpondeat. Extremitati axis globi per centrum dicti horarii circuli tranſeuntis affigitur ſtylus ita, ut volutato globo cum axe, volvatur & ipſe, & omnium horarum intervalla percurrat. Oportet autem hunc ſtylum ita firmiter eſſe affixum axi, ut tamen manu circumquaque moveri, & ad ſingulas horas horarii circuli applicari poſſit, prout uſus poſtulat.

Secundò requiritur Quadrans circuli ex lamina ænea ſecundum globi gibboſitatē formatus, ac diviſus in 90 gradus, æquales gradibus circulorum maximorum in Globi ſuperficie deſcriptorum. Hic debet crenâ quadam exemptili affigi Meridiano Globi, & cochleolâ firmari, ut vertici cujuſque loci, cùm poſtulat uſus, poſſit applicari ita, ut terminus 90 à vertice graduum Horizontem globi attingat. Appellatur Quadrans altitudinum, & præſtat officium circulorum omnium verticalium.

Tertiò requiritur ſemicirculus æneus, ſimiliter ſecundùm Globi gibboſitatem formatus, & in bis 90 gradus à terminis verſus medium diviſus. Hic affigi debet duabus ſectionibus Horizontis & Meridiani, ita tamen, ut eximi queat, & ab una medietate Globi ad alteram transferri. Vocatur circulus poſitionum, & Domorum cœleſtium, cujus etiam officio præſtat.

Quartò requiritur pyxis magnetica pedi Globi inſerta, ita ut meridiana linea fūdo pyxidis inſcripta reſpondeat exactè Meridiano Globi. Si acus magnetica eo in loco, in quo Globo uteris, declinatā meridiano Terræ, duci debet in fundo pyxidis linea declinationis, quæ correſpondeat Globi Meridiano.

Quintò requiritur Gnomon cum perpendiculo, ut ejus ope ponatur Globus Horizonti parallelus, quod fit, ſi Gnomon erigatur ſupra Globi horizontem, & Globi pes elevetur aut deprimatur hinc & inde, donec perpendiculum habeat ſuum debitum ſitum. Gnomonem habes lib. 1. cap. 4. art. 1. praxi 4. in Sexto Modo.

Addi poteſt & triangulum aut quadrangulum ſphæricum, cujus nimirum latera ſint ſecundùm Globi gibboſitatem incurvata, cum ſtylo orthogonaliter infixo; cujus tamen uſus eſt valde lubricus, ut infrà videbimus. Dictarum rerum ſchemata omitto, ut ſumptibus parcam.

Globi aſtronomici an exactè ſint conſtructi, quomodo probetur.

Procurandum præterea, ut circuli Sphæræ & Globi ſinceriter conſtructi, aut delineati, exactèq; in ſuos grad⁹ diviſi, ac inter ſe&cà ſuis polis debitè diſtantes. Itē, & præcipuè, ut Glob. ſit ſuperfectè rotundus, & axis tranſeat exactè per centrum & polos Æquatoris, ac bene ex eo dependeat intra Meridianum & Horizontem. Hoc ita cognoſces. Medio loco Meridiani Globi intra utroſque polos notata eſt lineola, à qua ad uſque utrumque polum hinc inde 90 diſtincti ſunt gradus: huic lineulæ ſubjacet Æquinoctialis; qui ſi in circumvolutionē Globi ſemper exactè ſubjectus manet dictæ lineolæ, rectè dependet ab axe, ſin minùs, perperam. Præterea applica quemcunque Zodiaci aut Æquatoris gradum Horizonti ortivo, & vide num gradus diametraliter oppoſitus tangat Horizontem occiduum.

§. II.

Problemata aſtronomica per uſum Sphæræ & Globi.

TAmetſi hîc ſolùm Armillaris Sphæræ, & Aſtronomici Globi uſum explicemus, aliqua tamen etiam communia erunt uſui Globi Geographici. In ſequentibus problematis dum Globum nominamus, intelligemus plerumque & ſphæram armillarem, & utrumque Globum. Si quid tamen ſubinde uni potiùs quàm alteri conveniat, id facilè intelliget à ſtudioſo Tyrone.

Problema I.

Globi ſitum in ejus uſu rectificare.

Globum aſtronomicum rectificare.

GLobus tunc eſt rectificatus quoad debitum ſitum, quando omnes ejus partes & circuli, partibus & circulis Mundi quos repræſentant, exactè reſpondent, ita ut poli polis, axis axi, plagæ plagis, circuli circulis congruant. Cogitandum autem, Globum in ejus uſu eſſe in centro Mundi, ita ut centrum Globi centro Univerſi conveniat, hoc enim meritò ſupponunt Aſtronomi, ob immenſam à cœlo ſtellato diſtantiam centri Mundi. Sic autem rectificatur Globus.

I. Colloca Globum in plano horizontali ita, ut ejus horizon ſit Mundi horizonti parallelus; quod fit ope Gnomonis cum perpendiculo ſupra Globi horizontem aut pedem erecti. II Verte illum cum pede huc illuc, donec acus magnetica incumbat lineæ meridianæ pyxidis, aut lineæ declinationis, ſi acus declinat: aut donec Meridianus globi congruat exactè Meridianæ lineæ antea in plano ductæ. III. Eleva polum arcticum Globi ſupra Horizontem juxta elevationem poli mundani competentem regioni tuæ; quod fit numerando in Meridiano globi à polo uſque ad ejus Horizontem tot gradus, quot gradibus polus Mundi ſupra Horizontem regionis tuæ elevatus eſt. IV. In Globo Geographico locum tuum (ſi eo deſcriptus eſt) aut alium ei proximum ſuppone Meridiano Globi, in Cœleſti verò Globo, erecto perpendiculariter ſtylo ſuprà gradum Zodiaci in quo tunc Sol verſatur (collocando ſupra dictum Gradum vel triangulum aut quadrangulum cum ſtylo, vel parum ceræ cum ſtylo ad angulos rectos infixo) volve ac revolve eum circa axem & polos, donec ſtylus è regione Solis locatus nullam efficiat umbram in convexa ſuperficie. In hoc ſitu omnes Globi partes ac circuli partib. ac circulis Mundi exactiſſimè reſpondebunt, quatuor Globi plagæ ipſius horizonti inſcriptæ oſtendēt plagas quatuor Mūdi, conſtitutio Globi conſtitutionē Cœli ac Terræ indicabit,

quæ tunc ſidera fixa ſupra horizontem Mundi aſcendant, quæ infra demergantur, quæ medium aut imum cœli obtineant, quæ regiones aut ſtellæ ſint tibi ad ortum, occaſum, meridiem, ſeptentrionem; verbo, totius terreni ac cœleſtis globi ſitum habebis ſecundùm reſpectum quem habet ad tuum locum.

Problema II.

Ventorum loca cognoſcere.

Ventorum loca cognoſcere globo aſtronomico.

EXtima Horizontis ora circa Globum diviſa eſt in 32 partes æquales, quibus totidem ventorum nomina Anglica, atque nonnulla Latina, ſunt adſcripta. Hos ventos recentiores Nautæ in navigationibus obſervant, iiſque cœli plagas, & regionum tractus deſignant. Quibus porrò ex oris Mundi hi venti ſpirent, cognoſces, ſi rectifices Globum modo dicto Problem. 1. ſaltè quoad ſitum Horizontis & Meridiani: quam enim tunc Mundi partem quilibet ventus Globi horizonti inſcriptus reſpicit, is erit ventus illius loci, qui nimirum ex loco aut plaga illa ſpirare ſolet.

Quòd ſi erexeris è vertice Globi bracteolam ad modum vexilluli efformatam, vel aliud quippiam à vento facilè mobile, id flantem tunc ventum indicabit: ille enim tunc flabit, à quo directè bracteola avertetur.

Problema III.

Locum Solis in Zodiaco prope verum quolibet die invenire.

Solis locũ in Zodiaco invenire ex globo aſtronomico.

IN Horizonte Globi deſcripti ſunt bini circuli. Horum unus diviſus eſt primò in 360 gradus; deinde in 12 partes æquales, quarum quælibet complectitur gradus 30, denium cuilibet harum 12 partium adſcriptum eſt ſignum unum Zodiaci, & nomen illius ſigni. Alter circulus diviſus eſt primò in 365 partes æquales juxta numerum dierum anni communis, deinde in 12 alias partes inæquales, quarum aliquæ continent minores 31, aliæ 30, & una 28; demum his 12 partibus adſcripta ſunt nomina menſium juxta ordinem & exigentiam dierum ipſis menſibus competentē. Uterque circulus ita eſt diſtributus, ut cuilibet ſigno Zodiaci correſpondeat ſuus menſis debitus; & cuilibet gradui Zodiaci ſuus dies menſis. Ex his ita invenies locum Solis.

Quære menſem & diem propoſitum in circulo menſium ac dierum, & è regione in circulo graduum & ſignorum Zodiaci habebis gradum quem Sol illo die occupat, ſaltem prope verum. In eodem horizonte ex adverſa ejus parte indicator oppoſitus Solis locus.

Notandum tamen I. in anno Biſſextili poſt 28 Februarii, numero graduum hac ratione invento adjiciendum eſſe unum gradum; ſive accipiendum gradum illum ſigni, qui correſpondet diei propoſitum diem proximè ſequenti. Ratio eſt, quia in anno Biſſextili Februarius conſtat diebus 29, ut infra dicetur in Computu Eccleſiaſtico, ſeu in Chronographia.

Notandum II. ſi circulus dierum & menſium coordinatus eſt circulo graduum ac ſignorum Zodiaci juxta Calendarium antiquum (quod inde conſtat ſi primo gradui Arietis reſpondet non vigeſimus primus, ſed undecimus dies Martii,) numero graduum inventorum demendos eſſe decem gradus pro uſu Calendarii reformati à Gregorio XIII. Sum. Pontifice. Cauſa patebit infrà lo. cit. Plerumque tamen utrumque Calendarium Zodiaco Globi eſt inſcriptum.

Aliter locum Solis invenire. Rectifica Globum *per Probl.* 1. & Sole Meridianum cœli occupante applica triangulum aut quadrangulum ſphæricum cum ſtylo orthogonaliter erecto Eclipticæ, & Meridiano, & eò uſque circumage Globum circa polos, ſede immobili manente, donec ſtylus nullam umbram proijciat. Procurandum tamen, ut triangulum cum ſtylo inter volvendum Globum ab Ecliptica & Meridiano non recedat, ſed Eclipticā vel aſcenſu vel deſcenſu conitetur. Præterea, ut illa medietas Eclipticę Soli obvertatur, quā Sol eo tempore peragrat. Ubicunque autem ſtylos conſtiterit in Ecliptica nullam projiciens umbram, ibi eſt locus Solis illo die.

Aliter. Statue Globum ut dictum, & dum Sol Meridianum cœli occupat, obſerva per aliquod Inſtrumentum ejus altitudinem, modo poſtea dicendo. Deinde revolve Globum circa ſuos polos, & nota quinam gradus Eclypticæ trāſeat ſub gradu illo Meridiani Globi, qui terminus eſt ſolaris altitudinis deprehenſæ: is enim erit gradus quem tunc Sol occupat. Quia verò duo gradus illac tranſibunt, illum accipies, qui præſenti tempeſtati congruet, nim. qui eſt vel inter ♈ & ♋, vel inter ♋ & ♎, vel inter ♎ & ♉, vel inter ♉ & ♈.

Problema IV.

Quo die Sol ingrediatur in ſigna Zodiaci, cognoſcere.

QVære in circulo graduum & ſignorum Zodiaci in Horizontis limbo, initia ſignorū, & vide quibus diebus ac menſibus correſpondeant. *Solis ingreſſum in ſigna Zodiaci ex globo aſtronomico.*

Problema V.

Altitudinem poli, & Latitudinem locorum reperire.

ALtitudo poli cujuſque loci eſt arcus Meridiani ab Horizonte uſque ad polum conſpicuum; ſeu eſt diſtantia poli ab Horizonte numerata in gradibus Meridiani inter Horizontem & polum. Latitudo loci eſt diſtantia, qua Zenith cujuſque loci removetur ab Æquatore. Hæc ſemper eſt æqualis elevationi poli ejuſdem loci, ut patet ex Globo. Utramque ſic invenies. *Poli altitudinem invenire. Latitudinem loci invenire ex globo.*

I.

Si locus eſt notatus ritè in Globo geographico, applica ipſum Meridiano, & numera gradus in Meridiano inter locum & Æquatorem interceptos: numerus graduum erit & latitudo loci, & altitudo poli. Hac ratione inveniri poteſt latitudo quorumcunqoe locorum totius Mundi, ſi loca ſint accuratè in Globo deſcripta.

II.

Si locus non eſt notatus in Globo, colloca eum in plano æquilibraro, ut Meridianus globi correſpondeat Meridiano cœli, *per Probl.* 1. & applica ſtylū orthogonaliter ſuper locū Solis in Ecliptica repertum, *per Probl.* 3. Soleq; Meridianum cœli poſſidente, eleva ac deprime Globū cum Meridiano ſuo intra crenas Horizontis, donec ſtylus

nullam

nullam efficiat umbram. Numera jam in Meridiano gradus ab Horizonte uſque ad polum conſpicuum, vel à vertice Globi uſque ad Æquatorem, & habebis latitudinem ac altitudinem quæſitam.

III.

Sole in Meridiano cœli exiſtente pone Globũ ſupra planum æquilibratum, & eò uſque cum pede ſuo circumduc, donec Meridianus Globi nullam in latus projiciat umbram, ſed directè ſub ſe. Deinde locum Solis applica Meridiano Globi, & loco Solis ſtylum orthogonaliter. Demum ſede Globi permanente, circumage Globum cum Meridiano & ſtylo ſurſum ac deorſum intra crenas Horizontis, donec ſtylus nullã efficiat umbrã. Gradus Meridiani inter Horizontem & polum, aut inter verticem & æquatorem, erit latitudo & altitudo quæſita.

IV.

Sphæram armillarem exactè conſtructam rectifica, & Sole Meridiem efficiente applica locũ Solis, ſeu gradum Eclipticæ quem Sol occupat, Meridiano Sphæræ, ipſumque Meridianum ita revolve per Horizontis inciſuras, ut umbra Zodiaci tota cadat in p r.em alteram ipſius Zodiaci exactè, id eſt, ut pars Zodiaci ſuperior illuſtrata alteram partem inferiorem exactè obumbret. In hoc ſitu polus Sphæræ eandem ſortietur altitudinem ſupra Horizontem ſuum, quam polus Mundi ſupra Horizontem Mundi.

V.

Obſerva ſtellæ cujuſcunque notæ altitudinem meridianam, & fac ut eadem ſtella in Globo aſtronomico ritè deſcripta habeat eandem altitudinem ſupra Horizontem Globi, quam in cœlo deprehendiſti. Numera jam ut antea gradus Meridiani inter Horizontem & polum, &c.

VI.

Accipe duarum ſtellarum in Globo aſtronomico deſcriptarum altitudinem ſupra Horizontem eodem temporis momento, quarum una ſit verſus ortum, altera verſus occaſum. Movendo deinde globum cum ſuo Meridiano ſurſum ac deorſum, & applicando ſtellis duabus Quadrantem altitudinis, procura ut ſtellæ in Globo eãdem habeant altitudinem ſupra Horizontem Globi, quam habent in cœlo. Numera tandem gradus Meridiani inter polum & Horizontem, &c.

Problema VI.

Longitudinem ſtellarum invenire.

Stellarum longitudinem invenire ex globo.

LOngitudo ſtellarum eſt diſtantia ipſarum in Ecliptica à principio Arietis Intelligibilis, hoc eſt arcus Eclipticæ interceptus in duos circulos magnos, quorum alter per dictum principium Arietis, alter per ſtellam ipſam, uterque per polos Zodiaci ducitur. Si autem reperitur.

Applica principium Quadrantis altitudinis polo Zodiaci (ſeptentrionali quidem, ſi ſtella eſt in hemiſphærio ſeptentrionali, auſtrali verò, ſi in auſtrali) ibique applicatum una manu tene, altera manu volve ipſum Quadrantem ad ſtellam cujus longitudinem quæris, Gradus Eclipticæ in quem alterum extremum Quadrantis deſinit, indicat longitudinem ſtellæ. Præſtat tamen alium Quadrantem altitudinis habere, qui ſtylo parvo aut acu in polis Zodiaci figi poterit & circumquaque duci ad quasvis ſtellas.

Solis longitudo habetur, ſi numerentur gradus Eclipticæ inter principium Arietis, & locum Solis intercepti.

Problema VII.

Latitudinem ſtellarum reperire.

Stellarum latitudinem invenire, ex globo

LAtitudo ſtellarum eſt diſtantia ipſarum ab Ecliptica verſus polos Zodiaci, hoc eſt, arcus circuli maximi per polos Zodiaci, centrum ſtellarum, & Eclipticam tranſeuntis. Duplex eſt ſeptentrionalis, & auſtralis. Utraq; ſic reperitur.

Applica principium Quadrantis altitudinis polo alterutri Zodiaci, prout ſtella requirit, ipſum verò Quadrantem applica ſtellæ. Gradus inter Eclipticam & ſtellam intercepti dant latitudinem ſtellæ.

Problema VIII.

Declinationem ſtellarum invenire.

Stellarum declinationem invenire ex globo.

DEclinatio ſtellæ eſt diſtantia ejus ab Æquatore verſus polos Mundi, eſtque alia ſeptentrionalis, alia auſtralis. Utraque ſic reperitur.

Admove ſtellam ad Meridianum Globi, & numera gradus Meridiani inter æquatorem & ſtellam, & habebis intentum. Eandem invenies ope Quadrantis altitudinis, ut conſideranti patet. Solis declinationem habebis, ſi Meridiano applices locum ſolis in Ecliptica repertum.

Problema IX.

Aſcenſionem rectam & obliquam Solis, & ſtellarum invenire, ad datam quamlibet loci latitudinem, & ad quodvis tempus datum.

QVid ſit aſcenſio ac deſcenſio recta, obliqua, diximus lib. 7. par. 2. cap. 10.

Aſcenſionem rectã & obliquam ſtellarum invenire.

Si ſcire vis, quinam Æquatoris gradus à principio Arietis numeratus aſcendat ſupra ac deſcendat infra Horizontem, vel tranſeat Meridianum, conſtitue Globum aſtronomicum ad ſitum ſphæræ rectæ, aut obliquæ, prout loci latitudo exigit, & applicatâ ſtellâ, aut loco Solis in Ecliptica, Horizonti ortivo, aut occiduo, aut Meridiano, nota quinam gradus Æquatoris tunc cum ſtella Horizontem aut Meridianum occupet.

Si quot gradus Æquatoris cum integro aliquo ſigno, aut cum arcu quocunque Zodiaci aſcendant ac deſcendãt rectè, aut obliquè, ſcire deſideras, conſtitue Globum ut antea, & applicato primùm principio Signi aut arcus Horizonti, ac deinde fine ejuſdem, nota gradum Æquatoris qui cum principio & fine Horizontem occupat. Arcus inter utrumque gradum interjectus eſt aſcenſio vel deſcenſio quæſita. Tempus aſcenſionis ac deſcenſionis habebis, ſi gradus æquatoris inventos convertas in horas, & horarum partes, attribuendo grad. 15. unam horam, & grad. 1. quatuor horæ ſcrupula. Idem tempus habebis, ſi applicando principium ſigni aut arcus ad Meridianum, aut Finitorem, applices ſimul Indicem horarium ad 12^{am}, cycli horarii, ac deinde Globum revolvas, donec finis ſigni aut arcus attingat eundem Meridianum aut Finitorem.

Problema X.

Horam ortus & occaſus Solis,& ſtellarum, ad datum tempus, & latitudinem loci, invenire.

Horam ortus & occaſus ſtellarum invenire. STatue Globum juxta latitudinem loci,id eſt, polum arcticum eleva ſupra Horizontem prout loci latitudo poſtulat; & locum Solis in Ecliptica quæſitum, aut ſtellam cujus ortum quæris, Meridiano adjunge, cuſpidem verò Indicis horarii applica horæ 12ª.cycli horarii: Converſo Globo circa polos,uſque dum Solis locus, aut ſtella Horizontem ab orientali parte attingat,index 10 horario circulo horam aſtronomicam ortus quæſitam indicabit.

Si vertas ulteriùs Globum, donec idem locus Solis,aut ſtella attingat Horizontem ab occidentali parte,indicabit Index horam aſtronomicam occaſus.

Italicam ortus & occaſus horam indicabit, ſi locum Solis,aut ſtellam applicea Horizonti occiduo, & horam 12am cycli horarii repotes pro hora 24. Babylonicam verò, ſi ortivo Horizonti applices ſolem & ſtellam.

Problema XI.

Ortum & Occaſum Coſmicum cujuslibet ſtellæ invenire.

Ortum & occaſum Coſmicũ ſtellarum invenire. PRomove ſtellam in Globo ad loci latitudinẽ accommodato horatam ad Horizontem ortivum, & nota gradum Eclipticæ qui tunc ſimul eundem Horizontem attingit. Cùm Sol ad illum gradum pervenerit, orietur ſtella illa coſmicè. Menſem porrò ac diem,quo Sol ad gradum quemlibet Eclipticæ pervenit, cognoſcea ex limbo Horizontis Globi, *juxta Probl.3.*

Problema XII.

Ortum & Occaſum Acronychum ſtellarum cognoſcere.

Ortum & occaſum acronychum ſtellarum cognoſcere. STellam datam ſtatue in Horizonte Orientali,& vide qui gradus Eclipticæ tunc occidat. Is dabit tempus ortûs Acronychi. Occaſum Acronychum habebis ,ſi ſtatuas ſtellam in Horizonte occidentali , & notes gradum Eclipticæ tunc occidentem.

Problema XIII.

Ortum & Occaſum Heliacum ſtellarum exquirere.

Ortum & occaſum heliacum ſtellarum cognoſcere. GLobo ſecundùm loci latitudinem ſtatuto, colloca ſtellam in Horizonte orientali , ſi ortum,in occidentali,ſi occaſum quæris, & nota gradum Eclipticæ ſimul orientem , aut occidentem. Deinde applica Quadrantem altitudinis ad ſtellam & Nadir loci, in eoque à ſtella uſque ad Eclipticam oumeta tot gradua , quot terminus apparitionis illius ſtellæ poſtulat(qui juxta dicta lib.7.par.3.c. 11. varius eſt:) Gradus Eclipticæ quem terminus dictus attingit,dat tempus ortus heliaci,Occaſum invenies, ſi eodem modo circa Horizontem occiduum opereris.

Problema XIV.

Quantitatem diei ac noctis artificiadis invenire ad datum tempus, & latitudinem loci.

Diei ac noctis quantitatem cognoſcere. DIes artificialis eſt mora Solis ſupra horizontem,nox artificialis mora ejuſdem infra. In regionibus ubi elevatur polus gradibus $66\frac{1}{2}$,uterque Tropicus tangit horizontem, unuſque totus extat ſupra, alter totus latet infra,ac proinde dies maximus & nox maxima eſt 24 horarum. In minori elevatione omnes paralleli Solis ſecantur ab horizonte in diurnos ac nocturnos. In majori nulli paralleli Solis ſecantur ab horizonte ac proinde & dies & noctes omnes ſunt majores 24 horis,& alicubi continet ſeptimanas, & menſes integros. His notatis,ſic invenies propoſita.

Primò,ubi elevatio poli non tranſcendit grad. $66\frac{1}{2}$, ſive ubi Horizon ſecat omnes parallelos Solis, eleva in Globo polum tuum conſpicuum ſupra Horizontem prout latitudo loci poſtulat; & pone gradum Eclipticæ quem Sol occupat eo die, cujus quantitatem quæris,in Horizonte orientali, ſimulque nota gradum Æquatoris qui eundem Horizontem tangit. Deinde revolve Globum,donec gradus æquatoris notatus perveniat ad Horizontem occiduum, & iterum nota gradum Æquatoris qui tangit Horizontem ortivum. Tandem gradus Æquatoris ſupra Horizontem extantes numera , & converte in horas & horæ partes.

Quantitatem noctis , ſive arcum nocturnum habebis , ſi numeres gradus Æquatoris infra Horizontem Globi latentes , & convertas in horas.

Aliter, Elevato ut antea polo,& poſito gradu Solis in horizonte orientali , promove Indicem horarium ſupra horam 12am.& circumduc Globum donec idem Gradus Solis ſit in Horizonte occiduo. Index interim converſus indicabit horas diei. Simili ratione invenies horas noctis.

Secundò , ubi elevatio poli tranſcendit grad. $66\frac{1}{2}$, eleva polum ad datam loci latitudinem,& nota arcum Eclipticæ qui nunquam occidit: quot enim gradus continet ille arcus, tot ferè dies naturales continet dies continuus illius regionis. Idem intellige proportionaliter de nocte continua.

Simili prorſus modo inveſtigantur arcus diurni & nocturni ſtellarum in quacunque regione.

Problema XV.

Quota hora ſit ubivis locorum, data hora unius loci, cognoſcere.

Hora quota ſit ubivis terrarum, cognoſcere. LOcum, cujus hora datur, promove ad Meridianum,& Indicem ad horã datam in cyclo. Dein-

Deinde volve globum , donec locus alter quicunque, cujus horam tunc quæris, ſub Meridianum veniat. Index in eo globi ſitu monſtrabit horam quæſitam. Sermo ſolùm eſt de horis aſtronomicis : Italicæ enim & Babylonicæ hoc modo non repeeriuntur, niſi pro locis in eodem parallelo exiſtentibus.

Problema XVI.

Data hora alicujus loci, invenire in quibus locis ſit tunc meridies, medianox, & quævis alia hora.

Meridiem & mediã noctem invenire quorumvis locorum.

DAtus locus adducatur ad Meridianum, Index ad datam horam cycli horarii. Si volvatur globus donec Index monſtret horam 12. meridiei, omnia loca quæ ſubſunt ſemicirculo ſuperiori Meridiani, habent meridiem; & omnia quæ ſubſunt inferiori, habent mediam noctem. Si idem globus volvatur, donec Index monſtret aliam quamcunque horam quæſitam; loca meridiani ſemicirculo ſubjecta habent tunc illam horam.

Problema XVII.

Horam Aſtronomicam currentem interdiu invenire.

Horam aſtronomicam currentem invenire.

REctificato Globo, *per Probl.* 1. pone locum Solis ſub Meridiano, & Indicem ad 12. Deinde erecto ſtylo perpendiculariter in loco Solis, verte Globum verſus orientalem aut occidentalem Horizontis partem, prout tempus exigit, donec ſtylus nullam efficiat umbram. Index indicabit horam in cyclo horario.

Aliter. Propoſito loco Solis ſub Meridiano, nota gradum Æquatoris qui Meridianum tunc tangit. Deinde infixo ut antea ſtylo in loco Solis, & Globo circumvoluto donec nullam projiciat umbram, nota iterum gradũ Æquatoris qui Meridianum tangit. Tandem gradus inter duo puncta notata inventos converte in horas, illasque ante Meridiem detrahe à 12, & habebis horam quæſitam, poſt meridiem verò ipſe numerus horarum inventus dat horam quæſitam.

Aliter. Statuto Globo ut antea obſerva Solis altitudinem ſupra horizontem: Locum Solis in Ecliptica inventum adjunge Meridiano, & indicem horarium horæ 12; à vertice Globi per Horizontem demitte Quadrantem altitudinis, & volve Globum vel ad ortum, vel ad occaſum, prout facta obſervatio poſtulat, uſque dum Solis locis tot gradibus ab Horizonte emineat, quot congruunt obſervationi factæ. Index monſtrabit horam.

Problema XVIII.

Data hora aſtronomica, invenire Babylonicam ſeu ab ortu ſolis, & è contrario.

Horam Babylonicam invenire.

ELeva polum pro loci tui latitudine, & locum Solis in Ecliptica inventum applica ad Meridianum, Indicem verò ad horam 12^{am} cycli horarii. Volve deinde Globum verſus Horizontem ortivum aut occiduum, prout tempus exigit, donec Index monſtret datam horam, & globo immoto manente reduc Indicem ad horam 12^{am}. Quo facto, volve Globum ab occaſu verſus ortum, donec locus Solis in orientali Horizonte ſit; & in cyclo horario numera horas à 12ma verſus ortum uſque ad Indicem. Hora ab Indice indicata, eſt hora quæſita.

E contrario datâ horâ Babylonicâ invenies aſtronomicam, ſi eleves polum pro data loci latitudine; locum Solis in Ecliptica repertum adducas ad orientalem Horizontem, Indicem ad horam 12, volvas Globum verſus occaſũ, donec Index monſtret datam horam Babylonicam, Indicem reducas ad horam 12, & Globum revolvas donec locus ſolis reductus ſit ad Meridiani ſemicirculum quem proximò tranſiit, & numeres horas à 12. uſq; ad Indicem in eam plagam, in quam motus Globi factus eſt. Index indicabit horam Babylonicam, ſi intelligas cyclum diviſum in 24 horas.

Problema XIX.

Data hora Aſtronomica, invenire Italicam, ſeu ab occaſu Solis.

Horam Italicam invenire.

ELevetur polus Globi pro dati loci latitudine, locus Solis in Ecliptica notetur, & ad Meridianum adducatur; Index ad horam 12 meridianam cycli collocetur, volvatur Globus, donec Index monſtret horam datam; immoto Globo reducatur Index ad horam 12, & volvatur Globus verſus ortum, donec locus Solis in occidentali Horizonte ſit, numerentur horæ à 12 uſque ad Indicem, juxta plagam motus: Index indicabit horam Italicam, ſi cyclum intelligas diviſum in 24 horas.

Problema XX.

Data hora aſtronomica, vel Babylonica, aut Italica, invenire Antiquam.

Horam antiquã invenire.

ELevetur pro dati loci latitudine polus; locus Solis in Ecliptica inventus adducatur ad Horizontem orientalem, Index verò ad horam 12 cycli; volvatur Globus verſus occidentem, donec locus Solis notatus perveniat ad Horizontem occidentalem. Index monſtrabit horas æquales pro longitudine iſtius diei. His factis, utere Regulâ aureâ ſic. Sit dies præſens horarum 14, hora autem ab ortu 6, Dic, ut 14 ad 6, ita 12 ad aliud, invenies pro horis antiquis horas $5\frac{1}{7}$. Simili modo invenies horam antiquam datâ horâ aſtronomicâ, aut Italicâ.

Problema XXI.

Puncta ortus & occaſus Solis ac ſtellarum invenire.

Ortus & occaſus ſtellarum puncta invenire.

STatue Globum juxta latitudinem loci, & locũ Solis inventum in Ecliptica (ſtellamvè, de qua quæſtio eſt) promove ad Finitorẽ ab oriente vel occidente. Videbis ſtatim à qua parte Mundi

oriatur vel occidat, & quot gradibus diſtet ab ortu æquinoctiali, ſeu quanta ſit ejus amplitudo ortiva ſeu occidua.

Problema XXII.

Altitudinem Solis ac ſtellarum invenire.

Altitudinem Solis ac ſtellarum invenire.

APta Globum pro latitudine loci. Et ſi vis ſcire altitudinem meridianam, applica Solis locum aut ſtellam Meridiano, & in eo numera gradus ab Horizonte uſque ad datum locum Solis aut ſtellam: Si vis ſcire altitudinem quâcunque horâ; applica primò locum Solis aut ſtellam Meridiano, & Indicem horæ 12, deinde circumvolve Globum donec Index attingat horam datam; loco verò Solis aut ſtellæ, ac vertici Globi, applica Quadrantem altitudinis. Gradus in eo ab Horizonte uſque ad locum Solis aut ſtellam dabit altitudinem quæſitam.

Problema XXIII.

Stellas cœli fixas cognoſcere.

Stellas fixas cognoſcere.

COlloca Globum aſtronomicum prout Probl. 1 requirit, & cognita horâ tunc currente, adde locum Solis in Ecliptica inventum ad Meridianum, Indicem verò ad horam 12. volve Globum donec Index ad horam datam pervenerit in cyclo horario; & habebis ſitum cœli in Globo, omnesque ſtellæ & conſtellationes in eo depictæ, reſpicient directè omnes ſtellas & conſtellationes in cœlo expreſſas.

Plurima alia Problemata huc ſpectantia omitto; quæ ad Aſtrologiam, Geographiam, & Nauticam propriè ſpectant, ſuis locis indicabo.

PARS II.

De geometrica problematum aſtronomicorum reſolutione.

ORganicam per Globi uſum reſolutionem ſequitur geometrica. Ex innumeris, de quibus varii Auctores, pauca & magis neceſſaria trademus. Ordo erit ferè ſine ordine. Conabimur tamen præmittere quæ aliorum ſunt veluti fundamenta. Recolendum quod alibi diximus, obſervationes per Inſtrumenta tametſi fiant in ſuperficie Terræ, cenſeri tamen fieri in ejus centro, quoniam Terræ ſemidiameter inſenſibilis eſt ad ſemidiametrum cœli & ſtellarum fixarum, ac ſuperiorum planetarum.

Problema I.

Lineam Meridianam invenire.

Meridianam lineam invenire.

IN plano candido, & exactiſſimè æquilibrato, deſcribe ex eodem centro A plures circulos concentricos, ad libitum inter ſe diſtantes; & ſtylo A B competentis longitudinis perpendiculariter erecto, qui habeat apicem B nonnihil retuſum, obſerva die ſereniſſimo duabus circiter horis ante meridiem momentum, quo apex umbræ ſtyli attingit præcisè peripheriam unius circulorum, v. g. in C, & nota punctum C. Deinde totidem circiter horis poſt meridiem obſerva iterum momentum, quo apex umbræ ſtyli attingit præcisè ejuſdem circuli peripheriam, v. g. in D, & nota punctum D. His factis, divide bifariam arcum CED in puncto E, *per 9. pr. Eucl.* & exempto ſtylo duc per centrum A & punctum E rectam AEF. Erit hæc Linea meridiana, in quam quotieſcunque ceciderit umbra ſtyli A B perpendiculariter erecti, erit meridies.

Vide Iconiſmi K. Fig. 347

Hanc ſi ad aliud planum transferre cupis, erige in illo ſtylum orthogonaliter, & cadente umbrâ ſtyli A B in lineam AEF, nota apicem umbræ alterius ſtyli. Linea recta à puncto notato ad centrum ſtyli ducta, erit meridiana illius plani. Eodem modo eam transferes ad planum verticale.

Problema II.

Altitudinem poli, & Æquatoris invenire.

Poli & Æquatoris altitudinem invenire.

IN appoſito ſchemate altitudo poli ſit DG, & altitudo Æquatoris IH, quæ ſint quærendæ. Quadrantē geometricū ABC, exquiſitè in gradus & minuta diviſum, erige perpendiculariter ſupra lineam meridianam ABD in plano horizontali inventam, ut figura monſtrat; & nocte aliquâ ſerenâ longiore quam 12 horarum, obſerva ſtellam polarem (vel aliam polo vicinam) per regulam diopticam Quadrantis, ſemel dum habet altitudinem meridianam minimam, v. g. DE 45 graduum, & iterum dum habet maximam, v. g. DF 56 graduum. Differentiam utriuſque, nempe arcum EF 11. graduum, divide bifariam in G, ac ſemiſſem EG 5½ adde minimæ altitudini DE; proveniet arcus DG grad. 50. 30 pro altitudine poli.

Vide Iconiſmi K. Fig 348.

Altitudo Æquatoris eſt ſemper æqualis cōplemento altitudinis poli, quia polus ab Æquatore diſtat quadrante, & Zenith ab Horizonte itidem quadrante, ac proinde arcus I K æqualis eſt arcui HG. à quibus ſi auferatur communis arcus H K remanent IH & K G æquales, *per 3 Axio. primi Eucl.* Itaque in caſu poſito altitudo Æquatoris eſt grad. 39. 30.

Problema III.

Altitudinem Æquatoris, & Poli invenire aliter.

Aliter.

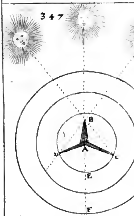
DIe ſereno obſerva altitudinem meridianam viſam Solis per Quadrantem geometricum diviſum, collocato Inſtrumento ſupra meridianā lineam modo dicto, & diopticam regulā elevando ac deprimēdo, donec radius Solis per utrumq; pinnacidium tranſeat; & in limbo quadrantis abſcindet tibi dicta regula altitudinem Solis viſam, ſeu apparentem. Hanc converte in veram, additâ illi parallaxi congruēte tali diei, & detractâ refra-

ctione

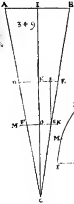
Digitized by Google

Iconiſmus K   *Ponatur è regione pag. 288.*

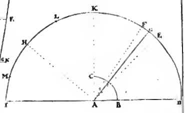
3 4 7



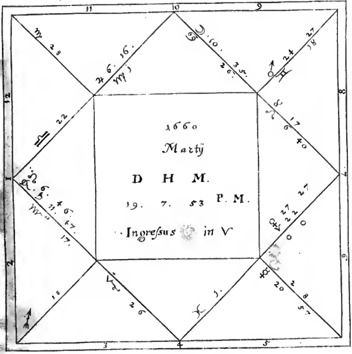
3 4 9



3 4 8



3 5 0



ctione; ſi ea fuerit ſenſibilis, conſulendo tabulas parallaxium & refractionum; quæ extant apud Tychonem, Kepplerum, Ricciolum, & alios paſſim. Deinde ex Ephemeride, aut ex Tabulis aſtronomicis, inquire locum verum Solis in Zodiaco ad meridiem diei, quo facta eſt obſervatio, & vide quantum is declinet ab Ecliptica, conſulendo Tabulas Declinationum quæ apud Clavium in Sphæra, & apud alios extant. Tandem declinationem inventam, ſi auſtralis eſt, adde veræ altitudini Solis meridianæ, ſi borealis, ſubtrahe; & habebis altitudinem æquatoris in tuo Horizonte. Hujus complementum ad 90 gr. eſt altitudo poli, propter cauſam dictam in præced. Probl.

Si altitudo meridiana Solis obſervetur in die æquinoctii, quando fit in meridie, nulla declinatio erit inquirenda, quia nullam tunc habet Sol. Alioquin quot minutis præcedit aut ſubſequitur æquinoctium meridiem, tot minutorum erit declinatio.

Problema IV.

Altitudinem Solis & ſtellarum quovis tempore invenire.

Altitudinem Solis & ſtellarum invenire.

QVadrantis penduli centrum obverte Soli & ſtellis, & tamdiu eleva ac deprime, donec per utrumque pinnacidium vel radient, vel conſpiciantur; filum in limbo Quadrantis monſtrabit altitudinem quæſitam. Eadem altitudo inquiri poteſt Quadrante ſtabili, ſi is erigatur perpendiculariter ſuper Horizontē, & dirigatur planum ejus verſus Solem aut ſtellam, elevetur que ac deprimatur dioptra, donec vel per utrumque pinnacidium radiet vel videatur, ſtella.

Meridianam altitudinem habebis, ſi Quadrantem ſtabilem erigas ſupra Meridianam, & opereris modo proximè dicto.

Problema V.

Maximam & minimam Solis altitudinem meridianam, quam ſemel in anno habet, invenire.

Altitudinem maximam Solis meridianam invenire.

ALiquot diebus ante & poſt ſolſtitium cape quotidie altitudinem meridianam modo dicto; & ex omnibus inventis elige maximam ac minimam, & habebis intentum.

Si inventam quamcunque altitudinem Solis aut ſtellæ ſubtrahas à 90, habebis diſtantiam ejus à vertice.

Problema VI.

Maximam vel minimam Solis declinationem ab Æquatore invenire.

Declinationem Solis ab æquatore maximā invenire,

A Maxima altitudine meridiana Solis, correcta ſubtractione refractionis, & additione parallaxeos, ſubtrahe altitudinem Æquatoris, & relinquetur maxima Solis declinatio. Ab altitudine verò Æquatoris ſubtrahe minimam altitudinem meridianam Solis correctam, & habebis eandem maximam declinationem.

Minima altitudo ſubtracta à maxima, relinquit intervallum Tropicorum. Declinatio maxima Solis dat obliquitatem Eclipticæ, quæ ſemper eſt tanta, quanta diſtantia alterutrius Tropici ab Æquatore, & quanta diſtantia polorū Zodiaci à polo Æquatoris.

Aliter ſine altitudine Æquatoris præcognita. Minimam Solis altitudinem meridianam ſubtrahe à maxima, & reſiduum, quæ erit diſtantia Tropicorum, divide bifariam. Semiſſis erit maxima Solis declinatio. Hæc ſemiſſis addita minimæ, vel detracta maximæ altitudini meridianæ, dat altitudinem Æquatoris.

Problema VII.

Quamlibet declinationem Solis & ſtellarum invenire, data altitudine poli.

Declinationem quamlibet Solis invenire.

OBſerva altitudinem Solis vel ſtellæ meridianam, eamque ſi minor eſt altitudine Æquatoris, ſubtrahe ab illa, ſi major, ſubtrahe altitudinem Æquatoris ab ea; & habebis declinationem quæſitam.

Si ſtella adeo ſeptentrionalis ſit, ut altitudine ſua meridiana ſuperet Zenithum, ſume ejus altitudinem ſeptentrionalem, eamq; aufer à ſemicirculo, & habebis altitudinem ſtellæ ab Horizonte meridionali: Ab hac ſubtrahe altitudinem Æquatoris, & relinquetur declinatio quæſita.

Problema VIII.

Declinationem omnium graduum Eclipticæ invenire, data maxima declinatione Solis.

Declinationem omnium graduum Eclipticæ invenire.

MAxima Solis declinatio per nos eſt grad. 23.30′. Inveſtiganda ſit declinatio octavi gradus ♍. qui recedit ab æquinoctio autumnali gradibus 22. Fiat ut ſinus totus 100000, ad ſinum maximæ declinationis 37874, ita ſinus diſtantiæ propoſitæ (nempe in caſu poſito 37460, qui eſt ſinus graduum 22) ad aliud. Reperies in caſu poſito 14936, cui in tabula ſinuum reſpondet arcus gr. 8.35′. Tantum igitur declinat octavus gradus Virginis.

Si gradui propoſito adhærent minuta, accipienda eſt pars proportionalis, juxta regulam traditam lib. 4. cap. 4. Prop 11. §. 2. Hac arte ſupputata eſt Tabula Declinationum quæ paſſim extat.

Problema IX.

Data declinatione Solis, locum ejus verum in Ecliptica reperire.

Solis locū in Ecliptica invenire.

FIat ut ſinus maximę declinationis, ad ſinū declinationis datæ, ita ſinus totus ad ſinū arcus quæſiti. Huic in Canone ſinuum reſpondet arcus Eclipti-

Fixarum diſtantia à Terra in Hypotheſi Terræ immotæ.		
Auctores	Minima	Maxima
Albategnius.	19000	✠
Alfraganus.	20220	40440
Maurolycus.	20077	20086
Clavius.	21612	45225
Maginus.	20110	40220
Tycho.	13000	14000
Ricciolus.	100000	210000

Fixarum diſtantia à Terra, in Hypotheſi Terræ motæ.	
Auctores	
Copernicus.	Indefinita.
Galilæus.	13,046. 400.
Keplerus *olim.*	34,077,067.
Keplerus *poſtea.*	60,000, 000.
Lansber. *olim.*	10,312, 227.
Lansberg. *poſtea.*	41,958,000.
Hergonius	1. 44,000

Lunæ diſtantiæ in Tabula adſignatæ, ſunt illæ quas in copulis habet, non in quadraturis. Solis diſtantiæ Ricciolo exactè ſunt illæ quas expreſſimus, at rotundè ex eodem ſunt, 7600, 7300, 7000. Ejusdem Riccioli diſtantiæ fixarum ſunt minima & maxima minimarum.

Qui prædictas diſtantias cupit expreſſas in milliaribus Italicis, aut Germanicis, multiplicet illas per numerum milliariorum quem ſemidiametro Terræ attribuimus lib. præced. par. 2. cap. 5. nimirum per 3440, vel per 860.

Ex dictis facilè deduci poteſt, ſi mobile aliquod à ſupremo cujuslibet planetæ & fixarum cœlo deſcenderet, & quolibet die 1000 milliaria Italica conficeret motu uniformi, quot dierum ac annorum ſpatio ad centrum Terræ perveniret,

CAPUT XII.

De craſſitie & ambitu cælorum, intra quos planetæ vagantur, & de ambitu Firmamenti ſive cœli fixarum ſtellarum.

Cælorum craſſities. SPatia intra quæ planetæ, modo altiores, modò humiliores, in cœlo liquido ſuos exercent gyros, cœlos planetarios vocavimus: de quibus proinde loquimur eo modo, ac ſi diſtincti inter ſe cœli eſſent, adſignantes ipſis ſuperficiem concavam, & convexam, & craſſitiem inter utraſque ſuperficies comprehenſam. Concavas ſuperficies pervagantur planetæ humillimi ſeu perigæi, convexas altiſſimi ſeu apogæi. Craſſities eſt ſpatium inter utraque interjectum; eſtque juxta varios Auctores varium. Hoc habetur, in Hypotheſi Terræ ſtantis, ſi ſemidiameter concavitatis ſubtrahatur à ſemidiametro convexitatis. Singulorum planetarum craſſities calculavit Ricciolus *lib. 7. Almag Sect. 6. cap. 4.*

Ambitus convexitatis ſingulorum cœlorum habetur, ſi fiat ut 7 ad 22, vel melius ut 100 ad 314, ita diameter convexitatis uniuſcujuſque cœli ad aliud. Ricciolus loco cit. multorum ſententias affert. Ex propriâ verò ſententia tribuit ſingulorum ambitui ſemidiametros Terræ ut ſequitur.

*

Ambitum ſingulorum cœlorum in miliaribus habebis, ſi prædictos numeros multiplices per numerum milliariorum ſemidiametro Terræ debitorum. Nolui afferre craſſitiem & ambitum ex ſententia Ptolemæi, & ſequacium ejus, quia certum videtur, eſſe falſam eorum opinionem, quoniam ☿ & ♀ ſemper collocant infra, ♂ ſemper ſupra Solem.

Ambitus cœlorum in ſemidiametris Terræ, ex ſententia P. Riccioli.

☾	☉	☿	♀	♂	♃	♄	* Fixarum
402	8258	1118	7530	62599	101673	142013	284013

Planetæ ſinguli quot milliaria conficiant motu diurno, horario, &c. Ex his facilè deduci poteſt, quot milliaria Italica quilibet planeta, ambitum cœli ſui maximum motu diurno perambulans, conficiat ſingulis diebus, horis, ac minutis, ſi ſemidiametri reducantur ad milliaria, & ſumma producta dividatur per 24, &c.

CAPUT XIII.

De magnitudine planetarum ac ſtellarum fixarum proportioneque cum Terra.

Planetarum magnitudo quomodo inveniatur. AD magnitudines ſiderũ (quæ ſuppono eſſe ſphærica, tametſi non ſine aſperitatibus & inæqualitatibus) inveſtigandas requiritur eorum à Terra diſtantia, & apparens magnitudo diametri: ex his enim habitis deducitur geometrico ratiocinio, & ex Trigonometriæ præceptis, magnitudo vera ejusdẽ diametri; ex hac ambitus circuli maximi & ſuperficies convexa, ac demũ tota ſoliditas, per Regulas traditas ſupra lib. 6 par. 2. & 3. ubi de circulorum & ſphærarum dimenſione egimus. Data enim diſtantia ſideris à Terra, habitoque angulo quem apparens ſemidiameter ejus ſubtendit, ſi fiat ut ſinus totus ad ſinum anguli dati, ita diſtantia data ad aliud: habetur vera ſemidiameter (& conſequenter diameter) *per Propoſit. 5. cap. 2. Trigon. pract.* Datâ diametro verâ, reperitur circumferentia maximi circuli, ſi fiat ut 7 ad 22, vel exactius, ut 100 ad 314; ita diameter data ad aliud, *per Propoſit. 7. par. 2. Geom. pract.* Datâ diametro & circumferentia, reperitur area circuli maximi, *per eandem Propoſit* & ſuperficies convexa, *per Propoſit. 14. loc. cit.* ac denique ſoliditas totius ſideris, *per Propoſit. 7. per 3. Geom. pract.*

Data jā proportione inter veras diametros duorum planetarum, vel planetæ & Terræ, invenitur proportio corporis planetarū ad corp⁹ planetæ vel ad ſoliditatẽ Terræ; ſeu quoties major minorem

rem contineat globum. Nam ſphæræ ſunt in triplicata ratione ſuarum diametrorum *per 18. lib. 12. Elem. Euclid.* vel etiam in triplicata ratione ſuarum ſemidiametrorum, *per. 19. Quinti Euclid.* Si igitur proportio inter diametrum vel ſemidiametrum minoris ac majoris ſideris ſit v. g. ſubdupla, aut alia quæcunque, & ea continuetur uſq; ad quartum terminum ſic, 2. 4- 8. 16, ſcietur quoties minus ſidus contineatur in majori, & quæ ſit inter illa proportio, nempe in caſu poſito ut 2 ad 16, ita ut ſidus majus habens diametrum duplo majorem quàm ſidus minus, contineat ſexdecim vicibus ſidus minus.

His præmiſſis, non meliùs explicari poteſt magnitudo planetarum ac ſtellarum, quàm ſi ſinguli comparentur primò ad ad Terram (cujus magnitudinem ex noſtra ſententia habes lib. præced par. 2 cap. 5) ut videatur quoties eam vel ſuperet, vel ab ea ſuperetur. Variæ ſunt ſententiæ, prout varia reperta fuit à diverſis diſtantia, & apparens diameter. Paucas afferam ut ſequitur. *Magnitudo planetarum reſpectu Terræ.*

Soliditas planetarum expreſſa per vices, ſeu numeros integros aut fractos, quibus quilibet continet Terram, aut ejus partem aliquam.

Auctores	♄		♃		♂		☉		♀		☿		☽	
Clavi⁹ ex antiquis.	91.	$\frac{1}{2}$	95.	$\frac{1}{2}$	1.	$\frac{1}{2}$	166.	$\frac{3}{8}$	0.	$\frac{1}{37}$	0.	$\frac{1}{21952}$	0.	$\frac{1}{39}$
Tycho	22.	0	14.	0	0.	$\frac{1}{13}$	140.	0	0.	$\frac{1}{6}$	0.	$\frac{1}{19}$	0.	$\frac{1}{42}$
Ricciolus	891.	0	685	0	0.	$\frac{14}{100}$	38600.	0	1.	$\frac{1}{2}$	0.	$\frac{1}{238}$	0.	$\frac{2}{33}$

In hac tabula numeri integri indicant, quot vicibus planeta contineat Terram, ſeu quot globis Terræ æquivaleat globus planetæ; Denominator verò fractionum indicat partes in quas diviſa intelligitur Tellus, & Numerator quot illarum partium contineat planeta vel ultra numerum integrum, vel ſolùm. Quare ubi numeri fracti ſoli ponuntur, Denominator ſignificat Terram continere toties planetam, quot partibus Denominator ſuperat Numeratorem.

Qui deſiderat magnitudinem Diametrorū apparentium, & verarum ſingulorum planetarum, item proportionē diametri & ſoliditatis eorundem ad ſoliditatem Solis, vel Lunæ, adeat *Ricciolum* lib. 7. Almag. cap. 9.

Fixarum ſtellarum magnitudo non minùs varia eſt. *Alfraganus* ſtatuit fixas primæ magnitudinis ad Terram eſſe ut 100 ad 1, ſecundæ ut 90 ad 1, tertiæ ut 72 ad 1, quartæ ut 54 ad 1, quintæ ut 36 ad 1. ſextæ ut 18 ad 1. *Clavius* ex antiquis ſtatuit paulò majorem, *Tycho* verò longè minorem proportionem. *Ricciolus* omnia in immenſum ferè auget, ſed cohærenter ad ſuas diſtantias, ut videbimus in Mundo Mirabili. Interim vide ipſū lib. 6. Almag. cap. 9. Atque hæc ſufficiant de Aſtronomia Theorica, nunc ad Practicam gradum faciamus. *Stellarum fixarum magnitudo.*

LIBER IX.

De

ASTRONOMIA PRACTICA.

Prooemium.

Aſtronomia practica quid comprehendat.

VT aliæ pleræque Mathematicæ ſcientiæ, ita potiori iure Elementaris ac Theorica Aſtronomia ad uſum ordinatur, ac præſertim eorum quæ ad ſiderum, circulorum, & quorumlibet in cœlo punctorum motum ac poſitum ad quodvis datum tempus ſupputandum, aut quovis in plano deſignandum ſpectant, atque ad varia vitæ humanæ commoda ordinantur. Hinc tot à variis nullo non tempore excogitata organa, cujuſmodi ſunt Sphæra, Aſtrolabium, Quadrans, Sextans, Triquetrum, Regula parallactica, aliaque innumera. Hinc quoque tot libri tam ingenioſis referti Problematis quæ Aſtronomica vocant. Ego pauca ex innumeris, eaque faciliora, magiſque neceſſaria tum ad ea quæ præcedentibus duobus libris tradita ſunt, tum quæ ſubſequentibus tradentur, in gratiam Tyronum ſeligam, ut iis perſpectis gradum faciant ad alia ſubtiliora apud alios intelligenda. Problematum porrò Aſtronomicorum ſolutio fit partim organice per varia inſtrumenta, partim geometrice per lineas ac circulos, & præcipue per Trigonometriæ canones: Ego ex inſtrumentis omnibus solùm hoc loco explicabo uſum Sphæræ armillaris, Globique aſtronomici & geographici.

PARS I.

De organica problematum aſtronomicorum reſolutione per uſum Sphæræ armillaris, Globi aſtronomici ac geographici.

Spæhra armillaris, & Globus aſtronomicus, ac geographicus.

SPhæra armillaris, ut initio libri 7. diximus, eſt Sphæræ Mundanæ aliquatu effigies, ex circulis vel ut armillis artificioſè constructa ab Aſtronomis in hunc finem, ut phænomena cæleſtia, ex motu primo omniumque ſiderum communi dependentia, & in Elementari Aſtronomia explicanda, majoris declarationis, evidentiorisque demonſtrationis gratiâ, oculis velut ſubjiciantur. Globus verò aſtronomicus, ſeu cæleſtis, eſt cœli ſtellati imago, & præter circulos, etiam ſtellarum inerrantium aſteriſmos in ſua magnitudine, proportione, ac diſtantia à ſe invicem exhibens. Præter hunc eſt etiam Globus geographicus ſeu terreſtris, qui imago eſt Terraquei globi, continens omnium Terræ partium, climatum, Zonarum, regnorum, provinciarum, & urbium ſitum debitum & convenientem diſtributionem. Hujus uſus eſt in Geographia, de qua infrà.

infrà. Tam Sphæra armillaris, quàm Globorum dictorum partes ſunt centrum, axis, poli, & circuli primarii Sphæra Mundi: quorum omnium explicatio colligi ſufficienter poteſt ex dictis lib. 7. par. 1. cap. 1.

§. I.

Requiſita ad uſum Sphæræ & Globi aſtronomici.

Requiſita ad uſum ſphæræ armillaris, & globi aſtronomici.

AD uſum Sphæræ & Globi aſtronomici *Primò* requiritur eyclus quidam parvus, cujuſcunque materię ſolidę, diviſus in bis duodecim horas aſtronomicas, qui ob id appellatur cyclus horarius. Hic ita debet applicari Meridiano circa polum arcticum globi, ut ſectio utriuſque horæ duodecimæ Meridiano globi exactè reſpondeat. Extremitati axis globi per centrum dicti horarii circuli tranſeuntis affigitur ſtylus ita, ut volutato globo cum axe, volvatur & ipſe, & omnium horarum intervalla percurrat. Oportet autem hunc ſtylum ita firmiter eſſe affixum axi, ut tamen manu circumquaque moveri, & ad ſingulas horas horarii circuli applicari poſſit, prout uſus poſtulat.

Secundò requiritur Quadrans circuli ex lamina ænea ſecundum globi gibboſitatē formatus, ac diviſus in 90 gradus, æquales gradibus circulorum maximorum in Globi ſuperficie deſcriptorum. Hic debet etenā quadam exemptili affigi Meridiano Globi, & cochleolâ firmari, ut vertici cujuſque loci, cùm poſtulat uſus, poſſit applicari ita, ut terminus 90 à vertice graduum Horizontem globi attingat. Appellatur Quadrans altitudinum, & præſtat officium circulorum omnium verticalium.

Tertiò requiritur ſemicirculus æneus, ſimiliter ſecundùm Globi gibboſitatem formatus, & in bis 90 gradus à terminis verſus medium diviſus. Hic affigi debet duabus ſectionibus Horizontis & Meridiani, ita tamen, ut eximi queat, & ab una medietate Globi ad alteram transferri. Vocatur circolus poſitionum, & Domorum cœleſtium, cujus etiam officio præſtat.

Quartò requiritur pyxis magnetica pedi Globi inſerta, ita ut meridiana linea fūdo pyxidis inſcripta reſpondeat exactè Meridiano Globi. Si acus magnetica eo in loco, in quo Globo uteris, declinat à meridiano Terræ, duci debet in fundo pyxidis linea declinationis, quæ correſpondeat Globi Meridiano.

Quintò requiritur Gnomon cum perpendiculo, ut ejus ope ponatur Globus Horizonti parallelus, quod fit, ſi Gnomon erigatur ſupra Globi horizontem, & Globi pes elevetur aut deprimatur hinc & inde, donec perpendiculum habeat ſuum debitum ſitum. Gnomonem habes lib. 1. cap. 4. art. 1. praxi 4. in Sexto Modo.

Addi poteſt & triangulum aut quadrangulum ſphæricum, cujus omnium latera ſint ſecundùm Globi gibboſitatem incurvata, cum ſtylo orthogonaliter infixo; cujus tamen uſus eſt valde lubricus, ut infrà videbimus. Dictarum rerum ſchemata omitto, ut ſumptibus parcam.

Globi aſtronomici an exacte ſint conſtructi, quomodo probetur.

Procurandum præterea, ut circuli Sphæræ & Globi ſint ritè conſtructi, aut delineati, exactèq; in ſuos grad⁹ diviſi, ac inter ſe & à ſuis polis debitè diſtantes. Itē, & præcipuè, ut Glob. ſit ſuperfectè rotundus, & axis tranſeat exactè per centrum & polus Æquatoris, ac bene ex eo dependeat intra Meridianum & Horizontem. Hoc ita cognoſces. Medio loco Meridiani Globi intra utroſque polos notata eſt lineola, à qua ad uſque utrumque polum hinc inde 90 diſtincti ſunt gradus: huic lineolæ ſubjacet Æquinoctialis; qui ſi in circumvolutione Globi ſemper exactè ſubjectus manet dictæ lineolæ, rectè dependet ab axe, ſin minùs, perperam. Præterea applica quemcunque Zodiaci aut Æquatoris gradum Horizonti ortivo, & vide num gradus diametraliter oppoſitus tangat Horizontem occiduum.

§. II.

Problemata aſtronomica per uſum Sphæra & Globi.

TAmetſi hîc ſolùm Armillaris Sphæræ, & Aſtronomici Globi uſum explicemus, aliqua tamen etiam communia erunt uſui Globi Geographici. In ſequentibus problematis dum Globum nominamus, intelligemus plerumque & ſphæram armillarem, & utrumque Globum. Si quid tamen ſubinde uni potiùs quàm alteri conveniat, id facilè intelliget à ſtudioſo Tyrone.

Problema I.

Globi ſitum in ejus uſu rectificare.

Globum aſtronomicum rectificare.

GLobus tunc eſt rectificatus quoad debitum ſitum, quando omnes ejus partes & circuli, partibus & circulis Mundi quos repræſentant, exactè reſpondent, ita ut poli polis, axis axi, plagæ plagis, circuli circulis congruant. Cogitandum autem, Globum in ejus uſu eſſe in centro Mundi, ita ut centrum Globi centro Univerſi conveniat, hoc enim meritò ſupponunt Aſtronomi, ob immenſam à cœlo ſtellato diſtantiam centri Mundi. Sic autem rectificatur Globus.

I. Colloca Globum in plano horizontali ita, ut ejus horizon ſit Mundi horizonti parallelus; quod fit ope Gnomonis cum perpendiculo ſupra Globi horizontem aut pedem erecti. II Verte illum cum pede huc illuc, donec acus magnetica incumbat lineæ meridianæ pyxidis, aut lineæ declinationis, ſi acus declinat: aut donec Meridianus globi congruat exactè Meridianæ lineæ antea in plano ductæ. III. Eleva polum arcticum Globi ſupra Horizontem juxta elevationem poli mundani competentem regioni tuæ; quod fit numerando in Meridiano globi à polo uſque ad ejus Horizontem tot gradus, quot gradibus polus Mundi ſupra Horizontem regionis tuæ elevatus eſt. IV. In Globo Geographico locum tuum (ſi eo deſcriptus eſt) aut alium ei proximum ſuppone Meridiano Globi, in Cœleſti verò Globo, erecto perpendiculariter ſtylo ſuprà gradum Zodiaci in quo tunc Sol verſatur (collocando ſupra dictum Gradum vel triangulum aut quadrangulum cum ſtylo, vel parum ceræ cum ſtylo ad angulos rectos infixo) volve ac revolve eum circa axem & polos, donec ſtylus è regione Solis locatus nullam efficiat umbram in convexa ſuperficie. In hoc ſitu omnes Globi partes ac circuli partib. ac circulis Mundi exactiſſimè reſpondebunt, quatuor Globi plagæ ipſius horizonti inſcriptæ oſtendēt plagas quatuor Mūdi, conſtitutio Globi conſtitutionē Cœli ac Terræ indicabit,

nullam efficiat umbram. Numera jam in Meridiano gradus ab Horizonte uſque ad polum conſpicuum, vel à vertice Globi uſque ad Æquatorem, & habebis latitudinem ac altitudinem quæſitam.

III.

Sole in Meridiano cœli exiſtente pone Globū ſupra planum æquilibratum, & eò uſque cum pede ſuo circumduc, donec Meridianus Globi nullam in latus projiciat umbram, ſed directè ſub ſe. Deinde locum Solis applica Meridiano Globi, & loco Solis ſtylum orthogonaliter. Demum ſede Globi permanente, circumage Globum cum Meridiano & ſtylo ſurſum ac deorſum intra crenas Horizontis, donec ſtylus nullā efficiat umbrā Gradus Meridiani inter Horizontem & polum, aut inter verticem & æquatorem, erit latitudo & altitudo quæſita.

IV.

Sphæram armillarem exactè conſtructam rectifica, & Sole Meridiem efficiente applica locū Solis, ſeu gradum Eclipticæ quem Sol occupat, Meridiano Sphæræ, ipſumque Meridianum ita revolve per Horizontis inciſuras, ut umbra Zodiaci tota cadat in partem alteram ipſius Zodiaci exactè, id eſt, ut pars Zodiaci ſuperior illuſtrata alteram partem inferiorem exactè obumbret. In hoc ſitu polus Sphæræ eandem ſortietur altitudinem ſupra Horizontem ſuum, quam polus Mundi ſupra Horizontem Mundi.

V.

Obſerva ſtellæ cujuſcunque notæ altitudinem meridianam, & facut eadem ſtella in Globo aſtronomico ritè deſcripta habeat eandem altitudinem ſupra Horizontem Globi, quam in cœlo deprehendiſti. Numera jam ut antea gradus Meridiani inter Horizontem & polum, &c.

VI.

Accipe duarum ſtellarum in Globo aſtronomico deſcriptarum altitudinem ſupra Horizontem eodem temporis momento, quarum una ſit verſus ortum, altera verſus occaſum. Movendo deinde globum cum ſuo Meridiano ſurſum ac deorſum, & applicando ſtellis duabus Quadrantem altitudinis, procura ut ſtellæ in Globo eādem habeant altitudinem ſupra Horizontem Globi, quam habent in cœlo. Numera tandem gradus Meridiani inter polum & Horizontem, &c.

Problema VI.

Longitudinem ſtellarum invenire.

Stellarum longitudinem invenire ex globo.

LOngitudo ſtellarum eſt diſtantia ipſarum in Ecliptica à principio Arietis Intelligibilis, hoc eſt arcus Eclipticæ interceptus in duos circulos magnos, quorum alter per dictum principium Arietis, alter per ſtellam ipſam, uterque per polos Zodiaci ducitur. Si autem reperitur.

Applica principium Quadrantis altitudinis polo Zodiaci (ſeptentrionali quidem, ſi ſtella eſt in hemiſphærio ſeptentrionali, auſtrali verò, ſi in auſtrali) ibique applicatum una manu tene, altera manu volve ipſum Quadrantem ad ſtellam cujus longitudinem quæris. Gradus Eclipticæ in quem alterum extremum Quadrantis deſinit, indicat longitudinem ſtellæ. Præſtat tamen alium Quadrantem altitudinis habere, qui ſtylo parvo antacu in polis Zodiaci figi poterit & circumquaque duci ad quasvis ſtellas.

Solis longitudo habetur, ſi numerentur gradus Eclipticæ inter principium Arietis, & locum Solis intercepti.

Problema VII.

Latitudinem ſtellarum reperire.

Stellarum latitudinem invenire ex globo.

LAtitudo ſtellarum eſt diſtantia ipſarum ab Ecliptica verſus polos Zodiaci, hoc eſt, arcus circuli maximi per polos Zodiaci, centrum ſtellarum, & Eclipticam tranſeuntis. Duplex eſt ſeptentrionalis, & auſtralis. Utraq; ſic reperitur.

Applica principium Quadrantis altitudinis polo alterutri Zodiaci, prout ſtella requirit, ipſum verò Quadrantem applica ſtellæ. Gradus inter Eclipticam & ſtellam intercepti dant latitudinem ſtellæ.

Problema VIII.

Declinationem ſtellarum invenire.

Stellarum declinationem invenire ex globo.

DEclinatio ſtellæ eſt diſtantia ejus ab Æquatore verſus polos Mundi, eſtque alia ſeptentrionalis, alia auſtralis. Utraque ſic reperitur.

Admove ſtellam ad Meridianum Globi, & numera gradus Meridiani inter æquatorem & ſtellam, & habebis intentum. Eandem invenies ope Quadrantis altitudinis, ut conſideranti patet. Solis declinationem habebis, ſi Meridiano applices locum ſolis in Ecliptica repertum.

Problema IX.

Aſcenſionem rectam & obliquam Solis, & ſtellarum invenire, ad datam quamlibet loci latitudinem, & ad quodvis tempus datum.

QVid ſit aſcenſio ac deſcenſio recta, obliqua, diximus lib. 7, par. 2. cap. 10.

Aſcenſionem rectam & obliquam ſtellarum invenire.

Si ſcire vis, quinam Æquatoris gradus à principio Arietis numeratus aſcendat ſupra ac deſcendat infra Horizontem, vel tranſeat Meridianum, conſtitue Globum aſtronomicum ad ſitum ſphæræ rectæ, aut obliquæ, prout loci latitudo exigit, & applicatā ſtellā, aut loco Solis in Ecliptica, Horizonti ortivo, aut occiduo, aut Meridiano, nota quinam gradus Æquatoris tunc cum ſtella Horizontem aut Meridianum occupet.

Si quot gradus Æquatoris cum integro aliquo ſigno, aut cum arcu quocunque Zodiaci aſcendant ac deſcendant rectè, aut obliquè, ſcire deſideras, conſtitue Globum ut antea, & applicato primùm principio Signi aut arcus Horizonti, ac deinde fine ejuſdem, nota gradum Æquatoris qui cum principio & fine Horizontem occupat. Arcus inter utrumque gradum interjectus eſt aſcenſio vel deſcenſio quæſita. Tempus aſcenſionis ac deſcenſionis habebis, ſi gradus æquatoris inventos convertas in horas, & horarum partes, attribuendo grad. 15. unam horam, & grad. 1. quatuor horæ ſcrupula. Idem tempus habebis, ſi applicando principium ſigni aut arcus ad Meridianum, aut Finitorem, applices ſimul Indicem horarium ad 12am, cycli horarii, ac deinde Globum revolvas, donec finis ſigni aut arcus attingat eundem Meridianum aut Finitorem.

Problema X.

Horam ortus & occaſus Solis, & ſtellarum, ad datum tempus, & latitudinem loci, invenire.

Horam ortus & occaſus ſtellarum invenire.

STatue Globum juxta latitudinem loci, id eſt, polum arcticum eleva ſupra Horizontem prout loci latitudo poſtulat; & locum Solis in Ecliptica quæſitum, aut ſtellam cujus ortum quæris, Meridiano adjunge, cuſpidem verò Indicis horarii applica horæ 12ª. cycli horarii: Converſo Globo circa polos, uſque dum Solis locus, aut ſtella Horizontem ab orientali parte attingat, index in horario circulo horam aſtronomicam ortus quæſitam indicabit.

Si vertas ulteriùs Globum, donec idem locus Solis, aut ſtella attingat Horizontem ab occidentali parte, indicabit Index horam aſtronomicam occaſus.

Italicam ortus & occaſus horam indicabit, ſi locum Solis, aut ſtellam applices Horizonti occiduo, & horam 12ᵃᵐ cycli horarii reputes pro hora 24. Babylonicam verò, ſi ortivo Horizonti applices ſolem & ſtellam.

Problema XI.

Ortum & Occaſum Coſmicum cujuslibet ſtellæ invenire.

Ortum & occaſum Coſmicũ ſtellarum invenire.

PRomove ſtellam in Globo ad loci latitudinẽ accommodato notatam ad Horizontem ortivum, & nota gradum Eclipticæ qui tunc ſimul eundem Horizontem attingit. Cùm Sol ad illum gradum pervenerit, orietur ſtella illa coſmicè. Menſem portò ac diem, quo Sol ad gradum quemlibet Eclipticæ pervenit, cognoſces ex limbo Horizontis Globi, *juxta Probl. 3.*

Problema XII.

Ortum & Occaſum Acronychum ſtellarum cognoſcere.

Ortum & occaſum acronychum ſtellarum cognoſcere.

STellam datam ſtatue in Horizonte Orientali, & vide qui gradus Eclipticæ tunc occidat. Is dabit tempus ortûs Acronychi. Occaſum Acronychum habebis, ſi ſtatuas ſtellam in Horizonte occidentali, & notes gradum Eclipticæ tunc occidentem.

Problema XIII.

Ortum & Occaſum Heliacum ſtellarum exquirere.

Ortum & occaſum heliacum ſtellarum cognoſcere,

GLobo ſecundùm loci latitudinem ſtatuto, colloca ſtellam in Horizonte orientali, ſi ortum, in occidentali, ſi occaſum quæris, & nota gradum Eclipticæ ſimul orientem, aut occidentem. Deinde applica Quadrantem altitudinis ad ſtellam & Nadir loci, in eoque à ſtella uſque ad Eclipticam numera tot gradus, quot terminus apparitionis illius ſtellæ poſtulat (qui juxta dicta lib. 7. par. 3. c. 11. varius eſt:) Gradus Eclipticæ quem terminus dictus attingit, dat tempus ortus heliaci. Occaſum invenies, ſi eodem modo circa Horizontem occiduum opereris.

Problema XIV.

Quantitatem diei ac noctis artificialis invenire ad datum tempus, & latitudinem loci.

Diei ac noctis quantitatem cognoſcere.

DIes artificialis eſt mora Solis ſupra horixontem, nox artificialis mora ejuſdem infra. In regionibus ubi elevatur polus gradibus 66½, uterque Tropicus tangit horixontem, unuſque totus extat ſupra, alter totus latet infra, ac proinde dies maximus & nox maxima eſt 24 horarum. In minori elevatione omnes paralleli Solis ſecantur ab horizonte in diurnos ac nocturnos. In majori nulli paralleli Solis ſecantur ab horixonte ac proinde & dies & noctes omnes ſunt majores 24 horis, & alicubi continet ſeptimanas, & menſes integros. His notatis, ſic invenies propoſita.

Primò, ubi elevatio poli non tranſcendit grad. 66½, ſive ubi Horizon ſecat omnes parallelos Solis, eleva in Globo polum tuum conſpicuum ſupra Horizontem prout latitudo loci poſtulat; & pone gradum Eclipticæ quem Sol occupat eo die, cujus quantitatem quæris, in Horixonte orientali, ſimulque nota gradum Æquatoris qui eundem Horixontem tangit. Deinde revolve Globum, donec gradus æquatoris notatus perveniat ad Horizontem occiduum, & iterum nota gradum Æquatoris qui tangit Horixontem ortivum. Tandem gradus Æquatoris ſupra Horizontem extantes numera, & converte in horas & horæ partes.

Quantitatem noctis, ſive arcum nocturnum habebis, ſi numeres gradus Æquatoris infra Horixontem Globi latentes, & convertas in horas.

Aliter, Elevato ut antea polo, & poſito gradu Solis in horixonte orientali, promove Indicem horarium ſupra horam 12ᵃᵐ. & circumduc Globum donec idem Gradus Solis ſit in Horizonte occiduo. Index interim converſus indicabit horas diei. Simili ratione invenies horas noctis.

Secundò, ubi elevatio poli tranſcendit grad. 66½, eleva polum ad datam loci latitudinem, & nota arcum Eclipticæ qui nunquam occidit: quot enim gradus continet ille arcus, tot ferè dies naturales continet dies continuus illius regionis. Idem intellige proportionaliter de nocte continua.

Simili prorſus modo inveſtigantur arcus diurni & nocturni ſtellarum in quacunque regione.

Problema XV.

Quota hora ſit ubivis locorum, data hora unius loci, cognoſcere.

Hora quota ſit ubivis terrarum, cognoſcere.

LOcum, cujus hora datur, promove ad Meridianum, & Indicem ad horã datam in cyclo. Dein-

Deinde volve globum, donec locus alter quicunque, cujus horam tunc quæris, ſub Meridianum veniat. Index in eo globi ſitu monſtrabit horam quæſitam. Sermo ſolùm eſt de horis aſtronomicis: Italicæ enim & Babylonicæ hoc modo non reperiuntur, niſi pro locis in eodem parallelo exiſtentibus.

Problema XVI.

Data hora alicujus loci, invenire in quibus locis ſit tunc meridies, media nox, & quavis alia hora.

Meridiem & mediã noctem invenire quorundam locorum. Datus locus adducatur ad Meridianum, Index ad datam horam cycli horarii. Si volvatur globus donec Index monſtret horam 12. meridiei, omnia loca quæ ſubſunt ſemicirculo ſuperiori Meridiani, habent meridiem; & omnia quæ ſubſunt inferiori, habent mediam noctem. Si idem globus volvatur, donec Index monſtret aliam quamcunque horam quæſitam; loca meridiani ſemicirculo ſubjecta habent tunc illam horam.

Problema XVII.

Horam Aſtronomicam currentem inter diu invenire.

Horam aſtronomicam currentem interdiu invenire. Rectificato Globo, *per Probl.* 1. pone locum Solis ſub Meridiano, & Indicem ad 12. Deinde erecto ſtylo perpendiculariter in loco Solis, verte Globum verſus orientalem aut occidentalem Horizontis partem, prout tempus exigit, donec ſtylus nullam efficiat umbram. Index indicabit horam in cyclo horario.

Aliter. Propoſito loco Solis ſub Meridiano, nota gradum Æquatoris qui Meridianum tunc tangit. Deinde infixo ut antea ſtylo in loco Solis, & Globo circumvoluto donec nullam projiciat umbram, nota iterum gradũ Æquatoris qui Meridianum tangit. Tandem gradus inter duo puncta notata inventos converte in horas, illasque ante Meridiem detrahe à 12, & habebis horam quæſitam, poſt meridiem verò ipſe numerus horarum inventus dat horam quæſitam.

Aliter. Statuto Globo ut antea obſerva Solis altitudinem ſupra horizontem: Locum Solis in Ecliptica inventum adjunge Meridiano, & indicem horarium horæ 12; à vertice Globi per Horizontem demitte Quadrantem altitudinis, & volve Globum vel ad ortum, vel ad occaſum, prout facta obſervatio poſtulat, uſque dum Solis locis tot gradibus ab Horizonte emineat, quot congruunt obſervationi factæ. Index monſtrabit horam.

Problema XVIII.

Data hora aſtronomica, invenire Babylonicam ſeu ab ortu ſolis, & è contrario.

Horam Babylonicam invenire. Eleva polum pro loci tui latitudine, & locum Solis in Ecliptica inventum applica ad Meridianum, Indicem verò ad horam 12am cycli horarii. Volve deinde Globum verſus Horizontem ortivum aut occiduum, prout tempus exigit, donec Index monſtret datam horam, & globo immoto manente redue Indicem ad horam 12am. Quo facto, volve Globum ab occaſu verſus ortum, donec locus Solis in orientali Horizonte ſit; & in cyclo horario numera horas à 12ma verſus ortum uſque ad Indicem. Hora ab Indice indicata, eſt hora quæſita.

E contrario datâ horâ Babylonicâ invenies aſtronomicam, ſi eleves polum pro data loci latitudine; locum Solis in Ecliptica repertum adducas ad orientalem Horizontem, Indicem ad horam 12, volvas Globum verſus occaſũ, donec Index monſtret datam horam Babylonicam, Indicem reducas ad horam 12, & Globum revolvas donec locus ſolis reductus ſit ad Meridiani ſemicirculum quem proximè tranſiit, & numeres horas à 12. uſq; ad Indicem in eam plagam, in quam motus Globi factus eſt. Index indicabit horam Babylonicam, ſi intelligas cyclum diviſum in 24 horas.

Problema XIX.

Data hora Aſtronomica, invenire Italicam, ſeu ab occaſu Solis.

Levetur polus Globi pro dati loci latitudine, locus Solis in Ecliptica notetur, & ad Meridianum adducatur; Index ad horam 12 meridianam cycli collocetur, volvatur Globus, donec Index monſtret horam datam; immoto Globo reducatur Index ad horam 12, & volvatur Globus verſus ortum, donec locus Solis in occidentali Horizonte ſit, numerentur horæ à 12 uſque ad Indicem, juxta plagam motus: Index indicabit horam Italicam, ſi cyclum intelligas diviſum in 24 horas. *Horam Italicam invenire.*

Problema XX.

Data hora aſtronomica, vel Babylonica, aut Italica, invenire Antiquam.

Levetur pro dati loci latitudine polus; locus Solis in Ecliptica inventus adducatur ad Horizontem orientalem, Index verò ad horam 12 cycli, volvatur Globus verſus occidentem, donec locus Solis notatus perveniat ad Horizontem occidentalem. Index monſtrabit horas æquales pro longitudine iſtius diei. His factis, utere Regulâ anteâ ſic. Sit dies præſens horarum 14, hora autem ab ortu 6, Dic, ut 14 ad 6, ita 12 ad aliud, invenies pro horis antiquis horas 5$\frac{1}{7}$. Simili modo invenies horam antiquam datâ horâ aſtronomicâ, aut Italicâ. *Horam antiquã invenire.*

Problema XXI.

Puncta ortus & occaſus Solis ac ſtellarum invenire.

Statue Globum juxta latitudinem loci, & locũ Solis inventum in Ecliptica (ſtellamvè, de qua quæſtio eſt) promove ad Finitorẽ ab oriente vel occidente. Videbis ſtatim à qua parte Mundi oriatur *Ortus & occaſus ſtellarum puncta invenire.*

oriatur vel occidat, & quot gradibus diſtet ab ortu æquinoctiali, ſeu quanta ſit ejus amplitudo ortiva ſeu occidua.

Problema XXII.

Altitudinem Solis ac ſtellarum invenire.

Altitudinem Solis ac ſtellarum invenire.

APta Globum pro latitudine loci. Et ſi vis ſcire altitudinem meridianam, applica Solis locum aut ſtellam Meridiano, & in eo numera gradus ab Horizonte uſque ad datum locum Solis aut ſtellam: Si vis ſcire altitudinem quâcunque horâ; applica primò locum Solis aut ſtellam Meridiano, & Indicem horæ 12, deinde circumvolve Globum donec Index attingat horam datam; loco verò Solis aut ſtellæ, ac vertici Globi, applica Quadrantem altitudinis. Gradus in eo ab Horizonte uſque ad locum Solis aut ſtellam dabit altitudinem quæſitam.

Problema XXIII.

Stellas cæli fixas cognoſcere.

Stellas fixas cognoſcere.

COlloca Globum aſtronomicum prout Probl. 1 requirit, & cognita horâ tunc currente, adde locum Solis in Ecliptica inventum ad Meridianum, Indicem verò ad horam 12. volve Globum donec Index ad horam datam perveneritin cyclo horario; & habebis ſitum cœli in Globo, omnesque ſtellæ & conſtellationes in eo depictæ, reſpicient directè omnes ſtellas & conſtellationes in cœlo expreſſas.

Plurima alia Problemata huc ſpectantia omitto; qua ad Aſtrologiam, Geographiam, & Nauticam propriè ſpectant, ſuis locis indicabo.

PARS II.

De geometrica problematum aſtronomicorum réſolutione.

ORganicam per Globi uſum reſolutionem ſequitur geometrica. Ex innumeris, de quibus varii Auctores, pauca & magis neceſſaria trademus. Ordo erit ferè ſine ordine. Conabimur tamen præmittere quæ aliorum ſunt veluti fundamenta. Recolendum quod alibi diximus, obſervationes per Inſtrumenta tametſi fiant in ſuperficie Terræ, cenſeri tamen fieri in ejus centro, quoniam Terræ ſemidiameter inſenſibilis eſt ad ſemidiametrum cæli & ſtellarum fixarum, ac ſuperiorum planetarum.

Problema I.

Lineam Meridianam invenire.

Meridianam lineam invenire.

IN plano candido, & exactiſſimè æquilibrato, deſcribe ex eodem centro A plures circulos concentricos, ad libitum inter ſe diſtantes; & ſtylo A B competentis longitudinis perpendiculariter erecto, qui habeat apicem B nonnihil retuſum, obſerva die ſereniſſimo duabus circiter horis ante meridiem momentum, quo apex umbræ ſtyli attingit præcisè peripheriam unius circulorum, v. g. in C, & nota punctum C. Deinde totidem circiter horis poſt meridiem obſerva iterum momentum, quo apex umbræ ſtyli attingit præcisè ejuſdem circuli peripheriam, v. g. in D, & nota punctum D. His factis, divide bifariam arcum CED in puncto E, *per 9. pr. Eucl.* & exempto ſtylo duc per centrum A & punctum E rectam AEF. Erit hæc Linea meridiana, in quam quotieſcunque ceciderit umbra ſtyli AB perpendiculariter erecti, erit meridies. *Vide Iconiſmi K. Fig. 147*

Hanc ſi ad aliud planum transferre cupis, erige in illo ſtylum orthogonaliter, & cadente umbrâ ſtyli AB in lineam AEF, nota apicem umbræ alterius ſtyli. Linea recta à puncto notato ad centrum ſtyli ducta, erit meridiana illius plani. Eodem modo eam transferes ad planum verticale.

Problema II.

Altitudinem poli, & Æquatoris invenire.

Poli & Æquatoris altitudinem invenire.

IN appoſito ſchemate altitudo poli ſit DG, & altitudo Æquatoris IH; quæ ſint quærendæ. Quadrantē geometricū ABC, exquiſitè in gradus & minuta diviſum, erige perpendiculariter ſupra lineam meridianam ABD in plano horizontali inventam, ut figura monſtrat; & nocte aliquâ ſerenâ longiore quam 12 horarum, obſerva ſtellam polarem (vel aliam polo vicinam) per regulam diopticam Quadrantis, ſemel dum habet altitudinem meridianam minimam, v. g. DE 45 graduum, & iterum dum habet maximam, v. g. DF 56 graduum. Differentiam utriuſque, nempe arcum E F 11. graduum, divide bifariam in G, ac ſemiſſem EG 5½ adde minimæ altitudini DE; proveniet arcus DG grad. 50. 30. pro altitudine poli. *Vide Iconiſmi K. Fig 148.*

Altitudo Æquatoris eſt ſemper æqualis cōplemento altitudinis poli, quia polus ab Æquatore diſtat quadrante, & Zenith ab Horizonte itidem quadrante, ac proinde arcus I K æqualis eſt arcui HG. à quibus ſi auferatur communis arcus H K remanent IH & K G æquales, *per 3. Axio. primi Eucld.* Itaque in caſu poſito altitudo Æquatoris eſt grad. 39. 30.

Problema III.

Altitudinem Æquatoris, & Poli invenire aliter.

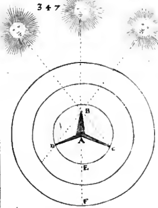
Aliter.

DIe ſereno obſerva altitudinem meridianam viſam Solis per Quadrantem geometricum diviſum, collocato Inſtrumento ſupra meridianā lineam modo dicto, & diopticam regulā elevando ac deprimēdo, donec radius Solis per utrumq; pinnacidium tranſeat; & in limbo quadrantis abſcindet tibi dicta regula altitudinem Solis viſam, ſeu apparentem. Hanc converte in veram, additâ illi parallaxi congruēte tali diei, & dettactâ refra-

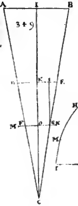
ctione

Digitized by Google

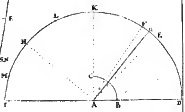
347



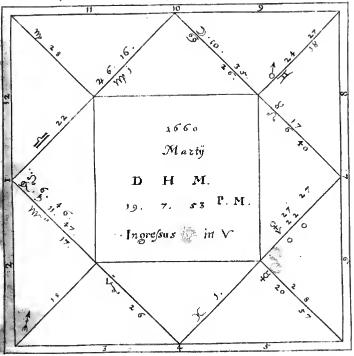
349



348



350



ctione; ſi ea fuerit ſenſibilis, conſulendo tabulas parallaxium & refractionum; quæ extant apud Tychonem, Kepplerum, Ricciolum, & alios paſſim. Deinde ex Ephemeride, aut ex Tabulis aſtronomicis, inquire locum verum Solis in Zodiaco ad meridiem diei, quo facta eſt obſervatio, & vide quantum is declinet ab Ecliptica, conſulendo Tabulas Declinationum quæ apud Clavium in Sphæra, & apud alios extant. Tandem declinationem inventam, ſi auſtralis eſt, adde veræ altitudini Solis meridianæ, ſi borealis, ſubtrahe; & habebis altitudinem æquatoris in tuo Horizonte. Hujus complementum ad 90 gr. eſt altitudo poli, propter cauſam dictam in præced. Probl.

Si altitudo meridiana Solis obſervetur in die æquinoctii, quando fit in meridie, nulla declinatio erit inquirenda, quia nullam tunc habet Sol. Alioquin quot minutis præcedit aut ſubſequitur æquinoctium meridiem, tot minutorum erit declinatio.

Problema IV.

Altitudinem Solis & ſtellarum quovis tempore invenire.

Altitudinem Solis & ſtellarum invenire.

QVadrantis penduli centrum obverte Soli & ſtellis, & tamdiu eleva ac deprime, donec per utrumque pinnacidium vel radient, vel conſpiciantur; filum in limbo Quadrantis monſtrabit altitudinem quæſitam. Eadem altitudo inquiri poteſt Quadrante ſtabili, ſi is erigatur perpendiculariter ſuper Horizontē, & dirigatur planum ejus verſus Solem aut ſtellam, eleveturque ac deprimatur dioptra, donec vel per utrumque pinnacidium radiet vel videatur, ſtella.

Meridianam altitudinem habebis, ſi Quadrantem ſtabilem erigas ſupra Meridianam, & opereris modo proximè dicto.

Problema V.

Maximam & minimam Solis altitudinem meridianam, quam ſemel in anno habet, invenire.

Altitudinem maximam Solis meridianam invenire.

ALiquot diebus ante & poſt ſolſtitium cape quotidie altitudinem meridianam modo dicto; & ex omnibus inventis elige maximam ac minimam, & habebis intentum.

Si inveniam quamcunque altitudinem Solis aut ſtella ſubtrahas à 90, habebis diſtantiam ejus à vertice.

Problema VI.

Maximam vel minimam Solis declinationem ab Æquatore invenire.

Declinationem Solis ab æquatore maximā invenire.

A Maxima altitudine meridiana Solis, correcta ſubtractione refractionis, & additione parallaxeos, ſubtrahe altitudinem Æquatoris, & relinquetur maxima Solis declinatio. Ab altitudine verò Æquatoris ſubtrahe minimam altitudinem meridianam Solis correctam, & habebis eandem maximam declinationem.

Minima altitudo ſubtracta à maxima, relinquit intervallum Tropicorum. Declinatio maxima Solis dat obliquitatem Eclipticæ, quæ ſemper eſt tanta, quanta diſtantia alterutrius Tropici ab Æquatore, & quanta diſtantia polorū Zodiaci à polis Æquatoris.

Aliter ſine altitudine Æquatoris præcognita. Minimam Solis altitudinem meridianam ſubtrahe à maxima, & reſiduum, quæ erit diſtantia Tropicorum, divide bifariam. Semiſſis erit maxima Solis declinatio. Hæc ſemiſſis addita minimæ, vel detracta maximæ altitudini meridianæ, dat altitudinem Æquatoris.

Problema VII.

Quamlibet declinationem Solis & ſtellarum invenire, data altitudine poli.

Declinationem quamlibet Solis invenire.

OBſerva altitudinem Solis vel ſtellæ meridianam, eamque ſi minor eſt altudine Æquatoris, ſubtrahe ab illa, ſi major, ſubtrahe altitudinem Æquatoris ab ea; & habebis declinationem quæſitam.

Si ſtella adeo ſeptentrionalis ſit, ut altitudine ſua meridiana ſuperet Zenithum, ſume ejus altitudinem ſeptentrionalem, eamq; aufer à ſemicirculo, & habebis altitudinem ſtellæ ab Horizonte meridionali: Ab hac ſubtrahe altitudinem Æquatoris, & relinquetur declinatio quæſita.

Problema VIII.

Declinationem omnium graduum Eclipticæ invenire, data maxima declinatione Solis.

Declinationem omnium graduum Eclipticæ invenire.

MAxima Solis declinatio per nos eſt grad. 23. 30′. Inveſtiganda ſit declinatio octavi gradus ♍. qui recedit ab æquinoctio autumnali gradibus 22. Fiat ut ſinus totus 100000, ad ſinum maximæ declinationis 37874, ita ſinus diſtantiæ propoſitæ (nempe in caſu poſito 37460, qui eſt ſinus graduum 22) ad aliud. Reperies in caſu poſito 14936, cui in tabula ſinuum reſpondet arcus gr. 8. 35′. Tantum igitur declinat octavus gradus Virginis.

Si gradui propoſitæ adhærent minuta, accipienda eſt pars proportionalis, juxta regulam traditam lib. 4. cap. 4. Prop 11. §. 2. Hac arte ſupputata eſt Tabula Declinationum quæ paſſim extat.

Problema IX.

Data declinatione Solis, locum ejus verum in Ecliptica reperire.

Solis locū in Ecliptica invenire.

FIat ut ſinus maximę declinationis, ad ſinū declinationis datæ, ita ſinus totus ad ſinū arcus quæſiti. Huic in Canone ſinuum reſpondet arcus Eclipti-

Digitized by Google

Eclipticæ, ſeu locus Solis quæſitus. Idem invenitur ex Tabula Declinationum.

Nota autem debet eſſe anni pars, id eſt, in quibus ſignis ultra citraq; puncta æquinoctialia & ſolſtitialia Sol verſetur, quia ante & poſt hæc puncta æquales ſunt declinationes. Itaque ſi Sol verſetur in quadrante vernali, vel autumnali, tunc arcus inventus monſtrat locum Solis ab ♈ vel ♎, ſi in quadrante æſtivo, vel hyemali, arcus inventus priùs auferendus eſt à 90. & tunc demum Solis locum exhibet à ♋, vel ♑

Problema X.

Dato loco Solis ad meridiem, eundem ad quamvis horam ante vel poſt meridiem ejuſdem diei invenire prope verum.

ANte meridiem ſubtrahe, poſt meridiem adde loco Solis meridiano, pro quavis hora $2' 28''$, pro quovis minuto $2'' 8'''$, & verum locum Solis quàm proximè conſequeris. *Alias regulas invenies apud Scriptores Ephemeridum.*

Problema XI.

Data altitudine Æquatoris, & declinatione Solis, vel cujuſcunque partis Eclipticæ, ejuſdem altitudinem meridianam producere.

Solis altitudinem meridianam invenire.

SI declinatio data eſt ſeptentrionalis, adde; ſi meridionalis, ſubtrahe altitudini Æquatoris, & habebis altitudinem quæſitam.

Problema XII.

Duarum ſtellarum diſtantiam invenire.

Stellarum diſtantiã mutuam invenire.

SI ambæ ſunt in eodem circulo verticali, ſume Quadrante ſeorſim utriuſque altitudinem, & minorem ſubtrahe à majori; reſiduum erit diſtantia quæſita. Si non ambæ in eodem verticali, ita tamen poſitæ, ut per planam Quadrantis ſuperficiem intueri poſſis utramque; diopt ram Quadrantis dirige primò in unam, deinde in alteram; gradus in limbo intercepti dant diſtantiam quæſitam.

Cometarum in Ecliptica invenire.

Diſtantiæ duarum ſtellarum cognitio ad plurima prodeſt. Nam conſpecto aliquo planeta, aut cometa, ſi ſcire cupiamus in quo loco cœli ſit, ſive in quo gradu Eclipticæ, obſervamus ipſius diſtantiam à duabus vicinis ſtellis: ſi enim in aliquo Globo aſtronomico accipiamus circino ex Æquatore, vel aliquo alio circulo maximo in gradus diviſo, tot gradus, quot fuerunt planetæ, aut cometæ, & duarum ſtellarum diſtantiæ, hisq; duobus circini aperturis ex utraque ſtella in globo deſcripta occultos arcus deſcribamus, atque ex polo Eclipticæ per communem illorum arcuum ſectionem Quadrantem altitudinis usque ad Eclipticam demittamus, oſtendet quadrans locum planetæ aut cometæ in Ecliptica.

Problema XIII.

Solis & ſtellarum amplitudinem ortivam & occiduam indagare.

Solis & ſtellarum amplitudinem ortivam invenire.

LAtus Quadrantis in plano Horizonti parallelo congruat lineæ meridianæ ibidem notatæ, dioptram verò dirige verſus Solem ſtellamvè orientem aut occidentem, donec per foramina punctorum conſpiciatur. Arcus inter latus & dioptram interceptus, & à 90 ſubtractus, dat amplitudinem quæſitam.

Problema XIV.

Puncta æquinoctialia & ſolſtitialia in horizonte quovis invenire.

Æquinoctialia puncta in horizonte invenire.

QVadrantis latus unum congruat ut antea lineæ meridianæ, alteri lateri congruat dioptra, per pinnulas conſpicietur punctum æquinoctiale. Ab hoc latere ſi dioptra promoveatur ad gradum 23½, conſpicietur punctum ſolſtitiale.

Problema XV.

Ambitum circuli maximi in Terraqua inveſtigare.

Ambitum Terraquei globi invenire.

EX plurimis modis unum indico. Obſerva in duobus locis in eodem Meridiano conſtitutis altitudinem poli, aut alicujus ſtellæ binas altitudines meridianas ejuſdem generis, hoc eſt, vel maximas, vel minimas: differentiam duarum altitudinum polarium, aut altitudinum meridianarum ſtellæ nota: inquire quoque quot milliaribus duo illa loca diſtent inter ſe. Ex his ambitum Terræ elicies per regulam trium ut ſequitur in EXEMPLO. Sit poli altitudo in uno loco inventa grad. 48. in altero grad. 49, ſitque diſtantia illorum locorum, 15 milliarium Germanicorum. Dic ergo: ſi 1. gradus dat 15. milliaria, quid dant 360. gradus? Reperies milliaria germ. 5400 Eâdem ratione operandum cum duabus altitudinibus meridianis alicujus ſtellæ.

Problema XVI.

Ingreſſum Solis in puncta æquinoctialia obſervare.

Solis ingreſſum in puncta æquinoctialia invenire.

COgnita altitudine Æquatoris, obſerva Quadrante altitudinem Solis meridianam in ipſo die æquinoctiis deſtinato in Calendario, vel potiùs in celebri aliqua Ephemeride, eamque corrige, & in veram altitudinem converte, adjectione parallaxis, & ſubtractione refractionis,

ex

ex tabulis parallaxeos & retractationum deſumptæ. Si altitudo inventa eſt æqualis altitudini Æquatoris, factum eſt æquinoctium in ipſa meridie: ſi eſt major, vel minor, factum eſt extra meridiē; & in verno quidem æquinoctio ante meridiem, ſi major; poſt, ſi minor: in autumnali verò poſt meridiem, ſi major; ante, ſi minor. Et quot minuta fuerint in differentia altitudinum, tot horis ante vel poſt meridiem eſt factum.

Problema XVII.

Quantitatem anni ſolaris, & menſis lunaris obſervare.

Solaris anni quantitatem invenire.

OBſerva quàm potes diligentiſſimè duobus annis continuis ingreſſum Solis in principium Arietis, vel Libræ, & ab una obſervatione ad alteram numera dies, horas, minuta, & ſecunda, quot enim reperies, tanta eſt quantitas anni. Ita Alphonſini, Tycho, & alii ſuis temporibus repererunt quantitatem anni poſitam libro præcedenti in Theoria Solis. Poſſumus etiam duos annos non continuos aſſumere; ſed tunc dies, horæ, minuta, & ſecunda, &c. inter utramque obſervationem interjecta dividi debent per numerum annorum, qui inter utramque obſervationem interſunt.

Eodem modo invenitur quantitas menſis Lunaris, ſi nimirum diligenter non duorum tantùm continuorum, ſed plurium pleniluniorum intervallum obſervetur; & quot illo intervallo lunationes præterierint, accuratè notetur: nam ſi dies, horæ, minuta, ſecunda, &c. inter duas illas obſervationes interjecta, per numerum lunationum inter primam & ſecundam obſervationem interjectam dividantur, prodibit quantitas menſis lunaris quæſita.

Eodem quoque modo aliorum planetarum periodi reperiuntur, quamvis non æquè citò ac facilè ut in Sole & Luna.

Problema XVIII.

Diametrum viſam Solis & Lunæ metiri.

Solis & Lunæ diametrum viſum invenire.

MUltis inſtrumentis & modis id fieri poteſt ac ſolet. Primus eſt, per Radium aſtronomicum, aut Latinum: ſecundus per Diopttam Hipparchi; tertius per Quadrantem, ſumendo eodem tempore à duobus altitudinem ſupremi & infimi limbi Solis aut Lunæ: quartus, numerando tempus quo Luminarium diſcus totus aſcendit ſupra Horizontem. Sed hi omnes ſunt valde fallaces ac incerti.

Quintus eſt hic. In conclave obſcuratum intromittatur radius Solis circa meridiem per foramen lamellæ rotundum, aut feneſtellam quadratam, cujus latitudo duarum circiter unciarum unius pedis nota ſit in particulis minimis, v. g. centeſimis unius pedis; ipſa vero lamella ſit mobilis, ut planum ejus excipiat radium centralem Solis, ſeu axem coni radioſi aut pyramidis perpendiculariter. Coni alterius radioſi intromiſſi baſis circularis, aut pyramidis baſis quadrata, excipiatur in alia tabella candida æquidiſtante plano laminæ perforatæ, & diſtantia unius ab altera ſit nota in partibus, in quibus nota eſt latitudo foraminis aut feneſtellæ. His factis, menſuretur circino diameter baſis lucidæ coni radioſi, vel latitudo baſis pyramidalis, comprehendendo etiam penumbram, & excludendo ſolùm ſimplicem ac meram umbram; & ab ea menſura auferatur latitudo feneſtellæ, aut diameter foraminis; & remanebit emendata baſis ſpeciei Solis, cujus ſemiſſis erit unum latus trianguli rectilinei rectanguli, alterum autem latus circa rectum erit diſtantia tabellarum, cum quibus per Trigonometriam practicam inveſtigatur angulus ſubtendens ſemidiametrum Solis apparentem, ſi fiat ut diſtantia lamellarum ad ſemidiametrum baſis lucidæ, ita ſinus totus ad ſinum anguli oppoſiti dictæ ſemidiametri.

Alii utuntur duabus tabellis parallelis inter ſe, & perpendiculariter excipientibus Solis radium centralem: alii verò trabecula cum infixis ad capita tabellis prædictis, ut poſſint eas unà cum trabecula attollere ac deprimere, & dextrorſum ac ſiniſtrorſum movere, prout opportunitas excipiendi radium exigit; & ad majorem obſcurationem inter dictas tabellas procurandam, interponunt inter ipſas tubum charta cum nigrefactum, qui etiam fibras radiorum colligat ne diſſipentur. Poteſt adhiberi etiam in obſervatione ſocius, qui à dextris acu pungat tabellam in confinio veræ umbræ, ſtatim ac obſervator a ſiniſtris marginem baſis lucidæ ad lineolam in plano verticali tabellæ ductam appellare ſigno momentaneo dato monuerit. Hac arte P. Ricciolus invenit diametrum apparentem Solis apogæi ſubtendere angulum 31. perigæi 33′ 30″.

Sextus modus eſt hic. Trabeculæ affigantur normaliter duæ tabellæ ad capita planè æquales, & æquidiſtantes, latitudinem habentes notam in minimis particulis, in quas diviſa eſt longitudo trabeculæ inter duas tabellas; & obverſis ad Solem tabellis è cubiculo obſcurato, ita ut anterior projiciat umbram in poſteriorem, menſuretur umbræ latitudo; ex hac enim per Trigonometriam inveniri poteſt Solis diameter apparens ut ſequitur. Solis diameter ſit A B, anterior tabella D E, poſterior M N, longitudo trabeculæ K O: obvertatur anterior tabella Soli, cujus extremi radii ſint AC, BC, tangentes tabellæ D E margines D & E; & umbra illi parallela, ſed anguſtior, in poſteriori tabella M N ſit F G, & radiorum unio in C. Nota ergo erit in particulis æqualibus recta D E, & F G, & K O. Dividatur jam bifariam tam angulus C, quàm recta D E in K, & F G in O, *per 9. & 10. pr. Euclid.* & ducatur recta C I, item G L parallela & æqualis rectæ O K. His ita conſtitutis, anguli ad O, ad K, ad I recti ſunt, *per 4. pri.* uti & angulus E L G, *per 29. pri.* & K L æqualis ſemilatitudini umbræ O G, uti & L G longitudini trabeculæ K O *per 34. pri* Quoniam igitur K O, & O G notæ ſunt in particulis; notæ erunt & G L, L K; & demptâ L K à tota K E, nota manet L E in triangulo rectangulo E L G, ac proinde per Trigonometriam practicam notus angulus L G E; cui cùm æqualis ſit angulus I C B, *per 29. pri.* ſcietur quantum angulum ſubtendat ſemidiameter Solis, atque adeo quantum tota diameter A B.

Vide Iconiſmum KI Fig. 34. 3

In

In his duobus ultimis modis periculum eſt aliqualis ſaltem erroris, quia confinia lucis & umbræ dubia ſunt.

Problema XIX.

Eclipſes Solis & Lunæ obſervare.

Eclipſes Solis & Lunæ obſervare.

IN eclipſibus luminarium obſervanda ſunt præcipuè principium, medium, finis, quantitas ſeu magnitudo, hoc eſt, ſitnè totalis, an partialis, & hæc quot digitorum. Inter alios modos id obſervandi optimus eſt, ſi ſpecies ſeu radius luminarium intromittatur in cameram obſcuram per foramen rotundum exiguum, excipiaturque in tabella candida, ſed ita, ut planum tũ foraminis, tum tabellæ recipientis baſim lucidam contradiosi, perpendiculariter illuminetur à luminarium radio centrali, & æquidiſtent eorum plana ſibi invicem, ut ſpecies illa lucida ſit circularis, non ovalis, & ut ad certam conſtantemque diſtantiam à foramine conſervetur tabella recipiens imaginem, toto tempore eclipſia. Itaque ſi eclipſis ſolaris futura eſt, poteris die præcedenti; ſi verò lunaris, eadem nocte, affixa tabella inſtrumento, nempe trabeculæ, in cujus altero capite ſit lamina foraminis, obſervare diametrũ circuli baſis lucidæ; cujus dimidium dabit ſemidiametrũ pro deſcribendo circulo, ex centro convenienti, id eſt, ex pũcto in quod radius tranſiens per centrum foraminis incidit perpendiculariter. Diameter hujus circuli dividatur in 12 æquales partes. Adveniente igitur tempore quo eclipſis inchoanda eſt, cognito ex ephemeride, aut aliunde, obverte trabeculam Soli aut Lunæ, eamque move ita, ut Solis Lunævè motum ex adverſo ſequatur ſpecies lucida, & circulus ſemper congruat circulo deſcripto: & quàmprimùm lucidus circulus perdere inceperit ſuam perfectam rotunditatem, & perſtringi limbus ejus à lenticula nigella; ſignum eſt initii eclipſeos: quàmprimùm verò recuperat ſuam perfectam rotunditatem, ſignum eſt finis eclipſis, quot denique partes diametri circuli diviſi obſcuratæ fuerint, tot digitorum erit eclipſis. Lege *Ricciolum* lib. 5. Almag. cap. 15.

Hæc breviter explicaſſe ſufficiat, infinita alia problemata reperiet Tyro paſſim apud alios Auctores, præſertim apud Ricciolum *lib. 10. Almageſti novi, quæ facilè intelliget, ſi hic tradita intelligat, faciles proprio Marte ſolvet, ſi Arithmeticam ac Trigonometriam in ſubſidium vocabit.*

LIBER X.

DE ASTROLOGIA.

Procœmium.

ASTrologiam, hoc eſt, ex aſtris, aſtrorumque qualitatibus, motibus, congreſſibus, aſpectibus, ſimilibusque accidentibus judicium atque prædictionem, ſi intra limites ſuos conſiſtat, honeſtam eſſe, utilem, ac probandam, & inter Diſciplinas Mathematicas numerandam, utpote genuinam Aſtronomiæ filiam, ab eruditis ac probis in pretio habitam, nec ſemel DEI etiam calculo probatam, ii ſolùm negant, qui terminos ejus, ultra quos ſe extendere nefas eſt, ignorant. Eſt enim Aſtrologia de qua loquimur, non illa, quæ tota ex Chaldæorum, Hebræorum, Priſcillianiſtarum, aliorumque impiorum ac ignorantium ſomniis & ſuperſtitionibus coaluit, quæ horoſcopos, directiones, ac revolutiones, quàm par eſt ardentiùs inquirit, quæ garrit inſulſa ac ridicula de matrimoniis, de rixis conjugum, de numero liberorũ, de ſervis, de jumentis, itineribus, divitiis, fortunis, infortuniis, dignitatibus, aliisque ſimilibus, quæ fatalibus ſtellis animas hominum & corpora adſtringit, *ut S. Leo Epiſtola 71. loquitur, & quam* idolorum cultricem *agnoſcit Tertullianus lib. de Idololatria: ſed caſta illa ac munda, naturalique Philoſophiæ conformis, quæ ex ſtellarum ſeu errantium, ſeu inerrantium, motib. conjunctionibus, digreſſionibus, ortibus, occultationibus, pluvias, calores, frigora, ſiccitates, ventos, aliasque aëris mutationes ad agriculturam, nauticam, medicinam, totam vitam humanam obſervat atq; prædicit, quæ per crinitarum ſtellarum, & maximarum eclipſium minas, perque altiſſimorum planetarum conjunctiones, velut per ſigna cœli à Deo immiſſa ad reſipiſcentiam mortalium. ſcit unde fluvii tumeant, maria exundent, inſanæ hyemes, & calores ardentiſſimi ſæviant, unde diluvia, conflagrationesq; terrarum, unde anni amœni & triſtes, pingues & macilenti, unde annona, ſterilitas, ſanitas, morbi, ac frequentes mortes. Sed hæc ipſa, quam caſtam ac mundam diximus, fuit olim, & nunc etiam eſt, fraude diaboli, hominumq; vel improbitate, vel inſcitia, ita depravata atque corrupta, ut vel ad nomen ejus piæ horreant aures, Aſtrologusque non alium ferè ſonet quàm vanum, ſuperſtitioſum, impoſtorem, Reique publicæ pernicioſum. Et ut verum fatear, ſi de illa Aſtrologia ſit ſermo, quæ olim à Chaldæis, Ægyptiis, Arabibus, aliisque infidelibus corrupta, ad impios* Aſtrologia.

Chriſtianos fuit propagata, tota non ſolùm vana, ſed impia etiam eſt, meritòque & olim ab Imperatoribus, & nunc ab Eccleſia Catholica proſcripta: ſi verò de altera illa, quæ nunc ab imperitis, & Mathematicorum nomine palliatis tractatur, totaq́; in variarum rerum prædictione Calendariis in ſcripta conſiſtit, tota futilis ac mendax eſt, & Aſtrologiæ nomine prorſus indigna. Præſtaret igitur, aut fusè atque ex fundamentis de tota hac materia pertractare, (quod multi jam præſtiterunt) ut verum à falſo, inane à ſolido diſcerneretur, aut illam penitus præterire. Ut tamen videant Tyrones, quibus nitantur fundamentis Aſtrologaſtri illi, paucula quæ ſequuntur, dare volui.

CAPUT I.

De Aſtrologiæ natura, & partibus, ex mente Aſtrologorum.

ASrrologos hîc voco, non imperitos illos de turba Calendariographos, ſed qui Mathematicis ſcientiis bene inſtructi, prædictionibus Aſtrologicis plùs æquo ſunt addicti. Hi de Aſtrologiæ natura & partibus ſentiunt ut ſequitur.

Aſtrologia quid ſit, & quæ ejus partes, ex Aſtrologorum ſententia.

Aſtrologia, inqoiunt, quæ Prognoſticatrix, Judiciaria, ſeu Divinatrix dicitur, eſt ſcientia, quæ phyſicis rationibus, & repetitis ſæpe experientiis, vires & effectus ſtellarum, quibus ſympathiâ quâdam in elementis, elementatiſq; corporibus mutationes excitant, accuratè ſcrutatur, & quomodo inde temperamenta, & inclinationes in corporibus hominum, mutationes auræ, & ſimilia, tanquam effectus cœleſtium cauſarum prævideri ſeu prognoſticari poſſint, docet.

Aſtrologia Introductoria.

Dividunt Aſtrologiam in duas partes, Introductoriam, & Exercitatoriam. *Introductoria* eſt, quæ verſatur circa principia judiciorum, quæ ſcilicet ſint naturæ, vires, & qualitates planetarum, & reliquorum ſiderum, nec non etiam partium cœli, & quæ eorum omnium inter ſe commixtiones, & habitudines. *Exercitatoria*, ſeu Operatoria eſt, quæ ex his principiis futuros rerum eventus indicat, ac prænuntiat.

Aſtrologia Exercitatoria.

Exercitatoriam ſubdividunt in quatuor alias partes. *Prima* eſt de univerſi mundi ſtatu, utpote de principiis, mutationib. & excidiis urbium, imperiorum, & monarchiarum, ubi, & quando pax, bellum, ſectæ, peſtilentiæ, terræ motus, & diluvia contingant, aliaq́; ſimilia. *Secunda* eſt de mutationibus aëris, ut de tempeſtatibus; de æſtuoſis, ſerenis, humidis, frigidis aëris conſtitutionibus; de his quæ inde conſequuntur, ut ſunt ſalubritas, peſtilentia, annonæ copia vel penuria, terræ motus, inundatio, &c. Et potiſſimùm colligit atque prædicit ex luminarium deliquiis, reverſione Solis ad æquinoctialia & Solſtitialia puncta, noviluniis, cæteriſque planetarum & fixarum ſtellarum configurationibus, cometis, aliiſque quæ in ſublimi apparent. *Tertia* eſt de genituris, & verſatur circa privatam cujuſcunque hominis vitam, quoad ſtatum corporis, quoad fortunam, & quoad conditiones reliquas hominis, diciturq; Genethliaca, ea ſiquidem hominũ temperamenta, & quæ inde ſequuntur, qualia ſunt inclinationes ad virtutes, ad vitia, ad litterarum ſtudia, deinde mores, morbi, caſus, & alia hujus generis, quæ contingenter homini evenire poſſunt, naturalibus conjecturis judicat, nec rarò cum libertatis humanæ præjudicio, & inſigni contra Deum & homines injuria. *Quarta* eſt de initiis operum, actionum, rerum, ægritudinum, de electionibus temporum ſingulis rebus convenientium, in commodum Agriculturæ, Navigatoriæ, ac Medicæ.

Hæ ſunt Aſtrologiæ partes, juxta ſenſatiores Auctores. Quibus tamen olim Chaldæi, Arabes, Judæi, aliiq; inculti & impii, & noſtris etiam temporibus non pauci æquò divinandi cupidiores, multa inania delitamenta immiſcuerunt, ut puta ſortes ſeu omnium rerum partes, decurias, ſeu ſignorum facies, & ſimulacra quæ cum his cooriri dicunt, duodenarias, novenarias, fridarias, gradus lucidos, tenebroſos, fumoſos, vacuos, maſculinos, fœmininos, horas planetarias, & alia non minùs ridicula, quàm impia.

CAPUT II.

De Aſtrologiæ judiciariæ principiis, ex Aſtrologorum mente.

PRincipia, quæ Introductoria Aſtrologia Operatrici præp[illegible], ſunt, quòd cœlum & aſtra in hæc inferiora [illegible], per influentias; & quòd influentiarum vis, augmentum, decrementum, & varietas omnis pendeat à cœlorum ac ſtellarum ſitu, diſtantia, configuratione, congreſſu, digreſſione, aliiſque ſimilibus. In particulari autem hæc dicunt.

Aſtrologiæ judiciariæ principia, ex Aſtrologorum ſententia.

§. I.

De ſignorum Zodiaci varia diviſione, qualitate, & dominio in certa Orbis loca, ex mente Aſtrologorum.

Zodiaci ſignorum varia diviſio, ex mente Aſtrologorũ.

ZOdiaci ſigna, de quibus lib. 7. actum, variè dividuntur ab Aſtrologis. I. In quatuor quadrantes, correſpondentes quatuor añi tẽpeſtatib. quatuor hominis ætatib. quatuor humani temperamenti humoribus, & quatuor mundi plagis convenientes. Primus quadrans, cõtinens ♈, ♉, ♊, dicitur vernalis: eſt inſtar veris calidus, & humidus, ſanguineus, & puerili ætati conveniens. Secundus, continens ♋, ♌, ♍, dicitur æſtivalis, eſt calidus, & ſiccus, cholericus, & juvenali ætati conveniens. Tertius, continens ♎, ♏, ♐, dicitur autumnalis, eſt frigidus, & ſiccus, melancholicus, & virili ætati conveniens. Quartus, continens ♑ ♒ ♓, dicitur hyemalis, eſt frigidus, & humidus, phlegmaticus, & ſenili ætati congruens.

II. In ſigna mobilia, fixa, & cõmunia. Mobilia ſunt, ♈ ♎ ♋, & ♑, quia in illis exiſtente Sole contingunt mutationes quatuor añi temporum, nempe ver & autumnus in ♈ & ♎, æſtas & hyems in ♋ & ♑. Fixa ſunt ♉ & ♌, ♏ & ♒,

quia

quia in illis exiſtente Sole firmatur ſtatus temporum prædictorum, fit enim tempus in ♉ temperatius, in ♌ ardentius, in ♏ aridius, in ♒ humidius. Communia ſunt ♊ & ♍, ♐ & ♓, quia ſunt media & velut communia inter mobilia & fixa, & Sole in illis exiſtente tempus ab utroque extremo participat.

III. In ſigna maſculina, & diurna, ac proinde calida, quæ ſunt ♈, ♊, ♌, ♎, ♐, ♒, atque in fœminina, & nocturna, ac proinde frigida, quæ ſunt ♉, ♋, ♍, ♏, ♑, ♓.

IV. In ſeptentrionalia, & meridionalia. Illa ſunt ♈, ♉, ♊, ♋, ♌, ♍, quia ſunt in medietate boreali Zodiaci: hæc ♎, ♏, ♐, ♑, ♒, ♓, quia ſunt in auſtrali ſeu meridionali medietate.

V. In recta & tortuoſa. Recta ſunt, quæ in ſphæra obliqua aſcendunt rectè, id eſt, cum majori arcu Æquatoris, quàm Eclipticæ, & ſunt ♋, ♌, ♍, ♎, ♏, ♐. Tortuoſa ſunt, quæ in ſphæra obliqua aſcendunt obliquè, id eſt, cum minori arcu Æquatoris, quàm Eclipticæ, & ſunt ♑, ♒, ♓, ♈, ♉, ♊.

VI. In antiſcia, vel ſeſe intuentia, ejuſdemque inter ſe potentiæ, ita dicta, quia ſunt in iiſdem parallelis, & æquali ſpatio à punctis tropicis diſtant, ideoque dum Sol illa percutrit, efficit dies dieb. noctes noctibus, horas horis æquales. Sunt autẽ ♊ & ♋, ♉ & ♌, ♈, & ♍, ♓ & ♎ ♒ & ♏, ♑ & ♐, Hæc autem intelligenda ſunt non ſolùm de integris ſignis, ſed etiam de eorum partibus ſeu gradibus æqualiter ab æquinoctiali diſtantibus, ut ſunt 2. gradus ♊ & 28. ♋, item gr. 14 37 ♍, & grad. 15. 23 ♈.

VII. In ſigna odioſè ſe intuentia, cujuſmodi ſunt quæ quadrato aſpectu ſe mutuò intuentur.

VIII. In imperantia, & obedientia. Hæc ſunt quæ æqualiter diſtant ab Æquatore, & ſunt in iiſdem parallelis, ſed imperantia ſunt in æſtiva & boreali parte cœli, in qua Sol facit dies majores noctibus; obedientia verò ſunt in hyberna & auſtrali cœli parte, in qua Sol facit dies minores noctibus. Hæc aliqui vocant concordantia in itinere, & ſunt ♈ & ♎, ♉ & ♏, ♋ & ♑, ♌, & ♒, ♍ & ♓.

IX. In ſigna conjuncta & inconjuncta. Conjuncta ſunt, quæ aliquo modo inter ſe aſſociantur, cujuſmodi ſunt ſe intuẽtia, imperantia, obedientia, & quæ in aliquo aſpectu inter ſe ſunt, nempe trino, quadrato, ſextili, oppoſito. Inconjuncta ſunt, quæ nullo horum modorum inter ſe conveniunt, & hæc dicuntur aliena, & verſa.

X. In ſigna ignea, calida, & ſicca, quæ ſunt ♈, ♌, ♐, in terrea, frigida, & ſicca, quæ ſunt ♉, ♍, ♑, in aërea, calida, & humida, quæ ſunt ♊, ♎, ♒: in aquea, frigida, & humida, & ſunt ♋, ♒, ♓.

Præterea ſigna bicorporea ſunt ♊, ♍, ♐, ♓: quadrupedia ♈, ♉, ♌, ♐, ♑: prolifica ♋, ♑, ♓: ſterilia ♊, ♌, ♍: humana ♊, ♍, ♒, & prior medietas ♐: fetalia ♌, & ultima pars ♐: venenoſa ♏, & ſerpentis ſtellæ fixæ; mutilata ♉, & caput Meduſæ: Aquatica Delphinus: vincta Cepheus, Andromeda: ducalia Corona auſtralis & borealis: naufraga Argus, & Navis,

Hîc texunt longum catalogum provinciarum, civitatum, & locorum duodecim Zodiaci ſignis ſubjectorum: quem vide apud Argolum lib. 3. Aſtronomic. præfixo Ephemeridibus ſuis,

§. I.

De planetarum natura, viribus, qualitatibus, aliiſque paſſionibus ſeu accidentibus, ex Aſtrologorum ſententia.

Planetarum natura & qualitates, ex Aſtrologorum ſententia.

HActenus de ſignis Zodiaci ex Aſtrologorum mente, nunc de ſeptem vulgaris planetis, quorum naturam, vires, ac paſſiones ex multis capitibus deſumunt Aſtrologi.

Planetarum qualitates.

I. *Natura & vires planetarum juxta primas qualitates. Sol*, inquiunt, eſt moderatè calidus, & paululùm ſiccus, id eſt, vim calefaciendi, & leniter exſiccandi habet. *Luna* eſt humida, quia cùm ſit terræ proxima, plùs quàm cæteri planetæ in illam ſuo lumine agens, & humores elevans, humectat aërem, & ſubjecta corpora. Habet tamen etiam aliquam calefaciendi vim, propter lumen & calorem à Sole acceptum. *Saturnus* eſt frigidus, & parum ſiccus, quia longiſſimè à Sole diſtans, debiliter ejus radios ſuſcipit, ideoque parum calefacit, quòd eſt reſpectu noſtri frigefacere, & maximè ab humidis terræ vaporibus diſtans, parum illos comprimit exiguo ſuo calore, quod eſt reſpectu noſtri ſiccare. *Jupiter* eſt calidus & humidus temperatè, ob idque fœcundus, quia medius eſt inter Saturnum minimè, & Martem maximè calidum: cùm autem magnam molem habeat, & plurimum luminis, attrahit vapores, & humectat, ſed non adeo multos, quia à terra valde diſtat. *Mars* immoderatè calidus & ſiccus eſt, quia Soli proximus eſt, & denſam ſubſtantiam, igneumq; calorem habet, ob idque attractos ab aliis ſtellis vapores diſſipat & conſumit. *Venus* calida eſt & humida, quia & Soli vicina, & terræ, magnamque habens molem plurimos è terra vapores attrahit, quibus aër refrigeratur, & ejus calor minor redditur. *Mercurius* verſatilis naturæ, & anceps eſt, aliquando ſiccus, propter Solis vicinitatem, interdum humidus, propter Lunæ ac terræ propinquitatem.

Ex his deducunt, Jovem & Venerem, cùm temperatè ſint naturæ, eſſe beneficos, & fortunatos, ſed Jovem magis quàm Venerem, ideoq; illum fortunam majorem, hanc vocant minorẽ. Luna parum benefica, & fortunata judicatur, ob caloris paucitatem, & humidi exuberantiam: plena tamen magis benefica eſt. Saturnus & Mars exitiales ſunt & malefici, ille ob nimiam frigiditatem, hic ob nimium calorem. Sol & Mercurius ancipitis & mediæ naturæ judicantur, boni cum bonis conjuncti, mali cum malis.

Planetarum conditiones.

II. *Qualitas ſeu conditio planetarum.* Hæc in eo conſiſtit, quòd alii dicuntur diurni, quia de die operationes ſuas maximè exerunt, ut eſt Sol, alii nocturni, quia de nocte, ut eſt Luna. Reliqui qui ſequuntur naturam Solis, ut Jupiter & Saturnus, ſunt diurni: unus quidem beneficus, alter maleficus, qui verò naturam Lunæ, ut Venus & Mars, ſunt nocturni, illa ſalutaris, hic pernicioſus. Mercurius eſt anceps, modò diurnus, modò nocturnus.

Planetarum ſexus.

III. *Planetarum ſexus.* Planetæ potentiores dicuntur maſculi, debiliores fœminæ. Maſculi ſunt ♄, ♃, ♂, ☉, quia calor eorum humido dominatur: ☽ & ♀ fœminæ ſunt, quia calor ab humido ſuperatur.

Planetarum paſſiones.

IV. *Paſſiones planetarum reſpectu ſuorum orbium tam excentricorũ, quàm epicyclorũ.* Aſcendentes in excen-

excentrico ſunt, quando ab ima abſide ſeu perigæo pergunt ad ſupremam ſeu apogæum: deſcẽdentes, quando ab apogæo pergunt ad perigæũ. Simili modo dicuntur aſcendentes ac deſcendentes in epicyclo. In apogæis cenſentur eſſe puriores, & feliciores, quia primæ ſphæræ ſunt propinquiores: in perigæo deteriores, ſed robuſtiores, quia paſſo propiores. In Luna tamen contrarium contingere cenſetur. Reſpectu eorundem orbium dicũtur tardi, veloces, retrogradi, ſtationarii, directi, ut explicavimus *lib.* 8. Præterea dicuntur matutini, & veſpertini, ut ibid. diximus.

Planetarum dignitates. V. *Dignitates planetarum.* Hæ ſunt Domus, Exaltatio, Triplicitas, Terminus, Carpentum, Perſona, Gaudium. *Domus* eſt locus in quo planeta velut in domo ſua dominatur magis, & potẽtiorem ſe exhibet; cujuſmodi ſunt reſpectu Saturni ♑ & ♒, Jovis ♐ & ♓ Martis ♈ & ♏, Solis ♌, Veneris ♉ & ♎, Mercurii ♊ & ♍, Lunæ ♋. Arabes unicuique attribuunt unam domum diurnam, alteram nocturnã. Oppoſita loca vocantur Detrimenta planetarum, quia in illis minuuntur viribus. *Exaltatio* ſeu Altitudo eſt locus in quo planeta cauſat maximam in ſublunaribus mutationem; cujuſmodi ſunt reſpectu Solis ♈, Lunæ ♉, Saturni ♎, Jovis ♋, Martis ♑, Veneris ♓, Mercurii ♍. Oppoſita loca vocantur Dejectiones, ſeu Caſus planetarum. *Triplicitas planetarum* eſt dominium eorum in aliquo ſignorum trigono. Dividuntur enim ſigna Zodiaci in quatuor triangulos ſeu trigonos, igneum, aëreum, aqueum, terreum; quorum quilibet continet tria ſigna trigono aſpectu ſe intuentia. Trigonus igneus terminatur angulis ſuis ad tria ſigna ignea, maſcula, diurna. nempe ♈, ♌, ♐; aëreus ad aërea, maſcula, diurna, ♊, ♎, ♒: aqueus ad aquea, fœminina, nocturna, ♋, ♏, ♓: terreus ad terrea, fœminina, nocturna, ♉, ♍, ♑. Ignei trigoni dominium ſortitur Sol & Jupiter, maſculi & diurni planetæ; & Sol quidem interdiu, Jupiter noctu primum locum obtinet: Aërei dominium habet Saturn[9], & Mercurius, ille die, hic nocte: Aquei Mars, qui die Venerem, nocte Lunam aſſumit ſocios: Terrei Luna & Venus, illa nocte, hæc die. *Termini* ſunt certi gradus in ſignis, in quibus planetæ maximam prærogativam obtinent. Hos aliter Chaldæi aliter Ægyptii definiunt. *Carpentum* planetæ eſt omnium nobiliſſimus ejus locus, in quo nimirum duæ aut plures dignitates ex prædictis conveniunt: tunc enim eſt quaſi in carpento ſeu ſolio ſuo collocatus, & operandi facultate maximè augetur. Carpẽtum Saturni eſt ♒, Jovis ♐, Martis ♏, Solis ♌, Veneris ♉, Mercurii ♍, Lunæ ♋. *Perſona* planetarum eſt locus, in quo eo modo cũ Sole aut Luna configurantur, quo domus ipſorum cum luminarium domibus, ita tamen, ut ad Solem occidentales, ad Lunam verò orientales ſint. Arabes vocant Almugeam; vulgares Aſtronomi, videre facie ad faciẽ. In almugea igitur ſeu perſona Solis dicitur planeta, cùm à Sole tot ſignis diſtat, quot à ♌ prima ejus domus, quæ ſubſequitur ſecundùm ſucceſſionem ſignorum diſtat, &c. *Gaudium* planetæ eſt, quando non in propriis locis, ſed in amicorũ dignitatibus verſatur.

Planetarum aſpectus. VI. *Aſpectus & Radiatio planetarum*, quid & quotuplex ſit, & quibus exprimantur ſignis, diximus lib. 7. c. ultimo. Horum aſpectuum quadrat[9] cenſetur imperfectæ inimicitiæ; oppoſitio, perfectæ; trinus, perfectæ amicitiæ; ſextilis, imperfectæ, conjunctio benefica, vel malefica, prout planetæ ſunt amici aut inimici.

Inter radios, quibus ſe mutuò feriunt planetæ, alii ſunt dextri, qui nimirum tendunt contra ordinem ſignorum, ut Leonis in Taurum; alii ſiniſtri, qui ſecundùm ſignorum ordinem tendunt. Dextri ſunt ſiniſtris validiores.

Aſpectus alius eſt partialis, ali[9] platicus. Partialis eſt, quando planetæ (aliævè ſtellæ) tot præcisè partibus diſtant, quot requiruntur pro aſpectu formando, ut pro ✱ gr. 60, pro □ 90, pro △ 120, pro ☍ 180. Platicus eſt, quando non diſtant præcisè tot gradibus, ſed paucioribus, aut pluribus, ita tamen ut non excedant quantitatem luminis ſuorum orbium; tunc enim licèt radius unius non incidat in centrum alterius, incidit tamen intra lumen ejus orbis. Platicus aſpectus dividitur in Applicationem, & Separationem ſeu Defluxum. Applicatio eſt, quando planeta velocioris curſus, ſive levior, accedit ad alium tardioris motus, & ponderoſiorem. Defluxus eſt, quando planeta velocioris motus, ſeparatur ſeu recedit à planeta tardioris motus. In his applicationibus & defluxibus conſideratur ab Aſtronomis luminis tranſlatio, redditio, collectio, prohibitio, delatio, perturbatio, abſciſſio, obſeſſio, pulſatio, feralitas, refrænatio, vacuitas, receptio, & alia neſcio quæ. *Aſpectus planetarum partialis & platicus.*

Planetarum ſtatus reſpectu Solis. VII. *Planetarũ ſtatus reſpectu Solis.* Dicuntur n. ſuperiores, inferiores, orientales, occidentales, cõbuſti, aucti & minuti lumine, ſub radiis, in centro Solis. Superiores ſũt ♄, ♃, ♂; inferiores reliqui, ut conſtat ex dictis lib. 7. & 8. Cõbuſti dicuntur, quando diſtant à ſole minùs medietate ſuorũ lucis orbium, tã antè, quàm pòſt; qui orbes in diverſis diverſi ſunt. Sub radiis ſunt, quãdo non diſtant minùs gr. 17. In corde Solis ſunt, quando diſtant aggregato ſemidiametrorũ ſolaris diſci, & planetæ, id eſt, ad ſummum min. 19′. Orientales ſunt Saturnus, Jupiter, Mars, quando præcedunt Solẽ à conjunctione cum eo uſque ad oppoſitionem: Occidentales, quando Solem ſequuntur ab oppoſitione uſq; ad conjunctionẽ. Venus & Mercurius ſunt orientales, quando Solẽ præcedunt in medietate ſecunda epicycli; occidentales, quãdo eũ ſequuntur in medietate prima. Luna eſt orientalis ab oppoſitione ad conjunctionẽ, occidentalis, à conjunctione ad oppoſitionẽ. Aucti lumine ſunt, cùm recedunt à Sole, vel Sol ab illis, minuti quando accedunt ad Solem, vel Sol ad illos.

Planetæ ad ſe invicem collati. VIII. *Planetæ ad ſe invicem collati.* Elevati dicuntur ſupra alios, primò quando ſunt in apogæo epicyclorum, aut excentricorum: ſecundò, quando ſunt in plaga boreali Zodiaci: tertiò, quando accedunt magis ad meridianum loci alicujus, &c.

CAPUT III.

De varia cæli diviſione in duodecim Domos cæleſtes.

Domus cæleſtes ſecundum Aſtrologos. Cœlum totum, ut lib. 7. vidimus, ope Meridiani & horizontis, dividitur in quatuor quadrantes; quorum primus eſt ab horizonte ortivo uſque ad medium cœli ſeu Meridiani ſemicirculum diurnum; ſecundus à medio cœli uſque ad horizontem occiduum, tertius ab occiduo horizonte uſq; ad imum cœli, ſeu Meridiani; ſemicirculũ nocturnũ, quartus ab imo cœli uſq; ad horizontẽ ortivũ. Cœli ſic diviſi medietas ab

imo cœli uſque ad medium, dicitur medietas aſcendens; altera à medio cœli uſque ad imum, medietas deſcendens.

Aſtrologi ſubdividunt ſingulos quadrantes in ternas partes, ope circulorũ, per puncta ſectionis communis Meridiani & Horizontis ductorum; ſicque diſpeſcunt cœlum totum in 12 partes, quas Domos cœleſtes, Dodecatnoria, & Manſiones appellant; quarum ſex conſtituunt in hemiſphærio ſupero, totidemque in infero. Prima domus incipit ab Horizonte ortivo, eamque ſequuntur reliquæ verſus imum cœli ſecundum ſucceſſionem ſignorum, ita ut quarta incipiat à Meridiani parte ima; ſeptima ab Horizonte occiduo; decima à ſuperiori Meridiani parte; duodecima finiatur in Horizonte ortivo. Omnibus his 12 domibus indiderunt peculiaria nomina, deſumpta ab effectibus quos ſidera in illis conſtituta producunt reſpectu cujuſque loci.

Prima igitur domus vocatur Orientis Cardo, Cuſpis, Angulus orientis, Aſcendẽs, Vita, Horoſcopus. Secunda, Succedens primæ ſive Horoſcopo, Inferna porta, Spes, Lucrum, Anaphora Græcis. Tertia, Cadens ab Horoſcopo, Dea, Fratres. Quarta, Imum cœlum, Angulus terræ, Cardo ſeu Cuſpis mediæ noctis, Parentes Hypogæum. Quinta, Succedens quartæ ſeu angulo terræ, Bona fortuna, Filii, Veneris gaudiũ. Sexta, Cadens ab Imo cœli, Mala fortuna, Valetudo, Martis gaudiũ. Septima, Cardo, vel Cuſpis, vel Angulus occidentis, Occaſus, cõjux. Octava, Succedens ſeptimæ ſeu Angulo occiduo, Superna porta, Mors, Kataphora Græcis. Nona, Cadens ab occaſu, Deus, Religio, Solis gaudium, Decima, Cardo, vel Cuſpis, vel Angulus Meridiei, Medium cœli, Regnum, Meſurania Græcis. Undecima, Succedens decimæ, ſeu Medio cœli Bonus dæmon, ſeu Bonus genius, Jovis gaudium. Duodecima, Cadens à Medio cœli, Malus Dæmon, Saturni gaudium.

Quatuor itaque quadrantum cœli primus, inchoatus ab Horizonte ortivo verſus Mediũ cœli progrediendo, continet Domũ 12, 11, & 10; vocaturque quadrans orientalis, maſculinus, vernalis puerilis, ſanguineus, Secundus à Medio cœli uſq; ad occidentẽ, continet Domum 9, 8, 7; & dicitur quadrans meridionalis, fœmininus, æſtivꝰ, juvenilis, cholericus. Tertius ab Occidente uſque ad Imum cœli, continet Domum 6, 5, 4; diciturque quadrans occidẽtalis, ſenilis, autumnalis, melancholicus, frigidus & ſiccus. Quartus ab Imo cœli ad Orientem, continet Domum 3, 2, 1; diciturq; quadrans ſeptentrionalis, hyemalis, phlegmaticus, decrepitus.

Inter 12 domos, ut vidimus, aliæ dicuntur cardinales ſeu primariæ, quòd reliquarũ ſint principales, & in ſignificatione fortiores: aliæ ſuccedentes ſeu ſecundariæ, quia ſecundum locum tenent in ſignificationibus: aliæ denique cadentes, quia in ſe nullam ferè ſignificationis vim habent, unde & pigræ ac dejectæ appellantur. Cardinales ſeu angulares domus ſunt 1, 4, 7, 10. Prima vocatur Horoſcopus, Oriens, Aſcendens: quarta Imũ cœli: ſeptima Angulus occidentalis: decima Medium cœli, Culmen cœli, domus regia. Succedentes ſunt 2, 5, 8, 11, & vocantur Anaphoræ. Cadentes ſunt 3, 6, 9, 12, & appellantur Cataphoræ.

Quoad modum porrò dividendi cœlum totũ in prædictas domos, non conveniunt Aſtrologi: *Domorum cœleſtium diviſio.* alii enim Signiferum, alii Æquatorẽ, alii Verticalem primarium, alii Parallelum per gradum Eclipticæ orientem Meridiano circulo interceptum in dividendo cœlum, aſſumunt, eumque in 12 æquales partes dividunt circulis ſex per diviſionum prædictarum puncta, & communes ſectiones Meridiani cum Horizonte ductis; qui ob id circuli domorum cœleſtium appellantur. Ex quo ſequitur, duodecim cœli domicilia non eſſe apud omnes eadem, & quæ uni collocant in una domo, alios collocare in alia. Communiter tamẽ omnibus poſt Regiomontanum placet modus ab ipſo conſtitutus; qui ab Horizonte ortivo exortus, progrediensque per hemiſphærium ſubterraneum, dividit totum Æquinoctialem in 12 æquales partes, ac per ſingulas diviſiones, perque prædictas communes interſectiones, ducit ſex circulos, uſque Zodiacum, & cœlum univerſum dividit in 12 explicatas hactenus domos, numerando inter ſex illos circulos etiam Horizontem & Meridianum cujuſque loci. Dividitur autem hac ratione cœlum in partes 12 inæquales, eò quòd Verticalis circulus inæqualiter dividatur; eoq; fiunt inæqualiores hujuſmodi partes, quo obliquior fuerit Sphæra. In ſphæra tamen recta omnes ſunt æquales, qua Æquator coincidit cum Verticali. Hunc modum dividendi vocant Rationalem, eò quòd omnibus aliis videatur eſſe rationabilior. Inſpice ſequentem Tabellam.

Tabula complectens ordinem, appellationes latinas & græcas, cum ſignificationibus Domorum cœleſtium.

Ordo.	Nomina Latina & Græca			Significatio.
1	Cardo Orientis.	ὡρόσκοπος, ἀνατολὴ	Horoſcopꝰ. Aſcendẽs	Vita.
2	Succedens prima.	ἀναφορά,	Inferna porta.	Spes, Lucrum.
3	Cadens prima.	Θεά.	Dea.	Fratres.
4	Cardo Imi cœli.	ὑπόγειον.	Angulus terræ.	Parentes.
5	Succedens ſecunda.	ἀγαθὴ τύχη.	Bona fortuna.	Liberi.
6	Cadens ſecunda.	κακὴ τύχη.	Mala fortuna.	Valetudo.
7	Cardo Occidentis.	δύσις	Occaſus.	Conjux.
8	Succedens tertia.	ἐπικαταφορά.	Superna porta.	Mors.
9	Cadens tertia.	Θεός.	Deus.	Religio.
10	Cardo Medii cœli.	μεσουράνια.	Medium cœli.	Regnum, Officia.
11	Succedens quarta.	ἀγαθοδαίμων.	Bonus dæmon.	Benefacta, Amici.
12	Cadens quarta.	κακοδαίμων.	Malus dæmon.	Carcer, Inimici.

CAPUT IV.

De erectione Thematis ſeu Figuræ cœleſtis pro quovis tempore dato.

Thema cœleſte erigere.

THema cœleſte, aut Figura cœleſtis, nihil aliud eſt quàm figura plana repræſentans, ad quodlibet momentum temporis datum, poſitum ſeu conſtitutionem duodecim domorum cœleſtium, ex qua cognoſcitur uno intuitu, quodnam Eclipticæ punctum ſit aſcendens in Horizonte, quod in Medio cœli ſeu Meridiano, &c: & quænam ſigna, ſtellæ, ac planetæ ſint in qualibet domo, eo momento, quo quis naſcitur, in morbum incidit, negotium aggreditur, quo fit æquinoctium, &c: Figura ſolet exhiberi vel in circulo certis arcubus ac lineis diviſo, vel in figura rectilinea, prout in appoſito ſchemate apparet, in cujus medio ſcribitur Annus, Menſis, Dies. Hora cum Minutis ante vel poſt Meridiem, ad quod erigitur thema. Deinde quæruntur Domorum Cuſpides, ſeu gradus & minuta Eclipticæ quæ ſunt in earum initio, inſcribuntur gradus illi ac minuta, cum charactere ſigni. Demum inventis planetarum locis ad idem momentum, inſcribitur planetæ character cum gradu & minuto illius ſigni, in quo reperitur, ita tamen, ut ſi Cuſpis ſeu initium domicilii habuerit de illo ſigno plures gradus, quàm planeta, tunc planeta ante Cuſpidem ſcribatur, ſi autem pauciores, ſcribatur poſt, ſecundùm ſucceſſionem ſcilicet in Zodiaco.

Videſis Iconiſm. K. Fig. 350

Thema erigere ex globo aſtronomico.

Modum inveniendi ad datum tempus Cuſpides Domorum, aliaq; Themati inſcribenda, docent Ephemeridum Scriptores in ſuis ád Ephemerides Introductionibus, inter quos eſt Maginus, Argolus, Origanus, Stadius, & alii.

Modus ex ſphæra ſeu globo cœleſti idem inveniendi, tametſi non ita accuratè, facilè tamen & citiſſimè, hic eſt. Statue globum ad latitudinem loci, applica locum Solis ad Meridianum globi, & Indicem horarium ad horam 12 (ſi ſcire vis ſtatum cœli juxta horas Aſtronomicas, ſi ovis eundem ſcire juxta Italicas, aut Babylonicas, debes applicare locum Solis Horizonti, occiduo aut ortivo, & indicem horæ 24, aut 1) circumduc globum donec index monſtret horam datam. Globo ſic ſtante, Horizon orientalis dabit initium primæ domus, occidentalis initium ſeptimæ, Meridiani ſemicirculus inferior initium quartæ, ſuperior initium decimæ: circulus poſitionum globi adjunctus poſitus ſupra gradum 30 æquatoris numeratum ab Horizonte ortivo verſus Meridianum ſuperum, dabit initium duodecimæ domus; ſupra grad. 60. initium undecimæ, &c. Domus inferioris hemiſphærii, aut colliguntur per diametros ſuperiorum, aut pro fine primæ domus. & initio ſecundæ, volvitur globus donec emergant grad. 30 ſupra Horizontem ortivum, &c. Planetarum loca quæruntur ex tabulis Aſtronomicis, & Ephemeridibus, & inſcribuntur ut dictum.

Monitio ad Lectorem.

MUlta ſupereſſent dicenda de revolutionib. annuis, de directionibus, de mutationibus aeris ac temporum, de præceptis obſervandis in Medicina, Agricultura, & Nautica, de quibus fuſiſſimè tractant Aſtrologi, ſed piget diutius immorari, cauſam ex ſequentibus intelliget Lector.

CAPUT V.

Quid ſentiendum de Aſtrologia judiciaria.

Aſtrologia judiciaria quo loco ſit habenda.

SUnt qui perſpecta Aſtrologorum quorundam aut ignorantia circa naturam atque effectus ſiderum, aut imprudentia in futuris ex eorundem inſpectione prædicendis, omnem Aſtrologiæ judiciariæ ſeu divinatrici, ut appellant, fidem derogent, eamque libris integris conſcriptis eliminare nitantur. Sunt alii qui eventuum quorundam ex aſtrorum inſpectione præcognitorũ, ac diu antè prænunciatorum experientia convicti, omnem indifferenter amplectantur, defendant, atque deprædicent. Utrique pari errore decipiuntur, innoxio tamen primi, pernicioſiſſimo poſtremi. Ego in quibus ab utriſque diſcrepem, ſequentibus declaro.

I.

Cœlum & aſtra agunt in hæc inferiora corpora. Eſt per ſe notum, nec ullus contradicit, cùm evidens omnibus ſit, agere ſaltem per lumen & calorem, & omnes experiantur, ex vario ſiderum aſpectu varias oriri mutationes in rebus ſublunaribus.

II.

Cœlum & aſtra agunt in ſublunaria.

Cœlum & aſtra non per ſolũ motum & lumẽ agunt in hæc inferiora, ſed per alias etiam virtutes, quas communiter influentias appellant Philoſophi. Probatur primò, quia non omnium effectuum quos à cœlo & aſtris pendere certò ſcimus, cauſa reddi poteſt ex ſolo lumine, nam multi contingunt etiam quando aſtra, à quibus dependent, ſunt infra horizontem, & nullum lumen producunt ibi, ubi effectus contingunt, ut eſt fluxus ac refluxus maris, qui fit à Luna etiam infra horizontem exiſtente, &c. Secundò, quia effectus qui Soli, Lunæ, Marti, aliisque planetis adſcribuntur, ſunt valde diverſi, & tamen lumen ipſorum non videtur eſſe adeo diverſum, cùm ſit in pleriſque lumen Solis, receptum à planetis, & reflexum in hæc inferiora, tametſi aliqui etiam aliunde lumen habere videantur, ut in Prodromo Mundi Mirabilis, & in ipſo Mundo Mirabili explicamus, ac probamus. Tertiò, quia lumen, ut lumen eſt, ſolùm illuminat, & aliquandò calefacit etiam, ergo ut ſidera tam diverſos effectus producant, debent præter lumen habere alias virtutes. Omitto alias rationes.

III.

Cœlum & aſtra non agunt per ſe in animam rationalem.

In animam rationalem, utpote ſubſtantiam ſpiritualem, & conſequenter in ejus actiones proprias & immediatas, cœlum & ſidera non habent influentiam, nec activitatem immediatam in ſe, & per ſe. Nam cùm cœlum & ſidera ſint corpora, non poſſunt habere ullam immediatam activitatem ſupra rem ſpiritualem in ſe, & per ſe. Sicut ergo nulla objecti propoſitio, nulla corporis affectio, nulla externa perſuaſio, aut violentia, poteſt nos cogere ut velimus interno & libero actu, quod velle nolumus, ita nec cœlorum influentiæ. Poſſunt quidem agere in corpus, & mediante corpore inclinare animam; at non poſſunt cogere liberam voluntatem.

IV.

Non poſſunt prædici ex aſtris infallibiliter futura, quæ ab humana pendent libertate. Patet ex præcedenti aſſertione. Quoties ergo in effectu qui prædicitur, includitur libera aliqua operatio voluntatis, vel mea, vel alterius, is nunquam eſt infallibiliter futurus ex vi ſtellarum.

V.

Aſtrologi quid poſſint & non poſſint prædicere. Aſtrologi qui novetunt ſiderum naturam, qualitates, & motus, ſive per experientiam propriam, aut alienã, ſive aliunde, ut ex revelatione divina, aut angelica, poſſunt prædicere effectus naturales circa aëris mutationes, etiam infallibiliter. Sequitur ex dictis, quia ſidera, ſive ſolitariè accepta, ſive cum aliis conjuncta, varias cauſant aëris mutationes, &c. uti experientiâ conſtat, ergo, &c. Hanc ſcientiam videtur infudiſſe DEUS Salomoni, qui: *Sapient.* 7. v. 17. & ſeqq. de ſe ait: *Ipſe (DEUS) enim dedit mihi horum, quæ ſunt, ſcientiam veram, ut ſciã diſpoſitionem orbis terrarum & virtutes elementorum, initium & conſummationem, & medietatem temporum, anni curſus, & ſtellarum diſpoſitiones, &c.* Eandem ſine dubio habuit etiam Adamus, cui omnes ſcientias à DEO infuſas fuiſſe aſſerunt Theologi Scholaſtici; & Moyſes ab Ægyptiis didicit, qui omni illorum ſapientia imbutus fuit, *Actor.* cap. 7. v. 22. nec dubium quin & Aſtrologiâ, quæ primas apud Ægyptios tenebat.

VI.

Aſtrologi communiter non poſſunt res futuras, quæcunque illæ ſint, certò præcognoſcere, & prædicere, niſi fortaſſe illa, quæ præcisè pendent ex motibus aſtrorũ, & configuratione ſiderum, ut ſunt eclipſes, & ſimilia. Probãt hoc alii multis rationib. ut quòd nõ poſſit haberi certa hora ortus infantis, civitatis, domus, navis &c. quorum figuram erigunt Aſtrologi, & horoſcopum indagant, quaſi verò uno momẽto naſcantur infantes, civitates &c. quòd ignorentur adhuc motus ſiderum & illorũ qualitates, & modus agendi, & effectus, &c. Sed his omiſſis, probatur aſſertio ex triplici capite. *Primò*, quia fundamẽta quibus oritur Aſtrologorũ prædictio, infirmiſſima ſunt, ridicula, & mõſtroſa, ut quòd ſigna Zodiaci alia ſint maſculina, alia fœminina, alia aliarum rationũ & appellationũ, ut vidimus cap. 2. quòd ſinguli planetæ habeãt domus proprias, exaltationes, trigona, carpenta, perſonas gerant, &c. ut vidimus eod. c. & cap. 3. *Secundò*, quia non poſſunt experimenta ſufficientia haberi ut cognoſcatur natura cujuſq; aſtri, & cujuſque ſigni, & gradus, ut poſſit determinari illorum natura, qualitas, efficacia, & effectus, vel in ſe, vel in hoc aut illo ſigno, & gradu, in hac aut illa cœli parte: nam ut experientiâ poſſimus affirmare hoc eſſe cauſam per ſe alicujus effectus, oportet non ſemel, aut iterum, ſed ſæpiſſime obſervaſſe quòd exiſtente hoc exiſtat illud, & non exiſtente non exiſtat, quæ tamen experientia haberi non poteſt, cùm non unica ſtella agat poſito aſtro in tali loco cœli, & in tali figuratione, ſed omnes ſtellæ aſtrum illud circumſtantes; neſcitur ergo an effectus ab illo ſolo aſtro oriatur, an ſimul ab aliis ſtellis, &c. *Tertiò*, quia olim quando Sol, & alii quilibet planetæ, erant in Leone, in Tauro, &c. & faciebant tales vel tales effectus, alia erat configuratio ſtellarum, & aliter planetæ reſpectu fixarum ſe habebant, à quibus nunc multis gradibus receſſerunt exiſtentes in Leone, Tauro, &c. ergo aphoriſmi antiquorum nunc non valent; quibus tamen Aſtrologi noſtri utuntur. Omitto multas alias rationes, quas fusè explicant Picus, Alexander ab Angelis, & alii contra Aſtrologos.

Corollarium.

Aſtrologia aut vana, aut incerta. EX dictis hoc cap. colligitur, non ſolùm aſtra nullam vim humanæ libertati inferre, nullamq; rebus imponere neceſſitatem, ſed ea quoq; quæ de hominum propenſionibus dicuntur, eſſe incerta; quæ de aëris mutatione, & annorum varietate, ſterilitate, abundantia prædicuntur, fluida, & facilè mutabilia.

EPILOGUS LIBRI X.

CUm igitur ex aſtris nihil præter levem conjecturam habere poſſimus, ſtultè agunt, & peccant, qui vide genituras inhiant, ſua & aliorum curioſitate inquirunt fata, & tam incertis rebus fidem habent: ſtultiùs agunt, & magis peccant, qui ſe res futuras ab hominum arbitrio pendentes certò poſſe prædicere dictitant. Sapienter ergo leges tam canonicæ, quam civiles, hujuſmodi Aſtrologos exagitant.

LIBER XI.

DE

CHRONOGRAPHIA, SEU TEMPORUM RATIONE.

PROOEMIUM.

Chronographia quid & quotuplex.

CHronographiam, hoc eſt, temporis diſtinguendi, ordinandi, ac ſupputandi rationem, recte Aſtronomiæ hactenus qua fieri potuit maxima brevitate explicatæ ſubnectimus, quoniam aſtra, præter uſus alios, in hunc etiam finem ſunt à DEO ter Opt. Max. deſtinata, ut dividant diem ac noctem, & ſint in ſigna & tempora, & dies, & annos, &c. *Geneſ c 1.v.14. Eſt autem Chronographia duplex: Aſtronomica, quæ tempus ut menſuram durationum à motibus cæleſtibus petitam conſiderat, ejuſque varietatem explicat, atque in ſuas aptè partes diſpeſcit: & Hiſtorica, quæ hanc ipſam temporum menſuram ab Aſtronomis ordinatam occomodat rebus in Mundo geſtis, & res quaſcunque ſuis, quibus patratæ ſunt, temporibus, & tempora rebus alligat. Primam ſolùm hic pertractamus, alteram ab inſtituto noſtro alienam prætermittimus. Ut verò in re prolixa admodum, & per ſe ſatis implexa, majori ordine procedamus, primò de tempore aſtronomico, deinde de politico, demum de eccleſiaſtico breviter agemus. Subjungemus deinde regulas Computum Eccleſiaſticum concernentes.*

PARS I.

De Tempore Aſtronomico.

Tempus aſtronomicum quid ſit, & quotuplex.

TEmpus eſt menſura durationis cujuſque rei, à motibus cæleſtibus deſumpta. Quos motus cæleſtes quoniam ad Aſtronomos ſpectat obſervare, ac in partes ad rerum durationem menſurandam aptas diſſecare, meritò Tempus aſtronomicum menſura prædicta nuncupatur. Tametſi verò quorumcunque corporum cæleſtium motus pro tempore, hoc eſt, pro durationis menſura aſſumi ab Aſtronomis potuiſſet, ac diſtingui tempus in Saturnium, in Ioviale, in Martiale, in Mercuriale, &c: placuit tamen Solem tantùm ac Lunam, utpote luminaria notiora, in eum finem adhibere. Hinc tempus aſtronomicum aliud ſolare ſit, aliud lunare. De utroque agemus.

CA-

CAPUT I.

De Tempore Aſtronomico Solari, ejuſque in horas, dies, & annos diſtributione.

Tempus aſtronomicum ſolare, duplex eſt.

TEmpus aſtronomicum ſolare, eſt motus Solis ab Aſtronomis quàm fieri poteſt accuratiſſimè conſtitutus, & in ſuas partes diſtributus. Et ſicuti duplex eſt motus Solis, verus ſcil. & medius, ita duplex eſt tempus aſtronomicum ſolare, verum ſcil. quod ad motus Solis veros, & medium, quod ad medios eſt computatum. Illud inæquale eſt, hoc æquale, quia motus Solis aut inæqualis eſt, aut æqualis, ut in Aſtronomia fuit dictum. Et quia menſuram ut aliarum rerum, ita & temporum, oportet eſſe æqualem & ſibi conſtantem, ideo tempus medium, non verum, ab Aſtronomis potiſſimum pro menſura durationum adhibetur.

§. I.

De Diebus naturalibus, & artificialibus.

DIviditur tempus ſolare in Dies, Menſes, & Annos: Dies iterum in Horas, Minuta, Secunda, &c.

Dies artificialis & naturalis quid ſit.

Dies ſolaris diſtingui ſolet in Naturalem, & Artificialem. *Dies artificialis* eſt mora Solis ſupra Horizontem, ſeu eſt ſpatium temporis quo Sol ſupra Horizontem moratur. Itaque incipit ab ortu Solis & finitur in occaſu. Ex quo patet quid ſit *Nox artificialis*, nimirùm mora Solis infra Horizontem.

Dies naturalis eſt una integra revolutio diurna ſeu quotidiana Solis circa Terram. Itaque dies naturalis conſtat artificiali die ac nocte integra. Hac de cauſa illud ſpacium temporis, quod nos diem naturalem dicimus, Græci appellant νυχθήμερον, aut ἡμερονύκτιον.

Alii definiunt diem naturalem, integram revolutionem Æquatoris, cùm tanto inſuper additamento, quàntum motui Solis proprio in Eclipticam interim retrocedenti reſpondet, uti explicavimus lib. 7 par. 3. cap. 10. Quæ additamenta cùm quotidie inæqualia ſint, ob cauſas ibidem dictas, ſequitur dies naturales omnes eſſe inter ſe inæquales: quos tamen Aſtronomi æquales reddunt, additamenta prædicta reddendo æqualia, & integris Æquatoris revolutionibus addendo. Itaque

Dies naturalis duplex.

Dies naturales duplices ſunt, Veri ſeu inæquales, & Medii ſeu æquales. Veri ſeu inæquales, qui etiam apparentes dicuntur, ſunt, quibus præter integram revolutionem Æquatoris accedunt additamenta vera, atq; in ipſo cœlo apparentia, id eſt, inæqualia. Medii ſeu æquales ſunt, quibus ultra Æquatoris integram revolutionem, adduntur additamenta media ſeu æqualia, ab Aſtronomis docendi causâ aſſumpta. Veri ſeu inæquales dies naturales ſunt in uſo quotidiano apud omnes populos. Et vulgò quidem putantur æquales, quia inæqualitas eorum eſt valde inſenſibilis, ſive bini quique proximi dies inter ſe comparentur, ſive unus ſolus ex breviſſimis ad unum ſolum ex longiſſimis: tametſi ſi multi dies ordine in una aliqua anni parte invicem juncti, comparentur cum totidem ordine junctis ex altera anni parte, ſatis evidens ſit differentia, quæ alicubi ultra horam excreſcit. Eſt & alia cauſa, cur omnes inter ſe æquales appareant, quia nimſinguli dividuntur in 24 partes ad ſenſum æquales, ope horologii rotati, quod qui dirigunt, ita diebus ſingulis protrahunt aut retrahunt, ut hora 12 horologii rotati congruat horæ 12 horologii ſolaris, aut hora 24 horologii rotati horæ 24 horologii ſolaris, ſive dies ab ortu Solis, ſive ab occaſu inchoetur. Medii ſeu æquales dies naturales Aſtronomis in uſu ſunt, qui ad eos tabulas motuum cœleſtium conſtruunt, eoſque ideo confingunt, ut illorum inæqualitatem reducant ad æqualitatem. Hinc motus cœleſtes ex tabulis deprompti cum cœlo non congruunt priùs, quam fiat reductio temporis æqualis ad inæquale, aut inæqualis ad æquale, modo quem iidem Aſtronomi præſcribunt.

Diei naturalis initium ab Aſtronomis à Meridiano ſumitur.

Initium diei naturalis ab omnibus Aſtronomis ſumitur à Meridiano circulo, & non ab Horizonte, niſi in Sphæra recta, ubi Horizon eſt alicubi Meridianus. Ratio eſt, quia Meridianus ubique locorum bifariam ſecat arcus diurnos & nocturnos Solis, & conſequenter bifariam dividit tam diem ac noctem naturalem, quam ac noctem artificialem: at horizon tantùm in Sphæra recta dividit æqualiter arcus diurnos & nocturnos Solis, dieſque & noctes prædictas, in ſphæris verò obliquis omnia illa valde inæqualiter dividit, & eò inæqualius: quò obliquior eſt Sphæra; adeo ut alicubi multis diebus aut noctibus Sol aut ſupra horizontem moretur, aut infra. Ut ergo terminus haberetur ſtabilis, & uniformis apud omnes, prætulerunt Aſtronomi Meridianum Horizonti.

Dies artificiales ubi ſint æquales, & ubi inæquales.

Dies artificiales in ſphæra recta ſunt perpetuò æquales noctibus, & inter ſe (phyſicè ſaltem) quia Horizon illius ſphæræ, à quo diei & noctis artificialis initium ſumitur, ſecat æqualiter omnes arcus diurnos Solis, nim. tam Æquatorē, quàm ejus Parallelos, ut ex dictis lib. 7. conſtat.

In ſphæra obliqua tantùm duo dies æquinoctiales ſunt æquales (phyſicè) interſe, & ſuis proximè adhærentibus noctibus, quando ſcilicet Sol ingreditur initium ♈ & ♎, quod in Kalendario reformato fit circa 21. Martii, & 23 Septembris. Præter hos duos dies, reliqui omnes totius anni ſunt inter ſe & noctibus inæquales. Et in parte quidem Septentrionali ſphæræ, ab æquinoctio verno uſque ad Solſtitium æſtivum, hoc eſt, ab initio ♈ uſque ad initium ♋: dies continuò creſcunt, & noctes decreſcunt, ideoq; dies ſiunt longiores noctibus: à Solſtitio verò æſtivo uſque ad æquinoctium autumnale, hoc eſt, ab initio ♋ uſque ad initium ♎, decreſcunt continuò, dies, ſemper tamen ſunt longiores noctibus. Ab æquinoctio deinde autumnali uſque ad Solſtitium hybernum, hoc eſt, ab initio ♎ uſque ad initium ♑, dies continuò adhuc decreſcunt, & ſiunt breviores noctibus: à Solſtitio verò hyberno uſque ad æquinoctium vernum, creſcunt quidem continuò dies; ſed ſemper breviores adhuc ſunt noctibus. Itaque præter dies æquinoctiales, in ſphæra obliqua omnes reliqui ſunt inæquales inter ſe, & noctibus. In parte auſtrali ſphæræ obliquæ omnia hæc in eadem proportione, ſed contrario modo ſe habent: nam quando borealibus dies creſcunt, auſtralibus decreſcunt, & è contrario. Cauſa horum omnium eſt, ſphæræ ſive Horizontis obliquitas; nam hic inæqualiter ſecat arcus diurnos & nocturnos Solis, & eò inæqualiùs, quò major

jor eſt ſphæræ ſeu Horizontis obliquitas, hoc eſt, quo major eſt elevatio poli ſupra Horizontem. Alias cauſas adſignavi in libro 7.

Dies artificiales in ſphæra parallela quanti ſint.

In ſphæra parallela tam dies quàm nox artificialis conſtat ſemeſtri, ideoque illa ſphæra toto anno unum ſolum diem naturalem habet. Hæc omnia patent ex inſpectione & vario ſitu ſphæræ materialis, & meliùs explicata ſunt in lib. 7 Quia tamen annua Solis orbita eſt excentrica, & apogæum eſt nunc in hemiſphærio boreali, eamq́; ob cauſam Sol diutiùs hæret in ſignis borealibus, quàm in auſtralibus, ut vidimus in lib. 8; ideo in ſphæra parallela boreali dies artificialis paulò longior eſt, quàm nox artificialis, atque adeo illa paulò longior, hæc paulò brevior ſemeſtri ſpatio. Taceo aliam cauſam inæqualitatis ex refractionibus deſumptam

Sunt & hæc notanda. 1. Exiſtente Sole in locis Eclipticæ æqualiter ab eodem puncto ſolſtitiali remotis, dies diebus, & noctes noctibus ſunt æquales. 2. Exiſtente autem Sole in locis Eclipticæ æqualiter ab eodem puncto æquinoctiali remotis, vel etiam in locis diametraliter oppoſitis, dies unius eſt æqualis nocti alterius. 3. Exiſtente Sole in duobus punctis æquinoctialibus verſus eandem partem remotis, dies & noctes unius ſunt æquales diebus & noctibus alterius.

In ſphæra recta tam dies quàm nox artificialis eſt perpetuò 12 horarum, in obliqua nunc major, nunc minor, quàm 12 horarum. Longitudo utriuſque innoteſcit per dimenſionem arcus diurni & nocturni, tribuendo gradibus 15 unam horã, & 15 minutis unum horæ ſcrupulũm &c. ut poſtea dicetur. Eſt autem *arcus diurnus*, arcus Æquatoris ab ortu Solis uſque ad ejus occaſum ab Horizonte ortivo emergens. Item arcus paralleli Solis quolibet die cum Æqoatore emergens. *Arcus nocturnus* eſt arcus Æquatoris aut paralleli ab occaſu Solis uſque ad ejus ortum infra Horizontem occiduum deſcendens.

Arcus diurnus & nocturnus quid ſit.

Annotationes.

PLurimi Auctores antiqui & moderni vocant ſpatium temporis quo Sol ſupra Horizontem moratur, diem naturalem, non artificialem, quia à natura, non ab arte dies ille efficitur: Spatium verò ex tali die, & ex nocte compoſitum, vocant diem civilem ſeu legitimam, quia leges & cives in numerandis diebus Magiſtratuum, contractuum, aliarumque actionum civilium, utuntur diebus compoſitis ex die & nocte. Auctores ſunt Cenſorinus, Gellius, Plinius, Macrobius, Gyraldus, Viucrus, Barocius, Origan⁹, Goclenius, Bullialdus, Herigonius, & Tirinus, *apud Ricciolum lib. 1. Almag cap. 24. Alii verò plurimi diem compoſitam ex die & nocte, vocant naturalem, eò quod natura diem integrum appetat, & circulationem perfectam intendat Diem verò ſimplicem vocant artificialem, eò quòd ſerviat artificibus, vel quod talium dierum diverſitas non niſi ſummo DEI artificio ſit facta, & artificialis ſphæra uſu addiſcatur. Ita ſentiunt* Abulenſis, Cornelius à Lapide, *& alii Interpretes cap. 1. Geneſis, item* Regiomontanus, Reiboldus, Stöeflerus, Orontius, Sacroboſcus, Neander, Maurolycus, Clavius, Maginus, Tycho, Longomontanus, Keplerus, Blancanus, Lansbergius, *& alii plurimi, quibus adhæret* Ricciolus *lo. cit.*

Dies ſolaris & dies primi Mobilis quomodo differant.

Ex dictis hoc capite & ſuprà lib. 7. conſtat, quæ ſit differentia inter diem naturalem Primi Mobilis, & Solarem. Ille enim eſt una revolutio integra Æquatoris; hic una revolutio integra Solis ad eundem Meridianum, vel Horizontem, à quo cœpit revolvi; quæ præter integram Æquatoris (aut cujuſcunque puncti ſtabilis in cœlo, & non retrogredientis, ſed ſolùm motu diurno moti) revolutionem, tantam partem de ſecunda Æquatoris revolutione requirit, quanta motui Solis proprio in longitudinem reſpondet; quæ ſi media ſumatur inter majores & minores partes, ſolet eſſe minus gradu ferè, ſeu temporis quatuor minutorum, tanta nimirum, quantus eſt motus diurnus medius Solis, cui nos ſupra lib. 8. in Theorica Solis §. 3. tribuimus 59.′ 8.″ 20.‴ ferè. Itaque uno die naturali Solari tranſeunt per Meridianum gradus Æquatoris 360. ac præterea 59.′ 8.″ 20.‴ ferè.

§. II.

De Horis æqualibus & inæqualibus, ac horarum Minutis.

DIes tam naturales, quàm artificiales, dividuntur ab Aſtronomis in Horas, & horarũ Minuta, ſive Scrupula. Horæ aliæ ſunt æquales, aliæ inæquales.

Horæ aliæ æquales, aliæ inæquales.

Horæ æquales ſunt 24ta pars diei naturalis, & Græcis vocantur *ἰσημεριναὶ*, Latinis æquidiales, ſeu æquinoctiales. Harum quatuor ſunt ſpecies, ſeu denominationes, propter quatuor diei naturalis diverſa initia apud diverſas gentes, ut diximus capite 3: nam aliæ vocantur horæ Babylonicæ, ſeu ab ortu Solis; aliæ Italicæ, ſeu ab occaſu Solis; aliæ Aſtronomicæ, ſeu à Meridie in Meridiem, aut à media nocte in mediam noctem; aliæ Europææ, ſeu à Meridie in mediam noctem, & à Media nocte in meridiem.

Horæ inæquales, ſeu Iudaicæ aut antiquæ.

Horæ inæquales ſunt 12ma pars diei aut noctis artificialis. Hæ vocantur Græcis *καιρικαί*, Latinis Temporales; hoc eſt, cum tempore mutabiles, quia nunc longiores, nunc breviores ſunt, ut poſtea dicetur. Vocantur etiã Judaicæ & Antiquæ, quia iis uſi fuerunt olim Judæi, ut ex S. Scriptura etiam liquet, & omnes ferè antiqui, qui quemlibet diem artificialem, & quamlibet artificialem noctem, ſeu breves illæ forent, ſeu longæ, dividebant in 12 partes æquales, incipiendo ab ortu & ab occaſu Solis. Quoniam igitur extra ſphæram rectam dies ſunt valde inæquales noctibus, & inter ſe, ut vidimus §. præcedente; ideo & iſtas horas notabiliter inæquales eſſe oportet; non quidem ejuſmodi diei horas inter ſe comparando, (hæ enim æquales ſunt, utpote duodecimæ illius partes) ſed horas unius diei aut noctis cum horis alterius diei aut noctis, aut horas cujuſcunq; diei cum horis adjũctæ noctis, exceptis diebus & noctibus æquinoctiorum. Sunt quidem & æquales horæ diverſorum dierum naturalium inter ſe inæquales, quoniam ipſi dies inæquales ſunt, ut diximus; quia tamen inæqualitas hæc exigua eſt & valdè inſenſibilis, æquales reputantur.

Horæ planetariæ, earumq; vanitas.

Singulis horis inæqualibus, tam diurnis, quàm nocturnis, ajunt Aſtrologi dominari ſingulos 7. planetarum (à quibus & hebdomadæ dies denominantur) attribuẽdo primæ horæ diei Solis dominium Soli, indeque deſcendendo per planetas Sole inferiores, & iis abſolutis aſcẽdendo ad Saturnum, & ab eo per Jovem, ac Martem redeũdo ad Solem. Itaq; primâ horâ feriæ primæ ſeu diei Solis, dominatur Sol, ſecundâ horâ Venus, tertiâ Mer-

Mercurius, quartâ Luna, quintâ Saturnus, ſextâ Jupiter, ſeptimâ Mars, octavâ iterum Sol, & ſic deinceps, prout apparet in duabus ſequentibus tabellis, ita ut primâ horâ feriæ ſecundæ præſit Luna, feriæ tertiæ Mars, quartæ Mercurius, quintæ Jupiter, ſextæ Venus, & ſeptimæ Saturnus. Atque hæc eſt cauſa cur Veteres, prædicto ordine appellaverint ſeptem dies hebdomadæ à ſeptem planetis. At quoniam hæc diſtributio dominii planetarum in ſingulas horas diei ac noctis cum prædicto ordine, ſupponit planetas in cœlo talem ſervare ordinem quoad diſtantiam à terra, ut infima ſit Luna, deinde ſequatur Mercurius, Venus, Sol, Mars, Jupiter, Saturnus, qui tamen ordo maniſeſtè falſus eſt, ut probavimus lib. 8. c. 2. conſtat quid de dicta diſtributione ſit ſentiendum. Sequuntur tabulæ.

Tabulæ, oſtendentes quâ horâ quilibet planeta dominetur, ex mente quorundam Aſtrologorum.

Horæ Diurnæ	Feriæ 1	2	3	4	5	6	7
1	☉	☽	♂	☿	♃	♀	♄
2	♀	♄	☉	☽	♂	☿	♃
3	☿	♃	♀	♄	☉	☽	♂
4	☽	♂	☿	♃	♀	♄	☉
5	♄	☉	☽	♂	☿	♃	♀
6	♃	♀	♄	☉	☽	♂	☿
7	♂	☿	♃	♀	♄	☉	☽
8	☉	☽	♂	☿	♃	♀	♄
9	♀	♄	☉	☽	♂	☿	♃
10	☿	♃	♀	♄	☉	☽	♂
11	☽	♂	☿	♃	♀	♄	☉
12	♄	☉	☽	♂	☿	♃	♀

Horæ Nocturnæ	Feriæ 1	2	3	4	5	6	7
1	♃	♀	♄	☉	☽	♂	☿
2	♂	☿	♃	♀	♄	☉	☽
3	☉	☽	♂	☿	♃	♀	♄
4	♀	♄	☉	☽	♂	☿	♃
5	☿	♃	♀	♄	☉	☽	♂
6	☽	♂	☿	♃	♀	♄	☉
7	♄	☉	☽	♂	☿	♃	♀
8	♃	♀	♄	☉	☽	♂	☿
9	♂	☿	♃	♀	♄	☉	☽
10	☉	☽	♂	☿	♃	♀	♄
11	♀	♄	☉	☽	♂	☿	♃
12	☿	♃	♀	♄	☉	☽	♂

Horæ æqualis ſexageſima pars vocatur *Minutum* vel Scrupulum *primum*, & hujus pars ſexageſima *Minutum* vel Scrupulum *ſecundum*, & ſic ulteriùs uſque ad minutiſſimam diviſionem.

§. III.

De converſione graduum ac minutorum Æquatoris in horas & minuta Diei Primi Mobilis, & Diei Solaris, & viciſſim.

Tabula converſionis graduum æquatoris in horas.

EX dictis hactenus, & ex lib. 7. c. penult. conſtat, diem Primi Mobilis eſſe minorem die Solari. Nunc Tabulas damus, quarum ope expeditè Gradus & Minuta æquatoris convertuntur in Horas & Minuta horarum tam Primi Mobilis, quàm Solis; & viciſſim. Ac *primâ* quidem Tabulâ convertuntur gradus & minuta Æquatoris in horas ac minuta horaria Primi Mobilis, dando ſingulis gradibus quaterna minuta horaria, & ſingulis minutis Æquatoris quaterna ſecunda horaria, & ſingulis ſecundis quaterna tertia, &c. *Secundâ* Tabulâ convertuntur horæ ac minuta Primi Mobilis in gradus, & minuta Æquatoris, dando ſingulis horis quindecim gradus, & ſingulis minutis horariis quindena minuta Æquatoris, & ſingulis ſecundis horariis quindena ſecunda æquatoris, & ſingulis tertiis horariis quindena tertia, &c. *Tertiâ* tabulâ convertuntur gradus & minuta Æquatoris in horas & minuta horaria diei Solaris Medii, dando ſingulis gradibus horaria minuta $3'. 59''. 20'''\frac{1}{3}$, & ſingulis minutis Æquatoris minuta horaria $3''. 59'''. 20^{iv}\frac{1}{3}$, & ſingulis ſecundis Æquatoris minuta horaria $3'''. 59^{iv}. 20^{v}\frac{1}{3}$, & ſingulis tertiis æquatoris minuta horaria $3^{iv}. 59^{v}. 20^{vi}\frac{1}{3}$, &c. *Quartâ* demum tabula convertuntur horæ & minuta Diei Solaris in gradus & minuta Æquatoris, attribuendo ſingulis horis gradus $15.\ 2'.\ 27''.\ 51'''$ vel $15°. 2'\ 28''$. & ſingulis minutis horariis $15'. 2''\ 28'''$. Æquatoris, & ſingulis ſecundis horariis $15''. 2'''. 28^{iv}$. ac tandem ſingulis tertiis horariis $15'''. 2^{iv}. 28^{v}$.

Tabulæ

Tabulæ Converſionis.

I. Partium Æquatoris in horas & minuta diei primi Mobilis			II. Horarum ac Minutorum diei primi Mobilis in gradus ac minuta Æquatoris.				
Gr.	Hor.	I	Ho.	Gr.	Mi.	Gr.	I
Mi.	I	II			Sec.	I	II
Sec.	II	III			Ter.	II	III
Ter.	III	IV			Qua.	III	IV
1	0	4	1	15	1	0	15
2	0	8	2	30	2	0	30
3	0	12	3	45	3	0	45
4	0	16	4	60	4	1	0
5	0	20	5	75	5	1	15
10	0	40	6	90	6	1	30
15	1	0	9	135	10	2	30
30	2	0	12	180	20	5	0
60	4	0	15	225	30	7	30
90	6	0	18	270	40	10	0
180	12	0	21	315	50	12	30
360	14	0	24	360	60	15	0

III. Partium Æquatoris in horas ac minuta diei Solaris.					IV. Horarum ac Minutorum diei ſolaris Medii in gradus ac minuta Æquatoris.								
Gr.	Ho.	I	II	III	Ho.	Gr.	I	II	Mi.	Gr.	I	II	III
M.	I	II	III	IV	Mi	I	II	III	S.	I	II	III	IV
S.	II	III	IV	V	Sec.	II	III	IV	T.	II	III	IV	V
T.	III	IV	V	VI	Ter.	III	IV	V	Q.	III	IV	V	VI
1	0	3	59	20	1	15	2	28	1	0	15	2	28
2	0	7	58	41	2	30	4	56	2	0	30	4	56
3	0	11	58	1	3	45	7	24	3	0	45	7	24
4	0	15	57	22	4	60	9	52	4	1	0	9	52
5	0	19	56	42	5	75	12	19	5	1	15	12	20
10	0	39	53	24	6	90	14	47	6	1	30	14	48
15	0	59	50	6	9	135	22	11	10	2	30	24	40
30	1	59	40	12	12	180	29	34	20	5	0	49	20
60	3	59	20	24	15	225	36	58	30	7	31	14	0
90	3	59	0	36	18	270	44	22	40	10	1	38	40
180	11	58	1	12	21	315	51	44	50	12	32	3	20
360	23	56	2	24	24	360	59	8	60	15	2	28	0

Qui volet ſine tabula convertere gradus & minuta Æquatoris in horas & minuta horaria diei primi Mobilis, multiplicet gradus, minuta, ſecunda, &c. per 4. & producet partes temporis proximè minores, nempe ex gradibus minuta horaria prima, ex minutis Æquatoris minuta horaria ſecunda, &c. quæ minuta ſi ultra 60 excreſcant, per diviſionem ſexagenariam ad priores ſpecies reducenda ſunt. Exemplum tu forma. Qui horas & minuta horaria in gradus & ſcrupula Æquatoris volet convertere, multiplicet tam horas, quàm minuta horaria, per 15, & producet ex horis gradus, ex minutis primis ſcrupula prima Æquatoris, ex ſecundis ſecunda, &c. ad priores ſpecies, ſi opus ſit, reducenda per diviſionem ſexagenariam.

§. IV.

De Anno ſolari, ejuſque variis ſpeciebus.

Tametſi annus aſtronomicus diei queat una integra revolutio cujuſcũq; ſideris motu proprio ab occaſu in ortũ ac proinde ſtatui poſſit annus Sidereus, annus Saturninus, Jovialis, Martialis, Solaris, Venereus, Mercurialis, & Lunaris, placuit tamen Aſtronomis ſolum motum proprium Solis ac Lunæ adhibere pro anno conſtituendo, ac duplicem conſtituere annum, ſolarem ac lunarem. Hic de ſolari agimus breviter, de lunari agetur capite ſequenti.

Annus igitur *Solaris* eſt ſpatium temporis quo Sol motu proprio ab occidente in orientem ab uno cœli puncto fixo ad idem revertitur. Quod punctum ſi eſt ſolſtitii in alterutro Tropico facti, *Annus* dicitur *Tropicus*, id eſt, *Vertens*; ſi autem ſit alterutrum ex punctis æquinoctialibus, dicitur *Annus Æquinoctialis*. Ejus quantitatem juxta varias ſententias dedimus lib. 8. cap. 4 §. 3. Certum tamẽ eſt, paulò minorem eſſe quàm dierum 365¼. *Annus ſolaris aſtronomicus quid, & quotuplex.*

Si integra Solis revolutio numeretur ab una ſtellarum fixarum v.g. à prima ſtella Arietis, uſq; dũ ad eandẽ revertatur, dicitur revolutio illa *Annus ſidereus*, eſtq; paulò major quàm præcedens, quoniam

niam ſtellæ fixæ interim ab occidente in orientem progrediuntur. Vide dicta lo.cit.

Annus ſolaris diſtinguitur in quatuor partes, ſeu quatuor anni quadrantes, vel quatuor tempora in quibus fit evidentiſſima aëris mutatio, quæ ſunt Ver, Æſtas, Autumnus, Hyems. *Ver* eſt nobis in hemiſphærio Septentrionali habitantibus, ab æquinoctio Verno ad ſolſtitium æſtivum, quo tempore Sol ad nos aſcendit per ſigna vernalia, quæ ſunt ♈, ♉, & ♊. *Æſtas* eſt nobis à Solſtitio æſtivo uſque ad æquinoctium autumnale, quo tempore Sol deſcendit per ſigna æſtiva, quæ ſunt ♋, ♌, ♍. *Autumnus* eſt nobis ab æquinoctio autumnali uſque ad ſolſtitium hyemale, quo tempore Sol deſcendit ulterius per ſigna autumnalia, quæ ſunt ♎, ♏, ♐. *Hyems* eſt nobis à Solſtitio hyemali uſque ad æquinoctium vernum, quo tempore Sol aſcendit iterum per ſigna hyemalia, quæ ſunt ♑, ♒, ♓.

Quoniam Sol annuo ſpatio peragrat 12 ſigna Zodiaci, & revera in unoquoque moratur æquali tempore, apparenter inæquali, ideo annus ſolaris dividitur in 12 partes quæ *Menſes* ſolares appellantur, de quibus poſtea.

CAPUT II.

De tempore Aſtronomico Lunari, ejuſque diſtributione in menſes & annos.

Tempus aſtronomicum lunare. TEmpus aſtronomicum lunare eſt motus Lunæ ab Aſtronomis obſervatus, & in partes ſuas diſtributus, præcipuè tamen in Menſes, & Annos.

Menſis lunaris periodicus, & ſynodicus. *Menſis lunaris* duplex eſt, Periodicus, & Synodicus. *Menſis Periodicus*, ſeu peragrationis aut circumitionis, eſt ſpatium temporis, quo Luna Zodiacum, ſeu propriam Orbitam Zodiaco æquivalentem percurrens, ab uno ad idem punctum Zodiaci aut Orbitæ revertitur. Hic menſis, ſi ſpectes motum Lunæ verum ſeu verè nobis apparentem, inæqualis eſt propter inæqualitatem motus Lunæ, de qua *lib.8. cap 5.* ſi verò medium motum inter tardiſſimum ac velociſſimum, æqualis fingitur, & dicitur *Menſis Periodicus Medius*.

Menſis Synodicus ſeu conjunctivus, eſt ſpatium temporis, quo Luna à Sole digreſſa, completis omnibus apparitionum ſuarum diverſitatibus, ad eundem revertitur. Hic menſis longior eſt Periodico, propterea quòd Luna à Novilunio ſeu Conjunctione cū Sole facta in aliquo Zodiaci puncto, v.g. in principio Arietis, poſt peragratum Zodiacum integrum uſque ad idem punctum, non invenit Solem in illo, ſed longiùs uno ferè ſigno orientem verſus motu proprio progreſſum, ideoque ut illi iterum conjungatur, debet adhuc unum ferè ſignum, quod interea Sol confecit, percurrere, antequam Solem adhuc interim progredientem aſſequatur. Et hic menſis vocatur etiam *Lunatio*, & ſimiliter inæqualis eſt, propter inæqualem motum & Solis & Lunæ, reducitur tamen ab Aſtronomis ad æqualitatem, accipiendo medium inter tardiſſimum & velociſſimum. Longiſſimus menſis Synodicus eſt *Ptolemæo* Dier.30.Hor.3.14'.5''. *Tychoni* D.30.Ho.1.24'.5''. Breviſſimus *Ptolemæo* D.28.H.22.14'.5''. *Tychoni* D 28.H.22.24'.5''. Inter hos Medius eſt D.29.H.12.44'.5''. circiter.

Omitto alia Menſium lunarium ſpecies, ut ſunt Menſis Illuminationis, Anomaliſticus, Apogiſticus, & Draconticus, de quibus lege *Ricciolum* lib.4. Almag.cap.19.

Annus lunaris. Ex menſibus lunaribus Synodicis conſtituitur *Annus lunaris*, qui eſt temporis ſpatium quo Luna cum Sole aliquot peragit ſynodos. Hic duplex eſt, Communis, & Emboliſmæus ſeu Emboliſmicus, id eſt, intercalaris. Ille eſt 12 menſium lunarium ſynodicorum, hic 13. Uterque inæqualis eſt, unde inter illos Medium eligunt Aſtronomi, qui norma ſit cæterorum. *Communis Medius* eſt D.354.H.8 48'.38''.13'''. circiter. *Emboliſmicus Medius* eſt D.383.H.21.41'.18''.24'''.

PARS II.

De Tempore Politico.

Tempus politicū. *TEmpus Politicum ſeu Civile eſt, quod ex tempore aſtronomico ad uſum civilis vitæ accommodatum eſt à doctis, aut Legiſlatoribus. Hujus itaque regula ac menſura eſt tempus aſtronomicum, ad quod quò propius accedit, eò perfectius cenſetur.*

CAPUT III.

De tempore Politico ſolari, ejuſque in partes diſtributione.

Tempus politicum ſolare. PArtes Politici temporis, proinde ut Aſtronomici, ſunt dies, horæ, anni, & menſes. Et anni quidem ac menſes alii ſunt ſolares, alii lunares: Dies autem ſolares tantùm ſunt, ideoque lunares dies à ſolaribus non diſtinguuntur.

§. I.

De Diebus & Horis Politicis.

Dies politicus. DIes *Politicus*, perinde ac Aſtronomicus, vel Naturalis eſt, ex luce & tenebris conſtans, vel artificialis, conſtans ex ſola luce, cui ſuccedit Nox Artificialis, ex tenebris conſtans: *Artificialis dies* incipit ab ortu Solis, & finitur in occaſu. *Nox Artificialis* ab occaſu Solis incipit, & finitur in ortu. *Naturales dies* Politici ab Aſtronomicis veris ac inæqualibus non differunt aliter, quàm quòd Aſtronomici inchoantur à Meridiano, & dividuntur in 24 horas æquales: Politici verò ſeu Civiles apud varias gentes, ut olim ita etiam nunc, variè inchoantur, & in alias atque alias horas diſtribuuntur, aut hæ aliter atque aliter numerantur.

Dierum politicorum initium varium apud varias gentes. Athenienſes olim incipiebant eum ab Horizonte occiduo, ſeu ab occaſu Solis, quos hodieque ſequuntur omnes Itali, Siculi, Melitenſes, aliique circa Italiam Inſulani, & aliquæ nationes in Germania. Horum horologia horiſona occidente Sole ſonant horam 24.ᵃᵐ, diei que unius finem, & alterius initium faciunt. Chaldæi ſive Babylonii olim eundem diem inchoabant ab Horizonte ortivo, ſeu ab ortu Solis, quos hodie ſequuntur in Germania Norimbergenſes. Hiſpani, Galli, Germani plerique, & ferè omnes Europæi inchoant nunc diem à Meridiano, ut Aſtronomi, cum hoc diſcrimine, quòd à Meridie uſque ad Mediam noctem numerant 12 horas, & totidem à Media nocte uſque ad ſequentem Meridiem, Aſtronomi verò à Meridie in Meridiē ſequentem ſine interruptione numerant

rant horas 24. Judæi olim, aliique antiqui inchoabant quidem diem vel ab ortu Solis, vel ab occaſu, ſed tam diem artificialem quemlibet, quàm noctem artificialem, dividebant in horas 12.

Horologiorum quatuor ſunt ſpecies.

Itaque *Dies Naturalis Politicus*, ratione initii diverſi, quadruplex ſtatui poteſt, Babylonicus, Italicus, Europæus, Judiacus ſeu antiquus. Hinc totidem apud varias gentes ſunt horarum & horologiorum ſpecies, tam ſolarium, quàm non ſolarium. Sunt enim alia horologia Babylonica, quæ horas Babylonicas, ſeu ab ortu Solis monſtant: alia, Italica, quæ horas Italicas, ſeu ab occaſu Solis oſtendunt: alia Europæa, quæ horas à Meridie ad Mediam noctem, & à Media nocte ad Meridiem monſtrant: alia denique Antiqua ſeu Judaica, quæ horas antiquas ab ortu in occaſum exhibent.

Horæ æquales & inæquales

Horæ Babylonicæ, Italicæ, & Europææ, dicuntur æquales: Antiquæ ſeu Judaicæ, inæquales, Tametſi enim omnes prædictæ horæ revera inæquales ſint, cùm dies ipſi qui in horas dividuntur, inæquales ſint, utpote ab Aſtronomicis inæqualibus non differentes, tamen quia inæqualitas in tribus primis ſpeciebus inſenſibilis eſt, in quarta verò valde notabilis, meritò illæ æquales dicuntur. Sunt igitur horæ antiquæ extra ſphæram rectam inæquales, non quidem ſi ejuſdem diei horæ inter ſe comparentur (hæ enim æquales ſunt inter ſe, utpote partes duodecimæ diei artificialis) ſed ſi unius diei horæ cum horis alterius diei comparentur: ſicut enim dies æſtivi longiores notabiliter ſunt diebus hyemalibus in ſphæris obliquis, ita & horæ æſtivæ longiores ſunt notabiliter horis hyemalibus.

§. II.

De Annis & menſibus Politicis ſolaribus.

Annus politicus.

Annus Politicus ſive Civilis, eſt certus dierum naturalium integrorum numerus, ſine horarum ac minutorum appendicibus, à Politiarum Legiſlatoribus inſtitutus & gentis cujuſque inſtituto populari accommodatus. Duplex eſt, *Solaris*, qui ad Solis motum, annumque aſtronomicum ſolarem accommodatur, & *Lunaris*, qui accommodatur ad motum Lunæ, ſeu annum aſtronomicum lunarem Solarium annorum politicorum plures fuerunt olim, & etiamnum hodie ſunt apud diverſos populos ſpecies, quarum notiſſimæ, & tandem receptæ per totum Romanum Imperium, fuerunt duæ, una ab Ægyptiis, altera à C. Julio Cæſare, opera Soſigenis Mathematici inſtitutæ, unde illa Annus Ægyptius, hæc Annus Julianus appellatur. Et hic ultimus etiamnum in Europa, & tota Chriſti Eccleſia quoad tempora Eccleſiaſtica uſurpatur.

Annus Iulianus.

Julianus Annus duplex eſt, Communis, & Intercalaris ſeu Embolismicus. *Communis* conſtat diebus 365 præcisè, ſine appendice horarum ferè ſex, quas Aſtronomicus annus præter dies prædictos habet adjunctas. Quas tamen horas Julius Cæſar minimè negligendas, ſed anno ſuo Civili, quẽ Solarem eſſe voluit, inſerendas cenſuit, ut cum cœlo accuratiùs congrueret. Cùm itaque putaret, ut & alii Aſtronomi ante ipſum, Annum ſolarem Aſtronomicum eſſe Dierum 365, & horarum 6 præcisè, ut ſex harum horarum ratio haberetur, ſtatuit ut tres quilibet ſibi ſuccedentes anni eſſent Dierum 365, neglectis interim ſex adjunctis horis, ut ſic anni & dies ab uno eodemq; ſemper principio (quod non fit in ab Aſtronomicis) ducerentur, quarto verò quoquo anno, quo ſex illæ horæ neglectæ, quater ſumptæ, conſtituunt horas 24, atque adeo diem naturalem integrum, inſereretur unus dies, ideoque quartus ille annus eſſet dierum 366. Quoniam igitur quarto illo anno unus dies anno communi adjiciebatur ſeu inſerebatur, ideo ille *Annus Intercalaris* ſeu Embolimæus, aut Emboliſmicus, hoc eſt, interjectitius fuit appellatus. Germani vocant Schalt-Jahr. Et quia dies ille poſt 24 Februarii, ſeu poſt ſextum Kalendas Martii inſerebatur, ob idque in Kalendario bis dicebatur, ſexto Kalendas Martii (uti & nunc in Martyrologio Romano, ut poſtea dicetur,) ideo idem annus fuit dictus *Annus Biſſextus*, ſeu *Biſſextilis*, ac proinde tunc menſis Februarius non 28, ut aliis annis, ſed 29 diebus conſtat.

Annus intercalaris.

Annus Julianus.

Annus Julianus dividitur in 12 *Menſes*, ſic dictos à metiendo fortaſſis, quoniam annum longiorem metiuntur, & in partes ad eum diſtribuendum ac numerandũ aptiores dividunt. Nomina Menſium ſunt notiſſima, ſcilicet Januarius, Februarius, Martius, Aprilis, Majus, Junius, Julius, Auguſtus, September, October, November, December. Rationem ordinis & Nomenclaturæ pete à Grammaticis. Horum menſium primus, tertius, quintus ſeptimus, octavus, decimus, & duodecimus, habent dies 31, quartus, ſextus, nonus, & undecimus, dies 30, ſecundus in anno communi dies 28, in Biſſextili dies 29, unde verſus memoriales.

Ter denos September habet, totidemq; November,
Junius, Aprilis: reliquis ſuperadditur unus:
Anno in communi vicenos Februus octo
Continet, huic uno in Biſſexto ſempr adauge.

Dies horum menſium nos ordine naturali numeramus, incipiendo à primo uſque ad ultimũ. Antiqui Romani (quos etiamnum docti paſſim, & Romana Eccleſia toto orbe diffuſa in Kalendario Eccleſiaſtico & Martyrologio ſequuntur) quemlibet menſem dividebant in tres partes, nimirum in Nonas, Idus, ac Kalendas. Ac primum quidem cujuſque menſis diem vocabant Kalendas, deinde quintum aut ſeptimum Nonas, demum decimum tertium aut decimum quintum Idus, reliquos verò dies retrogrado ordine à Nonis, Idibus, & Kalendis denominabant. Nonæ in Martio, Majo, Julio, & Octobri incipiunt die ſeptimo, in reliquis menſibus die quinto, unde quatuor prædicti menſes habent ſex dies ante Nonas, reliqui verò habent quatuor dies. Initiũ Iduum in omnib. menſibus eſt octo diebus poſt initium Nonarum. Poſt Idus reliqui dies à Kalendis ſequentis menſis denominantur. Vide Grammaticos, nobis ſufficiat hæc inſinuaſſe.

Nonæ, Idus & Kalendæ.

Annus Ægyptius

Ægyptius Annus conſtitit olim diebus naturalibus 360, quot gradus ſunt in Zodiaco, & quolibet circulo. Dividebatur in 12 Menſes, quorum quilibet conſtabat 30 diebus. Appendicem reliquorum quinque dierum, qui ad annum ſolarem requiruntur, & quos Græci ἐπαγομένους, hoc eſt, adjectitios ſeu intercalares dicebant, tanquam extra rotundum menſium circulum, computabant quidem antequam novum annum exordirentur, ſed extra menſes omnes, nempe in fine illorum, ut annus fieret 365 dierum. Menſium nomina & ordo hic erat. *Thoth, Paophi, Athyr, Chœac, Tybi, Mechir, Phamenoth, Pharmuthi, Pachon, Payni, Epiphi, Meſori.* Abſoluto itaque menſe

Menſes Ægyptii.

ſe *Meſori*, prima dierum intercalarium dicebatur πρώτη ἐπαγομένη, ſecunda δευτέρη, tertia τρίτη, quarta τετάρτη, quinta πέμπτη ἐπαγομένη. Sex tamen aut ferè ſex horas, quæ ad annum ſolarem complendum requirebantur, omittebant Ægyptii, ideoque quarto quoque anno Annus Ægyptius uno integro ferè die ante ſolaris anni finē abſolvebatur, & novus annus inchoabatur, adeo ut annis 40 anteverteret per dies 10, & annis 1460 per dies 365. Quare evolutis annis cœleſtibus 1460, tranſierant jam anni Ægyptii 1461. Ex quo fiebat etiam, ut anni Ægyptiaci initium, ſeu primus dies primi Menſis Thoth vagaretur per totum annum, ſeu per omnes dies anni, & non niſi poſt 1461 annos rediret ad eundem diē tempeſtatemq; cœlo congruentem. Hæc autem periodus annorum cœleſtium (aut ferè cœleſtiū) ſeu Julianorum 1460, ſed Ægyptiorū 1461, dicebatur *Magnus Annus Canicularis*, & *Periodus Sothiaca*, ſeu *Cynica*, à Canicula ſtella, quæ Σῶθις & Κυνὸς dicitur, eò quod periodus illa primū fuerit inita ab ortu matutino Caniculæ ſeu Syrii cū Sole

Annus magnus Canicularis.

CAPUT IV.

De Tempore Politico lunari.

Tempus politicum lunare.

TEmpus Politicum lunare dividitur in annos, & menſes præcipuè. Annus lunaris politicus duplex eſt, Communis, & Embolimæus ſeu Emboliſmicus. *Communis* habet dies plerumque 354, rarò 353, quorum ille plenus, hic cavus ſeu deficiens appellari ſolet. Deficit itaq; uterque à ſolari anno, plenus quidem diebus 11, cavus verè diebus 12. *Emboliſmicus* habet plerumque dies 384, rarò 383. Et prior quidem plenus, poſterior verò cavus eodem modo dicitur, quorum ille ſolarem excedit diebus 19, hic 18.

Annus lunaris politicus duplex.

Annus lunaris communis habet lunationes 12, Emboliſmicus 13. Una lunatio politica habet alternè modò 30, modò 29 dies, ut quantum fieri poteſt, lunaris annus politicus cum aſtronomico congruat, cujus lunationes mediæ ſunt dierū 29, hor. 12. 44′. 3″. circiter, ut ſuprà diximus. Unde cum menſis decimus tertius in anno Embolimæo èſt dierum 29 tantùm, annus ille eſt dierum 383, cùm verò eſt 30 dierū, annus habet dies 384.

Menſis lunaris politicus.

Menſis lunaris politicus eſt pars duodecima Anni lunaris politici, eſtque, ut antea dixi, alternè dierum modò 29, modò 30, ut quantum fieri poteſt, congruat cum menſe lunari aſtronomico medio, cujus quantitatē paulò antè definivimus.

CAPUT V.

De Diebus & Septimanis politicis.

POliticus annus ſolaris Communis conſtat, ut dixi, diebus integris 365, Intercalaris verò 366. Omnes dividuntur in Menſes, & Hebdomadas ſeu Septimanas, De Menſibus jam diximus Hebdomas conſtat ſeptem diebus, denominatis à ſeptem planetis. Quæ appellandi ratio ab Antiquis Græcis introducta, & à Latinis retenta, perſeverat etiamnum apud Chriſtianos, quamvis Eccleſiaſtici dies eoſdem ferias appellent, initio facto à die Solis, quem diem Dominicum & Feriam primam vocant, ac deinde ſequentes Feriā ſecundam, tertiam, &c. Cauſa denominationis antiquæ à planetis, conſtat ex dictis *cap.* 1. §. 2.

Septimana anni politici.

Hebdomadas continet annus 52, & in anno Communi ſupereſt dies unus, in Biſſextili dies duo. Et hæc cauſa eſt, cur annus non ſemper ab eodem die ſeptimanæ, v. g. à die Solis incipiat, ſed in anno quidem communi poſticipet unum, in Biſſextilis duo dies, incipiatque in illo à die v. g. Lunæ, in hoc à die Martis.

PARS III.

De Tempore Eccleſiaſtico.

TEmpus Eccleſiaſticum *eſt coordinatio dierum, ſeptimanarum, & menſium anni, facta aut aſſumpta ab Eccleſia ſeu cœtu populi DEI, ejuſvè ſummo in terris capite, pro publico cultus divini exercitio. Hujus temporis coordinatio ab antiquo* Computus Eccleſiaſticus *appellatur.*

Tempus eccleſiaſticum.

Dividitur in Iudaicum & Chriſtianum, quoniam vera DEI Eccleſia ſolùm apud Iudæos olim erat, nunc verò apud ſolos Chriſtianos perſeverat. Aliæ nihilominùs nationes, apud quas Deorum cultus olim viguit, & etiamnum viget, ſimili etiam temporis diſpoſitione uſæ ſunt, & etiamnum utuntur. Nos de ſolo Chriſtiano tempore Eccleſiaſtico hic loquemur.

Finis præcipuus, ad quem in temporis coordinatione Eccleſia reſpexit ſemper, & adhuc reſpicit, eſt primò, ut feſtos quoſdam dies toti populo Chriſtiano communes & eodem ubique die aut diebus ſervandos, ritè præſcribat, idque vel auctoritate divina, vel ex Apoſtolica traditione, vel denique ex præſcripto proprio, ut iiſdem diebus divinus cultus publicè, omiſſis quotidianis negotiis, exerceatur ab omnibus. Secundò, ut perſonis Eccleſiaſticis, divino cultui peculiariter dedicatis, certum precandi ac DEUM venerandi ritum, certis anni diebus ac temporibus accommodatum, proponat.

Feſta porrò ab Eccleſia Catholica præſcripta, alia ſunt Immobilia, *ſeu certis anni diebus affixa, licet in alios atque alios hebdomadæ dies incidant, ut ſunt feſta Nativitatis, & Circumciſionis Chriſti, Epiphaniæ Domini, & feſta Sanctorum: alia ſunt* Mobilia, *quæ licet eundem hebdomadis diem conſtanter retineant, aliis tamen annis in alios anni dies incidunt vel anteriores, vel poſteriores, ut ſunt feſtum Paſchatis, à quo dependent feſtum Aſcenſionis Chriſti, Pentecoſtes, Sanctiſſimæ Trinitatis, Corporis Chriſti, & alia.*

Feſta Eccleſiæ duplicia ſunt.

Hos feſtos dies ut ritè ordinaret Eccleſia, omnibusq; fidelibus toto Orbe diffuſis ſervandos proponeret, duplicem ab initio elegit annum, apud Romanos etiam tunc uſitatum, ſolarem nimirum, & lunarem politicum, quorum utrumque in unum conjunxit, vel potius jam antea à Iulio Cæſare conjunctum recepit, & in Concilio Nicæno ſtabilivit. Annum lunarem recepit ſimul cum ſolari, propter cele-

Annum ſolarem & lunarē recepit Eccleſia.

brationem feſti Paſchatis: licet enim id jam ab initio fundata Chriſti Eccleſia ex Apoſtolica inſtitutione celebraretur in die Dominica, ob memoriam reſurrectionis Chriſti illo die factæ non tamen ſtato anni aut menſis die, uti feſta immobilia antea recenſita, celebrabatur, ſed die Dominica proximo poſt XIV. Lunam primi menſis lunaris in anno Iudaico Eccleſiaſtico, non Politico. Primus autem lunaris menſis in Eccleſiaſtico anno apud Iudæos erat ille, cujus initium ſeu novilunium cadebat vel in æquinoctium vernum, vel proximè poſt æquinoctium contingebat. Duplici igitur anno uti debuit Eccleſia Catholica & Apoſtolica, ſolari propter feſta immobilia, & lunari propter Paſcha, & alia mobilia feſta à Paſchate dependentia. Complexum ex utroque vocatur nunc Annus Eccleſiaſticus, & digeſtum in Tabulas ſeu Ephemerides appellatur Eccleſiaſticum Calendarium. Et illud quidem quod in uſu fuit in Eccleſia uſq; ad annum correctionis prædicti Calendarii, qui fuit Annus 1582, vocatur nunc Calendarium Eccleſiaſticum antiquum, alterum verò, quod prædicto Anno correctum, & propoſitum fuit obſervandum in Eccleſia à Gregorio XIII. Sum. Pontifi. nuncupatur Calendarium novum, ſeu Gregorianum. De utroque agemus.

CAPUT V.

De Calendario Eccleſiaſtico Veteri.

Calendarium Julianum. C. Julius Cæſar omnes anni totius ſolaris politici à ſe reformati ac ordinati dies diſtribuit in duodecim Menſes, initio facto à Januario, tribuendo nonnullis dies 30, aliis 31, Februario verò dies vel 28 in anno communi, vel 29 in anno biſſextili, ut ſuprà vidimus cap. 3. §. 2. Omnium menſium dies primos vocavit Calendas, quintos aut ſeptimos Nonas, decimos tertios aut decimos quintos Idus, reliquos à Calendis, Nonis, & Idibus denominavit, ut ibidem diximus. Hæc dierum ac menſium diſtributio, & in tabulis ſeu Ephemeridibus deſcriptio, Calendarium Romanum ſeu Julianum fuit appellatum, eò quòd primi dies menſium, & præcipua reliquorum dierum pars, à Calendis nomen habebant, ipſumque Calendarium à Romano Imperatore Julio erat concinnatum. *Calendarium unde dicatur* Quoniam verò lunarem quoque annum cum ſolari conjungere volebat Cæſar, inſeruit Calendario ſuo Cyclum 19 numerorum, qui Cyclus lunaris ſeu Aurei numeri vocabatur (de quo infrà dicemus) ut *Cyclus lunaris & ſolaris.* ejus ope conſtaret omnibus, quibus menſium diebus novilunia contigerent. Addidit præterea diebus ſingulis unam ex ſeptem primis Alphabeti litteris, quæ ſunt A, B, C, D, E, F, G, quarum una toto anno communi indicaret primum Hebdomadæ diem, qui dies Solis tunc vocabatur, reliquæ verò reliquos ſeptimanæ dies, qui à reliquis planetis nomen habebant. Hæ litteræ non niſi poſt annos 28 indicabant dies ſeptimanæ eodem ordine quo antea, ideo conſtituebant Cyclum alium, qui Cyclus ſolaris dicebatur, nunc autem Cyclus Litterarum Dominicalium, de quo poſtea ſuo loco.

Calendarium Julianum ab Eccleſia receptum. Hoc Calendarium Julianum jam inde à prima ſui fundatione amplexa eſt Eccleſia Catholica, eique feſta ſua immobilia inſeruit, & ab omnibus fidelibus recipi voluit, ut conſtaret quibus dieb. dicta feſta in toto Orbe eſſent celebranda. Ut porrò ex eodem Calendario fideles omnes diſcere poſſent quo die quovis anno Paſcha celebrandum eſſet, & conſequenter reliqua feſta mobilia à Paſchate dependentia, Patres Concilii Oecumenici Nycæni Anno 325 poſt Chriſti Nativitatem curam dederunt Euſebio Cæſarienſi, & Alexandrinis Mathematicis, ut Cyclum Lunarem à Julio Cæſare præfixum Calendario ſuo, ita ordinarent, & ad Solis ingreſſum in principium Arietis, ſeu ad diem æquinoctii Verni (qui tunc incidebat in 21 Martii) ita accommodarent, ut ad novilunia Paſchalia, atque adeo ad diem paſchatis quovis anno celebrandi inveniendum inſerviret. Quod & factum.

Calendarium Eccleſiaſticum antiquum. Calendarium igitur antiquum, quo Eccleſia à tempore Concilii Nycæni uſque ad annum correctionis 1582 uſa fuit, ita eſt ordinatum, ut ſinguli menſes quinque habeant columnas, prout apparet in Miſſalibus & Breviariis antiquis. Prima columna continet Cyclum lunarem ſeu Aurei numeri: ſecunda Cyclum ſolarem, ſeu litteras Dominicales: tertia Calendas, Nonas, & Idus, cum reliquorum dierum ab illis denominatorum numeris: quarta numerum dierum menſis: quinta denique feſta immobilia Sanctorum. Itaque quoad ſtructuram & ordinem à Calendario novo non differt, niſi quoad primam columnam, quæ in novo continet loco Aurei numeri Epactas, ut poſtea videbimus. Ut autem conſtet, qua ratione ex Calendario ſic ordinato dies Paſchatis eruatur, videndum breviter quid jam olim ab Eccleſia ſervatum, & in Nycæno Concilio de Paſchatis celebratione fuerit ſtatutum.

CAPUT VI.

De Paſchatis celebratione juxta vetus Calendarium.

Paſcha quando celebraverint Iudæi. JUdæi olim ex divino præcepto, explicato in l. Exodi *cap.* 12 Levitici *cap.* 23. Numerorum *cap.* 9 & 28. Phaſe ſeu Paſcha celebrabant die XIV primi menſis lunaris (lunaribus enim menſibus utebantur) qui, ut ſuprà dixi, is erat, cujus dies XIV Lunæ (numerato etiam ipſo die Novilunii ſeu Neomeniæ) cadebat vel in diem æquinoctii *Menſis primus lunaris qui.* verni, vel poſt æquinoctium primò occurrebat, ut conſtat ex Joſepho *lib.* 3. *cap.* 13. & Philone, aliiſque Judæis antiquioribus, teſte Anatolio Epiſcopo apud Euſeb. *lib.* 7 *Hiſtor. cap.* 29. Vagum ergo & mobile erat Paſcha Judæorum, & nulli certo ac determinato diei anni affixum, ut feſta immobilia. Judæos in hoc imitari voluit Eccleſia Catholica jam inde ab Apoſtolorum temporibus, ſtatuitque ut Paſcha Chriſtianorũ, cujus Hebraicum illud figura fuit, vagum quoq; eſſet ac mobile, in eoque celebrando eadem ſervarentur quæ ab Hebræis, hoc eſt, æquinoctium vernum, & Luna XIV primi menſis, propter ſacramentum & recondita myſteria, quæ in ejuſmodi celebratione Paſchæ reſurrectionis Dominicæ includuntur, ut docet S. Auguſt. *lib.* 2. ad Inquiſitiones Januarii *cap.* 1. & 2. Nè tamen cum *Paſcha quando celebret Eccleſia Catholica.* Judæis concurrerent Chriſtiani, voluit eadẽ Eccleſia ut non die XIV primi menſis poſt æquinoctium,

ctium, ſed die Dominica proximè ſequente diem illum XIV. Chriſtiani Paſcha celebrarent, quo die Chriſtus glorioſè à mortuis reſurrexit poſt Judæorum Paſcha. Itaque ſi dies Dominica incidebat in ipſam XIV Lunæ primi menſis, non illâ die, ſed Dominicâ ſequente, h. e. die XXI. illius menſis Paſcha à Chriſtianis celebrabatur, ut conſtat ex Euſebio *lib.5. Hiſtor. cap.23.* D. Ambroſio in Epiſt. ad Epiſcopos Æmiliæ, Beda *lib. de Ratione temporum cap.57.* & aliis; idque decretum fuit à S. Pio Papa & Martyre, S. Victore Papa item & Martyre, & à Concilio Cæſarienſi in Palæſtina. Verba Decretorum affert Clavius in Calendario Gregoriano *cap.1.* Cùm nihilominùs quidam Orientales contenderent, Paſcha noſtrũ celebrandum eſſe ipsâ XIV Lunâ primi menſis; antiquum hoc decretum fuit confirmatum ac renovatum in celeberrima Synodo Nycæna, 318 Epiſcoporũ, An. Chr. 325. præſentibus Legatis Sedis Apoſtolicæ à Sylveſtro Papa miſſis, & Conſtantino M. Imperatore, ut conſtat ex Epiſtola ab eadem Synodo miſſa ad Eccleſiam Alexandr. & ad fratres Ægyptum, Libyam, & Pentapolim incolẽtes, cujus verba refert Socrates *lib.1. Hiſt. cap.6.* & Theodoretus *lib.1. Hiſt. cap.1.* Idem fuit deinde confirmatũ à Concilio Antiocheno & Chalcedonenſi.

Ex his, aliiſque multis teſtimoniis apud Clavium *loc. cit.* conſtat, Paſcha Chriſtianorum ſemper, etiã à primis Apoſtolorum temporibus, celebratum fuiſſe die Dominicâ poſt XIV Lunam primi menſis lunaris inchoati vel in ipſo æquinoctio verno, vel proximè poſt æquinoctium. Quoniam verò ante Concilium Nicænum non ſine labore ſingulis annis à peritis inquiri debebat dies verni æquinoctii, & dies novilunii poſt dictum æquinoctiũ inchoati; ut omnes fideles impoſterum id facilè ſcirẽt, voluit dictum Concilium, ut æquinoctium impoſterum numeraretur à 21 die Martii (in quem tunc incidebat) & novilunium inquireretur per Cyclum lunarem ſeu Aurei numeri, quem in hunc finem curavit accommodari diei æquinoctii à ſe ad diem 21 Martii affixi. Teſtatur id B. Ambroſ. *in Epiſt.83.* ad Epiſcopos Æmiliæ, Beda *lib.3. Hiſtor. Eccleſ. cap.25.* & libro de Ratione Temporum *cap.16* & 42. & alii apud Clavium. Itaque ad politicum æquinoctium ac novilunium attendi voluit, non ad Aſtronomicũ.

Concilii Nyſæni quid ſtatuerit circa Paſchatis celebrationẽ.

Tria ergo in Concilio Nicæno ſtatuta fuẽre: 1. ut paſcha celebraretur hebdomade tertiâ menſis primi lunaris, qui eſt ille, cujus Luna XIV cadit aut in æquinoctium vernum, aut illud proximè ſequitur: 2. ut æquinoctium vernum eſſet affixum diei 21 Martii: 3. ut Paſcha celebraretur Dominicâ proximâ ſequente XIV Lunam prædictam, adeo ut ſi Dominica caderet in ipſam XIV Lunam, Paſcha transferretur in ſequentem Dominicam, nè cum Judæis concurrerent Chriſtiani in celebratione Paſchæ.

Ex quibus ſequitur, primum menſem lunarẽ, in cujus hebdomade tertia celebrari debet Paſcha die Dominicâ, juxta vetus Calendariũ poſſe initium ſumere ab VIII die Martii uſque ad V Aprilis. Nam ſi novilunium politicum incidat in VIII diem Martii, incipit primus menſis octavo Martii; ſi in IX, incipit nono; ſi denique in V Aprilis incidit, incipit quinto Aprilis. Quo autem tardiùs primus menſis lunaris incipit, eò tardiùs Paſcha, & reliqua feſta mobilia celebrantur, niſi litera Dominicalis impedimento ſit. Semper autẽ in veteri Calendario incipit quovis menſe cujuſlibet anni novilunium illo die, cui affixus eſt aureus nnmerus illo año currens, ut poſtea dicetur. Unde perſpicuum eſt, Paſcha poſſe ac debere celebrari, ex Nicæni Concilii decreto, in aliquo dierum à 22 Martii incluſivè uſq; ad 25 Aprilis incluſivè, adeo ut tota ſolennitas Paſchatis latitudinem habeat 35 dierum, quorũ priores 10 ad finem Martii, poſteriores autem 25 ad principium Apr. pertineant. Et hi vocãtur termini Paſchales. *Paſchales termini.*

CAPUT VII.

De veteris Calendarii erroribus, & neceſſaria correctione.

ANnus ſolaris Aſtronomicus à variis Aſtronomis varius eſt repertus, ut diximus *lib.8. cap.4. §.3.* Et antiqui quidem, ut Calippus, Archimedes, Geminus, & Soſigenes cum Julio Cæſare, faciunt illum dierum 365, horarum 6, cæteri verò omnes poſt illos faciunt minorem. Alphonſini (quos ſecuti ſunt Mathematici qui Calendarii correctioni operam dederunt) illũ nũm repererunt D. 365. H. 5. 49′. 16″. ferè, cum quibus fermè conſentit Tycho Brahe, & alii, ut loco citato vidimus. Cùm igitur Julius Cæſar, & cum illo Patres Concilii Nicæni, anno ſolari tribuerint præter dies 365, horas 6 integras, exceſſit annus Julianus Aſtronomicum 10′. 44″, ſive, reſolutis minutis in ſecunda, 644″. Quoniam igitur unus dies habet 86400″, facilè reperies quanto tempore vetus Calendarium ſeu annus Julianus à cœleſti ſeu Aſtronomico deficiat uno die, ſi dicas, 644″. dant unum annum, quid dant 86400″: reperies enim operatione facta per Regulam auream, annos $134\frac{104}{644}$. Poſt annos ergo 134 à Concilio Nycæno, æquinoctium cœleſte non ampliùs contingebat die 21, Martii, ſed die 20, & poſt totidẽ alios años die 19, & ſic porrò, adeo ut circa annum 1582, quo Calendarium vetus fuit correctum, contigerit circa diem 11. Martii. Quod adeo certum eſt, ut jam diu antea error fuerit notatus, & agitatũ ut remediũ adhiberetur. Ex quo factum fuit, ut licèt ante Calendarii correctionẽ omnia plenilunia à die 11. Martii uſq; ad 20 fuerint revera Paſchalia, hoc eſt, primi menſis lunaris, utpore quæ poſt æquinoctiũ vernũ contingebãt, ea tamen reſpueret Eccleſia, propterea quod æquinoctiũ vernum diei 21 Martii à Concilio Nycæno affixum præcedebant. Quod quidem ſæpe contigit ante Calendarii correctionem, itq; adeo Paſcha non in primo, ſed in ſecundo menſe fuit celebratum. Et niſi remedium per anni correctionem fuiſſet adhibitum, paulatim longiùs error progreſſus fuiſſet, tandemq; Paſcha in tertio quartoque menſe celebrari oportuiſſet.

Anni ſolaris aſtronomici quantitas.

Annus ſolaris aſtronomicus quantum deficiat à Juliano.

Calendarii veteris errores.

Hic ergo eſt primus error Calendarii veteris, quòd nimirum æquinoctium ad diem 21 Martii à Concilio Nicæno affixum, in illo non permanſerit, ſed propter anni quantitatem juſtò majorem aſſumptam prolapſum fuerit ſemper magis ac magis in antecedentia, adeo ut ſpatio annorum 1257 (quot elapſi ſunt à tempore Concilii Nicæni uſque ad annum correctionis) receſſerit à die 21 in diem 11 Martii, per dies 10 integros.

Secundus error ejuſdem Calendarii eſt, quòd Novilunia non rectè per Aureos numeros in illo collocatos fuerint indicata, ſed quatuor & ampliùs, dieb. ſeriùs quã oportebat, ut poſtea oſtẽdã.

Propter quem quatuor dierum errorem ſæpe contigit, ut Paſcha celebraretur Lunâ XXV, quãdo nimirum Luna XIV per Aureum numerum inventa (quæ veriùs erat Luna XVIII) incidebat in diem Dominicum, ac proinde Paſcha in ſequẽtem Dominicum diem differebatur. Quod tamen manifeſtè repugnat decretis Summorum Pontificum, & Concilij Nicæni, quæ volunt Paſcha celebrandum eſſe à Luna XIV primi menſis excluſivè, uſque ad XXI ejuſdem incluſivè, ut teſtatur etiam *Beda lib.* de Ratione temporis *cap. 49. & 60. Rabanus* Archiepiſcopus Moguntinus *lib. 2. de Inſtit. Cleric. cap. 39. Joannes Stoflerinus* in Calendario Romano, *Campanus* in Computo Majori, *Paulus Mildelburgenſis* Epiſcopus Foroſemproniensis in ſua Paulina, & alii. Atque hic error, niſi remedium fuiſſet adhibitum, ſemper magis ac magis progreſſus fuiſſet.

Incommoda ex erroribus Calendaris veteru

Ex hoc utroque errore, Æquinoctii inquam anticipati, & Novilunii poſtpoſiti, factum eſt ut Paſcha ſæpiſſimè celebratũ ſit 7, aut 28, aut 35 diebus tardiùs præcedenti ſæculo, quàm decreta Patrum præcipiunt, ut indicat *Clavius* in Calendario *cap. 2.* & fusè oſtendit *cap. 22.* quoad ſæcula futura, niſi remedium per correctionem fuiſſet adhibitum. Quod quidem non exiguum eſt incommodum & abſurdum. Omitto incommoda hiſtoriarum, temporum, & præcipuarum anni celebritatum, ſi Calendarium non fuiſſet mutatum. Nam Dies Natalis Chriſti à Solſtitio hyberno, & Natalis S. Joannis Baptiſtæ à Solſtitiu æſtivo, & omnia alia feſta, in antecedentia enormiter fuiſſent prolapſa: Novilunia & Lunæ ætates nunquam in Martyrologio fuiſſent rectè in Eccleſiis pronuntiata: anni tempora quæ certis menſibus antea contingebant, ut ſolſtitia quæ fiebant menſe Junio & Dec. æquinoctia quæ menſe Martio & Septembri, &c. in menſes antecedentes migraſſent, quoniam menſes omnes in Calendario à dictis temporibus recedebant, propter nimiam ſolaris anni politici magnitudinem.

Ex dictis patet, quàm neceſſarium fuerit ut annus & Calendarium emendaretur, tum ut dicta incommoda & abſurda vitarentur, tum ut nè in majora incideretur. Videndum nunc, quid ad correctionem ſit neceſſarium, & quomodo illa fuerit inſtituta, & executioni mandata, ubi priùs de Cyclo lunari ac ſolari aliquid dixerimus.

CAPUT VIII.

De Cyclo lunari ſeu decennovenali aurei numeri Calendarii Veteris, & neceſſaria ejus correctione.

SUprà *cap. 3. §. 2. & 3.* diximus, annum ſolarem politicum communem conſtare diebus integris 365, biſſextilem 366, lunarem verò politicum communem ac plenum conſtare diebus 354, ideoque lunarem ſuperari à ſolari communi diebus 11. à biſſextili diebus 12. Ex quo ſequitur, ſingulis annis lunationes politicas 11 diebus anticipari, hoc eſt, undecim diebus citiùs contingere quã anno præcedente contingebant, ut ſi anno præcedente novilunium erat *I.* Januarii, anno ſequenti ſit 11. diebus ante *I.* Jan. Cùm igitur propter 11. dies, quibus ſolaris annus ſuperat lunarem, novilunia ſingulis annis 11 diebus citiùs contingant, quæritur, quot annorum intervallo novi lunia ad eoſdem dies redeant? Reſpondeo, intervallo 19 annorum. Nam inter 19 annos ſolares politicos, quindecim ſunt communes dierum 365, & quatuor biſſextiles dierum 366, qui ſimul efficiunt dies 6939, & horas 18, quia ſingulis trium annorum communium ultimorum poſt quatuor biſſextiles, adhærent 6 horæ. Item in 19 annis ſolaribus politicis continentur totidem anni lunares dierum 354, & in quindecim communibus remanent ſingulis annis dies 11, in quatuor verò biſſextilibus remanent dies 12, ſi jam multiplices 354 per 19, & 11 per 15, & 12 per 4, produces ſimiliter dies 6939 cum appendice 18 horarum. Omnes ergo lunationes quæ ſpatio 19 annorum ſolarium contingunt, tot abſumunt dies, quot anni 19 ſolares. Redit ergo ad eundem diem & novus annus ſolaris, & nova lunatio, abſoluto intervallo 19 annorum. Toto iſto tempore 19 annorum, ſeu ſpatio 6939 dierum fiunt lunationes 235, quarum 120 ſunt 30 dierum, reliquæ 115 tantùm 29 dierum, ut patet calculanti.

Anni ſolaris ac lunaris differentia.

Novilunia quando redeant ad eoſdem dies.

Hoc cùm animadvertiſſent Veteres Mathematici, & non ignoraret Soſigenes cum Julio Cæſare, deſcripſerunt in Calendario 19 numeros, incipiendo ab 1 uſque ad 19. juxta eus dies cujuslibet menſis, in quibus ſpatio 19 annorum Novilunia politica contingere ſciebant, ita ut primo anno ei diei cujuslibet menſis, in quo ſciebant contingere Novilunia politica, præfixerint numerum *I*, ſecundo verò anno numerum 2, tertio numerum 3, & ſic deinceps uſque ad 19. Et quia Novilunia politica indicare volebant, obſervabant diligenter, ut lunationes eſſent alternatim dierum 30 & 29, & ut novilunia unius anni præveuirent antecedentis anni novilunia 11 aut 12 diebus, propter illos 11 aut 12 dies quib. annus ſolaris ſuperat annum lunarum, ut diximus. Hanc ergo 19 annorum revolutionem, & 19 numerorum diſpoſitionem in Calendario ad novilunia invenienda, vocarunt Veteres Cyclum lunarem, & adeo illis placuit, ut propter utilitatem in noviluniis per eum indagandis appellarint aureum numerum, aureiſque litteris in Calendario depinxerint. Hic Cyclus appoſitus quoque fuit Calendario Eccleſiaſtico Veteri, quo Eccleſia fuit uſa uſque ad annum correctionis, ſive id factum fuerit tempore Concilii Nicæni à Mathematicis Alexandrinis, ſive poſtea tempore Juſtiniani Imperatoris à Dionyſio Abbate Romano; quo in Calendario, primo diei Januarii adſcriptus eſt numerus 3, quia illo anno quo appoſitus fuit Cyclus, numerus aureus erat 3.

Cyclus lunaris decennovenalis [illegible] novilunia.

Aureo numero, ſeu Cyclo lunari decennovenali prædicta arte diſpoſito in Calendario, utebantur ante Calendarii correctionem ad inveniendum novilunium ac plenilunium, ſeu XIV Lunam menſis Paſchalis, & ex hac cognoſcebant Dominicam Paſchatis, & omnia feſta mobilia. Sed quamvis in principio, per annos aliquot à Concilio Nicæno, id rectè factum fuerit, quia tunc poſt annos 19 lunationes toto anno fiebant iiſdem diebus, quibus ante annos 19, lapſu tamen temporis error irrepſit, adeo ut præ tertio ſæculo novilunia quatuor integris diebus citiùs contingerent in cœlo, quàm in Calendario per aureum numerum monſtrarentur. Cujus ratio eſt, quia licet poſt ãnos 19 novilunia redeãt ad eoſdẽ dies, non tamẽ ad eaſdẽ horas, ſed unâ horâ & aliquot minutis citiùs contingunt quã ante 19 ãnos.

Quod

Novilunia poſt 19. annos non redeunt ad eaſdem dies horas.

Quod ſic breviter oſtendo. Anni 19. lunares politici habent dies 6939, horas 18, ut vidimus; anni verò 19 lunares aſtronomici non habent tot dies & horas, ſed pauciores: Nam una lunatio aſtronomica habet dies 29, horas 12, 44'. 3''. 12'''. (aliqui attribuunt ipſi 8'''. alii 10''', alii 20'''; ego ferè medium eligendo attribuo 12'''.) Si igitur ducamus hanc lunationem in 235 (tot enim lunationes habent 19 anni, ut oſtendimus) deprehendemus quantum anticipent 19 annorũ ſpatio novilunia cœleſtia. Etenim ſi primò ducimus 235 in 29 dies, producimus 6815 dies: ſi ſecundò in 12 horas, producimus 2820 horas: ſi tertiò in 44'. producimus 10340': ſi quartò in 3'', producimus 705'': ſi poſtremò in 12''', producimus 2820'''. Hæ tertia diviſa per 60, reddunt 47''. præciſè; quæ addita ad 705''. conſtant 752''. Hæc ſecunda diviſa iterũ per 60, dant 12'. & reſtant 32''. additis igitur 12', ad 10340'. fiunt 10352'. quæ diviſa per 60, reddunt 172 horas, & reſtant 32'. additis 172 horis ad 2820 horas, fiunt 2992 horæ, quibus per 24 diviſis, prodeunt dies 124, reſtant horæ 16: dies 124 additi ad dies 6815, faciunt dies 6939. Igitur 235 lunationes, hoc eſt, 19 anni lunares, habent dies 6939, horas 16, 32'. 32''. quibus ex 18 horis, hoc eſt, ex horis 17, 59'. 60''. ſubtractis, reſtat hora 1. 27'. 28''. Errat ergo vetus Calendarium ratione anni lunaris intra 19 annos horâ 1. 27'. 28''. h. e. 5248''. Et quia unus dies habet 86400''. ſi dicas, 5248''. dant 19 annos, quot annos dant 86400''? reperies annos 312½ ferè. Cùm igitur 312½ annis accidit error unius diei, accidet annis 2500 error 8 dierum, & annis 1250 (quot ferè ſunt à tempore Cõcilii Nicæni uſque ad annum correctionis) accidet error 4 dierum ferè. A Concilio igitur Nicæno, quod celebratum fuit An. Chr. 352, uſq; ad annum 1582, quo correctum fuit Calendariũ, erravit annus ſolaris 10 diebus, lunaris 4 dieb⁹ ferè.

Novilunia quot annis anteverant annum diſ.

Duos ergò errores habet vetus Calendarium, unum in anno ſolari, alterum in lunari. Ratione ſolaris novum Paſcha à vetere quatuor hebdomadibus abeſſe poteſt, ratione lunaris unâ hebdomadâ. Quando itaque nec in ſole, nec in luna error committitur, ſimul utrumque Paſcha celebratur; quando in utroque, quinque hebdomadibus differunt.

CAPUT IX.

De Cyclo Solari, ſeu litterarum Dominicalium veteris Calendarii, ejuſque neceſſaria mutatione.

Cyclus ſolaris. ſeu Litterarũ Dominicalium.

CYclus ſolaris, ſeu litterarum Dominicaliũ, eſt intervallum 28 annorum, quo evoluto litteræ Dominicales Calendario appoſitæ redeunt eodem ordine, quo antea erant. Ad quod intelligendum, recolendum eſt id quod diximus ſuprà cap. 5. annum videlicet politicum & Eccleſiaſticum dividi in 52 hebdomadas, & in anno communi dierum 365 remanere unum diem, in anno verò biſſextili dierum 366 remanere duos dies. Cùm igitur in Calendario Eccleſiaſtico omnibus diebus hæ ſeptem Alphabeti litteræ, A, B, C, D, E, F, G, ordine ſint adſcriptæ, quarum una ſingulis annis denotat diem Solis ſeu Dominicum, reliquæ verò reliquos ſeptimanæ dies; fit ut ſingulis annis littera ſuperior ſeu antecedens ſit pro Dominicali aſſumenda; ut quia hoc anno 1659 littera Dominicalis eſt E, erit ſequenti anno proximè ſuperior D, &c: Redirentque ſeptem hæ litteræ annis ſeptem in orbem, ſi anni intercalares non eſſent; at quia diviſis diebus 366 anni biſſextilis per 7, remanent 2; fit ut in annis intercalaribus una littera ſit tranſilienda; ut quia ſequens annus 1660 eſt intercalaris, non poterit toto anno littera D eſſe Dominicalis, ſed ſolùm uſque ad feſtum S. Matthiæ, ſeu uſque ad 24 diem Februarii, poſt quem intercalatur unus dies, ac propterea tranſilienda eſt littera D, & aſcendendum uſque ad litteram C, ut hæc ſit pro reſiduo anni Dominicalis. Manifeſtum ergo eſt, propter hanc litterarum Dominicalium interruptionem, eas anno ſeptimo evoluto in orbem redire non poſſe, ſed opus eſſe ejuſmodi ſeptem interruptionibus per ſaltum.

Cùm igitur hæc interruptio per ſaltum quarto quoque anno fiat, neceſſariò requiruntur anni 28, antequam litteræ Dominicales in orbem redire poſſint. Hoc igitur 28 annorum intervallum, quo litteræ Dominicales in orbem redeunt, vocatur Cyclus Solis ideo, quòd dies Dominicus, ad quem inveniendum ſingulis annis eſt inſtitutus, dies Solis vocatur; & naſcitur ex ductu 4. in 7. quia, ut dixi, ſepties quarto quoque anno fieri debet interruptio, antequam ſeptem litteræ in orbem redeant, & eodem ordine diem Dominicum indicent, quo antea.

CAPUT X.

De Veteris Calendarii Eccleſiaſtici correctione facta anno 1582. à Gregorio XIII. Summo Pontifice.

Calendarii veteris errores quomodo fuerint ſublati.

QVando anno Chriſti 325 Concilium Nicænum celebrabatur, æquinoctium vernum hærebat in die 21 Martii, & Cyclus lunaris aurei numeri rectè monſtrabat Novilunia & Plenilunia. Cùm igitur Patres dicti Concilii putarent, æquinoctium perpetuò in 21 Martii hæſurum, & Lunam XIV. primi menſis ſemper fore legitimè per Aureum numerum monſtrandam; fixerunt primum terminum paſchalem in 21 die Martii, ſeu in ipſo die æquinoctii verni, hoc eſt, ſtatuerunt ut decima quarta Luna menſis Paſchalis eſſet illa, quæ aut in ipſum caderet æquinoctium, aut proximè poſt æquinoctium contingeret, & die Dominicâ proximè poſt eam ſequente celebraretur Paſcha. Verùm quia annus ſolaris politicus ſuperat aſtronomicum, ut vidimus *cap.* 7. & Aureus numerus tardiùs indicat novilunia, quàm revera in cœlo fiunt; factum eſt ut æquinoctium deſeruerit diem ſibi attributum, atque à 21 uſque ad 11 Martii deſcenderit, ſeu retroceſſerit, & Novilunium ac Plenilunium primi menſis non fuerit rectè monſtratum; manente nihilominus primo termino paſchali in 21 Martii. Itaque omnes Lunæ decimæ quartæ, quæ ab 11 Martii uſque ad 20 accidunt, pro non paſchalibus in veteri Calendario habentur, ut ibidem diximus, cùm tamen revera ſint paſchales, ſiquidem omnes aut in ipſo æquinoctio, aut poſt ipſum contingunt.

Ut igitur craſſus hic error tolleretur, & tamen à decreto Cõcilii Nicæni nõ diſcederetur quoad tempus celebrandi Paſcha, neceſſarium omnino

fuit ut æquinoctium vernum in priſtinam ſuam ſedem à Patribus dicti Concilii ei tributam, nimirum in 21 Martii reſtitueretur; Noviluniaque ac Plenilunia vel per numeros Aureos in Calendario diſpoſitos, vel alio modo ita monſtrarentur, ut ab iſtis quæ calculus Aſtronomorum ſecundùm medium motum exhibet, quoad ejus fieri poteſt, non diſcreparent. Quoniam verò æquinoctium in ſuam ſedem reſtitui non potuit, niſi per aliquot dierum exemptionem è Calendario veteri; futurum neceſſariò erat ut Cyclus ſolaris, ſive litterarum Dominicalium in Eccleſia tunc uſitatus interrumperetur. Oportuit ergo Cyclum hunc ita quoque innovare, ut per eum quocunque anno propoſito littera Dominicalis non ſecus poſt correctionem Calendarii, quàm ante, poſſet inveniri. In tribus itaque totum negotium correctionis Calendarii conſiſtit, nimirum in æquinoctii reſtitutione, & in propria ſede retentione, in Cycli lunaris emendatione ad indicanda Novilunia, & in innovatione Cycli ſolaris ad inveniendam litteram Dominicalem. De ſingulis breviter aliquid dicemus.

Calendarii veteris correctio in quibus conſiſtat.

§. I.

De reſtitutione æquinoctii verni in ſedem priſtinam, ac retentione in eadem.

Æquinoctii reſtitutio in ſedem priſtinam Calendarii.

QUidam eorum qui Calendarii correctioni præfuerunt, cenſebant æquinoctium vernum eſſe relinquendum eo die, quo correctionis tempore reperiebatur, die videlicet 11 Martii. Alii tamen prudentiori conſilio reſtituendum cenſebant ad diem 21. Martii, ubi Nicæni Concilii tempore deprehenſum fuerat. Horum opinionē amplexus eſt meritò Gregorius XIII. propter cauſas quas affert Clavius in Calendario cap. 3. Reſtituit ergo pontifex æquinoctium vernum ad diem 21 Martii per exemptionem decem dierū ex menſe Octobri anni 1582. ita ut poſt quartum diem Octobris, loco diei quinti, aſſumptus fuerit ſtatim dies decimus quintus, decem interjectis diebus eo anno prorſus omiſſis. Hac enim ratione factum eſt, ut vernum æquinoctium anno inſequenti contigerit, & aliis deinceps annis futurum ſit, decem diebus ſeriùs quàm 11 Martii, id eſt, quàm ante correctionem, atque adeo in 21 Martii incidat. Poterant quidem hi decem dies eximi ex alio menſe, ſed electus fuit October, quia pauciora in eo occurrunt feſta immobilia, & nulla mobilia. Poterant præterea eximi paulatim lapſu 40 annorum, ordinarios intercalares dies decem omittendo; at meliùs judicatum fuit omnes ſimul uno anno omittere.

Æquinoctium quo pacto retineatur in ſua ſede.

Et nè rurſus in eundem errorem poſteritas relaberetur (quod neceſſarium foret, quia annus ſolaris Politicus ſeu Eccleſiaſticus major eſt Aſtronomico) ſtatuit Pontifex Gregorius XIII. ut deinceps non omnes anni centeſimi, ut in veteri Calendario, eſſent intercalares, ſed ut cujuslibet tetracoſieteridis tres priores centeſimi, poſt annum 1600, eſſent communes, quartus verò ſolùm centeſimus eſſet intercalaris. Itaque in novo Calendario ſequentes anni 1700, 1800, 1900, erunt communes; at 2000 erit biſſextus: item anni 2100, 2200, 2300, communes erunt, at 2400 erit intercalaris. Et ſic deinceps in futura ſæcula. Quòd ſi nè hanc quidem æquationem æquinoctium in die 21 Martii retinere perpetuò poſſe poſteritas notarit, poterit extraordinariè auctoritate Pontificis aliquē annum centeſimum communem facere intercalarem, vel intercalarem aliquem facere communem, prout æquinoctium à die 21 Martii receſſiſſe in anteriora aut poſteriora notatum fuerit.

Et licet ex hac intercalationis in centeſimis annis omiſſione interrumpendus neceſſariò eſt Cyclus ſolaris, & ordo litterarum Dominicalium; tantum tamen abeſt ut hæc interruptio difficilem reddat litterarum Dominicalium in novo Calendario inventionem, (ut malitiosè, aut imperitè calumniatur Sethus Calviſius lib. 1. cap. 12.) ut longè faciliùs in novo, quàm in veteri, litteræ Dominicales inveniantur, ut Clavius demonſtrat.

§. II.

De Cycli lunaris è Calendario ejectione, & Cycli Epactarum ſubſtitutione.

QUia, ut *cap. 7. & 8.* vidimus, anticipat Luna ſedes ſuas, in Calendario ſibi aſſignatas, annis 312½ uno die ferè, fit ut à tempore Concilii Nicæni eas anticipaverit ampliùs 4 diebus. Unde factum eſt, ut Aurei numeri in Calendario deſcripti, qui tempore Concilii prædicti Novilunia rectè monſtrarunt, præterito & noſtro ſæculo 4 diebus tardiùs illa monſtrarint, ac monſtrent, quàm in cœlo contingunt. Tollendus igitur & hic error ex Calendario fuit. Potuiſſet quidem tolli, ſi omnes Aurei numeri in eo deſcripti, per dies 4 ſurſum promoti fuiſſent: ſed hæc promotio parum profuiſſet, ſiquidem tum propter dierum biſſextilium omiſſionem in quibuſdam annis centeſimis, tum propter Lunæ anticipationem continuam, in qualibet tetracoſieteride, hoc eſt, in quolibet 400 annorum intervallo, jam ſemel, jam bis, non rarò etiam ter tum ſurſum promovendi, tum deorſum detrudendi fuiſſent. Quòd ſanè permoleſtum fuiſſet, ſiquidem ſemper omnia Miſſalia & Breviaria reddita fuiſſent inutilia. Nè igitur hoc incommodum incurreret Eccleſia, & tamen Novilunia ac Plenilunia in Calendario rectè indicarentur; ejectus eſt Cyclus Aurei numeri ex Calendario, quippe qui non omnes menſium dies implere potuit, cùm Aurei numeri ſint tantùm 19, menſis autem habeat dies aut 30, aut 31; & in ejus locum ſubſtitutus eſt Cyclus Epactarum, qui omnes dies replere poteſt, cùm Epactæ ſint 30, ut cap. ſequenti dicetur. Itaque quando 19 currentes Epactæ (ſemper enim tantùm in uſu eſſe poſſunt, propter Cyclum enneadecatericū) propter dies intercalares omiſſos, aut propter anticipationem Lunæ, in alias mutandæ ſunt, nullâ opus erit ſurſum aut deorſum promotione; ſed quando propter dies intercalares omiſſos deſcendendum erit, mutilabuntur omnes Epactæ unitate, quando propter anticipationem Lunæ aſcendendum, augebuntur unitate, nullâ factâ Epactarum aut promotione, aut præcipitatione.

Aureus numerus è Calendario ejectus.

CA-

CAPUT XI.

De Epactis, earumque diſpoſitione & uſu in Calendario novo.

Epactæ quid ſint.

EPactæ, græcè ἐπακταὶ ἡμέραι, dies adſciti ſeu adjecti, à verbo ἐπάγω quod ſignificat introduco, adſciſco, adjicio, ſunt Dies adjiciendi anno lunari communi dierum 354, ut exæquetur anno ſolari communi dierum 365. Vel, Epactæ ſunt numeri dierũ 11, & aliquando 12, rarò, 10, aut 13, qui ultimo cujuſcunque anni ſolaris menſe, hoc eſt, Decembri, poſt ultimam lunationem anni illius ſuperſunt. Ut ſi lunatio ultima anni terminetur ultimo die Decembris, ita ut nulla dies ſuperſit, Epacta inſequentis anni erit 0, ſi penultimo die, hoc eſt, 30 Decembris finiatur, Epacta anni ſequentis erit 1, propter unum diem qui ſupereſt: ſi antepenultimo, hoc eſt, 29 claudatur, Epacta erit 2, in aliis denique annis erit 3, 4, 5, &c. donec ad lunationem perveniatur, quæ finem habet ipſis Calendis Decembris ita ut 30 dies ſuperſint. Tunc autem lunatio illa quæ finitur Calendis Decembris, non eſt ultima illius anni lunatio, ſed penultima, quia 30 illi dies ſuperflui conſtituunt ultimã ac decimam tertiam ſeu emboliſmalem illius anni lunationem, ac proinde Epacta tunc erit 0, vel XXX, & in Calendario exprimitur hoc ſigno ✱. Atque hæc eſt cauſa quòd 19 Epactæ poſſint eſſe in univerſum, ab 1 uſque ad xxx. vel 0, vel ✱, propter dies 1, 2, 3, &c. uſque ad 30, vel 0, qui ſupereſſe poſſunt poſt lunationem menſe Decembri terminatam. Accidit tamen aliquando ut Epacta alicujus anni ſit unitate major, quàm numerus dierum qui poſt ultimam lunationem antecedentis anni ſuperſunt, cauſam vide apud Clavium.

Epactæ quomodo ſint in Calendario diſpoſitæ.

Ad diſpoſitionem 30 numerorum Epactalium in Calendario quod attinet, quanquam ii ſecundùm ſeriem naturalem numerorum ab 1 uſque ad xxx. vel ✱ deſcribi poſſint, placuit tamen Calendarii reformatoribus illos retrogrado ordine à xxx, vel ✱, per xxix, xxviii, &c. progrediendo uſque ad 1 deſcribere, ut à dierum numero ejuſdem Calendarii diſtinguantur, & magis naturaliter novilunia monſtrent, quæ ſemper retrocedunt in Calendario propter defectum lunaris anni à ſolari. Ad primum igitur Januarii diem ſcripta eſt Epacta xxx, ſignata hoc ſigno ✱, ad ſecundùm verò Januarii poſita eſt Epacta xxix, ad tertium xxviii, & ita deinceps, ordine retrogrado, uſque ad 1, quæ Epacta diei trigeſimo Januarii præfigitur, poſt quam eodem ordine repetuntur omnes triginta Epactæ uſque ad finem Calendarii, ita ut duodecies tantùm omnes Calendario inſcribantur, & ſuperſint hæ undecim, ✱ xxix. xxviii. xxvii. xxvi. xxv. xxiv. xxiii. xxii. xxi. xx. quæ decimo tertio loco repetuntur in poſtremis undecim diebus Decembris.

Sunt tamen in ſex Calendarii locis, nimirum 5 Febr. 5. Aprilis, 3 Junii, 1 Auguſti, 27 Novemb. hæ duæ Epactæ, xxv. xxiv. ſimul eidem diei adſcriptæ. Præterea Epacta hæc, 25, alio colore & charactere in menſibus, in quibus binæ Epactæ non ſunt copulatæ, ſcripta eſt ad latus Epactæ xxv, in quibus verò copulatæ ſunt, ad latus Epactæ xxvi, Denique ad ultimum Decembris alio quoque colore ac charactere poſita eſt Epacta 19 ad latus Epactæ xx. Ideo autem Epactæ copulatæ ſunt ſex locis, quia alioquin ſi ſingulæ ordine retrogrado ad anni finem uſque ſe mutuò conſequerentur, fierent omnes duodecim lunationes dierum 30, & omnes Epactæ 30 duodecies repetitæ occuparent dies 360. Ut igitur lunationes alternis exiſtant 30, & 29 dierum, & omnes Epactæ occupent tantùm dies 354, neceſſarium fuit duas Epactas ſimul copulare in eodem die. Epacta verò 25 alio colore & charactere poſita eſt, nè in uno Cyclo enneadecaeterico ſeu decennovenali, duæ lunationes in eandem diem incidant. Denique Epacta 19 alio colore & charactere ad ultimum Decemb. poſita eſt, nè aliquando lunatio aliqua futura ſit dierum 59, quando nimirum Epacta 19 cum Aureo numero 19 concurrit. Vide Clavium in Calend. cap. 10.

Epactarũ uſus in quo conſiſtat.

Uſus Epactarum in Calendario deſcriptarum conſiſtit in eo, ut per eas novilunia, plenilunia, & ætas Lunæ in perpetuum inveniantur quotidie, nullâ factâ earum mutatione in Calendario, non obſtante quòd novilunia nonnunquam aſcendant in Calendario verſus menſium initia, propter Lunæ æquationem certis temporibus neceſſario adhibendam, aut deorſum verſus menſium fines devolvantur, propter diei intercalaris omiſſionem in quibuſdam centeſimis annis, ut ſuprà inſinuavimus, & mox meliùs explicabitur. Nam quotieſcunque novilunia verſus fines menſium deſcendunt per unum diem, indicabuntur per Epactam inferiorem proximè minorem, quando verò aſcendunt per diem unum, per ſuperiorem Epactam proximè majorem inveſtigabuntur.

Epactæ 19 tantùm ſunt in uſu.

Quoniam porrò novilunia poſt 19 annos ſolares ad eaſdem dies menſium revertuntur, etſi non ad eaſdem omnino horas, ut dictum eſt cap. 8 efficitur ut ex 30 Epactis Calendario interſitis aſſumendæ ſint tantum 19, reſpondentes 19, aurei numeris, ſingulæ ſingulis, per quas novilunia eorundem annorum inveſtigentur. Quæ quidem 19 Epactæ tam diu novilunia indicabunt (ut olim 19, aurei numeri) quàm diu poſt completos annos 19, luminarium conjunctiones ad eoſdem ſemper dies redire comperientur. Quam primũ verò novilunia per unum diem, ſive verſus initia menſium, ſive verſus fines devoluta fuerint aſſumendæ ſunt aliæ 19 Epactæ, eiſdem 19 aureis numeris reſpondentes. Et quidem quando novilunia uno die aſcenderunt, accipiendæ ſunt 19 Epactæ quæ priores excedant unitate, quando verò uno die deſcenderunt, eligendæ ſunt 19 Epactæ quæ prioribus unitate minores ſint: hac enim ratione fiet, ut illæ indicent in Calendario novilunia uno die citiùs, hæ uno die ſeriùs. Quæ verò 19 Epactæ certis annis aſſumendæ ſint diſcitur ex tabula Epactarum expanſa, & ex tabula æquationis Epactarum, quas vide apud Clavium cap. 11. Calendarii Gregoriani.

CAPUT XII.

Utrum Calendarium Eccleſiaſticum ſit rectè à Pontifice Gregorio XIII. correctum.

Calendarium an rectè ſit correctum

PAſcha ex conſtitutione Concilii Nicæni, ut vidimus cap. 6. celebratur in tertia hebdomade menſis

menſis primi lunaris: Menſis primus lunaris ille eſt, cujus Luna xiv cadit aut in ipſum verni æquinoctii diem, aut illum proximè ſequitur. In veteri Calendario, quando Luna xiv, ſeu terminus Paſchalis cadit in poſteriores hebdomadis dies, ut in diem Jovis, Veneris, aut Sabbathi, celebratur Paſcha in hebdomade quarta, contra Canones Concilii Nicæni: Quando terminus Paſchalis cadit in unum dierum inter 21 & 30 Martii contentorum, celebratur Paſcha in menſe ſecundo: Si utrumque contingit, celebratur in hebdomade quarta menſis ſecundi. In primo caſu celebratur vetus Paſcha poſt novũ, una hebdomade, in ſecundo, quatuor, in tertio, quinque.

Æquinoctii æquatio in quo conſiſtat.

Ab his erroribus ut novum Calendarium liberaretur, inſtitutæ ſunt duæ æquationes, una æquinoctii verni, altera Epactarum. Æquinoctii æquatione (quæ in hoc conſiſtit, ut qualibet tetracoſieteride tres dies intercalares omittantur) cavetur nè Paſcha cadat in menſem ſecundum. Epactarum æquatione (quæ in hoc conſiſtit, ut certis annorum intervallis Epactæ aut augeantur, aut minuantur) cavetur nè Paſcha cadat extra hebdomadam tertiam.

Si quæras, ſint nè hæ duæ æquationes ab omni errore liberæ: *Reſpondeo primò*, ſi annus ſolaris aſtronomicus exactè eſſet dierum 365 horarum 5, minutorum 49′. 12″. æquinoctium vernum in perpetuum in die 21 Martii permaneret, quod ſic oſtendo. Anni 400 Juliani habent dies 146100. ut patet ſi 400 multiplices per 365, & ſummæ productæ addes 100 intercalares, ergo totidem anni Gregoriani habent tantùm dies 146097 (omittuntur enim in una tetracoſieteride tres dies intercalares:) Si ergo 146097 dividas per 400, & reſiduum convertas in horas, & minuta, &c. iterumque dividas per 400, provenient dies 365. horæ 5, minuta 49′. 12″ Perpetuò ergo legitima eſſet æquatio æquinoctii, ſi annus aſtronomicus eſſet dierum 365, hor. 5, minut. 49, 12″. *Reſpondeo ſecundò*, ſi menſis lunaris eſſet [illegible], hoc eſt, 29 dierum, 12 horarum, 44′. 3″. 10‴, &c. quantus elicitur ex æquatione Epactarum Gregoriana, nequaquam tamen perpetuò rectè æquarentur Epactæ, quod ſic oſtendo. Anno 37365 eſt Epacta nova 28. quæ reponit Lunam xiv, ſeu terminum Paſchalem in 15, Aprilis: ſed plenilunium aſtronomicum medium ex menſe Gregoriano inventum cadit in 17 diem ejuſdem menſis Aprilis, ergo dicto anno duobus diebus errat æquatio Epactarum Gregoriana. Hunc errorem novi Calendarii primùm omnium notavit Clavius in Calend. cap. 12. quem etiam emendare conatur, ut videri poteſt apud ipſum.

Epactarũ æquatio an recta ſit.

Dices, ex dictis, ſequi æquationem Epactarum Calendarii Gregoriani naturâ ſuâ vitioſam eſſe, quandoquidem Epactæ Gregorianæ nè illa quidem novilunia in perpetuum oſtendunt, quæ ex menſe per Gregorianam æquationem eruto depromuntur. Reſpondeo, verum eſſe, ſed cùm hic error ſine moleſtiſſimis fractionibus caveri non potuerit, maluit Gregorius Pontifex prudentiſſimus in re politica, cujuſmodi eſt Calendarium, planam & tritam viam, licet aliquantulum erroneam ſequi, quàm calculo adeo moleſto Eccleſiam involvere. Deinde cùm neque de anni ſolaris, neque de menſis lunaris vera magnitudine adhuc conſtet, nulla æquatio dari poterit quæ non neceſſariò aliquando à vero aberret. Igitur ut Calendarium omni ex parte abſolutum redderet, ordinariis æquationibus extraordinarias adjecit, quarum prima hæc eſt, ut ſi æquinoctium à ſede ſua aliquando abiiſſe deprehenderetur, aliquis annus centeſimus communis fieret intercalaris; aut contra intercalaris fieret communis. Secunda eſt, ſi contingeret Epactas non ampliùs rectè novilunia monſtrare, ut minuerentur, aut augerentur, prout novilunia in Calendario aut aſcendiſſe, aut deſcendiſſe deprehenſa à poſteris fuerint. Atque hæc dicta ſufficiant de tempore Eccleſiaſtico, nunc regulas ſubnectamus Computum Eccleſiaſticum concernentes.

Æquationes extraordinariæ æquinoctii & Epactarum.

PARS IV.

De Computu Eccleſiaſtico.

Computus Eccleſiaſticus quid ſit.

Computum Eccleſiaſticum hoc loco appello modum, ſeu regulas quaſdam practicas, inveniendi facilè pleraq; quæ ad Calendarium Eccleſiaſticum ſpectant, & ad tempus ex illo juxtaq; illud ordinandum, cujuſmodi ſunt inventio numeri aurei ſeu Cycli lunaris, litteræ Dominicalis ſeu Cycli ſolaris, novilunia & plenilunia Eccleſiaſtica, Paſcha cum feſtis mobilibus, &c. Inveniri hæc poſſunt triplici via, per arithmeticam, per digitorum articulos, & per tabulas in eum finem conſtructas. De prima tantùm erit ſermo, dabunturque plerumq; regula tam pro Calendario antiquo, quàm pro novo ſeu Gregoriano.

CAPUT XIII.

De Computu Eccleſiaſtico per Arithmeticam.

Regula I.

An annus propoſitus ſit biſſextilis, aut quotus poſt biſſextilem ſit, invenire.

Regula varia ad Computum Eccleſiaſticum ſpectantia.

HÆc regula ſervit pro utroque Calendario. *Anni Chriſti propoſiti dividantur per 4, & ſi facta diviſione nil ſuperſit, erit is annus biſſextus, ſi ſuperſit, aut 2, aut 3, erit primus, aut ſecundus, aut tertius poſt biſſextum. Quotus verò indicat numerum biſſextorum ſive luſtrorum Chriſtianorum ab ortu Chriſti uſque ad annum propoſitum.* EXEMPLUM. Annus Chriſti præſens 1659, diviſus per 4, reſiduum facit 3, & quotum 414, quod ſignum eſt, nunc eſſe tertium poſt biſſextum, ab æra verò Chriſtiana quadringentos quatuordecim biſſextos effluxiſſe. *Aliud.* Anno ſequente 1660 diviſo per 4, nihil remanet, & quotus eſt 415, erit ergo biſſextus, &c. *Ratio regulæ eſt*, quia primus annus æræ Chriſtianæ fuit primus poſt biſſextum, & quartus quilibet deinceps biſſextus, ergo, &c. *Notandum.* Sufficit ſolus annos millenarius & centenarius adjunctos dividere

Anni quartilatem invenire.

per

per 4, rejectis aliis, quia omnes quaternario diviſi exhauriuntur. Sic io allatis exemplis ſufficit dividere 59, & 60, rejectis 16, id eſt, 1600.

Regula II.

An anni centeſimi propoſiti poſt Calendarii correctionem ſint biſſextiles, & quoti poſt eum ſint, invenire.

Annos centeſimos biſſextos invenire.

HÆc regula ſervit ſolùm pro Calendario novo, in quo, ex ordinatione Pontificis Gregorii XIII. annus 1600 fuit biſſextilis, deinceps verò ſolùm quarti quique centeſimi ſunt biſſextiles, tres verò antecedentes ſunt communes, ut diximus ſupra c. 19. *Abjectis duabus cyphris ad dexteram, dividatur reſiduum per 4. ſi nihil remanet, annus propoſitus eſt biſſextus, ſi remanet 1, eſt primus poſt biſſextum, ſi 2, eſt ſecundus, &c.* EXEMPLUM. Ex anno 1700, abjiciantur duæ cyphræ, & reſiduum 17 dividatur per 4, remanet 1, ſignum ergo eſt, eum eſſe annum communem, & primum poſt biſſextum. *Aliud.* Ex anno 2000, abjectis duabus cyphris, reſiduum 20 dividatur per 4, & quia nihil remanet, ſignum eſt eum eſſe biſſextum. *Ratio regulæ eſt* ipſum Pontificis ſtatutum.

Regula III.

Cyclum Lunæ, ſeu Aureum numerum invenire quovis anno.

Cyclum Lunæ invenire.

CYclus Lunæ hîc non ſumitur pro collectione integra 19 numerorum, ſed quovis numero ex tota illa collectione. Regula ſervit pro utroque Calendario. *Annis Chriſti propoſitis addatur 1, & ſumma dividatur per 19, reſiduum erit aureus numerus, ſeu Cyclus Lunæ quæſitus: ſi nihil remanet, erit cyclus ultimus, hoc eſt 19, quotus oſtendit numerum Cyclorum integrorum ab anno æram Chriſti proximè præcedente uſq; ad propoſitum elapſorum.* EXEMPLUM. Sit propoſitus annus 1659 Hic auctus unitate, ut fiant 1660, & diviſus per 19, dat pro reſiduo 7, pro quoto 87. Ergo aureus numerus eſt 7, & elapſi ſunt 87 integri Cycli lunares. *Ratio regulæ.* Additur unitas, quia primo anno æræ Chriſtianæ aureus numerus erat 2. Diviſio fit per 19, ut abjiciantur omnes integri cycli lunares elapſi.

Regula IV.

Dies exemptiles novi Calendarii invenire.

Dies exemptiles invenire.

VIdimus ſuprà *cap.* 10. ex anno veteri exemptos fuiſſe 10 dies, & ab anno 1600, deinceps qualibet tetracoſieteride tres dies intercalares eſſe omittendos, hoc eſt, tres priores centeſimos, qui nimirum per 400 diviſi aliquid relinquunt, deinceps non ampliùs biſſextos, ut in veteri Calendario fit, ſed communes futuros, atque adeo in ſingulis quadringentis annis alios tres dies eximendos. Itaque inquirere dies exemptiles novi Calendarii, nihil aliud eſt quàm inquirere numerum dierum biſſextilium; qui ultra illos 10 dies ejectos ex annis Julianis, impoſterum ejiciuntur ſeu eximuntur. Ad hos inveniendos quovis tempore poſt Calendarii correctionem, ſic operare. *Ex annis Chriſti propoſitis ſubtrahantur 1600, reſiduū dividatur per 400, quoti triplo addantur tot unitates, quot centeſimi facta diviſione ſuperſunt, ac præterea 10, ſumma dabit dies exemptiles deſideratos.* EXEMPLUM. Cupis ſcire dies exemptiles anni 864500. Subtrahe ex illis 1600, & reſtant 862900, quibus per 400 diviſis, proveniunt pro quoto 2157, & ſuperſunt 100, triplo quoti prædicti, quod eſt 6471, adde 1, propter centum annos reſiduos, & præterea 10, habebis 6482. Ergo 864500 anni veteres ſuperant tandem novos diebus 6482, hoc eſt, intra annos 864500 exempti ſunt ab anno correcti Calendarii dies 6482. *Ratio regulæ.* Subtrahuntur anni 1600, quia uſque ad annum 1600 nulli dies intercalares in annis centeſimis fuerunt omiſſi. Reſiduum dividitur per 400, ut habeantur tetracoſieterides elapſæ ab anno 1600. Accipitur triplum quoti, quia ſingulis tetracoſieteridibus elapſis exempti ſunt anni tres. Huic triplo adduntur tot unitates, quot centeſimi ſuperſunt, quia ſingulis centeſimis qui ſuperſunt, eximitur unus dies. Adduntur præterea 10, propter decem dies ex anno correctionis 1582 exemptos. *Notandum.* Si futuris temporibus fieret intercalationis ordinariæ omiſſio, illius etiam ratio habenda eſſet, & adhuc unus dies eximendus.

Regula V.

Cyclum Solis veterem invenire quovis anno.

Cyclum Solis veterem invenire.

ANnis Chriſti propoſitis addantur 9, ſumma dividatur per 28, reſiduum erit Cyclus ſolis quæſitus, ſi nihil reſiduum fuerit, cyclus erit 28. Quotus indicat, quoties cyclus in orbē redierit. EXEMPLUM. Cupio ſcire cyclum ſolis anni 1620, addo 9, & fiunt 1629, quibus per 28 diviſis, reſtant 5 pro cyclo Solis quæſito. *Ratio regulæ.* Adduntur annis Chriſti 9, quia proximo anno ante æram Chriſtianam cyclus ſolis fuit 9. Cætera per ſe conſtant. Cyclus Solis hîc ſumitur non pro integra numerorum 28 revolutione, ſed pro uno ex prædictis 28 numeris.

Regula VI.

Cyclum Solis novum invenire quolibet anno.

Cyclum Solis novum invenire.

DIes exemptiles ducantur in 12, productum ſubtrahatur ex ſumma annorum Chriſti & 9, reſiduum dividatur per 28. eritque quod diviſione facta reſtat, cyclus novus quæſitus. EXEMPLUM. Cupio ſcire cyclum ſolis novum anni 8564. Dies exemptiles ſunt 62, eorum duodecuplum 744; quo ex 8573 (ſumma nimirum annorum datorum & 9) ſubtracto, reſtant 7828, quibus 28 diviſis, ſuperſunt 17 cyclus novus quæſitus. *Ratio regulæ* colligitur ex iis quæ habet Clavius in Calendario cap. 21. num. 4. & Guldinus item in Calendario lib. 1. cap. 10. Regula 5.

Regu-

Regula VII.

Cyclum Indictionis pro utroque Calendario invenire.

Cyclum Indictionis invenire.

CYclus Indictionis eſt intervallum annorum 15, in morem cycli ſemper in orbem recurrens. Inſtitutus olim à Romanis fuit propter tributa pendenda, & adhuc in uſu eſt in diplomatibus & Scripturis publicis. Qui porrò quovis anno numerus currat pro Indictione, ſic reperitur. *Annis Chriſti addantur 3. & ſumma dividatur per 15, eritq; reſiduum cyclus Indictionis quæſitus. Si nihil reſtat poſt diviſionem, cyclus erit 15.* EXEMPLUM. Cupio ſcire cyclum Indictionis anni 1659, addo 3, & conflo 1662, quibus diviſis per 15, reſtant 12 cyclus quæſitus. *Ratio regulæ.* Adduntur 3 annis Chriſti, quia primo anno Chriſti Indictio erat 4. Quotus poſt diviſionem indicat numerum integrorum cyclorum evolutorum, inchoatorum triennio ante æram Chriſti.

Regula VIII.

Dies anticipationis Lunæ pro veteri Calendario invenire.

Anticipationem Lunæ invenire.

VIdimus cap. 8. novilunia cœleſtia prævenire cycla Calendarii veteris, annis 2500 dieb. 8, quæ præventio non incongruè anticipatio Lunæ dicitur. Si ergo anticipationem Lunæ ſcire deſideras, *Subtrahantur ex annis datis* 1800, *reſiduum ſi minus fuerit quam* 2500, *dividatur per* 300, *dabitque quotus anticipationem Lunæ quæſitam. Nota tamen, ſi reſidua ſint* 2400, *non 8, ſed* 1 *minùs 7 dies anticipationis eſſe accipiendos. Si ſubtractis* 1800. *ex annis datis, reſidua ſunt* 2500, *aut plus, dividantur reſidua illa per* 2500, *& octuplo quoti addantur tot unitates, quot trecenteſimi facta diviſione ſuperſunt, & habebuntur dies anticipationis quæſiti.* EXEMPLUM. Cupio ſcire dies anticipationis Lunæ anni Chriſti 864500, Subtractis 1800, reſtant 862700, quibus per 2500 diviſis, proveniunt 345, reſtant 200, octuplum quoti eſt 1760 anticipatio Lunæ quæſita. *Ratio regulæ* colligitur ex dictis lo. cit.

Regula IX.

Poſtpoſitionem Lunæ pro novo Calendario invenire.

Poſtpoſitionem Lunæ invenire.

IN novo Calendario propter dies exemptiles antevertunt cycla novilunia aſtronomica, adeoque aſtronomica tardiùs contingunt cyclis, quæ tardatio non malè dicitur poſtpoſitio Lunæ. Quam itaquovis anno invenies. *Subtrahatur anticipatio ex diebus exemptilibus, & erit reſiduum poſtpoſitio quæſita.* EXEMPLUM. Anno Chriſti 864500 ſunt dies exemptiles 6482, anticipationis 2760, quibus ex 6482 ſubtractis, reſtant 3722, dies poſtpoſitionis Lunæ pro anno dato.

Regula X.

Epactam veterem invenire pro anno dato.

Epactam veterem invenire.

A*Ureus numerus ſeu Cyclus Lunæ anni dati ducatur in 11, productum dividatur per 30, reſiduum diviſionis indicat Epactam quæſitam, quotus verò numerum lunationum emboliſmicarum currentis cycli. Si nihil reſiduum eſt, Epacta erit 30.* EXEMPLUM. Cupio ſcire Epactam veterem anni 1659. Aureus numerus eſt 7, quo ducto in 11, producuntur 77, his per 30 diviſis, reſtant 17 pro Epacta dicti anni. *Ratio regulæ.* Multiplicatio fit per 11, quia cuilibet anno epactæ dantur 11. Diviſio producti fit per 30, ut abjiciantur lunationes emboliſmæ integræ, quarum numerum refert quotus.

Regula XI.

Epactam novam pro anno dato invenire.

Epactam novam invenire.

A*B Epacta veteri detrahantur dies exemptiles anni dati, additis 30 quando ſubtractio fieri nequit & erit quod remanet, epacta quæſita.* EXEMPLUM. Volo ſcire Epactam novam anni 1659, Epacta vetus eſt 17, dies exemptiles 10. his ſubtractis à 17, remanent 7 pro epacta quæſita. *Ratio regulæ.* Epacta nova tantum differt à veteri, quantum annus novus à veteri, cum igitur differentia hæc ſit numerus dierum exemptilium, conſtat propoſitum.

Regula XII.

Litteram Dominicalem veterem invenire

Litteram Dominicalem veterem invenire.

A*Nnis Chriſti propoſitis addantur 5. & numerus biſſextorum præteritorum repertus per Reg. 10. Dominicali ſumma dividatur per 7, reſiduum ſubtrahatur ex 8, vel ſi nihil reſtet, ſubtrahatur 7 ex 8, reliquum indicabit litteram Dominicalem quæſitam, nempe 1 indicabit A, 2 B, 3 C, &c.* EXEMPLUM. Cupio ſcire litteram Dominicalem veterem anni 1659, addantur 5, & numerus biſſextorum 414, eritque ſumma 2078, quâ per 7 diviſâ, reſtant 6, ſubtractis ergo 6 ex 8, remanent 2, quod ſignum eſt litteram B eſſe Dominicalem anni dati. *Notandum.* In anno biſſexto littera Dominicalis per hanc regulam inventa indicat diem Dominicam uſque ad feſtum S. Matthiæ Apoſtoli, poſt quod aſſumenda eſt proximè præcedens, nimirum in caſu poſito littera A. *Ratio regulæ.* Annis Chriſti additur quinarius, quia quinta littera in ordine retrogrado, hoc eſt, C fuit anno proximo ante æram Chriſtianam Dominicalis poſterior (erat enim annus biſſextus) Adduntur etiam biſſexti præteriti, quia hi unà cum annis Chriſti componunt numerum omnium litterarum Dominicalium à quinquennio ante æram Chriſti uſque ad datum annum ordine retrogrado ſeſe conſecutarum, cùm cuilibet biſſexto duæ debeantur litteræ Dominicales, unde facta diviſione per 7, & abjectis omni-

omnibus ſeprenatiis, remanet index litteræ Dominicalis anni dati in ordine retrogrado. Reſiduum ſubtrahitur ab 8, ut habeatur eadem littera Dominicalis in ordine directo.

Regula XIII.

Litteram Dominicalem novam invenire.

Litteram Dominicalem novam invenire.

E*X ſumma annorum Chriſti, biſſextorum, & 5. tollantur dies exemptiles, reliquum dividatur per 7. quod reſtat ſubtrahatur ex 8, vel ſi nihil reſtat ſubtrahatur 7, ex 8, eritq; reſiduum index littera Dominicalis nova.* EXEMPLUM. Cupio ſcire litteram Dominicalem novam anni præſentis 1659. Addantur 414, & 5. & ex ſumma 2078, tollantur 10, remanent 2068, quibus per 7 diviſis reſtant 3, his ab 8 ſubtractis remanent 5. Ergo littera Dominicalis eſt E. *Ratio regulæ.* Subtrahuntur dies exemptiles, quia in Calendario Gregoriano toties una littera omittitur in ordine litterarum Calendarii veteris, quot ſunt dies exempti ex illo. Cætera patent ex præcedenti regula. *Notandum.* Etiam hæc littera in anno biſſexto tantùm durat uſque ad feſtum S. Matthiæ, & poſtea aſſumitur proximè præcedens.

Regula XIV.

Feriam utriuſque Calendarii quovis anni die invenire.

Feriam utriuſque Calendarii invenire.

P*R*o veteri Calendario, *ſubtrahatur, ex ſumma annorum Chriſti prateritorum, biſſextorum, & dierum anni currentis* Pro novo Calendario, *Subtrahatur ex eadem ſumma 1, & dies exempti, reſiduum utrobique dividatur per 7, eritque quod reſtat Feria quæſita. Si nihil reſtat, erit Feria 7, ſive Sabbathum.* EXEMPLUM. Cupio ſcire, in quam Feriam inciderit dies 18 Octobris anni 1617. Anni præteriti ſunt 1616, biſſexti 404, dies à Calendis Januarii uſque ad 18 Octobris elapſi ſunt 291, ſumma omnium 2311, ex qua ſi tollatur 1, reſtant 2310, quibus per 7 diviſis, reſtat 0. Ergo decimus octavus dies Octobris dicti anni incidit in veteri Calendario in Sabbathum. Si ex eadem ſumma 2311 ſubtraho dies 10 exemptos, & 1, reſtant 2300, quibus per 7 diviſis, reſtant 4. Ergo 18 Octob. in novo Calendario incidit in Feriam quartam. *Ratio regulæ.* Quilibet annus communis diviſus per 7, relinquit unum diem, annus verò biſſextus duos: ſumma ergo annorum Chriſti & biſſextorum, dat ſummam dierum reſiduorũ: ab hac, & ſumma dierum anni currentis, tollitur 1, quia Chriſtus natus fuit die Dominica, & primus dies primi anni Chriſti inchoati à Januario, fuit dies Lunæ, ſeu Feria ſecunda.

Regula XV.

Quæ littera cuique diei Calendarii adſcripta ſit, cognoſcere.

Litteram diei Calendarii invenire.

D*Ies Kalendis Januarii uſq; ad diem datum numerati dividantur per 7, eritq; reſiduum index littera date diei adſcripta: ſi nihil ſuperſit, erit littera G.* EXEMPLUM. Cupio ſcire quæ littera ſit adſcripta diei 8 Septembris. Dies à Calendis Januarii uſque ad 8 Septemb. ſunt 251, quos ſi per 7 dividas, reſtant 6. Ergo 8 Septembris adſcripta eſt littera ſexta F.

Regula XVI.

Decimam quartam Lunam, ſeu terminum Paſchalem invenire pro Calendario antiquo.

Terminũ Paſchalem pro Calendario veteri invenire.

E*Pacta vetus, ſi minor eſt quàm 26, ſubtrahatur ex 47, ſi verò eſt 26, aut major quàm 26, ſubtrahatur ex 46, reſiduum dabit diem à Calendis Martii numeratum, in quem cadit XIV Luna, ſeu terminus Paſchalis.* EXEMPLUM. Volo ſcire decimam quartam Lunam anni 1618. Epacta vetus eſt 14, quæ ex 47 ſubtracta relinquit 33, itaque die trigeſimo tertio à Calendis Martii, id eſt, ſecundo Aprilis, eſt decima quarta Luna. *Ratio regulæ* ex Guldino hæc eſt. Quando terminis Paſchalibus per aureos numeros in Calendario deſcriptis, ſubſtituuntur epactæ illæ, quæ per Reg. 10. ex iis ipſis aureis numeris, quibus ſubſtituendæ ſunt, eliciuntur, & loca vacua explentur numeris quos ipſa epactarũ ſeries ſubminiſtrat, tunc epactæ hæ in Calendario hunc acquirunt ordinem per dies Martii & Aprilis, ut incipientes à die 21. Martii. & ab epacta 26, progrediantur ordine retrogrado, & in 15 Aprilis in unitate deſinant, iterumque in die 16 Aprilis initium ducant à 30, & retrogradè progredientes exſpirent in die 18 Aprilis in duabus epactis 28 & 27, numerumque ſuum trieenarium compleant. Cùm igitur in hac progreſſione Epactarũ à 21 Martii uſq; ad 18 Aprilis, dies menſiũ unitate continuò creſcãt, epactæ verò tãtundem decreſcant, ſi aſſumatur numerus qui fit ex additione binorum numerorum utriuſque ordinis ſibi è regione reſpondentium, & alteruter eorum ex toto illo numero aſſumpto detrahatur, remanet alter. Ergo cùm hic numerus perpetuò ſibi æqualis ſit, ſequitur ſi ex eo alteruter ordo continuè detrahatur, reliquum fore alterum ordinem: Sed iſte numerus eſt 47 (tantum enim fit, ſi 21 Martii ad epactam 26 adjungas, aut 22 Martii ad epactam 25, &c.) Ergo ſi ex 47 epactas detraxeris, remanebit dies à Calendis Martii numeratus in quem cadit XIV Luna. Eadem eſt ratio, ſi epacta eſt 26, aut major, nam dies 16 Aprilis aſſumit ſibi epactam 30, dies verò 17 epactam 29, &c. qui bini numeri (16 & 30, item 27 & 29, &c.) conficiunt ſimul 46.

Regula XVII.

Decimam quartam Lunam invenire pro Calendario novo.

Terminum Paſchalem pro Calendario novo invenire.

E*Pacta nova, ſi major non eſt quã 23, ſubtrahatur ex 44, ſi major quàm 23, non tamen ſit XXIV, vel 25 diverſi characteris aut coloris, ex 43. ſi XXIV aut 25 diverſi coloris aut characteris, ex 42 numerus reſiduus à Calendis Martii numeratus incidet in diem quæſitum.* EXEMPLUM. Cupio ſcire diem in

quem incidit Luna XIV præſentis anni 1659. Epacta eſt 7, hæ ſubtracta ex 44, relinquit 37, ergo Luna XIV, ſeu terminus Paſchalis eadit in diem 37 à Kalendis Martiis, id eſt, in 6 Aprilis. *Ratio regulæ* eſt ſimilis præcedenti.

Regula XVIII.

Aliter Lunam XIV. ſeu terminum Paſchalem invenire pro utroque Calendario.

Aliter. IN *Calendario quæratur ab octavo die Martii uſque ad quintum Aprilis incluſive* pro Calendario veteri *Aureus numerus currens*, pro Calendario verò novo *Epacta currens, ut habeatur novilunium Paſchale, ab eo incluſivè numeretur dies 14, & incidetur in diem Lunæ XIV ſeu termino Paſchali deputatum.* EXEMPLUM. Epacta nova anni præſentis 1659 eſt 7, & incidit in diem 24 Martii, ab eo ſi numerentur dies 14, incidetur in 6 Aprilis, terminum Paſchalem quæſitum. *Ratio regulæ* patet ex dictis *cap.* 6. de celebratione Paſchæ.

Regula XIX.

Paſcha, ac reliqua feſta mobilia, ac quatuor anni ſolemnia jejunia, Dominicam Adventus, numerumque Dominicarum inter Pentecoſten & Adventum invenire, pro utroque Calendario.

Feſta mobilia invenire. A *Termino Paſchali, ſeu à XIV. Luna in Calendario inventa, deſcendatur uſque ad proximam litteram Dominicalem, & incidetur in diem Paſcha. Ab hoc ſi numerentur retro in antecedentia hebdomada 9, incidetur in Dominicam Septuageſima, poſt quam proxima feria quarta eſt dies Cinerum. Si poſt Paſcha numerentur in conſequentia hebdomada 7, habetur Pentecoſte, ſi tantùm, & ab ea deſcendatur uſque ad feriam quintam, habetur Aſcenſio Domini. Dominica proxima poſt Pentecoſten eſt feſtum Sanctiſſimæ Trinitatis, poſt hanc proxima feria quinta Feſtum Corporis Chriſti. Dominica Adventus eſt ea, quæ feſto S. Andreæ proximior eſt. Quatuor anni jejunia ſunt feria 4, 6, & 7, poſt tertiam Dominicam Adventus, ſeu feſtum S. Luciæ, primam Dominicam Quadrageſima, ſeu poſt diem Cinerum poſt Pentecoſten, ſeu feſtum Spiritusſancti, poſt feſtum Exaltationis S. Crucis, quod celebratur die 14. Septembris. Unde verſus* Poſt crux, poſt cineres, poſt Spiritus, atque Luciæ. *Pro numero Dominicarum Pentecoſten & Adventum inveniendo, attendatur quot ſint Dominica poſt Paſcha uſque ad diem S. Georgii Martyris incluſivè, qui in diem 23 Aprilis incidet: ſive quot ſint poſt Pentecoſten uſque ad feſtum S. Barnaba Apoſtoli incluſive, qui incidit in diem 11 Junii, tot enim Dominica addenda ſunt ad 24, ut habeatur numerus Dominicarum quæſitarum. Si nulla Dominica inter dictos terminos comprehenditur, numerus Dominicarum erit 24, ſi Paſcha aut Pentecoſte poſt dicta feſta celebretur, Dominica ſint 23 tantùm.* Exemplum non eſt opus addere. *Ratio regulæ* eſt decretum Eccleſiæ.

Regula XX.

Nonas, Idus, & Calendas in diebus ordinariis menſium memoriter, exhibere & è contrà hos ab illis denominare.

SCiendum eſt, quot quilibet menſis habeat dies, quot nonas, & quot idus, & quibus diebus menſium ſit initium iduum, & nonarum, juxta dicta ſuprà cap. 3. §. 2. His ſuppoſitis, I. *ſi dies propoſitos in illis menſibus quatuor Nonas habent, ſubtraxeris ex 6, in illis verò qui ſex Nonas habent, ex 8, relinquantur Nonæ quæſitæ: ſi contrà Nonas propoſitas ex 6 aut 8 ſubtraxeris, relinquentur dies quæſiti.* Sic quartus dies Octobris eſt 4 Nonas Octob. quia 4 ex 8 ſubtractis relinquuntur 4, contrà verò quintus Nonas Octobris eſt dies tertius Octobris, quia 5 ex 8 ſubtractis relinquuntur 3. *II. ſi dies propoſitos in illis menſibus, qui quatuor nonas habent, ſubtraxeris ex 14, in reliquis ex 16, relinquuntur Idus quæſitæ, contra verò ſi Idus propoſitas ſubtraxeris ex 14, vel ex 16, relinquantur dies quæſiti.* Sic nonus dies Octobris eſt 7 Idus Octobris, quia 9 ex 16 ſubtractis relinquuntur 10. *III. ſi dies propoſitos ſubtraxeris ex ſumma facta ex numero dierum menſis dati, & 1, relinquantur Calenda menſis ſequentis: ſi contra Calendas propoſitas ſubtraxeris ex eadem ſumma, relinquuntur dies menſis præcedentis.* Sic dies 24 Octobris, eadit in 9 Calendas Novembris, quia 24 ſubtractis ex 33, hoc eſt, ex ſumma dierum Octobris & binario, remanent 9, contra verò 9 Calendas Novembris eadit 24 Octob. quia 9 ſubtractis ex 33, reſtant 24. *Ratio regulæ* conſtat ex dictis c. 3. §. 2. de Calendis, Nonis, & Idibus. *Nonas, Idus & Calendas invenire.*

Regula XXI.

Ætatem Lunæ quovis die menſis invenire.

N*Umerus Epactæ currentis Anni, numerus dierum currentis menſis, & numerus menſium à Martio elapſorum, addantur inter ſe, ſi ſumma eſt minor quàm 30, indicat ætatem Lunæ illo die, ſi major, abjiciantur 30, reſiduum indicat ætatem Lunæ. In Januario tamen & Februario aut non addendus eſt numerus menſium à Martio elapſorum, aſſumenda Epacta anni præcedentis.* EXEMPLUM. Volo ſcire ætatem Lunæ diei 25 Aprilis anni 1659. Epacta eſt 7, & Aprilis eſt menſis ſecundus poſt Martium. Addantur igitur 7, 25, & 2, fiunt 34, & abjectis 30 remanent 4, igitur eſt quartus dies Lunæ, id eſt, quartus dies à Novilunio. *Ratio regulæ* eſt, quia per additionem Epactæ & numeri menſium à Martio elapſorum æquatur annus lunaris cum ſolari. *Notandum I.* hanc regulam dare ætatem Lunæ juxta Eccleſiæ uſum, quæ ſemper *Lunæ ætatem invenire.*

ferè

ferè loquitur de ætate jam completa. *Notandum* II. novilunium haberi, ſi à die ætatis numeretur retro uſque ad unitatem, nam in quem diem cadit unitas, ſeu primus dies Lunæ, in illo eſt novilunium.

Regula XXII.

Locum Solis in Zodiaco invenire in utroque anno.

Solis locũ in Zodiaco invenire.

SCiendum eſt priùs, quo die menſis Sol quodlibet ſignum Zodiaci ingrediatur. Docent hoc ſequentes verſus:

Inclyta Laus Juſtis Impenditur: Hæreſis Horret: Grandia Geſta Gerens Felix Gaudet Honore.

In his verſibus ſunt 12 dictiones, quarum prima deputatur Januario, ſecunda Februario, &c. & ratio habetur tantùm primæ litteræ: ſi enim numerus, quem prima littera in Alphabeto habet, ſubtrahatur ex 30, reſtat dies quo ſol ſignum ingreditur. Ingreditur autem in Arietem in Martio, in Taurum in Aprili, &c. Ordinem ſignorum docent verſus quos lib. 7. par. 1. cap. 8. dedimus nempe: *Sunt Aries, Taurus, &c.*

Itaque ſi ſcire cupis in quo loco Zodiaci, hoc eſt, in quo Signo, & in quoto ſigni gradu ſit Sol quolibet die menſis, *Addatur numerus ille quem prima littera priorum verſuum in Alphabeto habet, diebus propoſitis menſis dati, & dabit ſumma gradum Signi quæſitum. Quòd ſi ſumma ſuperet 30, abjiciantur 30, & reſiduum indicabit gradum.* EXEMPLUM. Cupio ſcire ubi ſol verſetur die 29 Sept. Menſi Septembris reſpondet vox *Gerens*, eſtque ejus prima littera G ſeptima in ordine. Addo ergo 7 ad 29, & habeo 36, abjectiſque 30, reſtant 6. Igitur Sol 29 Sept. eſt in Sexto gradu Libræ. *Ratio regulæ* facilis eſt.

Regula XXIII.

Locum Lunæ in Zodiaco invenire quovis die.

Lunæ locũ in Zodiaco invenire.

D*Uplicetur ætas Lunæ, hoc eſt, dies à novilunio præcedente uſque ad diem pro quo locus Lunæ deſideratur, duplicatum dividatur per 5, & dabit quotus ſigna, reſiduũ verò ſextuplũ dabit gradus quib. Luna à Sole diſtat.* EXEMPLUM. Cupio ſcire in quo loco fuerit Lũna die 18 Octob. anni 1618. Sol die 14. Octob. eſt in 24. gradu Libræ, novilunium præcedens cadit in primum Octobris, ergo ætas Lunæ eſt 17 dierum, nam à primo Octob. uſq; ad 18. ſunt dies 17, duplum 17 eſt 34, quod per 5 diviſum, reddit 6, & reſtant 4, quorum ſextuplum facit 24, ſi ergo à loco Solis ſecundùm ſignorum ſeriem numeravero ſex ſigna, & 24 gradus, incidam in 18 gradum Tauri, in quo Luna dicto die verſatur. *Ratio regulæ* eſt, quia Luna ſingulis quinque diebus duo ferè ſigna percurrit, &c.

Monitio.

M*Ulta alia ad Computum Eccleſiaſticum ſpectantia afferri poterant, quæ brevitatis causâ omittimus. Qui dicta hactenus vel omnia, vel pleraq; invenire volet memoriter per tabulas, legat Clavii Computum Eccleſiaſticum Calendarii Gregoriani explicationi annexum. Qui eadem ſcire deſiderat per digitorum articulos, legat eundem, & Dactyliſmum Eccleſiaſticum Pompeii Lampii. De Computo Eccleſiaſtico antiquo ſcripſit etiam Joannes de Sacroboſco, Franciſcus Maurolycus, & alii. Aliqua de utroque habet Herigonius to. 6. Curſus Mathem. & Joannes Jacobus Hainlinus in Synopſi Mathem.*

LIBER XII.

DE

GEOGRAPHIA.

Procœmium.

Terraqueus globus cur in medio mundi collocatus.

*T*Errarum Orbis, hoc eſt, ex Terra & Aqua coagmentatus globus, quem ob id Terraquam in præcedentibus appellavimus, à ſapientiſſimo Mundi fabricatore DEO in medio Univerſi eſt ideo collocatus, ut à cælo & cæleſtibus corporibus æqualiter undique diſtans, æqualiter eorundem participaret influxus. Ex quo haud obſcurè colligas, quanta ſit ejuſdem vel nobilitas & præſtantia, vel in mente Conditoris de illo æſtimatio, ut cujus famulatui tam multa, tam magna, tam excellentia Mundi corpora fuere deſtinata. In hoc terrarum Orbe poſitus à Deo eſt homo, ut vultu modò erecto cælum, modò demiſſo contemplaretur Terram. Introduximus hactenus Mathematicæ Candidatum in cæli conſiderationem brevitate maxima, atque Aſtronomum eſſe docuimus; nunc eadem brevitate in Terræ conſiderationem

Geographi munus quod nam ſit.

introducemus, & Geographum eſſe docebimus. Eſt enim Geographi munus, de Terraquæ conſtitutione, diviſione, deſcriptione, dimenſione, repræſentatione, aliisque affectionibus agere, hoc eſt, ſcire ac docere quæ ſit illius figura, locus, magnitudo, quæ continentes, regna, provinciæ, inſulæ, cherſoneſi, iſthmi, montes, promontoria, quæ maria, fluvii, paludes, quantus Oceani periplus, quas alluat regiones, quæ & quot Climata, Paralleli, Zonæ, Cardines, ubi terrarum ac marium Aſcii, Amphiſcii, Periſcii, Heteroſcii, Antæci, Periæci, Antipodes, aliaq; multa, de quib. in ſequentibus. Atque horum omnium conſideratio & ſcientia Geographiæ, hoc eſt, Terræ deſcriptionis nomine venit; Terræ inquam, prout complexim & terras & circumfuſas aquas comprehendit. In Geographici ſtudii commendationem non eſt quòd multùm excurramus, cùm per ſe ſatis conſtet, quanta ſit ejus neceſſitas, utilitas, delectatio. Hinc tot olim ac tam præſtantes extitere Geographiæ Scriptores, Homerus, Anaximander Mileſius, Hecatæus, Eudoxus, Eratoſthenes, Polybius, Strabo, Dionyſius, Mela, Plinius, Solinus, Ptolemæus, aliiq; multi, & ſuperiori ac noſtro ſæculo Mercator, Ortelius, Maginus, Cluverius, Bertius, Janſonius, Hondius, Blavius, & alii ferè innumeri. Ex quib. omnibus hanc noſtram concinnavimus Geographiam, ita brevem, ut nihil tamen omittamus quod ad perfectam ejus pertineat cognitionem; ea diſpoſitam methodo, ut qui vel ſolum Geographicum globum, vel univer-

ſalem

ſalem Tabulam (majorem tamen, & in ſuas aptè partes, provincias, & regna præcipua diſtinctam) ob oculos poſuerit, & cum ſcriptis hoc libro contulerit, ſtudio proprio ad eximiam non magno labore ſcientiam Geographiæ pertingere queat. Experientiam teſtor, variis in locis à variis, qui ſcripta noſtra legerunt, factam. Globorum porrò ac Mapparum ſedula inſpectio, ac diligens conſideratio, non utilis modo, ſed pænè neceſſaria eſt Geographiæ ſtudioſo, quoniam Inſtrumenta ſunt quibus omnia, quæ in Geographia verbis traduntur, oculis etiam ſubjiciuntur, ut domo non exiens, terrarum Orbem pervagari ac perluſtrare queat univerſum. De eorum igitur fabrica & uſu ſimul agemus.

PARS I.

De Terraquei Globi Diviſione.

Geographia in quibus conſiſtat.

AD quatuor præcipuè capita revocare poſſumus, quæcunque apud quoſcunque Geographiæ Scriptores pertractata reperimus, nimirum ad Terraquei globi Diviſionem, Deſcriptionem, Dimenſionem, ac Repræſentationem. De his ordine hoc libro pertractabimus, à Diviſione incipientes. Omittimus autem quæ de ejuſdem figura, ſitu in Univerſo, & in ejus medio immobilitate pertractant alii, quoniam jam ſuprà lib. 7. part. 1. *ſunt explicata. Diviſio porrò multiplex inſtitui poteſt, ratione nimirum partium veluti integralium, circulorum imaginatione conceptorum, Zonarum, Climatum, habitatorum, aliorumque ſimilium, ut ex ſequentibus apparebit.*

CAPUT I.

De Terraquei globi partibus integrantibus.

Terraquei globi partes ſunt Terra & Aqua.

PArtes integrantes Terraquei globi ſunt, Terra & Aqua: eſt enim Terra, quæ initio Mundi rotundè ſphærica, & abyſſo undique operta erat, nunc variè ab interfluentibus aquis diſciſſa, ut in Globis ac Mappis Geographicis univerſalibus apparet.

Terra diviſio in ſuas partes.

Terra ſubdividitur in varias Continentes (quas Terras firmas appellant) Inſulas, Peninſulas ſeu Cherſoneſos, Iſthmos, Promontaria, &c. Aqua in diverſa Maria, Freta, Sinus, Lacus, Fluvios, &c. Continens, ſeu Terræ firmæ, ſunt partes Terræ majores & ſpectabiliores, in quas ab interfuſis ſeu circumfuſis aquis diſpeſcitur. Hæ ſunt ſex præcipuæ, Europa, Aſia, Africa, America, Terra Borealis, Terra Auſtralis ſeu Magellanica. In Globis geographicis, & in Mappis univerſalibus nomina adſcripta illas produnt. Priores tres etiam Veteribus notæ fuere, quarta à Recentioribus non diu ante patrum noſtrorum memoriam detecta, quinta obſcurè antiquis, clariùs noſtralibus, non tamen penitùs perſpecta, ſexta denique veteribus omnino, nobis magna ex parte adhuc incognita eſt. Tres item priores nunc Mundum antiquum (ſic vulgus loquitur) conſtituunt, quarta novum, quoniam illæ antiquitus etiam cognitæ, hæc recenter reperta. His Continentibus aut adjacent; aut adhærent variæ Inſulæ, Peninſulæ, Iſthmi, & Promontoria, innumeraque & ampliſſima innexa ſunt Regna, & Provinciæ, quæ omnia nos in ſequentibus diſtinctè explicabimus. Interim inſpice Globum Geographicum, & Mappas univerſales, ad rudem ſaltem & confuſam Terraquei globi partium cognitionem, antequam ulteriùs progrediaris, adipiſcendam. Ex Mappis aptiores & propoſito noſtro accommodatiores ſunt illæ, quæ Terraqueum Globum in duo hemiſphæria diſtinctum, & Circulis ſuis diviſum repræſentant. Aquæ diviſionem in varia Maria, vel potiùs ejuſdem Maris diverſa nomina, infrà dabimus.

CAPUT II.

De Circulis Terraquei globi.

GEographi ut Terraqueum globum in ſuas aptè partes diſtribuant, earumque legitimam collocationem tum ad ſe invicem, tum reſpectu cœli depingant in Geographicis globis ac Mappis, aliaque ad Geographiæ ſcientiam ſpectantia explicent, ſolent in ipſo deſignare axem, & geminos polos, variosque imaginatione deſcribere circulos, non ſecus ac Aſtronomi in Cœlo, ut videre eſt in dictis Geographicis globis, ac chartis, quas chartas, ob figuram, mappas appellant. Præcipui circuli ſunt Horizon, Æquinoctialis Tropicus Cancri, Tropicus Capricorni, Circulus Arcticus, Circulus Antarcticus Meridiani plurimi, & plurimi paralleli, cum Ecliptica. *Terraquei globi circuli axis, & poli.*

Axis Terraquæ eſt linea recta, imaginatione per ejus centrum traducta, & utrinq; ad extremã ejus ſuperficiem terminata. Hæc ſi imaginatione continuetur, in ipſos Mundi polos incurrit, ideoque ab axe Mundi (de quo *lib. 7. par. 1.*) non diſtinguitur. Hic Globis tantùm additur, non Mappis Geographicis.

Poli Terraquæ ſunt extrema axis ad extimam ejus ſuperficiem terminati puncta. Quorum qui Boream reſpicit, Arcticus, qui Auſtrum, Antarcticus appellatur. Hos in Globis & Mappis generalibus adſcripta nomina indicant.

Horizon in Globis ſolummodò, non item in Mappis adhibetur, eſtq; circul⁹ ille, qui Globo nõ inſcriptus, ut alii, ſed circũpoſitus, & baſi ejus inſiſtens, dirimit totã Globi ſuperficiem in duas æquales partes, quarum altera quæ ſuprà eminet,

Terraquæ hemiſphærium ſuperum, altera quæ infrà deprimitur, hemiſphærium inferum delignat. Lege quæ diximus de Horizonte lib. 7. par. 1. pleraque enim huc accommodari debent.

Æquinoctialem ſeu æquatorem vocant Geographi illum circulum Terraqueæ ſuperficiei mente circumſcriptum, qui cœleſti Æquatori directè ſuppoſitus diſpeſcit Terraquā in alias duas æquales partes, Septentrionalem nimirum, in qua polus arcticus, & Auſtralem, in qua antarcticus eſt polus, à quorum utroque diſtat æqualiter, gradibus nimirum 90. Hunc nautæ Oceanum navigantes ſimpliciter Lineam appellant. Tranſit per Africam, per Inſulas Aſiæ ad Meridiem adjacentes, & per Americam, ut in Globis & Mappis univerſalibus apparet. Dividitur in portiones 360 (ut quilibet alius circulus à Mathematicis, quas gradus appellant) initio facto inter Americam & Africam, ubi à primo Meridiano (de quo mox) interſecatur.

Tropicum Cancri, ac Tropicum Capricorni vocant illos, qui æqualiter utrimque ab Æquinoctiali remoti, diſcedunt ab ipſo hinc & inde gradibus 23½, in Meridiano numeratis, prior quidem verſus polum arcticum, poſterior verò verſus antarcticum. Uterque etiam Solſtitialis appellatur, ille æſtiv⁹, hic hyemalis, nobis cis Æquatorem in hemiſphærio Boreali habitantib. Trans Æquatorē in Auſtrali hemiſphærio habitantibus poſterior eſt æſtivus, prior hybernus. Reſpondent quoad munia cœleſtibus Tropicis, à quibus & appellationem, & appellationis cauſam ſunt mutuati. Tropicus Cancri tranſit per Africam, extrema Aſiæ, & Americam Septentrionalem, Tropicus Capricorni per Africam item, Magellanicæ extrema, & Americam Meridionalem.

Arcticum & Antarcticum circulos vocant illos, qui Æquatori & Tropicis paralleli ſeu æquidiſtantes, à polis Globi Terraquei removentur undequaque gradibus 23½. In Globis & Mappis dignoſcuntur ex adſcriptis nominibus. Vocantur etiam ſimpliciter Polares, ſubintellige circulos. Nominis ratio patet ex dictis lib. 7. par. 1.

Meridianus primus Terraquei globi. Meridianos vocant illos qui tranſeuntes per Æquatorē, interſecant ſe omnes in polis, ut in globis & Mappis apparet. Et licèt per ſingula Æquatoris puncta, imò per ſingula Terraquei globi loca hujuſmodi Meridiani duci poſſint (quælibet enim loca ſuum habent Meridianum, uti ex dictis lib. 7. par. 1. conſtat) tamen ad confuſionem vitandam deſcribunt illos in Globis & Mappis ſolum per quintum, aut decimum, aut etiam decimum quintum quemque gradum Æquatoris. Horum illum qui infra Europam & Africam per Inſulas Canarias (Fortunatas olim) tranſit, primum appellant veteres Geographi, Recentiores verò nunc primum vocant illum, qui decem gradibus infra illas tranſit per Inſulas Azores ſeu Flandricas. Hic in Globis ac Mappis dividitur in 360 gradus, initio facto ab interſectione cum Æquatore uſq; ad eoſdem polos. In Globis Geographicis ultra Meridianos ejus ſuperficiei inſcriptos additur alius æneus, Horizonti ad angulos rectos inſertus, intra quem Globus ipſe cum Axe ſuo ſuſpenſus convertitur. Hic omnium locorum Meridianos repræſentat, ut infrà dicemus & Globum quomodocunque intra ſe volutatum diſpeſcit in duo hemiſphæria, Orientale, & Occidentale.

Paralleli Terraquei globi. Paralleli ſunt circuli ab Æquatore verſus utrumq; polum æquidiſtantes. Omnes interſecant primum & cæteros Meridianos, poſſuntq; per ſingulos Meridiani primi gradus duci, ſed ad confuſionem vitandam pauci tantùm ducuntur. In Globis & Mappis modernis per decimum quemque Meridiani primi gradum tranſit unus, adeo ut Æquatorem includendo ſint novem in utroq; hemiſphærio, æquali omnes ſpatio inter ſe diſſiti. Veteres ab Æquatore incipientes, & verſus utrumque polum progredientes, tanto intercapedine illos à ſe invicem ſejungebant, quanta requiritur ut longiſſima dies ſub uno differat quadrante horæ à longiſſima die ſub altero proximè præcedente (ſub Æquatore dies eſt perpetuo duodecim horarū, quo magis ab ipſo verſus utrumque receditur polum, eò magis creſcit, ut conſtat ex dictis lib. 9. par. 1.) ideoque inæquale eſt ſpatium inter ipſos interjectum, tantoq; arctatur magis, quantò magis appropinquatur polis. Sed melius hæc explicabuntur paulò poſt, quando de Climatibus agetur.

Ecliptica terreſtris eſt circulus ad Æquatorum obliquus, cujus una medietas declinat ab ipſo verſus Boream uſque ad Tropicum Cancri, altera verſus Auſtrū uſq; ad Tropicū Capricorni, utraque ſub angulo graduum 23½. Hæc Globo tantùm inſcribitur, & quibuſdam Chartis geographicis univerſalibus, idque eo fine, ut videatur quibus populis & quo tempore Sol ſit verticalis, quibus creſcat aut decreſcat dies, qui quo tempore hyemem habeant ac æſtatem, &c.

CAPUT III.

De Diviſione Terraquei Globi ratione prædictorum Circulorum in Zonas & Climata.

Ratio prædictorum circulorum Geographi variè dividunt Terraqueum globum, præcipue tamen in Zonas, & in Climata.

Zonæ Terraquei globi. Zonæ ſunt quinque, torrida una, duæ temperatæ, & tandem frigidæ. Nam ſpatium inter duos Tropicos incluſum, & ab Æquinoctiali bifariam diviſum, vocant Zonam torridam, eò quòd, ut antiqui putabant, continuo Solis nunquam id ſpatium egredientis ardore torreatur: Spatia verò inter Tropicos & Arcticos circulos, vocant Zonas temperatas, eò quòd nec nimio calore exurantur, nec nimio infeſtentur frigore, quarum una quidem Septentrionalis eſt, altera Auſtralis: Spatia denique inter Arcticum & Antarcticum circulos concluſa, Zonas frigidas appellant, eo quod immodico frigore quaſi perpetuò, ob Solis aut abſentiam, aut remotionem nimiam, vexentur, earumque ſimiliter una Septentrionalis, altera auſtralis appellatur. Torrida igitur Zona continet ſecundum latitudinem gradus in Meridiano primario numerandos 47, Temperatarum quælibet 43. Frigidarum denique quælibet à circulo ſuo uſque ad polum 23½, in tota verò latitudine 47. Omnes ſunt habitabiles, etiam Torrida, ut contra Antiquorum placita probant Recentiorū frequentes in omnem regionem navigationes, & docet ipſa experientia. Vocantur Zonæ, id eſt, Cingula, ob ſimilitudinem, quia ſunt veluti faſciæ totum globum circumcingentes. Quæ regiones in ſingulis Zonis includantur, patet ex Globo & Mappis.

Clima eſt Zonula in ſuperficie Terraquæ compre-

Climata Terraquei globi prehenſa inter duos circulos Æquatori parallelos, aut inter ipſum Æquatorē & unū ejus parallelū. Hoc meliùs ex dicendis intelligetur. Variæ à Geographis jam cis, quam trans Æquatorem adſignantur. Ea tamen aliter Veteres olim, aliter nunc Recentiores conſtituunt quoad latitudĕ, & numerum. Latitudinem quod attinet, Climata ſecundùm Veteres ſunt tanta Terraquei globi ſpatia ab æquinoctiali verſus utrumlibet polum, quantum ſufficit ut fiat auctio diei longiſſimi per dimidiam horam. Primum igitur Clima incipit ab Æquatore, ſub quo dies eſt perpetuò 12 horarum, & deſinit in tertio Parallelo, quia ſub illo dies longiſſimus eſt horarum $12\frac{1}{2}$, ſecundùm verò Clima incipit à Parallelo tertio & deſinit in quinto, quia ſub illo longiſſima dies eſt horarum 13, & ſic ulteriùs progrediendo verſus utrumq; polum. Itaque ſi ab ipſo æquatore ſumatur initium Climatum, ad quodlibet Clima conſtituendum vel requiritur Æquinoctialis & duo Paralleli, quorum unus ipſum Clima terminet, alter verò per medium (non tamen præcisè & exactè) tranſeat, vel tres Paralleli, duo nimirum extremi ipſum Clima terminantes, & unus per medium modo dicto tranſiens. Climata igitur inæqualia ſunt ſecundùm latitudinem, uti & Parallelorum diſtantia à ſe invicem, ut patet ex dictis cap. præcedenti, ſiquidem primum Clima majus eſt ſecundo, & hoc majus tertio, &c. tantoque magis coarctantur, quantò magis verſus utrumque polum progrediuntur.

Ex dictis conſtat, Climata eſſe vel Septentrionalia, vel Auſtralia. Conſtat prætereà, tot Climata verſus utrumque ab æquatore polum conſtitui poſſe, quot ſemihoris dies inter 12 & 24 horas creſcere poteſt. Conſtat tertiò, ſi ſciatur longiſſimi diei alicujus loci in Terraqua conſtituti quantitas, ſciri etiam ſub quo conſtitutus ſit Climate: nam ſi eſt horarum 12, eſt ſub ipſo Æquatore, ſi major quàm 12, minor tamen quàm $12\frac{1}{2}$, eſt in primo Climate, ſi major quàm $12\frac{1}{2}$, minor tamen quàm 13, eſt in ſecundo, &c. Conſtat denique cur dicantur Climata, id eſt, Scalæ, quia nimirum paralleli qui Climata conſtituunt atque includunt in Terraqua, ſcalarum gradus referunt.

Aliqui tamen Veterum primum Clima non inchoabant ab ipſo Æquatore, ſed eo à loco, in quo dies longiſſimus continet horas $12\frac{3}{4}$, hoc eſt, minuta horaria 45, indeque numerabant Climata uſque ad longiſſimum diem 16 horarum tantùm. Quod ideo faciebant, quia loca æquatori & polis viciniora erant illis incognita. Et Climata quidem Borealia denominabant à locis per quæ tranſibant, Auſtralia verò ab oppoſitis in altero hemiſphærio locis.

Climatū prædicto modo acceptorum numerus varius eſt apud Veteres: alii enim quinque, alii ſeptem, alii plura conſtituebant, prout plures aut pauciores regiones ab Æquatore verſus utrumque polum cognitas habebant. Recentiores nunc juxta eandem acceptionem numerant 24 Climata, ab æquatore uſque ad latitudinem graduū 66, 31', ubi dies longiſſimus eſt 24 horarū, inde verò ad polos uſque non adſignant plura, propterea quod dies longiſſimi non augeantur ampliùs per dimidias horas, ſed per integros dies, hebdomadas, & menſes, ut diximus lib. 7.

Recentiſſimi Geographi rejecta hac diviſione per Climata, dividunt utrumque Terraquæ hemiſphærium ab æquatore uſque ad polum utrumq; in novem Climata paris inter ſe latitudinis, per ſingulas gradnū Meridiani primarii decades. Veterum igitur Climatum cognitio hodie potiſſimum requiritur ad intelligenda & explicanda Veterum Aſtronomorum, Geographorū, aliorumq; Auctorum ſcripta, in quibus ferè locorum altitudo non aliter explicatur niſi per Climata, aut certè per Parallelos. Nos verò nunc pro mentione hujus vel illius Climatis, aut Paralleli, uſitatiùs ipſā poli alterutrius altitudinē, ſeu remotionē ab Æquatore exprimimus. Omitto itaque tabulas Climatum quas alii proponunt.

CAPUT IV.

De Diviſione Terraquæ in certas plagas, & de Ventis inde ſpirantibus.

TOtum Terraqueum globum dividunt Geographi in quatuor præcipuas plagas, ſeu regiones, quas & Cardinales vocant, ſuntque Oriens, Occidens, Meridies, Septentrio. Orientem vocant totum illud ſpatium, intra quod Sol oritur. Et quoniam alio loco oritur, dum Æquinoctialem Cœli circulum percurrit, & æquinoctiū in Terra efficit, alio dum percurrit Tropicum Cancri, & efficit Solſtitium æſtivum, alio deniq; dum Tropicum Capricorni perambulat, & efficit Solſtitium hyemale, ideo triplicem faciunt Orientem, nempe æquinoctialem, ubi oritur Sol in æquinoctiis, hoc eſt, ubi æquinoctialis circulus Terraquæ interſecat Horizontem, Solſtitialem æſtivum, ubi in Solſtitio æſtivo oritur, hoc eſt, ubi Tropicus Cancri Terraquæ Horizontē interſecat, & Solſtitialem hyemalem, ubi in hyemali Solſtitio oritur, hoc eſt, ubi Tropicus Capricorni interſecat Horizontem. Occidentem vocant illud ſpatium, intra quod Sol occidit, ideoque ſimiliter triplicem faciunt, Æquinoctialem, Solſtitialem æſtivum, & Solſtitialem hybernum, quorum loca ſunt puncta interſectionis trium dictorum circulorum cum Horizonte. Meridiem vocant ſpatium illud, quod inter Orientem & Occidentem hyemalem interjacet. Septentrionem denique appellant ſpatium interjectū inter Orientem, & Occidentē æſtivū.

Plagæ Mundi. *Oriens triplex.* *Occidens triplex.*

Plagæ ſeu regiones illæ, in quibus Sol oritur & occidit in æquinoctiis, hoc eſt, Oriens, & Occidēs æquinoctialis, item illæ quas verſus Septentrionem & Meridiem indicat linea meridiana, aut acus magnetica ritè ſuprà obelū librata, vocantur plagæ Cardinales, id eſt, præcipuæ, reliquæ verò, Intermediæ, ſeu inter Cardinales interjectæ.

Ratione prædictarū plagarum alia loca Terraquei globi ſunt orientalia, alia occidentalia, alia Septentrionalia, alia Auſtralia. Dixi, *ratione prædictarum plagarum*: nam abſolutè nulla loca poſſunt dici talia, ſed quæ ſunt reſpectu aliquorum locorum orientalia, aut meridionalia, ſunt reſpectu aliorum occidentalia, aut ſeptentrionalia, & è contrario. Sic Herbipolis reſpectu Moguntiæ eſt orientalis, & reſpectu Norinbergæ occidentalis: item reſpectu Lipſiæ eſt meridionalis, & reſpectu Elvvangæ eſt ſeptentrionalis. Regiones tamen & loca circa polum arcticum poſſunt dici abſolutè borealia, & circa polum antarcticum auſtralia. Item in veteri Mundo

extrema Aſiæ verſus Solem orientem, & extrema Europæ verſus occidentem, dici poſſunt abſolutè regiones orientales, & occidentales, quoniã in illo nullæ ſunt orientaliores aut occidentaliores nec aliæ antiquis cognitæ fuere.

Venti à plagis mundi ſpirantes.

A quatuor Terræquæ cardinalibus plagis ſpirant quatuor Venti principales, qui inde Cardinales vocantur, nempe ab Oriente æquinoctiali Subſolanus, ab Occaſu æquinoctiali Fãvonius, à Meridie Notus ſive Auſter, à Septentrione Septentrio ſive Boreas. His interponuntur alii quatuor, dicti laterales, ſpirantes ab ortu & occaſu ſolſtitiali hyberno, & æſtivo. Hos varii variè appellant, ego appello Eurum, Africum, Cæciam, & Caurum ſeu Corum, quorum primus ſpirat ab ortu ſolſtitiali hyberno, ſecundus ab occaſu ſolſtitiali hyberno, tertius ab ortu ſolſtitiali æſtivo, quartus ab occaſu ſolſtitiali æſtivo. Circa quemlibet horum quatuor lateralium Nautæ qui Mare Mediterraneum navigant, collocant alios duos, ſicque in pyxide nautica ſexdecim conſtituunt ventos: at qui Oceanum navigant, inter quemlibet horum ſedecim interjiciunt adhuc alium, ſicque in univerſum 32 conſtituunt ventos. Nomina eorum apud diverſos, præſertim Latina, tam ſunt varia, ut quem ſequaris, neſcias. Recentiorum nomina Germanico-Hollandica deſcripta ſunt in latiori Horizonte Globorum geographicorum. De his accuratiùs in Hydrographia,

CAPUT V.

De Longitudine ac Latitudine geographica locorum in Terraqua.

QVibuslibet locis in Terraqua Geographi attribuunt certam longitudinem ac latitudinem, circulorum gradibus ac minutis expreſſam. Longitudinum menſuras ac terminos dant primus Meridianus & Meridiani ſecundarii per quævis loca tranſeuntes, latitudinum verò Æquator & Paralleli per eadem loca tranſeuntes. Itaque

Longitudo geographica.

Longitudo geographica, ſeu longitudo loci in Terraqua, eſt diſtantia ejus à primo Meridiano verſus ortum, numerata in gradibus aut minutis Æquatoris terreſtris aut Paralleli per locum illum tranſeuntis. Vel, Eſt arcus Æquatoris terreſtris, aut Paralleli tranſeuntis per locum, interceptus inter Meridianum primum & Meridianum per locum illum tranſeuntem.

Latitudo geographica.

Latitudo geographica, ſeu latitudo loci in Terraqua, eſt diſtantia ejus ab Æquatore terreſtri verſus alterutrum polum, numerata in gradibus aut minutis Meridiani per locum illum tranſeuntis. Vel, Eſt arcus Meridiani loci dati, interceptus inter Æquatorem & Parallelum iſtius loci. Duplex ergo eſt Latitudo locorum, Borealis & Auſtralis, prout loca recedunt ab æquatore verſus Boream aut Auſtrum. Utraque ſemper eſt æqualis altitudini poli: quantum enim polus terreſtris eſt elevatus ſupra Horizontem rationalem terreſtrem, tantum diſtat locus in Terraqua datus ab Æquatore terreſtri: ſicuti quantum polus cœleſtis ab Horizonte Mundi diſtat, tantum diſtat Zenith loci ab Æquatore cœleſti, ut diximus lib. 7. par. a.

Diſtantia porrò locorum à primo Meridiano verſus Orientem dicitur longitudo, & diſtantia eorundem ab æquatore verſus alterutrum polum latitudo, quia ſpatiũ Terraquæ olim cognitæ inter occaſum & ortum majus eſt, quàm inter polum & polum, ut ex Globis & Chartis geographicis patet: ſolemus autem majorem extenſionem appellare longitudinem, minorem verò latitudinem.

Ex dictis conſtat, loca illa quæ directè ſub Æquatore jacent, nullam habere latitudinem, & quæ directè jacent ſub primo Meridiano, nullam longitudinem, & quæ ſub eodem Parallelo, habere eandem latitudinem, & quæ ſub eodem Meridiano ſecundario, eandem longitudinem, & loca quæ æqualiter ab Æquatore diſtant, ſed unus verſus Boream, alter verſus Auſtrum, habere æqualem latitudinem.

Differentia longitudinis & latitudinis geographica.

Colligitur etiam ex dictis, quid ſit differentia longitudinis & latitudinis geographicæ. Nimirum, *Differentia longitudinis* inter duo loca Terraquæ, eſt arcus Æquatoris aut Paralleli inter utriuſque loci Meridianos circulos interceptus. *Differentia latitudinis* eſt arcus Meridiani interceptus inter utriuſque loci Parallelos, ſive loca ſint in eodem Meridiano, ſive in diverſis: Utraque repetitur, ſi minor à majori ſubtrahitur, reſiduum enim dat differentiam quæſitam.

CAPUT VI.

De varia incolarum Terraquei globi habitudine ratione ſitus, & umbrarum.

EX circulis, Zonis, & climatibus Terraquei globi hactenus explicatis, incolæ ejus varia ſortiuntur nomina ratione ſitus, & umbrarum quas corpora eorum Soli objecta projiciunt in terrã. Pro explicatione ſint in appoſito ſchemate poli Terraquei globi A & B, Horizon C D, Æquator EF, Paralleli GH, & I K, Meridianus A D B C. *Vide Iconiſmi L. Fig 351.*

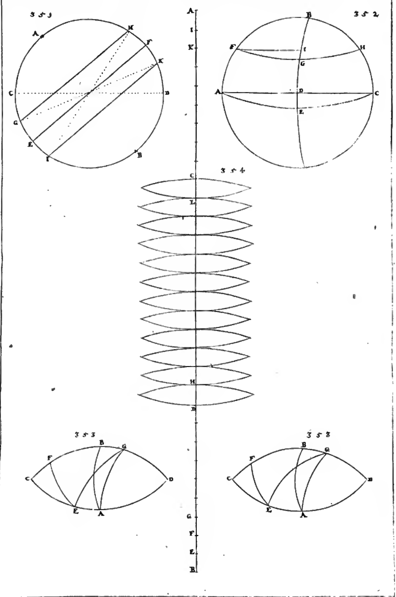
Periœci.

Prima enim ratione ſitus diſtinguuntur in Periœcos, Antœcos, & Antipodas ſive Antichtonas. *Periœci*, quaſi Circumaccolæ, ſunt, qui habitant in eodem Parallelo, licèt ſub diverſo Meridiano. Tales ſunt omnes qui in Parallelo GH, aut in Parallelo IK habitant. Alii tamen vocant Periœcos ſolùm illos, qui non tantùm in eodem Parallelo, verùm etiam in eodem Meridiano habitant, ſed in diverſis ejus medietatibus, ita ut in Parallelo unus diſtet ab altero 180 gradibus, & in Meridiono inter utrumque intermediet idem polus. Tales forent duo, quorum unus exiſteret in G, alter in H, aut unus in I, alter in K. Periœci in utraque acceptione habent omnia communia in tempeſtatibus anni, quantitate dierum & noctium, & ſitu ſeu projectione umbrarum meridianarum: nam ſimul habent æſtatem, hyemem, ver, & autumnum, eadem habent dierum & noctium incrementa & decrementa, omnes projiciunt umbram meridianam vel verſus antarcticum, vel nullam projiciunt, quando nimirum Sol percurrit parallelum cœleſtem ipſorum parallelo correſpondentẽ. Diverſum tamen habent, initium, finẽ ac mediũ dierum ac noctium.

Antœci.

Antœci, quaſi Contraccolæ, ſunt, qui habitant ſub diverſis Parallelis æqualiter ab æquatore verſus utrumq; polũ remotis. Et preſsè quidẽ ſumpto hoc nomine, tales ſolùm ſunt qui ſub eodem Meridiano degunt, & quib. fit eodem momento meri-

Iconismus L. Ponatur e regione pag. 325.



meridies & media nox, cujuſmodi ſunt K & H, item I & G, latè autem ſunt omnes qui habitant in duobus Antiparallelis prædicto modo ſumptis, cujuſmodi ſunt omnes qui habitant in G H reſpectu habitantium in IK. Antœci habent diverſas anni tempeſtates, dierumque & noctium longitudines; quando enim Septentrionalibus eſt æſtas, & dies longiſſimus, Auſtralibus eſt hyems, & dies breviſſimus, & è converſo, & quando illis eſt æquinoctium vernum, his eſt autumnale, &c.

Antipodes *Antiehthones.* *Antipodes*, quaſi Contrapedes, id eſt, pedum plantas plantis contrapoſitas habentes, ſunt qui ſub uno Meridiano, ſed in punctis ejus diametraliter oppoſitis habitant. Tales ſunt G & K, item H & I. Dicuntur etiam *Antichthones*. Habent omnia contraria: nam cũ uni eſt meridies, alteri eſt media nox, cũ uni dies aut nox longiſſima, alteri eſt breviſſima: cũ uni æſtas, alteri hyemus, oriente Sole uni, alteri occidit, quæ ſtellæ uni ſemper apparent, alteri ſemper occultantur. Conveniunt tamen in Horizonte, qui utriſque idem eſt, & in altitudine poli, quæ utriſque æqualis eſt, niſi quòd uni ſit Borealis, alteri Auſtralis.

Secundò ratione diverſitatis umbrarum, quas incolæ Terraquei globi tempore meridiano de ſe projiciunt, diſtinguuntur in Aſcios, Periſcios, Heteroſcios, & Amphiſcios. *Aſcii.* *Aſcii*, quaſi Nullumbres, ſunt, qui nullam habent umbram meridianam. Tales ſunt omnes qui intra Tropicos in Zona torrida degunt, quoties Sol verticem eorum tranſit. Cùm enim umbra ab opaco corpore in partem luminoſo corpori oppoſitam projiciatur, illi autem, dum Solem ſupra verticẽ habent, oppoſitum non habeant niſi ſolum cui inſiſtunt, umbram nullam projicere poſſunt niſi infra ſeipſos in ſolum quod pedibus contingunt.

Periſcii. *Periſcii*, quaſi Circumumbres, ſunt, quorum umbra in orbem, & verſus omnem Mundi plagam ſpargitur. Tales forent qui directè ſub polis habitarent, & ſphæram haberent parallelam.

Heteroſcij *Heteroſcii* quaſi Alterutrumbres, ſunt, qui umbram meridianam ſemper projiciunt verſus unam tantùm Mundi plagam, ſcilicet aut verſus Boream, aut verſus Auſtrum. Tales ſunt qui degunt in Zonis Temperatis, & in Frigidis extra polos: nam qui Boreales incolunt Zonas, ſemper projiciunt umbram verſus Septentrionem, qui verò Auſtrales, verſus Meridiem.

Amphiſcii. *Amphiſcii* quaſi Utrimquumbres, ſunt, quorũ umbræ meridianæ modò ſunt Boreales, modò Auſtrales, prout Solẽ habent nunc ad Boream, nunc ad Auſtrum. Tales ſunt omnes qui habitant intra Zonam Torridam, & non in ipſis Tropicis.

CAPUT VII.

De Diviſione Terraquei globi in rectum, obliquum, & parallelum.

QVæ l. 7. par. 1. diximus de Horizonte recto, obliquo, & parallelo, & de Sphæra recta, obliqua, & parallela, poſſunt accommodari ad globum Terraqueum, quem Æquator & Horizon pro diverſo ad ſe invicem poſitũ diſtinguunt ſimiliter in Globum rectum, obliquum, & parallelum. *Rectus* eſt, in quo Horizon & Æquator ſeſe ad angulos rectos ſecant, poliq; ipſi Horizonti incumbunt. *Obliquus*, in quo ad angulos obliquos ſe interſecant, polorumq; alter eſt ſupra, alter infra Horizontem: *Parallelus*, in quo Æquator eſt Horizonti parallelus, ſeu, cum ipſo coincidit, polorumque alter directè punctum cœli verticale, alter ejus oppoſitum reſpicit. *Globus Terraqueus rectus obliquus, parallelus.* Globus Rectus unicus tantùm eſt, Parallelorum duo, unus Septentrionalis, alter Meridionalis; Obliquorum innumera varietas eſt, pro quavis elevatione poli diverſa ab altera, tã verſus Septentrionem, quàm verſus Auſtrum. Nos hîc conſiderabimus accidentia Globi Recti, Paralleli, & aliquot Obliquorum. Quod autem de uno Parallelorum dicimus, intelligi etiam debet de altero, & quod de quolibet Obliquorum in uno hemiſphærio, intelligendum eſt de oppoſitis eorum in altero hemiſphærio.

Globi Terraquei recti accidentia. Qui in Globo Recto ſub ipſo Æquatore habitant, 1. perpetuum habent æquinoctium, & tam dies, quàm noctes, ſunt ſemper 12 horarum, niſi variatio contingat ratione refractionis. 2. Omnes ſtellæ illis quotidie oriuntur & occidunt, nec ulla aut perpetuò apparet, aut perpetuò latet, ſupra aut infra Horizontem. 3. Sol bis ſingulis annis pertranſit verticem ipſorum, quando nim. eſt in æquatore, & tunc facit illos aſcios, reliquo verò tempore, quo in Septentrionem aut Auſtrum digreditur, amphiſcios. 4. Perpetuam habent æſtatem, propter Solis viciniratem, quia tamen bis tranſit ſupra verticem, & bis verſus Tropicos recedit, dici poteſt eos habere duas quotannis æſtates, & duas hyemes.

Globi Terraquei obliqui accidentia Qui in Globo obliquo intra Æquatorem & Tropicum Cancri degunt, 1. habent duo æquinoctia, Sòle in principio Arietis & Libræ exiſtente. 2. Stellæ quædam Septentrionales illis nunquam occidunt, quædã verò Auſtrales nunquam oriuntur. 3. Sol quotannis eſt illis bis verticalis, ſemel autem digreditur in Septentrionẽ, & ſemel in Auſtrum: unde dici poteſt eos habere duas æſtates, & duas hyemes, impares tamen, quia longiùs Sol digreditur à vertice verſus Auſtrum, quam verſus Septentrionem. Similia contingunt iis, qui degunt intra Æquatorem & Tropicum Capricorni.

Qui habitant in ipſo Tropico Cancri, 1. habent omnes ſtellas intra circulum polarem arcticum concluſas perpetuò apparentes, concluſas verò intra polarem antarcticum, perpetuò occultas. 2. Solem ſemel in anno habent ſupra verticem, quando nim. eſt in Tropico Cancri, & tunc habent diem longiſſimum, breviſſimum verò, quando eſt in Tropico Capricorni ab ipſis remotiſſimus. 3. Unam quotannis habent æſtatem, & unam hyemem. Similia contingunt illis qui habitant in Tropico Capricorni.

Qui intra Tropicum Cancri & polarem arcticum in Zona temperata habitant, 1. habent plures ſtellas perpetuò apparentes, & plures perpetuò deliteſcentes. 2. Nunquam habent Solem verticalem. 3. Unam habent æſtatem, & unam hyemem. 4. Dierum & noctium inæqualitatem eò majorem, quò magis ad polarem circulum accedunt. Similia habent degentes intra Tropicum Capricorni & polarem antarcticum.

Qui habitant in ipſo polari arctico circulo, 1. habent omnes ſtallas quarum declinatio major eſt obliquitate Eclipticæ, aut nunquam occidentes, ſi boreales ſunt, aut nunquam orientes, ſi auſtrales. 2. Sole in Tropico Cancri verſante habent

bent

bent diem longiſſimum 24 horarum, verſante verò in Tropico Cancri noctem longiſſimam totidem horarum. 3. Unam habent æſtatem, & unam hyemem. Similia contingunt iis qui in polari antarctico degunt.

Qui intra polarem arcticum, ſed extra polum habitant, 1. paucas ſtellas habent orientes & occidentes, illas nimirum, quæ non multùm ab Æquatore declinant, reliquas vel ſemper ſupra, vel ſemper infra Horizontem habent. 2. Duo habent æquinoctia, & poſt illa tam diem quàm noctem vel 24 horarum, vel majorem. 3. Unam habent æſtatem, & unam hyemem. Similia contingunt habitantib. intra polarem antarcticum.

Globi Terraquei ſitus, & accidentia.

Qui haberent Globum parallelum, habitarentque ſub ipſo polo, 1. ſtellas hemiſphærii unius nunquam haberent occidentes, alterius nunquā orientes. 2 Tam diem, quàm noctem, ſex menſium, in æquinoctiis verò viderent dimidium Solem ſupra, & dimidium infra Horizontem: niſi propter refractiones aliter contingeret. 3. Tam æſtatem, quàm hyemem haberent ſemeſtralem, ſi tamen æſtas fieret in tanta Solis remotione.

PARS II.

De Terraquei Globi Deſcriptione.

TOtum Terraqueum globum, omneſque ejus partes, quoad earum ſitum, ordinem, figuram, magnitudinem, terminos, aliaque accidentia deſcribemus, & ante Lectoris oculos ponemus, non pictura, ſed verbis: primò quidem velut in genere, partes majores explicando, deinde in ſpecie, ad minores partes deſcendendo. Methodum ſervabimus talem, ut qui cum lectione conjunxerit Globi ac Mapparum inſpectionem, brevi tempore perfectiſſimam Geographiæ cognitionem aſſequi queat. Sit igitur.

SECTIO I.

Terraquei Globi totius, majorumque ipſius partium deſcriptio generalis.

DEſcribemus primò compendio, ac velut in genere, totum ex terra & aqua compoſitum globum, & majorum ipſius partium in quas dividitur, deinde verò ad ſingularum partium deſcriptiones particulares deſcendemus. In varias igitur hanc PARTEM SECUNDAM diſſecabimus Sectiones.

CAPUT I.

Totius Terræ ac Maris compendiaria deſcriptio.

§. I.

De Terra.

AQuæ terreno globo circumfuſæ, interfuſæque, diſpeſcunt ipſum, ut ſuprà cap. 1. diximus, in ſex præcipuas partes, Europam, Aſiam, Africam, Americam, Terram Borealem, & Terram Auſtralem. Tres priores conſtituunt Mundum aut Terram Veterem, reliquæ, præcipuè verò America, antiquam, ut ibidem diximus. Harum ſitum, & inter ſe ordinem, in Globis & Mappis univerſalibus docent appoſita ſingulis nomina. Nam ſi faciem in Septentrionem converſas, & te inter Americam & Mundum Veterem conſtitutum fingas, habebis à fronte Terram Borealem, à tergo Auſtralem, à ſiniſtra Americam, à dextera Europam, Africam, & Aſiam. Europam quidem verſus Septentrionem, Africam, verſus Auſtrum, Aſiam verſus Orientem.

Continens ſive Terra firma.

Atque hæ ſunt veluti ſex Continentes, ſeu Terræ firmæ, non quidem in rigore Grammaticorum, ſed ex uſu Geographorum: eſt enim Continens ſive Terra firma, propriè major pars Terræ tota ſibi cohærens & continua, ab aliiſq; diſtincta, quales tamen non ſunt omnes ex enumeratis, ut ſuis locis dicemus, & ex Globis ac Mappis ſatis apparet. His adjacent, aut adhærent variæ Inſulæ, Peninſulæ, Iſthmi, & Promontoria.

Inſula quid. Peninſula. Iſthmus.

Inſula eſt minor pars Terræ, à Continente ſejuncta, & aquis circumfluis undique cincta. Peninſula ſeu Cherſoneſus eſt pars Continentis undique ferè aquis clauſa, exiguaque tantùm ſui parte cum Continente cohærens. Iſthmus eſt illud anguſtum ſpatium Terræ, quo Peninſula cum Continente cohæret.

Promontorium.

Promontorium, ſive Caput, eſt aut mons, aut longum atq; anguſtum Terræ ſpatium in mare prominens. Singulorum exempla in ſequentibus dabimus.

Inter ſex recenſitas Terræ partes quidquid aquarum interfluit, uno nomine Mare aut Oceanus appellatur, quod tamen Mare prout varias Mundi plagas, & terræ regiones allambit, varia ſortitur nomina. Quæ nomina ut recenſeamus, & Mare in ſuas partes diviſum breviter verbis depingamus, neceſſarium eſt eadem opera varias prædictarum ſex partium regiones Mari contiguas adnumerare, quoniam denominatorum notitia abſque denominantium rudi ſaltem cognitione haberi non poteſt.

§. II.

De Mari Oceano.

Mare ejuſque diviſio, & varia nomina.

MAre igitur, ſive Oceanus, qui univerſam Terram ambit, atque etiam interfluit, & in magnos ac varios Sinus, variaque diſcinditur Freta, *Primò* quatuor generales ſortitur appellationes, à quatuor Terræ veteris plagis cardinalibus. Nam ab Oriente ſupra Aſiam dicitur Oceanus Eous ſive Orientalis, ab Occidente infra Europam & Africam Occiduus ſive Occidentalis, à Meridie circa eandem Africam Notius ſive Auſtralis, à Septentrione circa Europā & Aſiam Boreus ſive Septentrionalis. Item à Septentrione, quà alluit utramque Germaniam, appellatur Germanicus, quà Sarmatiam, Sarmaticus, quà Scythiam ſive Tartariam, Scythicus ſive Tartaricus. In toto etiam Septentrione dicitur Mare Hyperboreum, à gente olim in littoribus illis ſita, Cronium ſive Saturninum, ob Saturni frigus influentis ibidem dominium; Concretum ſive Glaciale Pigrum, & Mortuum, eadē de cauſa, & ab aliquib. Amalchium, & Morimaruſa, quorū primum gentis illius lingua antiqua conge-

gela-

gelatũ, alterum ſignificare dicitur mortuum. In Oriente dicitur Sericus ad Sericam regionem, & Sinenſis ad Sinarum regionem, & Hippadis pelagus olim, nunc vulgò Archipelagus S. Lazari, ad ſimilitudinem Archipelagi Europæi (de quo poſtea) ob multitudinem Inſularum. In Meridie inde uſque ad promontorium Bonæ ſpei dicitur uno quidem nomine Indicus, qua tamen Gangem Indiæ fluvium recipit, dicitur Gangeticus, nunc verò vulgò *Golfo di Bengala*, id eſt, Sinus Bengalenſis, à Bengala iſtius regionis urbe celebri, qua Perſidem tangit, Perſicum Mare, qua Arabiam, Arabicum, qua Inſulam S. Laurentii, vulgò Madagaſcar dictam, Aſperum, ob brevia & ſyrtes quibus refertum eſt. Totum etiam hoc Mare Indicũ, quod Gangetici, Perſici, Arabici, & Aſperi nominibus diſtinguitur, alio nomine Græcis Erythræum, Latinis Rubrum dicitur. A promontorio Bonæ ſpei verſus Occaſũ dicitur Oceanus Æthiopicus, ab Æthiopia occidentali, Atlanticus ab Atlante Mauritaniæ promontorio, Cantabricus, qua parte Cantabriam Hiſpaniæ regionem alluit, Aquitanicus, qua alluit Aquitaniam Galliæ regionem, & univerſim Gallicus, apud Galliæ oram occidentalem. Mox Britañicus appellatur inter Britanniam & Galliam, Hibernicus inter Hiberniam & Britanniam, Caledonius (non Deucaledonius, ut alii perperam habent) ſupra Scotiam, quæ olim Caledonia dicebatur, & tandem ultra Britanniam ad Germaniæ utriuſque littora Germanicus, ut initio dicebam.

Hæc vetera ſunt nomina, Oceano circa Terram veterem indita, hodieque maxima ex parte ſervata. Recentiores, poſt novas Terrarum partes detectas, nova etiam Oceano vocabula impoſuerunt, in quatuor partes illum univerſim dividentes. Nam quidquid aquarum inter Aſiam, Americam, & Terram Auſtralem incognitam (quæ & Magellanica appellatur, à Feridinando Magellanes ejus inventore) interfuſum eſt, Hiſpani *Mar del Zur*, id eſt, Mare Auſtrinum, & à fluctuum placiditate Mare Pacificum nominant. Quòd verò inter Americam, Europam, & Africam, uſque ad lineam Æquinoctialem protenditur, *Mar del Nort* iidem, id eſt, Septentrionale appellant. Quod eſt ultra Lineam Auſtrum verſus inter Americam, Africam, & Magellanicam, *Mar di Ethiopia*, id eſt, Æthiopicum: Quod denique eſt inter Africam, Aſiam, atque eandem Magellanicum, *Mar di India*, hoc eſt, Indicum vocant.

§. III.

De præcipuis Sinibus Maris Oceani.

Sinus præcipui Maris. HActenus de Oceano quatenus oras Terrarum extimas amplectitur. In gremiis porrò Terræ, præter frequentes fluvios, lacus, paludes, & fontes, ingentes etiam Sinus, & copioſæ aquarum collectiones, ejuſdem Oceani partes, reperiuntur. Sinus eſt pars Maris, vel excurſus ejus, quo Terra primùm anguſto, mox latioribus anfractibus dirimitur. *Primus* ac omnium maximus eſt ille, qui medius inter Europam, Africam, & Aſiam protenditur, unde & Maris Mediterranei atque Interni nomen meruit. *Balticum Mare.* De hoc plura paulo poſt. *Secundus* eſt Sinus ille ingens ad Septentrionem, inter Pomeraniam, Daniam, Suediam, Livoniam, ac Pruſſiam, quem Plinius Sinum Codanum, Tacitus Mare Suevicum à Suevis olim accolis, vulgus nunc Balticum, & Germanico vocabulo die Ooſt-See, hoc eſt, Mare Orientale appellat. In eo quoque ſunt Sinus Boddicus, & Finicus, ſic dicti à Provinciis quas alluunt. *Tertius* eſt Perſicus, in Mari Indico, qui in ingreſſu intra Terram radit latere ſuo dextro Perſiam, eamque ab Arabia dividit. *Quartus* eſt Arabicus, in eodem Indico Mari, diſterminans Arabiam ab Africa. Hic in ſacris Litteris appellatur Mare Rubrum, hodie vulgò *Mar di Mecca*, ab urbe Mecca Mahumetis natalibus & ſepulchro infami. *Quintus* eſt, Sinus Mexicanus, ad partes orientalis Americæ quà Europam & Africam reſpicit. *Sextus* eſt Sinus Californiæ, Hiſpanis *Mar Vermejo*, id eſt, Mare ſeu Sinus Vermilius dictus, ad partes occidentales Americæ quà Aſiam reſpicit. Omitto Sinum Grandvicum, Gangeticum, & alios minores, quorum ſuis locis mentio fiet. *Grandvicus Sinus.* *Grandvicus* Sinus eſt ad Mare Septentrionale, & nunc Mare Album appellatur.

§. IV.

De Mari Caſpio.

Mare Caſpium. MAre Caſpium, ſive Hircanum (ſic dictum à Hircanis populis olim accolis, nũc verò dicitur *Mare de Sala*, & *Mare de Bachu*) Priſci nonnulli inter Sinus numerabant, quia Oceanum Scythicum à Septentrione in ipſum infundi opinabantur. His adſtipulatur Kircherus in Itinere Extatico in Mundum Subterran. Dialogo 3. cap. 2. ſed putat Oceanum Indicum per canalem ſubterraneum infundi in ipſum: Alii tamen antiquiſſimi, & recentiores pleríque id Mare per ſe, vel potiùs ingentem lacum eſſe tradunt, & Varro apud Solinum teſtatur, Alexandrum Magnum primò, ac deinde Pompejum deprehendiſſe, ejus aquam eſſe dulcem. Hoc tamen falſum eſſe, compertum eſt ſæpius ab aliis.

§. V.

De Fretis Oceani.

Freta Oceani. OCeanus multis quoque in locis coarctatus anguſtis ſpatiis intra Terram irrumpit, quæ anguſtiæ Freta appellantur. Celebriora hæc ſunt. 1. *Fretum Gaditanum* ſive Herculeum (vulgò *Stretto di Gibraltar*, & *Gibilterra*) diſterminans Europam ab Africa ad partes occidentales, per quod Oceanus Atlanticus irrumpit, & Mare Mediterraneum efficit. 2. *Fretum Magellanicum* (ſtretto di Magellanes) Americam à Terra Auſtrali Incognita, ſeu à Magellanica dirimens ad partes Americæ Auſtralis 3. *Fretum Maire* non procul inde in Globis & Chartis recentioribus, per quod breviore via itum fuit in Mare Pacificum Anno 1615 à Jacobo Le Maire Batavo. 4. *Fretum Anianum* (ſtretto di Anian) non magno tractu Americam ab Aſia dirimens ad partes Americæ Septentrionalis verſus Occidentem. 5. *Fretum Davis*, in eadem parte Septentrionali Americæ Orientem verſus. De hoc tamen incertum eſt, fretiſne, an ſinibus ſit annumerandum. 6. *Fretum Naſſovium*, ſeu Waygaz, inter Sarmatiam Aſiaticam & Novam Zemblam. 7. *Fretum Sunticum*, vulgò *De Sont*, der Sund, inter Sconiam & Zelandiam Daniæ regiones. Alia freta minoris nominis ſuis locis dabimus.

§. VI

§. VI.

De Mari Mediterraneo.

Mare Mediterraneum ejuſque varia nomina.

MAre Mediterraneum,de quo ſuprà,efficitur ab Oceano Atlantico per Fretum Gaditanum(ſic dictum à Gadibus Inſula antè ſita) inter Europam & Africam irrumpente, ſciſcis utrimque,ut veteres credidere,ab Hiſpania Calpe,ab Africa Abyla montibus, quas columnas Herculis appellant. Inter Europam & Africam longè latèque diffunditur ad Aſiam uſque,& varia aſſumit nomina, prout variis regionum littoribus affunditur. Ad Hiſpaniam(quæ & Iberia dicitur)Hiſpanicum ſive Ibericum, circa Inſulas Baleares Hiſpaniæ adjacentes, quæ vulgo nunc Majorica & Minorica appellantur, & Balearicum,ad Narbonenſem Galliæ Provinciam,Gallicus Sinus, Liguſticus ad Liguriam, ſive ad Genuenſem oram, inde ad Siciliam uſque, Mare Thuſcum,Tyrrhenum, & Inferum, circa Corſicam Inſulam,Corſicum, circa Sardiniam, Sardoum,à Sicilia ad Cretam uſque Inſulam, Creticum,mox Cyprium circa Inſulam Cyprum,uſque ad Aſiæ Continentem. Inter Siciliam & Adriaticum Sinum dicitur Mare Auſonium, quia pars illa Italiæ quondam Auſonia dicebatur. Inter Siciliam, Italiam, & Græciam, dicitur etiam Jonium,cujus pars eſt Sinus Adriaticus,qui ſitus inter Italiam & Illyricum ſive Sclavoniam,dicitur etiam Mare ſuperum, vulgò nunc *Golfo di Venetia*. Adriatici iterum partes ſunt Mare Illyricum, & hujus rurſum partes Dalmaticum ad Dalmatiam, & Liburnicum ad Liborniam ſeu Croatiam. Inter Peloponneſum & Achajam (quorum ille nunc dicitur Morea, hæc Livadia) eſt Sinus Corinthiacus. Inter Græciam, Cretam, & Aſiam, eſt Mare Ægæum (quod nunc dicitur Archipelagus) innumeris refertum Inſulis, à quibus etiam varia ſortitur nomina, ut à Myrto Myrtoum,ab Icaria Icarium,à Carpatho Carpathium,ab aliis aliter. Hinc vaſtum Mare inter Europam Aſiamque anguſto iterum meatu irrumpit inter Terras,in magnumque ſinum effunditur,cujus primas anguſtias vocant Helleſpontum,quæ ſequitur laxitas,Propontid[illegible]n, alteras anguſtias Boſphorum Thracium, [illegible] quas ſequitur Pontus Euxinus(vulgò *Mare nigro* & *Mare Maggiore*) qui poſt magnum littoris flexum jungitur Mæotidis paludis oſtio, quod Boſphorum Cimerium vocant, ipſeq; lacus Mæotis recipit Tanaim fluvium, quem Turcæ *Don* appellant.

Archipelagus Europam.

Idem Mare Internum ad Aſiam quam alluit, vocatur Carium à Caria, Rhodium à Rhodo Inſula,Pamphylium à Pamphylia, Ciliciom à Cilicia, Syrium ſive Syriacum à Syria, Inter Ciliciã, Syriam,& Cyprum, vocatur Mare Cyprium, & Iſſicus Sinus ab Iſſo Ciliciæ urbe. Ad Phœnicem appellatur Phœnicum, ad Palæſtinam Palæſtinum, ad Judæam Judaicum, ad Ægyptum Ægyptiacum, ad Cyrenaicam regionem Cyrenaicum,ad Lybiam Lybicum, ad Numidiam Numidicum,ad Mauritaniam Mauritanicum,ad alias oras aliter.

Ex ſummaria totius Terraquei Globi deſcriptione hactenus data patet, tres Veteris Mundi partes,Europam, Aſiam, & Africam,non eſſe revera tres Continentes inter ſe omnino diſtinctas, cohærent enim inter ſe, Africa quidem & Aſia exiguo iſthmo inter Mediterraneum Mare & Sinum Arabicum interjecto, Europa verò & Aſia longo Terrarum tractu,ut mox videbitur.

CAPUT II.

Europæ ſummaria deſcriptio.

Europæ termini.

EUropa,reliquarum Orbis Terraquei partiũ hactenus adſignatarum nobiliſſima, terminatur à Septentrione,quà reſpicit Terram Borealem,Mari Hyperboreo ſive Septentrionali,quod & Glaciale ſuprà nominavimus, ab Occidente, quà reſpicit Americam, Mari Atlantico ſive Occidentali; à Meridie, quà reſpicit Africam,parte aliqua Maris Atlantici, Freto Gaditano, & Mari Mediterraneo; ab Oriente denique, quà Aſiæ conjungitur,Mari Ægæo ſive Archipelago, Helleſponto, Propontide,Boſphoro Thracio,Ponto Euxino,Boſphoro Cimmerio, Mæotide palude, Tanai fluvio uſque ad flexum ejus apud Tujam urbem, indeque ductâ lineâ ad proximam Obu fluminis ripam,& ipſo Obio flumine ad Oceanum uſque Septentrionalem. Alii tamen lineâ à flexu Tanais ad Sinum uſque Granduicum ducta eam terminant.

Regiones.

Regiones Europæ præcipuæ ac majores ſunt, 1.Hiſpania,in plurima regna diviſa. 2. Gallia,in varias diſtincta Provincias, quibus adnumerari poteſt Sabaudia,Burgundia, & Lotharingia. 3. Italia,complectens regnum Neapolitanum, & plurima alia dominia. 4. Germania Inferior & Superior,quarum illa continet Provincias XVII, hæc plurimas atque ampliſſimas, inter quas eſt regnum Bohemiæ, & pars regni Daniæ. 5. Poloniæ regnum, continens Pruſſiam,Caſſubiam, Ruſſiam Meridionalem, Podoliam, Volinniam, Lituaniam,Livoniam,Samogitiam,Maſſoviam, Podelaſiam,&c. 6. Hungaria,cum Tranſylvania. 7. Illyricum ſive Sclavonia, in qua Dalmatiæ, Croatiæ,& Boſniæ regna,cum Raſcia Provincia. 8. Græcia, comprehendens plurimas provincias. 9. Thracia,quæ nunc Romania dicitur,cujus caput eſt Conſtantinopolis. Huic adhæret Cherſoneſus Thraciæ, nunc *Braccio di S. Giorgio*, id eſt, Brachium S. Georgii. 10. Servia & Bulgaria, olim ſuperior & inferior Mœſia. 11. Walachia, & Moldavia. 12. Tartaria minor, in qua Taurica Cherſoneſus,quæ & Præcopenſis Tartaria dicitur,& ab aliis Gazaria. 13. Moſcovia,ad Obium & Tanaim uſque protenſa, & in plurimas Provincias diviſa. 14. Tandem eſt ingens illa ad Septentrionem Peninſula, quam Scandiam, & Scandinaviam aliqui appellant, in tria regna, Norvvegiæ, Suediæ, ſeu Sueciæ,& Daniæ,diviſa,continetq; ipſam Norvvegiam, Sueciam,Finlandiam, Biarmiam, Boddiam, Finmarchiam, Lappiam,Finniam,Strickfinniam,Gotiam,&c.

Inſulæ.

Inſulæ præcipuæ ad Europam pertinentes,hæ ſunt. In Oceano Anglia, Scotia, Hibernia ſive Irlandia, Orchades,Hibrides, aliæque minores juxta Angliam, Germaniam, & Galliam. In Mari Mediterraneo ſunt Majorica, Minorica, Sardinia,Corſica,Sicilia,Melita,Corcyra (nunc *Corfu* vulgò) Cephalenia, Zazinthus, Creta ſive Candia,Mitylene,Eubœa (nunc *Negroponto* vulgò)Lesbus, Chius, Cyclades, aliæque innumeræ in Mari Ægæo,aliiſque circa & intra Europam Maribus ac Sinibus.

Urbes Europæ celebriores ſunt, Roma, Conſtantinopolis,Lutetia Pariſiorũ,Praga, Lisbona, Tole-

Toletum, Madritum, Loudinum, Neapolis, Venetiæ, Mediolanum, Genua, Panormus Siciliæ, Antwerpia, Gaodavum, Amſterodamum, Colonia Agrippina, Argentina, Norimberga, Vilna. Vienna, Moſca, & aliæ quàm plurimæ.

Fluvii & Montes præcipui. Fluvii Europæ præcipui ſuot. Danubius, Rhenus, Albia, Amiſus, Viſtula, Boriſthenes, Tanais &c: Montes maximè clari ſunt, Alpes, Pyrenæi, Æthna Siciliæ, Olympus Græciæ, & alii.

Figura. Figura Europæ eſt ſecundum Strabonem ſimilia Draconi volanti, cujus caput refert Hiſpania, collum Gallia, pectus Germania, alas Italia ex una, & Iutia ſive Cimbrica Cherſonuſus ex altera parte; reliquū corpus Polonia, Ungaria, Græcia, & cæteræ regiones ad Aſiam uſque, caudam verò inflexā refert Peninſula illa, in qua Norwegia, aliæque regiones ſuprà in Scandia enumeratæ. Alii non ineptè tribuunt Europæ ſpeciem Virginis fœmineo habitu ſedentis, cujus caput ſit Hiſpania, collum Pyrenæi extremaque Gallia Hiſpaniæ conjuncta, pectus ipſa Gallia, brachia Italia & Britannia, venter Germania, reliquum corpus ſub veſtibus latè circa ſedem diffuſis Dania, Norwegia, Polunia & cæteræ regiones uſque ad terminos orientales.

Præſtantia. Minor eſt Europa magnitudine cæteris orbis partibus ſuprà enumeratis; amœnitate tamen, fertilitate, e cœli clementiâ, urbium copia, magnitudine, ac pulchritudine, divitiis, hominum induſtria, fortitudine, religione, ſcientiarum & artium gloriâ, omnes reliquas longè ſuperat.

Magnitudo. Longitudo ejus ſumma inter Hiſpaniæ promontorium ſacrum, quod vulgò dicitur *Cabo de S. Vincente*, ad Obii fluminis oſtium, eſt, *Cluverio teſte*, milliariorum Germanicorum circiter 900. Italicorum 3600. computando pro ſingulis Germanicis quatuor Italica. Latitudo maxima ab extremo Peloponneſi promontorio Tænaro, quod nunc *Capo Matis* dicitur, ad Scrikfinniæ promontorium Rutubas, vulgò nunc *Noort Caep*, id eſt, caput ſeu promontorium Boreale dictum, eſt milliarium Germanic. 550. Ital. 2200. circiter.

Dominia. Sunt in Europa duo Imperia, Occidentale Romanorum, cujus ſedea eſt Vienna Auſtriæ; & Orientale Græcorum olim, nunc Turcarum, cujus ſedes eſt Conſtantinopolis Thraciæ. Sunt inibi regna plurima, ac potentiſſima, Hiſpaniæ, Galliæ, Poloniæ, Daniæ, Bohemiæ, Hungariæ, Neapolis, Siciliæ, Angliæ, Scotiæ, Hyberniæ, Norwegiæ, Sueciæ, Dalmatiæ, Croatiæ, Boſniæ, Serviæ, Bulgariæ, Tartariæ minoris ſive Præcopenſis, & alia. Sunt Archiducatus unus Auſtriæ; Magni Ducatus tres, Moſcoviæ, Lituaniæ, Thuſciæ; Ducatus, Principatus, Comitatus innumeri. Sunt ſectæ variæ, & varia idiomata, præcipuè Hiſpanicū, Gallicum, Italicum, Germanicum cum innumeris dialectis, Sclavonicum, Polonicum, Turcicum, &c.

Annotationes.

Helleſpontus eſt fretum anguſtum inter Ægæum mare & Propontidem, ſeptem tantum ſtadiorum ſpatio Aſiam ab Europa dividens.

Nomen habet ab Helle Athamantis filia ibi ſubmerſa. Vocatur nunc Stretto di Galipoli, *fretum Galipolitanum, à Galipoli vicina urbe.*

Propontis vocatur nunc Mare della Marmora, ab Inſula in ipſo ſita. Achipelagus dicitur Turcis Mare album. Ægæum vero dicitur ab αἴξ qui eſt ſcopulus inter Chium & Tenedum capræ ſpeciem referens.

Boſphorus Thracius vocatur nunc ſtretto di Conſtantinopoli, *fretum Conſtantinopolitanum. Dicitur Boſphorus, à βοῦς & πορεύομαι, hoc eſt, à bos, & eo ſive tranſeo, quoniam Io in vaccam transformata ibi trajecit, ut fabulantur Græci. Boſphorus Cimmerius vocatur nunc* Bucca di S. Giovanni, *Oſtium S. Ioannis. Boſphoro Thracio Darius. Helleſponto Xerxes in Europam ex Aſia irrupit, hoc ponte, illo navibus ſtrato.*

Dardanelle. *In anguſtiis Helleſponti ſunt Dardanella, quæ ſunt duo caſtella, unum in Europa, alterum in Aſia, claves regni Turcici; olim Seſtus & Abydus vocabantur. Seſtus in Europa. Abydus in Aſia eſt*

Lacus Mæotis dicitur nunc Mare della Tana, Scythis Temerida, Turcis mare delle Zabacche. Tanais dicitur Turcis Don, ut dictum; Scythis verò Silis. Boſphorus Cimmerius à Cimmeriis populis olim accolis nomen habet.

CAPUT III.

Aſiæ ſummaria deſcriptio.

Aſiæ termini. Aſiæ fines, à Septentrione Oceanus Scythicus; ab Oriente mare Eoum; à Meridie mare Indicum; ab Occidente Sinus Arabicus, ſive mare rubrum, & Iſthmus, qui eſt inter Sinum hunc & Mare Mediterraneum, atque inde Mare Phœnicium, & Ægæum, Helleſpontus, Propontis, Boſphorus Thracius, Pontus Euxinus, Mæotis Palus, Tanais fluvius uſque ad ejus flexum, linea rectà à flexu prædicto uſque ad fluvium Obium, indeque ipſe Obius uſque ad mare Scythicum. Itaque Africæ adhæret Iſthmo, Europæ exiguo illo terræ ſpatio à Tanai ad Obium interjecto; cætera aut aquis innatant, aut aquis ſunt diſcreta ab Europa.

Ejus magnitudo. Longitudo ſumma Aſiæ eſt, inter Helleſpontum & Malaccam extremum Indiæ Emporium, mill. Germ. 1300. Italic. 5200. circiter. Latitudo inter fauces Arabici ſinus & Tabin promontorium, quod eſt ad fretum Anian, milliar. Germanic. 1220. Italic. 4880.

Regiones antiquæ. Diviſa olim fuit in Aſiam Majorem, & Minorem. Majoris regiones præcipuæ erant, juxta Cluverii enumerationem, Sarmatia Aſiatica, Scythia Aſiatica, Serica, Sinæ, Indiæ cū Inſulis adjacentibus, Gedroſia, Carmania, Drangiana, Arachoſia, Sogdiana, Paropaniſis, Bactriana, Hyrcania, Margiana, Parthia, Perſis, Suſiana, Media, Albania, Iberia, Colchis, Armenia Major & Minor, Meſopotamia, Aſſyria, Babylonia, Arabia Petrea, Arabia Deſerta, Arabia Felix, Syria, Palæſtina, Phœnice, Cilicia, Cappadocia, Galatia, Pontus, Bithynia, Pamphylia, Lycia, & Inſula Cyprus. Minoris verò Aſiæ regiones erant, Phrygia, Myſia, Lydia, Caria, Æolis, Jonia, Doria, & Inſula Rhodus.

Regiones novæ. Hodie Aſia tota in quinque potiſſimùm partes dividitur, Tartariam, Chinam, Indiam cum Inſulis adjacentibus, Perſicum Imperium, & Turcicum Imperium. Tartariam voco immenſum illum tractum à Mæotide & Europæ finibus reliquis verſus mare Hyperboreum, uſque ad Oceanum Eoū, & ab Oceano Hyperboreo uſque ad Perſiam, Indias, & Chinam, à qua montibus, & muro 400. leucarum diſterminatur. China clauditur Mari Chinenſi, Iodiâ, & Tartariâ; eique Ortum adjacent Corea, & Japonicæ Inſulæ. India à Gange fluvio

ſecatur in duas partes, quarum una Perſiæ proxima appellatur *India intra Gangem*, altera hanc verſus Orientem ſequens India extra Gangem. Perſicum Imperium clauditur à Septentrione Mari Caſpio, Oxo flumine, & Caucaſo monte; ab Oriente Indo fluvio; à Meridie Mari ac Sinu Perſico; ab Occaſu Euphrate, Tigri, & Araxe fluviis. Turcicum Imperium complectitur Albaniam, Iberiam, Colchidem, Armeniam, Cappadociam, Galatiam, Pontum, Bithyniam, Aſiam Minorem ſive Natoliam, Lyciam, Pamphyliam, Ciciliam, Syriam, Meſopotamiã, Babyloniam, Arabiam triplicem Inſulas Cyprum & Rhodum.

Inſulæ adjacentes. Inſulæ in Oceano circa Aſiam ſunt, Sumatra (olim Taprobana) Borneus, Java Major, Java Minor (de hujus tamen ſitu certatur inter Autores) Celebes, Gilobus, Ceiramus, Moluccæ, Philippinæ, Japonicæ Inſulæ, &c. Nova Guinea an ſit Inſula, an verò pars Continentis Terræ Auſtralis incognitæ, nondum ſatis compertum eſſe dicitur.

Flumina & Montes præcipui Flumina Aſiæ præcipua ſunt, Tigris, Euphrates, Indus, Ganges, Volga, & multa alia ampliſſima in Tartaria. Mons maximus, & reliquorum Aſiæ montium pater Taurus; qui varia variis in locis ſortitur nomina, & totam quaſi Aſiam ab Occaſu in Ortum, nempe à Lycia uſque ad ultimos Seres dividit in Meridionalem & Septentrionalem, quarum hanc Græci vocabant interiorem, illam exteriorem.

Annotationes.

ASia creditur æquare magnitudine Europam & Africam. In ea docent pleriqne fuiſſe Paradiſum terreſtrem; in ea creatus fuit homo; in ea habitavit idem cum primis humani generis propagatoribus; in ea Chriſtus natus, converſatus, mortuus, & reſuſcitatus; in ea fundata Eccleſia Chriſti; in ea Monarchiæ Aſſyriorum, Babyloniorum, Perſarum, Medorum; in ea nunc potentiſſimi Reges; in ea eſt terra ſancta, in ea originem habuêre ſcientiæ, artes, linguæ; in ea omnis generis aromata, gemmæ, &c.

Corea eſt Iſthmus. Pontus exilium Ovidij. In Phrygia fuit Ilium ſive Troja; ibi nunc eſt Troja Alexandri.

Oxus fluvius maximus Sogdiana, eam à Bactriana dividens, ex India citerioris montibus in Caſpium Mare multis emenſis ſpatiis obliquè delatus. Nunc vocatur Abia.

Murum qui Chinam à Tartaria diſcriminat, ante paucos annos perruperunt Tartari, & nunc totum Chinenſe regnum occuparunt.

CAPUT IV.

Africæ Summaria deſcriptio.

Africæ termini. AFrica à Septentrione clauditur Mari Interno ſeu Mediterraneo; ab Occaſu Atlantico, & Æthiopico; à Meridie Indico; ab Ortu Rubro, ſeu Sinu Arabico, quâ parte Iſthmo adnectitur Aſiæ, & efficitur Peninſula figuræ quaſi triangularis, ſeu mavis, figuram cordis exprimens.

Magnitudo. Latitudo ejus computatur ab Herculis freto ad Promontorium Bonæ Spei, milliar. Germanic. 1148. Italic. 4582. Longitudo inter duo Promontoria, Heſperium videlicet, quod vulgò nunc dicitur *Cabo Verde*, & Aromata juxta fauces ſinus Arabici, vulgò nunc *Cabo de Guardafuy*, milliar. Germanic. 1150. Italic 4600. circiter. Sita eſt majori ex parte in Zona Torrida; utrimque tamen excurrit in Temperatas.

Meridionalior pars Africæ Veteribus planè incognita fuiſſe videtur, uſq; ad annum Chriſti 1497. quo Vaſcus de Gama primus totam Africam circumnavigans pervenit ad Calecuthum Indiæ Emporium, auſpiciis Emanuelis Regis Luſitaniæ.

Olim fuêre in Africa regiones & gentes hæ: Ægyptus, Cyrenaica, Africa Minor ſive propriè dicta, Troglodytarum, & Garamantarũ regiones, Numidia, Mauritania, Getulia, Lybia Interior, Arabia Trogodytica, & Æthiopia. *Regiones præcipua.*

Nunc dividitur in ſeptem potiſſimùm regiones, quarum nomina ſunt Ægyptus, Barbaria, Biledulgerid, Sarra, Nigritarũ regio, Æthiopia interior (quæ & Abiſſina,) & Æthiopia exterior.

Ægyptus terminatur ab Ortu Mari rubro ſeu Sinu Arabico, Iſthmoque connectente Africam cũ Aſia; à Septentrione Mari Mediterraneo, quod ibi Ægyptium appellatur; ab Occaſu Barcâ Barbariæ, & Nubiâ regno; à Meridie Æthiopia ſuperiore ſeu Abiſſinâ. Urbs præcipua & Caput Ægypti eſt nunc Cayrus (vulgo *Alcair*, olim Memphis;) deinde Damiata, olim Peluſium, Ptolomæi Geographi patria, ad oſtium Peluſiacum Nili; & Alexandria, ejuſdem Ptolomæi diutina ſedes, & ſtudiorum Palæſtra, ad oſtium Canopicum Nili. *Ægyptus*

Barbaria ab Ægypto uſque ad Fretum Gaditanum extenditur juxta Mare Mediterraneum, & in quinque regna, ac unam Provinciam dividitur. Provincia eſt Barcana; Regna verò Tunetanum, Tremeſinum, Feſſanum, Marrocanum, & Darenſe. Regnum Tunetanum occupat ferè totam Africam Minorem Veterem; in eoque ſunt civitates Tunetum (*Tuneſi* vulgò) Tripolis nova (*Tripoli di Barbaria* Italis, ad differentiam Tripolis Syriæ) Bona, olim Hyppo, D. Auguſtini Epiſcopatu nobilis. Tremeſini regni Caput eſt Tremiſen, deinde Algerium. Feſſæ regni Caput eſt Fez ſeu Feſſa, deinde Tonget, Serra, & Arzilla. Marroci Metropolis eſt Marrocum. Darenſis regni Dara. Itaque termini Barbariæ ſunt, ab Ortu Ægyptus; à Septentrione Mare Mediterraneum, quod ibi varia ſortitur nomina: ab Occidente Oceanus Atlanticus: à Meridie Biledulgerid quæ ſequitur. *Barbaria*

Biledulgerid longiſſimo tractu ab Ægypti & Abiſſinæ finibus, à tergo dictarum jam regionum, ad Oceanum uſque Atlanticum exporrigitur. Itaque habet ab Ortu Ægyptum & Abiſſinam, à Septentrione Barbariam, ab Occaſu Mare Atlanticum, à Meridie Sarram. Regna in ea ſunt Targa, Berdoa, & Guaga. *Biledulgerid.*

Sarra (quod Deſertum ſonat) continuatur præcedentibus regionibus verſus Meridiẽ, cujus longitudo à regno Goaga ad regnum Gualata extenditur. Continet igitur Gualatam regnum, Lybiam interiorem, regnum Borno (ubi olim Garamantes) & Nubiæ regnum. Termini ſunt, ab Ortu Abiſſina; à Septentrione Biledulgerid, ab Occaſu Atlanticus Oceanus, à Meridie Nigritarum regio. *Sarra.*

Nigritæ amplâ regione habitant ad utramque Nigri fluvii ripam, à quo & nomen trahunt. Longitudo regionis porrigitur à Nilo & Meroë Inſula, uſque ad Nigri oſtia, & Oceanũ juxta promontoria Cabo Verde, & Cabo Roxo. Regna continet plurima, ab urbib⁹ plerùmque denominata, inter quæ ſunt cis flumen, ab Oceano inchoando, Genehoa, Cañuja, Tombutu, Cano, Caſſena, Guangara *Nigritarum regio.*

gara propeNubiâ; & inde redeundo verſus Oceanum transflumeo, Medra, Biaſara, Zanpara, Beuin, Zegreg, Daunia, Guinea, Baugana, Manduga, Melli, Malagueta, & alia. Itaque termini Nigritarum regionis ſunt, ab Ortu Nubia, & Niger fluvius ac lacus; à Septentrione Sarra; ab Occaſu Atlanticum Mare; à Meridie Mare Æthiopicum, & Æthiopia exterior ſeu inferior.

Æthiopia Interior. Æthiopia Interior ſeu Superior, hoc eſt, ampliſſimum Abiſſinorum Imperium, clauditur ab ortu Arabico Sinu, & regionibus Ajama & Zanzibara prope Oceanum Indicum; à Meridie montibus Lunæ, & Monomotapâ, ſeu Æthiopiâ Exteriore: ab Occaſu Congo, & parte regionis Nigritarum, nempe regno Medra: à Septentrione Nubia, & Ægypto. Dividitur in complura regna ſive Provincias. Imperat ipſi Abiſſinorum Rex ſeu Imperator, qui Preſtegian (vulgò *Presbyter Ioannes*, magno, ſed recepto tamen errore) appellatur. Regna præcipua, ab Arabico Sinu incipiendo, & verſus Meridiem progrediendo, ſunt, Bello, Ganfila, Amamir, Daſila, Barnagaſſo, Lacca, Dangali, Dobas, Bali, Fatigar, Olabi, Angote, Tigremahon, Tigrai, Bagamidri, Belegnanze, Xoa, Anbian, Vaugue, Damute, Agag, Quara, Nova, Gotga, Gaſabela, Zet, Matama, Malcuba, & alia.

Æthiopia Exterior. Æthiopia Exterior ſeu inferior ab Oriente, Meridie, & Occidente perfunditur Oceano à Septentrione reſpicit Æthiopiam interiorem. Regionum prima ad Occaſum eſt Congo, ſeu Manicongo, cujus incolæ ſunt Chriſtiani; ſecunda ad Meridiem eſt Monomotapa: tertia ad Orientem eſt Zanzibar, cujus partes Caſares, Mozambique, Quiloa; Mombaza, & Melinde: quarta eſt Ajan, juxta littus Maris rubri verſus Septentrionem, cujus partes Adel, Doara, Magadoxo, &c.

Inſulæ. Inſulæ circa Africam ſunt (ab Oriente verſus Meridiem in Occaſum progredior) Zocotora: Madagaſcar, Inſula S. Laurentii, cum multis aliis minoribus in Sinu Barbarico ſeu Mari Aſpero ſparſis; nonnullæ exiguæ circa Caput *Bonæ Spei*; Heſperides è regione Heſperii Promontorii, quod nunc vocatur *Cabo Verde*; ultraque Gorgades, Gorgonum quondam domus, nunc in univerſum Inſulæ Capitis ſeu Promontorii Viridis dicuntur. Contra Mauritaniam ſunt Inſulæ ſeptem, olim *Fortunatæ dictæ*, hodiè à primaria dicuntur *Canaria*, à multitudine canum grandium, quibus abundant. Aliùs verſus Septentrionem eſt Madera, & alibi aliæ minores.

Lacus, Fluvii & Montes. Lacus Africæ celebriores ſunt Zaire, & Borroo. Montes præcipui Abyle, Atlas, & Lunæ. Atlas eſt mons Mauritaniæ, vergens ad littora Oceani, cui cognomen dedit. Fluvii præcipui Nilus, & *Nigris* ſeu *Niger*.

CAPUT V.

Americæ ſummaria deſcriptio.

America termini. AMericâ clauditur magno undique Oceanô, Ab Ortu habet Mare Atlanticum (nunc vulgò *Mar del Nort*) quo ab Europa & Africa dirimitur; à Meridie Magellanicum Fretum, quo ab Auſtrali Terra incognita diſterminatur; ab Occaſu Mare Pacificum (vulgò nunc *Mar del Zur*) & Anianum Fretum, quo ab Aſia diſtinguitur; à Septentrione Mare Glaciale. Quantum verò verſus polum Arcticum extendatur, adhuc incertum eſt Europæis: creditur tamen tota perfundi Mari Glaciali, & nullibi adhærere cum reliquis Orbis partibus, adeoque ingentem eſſe Inſulam; quanquam contrarium ſentiat P. Athanaſius Kircherus *cap. 4. Prodromi Copti.*

Nomina. Dicitur America ab Americo Veſputio Florentino, qui eam primus detexit Anno 1497; quanquam prior ipſo Chriſtophorus Columbus Genuenſis Anno 1492. adierit Inſulas Americæ Hiſpaniolam, Cubam, & Jamaicam, quæ unà cum aliis multis Americæ ab Oriente objacent. Vocatur etiam India Occidentalis, vel quia eodem tempore detecta fuit quo Orientalis in Aſia, vel quia eadem penè eſt utriuſque incolis vivendi ratio. Vocatur prætereà *Novus Orbis*, ob magnitudinem, qua veterem orbem, Europam, Aſiam, & Africam complectentem, penè exæquat.

Magnitudo. Longitudo ejus ſumma, inter duo Freta, Anianum & Magellanicum, eſt mill. German. 2400. Italic. 9600. latitudo maxima inter Promontoriū dictum vulgò *Cabo de Fortuna*, juxta Fretū Anian, & Promontorium dictum vulgò *Cabo de Breton* in Nova Francia, milliar. German. 1300. Italic. 5200. circiter. Continet gradus longitudinis ferè 180. latitudinis verò Auſtralis 53. Septentrionalis verò ad minimùm 67. unde occupat totam Zonam Torridam, & utrimque excurrit in Temperatas.

Diviſio. Diſtinguitur America in duas ferè æquales Peninſulas, exiguo 20. milliariorum Germanicorum Iſthmo alteram ab altera diſterminante: quarum una dicitur *Septentrionalis America & Mexicana*, ab urbe primaria Mexico: altera *Meridionalis*, ſive Peruviana, à Provincia ditiſſima Peru.

Septentrionalis ſive Mexicanæ Americæ longitudo eſt inter Fretum Anian & Iſthmum, milliar. Germanic. 1500. Italicorum 6000, latitudo eadem quæ Univerſæ. Dimidia ejus pars verſus Occidentem æſtivum ſita, introrſus planè incognita adhuc eſt, nec quidquam in ea præter littora detectum. Altera verò pars in regiones complures dividitur, quarum nomina ſunt Canada, Nova Francia, Virginia, Florida, Nova Hiſpania, Nova Granada, California: & in Occidentali latere ad Fretum Anian duo regna, Quivira, & Anian, unde Freto cognomen.

Meridionalis ſive Peruviana America, forma triquetra, in tria panditur ampliſſima latera cuneorum inſtar. Cuneorum unus ſpectat Americam Septentrionalem, alter Africam, tertius Magellanicam. Longitudo ejus patet Septentrionem inter & Meridiem, milliaribus German. 1000. Italicis 4000. latitudo ſumma inter Ortum & Occaſum milliar. German. 800. Ital. 3200. Regiones in ea ſunt Caſtella aurea, Bogota, Peruvia, Chili, Chica, Braſilia, Caribana, Guiana, Biquiri; omnes Oceano perfuſæ. Intus verò ſunt Amazonum regio, Paquan, Picora, Moxos, Uram, Charchas.

Fluvii. Fluvii Americæ præcipui ſunt, Paragnian, fluens per Novam Franciam: Maragnion, ſive Orellana, aut Amazonum fluvius; Argenteus fluvius, vulgò *Rio de la Plata*: & Caramara.

Inſulæ. Inſularum quæ Americæ ab Oriente objacent, ingens eſt numerus: inter quas nobiliores ſunt Hiſpaniola, Cuba, & Jamaica, ſive Inſula S. Jacobi. Multæ etiam exiguæ objacent lateri Occidentali.

CAPUT VI.

Borealis Terræ breviſſima deſcriptio.

Borealis Terra deſcriptio. NOmine Terræ Borealis ſive Arctoæ intelligo, quidquid ſive Continentis, ſive Inſularum reperitur circa polum Arcticum, à quatuor hactenus enumeratis partibus diſtinctum, cujuſmodi ſunt Groenlandia, Friſlandia, Iſlandia (quam putant eſſe Thulen Veterum) Spirsbergia, Neolandia, Nova Zembla, & ſi quid eſt aliud, etiam nondum cognitum.

Quod verò tradunt nonnulli ſub ipſo polo Arctico eſſe rupem nigram & altiſſimam, 33. circiter leucarum ambitu, & circa ipſam eſſe quaſdã Inſulas, inter quas Oceanus Hyperboreus irrumpens efficiat quatuor euripos, quibus intra viſcera terræ abſorbeatur tanto impetu, ut naves tranſeuntes abripiant, atque abſorbeant; id alii pleriq; inter fabulas numerant, cùm Hollandi ad 81. uſque gradũ latitudinis accedentes ad polum (intra quod ſpatium Inſulæ illæ eſſe dicebantur) nihil tale vel de longinquo notaverint, & alioquin incredibile videatur, id poſſe à quoquam obſervari humanâ induſtriâ. Fictitium ergo id eſt, quod de Monacho Oxemenſi traditur, ope Dæmonis eò tranſlato.

CAPUT VII.

Auſtralis Terræ breviſſima deſcriptio.

Auſtralis Terra deſcriptio. AUſtralem Tertam voco illam, quæ poſt fretum Magellanicum, poſt Mare Æthiopicum hinc, & poſt Pacificum illinc, immenſo tractu porrigitur verſus polum Antarcticum, & per tres Zonas, Torridam, Temperatam Auſtralem, & Frigidam Auſtralem longiſſimè extenditur; ut non immeritò Europam & Aſiam ſimul ſumptas æquare credatur. Dicitur *Terra Auſtralis* quia nobis ultima in Auſtrum verſus eſt. Dicitur etiam *Terra Incognita*, quia præter pauca littora, ignota noſtris adhuc eſt, nec conſtat an ſit Continens una, an plures in Inſulas diſſecta. Dicitur præterea Magellanica, quia Ferdioando Magellano Equiti Luſitano Anno 1520. verſus Auſtrum naviganti primùm conſpecta fuit. Eandem Antarctoam appellare poſſumus, quòd polum Antarcticum reſpiciat.

Sunt in littoribus ipſius aliqualiter cognitis, Terra *del fuego*, id eſt, Terra ignis, Nova Guinea, Beach, Lucach, Maletur, Regio Pſitacorum; & circa ipſam in Mari Pacifico ſunt Inſulæ Salomonis, Aquada, Lattonum, Vulcanorum, Cocas, Bonæ Spei, & Equorum.

SECTIO II.

Europæarum Regionum peculiaris Deſcriptio.

QUi picturam conſiderant aut ſtatuam affabrè atque ex arte exſculptam, primùm uno quaſi intuitu oculis percurrunt univerſam, deinde membra ſingula ac partes accuratiùs inſpiciunt, atque expendunt. Idem in Geographiæ ſtudio obſervandum. Terraquenum globum percurrimus breviter, & uno quaſi intuitu inſpeximus; nunc ſingularum Partium regiones conſiderandæ enucleatiùs. Ab Europa igitur incipimus.

CAPUT VIII.

Hiſpaniæ deſcriptio.

Hiſpaniæ deſcriptio. POſt univerſalem totius Terraquei globi, & ſex præcipuarum ejus partium deſcriptionem, convertimur ad particularem & magis diſtinctam ſingularum partium delineationem. Incipimus ab Europa, utpote omnium reliquarum nobiliſſima; & in hac ab Hiſpania, utpote occidentaliſſima, & primo Meridiano, à quo regionum & locorum omnium longitudo incipit, viciniſſima.

Ejus Nomen. I. Hiſpania igitur, ſic dicta vel ab Hiſpano Rege, vel ab orbe Hiſpali (*Sevilla* Hiſpani nunc vocant) totius quondam regionis Capite, à Græcis olim vocabatur Iberia, ab Ibero (*Ebro* Hiſpanis) flumine; & Heſperia, à ſitu verſus Occidentem, ubi Heſperus viſitur.

Termini. II. Terminos habet, ab Occaſu Oceanum Occidentalem ſive Atlanticum; à Meridie fretum Gaditanum ſive Herculeum *Eſtrecho di Gibraltar* Hiſpanis. *ſtretto di Gibelterra* Italis dicitur) & Mare Mediterraneum; ab Ortu idem Mare Mediterraneum, & partem Pyræneorum montium, quibus à Gallia ſeparatur; à Septentrione reliquam partem eorundem montium, & Oceanum Cantabricum.

Forma. III. Forma ejus refert ſimilitudinem corii bovini expanſi, cujus collum ſunt Pyrænea juga, à Mari noſtro ſeu Mediterraneo ad Oceanum Cantabricum uſque porrecta; brachia extenduntur à nova Carthagine ad Cantabros; pedes à freto Herculeo uſque in Gallæciam; caudam efficit promontorium Sacrum, quod nunc *Cabo de S. Vincente* ab Hiſpanis nuncupatur.

Magnitudo. IV. Longitudo ejus ſumma, à Promontorio Sacro jam dicto ad uſque Salſulæ fontem (*Salſas*) in finibus Galliæ ad Mare Internum, eſt milliar. Germanic. 190. Italic. 760. circiter. Latitudo à Celtico promontorio in Gallæcia (quod vulgò *Finis Terra* appellatur) ad uſque promontorium Saturni in Murciæ regno prope Carthaginem novam (vulgò nunc *Cabo de Balos*) milliar. Germanic. 150. Italic. 600. Ambitus verò totius Hiſpaniæ continet, juxta Maginum, milliaria Italica 1890. Germanica $472\frac{1}{2}$.

Diviſio antiqua. V. Romani olim diviſerunt totam Hiſpaniam primò in Citeriorem & Ulteriorem: deinde in tres Provincias, Bæticam, Luſitanicam, & Tarraconẽſem. Citerior erat eadem quæ Tarraconenſis; Ulterior Bæticam & Luſitanicam complectebatur.

Bætica Provincia. VI. Bætica Provincia claudebatur à Septentrione & Occaſu flumine Anâ (*Guadiana* nunc;) à Meridie Oceano, & Mari Interno, uſque ad Murgim oppidum, quod nunc dicitur Almeira; ab Ortu Tarraconenſi Provincia, à qua rectâ lineâ à Murgi ad oppidum quod vulgò nunc dicitur *Ciudad Real*, & Anam amnem ductâ, diſcernebatur. Dicta fuit Bætica à flumine Bæti (qui nunc *Guadalquivir*) mediam ſecante.

Luſitanica Provincia. VII. Luſitanica Provincia terminabatur à Septentrione Durio (*Duero*) flumine, ab Occaſu Ocea-

Oeeano, à Meridie Anâ fluvio; ab Otiente lineâ à Ciudad Real ad Zamotam oppidum juxta Duriũ fluvium ductâ, à Tarracooenſi Provincia ſeparatur.

Tarracoonenſis Provincia. VIII. Tarracooenſis Provincia, ſic dicta à Tarracone capite ſuo, reliquum Hiſpaniæ occupabat, & populos plurimos continebat, nempe Celtiberos, Vaſcones, Vardulos, Cantabros, Aſtures, Gallæcios, Vacceos, Carpetanos, Oretanos, & alios.

Diviſio nova. IX. Tota Hiſpania, his tribus Provinciis diſtincta, manſit diu ſub Romanorum Imperio, donec circa Annum Chriſti 400. Gothi ac Vendali eam iovadentes, dictas Provincias in tria regna diſtribuerunt. Deinde verò Saraceni ac Mauri circa Annum Chriſtr 720. invecti, diviſerunt eá in plurima regna & provincias, quarum hæc ſunt nomina, ſumendo initium prope Pyræneos montes, & ſiniſtrorſum verſus Oceanum Cantabricum procedẽdo. Catalooia, Arragonia, Navarra, Caotabria (in qua Biſcaja, & Guipuſcoa) Legio (*Leon*) & Aſturia, Gallæcia, Luſitania ſeu Portugallia, Algatbia (*Algarue*) Andalucia, Granada, Murcia, Valeotia, Caſtella (*Caſtilia*) Nova, Caſtella Vetus, & Eſtremadura,

Catalonia, X. Catalonia Pyræneis mootibus, Mari Mediterraneo, fluminibusque Ibero & Cinga terminatur; habet enim ab Ortu & Meridie Mare Mediterraneum; ab Occaſu Iberum, & Arragoniam, cum fluvio Cinga; à Septentrione Pyræneos montes. Caput regionis eſt Barcinona (*Barcelona*) in littore Maris Mediterranei. Aliæ civitates celebriores ſunt, Tatragona, Tortoſa, Girona, Lerida, Viqua (*Vique* vel *Vich*) Ampuria, Blanda (*Blanes*) Manteſa, Roſa (*Roſer*) Colibra, Urgel, Solſona, Perpinianũ, Elua, Palamos, & aliæ. In Catalonia eſt etiam Mons Serratus. Item Comitatus Ronciglione, cujus caput Perpinianum; extenditur inter duo Pyrænei brachia, quorũ unum porrigitur verſus Salſas, alterum verſus Colibre. Fluvios habet Iberum & Cingam.

Arragonia. XI. Arragonia habet ab Ortu Cataloniam & Cingam fluvium; à Septentrione Pyræneos montes; ab Occaſu Navarram, & utramque Caſtiliam; à Meridie Valentiæ regnum. Civitas primaria eſt Cæſar-Augnſta (*Saragoza*) ad Iberum fluvium; reliquæ celebriores ſunt Oſca (*Hueſca*) Jacca, Calatajud, Tatazona, Teruel, Fraga, Gurrea, Aietba, Urgella, & aliæ. Fluvii Iberus, Gallego, & alii minùs nominati.

Navarra. XII. Navarræ regnum habet ab Ortu Arragoniam; à Septentrione Pyræneos montes, & Oceanum Cantabricum ab Occaſu Guipuſcoam Cantabriæ partem; à Meridie Caſtiliam Veterem. Situm eſt penè totum intra montes. Urbs primaria eſt Campelona; reliquæ Sanhueſſa, Logronium, Oliva, Stella, Calagurra, S. Joannes Pedemontanus, Alfato, Viana, Roncesvalles, Tudela, Faſalla, & aliæ.

Cantabria. XIII. Cantabria adhæret Navarræ, dividiturque in Guipuſcoam & Biſcajam. Guipuſcoa habet ad Ortom Navatram; ad Septentrionem Oceanum Cantabricum; ad Occaſum Biſcajam; ad Meridiem Caſtiliam Vererem. Urbs primaria ejus eſt Toloſa; reliquæ S. Sebaſtiano, Monttico, Placentia, Devia, Fuenterabia, Oria, & aliæ. Biſcaja habet ab Ortu Goipuſcoam; à Septentrione Oceaoum Cantabricum; ab Occaſu Aſturiam & Legiooem; à Meridie Caſtiliam Veterem. Urbs primaria eſt Bilbao; reliquæ Latedo, S. Andero, Portogalette, & aliæ. Inter has duas tegiones & Caſtiliam Veterem jacet Alava regiuncula, cujus metropolis eſt Victoria.

Aſturia & Legio. XIV. Aſturia & Legio clauduntur intra Cantabriam, Oceanum, Gallæciam, Portugalliam, & Caſtellam veterem. Aſturia habet ab Ortu Biſcajam; à Septentrione Oceanum Caotabricum; ab Occaſu Gallæciam; à Meridie Legionenſe regnũ. Urbs primaria eſt Aſtorga, quam ſequitur Oviedo, & Aviles. Legio habet à Septentrione Aſturiam; ab Occaſu Gallæciam, & Portugalliam; à Meridie & ab Ortu Caſtellam Veterem. Urbs primaria eſt Legio (*Leon*) & aliæ ignobiliores.

Gallæcia. XV. Gallæcia ſive Gallicia habet ad Ortum Legionem, & Aſturiam; ad Septentrionem & Occaſum Oceanum; ad Meridiem Portugalliam. Metropolis eſt Compnſtella, ubi corpus D. Jacobi Apoſtoli religioſè colitur, à quo ipſa Urbs hodie *Sant Jago* appellatur. Reliquæ urbes ſunt Cotunna, Orenze, Lugo, Pontevedra, Ribadeo, Mondonedo, Bajooa, & aliæ. Ad Occaſum Gallæciæ eſt promontorium Celticum, ſeu Nerium, quod nunc dicitur *Cabo de finis Terra*.

Portugallia. XVI. Pottugallia habet à Septentrione Gallæciam; ab Occaſu Oceanum Atlanticum ſive Occidentalem; à Meridie Algarbiam; ab Ortu Caſtellam utramqne, & Eſtremaduram. Hanc amnes Anas, Tagus, Mondegns, Durius, & Mioius variè ſecant. Metropolis eſt Oliſippo (*Lisbona*) emporium nobiliſſimum ad Tagi oſtia ferè. Reliquæ civitates ſunt Braga, Coimbra ſive Couimbra, Braganza, Porro, Evorá ſeu Ebora, Lamego, Viſeo, Mirando, Portalegto, Guarta, Letra, & aliæ.

Algarbia XVII. Algárbia habet à Septentrione Portugalliam; ab Occaſu Oceanum Atlanticum; Meridie eundem Oceanum; ab Ortu Andaluziam. Urbes in ea ſunt Tavila, Sylvis, Faro, & Lagos. In ea eſt Sacrum Promontorium, quod nunc appellatur *Cabo de S. Vincente*,

Andaluzia. XVIII. Andaluzia babet ab Occaſu Algarbiam, à qua ſeparatur Anâ (*Guadiana*) fluvio; à Meridie Oceanum Atlanticum, & fretum Gaditanum; ab Ortu Granadam; à Septentrione Caſtellam novam. In ipſa eſt regiuncula dicta Comitatus, *El Condado*. Metropolis Andaluziæ eſt Hiſpalis (*Sevilla* ſeu *Sevilia*) ad Bætim (*Quadalquivir*) fluvium ſita; reliquæ urbes ſunt Corduba, Etia, Cadix vel Cadiſi, Gibeltar, S. Lugar, Oſunna. Ubeda, Baëza, Medina Sidonia, Tariſa, & aliæ.

Granada. XIX. Granadæ regnum habet ab Occaſu Andaluſiam; à Meridie Mare Ibericum; ab Ortu Murciæ regnum; à Seprentrione Caſtellam novam. Metropolis eſt Granada; deinde Malaga, Bonda, Almetia, Guadix, Baſa, Alcalà Real, & aliæ,

Murcia. XX. Murciæ regnum habet ab Occaſu Granadam; à Meridie Mare Mediterraneum; ab Ortu Valentiæ regnum; à Septentrione Caſtiliam novam. Metropolis eſt Murcia; reliquæ urbes ſunt Cartagena, Pottilla, Lorca, Vera (olim *Virgi*, unde Mare Murziam alluens appellatur Sinus Virginitanus.) Portus Cartagenæ ſeu Carthaginis novæ dicitur eſſe præſtantiſſimus totius Maris Mediterranei.

Valentia. XXI. Valentiæ regnum habet ad Meridiem Murciam, & Sioum Maris Mediterranei Illicitanũ; ab Ortum Mare Internum, & Sinum Sucronienſẽ; ad Septentrionem Cataloniam, & Atragoniam; ad Occaſum Caſtiliam utramque. Metropolis eſt

Valen-

Valentia; Portus Alicante; reliquæ urbes Orihvella, Elche (olim *Illice*, unde Sinus Illicitanus nomen accepit.) Prope Valentiam urbem exonerat ſe in Mare fluviolus olim dictus *Sucro*, unde Sucronienſis Sinus nomen habet.

Hactenus circuivimus totam Hiſpaniam, & ad Catalониam, unde digreſſi fueramus, reverſi ſumus; nunc magis interiora Hiſpaniæ inviſenda, nempe utraque Caſtilia, cum Eſtremadura.

Caſtilia Vetus. XXII. Caſtilia ſive Caſtella Vetus habet ad Ortum Aragoniam & Navarram; ad Septentrionem Biſcajam, Aſturiam, & Legionem; ad Occaſum Portugalliam, ad Meridiem Caſtiliam Novam, à qua dividitur montibus, qui in finibus Navarræ incipientes, perpetuâ ſerie ad Mare uſque excurrunt Oceanum. Metropolis eſt Burgos, urbs antiquiſſima, habens ſub ſe 150. minora oppida. Eam circumdant Valiſoletum (*Valladolid*) Zamora, Salmantica (Salamanca) Medina del campo, Avila, Segovia, Seguenza, Oxma, & antiquiſſima Numantia.

Caſtilia Nova. XXIII. Caſtilia ſive Caſtella Nova habet ad Septentrionem Caſtellam Veterem; ad Ortum Aragoniam, & Valentiam; ad Meridiem Murciam, Granadam, & Andaluciam; ad Occaſum Eſtremaduram, & Portugalliam. Metropolis eſt Toletum ad Tagum fluvium; reliquæ urbes celebriores ſunt Madritum Regum ſedes, Alcalà de Henares ſive Complutum, Cuenza, Giudad Real, Alcantara, Placentia, Talavera, & aliæ multæ. Quintâ Madrito leucâ verſus Occidentem eſt magnificentiſſimum illud Monaſterium S. Laurentii in Eſcurali, opus Philippi II. Regis, cui nunc vix in Orbe quid par eſſe dicitur, vix ſecundum.

Eſtremadura. XXIV. Eſtremadura habet à Septentrione & Ortu Caſtellam novam; à Meridie Andaluciam; ab Occaſu Portugalliam. Urbes in ea ſunt Badajos, Merida, & aliæ.

Coronæ tres. XXV. Omnes hæ Provinciæ ſucceſſu temporis reductę fuerunt ad tria Dominia ſive Coronas, Caſtiliæ, Aragoniæ, & Portugalliæ. Caſtiliæ Corona ſub ſe comprehendebat utramque Caſtiliam, Navarram, Cantabriam, Aſturiam, Legionem, Galliciam, Eſtremaduram, Andaluziam. Portugalliæ Corona continebat ſub ſe ipſam Portugalliam, & Algarbiam. Arragoniæ Corona complectebatur ipſam Aragoniam, Catoloniam, & Valentiam.

XXVI. Tres hæ Coronæ diu ſub uno capite fuêre, earumque titulo multæ exteræ regiones ac Provinciæ, nempe titulo regni Caſtellæ Mediolanum, Belgium, Burgundiæ Comitatus, Inſulæ Canariæ, America, & Inſulæ Philippinæ: titulo regni Aragoniæ Neapolis, Sicilia, & Sardinia: titulo regni Portugalliæ Guinea, & Æthiopia, India Orientalis, Braſilia & Inſulæ Moluccæ. Anno 1641. Portugallia cum attinentibus regionibus diſtracta fuit ab hoc capite, iterum brevi unienda.

Montes. XXVII. Montes Hiſpaniæ præcipui ſunt Pyrænei, Hiſpanos à Gallis dividentes; qui pro locorum ratione varia ſortiuntur nomina. Sunt etiam alii quàmplurimi montes, quorum alii ab Oriente inchoati excurrunt in Oceanum Occidentalem; alii totum Septentrionale latus Hiſpaniæ coronant.

Fluvii. XXVIII. Flumina nobiliora Hiſpaniæ ſunt, I. Iberus (*Ebro*) qui in Aſturibus, in loco qui dicitur Fuentibre, id eſt, fons Iberi, ortus fluit per Aragoniam, alluens præter alia loca Cæſar-Auguſtam; indeque per Cataloniam means allambit Tortoſam; ac tandem in Mediterraneum Mare ipſius cognominis duobus oſtiis ingreditur. II. Durius (*Duero*) qui non procul à Numantia Caſtellæ Veteris civitate ortus, ſeparat ipſam à Legione; & præterfluens Mirandam, Valliſoletum, Zamoram, Lomegum, & alia oppida, juxta Portum Luſitaniæ Civitatem, rapidiſſimo curſu miſcetur Oceano Occidentali. III. Tagus (*Tajo*) olim auriferis arenis copioſus; qui non procul à Cuenca Caſtellæ Novæ Civitate ortus, petit Toletum, ponteque accepto Talaveram, Alcantaram, aliasq; urbes alluens, mediam ferè ſecat Portugalliam, & Lisbonam præterfluens in Occiduũ ſe Oceanum exonerat. IV. Anas, qui circa orientales Caſtellæ Novæ partes exortus, poſt longum curſum terræ ſe penetralibus condit, moxque poſt aliquot leucas erumpens tandem in Oceanum devolvitur ad Sinum Gaditanum. V. Bætis, qui Cordubam præterlapſus, & Seviliam, tradit ſe Auſtrali Oceano extra Fretum Gaditanum. Omitto multa alia flumina minoris nominis.

XXIX. Inſulæ Hiſpaniæ adjacentes ſunt, in Oceano Bajona, & Barlinga; ante Fretum, Gades, nunc *Cadiz*; in Mediterraneo Baleares (nunc Majorica, & Minurica, vel Pyruiſæ, quarum una nunc dicitur Yvica, altera Formentara. Baleares cum adjunctis conſtituebant olim peculiare regnum. *Inſulæ.*

XXX. Academiæ illuſtriores ſunt Conimbrica, Salamanca, & Complutum; quas ſequuntur Palẽtia, Valladolid, Sevilla Oſſuna. Granada, Valentia, Toledo, Siguenza, Saragoza, Hueſca, Lerida, Tarragona, & Barcellona. *Academiæ.*

CAPUT IX.

Galliæ deſcriptio.

I. GAllia, ſic dicta à Gallis incolis, Hiſpaniæ poſt Pyræneos montes adhærens, olim ante Romanam Rempublicam amplior quam nunc, claudebatur ab Oriente Rheno fluvio, Alpium parte, & Varo amne (hic prope Nicæam, quæ hodie *Nice* dicitur Gallis, influit in Mare Mediterraneũ;) à Meridie Mari Mediterraneo, & parte Pyræneorum montium; ab Occidente reliquâ parte eorundem montium, & Oceano Gallico, ſive Aquitanico; à Septentrione Oceano Britannico. Nec his contenti finibus Galli, Alpes transgreſſi, Italiæ ferè dimidium occuparunt, Anconam uſque, eique Galliæ nomen impoſuerunt. Romani igitur omne hoc terrarum ſpatium, quod Galli olim obtinebant, diviſerunt in Galliam Ciſalpinam, & Tranſalpinam. Ciſalpinam vocarunt etiam Galliam Italicam, & Citeriorem, & complectebatur illud ſpatium, quod Galli in Italia occupaverant. Tranſalpinam vocarunt & Ulteriorem, & continebat Galliam paulo ante deſcriptam. *Gallia.* *Termini antiqui.* *Diviſio antiqua.*

II. Iidem Romani idem terrarum ſpatium à Gallis tunc inſeſſum diſtribuerunt in Galliam Togatam, Braccatam, & Comatam, à vario gentis habitu. *Togatam* vocabant totam Galliam Ciſalpinam, *Braccatam* vocabant illam Tranſalpinæ partem, quam poſtea Narbonenſem Provinciam appellarunt, de qua mox. *Comatam* denique vocabant reliquam Galliam univerſam. De Togata ſermo erit in Italia, de reliquis hîc. *Alia diviſio antiqua.*

III. Braccata Gallia Interno Mari alluebatur ad Meridiem; Varo flumine, Alpiumque jugis ab Italia diſcernebatur ad Ortum; Pyræneis montibus ab *Gallia Braccata.*

Hiſpa-

Hiſpania ad Occaſum; à reliqua Gallia ad Septentrionem Garumnâ (*Garonne*) flomine. Gebennâ monte (*Monte d' Arvernia*) & Rhodano (*Rône*) fluvio.

Gallia Comata. IV. Comata Gallia dividebatur in Aquitanicam, Celticam, ac Belgicam. Ac Julius quidem Cæſar Belgicam colloeat inter Rhenum, Oceanum Germanicum, Sequanam fluvium (qui Gallis dicitur *Seine*, & Lutetiam Pariſiorum tranſit) ac Matronam amnem (*Marne*) qui prope Lutetiam Sequanæ miſcetur. Celticam verò Galliam, qoæ poſtea Lugdunenſis appellata eſt, idem Cæſar conſtituit inter Marrooam, Sequanam, Oceanum, Garumnam, Gebennam, Rhodanum, ac Rhenum. Aquiranicam deniqueponit inter Garumnam, Oceanum, & Pyręneos montes. Auguſtus Cæſar poſteà, & poſt hunc Ptolomæus, aliter diſtribuerunt has tres partes.

Termini novi. V. Hi antiqui ſunt Galliæ Tranſalpinæ termini includentes etiam Sabaudiam, Burgundiæ Comitatum, Lotharingiam, Germaniæ hodieroæ, & Belgii hodierni partem. Nunc arctior facta Gallia, complectitur ſolùm id, quod propriè appellatur regnum Galliæ, ſive Franciæ, à Francis Orieotalibus ſive Franconibus Germanis populis, ex Francouia in Galliam tranſgreſſis. Clauditur à Meridie Mari Interno, & parte Pyræneorum montium; ab Occaſu reliquâ parte montium Pyræneorum, & Oceano Aquitanico; à Septentrione Oceano Britannico uſque ad Caletum (*Cales*) indeq; ductâ lineá uſqne ad Lotharingiam, relictis à ſiniſtra Arteſiâ, Hannoniâ, & Lucenburgenſi Ducatn; ab Ortu denique Lotharingia, Burgundiæ Comitatu, Sabaudia, Alpium parte, & Varo fluvio.

Diviſio nova. VI. Tota Gallia his terminis concluſa, in varias dividitur Provincias. Præcipuarum hæe ſunt nomina, incipieodo à Pyræneis montibus, & ab ota maritima Interni Maris, ac dextrorſum eundo circa extimas primò provincias, ae deinde ad intimas penetrando. Linguadoca, Provincia, Delphinatns, Breſſa, Burgundiæ Ducatus, Campania, Picardia, Normandia, Britannia, Pictavia, (*Poictu*) Sãtonia, Aquitania (*Guienne*) & Guaſconia cum incluſis Principatibns & Comitatibus. Atqne hæ ſunt Provinciæ exteriores Galliæ. Intus ſunt Cadurcium (*Guercy*) Arvernia, Lugdunenſe Territorium, Borbonii ducatus, Nivernenſis ducatus, Biturigum (*Berry*) Belſia (*Beauſe*) Aurelianenſis dneatus (*Orleans*) Francia proprìè dicta, Cenomanenſis ducatus (*Maine*) Andegavenſis Ducatus (*Anjou*) Turonenſis ducatus (*Touraine*) Bleſenſe Territorium, Lemovicenſis Tractus (*Limoſin*) Petrogoria (*Perigort*) & ſi quæ ſunt aliæ in his incluſæ.

Linguadocia. VII. Linguadoca, vel Linguadocia (*Languedoc*) habet ab Oceidente Guaſconiam; à Meridie partem Pyræneorum montium, & Mare Mediterraneum; ab Ortu Provinciam (*Provence*) & Delphinatum; â Septentrione Alverniam. Urbes præcipuæ ſnot Toloſa *Toulouſe*, Narbona, Albia ſive Albiga *Alby*, Monſpeſſulanus *Montpellier*, Nemauſus *Niſmes*, Carcaſſo, ſive Carcaſſona *Carcaſſone*, Biterræ *Bezsers*, & aliæ multæ.

Provincia. VIII. Provincia habet ac Occaſu Lingnadociam; à Meridie Mediterraneum Mare; ab Ortu Varum amnem, & Alpes, quibus ab Italia ſecernitur; à Septentriooe Delphinatum. Cootinet Principatum Arauſianenſem, cujus Metropolis eſt Arauſio *Orange*, in qna celebrata ſunt Conſilia Arauſiacana. Cootinet etiam Avenionenſem ſive Veniſſæ Comitatum, qui eſt Pontificiæ ditionis, habetq́ue ad Occidentem Linguadociam, & Rhodanum; ad Meridiem & Ortum reliquam Provinciæ partem Regi ſubjectam, interfluente Durentia fluvio; ad Septentrionem denique partem Delphinatus. Metropolis eſt Avenio *Avignon*, diutina Pootificum ſede celebris, ſita ad Rhodanum. Reliquæ Provinciæ civitates ſunt, Aquæ Sextiæ *Aix*, Arelatum, *Arles*, Marſilia *Marſeille*, Taraſco *Taraſcon*, Tolonum *Tolon*, Dinia *Digne*, Ciſtero, *Ciſteron*, & aliæ. Continetur prætereain Provincia Comitatus Niſſæ ſitus ad Vari ripam verſus Italiam, cujus nrbs eſt *Nice* Nicæa.

Delphinatus. IX. Delphinatus *Dauphine* ad Meridiem conterminus eſt Provinciæ; ad Ortum Pedemontio, & Sabaudiæ; ad Septentriooem Breſſanenſi regioni; ad Occaſum Lugdunenſi Territorio, Linduadociæ & Avenionenſi Comitatui, Rhodano interfluente. Urbes præcipuæ in eo ſunt Vienna, Gratianopolis *Grenoble*, Ebrodunum *Embrun*, Valentia *Valence*, & aliæ.

Breſſa. X. Breſſanenſis regio, *Breſſe*, ſita inter Ararim & Rhodanum fluvios, habet à Meridie Delphinatum; ab Ortu Sabaudiam (cujus fuit pars;) à Septentrione Burgundiæ Comitatum; ab Occaſu Borbonii Ducatum, & Lugdunenſe Territorium. Metropolis eſt Forum Sebuſianorum *Bourg en Breſſe*. Sunt in hac regione Comitatus aliquot.

Burgundia Ducatus. XI. Burgundia dividitur in Regiam, & Imperialem. Regia eſt Ducatus, & pertinet ad Regem Franciæ; Imperatoria eſt Comitatus. & pertinet ad Imperium Romanum, ac ſubeſt Hiſpaniæ Regi. De hac poſteà. Ducatus igitur Burgundiæ clauditur à Meridie Breſſanenſi regione, & Lugdunenſi Territorio; ab Ortu Sabaudiâ, & Burgundiæ Comitatu, intercurrente Arari fluvio; à Septentrione Campania; ab Occaſu Nivernenſi & Borbonio Ducatibus. Metropolis eſt Divio *Dyon*, aliæ urbes Auguſtodunum *Auſtun*, Caballinum *Chalon*, & aliæ.

Campania. XII. Capania *Champaigne* habet à Meridie Burgundiam utramque; ab Ortu Lotharingiam, & Metenſe Territorium, cum parte Ducatus Lucemburgenſis; à Septentrione Belgium; ab Occaſu Picardiam, Franciam propriè dictam, & Belſiam. Ad Campaniam pertinet Ducatus Rhemenſis *Rems*, & Lingoneoſis *Langres*. Urbes præcipuæ ſunt Rhemi *Rems*, Andomaturum Lingonum *Langres*, Tricæ *Troyes*, Caralaunum *Schaalon*, Jatinum Meldorum *Meaux*, Calvus Mons, *Chaumont*, Retelium *Retel*, unde Territorium Retelenſe *Retelois*, & aliæ.

Piccardia. XIII. Piccardia habet ad Meridiem Campaniam, & Franciam propriè dictam; ab Ortu Lotharingiam, & Luceburgenſem Ducatum; ad Septentrionem Hannoniam, & Arteſiam Belgii Provincias; ad Occaſum Oceanum Britannicum; & Normandiæ partem. Diviſa eſt in multos Comitatus. Metropolis eſt Ambianum (*Amiens*;) reliquæ urbes Fanum S. Quintini *S. Quintin*, Quiſa *Quiſe*, Noviodunum ſive Noviomagus *Noyon*, Laudunum *Laon*, & aliæ.

Normandia. XIV. Normandia habet ab Ortu Picardiam, & Franciam propriè dictam; à Septentrione Oceanum; ab Occaſu eundem Oceanum, & partem

Britanniæ Minotis; à Metidie Cenomannos *Le Maine*. Dividitur in ſuperiorem & inferiorem. In ſuperiore Ducatus ſunt ttes, Alenzonius *d'Alenzon*, Aumalius *d'Aumale*, Longovillanus *de Longueville*. Inferiot in minores diſtrahitur partes, quæ continent Caleres *Le Pais de Caux*, Biducaſſes *Le Beſſin*, Conſtantienſe Territorium *Conſtantin*. Metropolis Normandiæ eſt Rothomagum *Roüen*, reliquæ urbes præcipuæ ſunt Eburovicum *Evreux*, Alenzonium, Conſtantia, Cadomum *Caen*, & aliæ.

Britannia minor. XV. Britannia minot (ad differentiam Angliæ, quæ majot Britannia eſt) *Bretaigne*, habet ad Orientem Normanniam, Cenomannenſem Comitatum *Le Maine*, & Andegavenſem Ducatum *Anjou*; ad Meridiem Pictaviam *Poictou*; reliqua latera elaudit Mare Britannieum, in quod excurrit longo tractu inſtar Peninſulæ. Dividitur in Superiorem & Inferiorem. Superioris Merropolis eſt Nannetum *Nantes*, Iuferioris Venerorum civitas *Vannes*, prætet alias urbes.

Pictavia. XVI. Pictavia *Poictou* ſpectat verſus Septenttionem Britanniam Minotem; verſus Occaſum Oceanum Gallicum; verſus Meridiem Sanctoniam; reliqua Turones, Bituricenſes, & Lemoviees claudunt. Mettopolis eſt Pictavium *Poictiers*, omnium Galliæ urbium poſt Lutetiam ampliſſima, D. Hilatii ſede Epiſcopali celebris. Sunt in hac regione alii Principatus, Comitatus, & Baronatus.

Sanctonia. XVII. Sanctonia *Saintonge*, habet ad Septentrionem Pictones; ad Orientem Inculiſmenſem Agtum *Engouleſme*, & Pettogorios *Perigort*; ad Meridiem Garumnam, & Burdigalenſes; ad Occidentem Oceanum. Urbs ptimaria eſt Mediolanum Sanctonum *Saintes*. Ioter Pictaviam & Sanctoniam jacet Territorium Rupellæ *La Rochelle*, ad Mare Aquitanicum.

Aquitania & Guaſconia. XVIII. Aquitania *Guienna*, & Guaſconia, ſive Vaſconia extenditur ioter Garumnam fluvium, & Pyræneos montes, habetque à Septenrrione Sanctoniam, ab Oceidente Oceanum, & partem Pyræneorum montium; à Metidie reliquam Pyræneotum partem; ab Ortu Cadurcos *Quercy*, & Linguadociam. Metropolis regionis eſt Burdigala *Bordeaux* ad Garumnam. Sub Guienna & Guaſconia ſic deſcripta eontinetur *primò* illa Biſcaiæ pars, quæ ad Regem Franciæ ſpectat, jacetque ad Occidentalem Oceanum, & montes Pyræneos, eujus caput eſt Baiona. *Secundo* Beatniæ Principatus, *Pais de Bearn*, cujus eaput eſt Oleron, reliquę urbes Pan, Leſcar, & Navatin aix munitiſſima. *Tertiò* Bigorniæ Comitarus, *Bigorre*, cujus Mettopolis eſt Tarba. *Quartè* Comingæ Comitatus, *Comingeois*, in qua urbes S. Bertrand, Conſerans, & aliæ. *Quintò* Foix Comitatus, in quo urbes Foix, & Panier. *Sextò* Albreti Comitatus, *Albret*. *Septimè* Armeniaci Comitatus, *Armignac*, in quo urbs Aux.

Atque hæ ſunt exreriores Galliæ Provineiæ; nunc interiores luſtrabimus, eodem quo antea ordine ptoeedendo dextrorſum, donec in centro ſerè eonquieſcamus.

Arvernia. XIX. Arvernia, *Auvergne*, ſita eſt intet Linguadocos à Meridie; Lugdonenſes ab Ortu; Borbonios, & Bituricenſes à Septenttione; Lemovicenſes, Pettogotios, & Cadurcos ab Occidente. Dividitur in ſupetiorem & infetiotem. Supetiotis caput eſt *Florepolis S. Flour*; Inferioris, quæ & Limania *Limaine* dicitur, Clarus mons *Clerment*.

Lugdunenſe Territorium. XX. Lugdunenſe Territotium, *Lionnois*, habet ab Occaſu Arverniam; à Meridie Linguadociam; ab Ortu Delphinatum; à Septentrione Borbonium Ducatum. Metropolis eſt Lugdunum *Lion* ad Rhodanum, quæ ad differentiam Lugduni ſeu *Leon* in Hiſpania, & Lugduni ſeu *Leiden* in Hollandia, vocatur *Lion di Francia* ab Italis.

Burbonius Ducatus. XXI. Burbonius Ducatus. *Le Bourbonneis*, habet à Metidie Lugdunenſe Territorium; ab Ortu Burgundiæ Ducatum; à Septenttione Nivernenſem Ducatum; ab Occaſu Lemovices *Limoſin*. Urbes in eo ſunt Burbonium, *Bourbon*, Molinum, *Molins*, & aliæ.

Nivernenſis Ducatus. XXII. Nivernenſis Ducatus, *Le Nivernois*, haber à Metidie Burbonium Ducatum; ab Ortu Burgundiam; à Septentrione & Occaſu Bituricenſem Ducatum *Le Berry*. Metropolis eſt Noviodunum Nivernenſium, ſeu Niverſium *Nivers*, quæ Ducatui nomen tribuit.

Bituricenſis Ducatus. XXIII. Bituticenſis Ducatus *Le Berry* reſpicit ad Orientem Nivetnenſem & Botbonium Dueatur; ad Meridiem Lemovicenſem Tractum; ad Occidentem Pictaviam & Turonenſem Ducatum; ad Septeuttionem Belſiam *Beauſſe*. Metropolis eſt Anarieum *Beurges*.

Belſia. XXIV Belſia, *Le Beauſſe*, habet à Meridie Bituricum; ab Ortu Butgundiæ Ducatum, & Campaniam; à Septentrione Franeiam propriè dictam; ab Occaſu Notmanniam, & Turonenſem Ducatum. Metropolis eſt Carnutum, *Chartres*.

Aurelianenſis Ducatus. XXV. Aurelianenſis Ducatus continetur ſub Belſia. Mettopolis ejus eſt Autelianum *Orleans*.

Francia. XXVI. Franeia propè dicta (*France*) habet à Metidie Belſiam; ab Occaſu Notmanniam; à Septentrione Picardiam; ab Ortu Campaniam. Metropolis eſt Lutetia Pariſiorum, compendium ac velut theatrum totius Galliæ, Regum Galliæ ſedes, omnium præclariſſimorum totius Orbis ingeniorum officina, urbs totius Europæ poſt Conſtantinopolim magnitudine ac civium frequentiâ clariſſima, quam Sequana fluvius interfluit.

Cenomanenſis Comitatus. XXVII. Cenomanenſis Comitatus, *Le Maine*, habet ab Ortu Belſiam; à Septentrione Normanniam; ab Oceaſu eandem Normanniam, & Britanniam minorem; à Metidie Andegavenſem Ducatum. Metropolis eſt Cenomanum *Mons*.

Andegavenſis Ducatus. XXVIII. Audegavenſis Ducatus. *Anjou*, habet à Septentrione Cenomanenſem Comitatum; ab Ortu Turonenſem; à Meridie Pictaviam; ab Occaſu Britanniam. Metropolis eſt Audegavum *Angers*.

Turonenſis Ducatus. XXIX. Turonenſis Ducatus, *Le Touraine*, adhærer ab Ortu Andegavenſi Ducatui. Mettopolis eſt Cæſaredunum *Tours*.

Bleſſenſis Comitatus. XXX. Bleſenſis Comitatus, *Le Bleſois*, adhæret Tnronenſi ad Ortum. Ei nomen dedit urbs Bleſæ, ſeu Caſtrum Bleſenſe *Blois*.

Lemovicium. XXXI. Lemovicium, *Le Limoſin*, habet ad Septenrrionem Bleſenſem & Bituricenſem Ducatum; ad Ortum Borbonium; ad Meridiem Arverniam; ad Occidentem Pettocorium, & Pictaviam. Merropolis eſt Lemovieum *Limoges*.

Petrocorium. XXXII. Perrocorium, *Perigord*, jacet inter Lemovicenſes & Cadutcos, *Quercy*. Urbs primatia eſt Veſuna Pettocoriorum *Periguenx*.

XXXIII.

Bolonia Comitatus.

XXXIII. Enumeratis hactenus Galliæ Provincus adduut oonnulli Bonooienſem, ſeu Bolonienſem Comitatum, *La Comté de Bolongne*, qui oltra Picardiam verſusSeptentriooem &Occaſum immixtuseſt Galliæ & Belgio; unde partim Galliæ,partim Belgio adcenſeri ſolet. Urbs primaria eſt Bonooia ſeu Bulonia,*Boulogne*. Molti alii Ducatus, Comitatus,& Territoria enumeratis hactenus Provinciis ſunt adjuncta, quæ brevitatis cauſa omitto.

Pares Franciæ.

XXXIV. Pares Franciæ,inſtituti ulim à Carolo Magno,ſunt duodecim,quorum ſex Eccleſiaſtici, ſex Seculares. Eccleſiaſticorum tres ſuot Duces, tres verò Comites. Duces ſuot, Archiepiſcopus Rhemeoſis, *Rems*, Epiſcopus Laudunenſis *Laon*, Epiſcopus Lingonenſis *Langres*. Comites ſunt, Epiſcopus Catalaunenſis *Chalon*, Epiſcopus Noviodunenſis *Noyon*, Epiſcopus Bellovacenſis, *Beauvais*. Secularium itidem tres ſunt Duces, & tres Comires, Duces ſunt Burgundicus, Normannicus,Aquitanicus, *Guienne*. Comites ſunt Flandricus, Toloſanus, Campanus.

Ducatus Franciæ.

XXXV. Galliæ Provinciæ, quæ Ducatus titulo ab antiquo gaudent,ſunt, *Orleans, Bourgongne, Narbonne,Bretagne, Anjou,Berry,Normandie,Auvergne, Guyenne, Tours, Alenzon, Bourbon, Le Maine,Valois,Nemour,Bar le Duc*. Plures quoque Marchiooatus,Comitatus, Vicecomitatus,& Baronatus ſunt ab aono 1514. erecti in Ducatus & Principatus, quorum nomina ſunt. *Vendoſme, Guiſe,Montpenſier, Nevers, Dunois, Uzez, Ventadour, Thovars, Aumalle, Montmorency, Mercœur, Pombienre, Mayenne, Elbeuf, Rethelois, Piney, Eſpernon, Ioyeuſe, Cheureuſe, Halnyn, Montbazon, Retz, Beaufort, Sully, Fronſac, Annille, Chaſteauroux, Luines, Leſdiguiere, Bellegarde, Briſſac, Chaune, Richelieu, Villebois.*

Parlamenta Franciæ.

XXXVI. Parlamenta ſeu Cooventus juridici, jam ab antiquo conſtituti, ſunt octo, Pariſienſis, *de Paris*, in Francia propriè dicta; Rotomagenſis, *de Rouen*, in Normannia; Redonenſis, *de Rennes*, io Britannia minori; Burdegalenſis, *de Bordeaux*, in Guaſconia; Toloſanus, *de Toulouſe*, in Linguadocia; Aquenſis, *d'Aix*, in Provincia; Gratianopolitanus, *de Grenoble*, in Delphinatu; Divionenſis, *de Dyon*, in Burgundia. His acceſſerunt noo ita pridem duo alii, oempe Palenſis, *de Pau*, in Bearnia; Metenſis, *de Mets*, io Lotharingia.

Academiæ Franciæ.

XXXVII. Academiæ illuſtriores & antiquiores Galliæ ſunt: Pariſiis in Francia propriè dicta, Cadomi io Normannia, Andegavi io Andegavenſi Ducatu, Aoreliani io Ducatu Aureliaoenſi, Biturigibus in Bitoriceoſi ditione, Pictavii io Pictavia, Burdigale io Guaſconia, Toloſæ in Linguadoca, Mootepeſſulani ibidem. Omitto alias recentiores extructas.

Fluvii Franciæ.

XXXVIII. Fluvii Galliæ celebriores ſuot, Rhodaous, *le Rhoſne*; qui alluit *Sion, Geneve, Lion, Valence, Avignon, Arles*, Garomoa, *la Garomne*; qui alluit *Rieux, Thouloſe, Agen, Bourdeaux, Blaye, Royan*. Ligeris, *la Loire*; qui alluit *Montbriſon, Roane, Bourbon, Nevers, Orleans, Amboiſe, Tours, Saumur, Nantes*. Sequana, *la Seine*; qoi præter labitur *Chaſtillon, Troyes, Nogent, Monterean, Molum, Corbeil, Paris, Mante, Roüen*. Suot & alii minùs celebres fluvii, qui in præcedentes influunt. In Rhodanum influunt Arar *la Saone*, Iſara *l'Iſere*, Druentia *la Durance*. Io Garumnam Tarous *le Tarn*, Oldus *l'Oth*, Doranius *la Dourdogne*. In Ligerim *Elaner, Allier*, *Caris, le Cher*, Inder *l'Indre*, Vigenna *la Vienne*, Claois *Glam*, Meduana *Mayne*, Loira *Loir*, Sartra *Sartre*. In Sequanam Matrona *la Marne*, Icauna *Ionne*, Aeſia *l'Oiſe*, Eura *Eure*. Omitto multos alios, minoris notæ omoes.

Inſulæ Galliæ.

XXXIX. Inſolæ circa Galliam nullæ ſunt alicujus nomiois, exceptis nonullis exiguis. Io Mari Mediterraneo è regione Provinciæ, ſunt Ioſulæ Stochades *Les Isls d'Ieres*; In Oceano Aquitaoico Oliarius *l'Isle d'Oleron*, Ioſula Reta *l'Isle de Rez*, Caloneſus *Belle-Isle &c.*

CAPUT X.

Sabaudiæ, Burgundiæ Comitatûs, & Lotharingiæ deſcriptio.

CApite præcedenti *num.* 1. & 5. dixi, Galliam olim incluſiſſe Sabaudiam, Burgundiæ Comitatum, Lotharingiam, Germaniæ & Belgii partem. De tribus prioribus hîc breviter agemus, de reliquis in Belgii ac Germaniæ deſcriptione.

Sabaudia.

I. Sabaudia, *Savoye*, onde nomen traxerit, incertum. Eam obtinet Dux, cui cognomentum Sabaudici dedit ipſa regio Sabaudica. Incolæ olim, & nunc etiam vocantur Allobroges, & Dux Sabaudiæ appellatur quoque Dux Allobrogum. Fines Sabaudiæ ſunt à Meridie Delphinatus, & Pedemontium; ab Orto Valeſia & Pedemontii pars; à Septeotrione Burgundiæ Comitatus, & Helvetia, Lemano lacu (*Lac de Geneve*) ioterpoſito; ab Occaſu Delphinatus, & Rhodani pars. Fluvii Sabaudiæ ſuot Arar, Iſara, Doria, & alii. Lacus in ea ſunt plurimi, inter quos Lemanus eſt præcipuus. Metropolis eſt Camberiacum.

Genevenſis Comitatus.

II. Cum Sabaudia tanquam partes ejus explicaotur Comitatus Genevenſis, Maurianenſis, & Tarantaſius, & Marchionatus Suſæ Comitatui Genevenſi nomen eſt à Geneva, quæ eſt urbs ſummæ antiquitatis, ſita ad lacum Lemanum, nunc ſui juris, olim Ducis Sabaudiæ. In Tarantaſio Comitatu eſt Taraotaſia, *Tarantaiſe*; io Maurianenſi Fanum D. Joannis, *S. Iean de Morienne*, In Marchionatu Suſæ eſt Suſa, *Suſe*.

Burgundia Comitatus.

III. Burgundiæ Comitatus ſive Burgundia ſuperior, feudum eſt Imperii Romani. Habet ad Septentrionem Lothariogiam, & Alſatiam Germaniæ Superioris Proviociam; ad Occidentem Burgundiæ Ducatum; ad Orientem Helvetiam; ad Meridiem Sabaudiam. Dividitur in Dolanam, Soperiorem, & Ioferiorem. In Dolana ſunt Dola, *Dole*, Quingeuio, *Quinge*, Ornacū, *Ornans*. In Superiore Graium, *Gray*, Veſulium, *Veſoul*. Io Inferiore Salinæ, *Salines*, Arboſium, *Arbois*, Polichnium, *Poligny*, Faoum S. Claudii, *S. Claude*, Veſootio, *Beſanzon*, urbs Imperialis libera. Comitatus hic pertioet ad Regem Hiſpaniæ.

Lotharingia.

IV. Lotharingia, nunc Ducatus, olim regoum, ſic dicta à Lothario Rege, fioes habet ab Oriente Alſatiam; à Meridie Burgundiam; ab Occideote Campaniam Galliæ; à Septentriooe Luxenburgenſem Ducatum, & Trevirenſem Ditionem, quorum ille eſt Belgii, hæc Germaniæ regio. Metropolis

tropolis eſt Nancæum, *Nanzy*, Ducum ſedes. Inter reliquas urbes eſt Diviodunum Mediomatricum, *Metz*, Verodunum, *Verdun*. Tullum, *Toul*, Faoum S. Nicolai, *S. Nicolas*, Moſſi Pontum, *Pont a Mouſſon*, Motta, *la Motte*. Flovii Lotharingiæ celebriores ſunt Moſa Moſella, & alii minores.

CAPUT X.

Italiæ deſcriptio.

I.

Italia. ITalia, Europæ ocellus, Mundi olim Domina, nomen ſortita eſſe creditur ab Italo Siculorum Rege, qui cum Siculis Latium & Sabinorum agrum incolens, illi primùm parti, dein toti terræ inter Alpes & Siculum fretum interjacenti, nomen Italiæ tranſmiſit. Græcis olim. quibus occidentalis eſt, Heſperia fuit dicta, ab Heſpero ſidere occidentali. Ab eorundem Poëtis, uti & à Latinis, nonnunquam Saturnia, Auſonia, Oenotria, Latium appellatur; quanqoam hæc partium ſolùm, non totius Italiæ fuerior nomina.

Termini. II. Terminos habet à Septentrione Alpes; ab Ortu Arſiam Hiſtriæ flumen, & Mare Superum; à Meridie Mare Inferum ſive Thuſcum; ab Occaſu iterum Alpes, & Varum amnem. Diceres Naturam voluiſſe eam cingere firmiſſimo vallo, foſſaq; altiſſima. *Forma.* Antiqui querno folio eam aſſimilant; receotiores cruri humano; ego ocreæ majori & ſupra laxiori eam comparaverim.

Alpes. III. Alpes quæ Italiam ſeparant à Gallia, & Germania, initium ſomunt à vadis Sabatiis in Territorio Genuenſi propè Mare Liguſticum; finem ad Fanaticum ſinum (*Golfo di Carnaro*) & Colapis fluminis (*Kulpe*) ſootes in Hiſtria. Dividuntur in varias partes, ac nomina. A vadis Sabatiis ad Vati amnis fontes, qua Liguſtico Mari objacent, vocantor *Maritimæ*: hinc ad Seguſium uſque (*Suſa nel Piemonte*) vocantur *Cottiæ*, vulgò *Mons Cenis*: inde *Graiæ*, vulgò *Mons minor S. Bernardi*; poſtea *Rhæticæ*, & Summæ, vulgò *Mons S. Gothardi*, ad Plavis uſque fontem, quarum pars Tridentinæ perhibentur ſupra Tridentum, his junguntur *Noricæ* ad Doblacum uſpue ſupra Tilaveinptum amnem, vulgò *Tagliamento*; inde jam *Carnicæ*, ſupra Carnos uſque ad Savi ſootes; tandem *Pannonicæ* ad Colapis fontes uſque, quæ etiam *Iuliæ* dicuntur. Aliqui ſupra Dalmatiam Alpium nomen protendunt, & alii in Thraciam & Pontum uſque: ſed prior finis ad Colapis fontes à pleriſque receptus eſt, *teſte Cluverio*.

Apenninus. IV. Intra Italiam eſt Apenninus, Mons ampliſſimus, Alpibus ad vada Sabatia annexus perpetuis jugis, lunatoque curſu ad Siculum fretum uſque, Leucopetramq; promontorium (*Capo del Arme*) tendeos, Italiamque quaſi mediam ſecans. De aliis montibus Italiæ infrà ſuo loco agetur.

Italiam varii tam Veterum, quam Recentiorum Geographorum ac Hiſtoricorum variè dividunt. Ego more meo primùm enumerabo & explicabo Provincias exteriores, deinde interiores, incipiendo ab Alpibus & Varo amne, & dextrorſum juxta Tyrrheni Maris littus procedendo. Enumeeabo autem Provincias prout nunc ſe habent; Veterum verò diviſiooes ſolùm inſinuabo.

Diviſio. V. Prima igitur Italiæ regio poſt Galliam, eſt Ora Genuenſis, vulgò *Reviera di Genua*. 2. Thuſcia ſive Hetruria, vulgò *Toſcana*; Latium, ſive Territorium Romanum, vulgò, *Campania di Roma*. 4. Regnum Neapolitaoum, complecteos plurimas provincias. 5. Marchia Anconitana. 6. Umbria & Sabinia, ſive Ducatus Spoletanus. 7. Romaniola 8 Provincia Veneta. 9. Loogobardia Ciſpadana, complecteos Ducatum Parmenſem, Mutinenſem, Ferrarieoſem, Montſerrateoſem, & Comitatum Mirandulaoum. 10. Longobardia Traoſpadana, complectens Ducatum Mediolanenſem, Mantuanum, & Venetorum ditiooem. 11. Pedemontium. 12. Forum Julii, vulgò *Frinli*. 13. Hiſtria, & aliæ quædam Provinciæ circa Alpes, ſecundum aliquorum opioionem.

Genuenſis Ora. VI. Ora Genuenſis, *Riviera di Genua*, ſive *Il Genueſato*, olim Liguria, habet ad Occidentem Nicææ Comitatum, Alpium & Pedemontii partē; ad Meridiem Mare Mediterraneum, quod ibi Liguſticum & *Mare di Genua* appellatur; ad Ortom Thuſciam; ad Septentrionem Apenninum, quo à Ducatu Parmenſi, ac Mediolanenſi, & à reliqua Pedemontii parte ſeparatur, intercurrente Ducatu Montisferrati. Hæc regio nec tota intra Liguriam antiquam continetur, nec totam illam complectitur: nam Liguriæ termini erant, ab Occidente Varus, ab Oriente Macra fluvius; hæc verò regio non pertingit ab Occidente uſque ad Varum, ſed ſolùm uſque ad Nicææ Comitatum; ab Oriente tamen ultra Macram fluvium porrigitur, ubi in Lunenſi agro Sarſanam Thuſciæ urbem, aliáque loca poſſidet. *Liguriæ antiquæ termini.* Dividitur Ora Genuenſis in Orientalem, & Occidentalem, ioterjacente Genuâ Civitate Metropoli. Orientalis incipit à Portu Lunæ in Thuſcia uſque ad Genuam, Occidentalis uſque ad Monachum. In ora maritima Genueoſis Territorii hæc ſunt loca celebroira: Monachom *Monaco*, Albium Iotermelium ſive Albitemelium *Ventimiglia*, Albium Ingaunum ſive Albingaunum *Albenga*, Finalis *Finale*, Nolom *Noli*, Vada Sabatia *Savona*, *Genua*, *Bortofino*, *Rappallo*, *Chiavari*, *Seſtri*, *Lecinque Terre*, Portus Veneris, & multa oppidula ad Macram, & ultra Macram Sarſana.

Thuſcia. VII. Thoſcia, ſive Tyrrhenia, quæ & Hetruria Latinis, *Toſcana* Italis dicitur, habet ab Occidente Genuenſem oram ſive Liguriam, Macra fluvio ſeparatam; à Meridie Mare Tyrrhenum ſive Inferum, quod nunc Thuſcum vocatur; ab Ortu Latium, Tiberi fluvio adjunctom; à Septentrione denique Apenninum montem. Urbes maritimæ Thuſciæ ſunt, Piſæ *Piſa*, quam Arnus interſecat, urbs quoodam potens, & ſui juris, nunc Magno Hetruriæ Duci paret: Deinde Liburnum *Livorno*, Populonia Plombinum *Piombino*, Telamon, Orbitellum, Portos Herculis, Civitas vetus (olim Centum Cellæ, nunc *Civita Vecchia*) tandemque Portos Romanus, cum urbe Portuenſi. Urbes mediterraneæ celebriores ſuot, Luca urbs libera. Florentia Hetruriæ Metropolis, Senæ *Siena*, Peruſia, Orvietum, Feſulæ, Volaterra, Viterbum, Aretiuio, Cortona, Piſtoia, Pratom, Poggium, Maſſa, Pontremoli, *Bracianum*, Aquapendens, Horti, Carrara, & aliæ.

VIII. Major pars Thuſciæ paret Magno Duci Hetruriæ; Plombinum. Telamon, Orbitellum, & Portus Herculis, ſunt Regis Hiſpaniæ. pars aliqua eſt Patrimonium D. Petri, à Mechtilde Illuſtri

muliere

muliere Eccleſiæ Romanæ legatum; hinc vulgò appellatur *Lo ſtato della Chieſa*, ſtatus Eccleſiæ. Urbium in eo clariſſimæ ſunt Peruſia, Orvietum, Aquapendens, Horti, Viterbum, Civitas vetus, & aliæ minores. Bracianum ad Sabatium lacum Ducatus eſt, Urſinorum familiæ. Vallis Grafigniana ſub Apennino verſus Occidentem, cum Caſtellis & Villis, eſt Ducis Ferrarienſis. Maſſa & Carrara ſunt Marchionum particularium; alia loca ſunt Baronum Romanorum. Pontremoli pertinet ad Ducatum Mediolanenſem; Sarzana ad Rempublicam Genuenſẽ. Montes Hetruriæ maximè noti ſunt Ciminus, vulgò *Monte Viterbo*; Soractes, qui hodie *Monte di S. Sylveſtro* vocatur; Montes Feſulani, & Cartonenſes, à Feſulis & Cartona oppidis appellati. Promontoria habet duo, Populonium, & Argentarium. Portus habet plurimos, nempe portum Lunæ, Liburnum, Populonium, Scarinum (*Porto Trojano*) Portum Telamonis, Portum Herculis, & Portum Romanum, non procul ab Oſtia.

Latium.

IX Latium, ſic dictum à Rege Latino, appellatur nunc Territorium Romanum, à Roma ejus Metropoli; & Campania Romana, ad differentiã Campaniæ Felicis in Regno Neapolitano. Fines ejus ſunt, ab Occidente Thuſcia, & Tiberis fluvius; à Meridie Mare Inferum; ab Ortu Liris fluvius (*Garagliano*) quo à Campania Felici ſeparatur; à Septentrione denique Apenninus, & Anien, ſive Anio (*Teverone*) fluvius. Caput regionis eſt idem quod mundi, nempe, Roma, quam dividit Tiberis in duas partes, quarũ una, quæ appellatur Transtevere, annumeratur Hetruriæ, in cujus ſolo eſt: altera Latio. Civitates aliæ celebriores ſunt, maritimæ quidem Oſtia, Ardea, Neptunium; Tarracina, Cajeta: illa eſt finis ſtatus Eccleſiæ, hæc initium regni Neapolitani: mediterraneæ verò ſunt, Velitra, Tibur (*Tivoli*) Præneſte, Anagnia, Verula, Alatrio, Babuceo, Signia, & aliæ.

Neapolitanum Regnum.

X. Regnum Neapolitanum complectitur ferè dimidium Italiæ. Nomen accepit ab urbe primaria Neapoli. Idem regnum appellatur nonunquam regnum Siciliæ ultra Pharum, ad differentiam regni Siciliæ, quod citra Pharum appellatur. Alii Regnum Neapolitanum vocant Siciliæ regnum cis Pharum, & citerioris: Inſulam verò vocant regnum Siciliæ ultra Pharum, vel ulterioris.

Termini.

XI. Incipit ab oſtio amnis Truentini (*Tronto*) in Mari Adriatico; & à Fundis, imò à Tarracina, & oſtio fluminis Axuſeni in Mari Tyrrheno. Fines igitur regni Neapolitani ſunt, ab Occidente Axuſenos, & Truentus fluvii, quibus ſeparatur à ſtatu Eccleſiæ, nempe à Latio, Umbria ſive Ducatu Spoletano, & Marchia Anconitana: reliqua latera claudunt tria maria, Inferum, Jonium, & Superum. Continet in circuitu milliaria Italica 1468, teſte Magino.

Diviſio.

XII. Dividitur nunc in 12. partes, quarum nomina Italica (Latina poſtea ſubjungam) hæc ſunt. Terra di Lavoro, Principato citra, Principato ultra, Baſilicata, Calabria Inferiore, Calabria Superiore, Terra d'Otranto, Terra di Bari, Capitanato, Puglia piana, Abruzzo citra, Abruzzo ultra. *Boterus* ait contineri in hoc regno 2700. populationes, interq; illas eſſe 20 Archiepiſcopatus, 127. Epiſcopatus, 13. Principatus, 24 Ducatus, 25 Marchionatus, 90 Comitatus, 800. Baronatus. At *Maginus* enumerat 21. Principes, 33. Duces, 55. Marchiones, 58. Comites, & 15. Dominia.

Campania Terra di Lavoro.

XIII. Terra di Lavoro, olim Campania, quam ad differentiam Campaniæ Romanæ, nunc vocant Felicẽ, ſive antiquam, habet ab Occaſu Lirim fluvium (*Garagliano*) & Latium, ſive Campaniam Romanam; à Meridie Mare Inferum; ab Ortu Principatum; à Septentrione montes Samnitium. Caput regionis olim erat Capua, æmula Romæ, atque ob id ipſum perdita à Romanis, cujus nunc ruinæ viſuntur non procul à Capua Nova. Nunc caput hujus regionis, totiusque regni Neapolitani, eſt Neapolis, olim Parthenope dicta, habens ſeptem millia paſſus in circuitu. Reliquæ urbes ſunt Capua, Sorrento, Cajeta, Seſſa, Theano, Calvo, Venafro, Caſerta, Nola, Averſa, S. Agatha, Puzzolo, &c. *Boterus* ait, in hac Provincia eſſe 160. loca munita, 170. pagos.

Picentini Principatus.

XIV. Poſt Campaniam ſequitur regio illa, quam hodie Principatum vocant. Eam olim inhabitabant Picentini, quorum Caput erat Picentia, unde & nomen regioni. Dividitur in Citeriorem, & Ulteriorem. Principatus citerior habet ab Occaſu Campaniam, à Meridie Mare Inferum, ab Ortu Baſilicatam, à Septentrione eandem Baſilicatã, & Principatum ulteriorem. Ulterior habet ab Occaſu Campaniam, à Meridie Principatum Citeriorem, ab Ortu Baſilicatam, à Septentrione Apuliã, In Citeriore ſunt Amalphis *Amalfi*, Salernum, S. Severinus, Policaſtrum, Nucera, Maſſa, & aliæ civitates. In Ulteriore ſunt Nuſcum, Compſa, Abellinum *Avellino*, Arrianum, & alia multa loca.

Lucania Baſilicata.

XV. Baſilicata (olim Lucania) habet ab Occaſu Principatum Citeriorem, á Meridie Mare Inferum, ab Ortu Calabriam, á Septentrione Terram *di Bari*. Civitates in ea ſunt Amalphia *Melf*, Venſium, Venoſa, Potentia *Potenza*, *Cerenza*, *Montepeloſo*, *Acropoli*, Acherontia, *Cirenza*, & alia multa loca.

Calabria.

XVI. Calabria duplex eſt, inferior, & ſuperior. Inferior Brutiorum fuit regio, ſuperior verò olim vocabatur *Magna Græcia*. Inferior adjacet mari Infero. Superior verò reſpicit mare Jonicum ad eam partem, quæ ab Otranto fluvio incipit.

Brutii Calabria Inferior.

XVII. Inferioris Calabriæ fines ſunt, ab Occaſu Baſilicata, à Meridie Mare Inferum, uſque ad fretum Mamertinum, ab Ortu Mare Jonium, á Septentrione Magna Græcia, ſive Calabria Superior. Metropolis ejus eſt Coſentia *Coſenza*, ad radices pænè montis Apennini. Cæteræ urbes ſunt *Mantia*, *Freddo*, *Belmonte*, *S. Eufemia*, *Tropea*, Rhegium, *Reggio*, *Caſtrovillar*, *Altomonte*, *Montalto*, *Nicaſtro*, *Monteleone*, *Terra nova*, & aliæ multæ. Eſt in ea promontorium, quod nunc appellatur *Capo dell' Arme, & Capo di ſpartavento*.

Magna Græcia, Calabria ſuperior.

XVIII. Superioris Calabriæ fines ſunt, ab Ortu Mare Jonium, & pars inferioris Calabriæ; á Meridie reliqua pars Inferioris Calabriæ; ab Occaſu pars Apennini, & Baſilicata; à Septentrione Sinus Tarentinus (qui eſt pars Maris Adriatici, & appellatur vulgò *Golfo di Taranto*) & Terra d'Otranto. Metropolis eſt Cantacum *Catanzaro*, reliquæ urbes *Girazo*, *Belcaſtro*, Croto *Crotone*, *Cariati*, *Biſignano*, & aliæ multæ.

Salentini Terra d' Otranto.

XIX. Terra d'Otranto (Terra Hydrontina, olim Japigia) habet à Meridie Sinum Tarentinũ, & Mare Jonium; ab Oriente idem Mare; à Septen-

trione

rione Mare Adriaticum; ab Occidente Terram di Bari, & partem Calabriæ Superioris. Forma ejus eſt Peninſularis: Metropolis nunc eſt Aletium *Lecci* in mediterraneis. Civitates littorales ſunt Tarentum (*Taranto*) Ceſarea, Galipolis, *Ugento*, Caſtro, Hydruntum *Otranto*, Brunduſium *Brindiſi*, & aliæ. In hac regione ſunt Araneilli, quorum venenum expellitur cantu.

Apulia

XX. In finibus Brunduſii verſus Occaſum ſequitur Apulia, quæ in duas dividitur partes, nempe in Apuliam Peucetiam, quæ vulgò appellatur nunc *Terra di Bari*, & in Apuliam Dauniam, quæ nunc appellatur *Puglia piana*, ſub qua continetur pars illa, quæ nunc appellatur *Capitanato*.

Apulia Peucetia. Terra di Bari.

XXI. Terra di Bari igitur, ſive Apulia Peucetia habet ob Ortu Terram d'Otranto; à Septentrione Mare Adriaticum; ab Occaſu Apuliam Dauniã, à Meridie Baſilicatam. Metropolis eſt Barium *Bari*; reliquæ urbes *Monopoli*, *Pelniano*, *Molfeta*, Venuſium *Venoſa* Horatii Poëtæ patria, *Bitonto*, *Gravina*, & aliæ.

Apulia Daunia nunc plana.

XXII Puglia Piana (Apulia Daunia) habet ab Oriente Terram di Bari; à Septentrione Mare Adriaticum; ab Occidente Samnites, ſive l' Abbruzzo, à Meridie Apenninum. In ea eſt Mons Garganus, qui vulgò appellatur *Monte di S. Angelo*. Urbes in ea ſunt *S. Angelo*, Manfredonia, Sipontum, *Salpe*, *Leſina*, *Aſcoli*, *Bovino*, *Troja*, *S. Severo*, & aliæ.

Capitaneatus Capitanato.

XXIII. Capitanato eſt pars Apuliæ Dauniæ, ut dixi, complectens montem Garganum cum ſuo territorio, multiſque Civitatibus, & Caſtellis. Garganus ab Apennino extenditur in Adriaticum.

Aprutium, Samnites

XXIV. L'Abbruzzo (Aprutium) habet ab Ortu Apuliam Dauniam & flumen Phiternum, qui vulgò *Fortore* dicitur; ab Occaſu Sabinos & Picentes, ideſt, Umbriam, & Marchiam Anconitanam, cum flumine Truento; à Septentrione mare Adriaticum; à Meridie Apenninum, Principatũ, & Campaniam. Hujus regionis olim varii erant incolæ, qui poſtea tamen omnes vocati ſunt Samnites, à civitate Sambio. Montes habet altiſſimos, inter quos eſt mons D. Virginia, ſic dictus à templo ibi condito. Metropolis eſt Aquila; reliquæ urbes Beneventum (olim Maleventum) *Termole*, *Boviano*, *Orona*, Sulmo patria Ovidii, Theate (*Chietti*) Pinna, *Terano*, Aſcolum, Sora, Aquinum patria S. Thomæ Theologi, & aliæ multæ.

XXV. Aprutium dividitur à flumine Peſcara in duas partes, Citeriorem ſcil. & Ulteriorem. Citerior, teſte Botero, continet 150. oppida & Caſtella: Ulterior 280. Beneventum eſt Eccleſiæ Romanæ.

XXVI. Sub Aprutio continetur Comitatus Molvii, qui complectitur 104. oppida & caſtella, & quatuor civitates, nempe Boranum, Guardialferia, Iſernia, Triventum.

Marchia Anconitana Piceni.

XXVII. Poſt regnum Neapolitanum in latere Septentrionali, id eſt, poſt Aprutium ſequitur Marca, ſive Marchia Anconitana (olim Picenum) ſic dicta ab Ancona urbe, quæ ſedes erat Marchionum totius regionis. Habet ab Ortu Aprutium, & Truentum fluvium (*Lafoglia*) à Septentrione Mare Adriaticum; à meridie Apenninum, & Umbriam, ſive Ducatum Spoletanum. Regio magna ex parte eſt ſub ditione Summi Pontificis, cujus ſunt Ancona, Recanatum, Lauretum, Camerinum, Fanum, Tolentinum, Fermum, Macerata, & alia quædam loca. Eugubium, *Caglio*, *Foſſumbrone* (olim Forum Sempronii) S. Leo, Senegallia, Urbinum, Piſaurum *Peſaro*, aliaque nonnulla, ſunt ſub aliorum Principatu. Urbini tamen Ducatus nuper ad Eccleſiam Romanam revolutus eſt.

Ducato di Spoleto Umbria, Sabina

XXVIII. Inter Marcam Anconitanam à Septentrione, & Latium, Thuſciamque à Meridie, ſita eſt Umbria (nunc *Ducato di Spoleto*) & Sabinia. Metropolis Umbriæ eſt Spoletum, reliquæ urbes *Burgo di S. Sepolcro*, *Città di Caſtello*, *Todi*, Interamnia *Terni*, Foligno, Aſſiſium, Nocera, Amelia, & aliæ.

Romaniola. Flaminia.

XXIX. Marcam Anconitanam ſequitur Romaniola, ſive Romandiola, vulgò *Romagna*, olim *Flaminia*. Fines ejus ſunt intra Fogliam amnem, cum Marca Anconitana ab Oriente; Apenninum cum Thuſcia à Meridie; Scultenam fluvium (*Panara*) cum Longobardia ab Occidente; paludes Veronenſes & Patavinas, uſque ad Fornaces, oſtium Padi ultimum, unà cũ parte maris Adriatici, à Septentrione. Urbium clariſſima eſt Bononia ad amnem Rhenum & Apennini radices ſita, Aposâ torrente mediam interfluente; reliquæ ſunt *Ravenna*, *Imola*, Faventia, *Faenza*, *Forli*, *Cervia*, Ariminũ *Rimini*, *Ceſenna*, *Sarſina* Plauti patria, & aliæ.

Provincia Veneta Marchia Tarviſana.

XXX. Sequitur Provincia Veneta, ſic dicta à Venetorum urbe. Vocatur hæc Provincia etiam *Marchia Tarviſiana*, vel *Treviſana*, à Tarviſio, ſive *Treviſo* urbe. Termini ejus ſunt, ab Oriente pars Maris Adriatici, & Liquentia fluvius (*Livenza*) quo à Foro Julio ſeparatur; à Septentrione Alpes, quibus Italia à Germania ſeparatur; ab Occidente Longobardia, & fluvii Mincius, & Sarca, Lacus *de Garda*; à Meridie oſtiũ Atheſis (*Adiſe*) paludesq; Malerianæ, ac Brigantinæ. Alii tamen à Meridie ponunt pro termino Provinciæ Venetæ Padum fluvium, Metropolis eſt Venetiæ, reliquæ urbes Patavium (*Padua*) Vincentia, Verona, Tarviſium, Sellunum, & multa alia loca.

Longobardia.

XXXI. Longobardia, ſic dicta à Longobardis Germaniæ populis, olim dicebatur *Gallia Ciſalpina*, ſive *Citerior*, à Gallis qui totam illam oram uſque ad Anconam occupaverant, ut diximus initio. Termini ejus ſunt, ab Oriente Panarus & Mincius fluvii; à Septentrione Alpes, ab Occidente iterum Alpes; à Meridie Apenninus. Quidam tamen ſub Longobardia comprehendunt etiam Provinciam Venetam: alii etiam Romaniolam, & Marchiam Anconitanam. Padus fluvius (*Po*) ſeu Eridanus, dividit ipſam in duas partes, quarum illa quæ Romæ vicinior eſt, appellatur Ciſpadana, altera Tranſpadana. Ipſe Padus multis fluviis auctus exonerat ſe in Mare Adriaticum multis oſtiis.

Æmilia, Longobardia, Ciſpadana.

XXXII. Longobardia Ciſpadana (*Lombardia di quà del Po reſpectu Romæ*) dicebatur olim Æmilia. Habet ab Oriente Romaniolam, à qua Panaro fluvio ſeparatur; à Meridie Apenninũ, & partem Hetruriæ, à Septentrione Padum; ab Occaſu eundem Padum, & Alpes quæ dividunt Galliam ab Italia. Complectitur Ducatum Parmenſem, Mutinenſem, Ferrarienſem, Montis ferrarenſem, & Comitatum Mirandulanum. Civitates celebriores ſunt Parma, Placentia (utraq; Ducis Parmenſis;) Mutina (*Modena*,) Regium Lepidi *Reggio di Lombardia* (utraque Ducis Mutinenſis;) Mirandula, pertinens ad Comitem Mirandulanum; Farraria, pertinans ad Eccleſiam. Montisſerrati Ducatus, pertinens ad Ducem Mantuæ, jacet inter Padum & Tanarum fluvios. Urbes in eo ſunt *Caſale di S. Vas*,

Alba

Alba Pompeja, & aliæ. In finibus eſt *Alexandria della paglia*; pertinens ad Ducatū Mediolanenſem.

Longobardia Transpadana, Ducatus Mediolanenſis, Mantuanus, Venetorum ditio. XXXIII. Longobardia Tranſpadana habet ab Ortu Mincium fluvium, & Sarcam, cum lacu di Garda; à Septentrione Alpes, quæ ſeparant Italiam à Gallia. Dividitur in Ducatum Mediolanenſem, Mantuanum, & Venetorum ditionem. Mediolanenſis Ducatûs Caput eſt Mediolanum, reliquæ ſunt Cremona, Comum, Papia, Novaria, *Lodi*, & in Ciſpadana Longobardia ſub eodem Ducatu *Alexandria della paglia* (de qua anteà,) & Dertona. Mantuani Ducatus Caput eſt Mantua. Venetæ ditionis ſunt Brixi, Bergomum, Crema, & Peſchiera.

Pedemontium. XXXIV. Piemonte, (Pedemontium) regio eſt Taurinorum, ſita ad radices Alpium, quæ Galliam ac Sabaudiam ab Italia ſeparant, à quo ſitu etiam nomen Pedemontii ſortita eſt. Appellatur etiam Ducatus Taurinenſis. Termini ejus ſunt ab Ortu Padus, à Meridie Alpes Liguriæ, ab Occaſu Alpes Galliæ, à Septentrione Doria fluvius, vel ſecundum alios Secia, aut Seſſia. Pedemontii Dominus eſt Dux Sabaudiæ. Metropolis & Ducum ſedes eſt Auguſta Taurinorum (*Turino*) reliqua oppida ſunt Vercellæ, Auguſta Prætoria *Aoſta*, *Foſſano*, Suſa, Seva, & aliæ.

Forum Julii. XXXV. Forum Julium, ſive Forum Julii (*Friuli*) ſic dictum vel à Furo Julio urbe quondam ejus primaria, vel à Julio Cæſare aliquot legiones per ipſum contrà Germanos ducente, habet ab Oriente Iſtriam; à Septentrione Alpes Julias; ab Occaſu Alpes Vindelicas & Noricas, & fluvium Liveuzam, quo à Marchia Treviſana ſeparatur; à Meridie tandem Sinum Adriaticum. Eſt nunc ſub dominio Veneto. Metropolis olim erat Aquileia, nunc vero eſt Vedinum, *Udene*. Reliquæ urbes ſunt Tergeſtum, *Trieſt*, Palma, Goritia, Gradiſcia, & aliæ.

Iſtria. XXXVI. Iſtria, ſive Hiſtria ſuccedit Foro Julii, peninſulæ formam referens, inter duos Sinus, Tergeſtinum, & Carnarium, Mari cincta Adriatico, à Septentrione Alpibus munita Carnicis, & Noricis; ab Occaſu, antequam in Mare excurrere incipiat, Formionem (*Riſano*) habens amnem; Arſiam verò fluvium ab Ortu, ubi Croatiam ſive Liburniam reſpicit. Complectitur multas Inſulas ſibi adjacentes. Urbes nobiliores ſunt Pola, Parentium, & Caput Iſtriæ, quod olim Juſtinopolis appellabatur. Subjacet hæc regio partim Auſtriacis, & partim Venetis.

Montes Italiæ. XXXVII. Montes celebriores Italiæ, præter Alpes & Apenninū, ſunt Mons Maſſicus prope Sueſſam ad Liris fluminis ſiniſtram ripam: Gavius ſive Gallicanus inter Bajas & Puteolos: Tifatus ſupra Capuam: Veſuvius ultra Neapolim, vulgò *Monte di Soma*, ignium eruptione, & Plinii interitu clarus: Garganus in Apulia excurrens in Mare ſuperum.

Fluvii. XXXVIII. Fluvii celebriores Italiæ ſunt Padus ſive Eridanus *Po*: præterfluit Turino, Caſale, Piacenza, Cremona. Atheſis, *Adiſe*: præterfluit Trento, Verona. Tiberis *Tevere*: præterfluit Città di Caſtello, Perugia, Orta, Roma, Oſtia. Reliqui ſunt Anaſſus, Arſia, Arnus, Umbro, Liris, Vulturnus, Silarus, Aufidus, Aternus, Truentū, Rubico, &c.

Lacus. XXXIX. Lacus præcipui Italiæ ſunt, Verbanus, *Lago Maggiore*, Larius, *Lago di Como*, Sebinus, *Lago d'Iſeo*, Benacus, *Lago di Garda*, Traſumenus, *Lago di Peruggia*, Aprilis, *Lago di Caſtiglione*, Bulſinus, *Lago di Bolſena*, Sebatinus, *Lago di Bracciano*, Fucinus, *Lago di Celano*.

XL. Archiepiſcopatus in univerſa Italia ſunt triginta, quorum in Neapolitano regno viginti & unus. Epiſcopatus innumeri penè, ſed admodum tenues. *Epiſcopatus.*

XLI. Academiæ illuſtres ſunt Patavii, Bononiæ, Piſis, Senis, Peruſiæ. At minùs celebres, Auguſtæ Taurinorum, Ferrariæ, Romæ, Firmi, Neapoli, Salerni, & Maceratæ. *Academia.*

XLII. Epitheta novem Italiæ urbium eximiæ claritatis ſunt hæc: *Roma la ſanta*, Roma Sancta, *Neapoli la gentile*, Neapolis Nobilis, *Venetia la ricca*, Venetiæ opulentæ, *Genua la ſuperba*, Genua ſplendida, *Milano la grande*, Mediolanum ingens, *Florenza la bella*, Florentia pulchra, *Bologna la graſſa*, Bononia pinguis, *Patova la dotta*, Patavium doctum. *Epitheta urbium Italiæ.*

De Inſulis Italiæ adjacentibus agetur infrà peculiari capite.

CAPUT XII.

Germaniæ inferioris ſive Belgii deſcriptio.

I.

TRansgreſſis Alpes occurrit Germania. Hæc olim claudebatur à Meridie Danubio, ab Occaſu Rheno, à Septentrione Oceano Germanico, ab Ortu Viſtulâ. At nunc partim laxior, partim anguſtior facta, habet à Meridie Alpes, quibus ab Italia & Gallia ſeparatur; ab Occaſu Burgundiæ Comitatum, Lotharingiam, Campaniam Galliæ, & Picardiam; à Septentrione Oceanum Germanicum antea dictum; ab Ortu Pruſſiam, Poloniam, Hungariam, & Sclavoniæ partem. *Germania.*

II. Dividitur Germania his finibus concluſa in Superiorem, & Inferiorem; quarum illa reſpicit orientem, hæc occidentem ſolem. Inferior continet 17. Provincias, Hiſpaniarum Regi patrimoniales: ſuperior plurimas, & ampliſſimas diverſorum Dominorum. Inferior appellatur à pleriſque Scriptoribus Belgium, ſive Belgica; ab Italis verò & Hiſpanis Flandria, derivato ab una præcipuarum provinciarum nomine. Hoc Capite Inferiorem, ſequenti Superiorem deſcribemus. *Diviſio.*

III. Inferioris Germaniæ termini ſunt, à Meridie Lotharingia, Campania, Picardiæ pars; ab Occaſu ejuſdem Picardiæ pars, & Mare Germanicum; à Septentrione Oceanus Britannicus; ab Ortu Germaniæ Superioris pars, nempe Archiepiſcopatus Trevirenſis, & Colonienſis, Ducatus Clivenſis, & Weſtphalia. *Germania inferior.*

IV. Provinciæ ipſius ſunt hæ: Ducatus 4. Brabantiæ, Limburgi, Luzenburgi, & Geldriæ; Comitatus 7. Flandriæ, Arteſiæ, Hannoniæ, Hollandiæ, Zelandiæ, Namurci, & Zutphaniæ. Marchionatus S. Imperii unus, nempe Antverpia; Dominia 5. Friſiæ, Mechliniæ, Ultrajecti, Tranſiſalaniæ, & Groningæ. *Ejus provinciæ ſplendeſcunt.* Diſtinguitur nunc Belgium in Regium ſive Hiſpanicum, & Fœderatum: illud adhuc patet Regi Hiſpaniæ, hoc ad Provincias Confœderatas pertinet. Ad Regium ſpectant Geldriæ pars; Brabantiæ, (ad quam ſpectant Antverpia, & Mechlinia) Limpurgi, & Luzenburgi Ducatus; Comitatus Namurci, Hannoniæ, Arteſiæ, Flandriæ; reliquæ Provinciæ ad Confœderatum Belgium pertinent. Immixti ſunt hiſce Provinciis verſus Ortum Epiſcopatus Leodicenſis, & Ducatus Juliacenſis, ac Clivenſis, de quibus in Germania Superiori. *Diviſio.*

V. Ordo 17. Provinciarum ſic ſe habet, incipiendo

abOccaſu, & verſus Septẽtrionem progrediendo. Flandria; Brabantia, in qua Marchionatus Imperii, & Dominium Mechliniæ; Zelandia; Hollandia; Ultrajectenſis provincia; Friſia; Gröninga; Tranſiſalania; Zutphania; Geldria; Limburgenſis, & Luzemburgenſis Ducatus; Namurcenſis Comitatus; Hannonia; & Arteſia.

Forma. VI. Si formam, ſitumque harum provinciarum ſpectemus, non inconcinnè Leoni comparari poteſt, cujus caput conſtituunt Gröninga, Friſia, & Tranſiſulania; collum ſinus ille Maris Germanici; qui inter Friſiam & Hollandiam interjicitur, & Ultrajectenſis provincia; pectus Geldria; dorſum littora Hollandiæ, Zelandiæ, Flãdriæ. Gravelingam, uſque Flandriæ portum; ubi exiliens cauda, transverberato mari Britannico, extremitate ſuâ in Angliam deſinit; pedem anteriorem dextrum Limburgi, ſiniſtrum Luzenburgi Ducatus; ventrem Brabantia, Namurcenſis Comitatus, & Hannonia; pedem poſteriorem dexterum Arteſia, ſiniſtrum pars Arteſiæ & Hannoniæ. Alii tamen aliter Leonem Belgicum effingunt.

Magnitudo. VII. Omnes hæ provinciæ licet in circuitu non contineant plùs quàm milliaria Belgica 340 Italica 2000. circiter, & vix quintam Italiæ partem adæquent; continent tamen urbes clauſas 208. oppida urbibus haud inferiora 150 pagos majores plùs minùs 6300. minores ſine numero ferè, præter plurimas arces, & propugnacula. Atque hæc in genere de Belgio ſufficiant: nunc ſingulas ejus provincias breviter percurramus.

Flandria. VIII. Flandria habet ad Occaſum, è regione Angliæ, Oceanum Germanicum; ad Septentrionem eundem Oceanum, & Hontam, ſive Oſtium Scaldis fluvii, quod Flandriam à Zelandia diſterminat; ad Ortum Brabantiam, & Hannoniam; ad Meridiem eandem Hannoniam & Arteſiam, cum parte Picardiæ, nempe Boloniæ Comitatũ. Urbes in Flandria ſunt 30, inter quas præcipuæ ſunt Gandavum, Brugæ, Ypra, Inſulæ ſive *Lilla*, Tornacum, Duacum, Cortracum, Aldenarda, Aloſtum, Huliſta, Teneramunda, Birfletum, Neoportum, Sluſa, Dunkercha, Gravelinga, Bergæ, & Oſtẽda. Præter civitates ſunt in hac Provincia oppida, & pagi circiter 1154.

Flumina Flandriæ. Flumina Flandriæ ſunt Scaldis, Liſa, Tenera, Livia, Ypra, Aa, Scarpa, Rupela, & alia. Portus ſunt Sluſa, Oſtenda, Neoportus, Dunkercha, & Gravelinga, Inſulæ adjacentes ſunt Cadſant, Ooſtburg, & aliæ. Flandriæ Comitatus dicitur eſſe omnium Europæ Comitatuum ampliſſimus.

Brabantia. IX. Brabantia habet ab Occaſu Flandriam, à qua ſeparatur Scaldi; à Septentrione Zelandiam, & Hollandiam, à quibus diſcernitur æſtuariis Scaldis & Moſæ fluminum; ab Ortu Leodicenſem Epiſcopatum; à Meridie Namurcenſem Comitatum, & Hannoniæ partem. Circumſcribitur Moſâ, Scaldi, Sabi, & Tenerâ fluminibus. Urbes præcipuæ ſunt Bruxellæ, Lovanium, Sylvaducis, Breda, Berga ad Somam, Lira, Nivella, Trajectum ad Moſam (*Maſtrich*) & aliæ uſque ad 26. cum multis oppidis, & pagis 700. præter Antverpiam, & Mechliniam, de quibus mox. Sunt etiam in Brabantia Ducatus Ariſcotanus, Marchionatus Bergæ ad Somam, Comitatus Hochſtradanus, & Megenſis, Baronatus Bredanus, Dieſt, & Grimbergen.

Marchionatus Imperii. X. Marchionatum S.R.I. conſtituit Antverpia, Brabantiæ Civitas præcipua, ac ſplendidiſſima, arce ſuâ maximè nobilis. Sita eſt ad Scaldim fluvium, diſtatq; à mari 4000. paſſibus. Foſſas intra urbem ex fluvio derivatas, aptasq; maximis navibus recipiendis, habet octo. Mercimonia ſingulis annis excedere creduntur duodecim milliones coronatorum. Non continet ſub ſe alias urbes, nec pagos.

Mechliniæ Dominium. XI. Mechliniæ Dominium conſtituit Mechlinia, Brabantiæ civitas pulcherrima, Archiepiſcopatu inſignita, & ſede ampli Conſilii, ad quod ultima eſt in Belgio provocatio. Continet 9. pagos.

Zelandia. XII. Zelandia in ſeptem Inſulas eſt diſſecta. Harum ſitus eſt inter Moſæ & Scaldis fluminum oſtia, è regione Flandriæ ac Brabantiæ, habentq; ab Oriente Brabantiam, à Meridie Flandriam, ab Occidente Mare Germanicum, à Septentrione Hollandiam. Urbes Inſularum ſunt decem; pagi cẽtum & quinque. Tres Inſulæ ſunt ultra Scaldis oſtium, Bataviam & Orientem verſus, quæ propterea dicuntur orientales, ſuntq; Scaldia, Duvelãdia, & Tolen; quatuor cis Scaldim, occidentem verſus, ſuntque Walacria, Zuitbevelandia, Nortbevelandia, & Wolterbick. Harum nobiliores ſunt Walacria, Scaldia, & Bevelandia. Urbs primaria in Walacria eſt Middelburgum.

Hollandia. XIII. Hollandia habet à Meridie Moſam & Brabantiam; ab Occaſu Mare Germanicum; à Septentrione ſinum Maris Germanici, quo à Friſia ſeparatur; ab Ortu Geldriã. Regio eſt paluſtris, à Rheno, Moſa, variisque ipſorum fluminum ramis, variè diſſecta, ita ut, accedente hominum induſtriâ, poſſint omnes ferè urbes ac pagi adiri navibus, ac pedibus. Ambitus ipſius vix ad 60. milliaria Ital. extenditur; latitudo verò tam exigua, ut è meditullio ipſius viatori pateat aditus ad extremos fines in latum trium horarum ſpatio. Continet urbes 29. pagos 400. Urbs primaria eſt Dordracum, in ipſis lacuum, quos Moſa & Vahalis efficiunt, undis ſita. At maxima, potentiſſimaque omnium eſt Amſterodamum. Sequuntur Lugdunum Batavorum (Italis *Lion di Hollanda*, Belgis *Leydẽ*,) Delphi, Roterodamus, Harlemum, Gouda, Alcmaria, Horna, & aliæ. Eſt inibi Haga Comitum (*Gravenhaghe*) nobiliſſimus totius Orbis vicus, multiſque urbibus præferẽdus, Comitum quondam Hollandiæ, nunc Conſilii Confœderatarum Provinciarum univerſalis ſedes. Adjacent Hollandiæ nonnullæ Inſulæ. Eſt etiam in Hollandia Comitatus Egmootanus, & Baronatus Brederodiorum.

Ultrajectenſis Provincia. XIV. Ultrajectenſis ſive Trajectenſis Provincia (*Utrecht*) terminatur à Septẽtrione, Occaſu, & Meridie finibus Hollãdiæ, ab Ortu verò Geldriæ Ducatu. Metropolis eſt Ultrajectũ, reliquæ urbes Amersfortia, Barovvdurũ, Rhena & Montfortiũ; pagi 70.

Friſia occidentalis. XV. Friſia occidentalis (*Weſtfriſia*) habet à Meridie ſinum Germanici Oceani, quo ab Hollandia ſeparatur, & Tranſiſalaniam; à Septentrione, & ab Occaſu Oceanum Germanicum; ab Ortu Amiſim (*Ems*) fluvium. Urbes continet 11. pagos 490. Urbs primaria eſt Leovardia (*Lieuvert*) reliquarũ præcipuæ Harlingen, Franicher, Sneck. Friſia orientalis ad Germaniam Superiorem ſpectat.

Gröninga. XVI. Gröninga eſt conjuncta Friſiæ verſus Ortum. Urbs primaria eſt Gröninga, pagi ſunt 145. Ab Occidente Lavicâ flumine, à Septentrione mari Germanico, ab Ortu Amiſis æſtuariis & Dullarti ſinu, à Meridie Druentiæ limitibus clauditur.

Tranſiſalania. XVII. Tranſiſalania, ſic dicta à ſitu trans Iſalam flumen, reſpicit ad Septentrionem Friſiam, ad Ortum Weſtphaliam Germaniæ provinciam; ad Meridiem Zutphaniam, ad Occaſum Iſalam fluvium, & ſinum Germanici Maris. Urbes in ea ſunt 11.

pagi

pagi 101. Urbs primaria eſt Daventria; reliquæ Campa, Swolla, &c. Dividitur in tres partes, Salaod, Twente, & Drente.

Zutphania. XVIII. Zutphania habet à Septentrione Tranſiſlaniã, ab Occaſu Geldriam, à Meridie Cliviam, ab Ortu Weſtphaliam. Urbs primaria eſt Zutphaoia, quæ & regioni nomen dedit. Suot præterea oobilia munimenta Grolle, Bredefort, Lochen. Hic Comitatus erat olim pars Geldriæ, quæ unà cum ipſo continet urbes 22. pagos 300.

Geldria. XIX. Geldria ſive Gelria habet ab Ortu Zutphaniam, & Cliviæ ducatũ; à Meridie Juliacenſem ducatum, & Brabantiam; ab Occaſu Hollandiam, & Ultrajectenſem Epiſcopatum; à Septẽtrione ſinum Germanici ioatis, & Friſiam. Irrigatur Rheno, Moſâ, Vahali, aliiſque fluminibus. Complectitur unà cum Zutphaoiæ Comitatu, ut dixi, urbes 22. pagos 300. Urbes præcipuæ ſunt Ruramuoda, Gelre, Venlo, Areoacum (*Arnhem*) Hardevicum, Elburgum, Bommel, Noviomagos. In hac provincia ſunt Comitatus Buren & Culenberg: paret ounc partim Hiſpano Regi, partim Confœderatis Provinciis.

Limburgenſis Ducatus. XX. Limburgenſis Ducatus habet à Septẽtrione, ioterpoſito ducatu Juliacenſi, & Epiſcopatu Leodienſi, Geldriam; ab Ortu Colonienſem & Trevirenſem Archiepiſcopatum; à Meridie Luzenburgenſem Ducatum, interpoſito iterum Epiſcopatu Leodienſi; ab Occaſu Moſam, & eundem Leodienſem Epiſcopatũ. Urbes cootinet 5. pagos 123. Urbs primaria eſt Limburgum. Falcoburgum & Dalem duo Comitatus, ſont portiones hujus provinciæ.

Luxemburgenſis Ducatus. XXI. Luxemburgenſis Ducatus habet à Septentrione Limburgenſem Ducatum, & Namurcenſem Comitatũ; ab Occaſu Moſam, cum ſylva Arduẽna; à Meridie Lotharingiam; ab Ortu Moſellam, cum Trevirẽſi Archiepiſcopatu. Urbes habet 23. pagos 1168. Urbs primaria eſt Luzeoburgum, reliquæ Arlunum, Theonvilla, &c. Habet ſub ſe Marchionatus duos, Comitatus ſeptem, Baronatus multos, Dominia plurima, nobilitatẽm peoè inoumerabilem.

Namurcenſis Comitatus. XXII. Namurcenſis Comitatus habet ab Ortu Luzenburgenſem Ducatum; à Meridie Leodienſem Epiſcopatum, ab Occaſo Hannoniam, à Septẽtrione Brabantiam. Continet civitates quatuor, Namurcum (*Namur*) Bovinas, Carlomontium Valencurtium; pagos verò 282. Caput regionis eſt Namurcum ad ripam Moſæ.

Hannonia. XXIII. Hannonia habet ab Ortu Namurcum, & Brabantiæ partem; à Meridie, Picardiam, ab Occaſu Arteſiam, & Flandriæ partem; à Septentrione Flandriam & Brabantiam. Civitates habet 24. quarum primaria eſt Moos ſeu Mootes (*Mons*) reliquæ Valcncenæ, Condè, Landreſi, & aliæ; pagos 950. Eſt in Hannonia etiam Cameracum (*Cambrai*) cujus territorium videtur conſtituere ſingularem provinciam, quæ Cambreſis dicitur.

Arteſia. XXIV. Arteſia habet ad Orientem Hannooiam; ad Meridiem & Occidentem Picardiam; ad Septentrionem Flaodriam, à qua ſeparatur novâ foſsâ, & fluvio Liſâ. Urbes habet 10. pagos 754. Urbium præcipua eſt Attrebatum (*Arras,*) reliquæ Faoom S. Audomari (*S. Omer,*) Bethunia, Aria, Bapalma, Heſdioum, & aliæ. Juxta Fanum S. Audomari eſt locus, in quo ſunt Ioſulæ aliquot oatantes. Eſt in Arteſia nobilis Comitatus cognomine D. Pauli.

Academiæ Belgii XXV. Academiæ Belgicæ ſunt, Lovanium, Duacum Lugdunum Batavorum, Franickera, Gröninga. Epiſcopatus plurimi ſunt recenter inſtituti. Fluvios jam recenſuimus.

CAPUT XIII.

Germaniæ Superioris deſcriptio.

Germania Superior. I. Superioris Germaniç termioi ſuot, ab Occidẽte Belgium; à Septentrione Oceanus Germanicus; ab Oriente Pruſſia, Polonia, Hungaria, & Sclavoniç pars; à Meridie Alpes, & Italia. Cootioet provincias plurimas, & ampliſſimas. Præcipoarum oomina ſunt hæc, iocipiendo à Meridie poſt Alpes, & verſus Occaſum progrediendo, primùmqoe exteriores, deinde interiores enumerando. Helvetia, cum Valleſia, & Rhætia, Alſatia, cum Suotgoia, & Briſgoia; Palatinatus Rheni; Mogoatious Archiepiſcopatus; Trevirenſis Archiepiſcopatus; Leodienſis provincia; Juliacenſis Ducatus; Colonienſis Archiepiſcopatus, Bergẽſis Ducatus; Clivia; Weſtphalia diviſa in multos Ducatus, Epiſcopatus, & Comitatus; Friſia Orientalis; Bremenſis Archiepiſcopatus: Holſatia; Jutia ſive Jutlãdia; Meckelburgenſis Ducatus; Pomerania; Braodẽburgenſis Marchia; Luſatia; Sileſia; Moravia; Auſtria; [illegible] Carniola; Cariothia; Tirolis; Bavaria; Suevia; Wirtẽberga, Fraoconia; Thuringia; Haſſia; Brunſwicenſis Ducatus; Luneburgenſis Ducatus; Saxoniæ Ducatus; Miſniæ Marchionatus; Bohemiç regnum.

Helvetia. II. Helvetia cum regiooibus Confœderatis habet ad Meridiem Alpes, & Italiam; ad Occaſum Sabaudiam, ac Burgundiam; ad Septentrionem Rhenum, & Alſatiam; ad Ortum Tirolenſem Comitatum. Regio Auſtriacis olim ſobjecta erat, nunc verò ab anno 1308. excuſſo jugo eſt libera. Initiũ defectionis ac libertatis dedit pagus Suiz, unde & Suizerorum nomeo eſt derivatum. Dividitur in 13. pagos ſeu loca (Itali *Cantones* vocãt) qoorum aliqua ſunt urbes, alia pagi, alia regiunculæ. Ex hac regiooe, quæ omnino Alpeſtris eſt, oritur Danubius, Rheous, Padus, Rhodanus, & alii fluvii. Cantonũ oomina ſunt Berna, Lucerna, Baſilea, Friburgum, Tigurum, Solodorum, (omnes pulcherrimæ, & opulentæ civitates) Suitia, *Svviz*, Tugiũ, *Zugh*, Sylvania, *Vntervvald*, Uria, *Vri*, Glarooa, *Glaris*, Schafhuſia, *Schafhauſen*, Abbatiſcella, *Appenzell*. Eſt præterea io Helvetiorum agro confœderatum oppidum S. Galli, linificio maximè oobile. Sunt præterea Helvetiis confœderatæ Cõſtaotia, Rotevilla, *Rotvveil*, Mülhuſium, *Mulhauſen*, & Bienoa, *Biel*.

Valleſia. III. Helvetiæ verſus Meridiem & Ortum coojuncta eſt Valleſia, cujus Metropolis eſt Sedunum.

Rhætia. Eidem Helvetiæ ad Ortũ cohæret Rhetia, cujus incolæ ounc vocantur Griſones. Metropolis Rhætiæ eſt Curia, Italis *Coira*. Utraq; regio eſt libera, & Helvetiis cõfœderata. Sub Rhætia cõprehenditur

Vallis Tellina. Vallis Tellina, & Comitatus Clavennenſis, cujus caput eſt Clavenna; Telliοæ autẽ Vallis oppida ſunt Sundrium, Tiranũ, Bormium, & Morbeoiõ. Sunt etiã ſub Helvetiorũ dominio quædã Præfecturæ armis aut ſpontaneâ deditiooe cooquiſitæ, ſcil. Turgea, Balla, Raperswila, &c. Itaq; Helvetiorũ Reſpubl. cõſtat ex tribus partibus, ſcil. ex Cantooibus. Confœderatis, & Adquiſitis. Stipendiarii *Helvetiorum* ſunt Bellizooa, Lucanũ, &c. Cõveotus totius *Helvetiç* fit Badenç ſeu Badç *Helvetiorũ*. Academia eſt Baſileç, Gymnaſia Tiguri, Bernæ, Lucernæ, Lauſaniç in Bernenſium agro. Lacus celebriores ſunt Tigurinus *der Züricher See*, Lucernenſis *der Lucerner See*, Rivarius *der Walen See*, Neoburgenſis, *der Neuburger-See*. Fluvii regionem rigantes, Rhenus, Aar, Rhodanus, Ticinus,

IV. Alſatia habet ad Meridiem Helvetiam; ad Occaſum Burgundiam, & Lotharingiam; ad Se-

ptentrionem Palatinatum Rheni; ad Ortum Wirtenbergam. Regio eſt Auſtriacæ ditionis, nuper tamen à Gallis occupata. Dividitur in duos Landgraviatus, ſuperiorem & inferiorem. Continet civitates plurimas & ampliſſimas, inter quas eſt Argentina, civitas libera, in qua turris eſt ad Cathedralem Eccleſiam 574. pedes geometricos alta. Eſt præterea Seleſtadium, Colmaria, Rubeacum Hagenna, Tabernæ.

Suntgoia & Briſgoja.

V. Alſatiæ ſuperiori, ad Occidentem adhæret Suntgoia, cujus caput Enſisheimium, deinde Rubeacum; ad Orientem verò Briſgoia, in qua Briſaeum, & Friburgum. Superiori adhæret etiam Comitatus Mompelgardiæ.

Palatinatus Rheni.

VI. Palatinatus Rheni ad Meridiem habet Alſatiam; ad Occidentem Luthatingiam; ad Septentrionem Rhenum, ac Mœnum, cum diœceſi Moguntina; ad Ortum Franconiam & Wirtenbergam. Continet civitates plurimas, quarum Metropolis eſt Heidelberga Electorum Palatinorum ſedes. In Palatinatu his finibus comprehenſo eſt Wormatia, urbs libera, & Spira, juridico totius Imperii Conventu clara; utraque ad Rhenum ſita. Eſt in eodem Palatinatu Ducatus Bipontinus, Comitatus Sarbruchenſis, & alii nonnulli. Præterea inter Palatinatum & Alſatiam eſt Marchionatus Badenſis, ac Durlacenſis.

Badenſis Marchionatus.

Moguntinus Archiepiſcopatus.

Darmſtadianus Marchionatus.

VII. Moguntinus Archiepiſcopatus adhæret Palatinatui ad Septentrionem & Occaſum. Ejus caput eſt Moguntia, urbs ampla, ad Rheni ac Mœni confluentiam ſita. Inter Rhenum ad Mœnum eſt Landgraviatus Darmſtadenſis. Supra Moguntiam Ortum verſus eſt Francofurtum ad Mœnum, urbs libera, nundinis celeberrimis nobilitata. Eſt in Mogontina diœceſi Engelheim Caroli Magni patria.

Trevirenſis Archiepiſcopatus.

VIII. Trevirenſis Archiepiſcopatus adhæret Moguntino ad Occaſum, ubi attingit Luzenburgenſem Ducatum. Caput eſt Auguſta Trevirorum (*Treviri*) urbs antiquiſſima, & innumerabilium Martyrum ſanguine irrigata, ſita ad Moſellam fluvium. Ad ejuſdem & Rheni confluentes ſita eſt Confluentia.

Leodienſis Diœceſis.

IX. Leodienſis provincia, quamvis Belgicis undique cincta, ad ſuperiorum pertinet Germaniam, Colonienſi Epiſcopo ſubjecta. Caput ejus eſt Leodium, urbs ampla, ſacerdotum paradiſus, ob amœnitatem & Clericorum frequentiam appellata, quam Moſa interfluit. Eſt in hac Provincia Huy oppidum cum arce, & Bullion Ducatus arcem habens munitiſſimam. Jacet Leodienſis provincia inter Provinciam Limburgenſem, Namurcenſem, Brabantinam, & Juliacenſem.

Juliacenſis Ducatus.

X. Juliacenſis Ducatus (*Gulich*) inter Rhenum & Moſam, clauditur diœceſi Trevirenſi à Meridie, Colonienſi ab Ortu, Ducatu Cliviæ à Septētrione, & Limburgi ab Occaſo. Caput regionis eſt Juliacum. In ea eſt Aquisgranū (Gallis *Aix*) Caroli Magni aulâ ac ſepulchro inſignis, nuper incendio penè funditùs everſa.

Colonienſis Archiepiſcopatus.

XI. Colonienſis Archiepiſcopatus adhæret Juliacenſi Ducatui ad Ortum. Caput eſt Colonia Agrippina, urbs ampliſſima ad Rhenum; cui etiam adjacet Bona Electoris Colonienſis ſedes, & Novesium, aliæque urbes & oppida.

Bergenſis Ducatus.

XII. Bergenſis Ducatus conterminus eſt Colonienſi diœceſi ad Ortum, atq; ad Rhenum, cui adjacet Düſſeldorpium oppidum cum arce, caput regionis; cui verſus Septentrionem adhæret Comitatus Marchiæ, ad Ortum verò Comitatus Waldeck.

Clivia.

XIII. Clivia ſuccedit verſus Septentrionem Ducatui Juliacenſi, ac Bergenſi, & diœceſi Colonienſi, & ad utramq; Rheni ripā porrigitur. Caput regionis eſt Clivia urbs, reliquæ Veſalia, Embrica, Calcaria, & aliæ, cū Murs, quę Comitatus titulo eſt inſignita.

Weſtphalia Angaria.

XIV. Weſtphalia, ampliſſima provincia, habet ab Occaſu & Meridie Cliviam, Marchiæ Comitatū, Montium ſive Bergarum Comitatū & Haſſiæ mōtes; ab Ortu Viſurgum fluvium (*Weſera*); à Septentrione Friſiam Orientalem, & Bremenſem Epiſcopatum. Dividitur in Ducatum Weſtphaliæ, & Angariæ, Epiſcopatum Monaſterienſem, Paderbornenſem, Mindenſem, & Oſnabrugenſem, & in varios Comitatus. Monaſterienſis Epiſcopatus, cujus Metropolis eſt Monaſterium (*Münſter*) adhæret Cliviæ & Marchiæ: Paderbornēſis, cujus Metropolis eſt Paderborna, quæ nomen à Padera fluvio, in medio ejus leni ſtrepitu ebulliente, & in varia ſe brachia exonerante, nomen eſt ſortita, ſuccedit Monaſterienſi ad dexteram verſus Orientem: Mindenſis, cujus Metropolis eſt Minda, (quam Viſurgis ratibus ibidem dives præterfluit) ſuccedit Paderbornenſi verſus Septentrionem: Oſnabrugenſis, cujus Metropolis eſt Oſnabrugum, ſuccedit Mindenſi ad ſiniſtram verſus Oceanum. Ducatus Weſtphaliæ & Angariæ impliciti ferè ſunt Monaſterienſi Epiſcopatui. Comitatus præcipui Weſtphaliæ ſunt, Benthem, Lingen, Techelen, Baveſberg, Ansberg, Waldeck, de quo jam anteà, & Oldenburg, &c.

Monaſterienſis Epiſcopatus.

Friſia Orientalis.

XV. Friſia Orientalis, quæ alio nomine appellatur Comitatus Embdenſis, habet à Meridie Weſtphaliā; ab Occaſu Friſiam Occidentalem, & Mare Germanicum; à Septentrione idem Mare; ad Ortum Viſurgim (*Weſer.*) Cōtinet aliquot Comitatus. Civitates primariæ ſunt Embda ad Amiſim fluvium, & Auricum: reliquarum urbium ac pagorum maximus eſt numerus.

Bremenſis Archiepiſcopatum.

XVI. Bremenſis Archiepiſcopatus, cui ab urbe Brema nomen eſt, jacet inter Viſurgim ad Occaſum, & Albim ad Ortum; Luneburgenſem Ducatum, & Verdenſem Epiſcopatum ad Ortum & Meridiem; Mare Germanicum ad Septentrionem. Metropolis eſt Brema ad Viſurgim; reliquæ urbes ſunt Stada prope Albim, Bremerforda, &c. Huic Archiepiſcopatui adhæret ad Meridiem Verdenſis Epiſcopatus, cujus Metropolis eſt Verda (*Ferden*) ad Alleram fluvium.

Holſatia.

XVII. Holſatia & Jutia ſunt in Cherſoneſo Cimbrica, quæ Cherſoneſus eſt extrema Germaniæ pars verſus Septentrionem, & regni Daniæ portio. Holſatia eſt Ducatus, & dividitur in Holſatiam propriè dictam, Ditmarſiam, Sleſwicenſem Ducatum. Habet à Meridie Albim, & partem Meckelburgenſis Ducatus; ab Occaſu Mare Germanicum, à Septentrione Jutiam, ab Ortu Mare Balthicum. Metropolis eſt Hamburgum, urbs libera ac potēs, ſita ad Albim fluvium. Reliqua Holſatia paret nūc Daniæ Regi. Sunt præterea in Holſatia urbes Kiel, Eckelnforde, Huſem, Flensburg, Rensburg, & Scleſwick, cum arce Gottorp. Holſatiæ ad Meridiem adhæret Ducatus Lauvenburgenſis.

Jutia.

XVIII. Jutia, ſive Jutlandia (quam nonnulli Gothiam appellari volunt) quondam Cimbrorum ſedes, adhæret Holſatiæ verſus Septentrionem, habetque ab Occaſu & Septentrione Mare Germanicum, ab Ortu Mare Balthicum. Continet plurimas civitates, ſed exigui momenti: Arhuſia tamen eſt celebre emporium.

XIX.

Meckelburgenſis Ducatus. XIX. Merkelburgenſis Ducatus habet ab Occidente partem Holſatiæ, à Meridie Brandenburgenſem Marchiam, ab Ortu Pomeraniam, à Septentrione Mare Balthicum. Urbes in ipſo ſunt Suerinum, Roſtochium, Wiſmaria, Lubeca civitas libera ac potens, Güſtrovia, & aliæ.

Pomerania. XX. Pomerania habet ab Occaſu Mechelburgenſem Ducatum, à Meridie Brandenburgenſem Marchiam, ab Ortu Pruſſiam, à Septentrione Mare Balthicum, ſive Sinum Codanum. Urbs præcipua eſt Stetinum, reliquæ Stralesond, Wolgaſt, Gripswald, Wollin, Statgard, Colberg, Camin, Coſlin. & aliæ multæ.

Brandenburgenſis Marchia. XXI. Brandenburgenſis Marchionatus, ſive Marchia habet à Septentrione Pomeraniam, & partem Mekelburgi; ab Occaſu partem ejuſdem Mekelburgi, & Saxoniam; à Meridie eandem Saxoniam, & Luſatiam, ab Ortu Poloniam. Dividitur in Veterem, ac Novam Marchiam, quarum hæc reſpicit Orientem, illa Occidentem. Veteris caput eſt Brandenburgum, Novæ Francofurtum ad Oderam fluvium. Berlinum in medio provinciæ ſitum, ſedes eſt Principum Electorum Brandenburgenſium. Sunt prætereà in hac provincia Cüſtrinum, Spandavium, aliæque quam plurimæ civitates. Ad Ortum trans Oderam eſt Ducatus Croſſen, qui antea in Sileſia cenſebatur, nunc Marchionibus Brandenburgenſibus paret.

Luſatia. XXII. Luſatia habet à Septentrione Brandenburgenſem Marchiam; ab Ortu Croſſenſem Ducatū, & Sileſiæ partem; à Meridie Bohemiam; ab Occaſu Miſniam, & Saxoniam. Metropolis eſt Gorlizia, continetq; multas alias civitates. Pertinet ad regnū Bohemiæ. Dividitur in Superiorem, ac Inferiorem: hæc reſpicit Septentrionem, illa Meridiē.

Sileſia. XXIII. Sileſia ampla ac dives regio, ſub Ducatus titulo, cōplectitur 15. Principatus. Terminatur ab Occaſu Luſatia, Miſnia, & Bohemia; à Meridie eadem Bohemiâ, & Moraviâ; ob Ortu & Septentrione Polonia. Pertinet ad regnum Bohemiæ. Metropolis eſt Uratislavia: reliquæ urbes ſunt Glogovia, Sagan, Niſſa, Schweiniz, Ligniz, Briege, Olau, Oppelen, Troppau, Teſchen, & aliæ multæ. Inter Sileſiam & Bohemiam eſt Comitatus Glacenſis (*Glaz*) ſui quondam juris, nunc Regis Bohemiæ.

Moravia. XXIV. Moravia eſt Marchionatus, habetque à Septentrione Sileſiam, ab Ortu Hungariam, à Meridie Auſtriam, ab Occaſu Bohemiam, ad cujus regem pertinet. Metropolis eſt Olmurium, quæ continet Brin, Zaln, Iglau, Kremiſer, &c.

Auſtria. XXV. Auſtria, olim Pannonia Superior, eſt Archiducatus, habetq; à Septentrione Moraviam, ab Ortu Hungariam, à Meridie Stiriam, ab Occaſu Bavariam. Dividitur in Superiorem & Inferiorem, quarum hæc ultra, illa cis Danubium ſita eſt. Metropolis eſt Vienna ad Danubium, Cæſarum Auſtriacorum ſedes. Reliquæ urbes ſunt Lintium ad Danubium, & multæ aliæ urbes ad eundem ſitæ.

Stiria. XXVI. Stiria Ducatus habet à Septentrione Auſtriam, ab Ortu Hungariam; à Meridie Carniolam; ab Occaſu Carinthiam, & Salisburgenſem Archiepiſcopatū. Metropolis eſt Grætium, vulgò *Graiz*.

Carniola. XXVII. Carniolæ Ducatus habet à Septentrione Stiriam; ab Ortu Sclavoniam, & Croatiam; à Meridie Alpes, & Forum Julii, ab Occaſu Tyrolenſem Comitatum. Caput regionis eſt Laubiacum, vulgò Lanbach. Ad Ortum adjacet Comitatus Cillei, & Windorum Marchia. Nonnulli etiā ſub Carniola collocant Goritiæ Comitatum Auſtriacæ ditionis, cujus caput eſt Goritia, deinde Gradiſca.

Carinthia. XXVIII. Carinthiæ Ducatus habet à Meridie Carniolam; ab Ortu Stiriam; à Septentrione eandem, & Salisburgenſem Archiepiſcopatum; ab Occaſu eundem Archiepiſcopatum, & Tyrolim. Urbes inſigniores ſunt Villack, Claghenfurt, Volkmar, S. Veit, Judenburg.

Tyrolis. XXIX. Tyrolenſis Comitatus habet ab Ortu Carinthiam, Forū Julii, & Treviſanam Marchiam; à Meridie Alpes, & Lombardiam; ab Occaſu Rhætiam, & Helvetiam; à Septentrione Bavariam. Urbes claræ ſunt Ænipontum (*vulgò Inſpruk*,) Tridentum (*Trento*) Bolzanum, Brixia (*Brixen*) Halla, &c.

Bavaria. XXX. Bavaria habet à Meridie Tyrolim; ab Ortu Carinthiam, & Auſtriam; à Septentrione Bohemiam & Franconiam; ab Occaſu Wittenbergam, & Sueviam. Dividitur in Bavariæ Ducatum & Bavariæ Palatinatum. Ducatus dividitur in Superiorem & Inferiorem Bavariam; quarum hæc ad Ortum, illa ad Occaſum ſpectat. In ſuperiore ſunt urbes claræ Monachium (vulgò *Munchen*,) Ingolſtadium, Friſinga, & aliæ multæ. In inferiore ſunt Ratisbona, Patavium (*Paſſau*) Landshut, Straubingen, & aliæ multæ. Inferiori Bavariæ ad Ortū adhæret Salisburgenſis Epiſcopatus ampliſſimus, cujus Metropolis eſt Salisburgū. *Salisburgenſis Archiepiſcopatus.* Palatinatus Bavariæ, ſive ſuperior Palatinatus adhæret Ducatui ad Septentrionem ultra Danubium, & vulgò Nortgavia appellatur. Urbes in ea ſunt Norimberga, urbs libera; Amberga, Neopurgum, & aliæ multæ. Continet etiam Comitatum Lüchtenbergenſem.

Suevia. XXXI. Suevia olim nobiliſſimus Ducatus. nunc inter vicinos Principes, & in civitates liberas variè diviſus, habet ab Ortu Bavariam; à Meridie Tyrolim, & Helvetiam; ab Occaſu & Septentrione Wirtembergam. Urbes claræ in ea ſunt Auguſta Vindelicorum (*Augsburg*) Ulma, Nordlinga, Memminga, & aliæ multæ.

Wirtembergenſis Ducatus. XXXII. Wirtembergenſis Ducatus habet ab Ortu, & Meridie Sueviam, ab Occaſu Palatinatum Rheni; à Septentrione Franconiam. Nomē accepit ab arce Wittemberga. Urbes claræ ſunt Stutgardia, Tubinga, Rotemburgum, Canſtat, & aliæ multæ.

Franconia. XXXIII. Franconia, ſive Francia Orientalis eſt Ducatus, habetque à Meridie Wirtembergam ac Sueviam; ab Ortu Bavariam, ac Bohemiam; à Septentrione Thuringiam & Haſſiam; ab Occaſu Moguntiam, & Palatinatum Rheni. Metropolis eſt Herbipolis (Würtzburg) urbs Epiſcopalis, Ducis, qui & Epiſcopus, ſedes; reliquæ urbes claræ ſunt Bamberga urbs iridē Epiſcopalis, Schweinfurtū & Francofurtum urbes liberæ, Monsregius (Konigsberg.) In hac regione eſt Marchionatus Ansbach; in finibus verò Occidentalibus Comitatus Erpachi, & Hannoviæ. In finibus vero ſeptentrionalibus eſt Buchonia, cujus caput eſt Fulda. *Buchonia.*

Thuringia. XXXIV. Thuringiæ Landgraviatus habet à Meridie Franconiam; ab Ortu Miſniam, & Saxoniā; à Septentrione eandem Saxoniam & Brunſuicenſem Ducatum; ab Occaſu Haſſiam. Paret familiæ Saxonicæ. Caput regionis eſt Erfordia; reliquæ urbes Weimara, Jena, Iſenacum, & aliæ quā plurimæ. Eſt prætereà in hac provincia Ducatus Coburgenſis; cujus caput eſt Coburgum. Item Comitatus Schwartzenburgenſis, aliique plurimi.

Haſſia. XXXV. Haſſiæ Landgraviatus habet ab Ortu Thuringiam; à Meridie Franconiam, & Moguntiam; ab Occaſu Weſtphaliæ Ducatum; à Septentrione Brunſwicenſem Ducatum. Continet Comitatum Zigenheim, & Nidda. Caput provinciæ eſt Caſſella, deinde Marpurgum, Giſſen, (quę duæ poſteriores propter Academias maximè celebres ſunt) & aliæ civitates. Inter Haſſiam & Rhenum *VVettera-via.* eſt Wetteraviæ regio, in qua continetur Comitatus Naſſovius.

Brunſwicenſis Ducatus. XXXVI. Brunſwicenſis Ducatus habet à Meridie Haſſiam; ab Occaſu Weſtphaliam; à Septentrione Luneburgenſem Ducatum; ab Ortu Saxoniam. Metropolis eſt Brunſwicum civitas libera. Reliquæ urbes ſunt Halberſtadium V. E. Hildesheimum V. E. Hannovera, Goslaria, Helmſtadium, Quedelburgum, & munitiſſima arx Wolffenbüttel. Inter Brunſwicenſem Ducatum, & Thuringiam, Haſſiamque, eſt Ducatus Gruppenhagen.

Luneburgenſis Ducatus. XXXVII. Luneburgenſis Ducatus habet à Meridie Brunſwicenſem Ducatum; ab Ortu Saxoniam, & Brandeuburgum; à Septentrione Meckelburgum, & Holſatiam; ab Occaſu Bremenſem Archiepiſcoparum. & Oldenburgum. Metropolis eſt Luneburgum, deinde Cella, Daneberga, & aliæ.

Saxonia. XXXVIII. Saxoniæ Ducatus ampliſſimus, ad utramque Albis ripam, in varias ditiones diſcerptus, habet à Septentrione Luneburgenſem & Brunſwicenſem Ducatum, & Haſſiam; à Meridie Thuringiam, & Miſniam; ab Ortu Luſatiam, & Brandenburgenſem Marchionatum. Urbium clariſſima, ampliſſimaque eſt Magdeburgum, Burgraviatûs S. R. Imperii, Archiepiſcopatûs, & Germaniæ primatûs titulo maximè inſignis. Eſt etiam Wittemberga, Halla & aliæ. In Saxonia eſt Principatus Anhalt, cui ſubſunt duo Comitatus, Aſcanien & Barbi, & Baronatus Bernburg, & urbes Deſſau ac Zerbſt. Deſſau eſt Principum ſedes. Eſt in eadem Saxonia Comitatus Mansfeldicus, includens quatuor alios Comitatus; cujus urbes ſunt Mansfeldia, Eislebia, & Wypra.

Miſnia. XXXIX. Miſniæ Marchionatus, Ducum Saxoniæ domicilium, habet à Septentrione Saxoniam; ab Occaſu Thuringiam; à Meridie Bohemiam; ab Ortu Luſatiam. Urbium quondam prima erat Miſna ad Albin; nunc eſt Lipſia, deinde Dreſda Ducum Saxoniæ ſedes, Freyberg, Annaberg, Mariaberg, Suiea, Torga, & aliæ multæ. Eſt prætereà in Miſnia Principatus Snobergenſis; cui conjunctus eſt Comitatus Hennebergenſis. Inter Miſni-*Voitlandia.* am & Franconiam eſt Voitlandia; pertinens ad Miſniam; cujus caput eſt Hoff.

Bohemia. XL. Bohemiæ regnum, montibus ac ſylvis undique cinctum, habet à Septentrione Miſniam, & Luſatiam; ab Ortu Sileſiam, & Moraviam; à Meridie Auſtriam; ab Occaſu Bavariæ Palatinatum, & Franconiam. Urbium clariſſima eſt Praga, regni caput: ſequuntur Pilſen, Konigingratz, Kuttenberg, Limburg, Tabor, Budweis, Laun, Satz, Leitmeritz, Egra, Karlsbad, & aliæ multæ.

Academiæ Germaniæ. XLI. Academiæ Germaniæ ſunt, Viennenſis, Pragenſis, Altorffiana in Norico, Ingolſtadiana, Dillingana, Herbipolenſis, Moguntina, Tübingenſis, Baſileenſis, Friburgenſis in Briſgoia, Argentinenſis, Heidelbergenſis, Marpurgenſis, Gieſſena, Colonienſis, Leodienſis, Helmſtadiana, Erpbordiana, Jenenſis, Lipſiana, Wittenbergenſis, Francofurdiana ad Oderam, Roſtochienſis, Grypswaldiana, Trevirenſis, Bambergenſis.

Archiepiſcopatus Germaniæ. XLII. Archiepiſcoparus ſunt ſeptem, Moguntinus, Colonienſis, Trevirenſis, Magdeburgenſis, Bremenſis, Salisburgenſis & Pragenſis. His ſubſunt circiter 36. Epiſcopatus.

Imperii Germanii membra. XLIII. Imperium Romanum ad Germanos ante multa ſecula tranſlatum, dividitur in tria membra, quorum comitiis conſulitur & concluditur de omnibus Imperii negotiis. Hæc ſunt Electores olim ſeptem, nunc octo; deinde Principes Eccleſiaſtici & ſeculares; demum Civitates liberæ. Electorum tres ſunt, Eccleſiaſtici, iidemque Archiepiſcopi, & Archicancellarii S. R. Imperii: quorum primus eſt Moguntinus in Germania, ſecundus Colonienſis in Italia, tertius Trevirenſis in Gallia. Reliqui Electores ſunt ſeculares, nempe Rex Bohemiæ Pocillator; olim Palatinus Rheni, nunc verò Dux Bavariæ Dapifer; Dux Saxoniæ Enſifer; Marchio Brandenburgenſis Cubicularius; Comes Palatinus Theſaurarius.

Circuli Germanicæ Imperii. XLIV. Totum etiam Imperium eſt diviſum in aliquot ditiones, quas Circulos appellant. Ac primò quidem Anno 1500 diviſum fuit in ſex Circulos, deinde Anno 1522, in decem, qui ſunt Franconicus, Suevicus, Bavaricus, Auſtriacus, Rhenenſis; Electoralis, Weſtphalicus, Saxonicus Superior, Saxonicus Inferior, Burgundicus.

Fluvii Germaniæ. XLV. Fluvii celebriores Germaniæ ſunt Danubius, Rhenus, Mœnus, Neccarus, Viſurgis, Moſella, Amaſis, Albis, Sala, Viadrus ſeu Odera, Eidera, Trava, Dravus, Luppia, Savus, Atheſis, Oenus, Lichus, Entius, Tranus, Pegneſus, Regus, Nava & alii.

CAPUT XIV.

Poloniæ regni deſcriptio.

Polonia. I. POlonicum regnum includit nunc Poloniam propriè dictam, Pruſſiam, Caſſubiam, Samogitiam, Livoniam, Lituaniam, Maſoviam, Podelaſiam, Volinniam, Podoliam, & Ruſſiam Nigram ſive Minorem. Termini igitur hujus regni ſunt, à Septentrione Mare Suecicum ſive Germanicum (quod & Balthicum appellatur) & Venedicus Sinus, quem alii vocant *Magnum Sinum Livoniæ*, lineaque à Pernavia Livoniæ oppido ad Dunæ fontes verſus Moſcoviam ducta; ab Oriente Moſcovia, Tartaria Minor, & Boriſtenes fluvius (qui nunc appellatur *Nieper*) quo à Moſcovia ac Tartaria Minore ſeparatur, à Meridie Tyras fluvius (qui nunc *Nieſter* appellatur) quo ſeparatur à Moldavia; & Carpatus mons, quo à Tranſylvania, & Hungaria ſeparatur; ab Occidente Moravia, Sileſia, Marchia Brandenburgica, & Pomerania.

Polonia propriè dicta. II. Polonia propriè dicta habet ab Occidente Moraviam, Sileſiam, Marchiam Brandenburgicam, & Pomeraniam; à Septentrione eandem Pomeraniam & Pruſſiam; ab Oriente Maſſoviam, & Lituaniam cum Ruſſia; à Meridie Ruſſiam, & Hungariam. Dividitur in Majorem & Minorem. Major eſt Septētrionalis, & Germaniæ contermina, eamque mediam interſecat Warta fluvius: Minor eſt Auſtralis, & Moraviæ, Hūgariæ, ac Ruſſiæ contermina, eamque Viſtula fluvius pererrat. Majoris caput eſt Poſnania, deinde Gneſna, olim Regum ſedes, & aliæ. In ea eſt Cujavia Regio, & urbs Vratislavia. Minoris caput eſt Cracovia, nunc Regū ſedes; deinde Lublinum, & Sandomiria, cum aliis multis.

III. Pruſ-

Pruſſia. III. Pruſſia, quam nonnulli Boruſſiam appellant, habet à Meridie Poloniam, & Maſoviam; ab Occaſu Caſſubiam; à Septentrione Sinum Codanum (qui eſt Maris Balthici pars;) ab Ortu Lituaniam, & Podelaſiam. Pertinebat olim tota ad Germaniam. Nunc diviſa eſt in Regalem, quæ immediatè Regi Poloniæ paret; & Ducalem, quæ Marchionibus Brandenburgicis à Rege conceſſa eſt. In regali ſunt urbes, Gedanum ſive Dantiſcum (*Danzig*,) Turonium, Elbinga, Mariæburgum, Graudentia, Bromberga, Culmia, Braunsberga, & aliæ. In ducali ſunt Regius mons (*Konigsberg*,) & arx Memeliana verſus Septentrionem ultima.

Caſſubia. IV. Caſſubiæ Ducatus, inter Pruſſiam & Pomeraniam ſitus eſt. Ejus caput eſt Conicia,

Samogitia. V. Samogitiæ Ducatus habet à Meridie Pruſſiam, & Lituaniam; ab Occaſu Mare Balthicum; à Septentrione Livoniam; ab Ortu iterum Lituaniam. Hodie nullo neque oppido, neque caſtello, neque eximio aliquo ædificio inſignis eſt, ſylvis horridus, ſolo melle, quod hîc præſtantiſſimum colligitur, notus eſt, inquit Cluverius.

Livonia. VI. Livonia habet à Meridie Samogitiam, & Lituaniam; ab Ortu eandem Lituaniam, & Moſcoviam, à qua ſeparatur Lacu Peybas, & Narvâ amne: à Septentrione Finnicum Sinum, quo ſeparatur à Finlandia; ab Occaſu Mare Suecicum, ſive Balthicum, & Magnum Sinum Livoniæ. Dividitur in quatuor partes, quarum nomina incolis, Eſten, Letten, Curland, & Semigallen. Harum prima eſt Suedicæ ditionis, reliquæ Polono parent. Inſula Oſilia ad Occaſum Livoniæ objecta ſpectat ad Danum. Urbs præcipua eſt Riga, reliquæ Revel, Derpt. Veneda (*Wenden*) Venetico ſive Livonico obverſa Sinui, &c.

Lituania. VII. Lituania, Magni Ducatus titulo decorata, ad Septentrionem habet Livoniam; ad Occaſum Samogitiam, Pruſſiam, Maſſoviam, & Podelaſiam; à Meridie Volinniam; ab Ortu Tartariam Minorem, Ducatum Severienſem, & Ruſſiam Majorem ſive Moſcoviam. Caput eſt Vilna, deinde Novogardia, Kiovia, Daſſovia, & aliæ.

Maſovia. VIII. Maſovia habet ab Oriente Lituaniam, & Podeleſiam; à Septentrione Pruſſiam; ab Occidente Poloniam; à Meridie Poloniam eandem. Eſt Ducatus, ejúſque metropolis eſt Varſavia, habens ſub ſe multa alia loca.

Podelaſia. IX. Podelaſia habet ab Occaſu Maſoviam; à Meridie Ruſſiam, & Volinniam; ab Ortu, & Septentrione Lituaniam. Loca notiora ipſius ſunt Bielsko, Branſcbo, Tyckoczin, Knyſſyn, Auguſtau, & alia.

Volinnia. X. Volinnia habet ab Occaſu Podelaſiam, & Ruſſiam; à Meridie eandem Ruſſiam, & Podoliam; ab Ortu Lituaniam; à Septentrione eandem Lituaniam, & Podelaſiam. Oppida præcipua ſunt Luzko, Volodimiria, & Kyzemenæ.

Podolia. XI. Podolia habet à Septentrione Volinniam; ab Occaſu Ruſſiam; à Meridie Moldaviam; ab Ortu Boriſtenem, & Lituaniam. Caput regionis eſt Kamieniecz urbs ſtupendâ ratione in arduo ſaxo condita, itaque naturâ munita, ut ſæpius à Tartaris, Turcis, ac Walachis oppugnata, nunquam potuerit expugnari.

Ruſſia Nigra. XII. Ruſſia Nigra, ſive Minor jacet inter Podoliam, & Volinniam ad Orientem; Podelaſiam à Septentrione; Poloniam Minorem ab Occaſu; Hungariam, Tranſylvaniam, & Moldaviam à Meridie. Dicitur Nigra & Minor, ad differentiam Albæ & Majoris, quæ eſt Moſcovvinci Imperii. Dicitur etiam meridionalis, ad differentiam illius, quæ magis eſt Septentrionalis. Latini Ruſſos, & Rhutenos vocant incolas, quos à Roxolanis originem atque nomen habere putant. Fuit olim Ducatus. Metropolis eſt Leopolis (Germanicè Levvenburg vel *Renſiſch Lemburg.*)

XIII. Archiepiſcopatus in univerſo regno ſunt tres, Gneſnenſis, Leopolitanus, & Rigenſis. Epiſcopatus ſexdecim. Academiæ duæ, Cracovienſis, & Regiomontana.

CAPUT XV.

Hungariæ & Tranſylvaniæ deſcriptio.

Hungariæ limites. I. HUngaria, ſic dicta ab Hungaris ſive Hunnis Scythiæ populis habet à Septentrione Carpatum montem, quo ſeparatur à Polonia, Ruſſia, & Moldavia; ab Occaſu Moraviam, Auſtriam, Stiriam; à Meridie Dravum fluvium, quo ſeparatur à Sclavonia, & Raſcia; ab Oriente Tranſylvaniam, & Walachiam. Apellatur etiam Pannunia inferior, quia partem antiquæ Pannoniæ Inferioris occupat. Figura ejus quadra eſt, cujus latera quatuor mundi cardines ſpectant. Flumina habet Danubium, Savum, Dravum, & Tibiſcum.

Diviſio. II. Dividitur in Superiorem, & Inferiorem. Superior eſt trans Danubium, Poloniæ ac Tranſylvaniæ contermina; Inferior eſt cis Danubium. Comitatus continet 50. Regni caput eſt Buda (Germanis *Ofen*) ad Danubium ſita, cui in adverſa ripa objacet Peſtum. Reliquæ urbes claræ ſunt Poſonium (*Presburg*) Komara, Strigonium (*Gran*) Belgradum (vulgò Alba Græca, Germanis *Griechiſch Weiſſenburg*) Sirigidunum. Omnes hæ jacent ad Danubium, Sunt præterea Alba Regalis (*Stuhl-Weiſſenburg*) Veſpetinum, Quinque Eccleſiæ, Javarinum (*Rab*) & aliæ multæ. Turca poſſidet Budam, & maximam partem regni. Reſiduum poſſident Hungari, quorum Rex nunc eſt Invictiſſimus Imperator LEOPOLDUS I. electus Anno 1658. Francofurti ad Mœnum die 18. Julii; coronatus ibidem die 1. Auguſti. Hujus caput nunc eſt Poſonium, *Preſsburg*.

Tranſylvania. III. Tranſylvaniæ Principatus, ſic dictus à ſylvis, quibus undique clauditur, appellatur communiter Septem Caſtrēſis, germanicè *Sibenburgen*, habetque ab Occidente Hungariam; à Septentrione Ruſſiam Minorem; ab Ortu Moldaviam; à Meridie Walachiam. Oppida in ea clara nunc ſunt Cibinium ſive Hermanopolis (*Hermanſtadt*) caput provinciæ, Alba Julia (*Weiſſenburg*) Principis ſedes, Claudiopolis (*Clauſenburg*. Briſtica (*Biſtriz*) Sciburgium (*Schiesburg*) Medinus (*Medvviſch*) Stephanopolis ſive Corona *Cronſtadt*.) Incolæ deſcendunt à Saxonibus, quorum etiam idiomate loquuntur; unde omnia pene locorum nomina ſunt Germanica.

CAPUT XVI.

Sclavoniæ & Raſciæ, Croatiæ, Boſnæ, Comitatus Iadera & Dalmatiæ deſcriptio.

I.

Sclavonia. SClavoniæ fines variè à variis adſignantur. Nam alii Sclavoniæ nomine intelligunt quid-

 quid

quid ab Dravo flumine ad Adriaticum mare inter Hungariam & dictum mare protenditur; ſicque ſub Sclavoniæ vocabulo comprehendunt omnes provincias in titulo hujus capitis recenſitas. Alii nomine Sclavoniæ intelligunt ſolam Dalmatiam: alii aliter ſentiunt. Cluverius *lib 4. Introduct. cap.* 3. ait, propriè Sclavoniam dici eam regionem, quæ Dravum Savumque amnes interjacet, ab Occaſu Stiriâ, ab Ortu Danubio clauſam; ad inferiorem tamen Savi partem ultra Danubium ait habitare Raſcios populos (germ. *die Razzen.*) *Sclavonia* itaque habet à Septentrione Hungariam, & Dravum amnem interjectum; ab Occaſu Stiriam; à Meridie Croatiam, à qua Savo omne ſecernitur; ab Ortu Raſciam. *Raſcia* habet ab Occaſu Slavoniam; à Septentrione Hungariam, & Dravum; ab Ortu ultra Danubium Valachiam & Bulgariam; à Meridie Boſniam, & Serviam, à quibus Savo amne ſeparatur. Major pars harum duarum Provinciarum nunc Turcico paret imperio, reliqua verò Auſtriacis. Oppida notiora ſunt, Poſega, Gradiskia, Zagrabia, & Kopraviz validiſſimum contra Turcarum incurſiones munimentum ad Dravum fluvium verſus Stiriam. Sclavonia eſt regnum, Raſcia eſt provincia.

Limites Sclavoniæ. *Raſcia.*

Croatia. II. Croatia habet à Septentrione Sclavoniam; ab Occaſu Vinidorum Marchiam; à Meridie Comitatum Jaderæ; ab Ortu Boſniam. Incolæ ſunt Sclavonici generis. Devaſtata majori ex parte fuit à Turcis vicinis: paret partim Auſtriacis, & partim Turcis. Nihil in ſe habet memoratu dignum, niſi loca quædam Turcicâ clade deformata.

Boſnia. III. Boſniæ regnum habet Croatiam ab Occidente; Raſciam, & Savum amnem à Septentrione; Serviam ab Ortu, Drino fluvio intercurrente; à Meridie Dalmatiam. Hanc inſederunt primò Pannones, poſtea Gothi, deinde Sclavonii, mox Hungari, nunc Turcæ. Caput regni erat olim Jaycza, nunc eſt Varboſina.

Illyricum. IV. Inter Croatiam ac Boſniam, & inter Mare Superum, jacet Veterum Illyricum ſive Illyris; terminaturque ab Occaſu Iſtriâ Italiæ provinciâ ultimâ, à qua ſejungitur Arſiâ flumine; à Septentrione Croatiâ, & Boſniâ, à quibus ſeparatur mõtibus; ab Oriente Tamaco fluvio (nunc *Lim* dicitur) Scodro monte, & Drilone amne, quibus ſeparatur à Græcia, & à Bulgaria; à Meridie Adriatico ſinu, qui nunc *Golfo di Venetia* dicitur. Diviſa olim fuit hæc regio in duas potiſſimùm partes: quarum una ab Arſia ad Titum amnem, qui nunc eſt *Cherca*, dicebatur Liburnia: altera ad Drilonem uſq; fluvium, ſive Liſſum oppidum, quod nunc dicitur Aleſſia, vocabatur Dalmatia. Nunc tota hæc regio uno nomine Dalmatia, & pars Sclavoniæ appellatur. Pars tamen illa quæ quondam Liburnia, nunc Comitatus Jaderæ (Italicè *Contado di Zara*) nuncupatur. Interiora utriuſq; partis obtinent partim Auſtriaci, & partim Turcæ; oram verò maritimam Veneti, exceptis duabus civitatibus, Scardona, quæ Turcici juris, & Raguſâ, quæ ſui juris eſt. Loca maritima ſunt nunc, Segna, Zara, Peſcha, Sebenico, Trapano, Trau, Spalato, Raguſa, Budoa, Dolcigno, Aleſſia. Intus ſunt Scutari, Delminio, & alia loca.

CAPUT XVII.

Græciæ deſcriptio.

Græcia. I. SEquitur Græcia, olim terrarum omnium dictis factisque celeberrima, nunc tota à Turcis devaſtata. Habet ab Occaſu Mare Jonium, quod eſt Maris ſuperi pars; à Meridie Mare Mediterraneum; ab Ortu Mare Ægeum, quod eſt Archipelagus; à Septentrione Thraciam ſive Romaniam, Mæſiam Superiorem & Inferiorem, id eſt, Bulchariam & Serviam, tandemque Dalmatiam.

Limites.

Diviſio Veterum. II. Græcia his terminis concluſa dividebatur olim in Macedoniam, Epirum, Theſſaliam, Græciam propriè dictam ſive Helladem, & Peloponneſum. *Macedonia* habet à Septentrione Dalmatiam, Serviam, Bulgariam, & Thraciam; ab Ortu Mare Ægeum; ab Occaſu Jonium; à Meridie Epirum, & Theſſaliam. *Epirus* habet à Septentrione Macedoniam; ab Occaſu Mare Jonium; à Meridie idem Mare; ab Ortu Græciam propriè dictam, quam Ptolomæus vocat Achajam. *Theſſalia* habet à Septentrione Macedoniam, ab Ortu Mare Ægeum; à Meridie Græciam propriè dictam, & partem Epiri; ab Occaſu Epirum, & Macedoniam. *Græcia propriè dicta*, quam Ptolomæus & alii Achajam appellant, habet à Septentrione Epirum, & Theſſaliam; ab Ortu Mare Ægeum; ab Occaſu Epirum; à Meridie Peloponneſum. *Peloponneſus* adhæret Græciæ propriè dictæ exiguo Iſthmo, clauditurque undique Mari; Jonio quidem ab Occaſu; Mediterraneo à Meridie; Ægeo ab Ortu; ad Meridiem verò habet duos ſinus, Corinthiacum ab Occaſu, Saronicum ab Ortu. His quinq; partibus Græciæ annumeratur Creta, aliæque inſulæ circumjacentes.

Macedonia. *Epirus.* *Theſſalia.* *Peloponneſus.*

III. Hæc veterum diviſio magis recepta. Nonnulli tamen Veterum Geographorum Acarnaniam quæ ſub Epiro, & Ætoliam quæ ſub Græcia propriè dicta, ſeparatim adſignant. Romani poſtmodum univerſam Græciam hactenus enumeratam diviſerunt in Macedoniam, & Achajam: Sub Macedonia comprehendebant Epirum, & Theſſaliam; ſub Achaja Græciam propriè dictam, Peloponneſum, & Inſulas circumjacentes.

Diviſio recentiorum. IV. Nunc ſub Turcarum Dominatu Græcia, abolitis priſcis regionum nominibus, in nova nomina diviſa eſt: quæ enim olim Peloponneſus erat, nunc *Morea* dicitur; quæ Græcia propriè, nunc *Livadia*; quæ Theſſalia, nunc *Ianna*; quæ Epirus, nunc *Canina*; Macedonia denique in quatuor nunc partes dividitur; quæ Thraciæ contermina, *Iamboli* vocatur; quæ Theſſaliæ proxima, *Camenolitan*; quæ Dalmatiæ jungitur, *Albania*; quæ in medio harum jacet, *Macedonia* appellatur, antiquo retento vocabulo. Placet nunc ſingulas partes particulatiùs percurrere.

Peloponneſus. V. Partes ſive regiones Peloponneſi olim erant, Achaja propriè dicta, Elis, Meſſenia, Arcadia, Laconica, & Archolica ſive Archia. Ptolomæus ponit in Achaja etiam Sycioniam, & Corinthiam. Urbium clariſſimæ in his regionibus erant: In Achaja, Corinthus in ipſo Iſthmo: In Elide Olympia, ludis Olympicis, & Jovis Olympii delubro celebris, Cyllene, Mercurii patria: In Meſſenia, Meſſenæ, Pylus Neſtoris patria, Methone, Corona: In Arcadia, Megalopolis Polybii patria: In Laconica, Lacedæmon ſive Sparta: In Archia, quæ nunc ab aliquibus Romania dicitur, erat Epidaurus Æſculapii templo inclyta, & Nauplia quæ nunc *Napoli di Romania* dicitur. In Arcadia erat Stymphalus mons.

Hellas. VI. Helladis regiones erant Ætolia, in qua Chalcis, & Calydon: Doris, in qua Pindus: Lo-

cris,

cris, in qua Naupactus, nunc *Lepanto*, Turcarum clade ſub Joanne Auſtriaco illuſtrata : Phocis, in qua Delphi ſub monte Parnaſſo : Bœoria, in qua Cheronea Plutarchi patria. Aſcta Heſiodi patria, Thebæ Hereulis & Liberi patria, Aulis Græcorum in Trojam coujurantium claſſis ſtatio: Megaris, in qua Megara : Att[illegible] ſive Attica, in qua Athenæ. & Marathon. Mont[illegible] Helladis ſunt Parnaſſus, Helicon, Hymettus, Cithærou.

Epiri urbes. VII. In Epiro urbes claræ fuêre, Dodone Jovis Dodonæi templo & oraculo clata ; Nicopolis ab Auguſto poſt devictum M. Antonium & Cleopatram eondita; Panormus in Chaonia ; Ambracia Pytrhi regia. Montes ſunt Acroceraunii, uautis formidabiles.

Theſſalia urbes. VIII. In Theſſalia, quæ auteà etat Macedoniæ pars, præter alias urbes ſunt Thebæ, & ſaero nemore uobilia Tempes, & Campi Philippici ſive Pharſalici civilibus Romanorum cladibus nobilitati. Montes in Theſſalia ſunt Olympus, Pelion & Oſſa.

Macedonia urbes. IX. In Macedonia urbes etant penè innumeræ, inter quas Dyrrhachium, nunc *Durazo* ; Pella Philippi & Alexandri Regum patri; Stagyra Atiſtotelis patria; Theſſalonica, nunc *Salonichi*, Ciceronis eloquentiæ parentis exilio clara ; Amphipolis, Appollonia in quâ Cæſar Auguſtus Græcas litteras didicit. In Macedonia, quæ in ſacris litteris vocatur *Cethim*, eſt Pieria Regio, Muſarum parens ae domus. Mous Maeedouiæ celebris eſt Athos, uunc *Monte ſanto*, à Calogeris habitatus.

CAPUT XVIII.

Thraciæ deſcriptio.

Thracia. I. MAcedouiam verſus Orientem ſequitur Thracia, quæ nunc *Romania* dicitur, habens ab Occaſu Macedoniam ; à Meridie Ægeum mare; ab Ortu Helleſpontum, Propontidem, Boſphorum Thracium, & Pontum Euxinum ; à Septentrione Bulgariam. Includit Cherſoneſum Thtaciæ, adhærentem ipſi ad Meridiem, & nunc vulgò appellatut *brachinm S. Georgii.*

Conſtantinopolis. II. Urbs primaria Thraciæ eſt Conſtantinopolis, olim Byzantium, poſtmodum uova Roma, unde & regio appellatur Romania. Urbs eſt omni ævo clatiſſima, in ipſo Boſphoro Thraciæ ſita, à Conſtantino Imperatore in ſedem Imperii Orientalis electa : manſitque in eâdem dignitate, donec Turcarum impia & perverſa gens anno 1453. ipſam occupavit duce Mahomere Secnndo, eamque in Imperatorum ſuotum ſedem delegit. Hæc eivitas dicitur Turcis *Stambol*, quaſi ampla civitas; è regione eujus in Aſiæ ſolo jacet Pera ſive Galata Genuenſium Colouia.

Thraciæ urbes, III. Reliquæ urbes in Thtacia nune alicujus nominis ſunt, Hadrianopolis (*Endrem* Turcis,) Philippopolis, Trajanopolis, Gallipolis, Seſtus, cui objacet in Aſia Abydus; hæc duo loca appellantur vulgò *Li Dardanelli*, ſuntque claves Imperii Turcici. Non procul in Helleſponto eſt locus, in quo Xerxes poutem ſtravit ad copias in Græciam traducendas. Idem fecit Darius in Boſphoro Thtacio.

CAPUT XIX.

Bulgariæ, ac Serviæ deſcriptio.

I. SUpra Thtaciam, Septentrionem verſus jacet regnum Bulgariæ, babens à Meridie Thraciam, ab Ortu Pontum, à Septentrione Danubium ſive Iſtrum, ab Occaſu Serviam. Hæc autiquitùs erat Mœſia Inferiot, ejuſque partem Macedoniæ proximam incolebant Dardani, partem verò Ponto ptopinquam Scythæ, quotum pars erant Getæ ad utramque Danubii ripam. Regni caput nunc eſt Sophia. In Pontico littore erant olim Tomi exilium Ovidii. *Bulgaria.*

II. Servia adhætet Bulgariæ ad Occaſum, habens à Meridie Macedoniam, ab Occaſu Boſniam, à Septenttione Danubium & Raſciam. Olim vocabatur Mœſia Superior. Nunc eſt regnum Turcæ ſubjectum, cujus caput, regumque quondam ſedes, eſt Senderovia. nune *Semendria.* ad Iſtri ripam ſita non procul à Belgrado. In finibus Serviæ eſt Novograd cum arce iuexpugnabili. *Servia.*

CAPUT XX.

VValachiæ, ac Moldaviæ deſcriptio.

I. TRans Danubium poſt Bulgariam ſequitur Walachia, ac Moldavia, in qua eſt etiam Beſſarabia. Jacent inter Danubium à Meridie, Tranſylvaniam ab Oceaſu, Podoliam à Septētrione, Pontum Euxinum ab Ortu. Walachia & Moldavia ſuperiori ætate uno Walachiæ vocabulo ceuſebantur, dividebaturque in Majorem & Minorem. Major poſteà Moldaviæ nomen recepit, Minori Walachiæ titulus remanſit. Unaquæque ſuo parebat Principi, quem Sarmatico Vocabulo Vayuodam appellabant. Polonis quondam utraq; ſtipendiaria erat; nunc partem Hungariæ Rex, partem Turcarum Imperator tenet. Walachiæ caput, ae ſedes Vayuodæ, eſt Targoviſca, vel Tervis. Moldaviæ caput, ac Vayuodæ ſedes, Zuckavia. In Beſſarabia prope Pontum eſt oppidum Moncaſtro. In Moldavia habitant Saxones, & Hungari : linguâ utuntur latinâ, cotruptiori Italicâ. *VValachia* *Moldavia.*

CAPUT XXI.

Tartariæ Minoris deſcriptio.

I. TArtaria per Europam & Aſiam longè latèque eſt diviſa. Pars quæ in Europa eſt, appellatur Tartaria Minor, ad diffetentiam Majoris quæ in Aſia eſt; jacetque inter Boriſthenem ac Poloniæ reguum ab Occaſu, Mare Nigrum à Meridie, Tanaim fluvium ab Ortu, & Moſcoviticas regiones à Septenttione. *Tartaria minor,*

II. Diviſa eſt in Præcopenſem, & Cremeam, Præcopenſis eſt ipſa Cherſoneſus Taurica, quam aliqui Gazariam appellant. Appellatur Præcopenſis, à Præcop, id eſt, foſſa quam in Iſthmo fecerunt Tartari; vel ab oppido ejuſdem nominis foſſæ appoſito. Cremea (*Krymscka* incolis) eſt reliqua pars extra Cherſoneſum, à Krym oppido, quod olim Cremnos dictum. At quia regni ſedes eſt in

Cher-

Cherſoneſo, tota Tartaria Minor appellatur regnum Præcopenſium Tartarorum. In Cherſoneſo eſt Theodoſia urbs, nunc Caffa, Genuenſium Colonia. In Cremeæ finibus juxta Tanaim eſt Tana Turcæ tributaria.

CAPUT XXII.

Moſcoviæ deſcriptio.

Moſcovia. I. MOſcovia, quæ alio nomine Ruſſia Alba ſive Major ac Septentrionalis dicitur, ad differentiam Nigræ ac Minoris, quam in Poloniæ regno deſcripſimus, habet à Meridie Tartariam Minorem, & fluvios Tanaim, Deſnam, ac Pſolam; ab Occaſu Poloniæ, ac Sueciæ regna, & fluvios Boriſthenem, & Narvam; à Septentrione Mare Glaciale: ab Ortu fines Europæ, hoc eſt, Obium ac Tanaim, lineamq; ab uno ad alterum fluvium ductam.

II. Dividitur in plurimos Ducatus ac provincias, quæ plerùmque à præcipuis urbibus denominantur. Ducatuum princeps eſt Moſcovia, cæteri Volodimiria, Novogardia, &c.

III. Urbes in Moſcovia omnes conſtant ligneis ædificiis, ac luto illitis; amplæ quidem ſunt, ſed quarum viis ſæpè latiſſimi campi intercedunt. Caput Moſcoviç eſt Moſcua, urbs ingens, ut quæ quadraginta unum millia, & quingenta ædificia complectitur. Arx eſt in ea Magni Ducis Moſcoviæ (quem incolæ Czar, id eſt, Imperatorem vocant) domicilium viginti millium hominũ capax, quos præſidii causâ Magnus Dux perpetuò alit. Sunt præterea Magni hujus Ducis Imperio ſubjectę Tartarorum quædam nationes in Aſia.

CAPUT XXIII.

Dania, Norvvegia, ac Suecia deſcriptio.

Scandia. I. SUpereſt ingens illa ad Septentrionem Peninſula, quam Scandiam ſive Scandinaviam Veteres appellabant, & falſo Inſulam eſſe putabãt. Plinius appellat ipſam Novum Mundum, ob Magnitudinem. Termini ejus ſunt, ab Oriente Moſcoviæ provinciæ, quibus conjungitur Iſthmo, à Septentrione Mare Glaciale; ab Occaſu Mare Germanicum; à Meridie reſpicit Germaniam, intercurrente Mari.

Norvvegia & Suecia. II. Continet partem regni Daniæ, regnum Norwegiæ, & regnum Sueciæ, cum multis aliis regionibus. Prima, Germaniæque propinquior Scandiæ provincia eſt Scania, ſive Schonia, eſtque præcipua Danici regni pars. Nuper Sueco ceſſit. Sequitur verſus Septentrionem Norwegia, ac Suecia. Norwegia reſpicit Occaſum, paretque Daniæ regibus; Suecia Ortum, paretque Sueciæ regibus. Hujus pars auſtralis antiquo nomine Gothia, vulgò *Gutland* vocatur. Caput Sueciæ, regumq; ſedes eſt Stockholm, urbs poſita in ſtagnis marinis, palis ſuperſtructa, naturâ operibuſque munitiſſima.

Botnia, Scrickfinnia. Finmarchia. III. Poſt Sueciam verſus Septentrionem ſequitur Botnia, quam Sinus Botnicus dividit in occidentalem & orientalem Botniam. Supra hanc Septentrionem verſus eſt Scrickfinnia, unà cum Finmarchia, Sueciæ regi ſubjecta. Hinc verſus Orientem ſequitur Lappia, diviſa in occidentalem & orientalem: illa Sueciæ regi paret, hæc Moſcoviæ Duci. Infra Lappiam Botniamque verſus Meridiem eſt Finnia, ſive Finlandia, inter Botnicum Finnicumque ſinum poſita, Sueciæque regi ſubjecta. *Lappia. Finnia.*

IV. Cæterùm Daniæ regnum univerſum à Codano Sinu ſive Mari Suevico aut Suecico, in tres ſecatur portiones, quarũ prima eſt Cimbrica Cherſoneſus, ſeu Jutia, de qua ſupra *Cap. 15. Num. 18.* altera pars eſt Scandinaviæ portio, nimirum Norwegia, Hallandia, Scania ſeu Schonia, & Bleckinga: tertia pars in Inſulis diſperſa medium ſitum tenet, cujuſmodi ſunt Seelandia, Fionia, Alſa, Langlandia, Lalandia, Falſtria, Huena, Bornholmia, &c. Regni caput & Regum ſedes eſt Hafnia (*Coppenhagen*) in Seelandia; in qua etiam eſt Elſenora, ſeu Crunaburgum ad fauces Freti Sundini: è regione cujus in Scania eſt Elſinburgum. De his ſingulis etiam agetur infrà cap. ſequenti §. 10. *Daniæ regnum.*

Sueciæ regnum continet Sueciam, Gothiam, Finlandiam, utramque Botniam, Scrickfinniam, Finmarchiam, Lapponiam, & nonnullas urbes in Livonia. *Sueciæ regnum.*

CAPUT XXIV.

De Inſulis circa Europam.

I. INſulæ Europæ adjacentes ſunt partim in Mari Mediterraneo, partim in Oceano. Has brevi- ter more meo deſcripturus, hunc ſervabo ordinem. Incipiam ab Inſulis Maris Mediterranei, & quidem ab omnium principe, Sicilia, quoniam ea mihi penitus perſpecta eſt, utpote quam annis plurimis incolui, & totam perambulavi. Inde verſus Occaſum perlegam reliquas, ad Fretum uſque Gaditanum; quod egreſſus, vaſtum ingrediar Oceanum, totamque circuibo Europam uſque ad Obium fluvium; ipſoque cum Tanai ac Mæotide ſuperato, viſitabo Pontum, Propontidem, Helleſpontum, Mareque Ægeum univerſum, tandemq; in Siciliam revertar. *Inſulæ circa Europam.*

§. I.

De Sicilia.

II. SIcilia, omnium Interni ſeu Mediterranei Maris Inſularũ uti maxima, ita cœli clementiâ, ſoli ubertate, urbium copiâ ac ſplendore, virorum quà ingenio quà nobilitate prętantiũ numero, aliiſq; Naturæ dotibus longè clariſſima, jacet inter Italiam & Africam; quarum illi tam eſt propinqua ad extremum ejus angulum, Rhegiumque Calabriæ oppidum, ut ipſi conjuncta olim non temerè credatur à nonnullis, poſtmodum vel fluctuum, vel terræmotûs vi avulſa, intercurrente Freto, quod Siculum appellatur. Eſt hoc Fretum admodum anguſtum & anceps, alternoque curſu modò in Thuſcum, modò in Jonium pelagus periculoſum, & Scyllæ Charybdiſq; horrendis nominibus maximè famoſum. Scylla eſt ſcopulus Italiæ, in Mare procurrens; Charybdis eſt mare vorticoſum inter Italiam ac Siciliam, utrumq; noxium eſt appulſis, nec ſine periculo à me ipſo pertranſitum ſemel ac iterum. *Sicilia.* *Fretum Siculum.* *Scylla & Charybdis.*

III. *Fines* Siciliæ ſunt, à Septentrione Mare Tyrrhenum ſeu Inferum: ab Ortu Jonium cum Sinus *Siciliæ fines, figura ambitus.*

Adria-

Adriatico ſeu Mari Supero continuatum; à Meridie Mare Africum; ab Occidente Sardoum. *Figura* eſt triangularis, ſive trilatera, atque ad tres ſuos angulos tria ingentia exporrigit in mare promontoria; unde Trinacria olim, & Triquetra eſt dicta.

Promontoria. *Promontoria* ſunt *Pelorus*, nunc *Capo del Faro* dictus; *Pachynus*, nunc *Capo Paſſaro* nuncupatus; Lilybæum, nunc *Capo Boeo*. Pelorus reſpicit Italiam, Pachynus Græciā, Lilybæum non Africam, ſed Occaſum æquinoctialem. *Ambitus* Siciliæ eſt milliar. Italicorum 599. vel rotundè 600. Nam à Peloro ad Lilybæum numerantur milliaria 256. à Lilybæo ad Pachynum 190. à Pachyno ad Pelorum 154. Ita Cluverius, qui proprio pede circuivit univerſam. Siculi tamen ferè 700. milliaria numerant in circu, ſed minora quàm Cluverius.

Urbes Siciliæ. IV. Urbes olim in Sicilia claræ erant multæ; nunc clariores ſunt Panormus, *Palermo*, Meſſana, *Meſſina*, Catana, *Catania*, Syracuſæ, *Siracuſa*, Drepanum, *Trapani*. Minus claræ, ampla tamen, populoſæ, opulentæ, ac ſplendidæ ſunt plurimæ, cum innumeris penè oppidis ac pagis ignobilioribus. Panormus eſt regni caput, & Proregis ſedes; hominum multitudine (150000. numerant) ædificiorum ſuperbiâ, platearum amplitudine, civium opulentiâ, nobilium frequentiâ, camporum ac viridariorum amœnitate, aquarum ſaluberrimarum irrigatione, fructuum copiâ, rerum denique omnium ad hominum victum deliciasque pertinentium abundatiâ adeò inſignis, ut meritò *aurea* dicatur *Concha*. Sita eſt in latere Inſulæ Septentrionali, pelagoque alluitur Tyrrheno, muris ac propugnaculis ſepta altisſimis, cum arce ſeu caſtello ad mare conſtructo.

Archiepiſcopatus & Epiſcopatus Siciliæ. V. Sunt in Sicilia Archiepiſcopatus tres, Panormitanus, Meſſanenſis, & Montis Regius. Panormitano ſubjecti ſunt Epiſcopatus Suffraganei tres, Agrigentenſis, Mazarenſis, Melitenſis. Meſſanenſi itidem tres, Cæphaludenſis, Pactenſis, Liparenſis. Montisregio duo, Syracuſanus, & Catanēſis. Academiæ ſunt Catanenſis, Meſſanenſis, Panormitana, Calatajeronenſis. Montium celeberrimus, & continuâ ignium è ſupremo cratere inter nives, quibus ſuprema montis perpetuò tecta ſunt, eructatione, & frequenti è lateribus apertis eruptione formidabilis, eſt Æthna, vulgò *Mongibello* dictus. Reliqui ſunt Eryx, *monte di Trapani*, Ercta *monte di S. Roſalia*, Enna *Caſtrogiovanni*, &c. Fluvii ſunt Simæthus *La Iaretta*, Anapus *Alfeo*, Gela *fiume di Terrannova*, Helicon *fiume Olivero*, Orethus *Oreto*.

§. II.

De Melita, Gaulo, & Comino.

Melita. VI. A Parte Meridionali Siciliæ eſt Melita, nunc *Malta*; & Gaulos, nunc *Gozo* Siculis, *Gaudiſch* incolis. Melita fuit ſemper toto Orbe Chriſtiano celebris propter naufragium & prædicationem S. Pauli Apoſtoli ibi factam; nunc Orbi etiam reliquo notiſſima eſt reddita propter Equites fortiſſimos D. Joannis, Chriſtiani Orbis propugnatores contrà Turcarum excurſionem acerrimos, qui ab Anno 1530. ex Caroli V. Cæſaris conceſſione ipſam inhabitant. Jacet in umbilico Maris Mediterranei, reſpicitque à Septentrione Siciliam inter Pachinum prumontorium, & Camerinum è regione littoris Siclenſis; à Meridie Africā, regnumque ejus Tripolitanum; ab Oriente Cretam; ab Occaſu Gaulum. Alluitur à Septentrione Mari Siculo, ab Oriente Jonio, à Meridie Africo, ab Occidente Sardoo. Diſtat à Sicilia, ubi minimùm, paſſibus 60000. verſus littus Siclenſe. Ambitus ejus eſt milliar: Italic. 60. latitudo maxima 12. longitudo 20. Gaudet portubus optimis. Præcipuus reſpicit Orientem Solſtitialem æſtivum, diviſus Cherſoneſo longiùs prominente in Mare inſtar linguæ, cui impoſitum fuit An. 1552. caſtrum S. Eraſmi, vulgò *di Sant Elmo*; & Urbs Valletta, quam incolæ *La Citta Nuova* appellant, ædificata An. 1566. propugnaculum totius Orbis munitiſſimum. E regione lateris orientalis hujus Cherſoneſi prominent aliæ duæ minores, quarum uni impoſita eſt civitas dicta *Victoria*, cum Caſtro S. Angeli; alteri Civitas Senglea cum munimēto S. Michaëlis. Inter utramque hanc urbem interfluit Sinus ponte ligneo ſtratus, & ferreâ catenâ clauſus, in quo ſtationem habent triremes Melitenſes. In medio totius Inſulæ ſita eſt Melita urbs antiquisſima in edito colle.

VII. Inter Melitam & Africam, verſus Occaſum Solſtitialem æſtivum, jacet Inſula Gaulus, breviſſimo tranſitu à Melita, latitudine intercurrentis freti quinque millium non ampliùs paſſuum; parva quidem, & vix 30000. paſſuum in circuitu: ſed fertilis. Inſulæ Princeps eſt Magnus Melitenſium Equitum Magiſter, qui tamen in Melita Inſula reſidet. *Gaulus.*

VIII. Inter Melitam & Gaulon parvula Inſula eſt, vulgò *Comino* dicta. Continet in circuitu 5000. paſſuum. *Cominus.*

§. III.

De Liparenſibus Inſulis.

IX. SEptentrionali Siciliæ lateri complures objectæ ſunt Inſulæ, Æoliæ, & Liparæorum ſeu Liparenſium dictæ. Eædem Græcis dicuntur Ephæſtiades, Latinis Vulcaniæ. Circa numerum, & nomina ſingularum, eſt controverſia. Inter pleroſque tamen de ſeptenario numero convenit, licet revera decem ſint, quarum nomina hæc ſunt: Lipara, Vulcania, Vulcanellus, Liſcablanca, Baſiluzus, Thermiſia, Strongyla, Dydima, Phænicuſa, & Ericuſa. Alii aliter appellant. *Liparenſes Inſulæ.*

X. *Lipara* (*Lipari* vulgò) eſt omnium maxima, habens in circuitu paſſuum 18000. Diſtat à Sicilia 20. milliaribus Italicis. Ignem ex pluribus crateribus olim evomebat; nunc ardere deſiit. Urbem habet ejuſdem nominis, edito colli impoſitam, & Epiſcopatu inſignitam. Inſula hæc cum reliquis ſubeſt Regis Hiſpaniarum imperio. *Vulcania* dicebatur olim Hiera, quia Vulcano ſacra; perpetuò arſit, & adhuc ardet, ut frequenter ipſemet vidi. *Strongyla* olim dicebatur Æolia, quia Æoli domicilium erat. Hæc etiam, uti & Vulcanellus, ac Dydima, ſubinde flammas evomunt. Circa reliquas nihil memorabile contingit atque occurrit. *Lipara.* *Vulcania.* *Strongyla.*

§. IV.

De aliis circa Siciliam jacentibus Inſulis.

XI. SExaginta milliaribus à Sicilia verſus Aquilonem jacet Uſtica, ambitu 12000. paſſuū. Habuit olim ejuſdem nominis oppidum, cum Cœ- *Uſtica.*

nobio

nobio Monachorum; at nunc deſerta eſt. Inter hanc & Siciliam eſt Fœminarum Inſula, mille paſſibus à Sicilia diſtans.

Drepanitanæ Inſulæ. XII. In latere Siciliæ Occidentali, non procul à littore Drepanitano, ſunt Inſulæ Levanſus, Favognana, & Maretimus. Ad latus harum Meridionale eſt Inſula Formicarum, & aliquot aliæ ſcopulis ſimiliores. In Drepanitano portu ſcopulus eſt parvus, cui arx vetuſtiſſima eſt impoſita, vulgò *Columbara* dicta, Æneæ monumentum, ut creditur. Infra dictas paulò antè Inſulas verſus Occidentem ſunt duæ exiguæ Inſulæ, quas *Saxa vocant Itali, mediisque in fluctibus Aras*, Virgilio teſte.

Pantalaria. XIII. Inter Lilybæum Siciliæ, & Mercurium Africæ promontorium, ſita eſt Inſula Pantalaria, habens in ambitu 30000. paſſuum, diſtatque ab utroque promontorio ſpatio paſſuum 60000. circiter. Eſt montoſa tota, habens in medio voraginem, pluresque paſſim hiatus, in quibus ſe incolæ à Turcis prædonibus infeſtati abſcondũt. Arcem habet, ejuſdemq; nominis oppidum vergens ad Aquilonem prope Mare. Omnes hactenus dictæ Inſulæ, exceptâ Melitâ & Gaulo, Hiſpano parent.

§. V.

De Inſulis Italiæ in Mari Tyrrheno, & Liguſtico.

XIV.

Caprea. INter Siciliam & Neapolitanum regnum, præter Liparenſes, plurimæ aliæ ſunt Inſulæ, quarum præcipuæ ſunt ſequentes, *Caprea*, exigua, ſed amœna, & frequenti Auguſti ac Tiberii Cæſarum ſeceſſu nobilitata. Diſtat à Neapoli Meridiem verſus milliaribus 30. à promontorio verò Campanellarum, ubi Maſſa oppidum, non plus unico. Oppida habet duo.

Prochyta. XV. Non procul à Caprea eſt *Prochyta*, nunc *Procita*, habens oppidum ejuſdem nominis, unde oriundus dicitur Joannes Procita, auctor Veſperarum Sicularum.

Syrenum ſcopuli. XVI. Non procul à Prochyta & Puteolenſi littore ſunt tres Inſulæ exiguæ, ſaxoſæ, deſertæ, & parum inter ſe diſſitæ. Has Veteres nuncupabant Syrenum ſcopulos, eò quòd in ipſis tres infames mulieres cantu & illecebris prænavigantes ad ſe allectos miſerè deciperent.

Iſchia. XVII. *Iſchia* Inſula, vel ut alii *Iſcla*, non procul à Syrenum ſcopulis diſſidet; frugum omnis generis & balneis abundans, ſed ſubterraneis incendiis undique devaſtata. Oppidum habet ejuſdem nominis. Circuitus eſt 18000. paſſuum.

Pontia & aliæ. XVIII. Inter Siciliam & Terracinenſem oram quatuor jacent Inſulæ, Pandataria ſive Palmarota, Pontia, Pandana, & Planaſia. Palmarota & Pontia plurimorum Chriſti Confeſſorum ac Martyrum exiliis ſunt celebres. Diſtat utraque 40. milliaribus Italicis ab Italiæ ora, è regione Cajetæ.

Artemiſia. XIX. Circa Thuſciam ſunt hæ Inſulæ. *Artemiſia*, nunc *Giannuti*, portum habens optimum. *Igeliũ* (nunc *Giglio*) *Formica*, *Palmajola*, *Capraja*, *Gorgona*, *Mebria*, & omnium notiſſima *Ilua*, quæ nunc dicitur *Elba*, & duos habet portus, Ferratum, & Longonum. *Ilua.* Ferratum reddit celebrem Coſmopolis Civitas, Hetruriæ duci ſubjecta; Longonem cum munimento Hiſpanus habet.

§. VI.

De Sardinia, & Inſulis adjacentibus.

XX.

SArdinia, Mediterranei Maris Inſula poſt Siciliam maxima, imò ferè par, diſtat à Sicilia Occidentem verſus milliaribus Ital. 200. circiter. *Sardinia.* Ad meridiem reſpicit Africam; ad Occaſum Baleares Inſulas & Hiſpaniam; ad Septentrionem Corſicam Inſulam, & Liguriam; ad Ortum Siciliam. Paret Hiſpanorum Regi, & gaudet titulo Regni. Civitates celebriores ſunt Caliaris, Oriſtana, & Saſſaris. Caliaris eſt caput Inſulæ, & Proregis ſedes, ſita in mõte prope Mare verſus Africam, portum habens amplum & nobilem. Inſula habet Archiepiſcopatus tres, Caliaritanum, Turritanum, & Alborenſem, cum multis Epiſcopatibus. Caret venenatis animalibus. In ipſa reperitur herba, quæ comedentibus contrahit nervos, & affert mortem cum riſu; unde in proverbio eſt *riſus Sardonicus*.

XXI. Circa Sardiniam multæ ſunt, ſed admodum exiguæ Inſulæ, nempe Rubra, Aſinaria, Sancti Terami, S. Petri, Vaccæ, Tauri, &c. *Inſulæ circa Sardiniam.*

§. VII.

De Corſica.

XXII.

VIx octo paſſuum millibus à Sardinia verſus Septentrionem jacet Corſica Inſula. *Corſica.* Alluitur ab Occidente & Septentrione Mari Liguſtico ſive Genuenſi; ab Oriente Tyrrheno ſive Thuſcano; à Meridie Freto anguſto, quo à Sardinia dividitur. Habet in latere ſuo Septentrionali promontorium, quod ſacrum Ptolomæo, nunc *Capo Corſo* dicitur; in latere verò meridionali habet promontorium Graniacum, quod nunc *Capo di Manza* appellatur. Diſtat à *Liguria* (*Riviera di Genova*) milliaribus ſexaginta. Longitudo ejus ſumma eſt milliariorum 120. latitudo 80. circiter, circuitus 325. Aſpera eſt, ut olim, ita & nunc, & ſylvis referta, fructibus ac frugibus producẽdis parum apta, ſi vinum excipias, quod inde generoſiſſimum provenit. Paret hæc Inſula nunc Genuenſibus. Urbes in ea olim claræ erant Aleria, & Mariana. Nunc univerſa Inſula dividitur in quatuor partes, quarum illa quæ Ortum reſpicit, appellatur latus Internum; quæ Occaſum, latus Externum; quæ Septentrionem, pars Ciſmontana; quæ Meridiem, pars Ultramontana. Loca celebriora Corſicæ nunc ſunt Adiazzo. Nebbio, Calui, S. Bonifacio. Aleria, Porto vechio. Calui eſt celeberrimus Inſulæ portus, cui ſuccedit portus S. Bonifacii, & portus vetus. Epiſcopatus habet Marianum, Alerienſem, Sagonenſem, & Civitatenſem.

§. VIII.

De Inſulis Galliæ & Hiſpaniæ adjacentibus in Mari Mediterraneo, & Oceano.

REcenſuimus hactenus Inſulas Maris Mediterranei ad Italiam pertinentes: enumerandæ nunc reliquæ ad Galliam, & Hiſpaniam, ad fretum uſque Herculeum, pertinentes.

XXIII.

Eres Inſulæ. XXIII. In ea Mediterranei Maris parte, quæ Galliam reſpicit, nullæ occurrunt Inſulæ; niſi exiguæ quædam è regione Provinciæ, quæ Inſulæ *Eres* appellantur.

Baleares. XXIV. Hiſpaniæ adjacent duæ Baleares, Pituiſſæ, & aliæ. Baleares à ſpatio ſuo cognominibus acceptis appellantur nunc Major & Minor, vulgò *Majorca* & *Minorca*; olim à Græcis vocabantur Gymneſiæ, ἀπὸ τῆς γυμνότητος, id eſt, à nuditate, quòd incolę quondam nudi vitam egiſſe dicantur: Baleares verò appellantur ἀπὸ τοῦ βάλλειν, id eſt, à jaculando, quòd fundis jaculandis præſtarent cæteris. Diſtant inter ſe milliaribus quatuordecim.

Majorca. Majorca occidentalior eſt, & vicinior Hiſpaniæ quàm Minorca, nec niſi unius diei navigatione ab ipſa recedit. De circuitu non convenit inter Auctores: nam aliqui tribuunt ipſi milliaria 240, alii 300, alii 400. & ampliùs. Urbem habet ſibi cognominem, & nonnullos pagos. Portubus gaudet plurimis. Circa ipſam ſunt duæ Inſulæ exiguæ, vel potiùs ſcopuli, dicti vulgò *Dragonera*, & *Cabrera*,

Minorca. XXV. Minorca orientalior eſt quàm Majorca. Complectitur in circuitu milliaria 150. diſtatque à Continenti Hiſpaniæ milliaribus 80. Urbem habet ejuſdem nominis. Duos habet portus celebres, Maon, & Fernello. Maon eſt portus urbis Minoricæ, quæ olim dicebatur *Mago*.

Pituiſſæ. XXVI. Pituiſſæ Inſulæ ſunt duæ, Ebuſus, & Frumentaria. Ebuſus inter Majoricam & Hiſpaniam ſita, dicitur hodie ab Hiſpanis *Yuica*. Abundat ſale; caret animalibus noxiis; in ambitu complectitur ferè 100. milliaria; urbem habet Yuicam. Non procul ab hac eſt Inſula Frumentaria, & aliæ tres parvæ, quas vocant Hiſpani Vedran, Conirello, & Dragomago. Prætereà ſupra Yuicam, inter Majorcam & Fauces Iberi eſt Moncolibra, inſula deſerta; & in ipſis faucibus Iberi Inſula Alfaques; tandemque non procul à portu Cartagenæ Inſula Herculis, quam Vulgò Scombrariam dicunt.

Gades. XXVII. Fretum Herculeum egreſſis occurrit ad dexteram Inſula Gades, à qua dictum fretum appellatur Gaditanum, à Continenti anguſto ſpatio, ac velut flumine abſciſſa, in ea urbs eſt non ignobilis, vulgari vocabulo *Caditz*, & corruptè *Calix* dicta.

In Portugalliæ latere eſt inſula Berlinga exigua.

Inſulæ Galliæ adjacentes in Oceano. XXVIII. In Galliæ littore ſunt Inſulæ ſequentes. Inſula S. Mariæ di Bouin, Inſula di Rio, Inſula di marmotier. Inſula del Re è regione Rupellæ, Inſula di Oleron, & aliæ ignobiliores.

§. IX.

De Britannicis Inſulis.

Britannicæ. XXIX. GAllico ac Belgico littori adjacent inſulæ quàm plurimæ, Britannicæ in univerſum appellatæ. Harum majores ac nobiliores

Albion. ſunt Albion, & Hibernia. Albion complectitur Angliam & Scotiam, & nunc ſola Britanniæ nomen retinet, quod antea omnibus erat commune. Albion igitur, ſive Britannia magna (ſic enim appellatur, ad differentiam Britanniæ Galliæ Provinciæ) omnium Inſularum quæ Europæ adjacent, maxima eſt, ideoque nomen alterius Orbis apud antiquos meruit. Figura ejus triquetra eſt, Siciliæque perſimilis: nam in tres diverſos cuneos ſive promontoria porrigitur, quorum unum Septentrionem proſpicit, mareq; Hyperboreum vaſtiſſimum; alterum Belgas ac Rheni oſtia; tertium Hiſpaniam. Unum latus verſus Orientem obtenditur Germaniæ, atque Norwegiæ; alterum verſus Meridiem Galliæ; tertium verſus Occidentem Hiberniæ. Oceano undique alluitur, ab Occaſu Hibernico, à Septentrione Caledonio, ab Ortu Germanico, à Meridie Britannico, ubi fretum Gallicum inter Angliam & Bononiam Galliæ regionem. Ambitus ipſius eſt mille, octingentorum, & triginta ſex milliariorum.

Anglia. XXX. Hæc Inſula olim variè fuit diviſa à Romanis, & aliis. Poſtea in duo Regna, nempe Angliam & Scotiam, diviſa eſt; quæ quidem diviſio etiamnum perſeverat. Anglia reſpicit Meridiem, Scotia Septentrionem, & ab invicem ſeparantur fluminibus Tuedâ, & Solvejo, quorum ille Orientem, hic Occidentem petit. Urbium princeps Angliæ eſt Londinum (*Londra*) caput atque compendium totius regni, emporiumque celeberrimum, amplitudine, majeſtate, ac frequentiâ maximè conſpicuum. Hanc urbem magnitudine, incolarumque frequentiâ ſequitur Eboracum, inde Briſtolium, Oxonium, Cantabrigia. Cantuaria, & aliæ multę. Archiepiſcopatus habet duos, Cantuarienſem, & Eboracenſem; quibus ſubjecti ſunt Epiſcopi 24 Academiam habet Oxonienſem, & Cantabrigienſem.

Scotia. XXXI. Scotia olim dicebatur Caledonia. Urbs ejus præcipua eſt Edemburgum, regni caput, ſedesque regia. Archiepiſcopatus habet tres, Epiſcopatus tredecim, Academiam unam. Abundat Scotia rebus plurimis quæ naturę vires excedere videtur, cujusmodi ſunt lacus, cujus dimidia ſolùm pars hyemali frigore concreſcit; boves miræ magnitudinis, quorum pinguedo ſemper eſt liquida inſtar olei; ſaxum altum pedes duodecim, longum ac latum cubitos triginta tres, vocatum ab incolis *ſurdum*, eò quòd ſonus quantumvis maximus ab una parte excitatus, non auditur ab altera, niſi in remotiſſima diſtanta; lacus viginti quatuor milliaria in longitudine, octo in latitudine complectens, repletus Inſulis triginta, quarum una natat in aquis, aliæ multæ ſunt plenæ ædibus; &c.

Hebrides Orcades. XXXII. Circa Albionem ſive Britanniam Inſulæ ſunt plurimæ. Clariores Anglico littori oppoſitæ ſunt, ab Occaſu Mona, & Monapia; à Meridie Vectis. Inſularum ad Scotiam clariſſimæ ſunt, verſus Occaſum, Hebrides triginta & ampliùs; ad Septentrionem Orcades plusquàm quadraginta; & aliæ. Ultima Britannicarum erat Thule, nunc Iſlandia, de qua ſuprà. *Thule.*

Hibernia. XXXIII. Hibernia, quæ & Irlandia appellatur, ſita eſt inter Hiſpaniam & Britanniam, à qua dividitur mari quod Hibernicum dicunt. Habet ab Oriente dictum mare, & Britanniam; ab Occidente Oceanum Occidentalem, & Americam; à Meridie Oceanum Virginium & Hiſpaniam; à Septentrione Mare Caledonium. Formam habet quaſi ovalem, extenditurque à Septentrione in Meridiem. De magnitudine non conveniunt auctores. Camdenus facit longitudinem ipſius milliariorum 400. latitudinem verò 200. Cœlo eſt miti: nullum venenoſum animal alit, nec patitur. Gaudet regni titulo, caputque regni eſt Armacha civitas. Secunda ab hac eſt Dublinum oppidum munitiſſimum, ſedeſque Vice-regis.

§. X.

De Inſulis ſinus Codani, ſive Maris Baltici.

XXXIV.

Maris Baltici inſulæ Selandia. IN Codano ſinu, quem Mare Suecium & Balticum nunc appellant, plurimæ ſunt Inſulæ, quarum præcipuæ ſunt ſequentes. Selandia, omnium maxima, & locupletiſſima, in qua eſt urbs Hafnia totius Danici regni caput, celebre emporium, Regum ſedes, & poſt diurnam obſidionem à Suecis toleratam, aſſultumque ferociſſimum incredibili fortitudine nuper repreſſum, toto nunc Orbe meritò celebrata. *Hafnia urbs.* Sunt in eadem aliæ plurimæ urbes, & arces fortiſſimæ, ſplendidiſſimumque palatium Regis Croneburgum nuper à Suecis occupatum. Selandiæ ad Meridiem adjacent Lalandia, Falſtria, & minores aliquot inſulæ. Inde verſus Occaſum ſequitur Fionia, quæ & ipſa una ex præcipuis Daniæ Inſulis eſt, cui ſeptem & triginta minores inſulæ adjacent, omnes ferè aggeribus communitæ contra marinorum fluctuum Impetus. *Fionia*

Huena. XXXV. Ad Ortum Selandiæ in freto Danico ſita eſt Inſula Huena (*VVenen*) Nobiliſſimi Viri Tychonis Brahe Aſtrologicis ſtudiis, & Uraniburgo arce ab eo Aſtronomiæ reſtaurandæ gratiâ ædificata celebris. Arx erat ante hac quàm plurimis, & exactiſſimè ab ipſo Tychone fabricatis inſtrumentis mathematicis exornata.

Sunt aliæ multæ inſulæ minores in prædicto ſinu Codano, inter quas eſt Guthia, à qua Guthi oriuntur.

§. XI.

De Inſulis Maris Ægæi, ſive Archipelagi.

XXXVI.

Archipe. lagi Inſu- IN Mari Hyperboreo circa Scandinaviam nullæ ſunt Inſulæ alicujus nominis, ſicut neque in Mari Nigro; prætervecti igitur hæc maria, ingredimur Ægæum, in quo innumeræ occurrunt Inſulæ, partim circa Thraciam, partim circa Græciam.

Creta. XXXVII Omnium maxima, & celeberrima eſt Creta, quæ nunc Candia appellatur. Longior eſt quàm latior, ejusque longitudo porrigitur inter Ortum & Occaſum, latitudo inter Septentrionem & Meridiem. Sita eſt quaſi media inter Europam, Aſiam, & Africam. Habet à Septentrione Mare Creticum Ægæi maris partem, à Meridie Lybicum, Africi maris partem; ab Occaſu Mare Jonium; ab Ortu Mare Carpathium. De circuitus magnitudine non convenit inter auctores: quidam enim tribuunt ipſi milliaria 455. alii 520. aut 525. alii 588. Centum olim urbibus clara erat Inſula, ſi antiquis credimus; quas inter clariſſimæ erant Cortyna caput Inſulæ, Cydon, Gnoſſus Minois regia, & Strabonis Geographi patria, & aliæ multæ quas omitto. Nunc quatuor habet præcipuas, eaſque munitiſſimas urbes, Candiam, Caneam, Rhetymum & Sitiam. Candia ob diutinam Turcarum obſidionem terrâ marique toleratam meruit nunc nomen inexpugnabilis. Sed prô dolor jam Turcico jugo eſt ſubmiſſa.

XXXVIII. Reliquæ Inſulæ celebriores Ægæi maris & circa Græciam, ſunt ſequentes. Corcyra, cum oppido ejuſdem nominis, nunc *Corfu*, Cephalenia, nunc *Cefalonia*; Zacynthus, nunc *Zante*; Ithaca Ulyſſis patria, nunc *Iſola del Compare*; Eubea, nunc *Negroponte*; Scyrus, nunc *Sciro*, Lemnus, nunc *Stalimine*; Samothracia, nunc *Samandrachi*; Leſbus, nunc *Mitilene*, Chius, nunc *Scio*; Cyclades, ſic dictæ, quia in medio mari veluti in orbem jacent, in quibus notiores ſunt Andrus, Delus, & Paros pario marmore nobilis; *Cyclades.* Spotades, ſic dictæ, quia circum Cycladas quaſi diſperſæ ſunt, in quibus clariores Icaria, nunc *Nicaria*. & Pathmus, nunc *Palmoſſa*, D. Joannis Evangeliſtæ exilio nobilitata. *Sporades.* Nobiliores præterea ſunt Samus, Cos, & Carpathus, quarum ultima nunc *Scarpanto* appellatur. Aliarum nomina vide apud Maginum.

Sunt etiam circa Illyrici litrora nonnullæ Inſulæ, quarum nomina lege apud eundem Maginum; nos in Aſiam properamus.

SECTIO III.

Regionum Aſiaticarum deſcriptio.

ASiæ ſummariam deſcriptionem tradidimus ſuprà, diximuſque ipſam habere à Septentrione Oceanum Scythicum; ab Ortu Eoum; à Meridie Indicum; ab Occidente Sinum Arabicum, Iſthmum quo adhæret Africæ, Mare Phœnicium, & Ægeum, Helleſpontum, Propontidem, Boſphorum Thracium, Pontum Euxinum, Mæotidem lacum, Tanaim fluvium, & lineam à Tanais flexu ad Obium fluvium ductam. *Aſia.*

Olim in varias dividebatur Provincias ibidem enumeratas; nunc diſtribui commodè poteſt in partes quinque. nempe in Imperium Turcicum, Perſicum, Indicum, Chinenſe. & Tartaricum; de quibus nunc ſpecialius agendum. *Diviſio.*

CAPUT XXV.

De illa Aſia parte, quæ complectitur Imperium Turcicum.

I. TUrcicum in Aſia Imperium hiſce concluditur finibus: Mari Mediterraneo ab Occaſu; Arabico à Meridie, imperio Perſico ab Ortu; Tartarico & Moſcovitico à Septentrione. *Turcicum imperium.* Partes ejus potiores ſunt Natolia, Soria, Arabia, Armenia, & aliæ, de quibus ordine. Incepit Imperium hoc ſub annum Chriſti 1300. Oſmanoe (quem alii Ottomannum vocant) primo conditore, tenuis conditionis homine Tartaro, Magni Chami milite, à quo deſcendentes Oſmanides, ſive Ottomanici, regnârunt continuâ ſerie ad hæcuſque tempora. Prima ſedes imperii fuit in Bithyniæ urbe Pruſa; hinc in Europam Adrianopolim Thraciæ translata; denique Conſtantinopolim Anno 1453. ubi etiam nunc conſiſtit.

II. Turcicum porrò Imperium in Europa extenditur uſque ad Sinum Adriaticum, & ab Epidauri ſive Raguſæ finibus excurrit per totum Mare Ægæum, ac Propontidem, ad Theodoſiam uſque ſive Caffam Tauricæ Cherſoneſi urbem. In Africa extenditur per totam Maris Mediterranei oram. Sed de his alibi accuratiùs; nunc ſolùm de illa parte quam in Aſia complectitur.

§. I. De

§. I.

De Natolia.

III.

Natolia. NAtolia complectitur ſinum illum terrarum, qui eſt inter mare Ponticum ab Aquilone, & Cyprium Mediterranei partem ab Auſtro, Ægæum ab Occaſu, Euphratem fluvium ab Ortu. In ea ſunt regiones Antiquis nominatæ, Pontus & Bithynia, Aſia minor ſive propriè dicta, Lycia, Galatia, Pamphylia, Cappadocia, Cilicia, & Armenia Minor. Cœlo gaudet mitiſſimo. Olim præſtantiſſimis provinciis proximè enumeratis, florentiſſimis Trojanorum, Mitridatis, Crœſi, Antiochi, Paphlagonum, Galatarum, Cappadocum, Phrygum, aliorumque regnis, urbibus, populis, illuſtribus viris, religione Chriſtianâ, rebus omnibus ad bene beatèque vivendum neceſſariis ad miraculum uſque florebat, digna pro qua Perſæ, Macedones, Romani tanquam pro aris certarent & focis; nunc tota ſqualet, gemitque ſub Turcarum intolerabili jugo, vix quidquam dignum retinens memoratu.

§. II.

De Ponto & Bithynia.

IV.

Pontus & Bithynia. POntus & Bithynia, duæ antea regiones erant, Sangario flumine diviſæ, ſpectante Ponto ad Ortum ſolis, Bithyniâ ad Occaſum: at poſtquam ſub Romanorum redactæ fuerunt poteſtatem, in unam coaluerunt Provinciam Ponti & Bithyniæ nomine indigitatam. Terminatur ab Occaſu Propontide, & Boſphoro Thracio; à Septentrione mari Pontico; ab Ortu Galatiâ; à Meridie Aſiâ Minori.

Opulentiſſima olim erat hæc Provincia, florentiſſimoque Mitridatis regno nobilitata, nec ſine magno Romanorum ſanguine ſubjugata. Urbes celebres numerabat Chlacedonem, Nicomediam, Apameam, Heracleam, Nicæam, Pruſiam, ac Libyſſam. Chalcedone celebratum fuit quartum Concilium Generale. Nunc adeo deſtructa jacet hæc urbs, ut nè de loco quidem conveniat inter auctores: ſunt enim qui eo loci illam ponunt, ubi nunc eſt Galata Turcarum emporium non ignobile, Conſtantinopoli adverſa: alii vero cum Scutari hodierno oppido ipſam confundunt è regione ejuſdem Conſtantinopolis. Nicomedia, urbs erat antiqua & potens, multorum Martyrum ſanguine Chriſti cauſâ effuſo purporata; habitantur nunc à Turcis & Græcis ejus ruinæ. Nicæa metropolis erat Bithyniæ, primoque Generali Concilio nobilitata. Pruſia appellatur nunc Burſia, eſtque civitas ampla ac potens, olimq; Ottomannici Imperatoris ſedes, & nunc Ottomannicæ familiæ ſepulturæ deſtinata. Libyſſa Annibalis interitu ac ſepulchro eſt clara.

Fluvii prædictæ regionis ſunt Parthenius, Hyppius, Sangarius, excepti mari Pontico; Aſcanius Propontide.

§. III.

De Aſia Minore.

Aſia Minor. V. ASia Minor, quæ & Aſia propriè dicta appellatur, terminatur à Septentrione Ponto & Bithyniâ, parteque unâ Propontidis; ab Occaſu parte alterâ Propontidis, Helleſponto, Mari Ægæo, Icario, & Mirtoo; à Meridie Lyciæ Pamphyliæque parte, & mari Rhodienſi; ab Ortu parte alterâ Pamphyliæ ac Lyciæ & Galatiâ. Celeberrima eſt hæc regio apud Auctores, ob clariſſimas urbes, illuſtres fluvios, altiſſimos montes, præſtantiſſimos populos. Regiones particulares in quas dividebatur olim, hæc ſunt: Phrygia, Myſia, Lydia, Caria, Æolis, Jonia, & Doris. Nunc dividitur in tres partes, quarũ nomina ſunt *Chiatale*, *Sarcum*, *& Germian*.

Phrygia. VI. Phrygia dividitur in Majorem, & Minorem. Minor reſpicit Occaſum, Major Ortum. In Majori eſt Mæander fluvius Poëtis notiſſimus. Urbes etiam claræ erant Synnada, & Apamea Cibotus cognomine. Minor Phrygia appellatur & Troas, & Phrygia Helleſpontica. In ea ſunt fluvii tantopere à Poëtis celebrati Scamandrus, Simois, & Xanthus, quos tamen Bellonius oculatus teſtis aſſerit eſſe fluviolos exiguos, ſolitos ſiccari æſtate. In eâdem fuit Ilium ſive Troja urbium notiſſima, Græcorumque monumentis celebratiſſima, & decennali obſidione, excidioque inclyta, cujus ruinæ etiam nunc extant, clarumque de urbis amplitudine, ſplendore, ac fortitudine reddunt teſtimonium. Fuit præterea in Troade Pergamus, Galeni patria, in quo Inventus dicitur uſus chartæ, quam Pergamenam vocamus.

Myſia. VII. Myſia ſimiliter dividebatur in Majorem, & Minorem. In Majori inter Minorem & Phrygiam ſiti ſunt montes Olympus & Cymon, fluvius Rhyndacus. Urbes olim notæ erant Antandros, Adramitium, Trajanopolis, & Alyda. In Minori Myſia, quam Helleſpontus & Propontis perfundunt, amnes ſunt Granius, & Simois; mons Ida; urbes olim celebres Cyzicus, Lampſacus, Abydus, & Dardanum.

Lydia. VIII. Lydiæ urbes olim claræ erant Thyatira, Philadelphia, & Sardes Crœſi regia. Flumina Caicus, & Thermus, qui recipit Pactolum auriferum.

Caria. IV. Caria jacet inter Joniam & Lyciam: In ipſa ſunt fluvii Mæander, & Lycus. Mæander oritur in Phrygia & recipitur à Lyco. Mons Phœnix, & alii. Urbes claræ Tripolis, Laodicea, Antiochia, Magneſia, Stratonice, Myndus, & in littore Miletus, dives quondam ac potens Græcorum civitas, quæ nunc appellatur *Melano*. Circa Magneſiam, quæ hodie nomen ſuum retinet, reperitur magnes.

Æolis. X. Æolis eſt prope mare Ægeum, ejuſque habitatores olim dicebantur Pelasgi. In ea urbes inclytæ Cuma, Phocæa, Elea.

Ionia. XI. Jonia reſpicit mare Icarium, & Chium Inſulam. Urbes in ipſa celebres erant Smyrna, Clazomenæ, Teos, Lebedus, Colophon Homeri patria, & Epheſus omnium clariſſima, cujus decus templum Dianæ, Amazonum opus, ab Heroſtrato incenſum, ut nomen ſceleris memoriâ extenderet. In hac urbe celebratum fuit Concilium generale.

Doris. XII. Doris excurrit in mare ad inſtar Cherſoneſi. Urbes in ea fuêre Halicarnaſſus Dionyſii & Herodoti patria, & Gnidus marmoreo Veneris ſimolacro famoſa. Halicarnaſſi regnavit Mauſolus Rex, cui defuncto Uxor Artemiſia erexit celeberrimum illud Mauſolæum inter ſeptem orbis miracula numeratum.

§. IV.

De Lycia, Pamphylia, & Cilicia.

XIII.

Lycia. LYcia, quæ nunc *Aldinelli* appellatur, terminatur ab Occaſu & Septentrione Aſiâ Minore, ab

OrtnPamphyliâ, à Meridie mari ſuo, hoc eſt Lycin. In ea eſt Chimæra mons celebratiſſimus, nocturnis æſtibus fumum exhalans: in montis cacumine habitabant lennes; in medin, ubi paſcuis abundabat, capræ; in radicibus dracnnes: unde fabula triformis mnnſtri in vulgum data eſt, quam chimæram animal puraverunt. Fluvii celebres Lyciæ, Xanthus, & Limytus. Urbes, Patara, D. Nicnlai Epiſcopi patria, & Myra, dicti Nicnlai Epiſcnpatu nobilis.

Pamphylia. XIV. Pamphylia, quæ nunc *Menteſeli* appellatur, claudirur ab Occidente Lyciâ, ac Phrygiâ majori; à Meridie ſun mari, id eſt, Pamphylio; ab Oriente Ciliciâ, & Cappadnciâ; à Septentrinne Galatiâ. Reginnes in ea quundam erant Carbalia, & Piſidiæ pars; Montium famoſiſſimus eſt Taurus, qui tntius orbis maximus, à Pamphylin mari exnriens, per varias gentes, aliis atque aliis nomioibus, ab Oecaſu in Ortum ad Scythiæ uſque & Indiarum fines extremos extenditur, pari lnngitudine ferè quâ *Taurus mons.* Aſia; quam univerſam in duas dividit partes, quarum altera quæ Septentrionem ſpectat, dicitur Aſia intra Taurum; altera quæ Meridiem, Aſia extra Taurum. Urbes in Pamphylia inſignes erant Perga, Side, Seleucia, Piſidiæ, Antinchia, Termeſſus, & Attalia, nlim Metropolis, nunc ingens, fortis, & dives, appellaturque *Sattalia.*

Cilicia. XV. Cilicia, quæ nunc *Carmania* dicitnr, lnngiſſimn tractu inter Taurum mnntem & Cilicium mare porrecta, habet ab Occaſu Pamphyliam, à Septenttione juga Tauri, ab Ortu Amanum mnntem, à Meridie mare Cilicium. Fluvios celebres habet, Calycadnum, Lamum, Cydnum, Sarum, & Pyramum. Urbes claræ erant, in littore Selenus, Pompejopolis, Mallus, & Iſſus, quæ ſinui, cui adjacet, nomen Iſſici dedit; intus Tarſus D. Pauli Apnſtnli natalibus elata, prnpe flumen Cydnum, eratque nlim Metrnpnlis Ciliciæ, & nunc etiam, & appellatur Ama. nnn procul eſt Adena, civitas ampla & npulenta, ſed ſine mœnibus. Abundat Cilicia rebus nmnibus ad victum humanum neceſſariis.

§. V.

De Cappadocia, & Galatia.

Cappadocia. XVI. CAppadocia habet à Meridie Ciliciam, ab Occaſu Pamphyliam, & Galatiam, à Septentrinne Mare Punticum, ab Ortu Armeniam Minnrem. Fluvii ſunt Iris, & Thermodnn. Cnntinet inter alias regiunculas Lycaoniam, Urbes claræ olim erant Cumana; Neocæſarea, Sebaſtia; *Trapezuntium.* Diocæſarea, Cæſarea, Icnnium, Trapezus, & Amaſia Strabonis Gengraphi patria, Trapezus, quæ & Trapezonnum, civitas eſt maritima, etiam hndie illnſtris, dicta vulgò *Trebiſonda*, deditque & ſedē, & nomen Imperin Trapezuntinn, fundato ab Iſaaco Comneno prnfugo Cnnſtantinopoli à Turcis occupata, quod tamen Imperium poſtea à Mahumete Secundn extinctum fuit cum tnta Imperatorum ſtirpe. Hndie Cappadncia dividitur in quatuor reginnes, quarum nomina barbara ſunt *Genech, Suas, Anadole, & Amaſia.*

Galatia. XVII. Galatia habet ab Ortu Cappadnciam; à Septenttione Punticū mare; ab Occaſu Aſiam Minorem, Puntum, & Bithyniam; à Meridie Pamphyliam. In ea regiones erant duæ, Paphlagnnia verſus Septentrinnem, in qua Heneti populi, unde Veneti Italia; verſus Meridiem Iſauria, ubi in urbs Iſauria; & Piſidiæ pars, cujus alteram in Pamphylia cnllocavimus. Galatia nnmen accepit à Gallis, ex Italia pnſt incenſam Rnmam illuc tranſgreſſis; unde etiam Gallogræcia, & Græcogallia dicitur, quia Gallis græca gens miſta incoluit. Urbes nlim claræ fuerunt Ancyra (quæ nunc extat,) & Sinope, Mithridatis & eunis & ſepulchrn nobilitata. Galatiæ partes hndie ſunt *Roni*, & *Chiancare.*

§. VI.

De Armenia Minore.

Armenia Minor. XVIII. ARmenia, Aſiæ pars nnn minima, dividitur univerſa in Majorem & Minnrem Minnr, quæ nunc *Pegian* & *Bozoch*, habet à Septenttinne & Occaſu montem Scnrdiſcum, cum Pontn & Cappadocia regionibus; à Meridie Ciliciam cum mnnte Amann; ab Ortu Armeniam Majnrem, ſive Turcomanniam, cum fluvin Euphrate. Mediam ſecat Antitaurus. Fluvius in ea inclytus Melas, qui Euphrati jungitur. Urbium principes Satala, Nicopnlis, Melitane, Rnmana.

§. VII.

De Syria, ejuſque partibus in genere.

Syria. XIX. NAtoliæ hactenus explicatæ jungitur ab Ortu & Meridie Syria, quæ nunc corruptè *Soria* appellatur. Fines ejus ſunt, à Septentrinne Amanus mnns, qun à Cappadocia & Armenia ſeparatur; ab Ortu Meſopntamia, & Arabia deſerta; à Meridie Arabia Petræa; ab Occaſu Mare Mediterraneum, quod ibi Syriacum & Phœnicium dicitur. Dividitur in Palæſtinam, Phœnicem, Antiochenen, Cnmagenen, & Cœlen, ſive Cœle-Syriam.

§. VIII.

De Palæſtina, ſive Terra ſancta.

Palæſtina. XX. PAlæſtina, Syriæ Prnvincia nobiliſſima, & quà ſacris, quà profanis ſcriptoribus celebratiſſima, clauditur à Septentrinne Phœnice ſive Phœniciâ, ab Ortu Cœle-Syria, à Meridie Arabiâ Petræâ, ab Occaſu ejuſdem Arabiæ parte, & Mari Syriacn ſive Phœnicin, qund ibi etiam Palæſtinum dicitur. Dicta fuit quundam Terra Chanaan, à Chanaan filin Cham, qui eam cum pnſteris ſuis Chananæis obtinuit: poſteaquam verò Iſraëlitæ, hoc eſt, poſteri Iſraëlis ſive Jacnbi Patriarchæ eam, pulſis antiquis cultoribus, ex divino mandato nbſederunt, cœpit vncari *Terra Iſraël.* Ptnlmæus, aliique Scriptnres appellant Palæſtinam, à Palæſtinis (quns ſacræ litteræ Philiſtiim vocant) qui ejus partem incolebant ad Mare noſtrum. A noſtris ſcriptnribus dicitur paſſim Terra Prnmiſſinnis, & Terra Sancta, ob cauſam nmnibus notam. Sunt in Palæſtina Jnrdanis fluvius; Samachnnites, Genezaret, & Aſphalrites lacus. Lacus Genezareth appellatur Tiberiadis, Aſphaltites verò mare Mnrtuum, de quibus mox plura.

XXI. Di-

Diviſio ejus. XXI. Diviſa erat, & habitata ante Iſraelitarum ingreſſum, ſeptem populis, Ammorrhæis, Chananæis, Gergeſæis, Herthæis, Hevæis, Jebuſæis, & Phærecæis. Quibus pulſis, duodecim Tribus Iſraël eam inter ſe diviſeruot. Ac traos Jordanem quidem habitabaot Tribus Ruben, Gad, & Manaſſe; cis verò Jordanem reliquæ novem. Succeſſu temporis diviſa fuit univerſa Palæſtina in Galilæam, Samariam, Judæam, & Idumæam. *Galilæa.* *Galilæa* à Septentrione clauditur Libano monte, ab Occidente Phæniciâ, ab Oriente Cæle-Syriâ, à Meridie Samariâ, & Arabiâ. Dividitur io Superiorem, & Inferiorem. Superior, quæ & Galilæa Gentium appellatur, terminatur Tyro Phæniciæ urbe. In ea ſunt fontes Jordanis. Inferiorem irrigat Jordanis, Samachonites, & Genezareth ſive Tiberiadis mare, unde & Galilæa Tiberiadis appellatur. *Samaria.* *Samaria* jacet inter Galilæam & Judæam, habens ab Ortu æſtivo Mare mortuom, à Septentrione & Ortu Galilæam, à Meridie Judæam. Nomen accepit à Samaria urbe primaria, quæ & Sebaſte appellatur. *Judæa.* *Judæa* jacet inter Samariam & Idumæam, Mare Mediterraneum, & Mortuum. Nomen traxit à Tribu Juda, cui ipſa contigit iodiviſione. *Idumæa.* *Idumæa* denique, quæ in ſacris Litteris appellatur Edum, jacet inter Judæam & Arabiam Petræam.

Palæſtinæ urbes. XXII. Urbes Palæſtioæ illuſtriores hæ erant. In Judæa Hierosolyma toto Orbe clariſſima. Hanc Veſpaſianus Romanorum Imperator captam diruit, Ælius Adrianus reſtituit, mutatâ nonnihil loci regione, & Æliam Capitolinam appellavit: nunc à Turcis incolis *Chutz* dicitur. In eadem Judæa erant Aſcalon, Azotus, Jamoia, Joppe, omnes in littore maris Mediterranei. Intus Emaus, quæ & Nicopolis, Lidda, Hiericbus, Bethlehem, Bethel, Arimathia, Hebron, Cariathiarim, Bethania, Engaddi. Samariæ caput erat Samaria, quæ & Sebaſte; Neapolis, quæ antea Sichar vocabatur, & in littore Apollonia. Galilææ Caput erat in littore Turris Stratonis, ſive Cæſarea Palæſtinæ; intus ad lacum Genеſareth Capharnaum, Bethſaida, Julias, Tiberias, Nazereth, & Cana. Idumææ Caput erat Gaza.

Jordanis. XXIII. Jordanis fluvius, ut ſuprà memini, oritur in Galilæa Superiori, ex duobus fontibus nō procul à ſe diſſitis, quorum alteri Jor nomen eſt, alteri Dan, in ipſis Libani radicibus. Hic fluvius nec admodum largus eſt, nec admodum profundus. Tendit a Septentrione in Auſtrum, efficitq; primò in Galilæa duos lacus, Samachoniten, & Genezereth, quem Mare Gallilææ & Tiberiadis appellant, à Tiberiade urbe appoſita. *Genezareth.* Inde Samariam Judæamque perfundens, poſt longos flexus petit velut invitus Aſphaltitem lacum, à quo proſtremò ebibitur, aquaſque laudatas perdit, peſtileotibus mixtas. *Aſphaltites.* Aſphaltites enim plenus eſt aquâ bituminosâ, unde & nomen traxit ἀπὸ τῦ ἀσφάλτυ, & neque piſces, neque aſſuetas aquis volucres patitur, ſapore corrupto, & gravitate odoris peſtifer. Idem propter magnitudinem, & aquæ immobilitatem, Mortuum Mare appellatur: nā in longitudine cōtinet milliaria 70. in latitudine 19. & neque ventis impellitur, reſiſtente bitumine, quo aqua omnis ſtagnatur; neque oavigationis patiens eſt, quoniam omnia vita carentia in profundum merguntur. nec navicularum ullam ſuſtinet, niſi quæ alumine illinantur: Nullum præterea animalium corpus recipit; periti imperitique oavigandi perinde attolluntur. In hujus laci loco fuit Sodoma, & Gomorrha, aliæque Pentapolis urbes, ultricibus cœli flammis abſumptæ, *Gen.* 19.

§. IX.

De Phænice, Antiochene, Comagene, & Cæle-Syria.

XXIV.

Phœnicia. PHænice ſive Phænicia, Syriæ pars jacet inter Galilæam Superiorem, & Mare Mediterraneum, extenditurque verſus meridiem ad Carmelum uſque Galilææ montem. Urbes in ea claræ erant hæ: Ptolemais, Straboni Ace, ſacris litteris Acoo dicta; Tyrus, quondam inſula, poſtea verò continens facta ab Alexandro Magno; Sarepta Eliæ Prophetæ hoſpitio nota; Sidon, olim maxima maritimarum illius loci, & Phæniciæ Metropolis; Berytus, nunc etiam clara, & *Baruto* dicta; Byblus, Botrys, Aradus, & Tripolis, quæ ad differentiam alterius in Africa, dicitur Tripolis Syriæ. In Phænicia eſt mons Libanus à Sidonis finibus in Cæleſyriam uſque porrectus; & huic par, interjacente valle, mons adverſus Antilibanus.

Antiochena. XXV. Antiochene ſequitur Phæniciam verſus Septentrionem, cujus caput eſt Antiochia cognomento Epidaphnes, urbs quondam celeberrima, & Syriæ Præſidum ſedes. Reliquæ urbes, & ipſæ celebres, erant Apamea, Laodicea, & Seleucia. Ab his quatuor urbibus tota regio dicta fuit Tetrapolis.

Comagene. XXVI. Comagene adhæret Antiochenæ verſus Septentrionem. Caput Provinciæ erat Samoſata Luciani patria.

Cæleſyria. XXVII Cæle-Syria, hoc eſt, Syria cava, ſequitur à tergo prædictarum Syriæ regionum, & ad Euphratem uſque verſus Orientem extenditur. Partes ejus inſigniores erant Decapolis, Tetrarchiæ, & Palmyrene. Decapolis regio erat, ſic dicta à decem urbium numero, quarum Caput erat Damaſcus deinde Philadelphia, Scythopolis, & aliæ. Supra Decapolitanam regionem erant Tetrarchiæ ſeptendecim, inter quas inſignior erat Trachonitis. *Trachonitis.* Palmyrenæ Caput erat Palmyra, urbs nobilis, potens, ac vaſta.

§. X.

De Arabia Triplici.

XXVIII.

Arabia. ARabia Aſiæ & Imperii Turcici pars non minima, concluditur inſtar Peninſulæ intra duos maximos Oceani Meridionalis ſinus, Arabicum ab Occidente, & Perſicum ab Oriente; habetque à meridie Oceanum Indicum ſive Meridionalem, à Septentrione Palæſtinam, Cæle-Syriam, & Euphratem. Dividitur in Petræam, Deſertam & Felicem.

Arabia Petræa. XXIX. Petræa clauditur ab Occaſu intimo ſinu Arabico (qui & Mare Rubrum) & Ægypto, cui annectitur, Iſthmo qui eſt inter hunc Sinum & mare Ægyptiacum; à Septentrione Palæſtinâ & Cæle-Syriâ, ab Ortu Arabiâ Deſertâ; à Meridie Arabiâ Felice, à qua perpetuis montium jugis ſecernitur. Dicitur Petræa, ab urbe Petra capite quondam ſuo. Alii vocant Arabiam Nabatæam; à Nabatæorum gente incolente; alii Arabiam Secundam, alii Inferiorem. In ea eſt mons Caſios, in quo delubrum Jovis Caſii; & non procul tumulus Magni Pompeii.

In Sinai monte eſt monaſterium Monachorum Chriſtianorum, & ſepulchrum S. Catharinæ.

Arabia Deſerta. XXX. Deſerta clauditur ab Occidente Arabiâ Petræâ & Cæle-Syria; à Septentrione Euphrate, quo à Meſopotamia ſeparatur; ab Ortu montibus quibus ſubmovetur à Babylonia; à Meridie montibus quibus à Felice disterminatur. Sterilis eſt hæc regio maxima ex parte, ideoque deſerta. Appellatur nunc *Arden*, ab Hebræis *Cedar*. In ea ſunt montes Seir.

Arabia Felix. XXXI. Felix, quæ nunc *Ayman*, præcedentibus duabus velut Peninſula annexa, clauditur inter Sinum Arabicum & Perſicum. Hæc reliquis lætior eſt, ac ditior, ideoque Felix dicta, thuris, aliorumque odorum maximè ferax. Civitates nunc claræ in ea ſunt Medina Tanalbi, Mecha, Ziden, Zibit, & Adem. Medina Tanalbi, hoc eſt, Civitas Prophetæ, jacet verſus Arabiam Petræam, nobilis ac frequens, impiiſſimi tamen Mahumetis ſepulchro fœdata. Mecha cunas præbuit Mahumeti.

XXXII. Arabiæ incolæ promiſcuè appellantur Arabes, Saraceni, & Mauri. Arabes tamen propriè appellantur ij, qui extra civitates in papilionibus habitant, Saraceni, qui in civitatibus, quos Hiſpani Mauros appellare cœperunt tunc, quando ex Mauritania Africæ tranſgreſſi Hiſpaniam occuparunt. Saraceni creduntur à *Sara* Abrahami uxore nomen traxiſſe: iidem & Agareni nuncupantur, ab Agar Abrahami uxore ſecundaria, Iſmaelis matre; unde & Iſmaelitæ vocantur,

§. XI.

De Armenia Majori.

Armenia Major, XXXIII. ARmenia, ut dixi ſuprà §. *6*. dividitur in Majorem, & Minorem, Euphrate amne interfluente. Minorem deſcripſimus *loco cit.* Major dividitur nunc in tres partes, quæ ſunt *Turcomannia, Popul,* & *Curdi*; habetque ab Occidente prædictum amnem, & Armeniam Minorem; à Septentrione Colchidem, Iberiam, & Albaniam; ab Oriente Mare Caſpium; à Meridie Meſopotamiam, & Aſſyriam. In ea eſt Antitaurus mons, qui nunc *Niger* dicitur. In ea ſunt fontes Euphratis & Tigris Fluminum. In ea mons Gordiæus, ſuper quo arca Noë poſt diluvium quievit. Urbes olim nobiles Artaxata, Artemita, & aliæ. Turcomanni, gens Tartarica, ſub pellibus habitant, rapinis dediti, indigenæ agriculturam exercent.

§. XII.

De Albania, Iberia, & Colchide.

Albania. XXXIV. ALbania & Iberia nunc appellantur *Georgia*, Colchis verò *Mengrelia*. Adhærent Armeniæ Majori verſus Septentrionem, inter Caſpium & Ponticum Mare. Albania eſt pars Georgiæ orientalis, inter Mare Caſpium ſive Hircanum, & Iberiam. In ea eſt fluvius Cyrus.

Iberia. XXXV. Iberia eſt pars Georgiæ occidentalis, inter Albaniam & Colchidem ſita. Georgiani nomen habere dicuntur à D. Georgio, cujus cultui eximiè dediti creduntur. Regio eſt horrida, & montibus aſpera, fertilis tamen. Incolæ ritum ſequuntur Græcorum: diu defenderunt libertatem contra Turcas, quam tandem amiſerunt.

XXXVI. Colchis inter Iberiam & Pontum Euxinum ſita eſt: fluvios habet Phaſin, & Cyanæum: Montes Caucaſum, & Coracem: Urbes olim claras Phaſin & Dioſcuriam, quæ poſtea Sebaſtopolis. Hactenus de Imperio Turcico; nunc ad Perſicum tranſimus. *Colchis.*

CAPUT XXVI.

De illa Aſia parte, quæ complectitur Imperium Perſicum.

I. PErſarum ſive Sophorum in Aſia Imperium ſequitur poſt Turcicum verſus Orientem, & his clauditur finibus. Ab Occaſu Tigri & Euphrate, Niphaticis jugis, & Araxe fluvio, quibus à Turcis ſeparatur: à Septentrione Mari Hyrcano ſive Caſpio, Oxo flumine, & Caucaſo monte, quibus à Tartaris ſecernitur. ab Ortu montibus deſertis, & Indo fluvio, quibus ab India ſemovetur: à Meridie denique Mari ac Sinu Perſico. Longitudo ejus ab Araxis oſtio in Caſpio, ad Indi oſtia in Indico mari, eſt milliarium Germanicorum 460, Italicorum 1840, latitudo ab Ortu ad mare Perſicum milliarium Germanicorum 270. Italicorum 1080. *Perſicum Imperium.*

II. In Perſia his finibus concluſa erant olim hæ regiones: Meſopotamia, Babylonia, Media, Aſſyria, Suſiana, Perſis, Parthia, Aria, Hyrcania, Margiana, Bactriana, Paropamiſis, Arachoſia, Drangiana, Gedroſia, & Carmania. De his ordine agemus.

§. I.

De Meſopotamia, & Babylonia.

III. MEſopotamia jacet inter Euphratem & Tigrim, unde & nomen traxit, quaſi μέση τῶν ποταμῶν, id eſt, media inter fluvios. Nunc in duas dividitur partes, quarum una appellatur *Aldulu*, altera *Diarbech*. Clauditur ab Occaſu & Meridie Euphrate, quo à Syria & Arabia; ab Ortu Tigri, quo ab Aſſyria ſeparatur; à Septentrione Armenià Majore. Urbes olim præclaræ erant Edeſſa, Niſibis, & Seleucia Meſopotamiæ ad confluentem Tigris & Euphratis, jam antè dicta Carræ, Craſſi clade memorabilis. Urbes nunc celebriores ſunt Orfa, Caraemit, Merdin, & Moſo. *Meſopotamia.*

IV. Babylonia, quæ nunc *Caldar* appellatur, clauditur à Septentrione Euphrate, ab Ortu Tigri, à Meridie Perſico mari & montibus Arabiæ Deſertæ, ab Occaſu iiſdem montibus & Euphrate. In hac Provincia erat Chaldæa regio. Urbium clariſſima Babylon Chaldæorum quondam Caput, & à Semiramide in ſedem Regni Aſſyrii condita, nunc in exiguis ruinis extincta quaſi jacet, perpetui belli inter Perſas ac Turcas cauſa. Secunda ab hac eſt Urchæa, quæ Ur-Chaldæorum in ſacris litteris appellatur. *Babylonia.*

§. II.

De Media, Aſſyria, & Suſiana.

V. MEdia, quæ *Servan* hodie dicitur, habet ab Occaſu Armeniam Majorem; à Septentrione Mare Caſpium ſive Hyrcanum, ſic dictum à Caſpiis & Hircanis accolis; ab Ortu Hyrcaniam, & Parthiam, à Meridie Perſidem. Urbium notiſſimæ erant, Ecbatana, Arſacia, Cyropolis, Europus. *Media.*

Nunc

Nunc celebriores urbes ſunt Tauris, Casbin, Turcoman, Ardovil, Sumarcha, Eres & aliæ. Tauris creditur eſſe Ecbatana; ejus ambitus eſt ſexdecim milliariorum, ſed ſine muro, incolas numerat ducennes mille; erat olim Sophorum ſedes, ſed capta poſtea à Turcis. Casbin nunc eſt ſedes Sophorum, & creditur eſſe Areaſia. Fluvii celebres Mediæ ſunt Cambyſes, Cyrus, Mardus: Muntes Coronus, Orontes.

Aſſyria. VI. Aſſyria, pars *Cuſiſtan*, jacet inter Mediam, Meſopotamiam, & Suſianam. Fluvii in Tigrim defluentes, Lycus, Caprus, & Gorgus. Urbes inſigniores Ninus, quæ Ninive in ſacris litteris appellatur, à Nino condita; Cteſiphon Parthorum regia; & Arbela, quondam vicus, ubi Darium vicit Alexander Magnus. Plana eſt Provincia, ideoque cœlo contemplando opportuna; qua de cauſa Aſſyrii Aſtronomiam condiderunt.

Suſiana. VII. Suſiana, pars altera *Cuſiſtan*, clauditur inter Aſſyriam, Babyloniam, ſinum Perſicum, & Perſidem. Urbes claræ erant Suſa, & Tariana.

§. III.

De Perſide, Parthia, Aria, & Hyrcania.

VIII.

Perſis. PErſis, quæ nunc *Farſi*, aut *Farſiſtan* appellatur, habet à Septentrione Mediam, ab Occaſu Suſianam, à Meridie Sinum Perſicum, ab Ortu Montes & Deſerta. Metropolis eſt Sira, urbs ampla & elegans, quæ olim Perſepolis dicebatur, eratque Imperii Perſici Caput.

Parthia. IX. Parthia, nunc *Iex*, ſequitur poſt Perſidem verſus Septentrionem. Urbes in ea nunc claræ ſunt Caſſau, Sembran, Tetacan, Amadan, & aliæ multæ: ſed omnium famoſiſſima, caputque Parthiæ eſt Iſpaham, quæ olim Hecatompylos à centum portis dicebatur.

Aria. X. Aria, nunc *Diargument*, adhæret Parthiæ verſus Septentrionem. Urbes olim nominatæ, Alexandria, & Bitana; nunc Metropolis regionis eſt Eri, quam Perſæ *roſarum urbem* appellant à roſarum copia.

Hyrcania. XI. Hyrcania, nunc *Meſandaran*, jacet prope Mare quod ab ipſa Hyrcanum appellatur. Caput regionis olim, & nunc etiam, eſt Hyrcana urbs municiſſima.

§. IV.

De Margiana, Bactriana, Paropamiſi, & Arachoſia.

XII.

Margiana. MArgiana, nunc *Ieſelbas*, contermina eſt Hyrcaniæ Orientem verſus, habens ad Septentrionem Oxum fluvium, ac Tartaros. In ea eſt deſertum Bigul, & lacus Maru. Caput regionis erat Antiochia Margianæ, antea Alexandria, nunc Indion dicta.

Bactriana. XIII. Bactriana, nunc *Coraſan*, adjacet præcedenti verſus Orientem & Meridiem. Ampla eſt regio, at maxima ex parte deſerta, & arenis obruta, unde viatores noctu ſtellis ducibus iter conficiſit. Urbes regiæ olim duæ erant, Bactra, & Ebuſmi. Bactra eſt Avicennæ, & Zoroaſtri Magi patria, diciturque nunc ſecundùm aliquos Bocata. Hodie Iſtigias eſt regionis caput.

Paropamiſu. XIV. Paropamiſis, nunc *Sableſtan*, habet Bactrianam ab Occaſu, & Septentrione, cincta fere undique fluminibus inſtar Inſulæ, unde & nomen traxit. Caput regionis nunc eſt Cadahar, olim Carura.

Arachoſia. XV. Arachoſia, nunc *Candahar*, pars præcedentis ad meridiem. Urbes olim erant Arachotus, & Alexandria; nunc Chabul eſt caput regionis.

§. V.

De Drangiana, Gedroſia, & Carmania.

XVI.

DRangiana, nunc *Segeſtan*, adhæret Arachoſiæ verſus Occidentem, Drangiano fluvio, qui nunc *Ilment* dicitur, irrigata, & montibus undiq; clauſa. Urbes quondam inclitæ Ariaſpe, & Prophraſia.

Gedroſia. XVII. Gedroſia, nunc *Guzarate*, & *Circan*, jungitur Drangianæ verſus Meridiem, & Indiæ verſus Ortum. Urbes erant Parſis, Arbis, & Cuni.

Carmania. XVIII. Carmania longiſſimo tractu oſtenditur juxta Indicum Mare à Cambaia uſque ad Perſiam, complectiturque Armutiæ regnum, quod vulgò Ormuz dicitur, ſic dictũ ab Inſula & Urbe Ormuz in ſinu Perſico, quæ urbs eſt ſatis elegans, *Armutia.* emporiumque gemmis atque aromatibus, quæ India, Perſia, & Arabia mittunt, celeberrimum, rebusq; omnibus aliunde importatis abundans, exceptâ aquâ potabili. Incolæ ſunt ex omnibus nationibus & ſectis collecti. Rex Saracenus eſt, olim Perſarum, poſtea Hiſpaniarum Regis, qui arcem in urbe obtinebat municiſſimam, ſtipendiarius, nunc ſui juris. In reliqua Carmania urbes ſunt Kirman, Dulcinda, Goudel, & aliæ. Hæc de Perſico Imperio, nunc ad Indias tranſimus.

CAPUT XXVII.

De India in genere.

I.

India. POſt Perſicum Imperium, Orientem verſus per longiſſimum tractum extenditur India, pars Aſiæ uti maxima, ita nobiliſſima, fœcundiſſimaq; auri, argentique. Nomen accepit ab Indo nobiliſ- *Indus fluvius.* ſimo flumine, quem accolæ quondam Sandum, nunc diverſis nominibus diverſi appellant Hynd, Duil, Inder, & Caercede. Oritur hic in Paropamiſo monte, recipitq; quàm plurimos amnes, interque ipſos Hypaſpen, & Hypaſin, qui Alexandri iter terminavit; & immodicis auctus incrementis evolvitur ſeptem oſtiis in Mare Indicum.

Indiæ termini. II. Iiſdem finibus, quibus olim, India nunc etiam circumſcribitur, nempe ab Occaſu Indo fluvio, quo à Perſico ſeparatur Imperio, à Septentrione Emodis montibus (qui Tauri ſunt portio) quibus à Tartaria removetur; ab Ortu itidem montibus Damaſiis, quibus à China diſterminatur, & præterea Oceano Eoo; à Meridie denique ſuo Mari, quod Indicum appellatur, in quod duo velut cornua longiſſimo excurſu porrigit,

Diviſio. III. Diviſa fuit olim India, & nunc etiam, Gaoge flumine in duas partes, quarum una verſus Occaſum appellatur India intra Gangem, altera verſus Ortum India extra Gãgem Noviſſimi tamen Geographi in novem potiſſimùm partes ſive regiones univerſam Indiam dividunt, quarum nomina ſunt, Cambaia, Narſinga, Malabar, Orixa, Bengala, Pegu, Sian, Camboia, & Mogoris imperium. Hanc nos diviſionem ſequemur, quamvis alia aliis placeat.

§. I.

De Cambaja, & Narſinga, Malabar, & Orixa.

IV. Duobus cornibus Indiam in Oceanum Indicum excurrere diximus. Primum & occidentalius claudirur inter duos ingentes ſinus, Cambajenſem ab Occaſu, Bengalenſem ab Ortu, inſtar Peninſulæ, in cujus extremo eſt Promontorium Comorinum; per mediam verò à Septentrione Meridiem verſus ad Comorinum uſque excurrit longiſſimo tractu Gates mons à Caucaſo ortus. Ad occideotale hujus Peninſulæ latus eſt Indus fluvius. *Comorinum promontoriũ.*

Cambaja V. Cambajæ regnum, ad Indi oſtia ſitum, extenditur utrinque per oram maritimam ad millia paſſuum pluſquàm quingenta, plurimis refertum urbibus, pagis, & populis. Urbium prima eſt Cambaja, omnium Indicarum cultu atq; magnitudine præſtantiſſima, eaque de cauſa Cairum Indiæ vocitata. Regia ſedes eſt Campanel, in edito loco ſeptenis mœnibus cincta. Goa in Inſula Indi poſita, emporii celebritate, agrorum ubertate, incolarum multitudine, ædificiorum magnificentia inſignis urbs, ob munitionis firmitudinem, locique ſitum *clauſtra regni* appellata, ab Hiſpanis poſſeſſa, & in Pro-regis ſedem electa. In eadem Inſula Dio arx, atque in Continenti alia Damano, Hiſpanorum præſidiis cuſtodiuntur, ſicut & Caulo. Celebres quoque ſunt, præter alias, Beder, & Decan urbes, quarum hæc regno quondam nomen dederat, quod deinde occiſo Rege in duas provincias à duobus coojuratoribus fuit diviſum. Cambajæ pars eſt Guzarata Provincia citra Indum, ejuſque præcipua urbs eſt Ardavat Indi ripæ appoſita. *Goa.* *Guzarata.*

Narſinga. VI. Narſinga poſt Cambajæ regnum Meridiem verſus extenditur uſq; ad promontorium Comorinum in ſupradicto Occidentali cornu, duobusque lateribus, Occidentali & Orientali, abluitur mari, vaſtiſſimo circuitu ter mille milliariorum. Potens eſt, rebuſque omnibus abundans. Regiæ ſunt duæ, Narſinga, & Biſnagar. Onor, Batecala, & Maogalor ſunt Luſitanæ dinonis. Cotomandel, & Malia pur ab Indis Chriſtianis habitantur, quarum hæc D. Thomæ ſepulchro clara eſt.

Malabar. VII. Malabar regio in extremitate dicti cornu ſita, regna continet plurima à ſingulis urbibus nominata, nempe Cananor, Calicut, Coulete, Cranganor, Cochin, Coulam, & Travancor. Horum Calecut cætera præſtat, regemq; habet proprium; Luſitani in hac regione tria habent munimenta, unum prope Calecutum, alterum in regno Cananor, tertium in Cochineſi urbe.

Orixa. VIII. Orixæ regnum jacet in ſinu Bengalenſi ſive Gangetico inter Narſingæ & Bengalæ regna. Caput regionis eſt Orixa, ac regia eſt Raniana.

§. II.

De Bengala, Pegu, Sian, & Camboja.

IX. Bengalæ regnum, ad Gangis aliorumque amnium oſtia ſitum, objacet ſinui Gangetico prædicto. Amplum eſt, & multis refertum urbibus, quarum præcipua eſt Bengala celeberrimo Emporio inſignis. *Bengala.*

X. Pegu regnum jacet in Orientali Indiæ cornu, quod aurea Cherſoneſus appellatur. Urbs regia eſt Pegu, totius Indiæ clariſſima, mœnibus munita, ædificiis elegantiſſimis ornata, poſita in Inſula. Regi Pegu ſubjecta ſunt multa alia regna verſus Septentrionem ſita, de quibus §. *ſequenti*. *Pegu.*

XI. Sian ampliſſimum eſt regnum, inter duo maria extenſum in prædicta Cherſoneſo. Urbes celebriores ſunt Sian, Odia, Sincapura, Malaca, & aliæ. Malaca emporium eſt nobiliſſimum, antea à Luſitanis, nunc ab Hollandis occupatum. *Sian.*

XII. Camboja adhæret prædicto regno verſus Orientem. Caput eſt Camboja. *Camboja.*

§. III.

De Imperio Magni Mogoris.

XIII. Enumeratis hactenus Indiæ Provinciis conjuncta ſunt verſus Septentrionem plurima alia regna, nunc à Tartaris occupata. Hi ex Tartaria huc transgreſſi Mogores dicuntur, & eorum Rex Magnus Mogor, cujus regia eſt Delly in confinibus Cambajæ & Narſingæ regnorum. Regna à ſingulis urbibus nominata ſunt Delly, Mandao, Ana, Sangay, Moltam, Chitor, Aracao, & alia multa, quæ ferè tertiam Indiarum partem complecti perhibentur. *Mogoris Imperium.*

XIV. Delly jacet inter Cambajam, Narſingam, & Orixam. Maodao adhæret Cambajæ Septentrionem verſus, olim Amazonum ſedes, quarum adhuc reliquiæ extant: nam annis præteritis antequam ſub Mogoris poteſtatem veniſſet regnum, Regina in publicum prodibat bis mille fœminis equo vectis ſtipata. *Delly.* *Mandao.*

XV. Poſt omnes prædictas Provincias, verſus Meridiem & Orientem ſunt duo alia vaſtiſſima regna, Cocincina, & Tunckinum, quæ olim erant pars Chinenſis imperii, nunc proprios agnoſcunt Reges. *Cocincina Tunckinum.*

CAPUT XXVIII.

De China, ſive Sinarum regione.

I. China, ſive Cina, aut Sinarum regio limites habet ab Occaſu Damaſios montes, quibus ab India hactenus deſcripta, & à Tartaria ſeparatur; à Septentrione Ottozocorum montem, & murum mille ac ducentorum milliariorum inter Ottozocoræ crepidines contra Tartarorum irruptiones exſtructum; ab Ortu Oceanum Sioenſem ſive Eoum; à Meridie eundem Oceanum, & Cocincinam cum Tunckino. Extenditur in latitudinem *China.* *Termini.*

nem à Tropico Cancri uſque ad Parallelum 52, in longitudinem verò à Meridiano 130. uſque ad 160; ampliſſimo certè circuitu, & Europæ univerſæ non minori.

Diviſio. II, Dividitur in 15. ampliſſimas Provincias, quarum quælibet olim regni titulo gaudebat, Regemque peculiarem habebat. Provinciæ dividuntur in Auſtrales, & Boreales. Auſtrales ſunt 9. Cantō, Quamſi, Yunuam, Fuckien, Kiamſi, Suchuem, Utquam, Chekiam, Nankim. Boreales ſunt 6 Honam, Xemſi, Kianſi, Xantum, Pekin, Leaotum. Auſtrales irrigantur frequentiſſimis fluviis, iisque tam latis, ut res in adverſa ripa exiſtentes vix percipi viſu, nedum diſcerni diſtinctè queant. Omnes ſunt navigabiles, omnes innumeris repleti navigiis.

Frequentia urbium & populorum. III. Tam referta eſt China urbibus, oppidis, pagis, caſtellis, ut quaquaverſum procedas, magno numero occurrant, & alicubi continuari inter ſeſe longo tractu videantur. Incolarum frequentia omnem fidem excedere videtur: reperti ſunt in recenſione quadam homines populares 58055180, præter mulieres, pueros ac puellas, Eunuchos, & litterarum armorumq; Profeſſores, quorum infinitos quaſi numerus eſt. Fructuum, florum, volucrum, piſcium, animalium omnis generis, rerum ad victum, atq; ad delicias incolarum tanta eſt varietas, præſtantia, copia, ut quidquid ubivis terrarum ſparſum eſt, ibi congeſtum in unum à munifica Dei liberalitate diceres, ſi uvas excipias, quæ in ſola Provincia Xemſi copioſæ, alibi raræ producuntur. Habitatores ingenioſi admodum, & induſtrioſi ſunt; Typographiæ artem, & tormentorum bellicorum uſum ante nos repererunt.

Urbes. IV. Urbes Chinenſum, quas frequentiſſimas eſſe diximus per univerſam regionem, munitæ ſunt mœniis & foſſis, diuque ac noctu cuſtodibus per muros & plateas diſpoſitis diligentiſſimè cuſtodiuntur. Amplitudo earum ex eo conjicitur, quòd Canto, una ex mediocribus, duodecim amplius milliaria in circuitu amplecti dicatur. In Provincia Nankim urbs eſt ejuſdem nominis, quæ olim regia erat, duplici cincta muro, interiori & exteriori: interioris circuitus eſt 18. milliariorum, exterior equeſtri itinere vix bidui ſpatio confici poteſt.

V. Totum Chinenſe Imperium, cum ſingulis Provinciis elegantiſſimè deſcripſit, & in æs incidi curavit Amſterodami P. Martinus Martini, cùm nuper Anno 1654. è China reverſus fuiſſet, quam & nunc iterum attigit. Paulò antèquàm dictus Auctor è China diſcederet, Tartari perrupto muro invaſerunt regnum, & nunc totum occuparunt. Tragœdiam deſcribit idem Auctor Libello *de Bello Tartarico.*

CAPUT XXIX.

De Tartaria.

Tartaria. I. AMpliſſimum eſt hodie Tartarorum Imperium, nec Aſia contentum, in Europam etiam extenditur, ubi Tauricam poſſident Cherſoneſum, aliasque regiones Boriſthene, & Tanai concluſas, quas in Europa ſub nomine Tartariæ Minoris deſcripſimus. Nomen accepit Tartaria à flumine Tartar, qui Orientalem regionem irrigans effunditur in Mare Septentrionale. Aſiaticæ Tartariæ, de qua hîc, limites ſunt, à Septentrione Oceanus Scythicus, qui nunc Tartaricus dicitur; ab Oriente Fretum Anian, Oceanus Sericus & Chinenſis; à Meridie Chinenſis murus & Indiæ regiones, cum parte regni Perſici; ab Occaſu ejuſdem regni Perſici pars, Mare Caſpium, Turcicum & Moſcoviticum imperium. *Limites.*

II. Intra hos fines olim, antequam Tartarorum nomen inclareſceret, erant Sarmatia Aſiatica, Scythia Aſiatica, Serica, & Sogdiana. *Sarmatia Aſiatica.* Sarmatia Aſiatica claudebatur fluminibus Tanai & Volga, Maribus Hyrcano & Pontico, Montibus Corace & Caucaſo. *Scythia Aſiatica.* Scythia Aſiatica fines habebat ab Occaſu eoſdem quos Aſia; à Septentrione Mare Scythicum ſive Concretum ad Tabin uſque promontorium; ab Ortu Sericam & Chinam; à Meridie Indiam & Perſiam uſque ad Mare Caſpium. *Serica.* Serica erat extrema Tartariæ ad Eoum mare pars, & nunc *Cataja* regio appellatur. *Sogdiana.* Sogdiana regio, nunc *Verage*, in finibus Perſici Imperii ad Mare Caſpium jacet.

III. In Sarmatia Aſiatica habitabant Amazones bellicoſiſſimæ mulieres, orbisque olim terror, quæ oblitæ ſexus fragilitatem occuparunt Aſiam Minorem, multaſque vicinas provincias. Scythia in duas dividebatur partes: quæ Occaſum ſpectat, Scythia intra Imaum montem; quæ Ortum, Scythia extra Imaum dicebatur.

Tartariæ Aſiaticæ diviſio. IV. Tartaria Aſiatica dividitur nunc in quinque potiſſimùm partes, quarum nomina hæc: Tartaria Deſerta, Tartaria Zagataja, Turkeſtan regnum, Magni Cham Imperium, & Tartaria Vetus. Harum quælibet in multas alias dividitur partes, quas Tartari *Hordas* vocant.

Tartaria Deſerta. V. Deſerta Tartaria inter Tanaim, Volgam, Jaxartem amnes, Tapyros, Sebyos, Imaumque montes ſita complectitur partem Sarmatiæ Aſiaticæ, partemque Scythiæ intra Imaum montem. Hordæ ejus præcipuæ, pleræque ab oppidis nominatæ, ſunt Zavolhenſis (quæ & Bulgarorum Tartarorum eſt Horda) Caſanenſis, Nagajenſis, Tumenſis, Coſachenſis, Aſtracanenſis, & aliæ Moſcovitarum imperio nunc ſubjectæ, exceptâ Tumenſi, quæ Magno Chani paret. Aſtracanenſis Hordæ caput eſt urbs Aſtracham, prope oſtia Volgæ, ſalinis atque emporio clara, & mercatoribus ex Moſcovia, Turcico imperio, & Perſia confluentibus frequentata. Dextræ Obii ripæ, circa mediam fluminis partem, appoſita eſt urbs, magnitudine & incolarum numeroſitate ingens, Guſtrina.

Zagataja. VI. Zagataja Tartaria adhæret Deſertæ ad Meridiem, habens à Septentrione Jaxartem fluvium; ab Ortu Turcheſtan regnum, à Meridie Perſicum Imperium, ab Occaſu Mare Hyrcanum. Hæc eſt agro, oppidis, incolis cultior ac nobilior cæteris Tartariæ partibus. Caput regionis, ac ſedes Regum eſt Samarcanda, urbs ingens, & totius olim Tartariæ Metropolis, Tamburlane bellicoſiſſimo Tartarorum Imperatore nunc celebris, qui Anno 1397. vicit Bajezetum Ottomannum, eumque aureis vinctum catenis, & caveæ incluſum ferreæ, per totam circumduxit Aſiam. Eſt inibi Zahaſpa ad oſtia Oxi, & Bihent in mediterraneis, utraque ſat clarum emporium.

Turkeſtan. VII. Turkeſtam, veterum Sacarum regio, ſequitur maximè verſus Ortum, cujus incolæ ſatis

civiles,

civiles, & culti. Hîc veteres portas Caſpias poſuerunt.

Imperium Magni Cham. VIII. Magni Cham imperium occupat majorem partem Scythiæ extra Imaum, partem Scythiæ intra Imaum, & Veterem Sericam, continetque regna Catajæ, Tungut, Tainfu, & provincias Tenduc, Camul, Tebet, & alias. Incipit à Tartaria Deſerta, & extenditur ad Tabin uſque promontorium, & fretum Anian. *Cataja.* Catajæ regnum eſt opulentiſſimum, urbibusque & populis refertiſſimum. In eo eſt Cambul, regia ſedes & Caput totius imperii Magni Cham, 24. milliaria ambitu comprehendens; quam duodecim ſuburbia, juxta numerum portarum circumjacent. *Tenduc.* Tenduc provincia magni ac potentis Regis Presbyteri Joannis (quod nomen poſtea Abiſſinorum Regi in Africa per errorem datum fuit) quondam regnum erat. Nota hîc, etiam Chinenſe regnum vocari ab aliquibus Catajam.

Tartaria Vetus. IX. Tartaria Vetus poſtrema eſt univerſæ Tartariæ pars Orientem verſus & Septentrionem. Dicitur Vetus Tartaria, quia ex ipſa Tartarorum gens originem trahit, ut ſuprà diximus. Provinciæ & Hordæ in ea plurimæ ſunt, ſed vix nomine tenus notæ. Inter reliquas creduntur eſſe regiones Gog, & Magog.

CAPUT XXX.

De Inſulis circa Aſiam.

Lateri boreali Aſiæ aut nullæ, aut nullius conſiderationis adjacent Inſulæ; reliquis verò lateribus plurimæ, de quibus ordine, incipiendo ab Oriente.

§. I.

De Inſulis Iaponicis.

Japonica Inſula. I. Chinæ verſus Orientem adjacent Inſulæ Japanicæ plures numero, in Orientali Oceano diſperſæ, Italiâ universâ haud minores, quippe quæ in longitudine ab Occaſu hyemali verſus Ortum æſtivum complectuntur milliaria 900, in latitudine verò maxima milliaria 150, in minima 100. Inſularum prædictarum tres ſunt præcipuæ, diviſæ in regna 66. *Prima*, & maxima, aliisque orientalior, nobilior, opulentior, potentiorq; appellatur Xingocù, alioque nomine Nifoni Dividitur in regna 53. in ea eſt Meacum, Japoniæ umbilicus, & Metropolis, quæ olim 20. milliaria in longitudine, 9. in latitudine colligebat, nunc ſolùm tria in longitudine complectitur: in eadem ſunt Amangucci, Sacai, & Ozaca. *Secunda* eſt Saicocu, quæ communiter Ximo appellatur, diviſa in 9. regna: hęc omnium prima recepit fidem Chriſti à S. Franciſco Xaverio ibidem ſeminatam Anno 1549. urbes in ea ſunt præcipuæ Funai, Uſurhi, Cangoxima, Facata. *Tertia* eſt Xicocu, diviſa in 4. regna.

Iezo. Corea. II. Japonicis Inſulis ad Boream adjacet Inſula Jezo; verſus Sericam verò regionem eſt Corea, quæ an Inſula ſit, vel Continens, non conſtat certò.

§. II.

De Inſulis Philippinis, & Moluccis, & aliis nonnullis.

III. In orientali Oceano inter Aſiam & Americam innumeræ ſparſæ ſunt Inſulæ (undecim millia dicuntur eſſe,) inter quas pręcipuæ ſunt quas Philippinas & Moluccas appellant; quamvis alii omnes univerſim Philippenſes vocent, à Philippo II. Hiſpaniarum Rege.

IV. Moluccæ jacent ſub Æquatore, ſuntque quinque præcipuæ, Ternare, Tidor, Motir, Machian, & Bachian. *Moluccæ.* *Tidor* eſt ſeptentrionaliſſima, latitudinem habens ſeptentrionalem unius ferè gradus, longitudinem verò graduũ 168. *Ternate* tam exiguo intervallo diſtat à Tidor, ut tormenti bellici exploſione de littore in littus trajici poſſit. *Machian*, & *Bachian* auſtraliſſimæ ſunt. Omnes ſunt exiguæ, & maxima vix habet ambitum ſex millium paſſuum. Inter has diſperſæ jacent aliæ minores, ut Mittera, Hæry, &c. Aromata producunt varia, nuces myriſticas, maſtichen, lignum aloes, ſantalum, Zingiber, piper, & præcipuè gariophyllum ſine ulla cultura. Arundines etiam in tanta ibi mole excreſcunt, ut doliorum vicem expleant. Viſuntur paſſim ignivomi montes. Inſulæ Moluccæ primùm à Caſtellanis ſunt aditæ, & poſt acrem inter Portugalliæ & Caſtellæ Reges controverſiam, denique cum Portugalliæ regno ad Caſtellanos devenerunt. Nonnullas ſuperioribus annis occuparunt Belgæ, & arcibus firmarunta

V. Sunt qui Moluccis adnumerant Gilolo, Celebes, Amboin, Bandan, Timor. & Borneo. Gilolo & Celebes ab Æquatore ſecantur; reliquæ ad Meridiem vergunt. Gilolo eſt una ex Inſulis quas vulgò nuncupant *del Moro*, & ejus magnitudo eſt veluti dimidiæ Italiæ. Borneo eſt omnium maxima, & ditiſſima. Celebes ſunt plures numero. Bandan etiam ſunt ſeptem circiter.

VI. Philippinæ Inſulæ, ſic dictæ à Philippo Hiſpaniarum Rege, ſunt complures. *Philippinæ.* Ptolomęus eas vocat *Bornſſas*. Præcipuæ ſunt Luconia, Mindanao, & Tandair, quæ ſingulari nomine Philippina vocatur, eſtque cæteris præſtantior & amœnior. In Mindanao eſt urbs Manila ab Hiſpanis condita. Jacent omnes inter Japonicas & Moluccas. Supra Moluccas Orientem verſus eſt Ceiran Inſula: & adhuc magis verſus Orientem ſunt aliæ, quas Hiſpani *Islas de las Velas* apellant.

§. III.

De Inſula Sumatra; & aliis vicinis.

VII. Sumatra, omnium Aſiaticarum Inſularum maxima, jacet è regione aureæ Cherſoneſi (à qua anguſto dividitur freto) ſub ipſo Æquatore, circuitu milliariorum bis mille & centum. *Sumatra ſeu Taprobana.* Creditur, pleriſq; Taprobana Ptolomęi. Scinditur variis fluminibus, paludibus, ſylvis. Producit inter alia piper magnâ copiâ, nec non aurum, ſtannum, & alia mineralia. Montem habet perpetuis ardentem flammis. Abundat Elephantibus ſolitò majoribus, & bello aptioribus. Dividitur in varia regna,

quorum

quorum octo ſunt opulentiora & pleraque à Mauris occupata.

VIII. Verſus Occaſum Sumatræ ſunt Inſulę, quas aureas vocant, cum multis aliis Septentrionem verſus.

§. IV.

De Zeilan, & Inſulis Sinus Bengalenſis.

Zeilan. IX. IN Bengalenſi ſinu quàmplurimæ diſperſæ ſunt Inſulæ, quas inter maximè celebris eſt Zeilan, reliquæ vix alicujus ſunt nominis. Zeilan jacet ad Ortum Comorini promontorii, non procul ab Æquatore, à quo declinat gradibus vix decem verſus Boream. Cœlo gaudet tam temperato, aëre tam ſalubri, rerum abundantiâ, fructuum ſuavitate tali, ut in ea paradiſus terreſtris fuiſſe credatur ab aliquibus. Abundat gemmis omnis generis. Dividitur in novem regna. In ea Luſitani ædificarunt arcem.

§. V.

De Inſulis ſinus Cambajenſis.

Inſulæ Cambajenſis Sinus. X. IN Cambajenſi ſinu, diſſeminatæ ſunt innumerabiles penè Inſulæ, inter quas eſt Dius, Bazainum, Goa, Anchiduia (in quibus omnibus Portugallenſes munitiſſimas habent arces) & Maldivæ numero plùs mille. Abundant palmis ac dactylis præſtantiſſimis, & minutis conchyliis miri ſplendoris, quæ palmeis piſcantur vetriculis.

§. VI.

De Inſula Cypro.

Cyprus. EMenſi ſumus Oceanum circa Aſiam, nunc Sinum Arabicum ac Iſthmum trajiciamus, & Inſulas in Mediterraneo ad Aſiam ſpectantes adeamus. Harum duæ ſunt, Cyprus, & Rhodus.

XI. Cyprus, Inſula nobiliſſima, poſita eſt in Mari Mediterraneo inter Ciliciæ & Syriæ littora in medio ſinus Iſſyci, reſpiciens à Meridie Ægyptiacum pelagus, ab Ortu Syriacum, à Septentrione Cilicium, ab Occaſu Pamphylium. Diſtare dicitur à Syria milliaribus centum, ab Alexandria Ægypti trium vel quatuor dierum velifico curſu, totidem à Rhodo Occaſum verſus, à Cilicia milliaribus 60. Longior eſt quàm latior: longitudo ab Ortu in Occaſum protenditur. Circuitus varius ponitur ab Auctoribus, & ab aliquibus ad 650. milliaria extenditur. Promontoriis plurimis excurrit in mare, inter quæ Drepanum, nunc *Trepano.* Olim novem clara erat regnis, & urbibus pluribus, quas inter erat Paphus nova, Paphus vetus, Cithera, Citrias, Amathus, Ceraunia. Nunc celebres ſunt Nicoſia, & Famaguſta. Inſula poſt Romanos, Ægyptios, & Conſtantinopolitanos, fuit diu ſub propriis ducibus primùm, deinde ſub regibus, demum ſub Venetis, nunc eſt ſub Turcis, qui Anno 1570. Venetis eam eripuerunt.

§ VII.

De Inſula Rhodo.

XII. RHodus etiam in Mari Mediterraneo eſt ſita, diſtans ab Aſiæ littore milliaribus 20. Cælo gaudet temperatiſſimo, & rebus abundat omnibus. Urbem habet ejuſdem nominis fortiſſimam; quam unà cum Inſula Equitibus S. Joannis eripuit Solimannus Anno 1522. In hac Inſula fuit Coloſſus Solis, inter ſeptem Miracula Mundi numeratus. *Rhodus.*

SECTIO IV.

Regionum Africanarum, Americanarum, Borealium, & Auſtralium peculiaris deſcriptio.

QUæ ſuprà in Sectione prima diximus de regionibus Africæ, Americæ, Terræ Borealis, & Terræ Auſtralis in genere, talia ſunt, ut ſatis diſtinctam Geographicam notitiam earum rerum, quæ in illis continentur, Geographiæ ſtudioſo ingenerent: alia enim quæ ab aliis adduntur, Hiſtorica potiùs ſunt, quam Geographica. Quare nè actum agam, de iis fuſiùs tractare ſuperſedeo, & ad Geographiæ noſtræ Partem tertiam, quæ de Terraquei Globi Dimenſione eſt, progredior.

PARS III.

De Terraquei Globi Dimenſione.

AD Terraquei Globi dimenſionem peragendam, ſciendum priùs quid in illo menſurandum, quâ menſurâ, & quomodo. Menſurandum *igitur primùm eſt ambitus maximi circuli in globo Terraqueo; deinde ambitus Parallelorum Æquatoris in iiſdem menſuris circuli maximi; item cujuslibet regionis vel loci latitudo ac longitudo, duorum aut plurium locorum à ſe invicem diſtantia, Zonarum & Climatum amplitudo, aliaque ſimilia. Tametſi verò ex perimetro circuli maximi veniri facilè queat in cognitionem ſemidiametri ac diametri, convexitatis, & ſoliditatis ejuſdem Terraquei globi, ut vidimus* lib. 7. par. 2. cap. 5; *ea tamen conſideratio non ad Geographum, ſed ad Geometram pertinet.* Menſuræ *in hoc negotio uſitatæ ſunt pedes, paſſus, ſtadia, milliaria Italica, Leucæ, & milliaria Germanica communia. De his omnibus aliquid diximus initio* Libri 6. *Conſtat autem, ut vidimus* Lib. 7. loco cit. *gradus unus circuli maximi Terraquei milliaribus Italicis 60. Germanicis communibus 15. Addo nunc, gradum unum ejuſdem circuli continere milliaria Anglica 75. Scotica 50. Scandica 10. Ruſſica 80. Leucas Gallicas & Hiſpanicas 25. Modus menſurandi ex dicendis patebit.* Terraquei globi dimenſio.

Prob-

ter ita totos Æquator A E C 360. grad ad totum Parallelum F G H.

Hac artificio conſtructa eſt tabula, quæ omnium Parallelorum ab Æquatore uſque ad polum per ſingulos Meridiani gradus ductorum proportio & valor in gradibus Æquatoris exprimitur; quam paulò pòſt dabimus.

Problema V.

Cujuſque Paralleli gradus quotcunque in milliaria convertere.

Parallelorū gradus in milliaria cōvertere. QUia gradus Parallelorum minores ſunt quàm gradus Æquatoris, ut diximus; ſequitur quòd uni gradui ipſorum pauciora milliaria reſpondeāt, quàm uni gradui hujus. Reducendi ergo ſunt gradus parallelorum in milliaria aliter, quàm gradus Æquatoris. Modus facilis hic eſt. *Inquire*, per præcedens Probl. *quot gradibus Æquatoris integra circumferentia Paralleli dati reſpondeat; & gradus ac ſcrupula inventa converte in milliaria*, per Probl. 3. *Deinde, Fiat ut gradus 360. ad numerum milliar. inventum, ita gradus dati ad alium; quotus dabit milliaria quæſita.* EXEMPLUM. Parallelus diſtans ab Æquatore grad. 48. 34′. æquivalet gradibus Æquatoris 238. 13′. Hæc ducta in 15. producunt mill. Ger. 3573. 15′. Fiat igitur, ut gradus 360 prædicti Paralleli, ad milliaria 3573. 15′. ita gradus 1. ad aliud; invenies milliaria 9 $\frac{55}{60}$ uni gradui correſpondere.

Tabula reductorum Parallelorum ad gradus Æquatoris; & valoris ſingulorum graduum eorundem in milliaribus Germanicis.

Tabula Parallelorū reductorum ad gradus Æquatoris.

Parallelus.	Valor Æquin. Min.	Valor Æquin. Sec.	Valor Milliar. Mill.	Valor Milliar. Scru.
1	59	59	14	59
2	59	57	14	58
3	59	55	14	57
4	59	49	14	57
5	59	46	14	56
6	59	40	14	55
7	59	33	14	53
8	59	24	14	51
9	59	15	14	48
10	59	5	14	46
11	58	53	14	43
12	58	41	14	40
13	58	27	14	37
14	58	13	14	33
15	57	57	14	29
16	57	40	14	25
17	57	22	14	21
18	57	3	14	16
19	56	43	14	11
20	56	22	14	6
21	56	0	14	0
22	55	37	13	54
23	55	13	13	48
24	54	48	13	42
25	54	22	13	36
26	53	55	13	29
17	53	27	13	24
28	52	58	13	15
29	52	28	13	7
30	51	57	12	59
31	51	25	12	51
32	50	52	12	43
33	50	19	12	35
34	49	44	12	26
35	49	8	12	17
36	48	32	12	8
37	47	55	11	59
38	47	16	11	49
39	46	37	11	39
40	45	57	11	29
41	45	16	11	19
42	44	35	10	58
43	43	52	10	36
44	43	9	10	25
45	42	29	10	14

Parallelus.	Valor Æquin. Min.	Valor Æquin. Sec.	Valor Milliar. Mill.	Valor Milliar. Scru.
46	41	40	10	25
47	40	55	10	14
48	40	28	10	2
49	39	21	9	50
50	38	34	9	38
51	37	45	9	26
52	36	56	9	14
53	36	6	9	2
54	35	16	8	49
55	34	24	8	36
56	33	33	8	23
57	32	40	8	10
58	31	47	7	57
59	30	54	7	43
60	30	0	7	30
61	29	5	7	16
62	28	10	7	2
63	17	14	6	48
64	26	18	6	34
65	25	21	6	20
66	24	24	6	6
67	23	20	5	52
68	22	28	5	37
69	21	30	5	23
70	20	31	5	8
71	19	32	4	53
72	18	32	4	38
73	17	32	4	23
74	16	32	4	8
75	15	31	3	53
76	14	30	3	38
77	13	29	3	22
78	12	28	3	7
79	11	26	2	52
80	10	25	2	36
81	9	23	2	21
82	8	21	2	51
83	7	18	1	50
84	6	16	1	34
85	5	13	1	18
86	4	11	1	3
87	3	8	0	47
88	2	5	0	31
89	1	2	0	16
90	0	0	0	0

Annotatio.

Tabula exhibet ſolùm gradus integros; quibus ſi adhærent ſcrupula, adhibenda eſt pars proportionalis modo ſimili illi quem explicavimus l. 4. propoſit. ultima. *Rem exemplo declaremus. Sit datus Parallelus grad. 48. 34′. ab Æquatore diſtans; cupio ſcire quot milliaria uni ejus gradui reſpondeant. Quæro in tabula Parallelum 48 & 49. & video priori reſpondere mill.* 10. 2′. *poſteriori mill.* 9. 50′. *Differentia eſt grad.* 0. *min.* 12. *Dico ergo: Minuta* 60. *dant ſcrupula mill.* 12. *quid dant minuta* 34? *Factâ operatione per Regulam Trium proveniunt min.* 6′. 38″. *abjiciendo à milliaribus* 10. 2′. *Simili ratione invenitur, quot gradus Æquatoris reſpondeant prædicto Parallelo.*

Problema VI.

Longitudinem uniuscujusque loci, itemque differentiam longitudinum diverſorum locorum invenire.

Longitudinem locorum invenire. EX dictis *lib.* 7. conſtat, eclipſes luminarium, aliaque cœli phænomena, quæ eodem momento temporis contingunt, & obſervantur in pluribus locis Terræ, orientalibus populis tardiùs apparere quàm occidentalibus, quia illis citiùs incipit dies ac nox, meridies ac medinoctiũ, quàm his: adeo ut iis qui 15. gradibus in Æquatore terreſtri aut ejus Parallelo aliquo numeratis removentur à loco aliquo verſus Orientem, contigant omnia prædicta tardiùs unâ integrâ horâ; iis verò qui 15. gradibus removentur ab eodem loco verſus Occidentem, unâ horâ citiùs eadem accidant. Quare ſi phænomenum aliquod viſitur apud nos horâ, v. g. 2. apud Orientaliores 15. gradibus videtur horâ 3. & apud Occidentaliores totidem gradibus, horâ 1. Ex quo ſequitur viciſſim, ut ii, quibus unâ horâ citiùs aut tardiùs prædicta contingunt, remotiores ſint o obis verſus Orientem aut Occidentẽ 15. gradibus; quibus verò quatuor horæ ſcrupulis citiùs aut tardiùs contingunt, remotiores ſunt 1. gradu; quibus denique uno horę ſcrupulo contingunt citiùs aut tardiùs, ſint remotiores 15. horæ minutis. Hoc ſuppoſito, plurimi tradũtur modi inveniendi longitudines locorum quorumlibet, longitudinumque differentias, quorum aliquos recenſebo.

Primus modus per eclipſes. Obſervetur à duobus, quorum unus exiſtat ſub primo Meridiano, alter magis verſus Orientem aut Occidentem, eclipſis alicujus initium, aut mediũ, aut finis, quàm accuratiſſimè *per Probl.* 18. *lib.* 9. *par.* 2. ſimulq; notentur hora ac horæ partes ſexageſimæ ex ſtellæ alicujus altitudine deductæ, aut alio quovis modo præciſè cognitæ; differentia enim temporis converſa in partes Æquatoris, *per dicta lib.* 11. *cap.* 1. §. 3. dabit longitudinem quæſitam. Si notam habeas longitudinem alicujus loci tuo magis orientalis aut occidentalis, ſciasq; aut ex Ephemeridib⁹, aut ex alterius obſervatione, quâ horâ in illo contingat eclipſis, & notes quâ horâ contingat eadem in tuo loco, temporisque differentiam convertas in gradus & minuta Æquatoris; habebis differentiam longitudinum tui & alterius loci: hanc ſi longitudini ſeu diſtantię à primo Meridiano alterius loci addideris, aut ſubtraxeris; habebis longitudinem tui loci. EXEMPLUM. Contingit eclipſis initiũ, aut medium, aut finis, in loco aliquo ſub primo Meridiano conſtituto horâ 10. in tuo verò loco magis orientali horâ 12. aut magis occidentali horâ 8. differentia temporis eſt duarum horarum; tuus ergo locus, & conſequenter tuus Meridianus diſtat à primo 30. gradibus verſus Orientem, aut Occidentem, ac proinde longitudo tui loci erit aut 30 aut 330. graduũ. ALIUD. In hoc cujus longitudo eſt 36. graduum, contingit eclipſis horâ 8. in tuo loco orientaliori aut occidentaliori horâ $8\frac{1}{2}$, aut $7\frac{1}{2}$; differentia temporis eſt dimidia hora: ergo longitudo tui loci erit vel grad. 43. 30′. vel grad. 28. 30′. *In hoc porrò negotio alii præferunt eclipſes Lunæ, alii verò eclipſes Solis. Et licèt utrobiq; negotium ſit lubricum, aptiores tamen ſunt eclipſes Lunæ.*

Secundus Modus per Horologium automatum. Diſcedens à primo Meridiano, aut à quovis loco alio cognitæ longitudinis, diſce exactè horam ac horæ minutiam cœlo deductam, & horologium aliquod automatum ac portatile, quod horas aut rotarum circumvolutione, aut pulveris aquævè lapſu exactiſſimè monſtret, & motum regularem in itinere ſemper ſervet, eumq; nec ſuccuſſatione, nec aëris mutatione variet, apta ut eandem horam oſtendat: Deinde in quovis alio loco conſtitutus, cujus longitudinem ſcire cupis, inſpice horologium, & ſimul horam tunc labentem è cœlo deductam obſerva. Si horologium automatum oſtendit illam eandem horam, quam cœlum monſtrat; erit uterque locus ſub eodem Meridiano, ille nimirum à quo diſceſſiſti, & hic ad quem perveniſti. Si verò horologium portatile plures horas aut minutias oſtenderit, quàm quæ in ſecundo loco obſervantur è cœlo; erit locus ſecund⁹ occidentalior illo à quo diſceſſiſti: ſi pauciores; erit orientalior. Differentiam temporis ſi reduxeris ad gradus & minuta Æquatoris, habebis & differentiam longitudinum, & ipſam longitudinem à primo Meridiano. *Sed quam lubricum ſit hoc etiam negotium, nemo non videt, cùm & ſuccuſſatio, & aeris mutatio, & multa alia quorumcunque horologiorum hactenus excogitatorum motum reddant irregularem.*

Tertius Modus per eclipſes Satellitum Iovis. Quatuor illæ ſtellulæ erraticæ, quæ circa Jovem per Tuboſpicillum conſpiciuntur (*quarum meminimus* lib 7. *& fusè de iis tractabimus in Prodromo Mundi Mirabilis, & in ipſo Mundo Mirabili*) ſuos circa Jovem circuitus ita peragunt, ut ſupernè frequenter in ejus umbram incidant, & eclipſin patiantur. Si itaque hujuſmodi eclipſes accuratè in duobus locis obſerventur, quorum unius longitudo ſit cognita; venietur in cognitionem longitudinis alterius, modo jam dicto.

Problema VII.

Regionis alicujus latitudinem & longitudinem determinare in gradibus, & milliaribus.

Longitudinem & latitudinem determinare. *INquire latitudinem ac longitudinem tam principii, quàm finis regionis, minoremque à majori ſubtrahe; reſiduum erit latitudo ac longitudo quæſita.*

quæſita in gradibus. Latitudinem multiplica per 15. aut 60, & habebis eandem in milliaribus Germ. & Italicis. Pro longitudine inquire Parallelum per mediam regionem tranſeuntem, eumque converte in gradus, Æquatoris gradibus æquivalentes, per Probl. 4. & *gradus inventos converte in milliaria ut antea.* Exempla tu ipſe formato.

Problema VIII.

Diſtantiam itinerariam locorum in milliaribus inveſtigare ex datis longitudinibus ac latitudinibus.

Diſtantiam locorum in milliaribus inveſtigare.

VArii circa hoc Problema caſus occurrere poſſunt, tam generales, quàm ſpeciales: pro ſingulis regulas dabimus. Notandum autem, nulla loca in globo Terraqueo diſtare majori intervallo quàm ſemicirculo circuli maximi, ſeu quàm 180. gradibus, atque adeo plùs quàm 2700. milliaribus Germ. 10800. Italicis. Patet hoc ex ſe. Notandum prætereà, diſtantiam locorum menſurandam eſſe viâ inter utrumq; breviſſimâ; quæ eſt arcus circuli maximi per utrumque locum tranſeuntis. His notatis, ſervandæ ſunt ſequentes Regulæ.

Si ſint ſub eodem Meridiano.

I. Caſus. Si uterque locus ſit ſub uno Meridiani ejuſdem quadrante, aufer latitudinem minorem à majori, & reſiduum duc in 15. ſi gradus ſunt: aut divide per 4. ſi ſunt ſcrupula; & habebis diſtantiam in milliaribus Germanicis.

II. Caſus. Si duo loca ſint ſub diverſis Meridiani ejuſdem quadrantibus, attamen in una ejus medietate, nim. unus cis, alter trans Æquatorem, adde latitudines utriuſque, & ſummam multiplica ut antea.

III. Caſus. Si duo loca ſint ſub diverſis Meridiani ejuſdem medietatibus, & diverſis etiam quadrantibus, ſed contiguis, intercedente ſolùm polo; ſume utriuſque latitudinis complementa, eaque in unam ſummam reducta multiplica ut antea.

IV. Caſus. Si duo loca ſint ſub diverſis Meridiani ejuſdem medietatibus, diverſiſq; quadrantibus non contiguis, intercedente alio quadrante; ſubtrahe latitudinem minorem à majori, & reſiduum à ſemicirculo, hujuſque reſiduum duc in 15. ſi gradus ſunt; aut divide per 4. ſi ſint minuta.

Si ſint ſub eodem Parallelo.

V. Si ambo loca ſint ab Æquatore, habeantque differentiam longitudinis ſemicirculo minorem; ſubtrahe longitudinem minorem à majori, & reſiduum ſemicirculo minus multiplica ut antea. Si verò ambo ſint ſub Æquatore, & habeant differentiam longitudinis ſemicirculo majorem; ſubtrahe minorem longitudinem à majori, & reſiduum ſemicirculo majus aufer à circulo, hujuſque reſiduum multiplica ut antea.

VI. Si ambo ſint extra Æquatorem ſub eodem Parallelo, ſubtrahe ſimiliter minorem longitudinem à majori, & reſiduos gradus ac minuta redue ad gradus & minuta Æquatoris, *per Probl.* 4. aut ad milliaria *per Probl.* 5. Nota tamen, ſi differentia longitudinum major eſt ſemicirculo, ſervandum eſſe idem quod antea diximus de duobus locis ſub Æquatore.

Si ſint ſub diverſis Meridianis, & Parallelis, hoc eſt, ſi differant, & longitudine, & latitudine.

VII. Multi multas præſcribunt regulas, & pro diverſis caſibus diverſas; quarum tamen aliquæ ſunt erroneæ, aliæ non univerſales, aliæ miris modis intricatæ. Unica & univerſaliſſima omnibus caſibus accommodabilis eſt, ſi, *per Propoſit. 25. cap. 4. libri 5.* quæratur baſis trianguli ſphærici, cujus duo altera ſint complementa latitudinũ datarũ (ſive uterq; locus ſit citra aut ultra Æquatorem; ſive unus citra, alter ultra; ſive unus in ipſo Æquatore, alter extra) baſis verò ſit differentia longitudinum nota: hujus enim gradus converſi in milliaria, dant diſtantiam quæſitam. Pro qua regula intelligenda, ſit in appoſito ſchemate ſegmentum Æquatoris A B; Meridiani duo in polis ſe interſecantes C A D, & C B D. Sive itaque uterque locus ſit citra Æquatorem, ut E & F; ſive unus citra, & alter ultra, ut E & G; ſive unus in Æquatore, alter extra, ut A & G; idem erit operandi modus.

Sit I. uterque locus citra Æquatorem A B, ut in E & F, quorum latitudines A E, & B F ſint notæ; erunt & complementa E C, F C nota; cùmq; differentia longitudinum E F nota ſit, erit & angulus C notus: quare, *per Propoſit. citatam*; ex notis lateribus E C, F C, anguloq; C illis comprehenſo, nota fiet baſis E F, convertenda in milliaria per multiplicationem in 15. Sit II. unus locus citra, alter ultra Æquatorem, ut E, & G; poteſt reſolvi triangulum C F G, in quo datur angulus C ex differentia longitudinum, & latus E C, utpote complementum latitudinis A E notæ, & latus C G conſtans ex quadrante C B, & latitudine B G nota. Poteſt etiam adhiberi triangulum E D G, in quo ex differentia longitudinum datur angulus D, & latus G D complementum latitudinis B G notæ, & latus E D aggregatum ex quadrante D A, & latitudine A E. Utrovis autem in triangulo invenitur arcus E G convertendus in milliaria modo dicto. Sit III. unus locus in Æquatore, ut in A. & alter extra, ut in G: erit idem operandi modus, quia ex differentia longitudinum A G notus erit angulus D; & latus A D, utpote quadrans circuli; & latus D G, utpote complementum latitudinis B G. Vide Iconiſmi L. Fig. 353.

VIII. Si unus locorum eſt ſub Æquatore, alter extra, & differentia longitudinum eſt præcisè 90 graduum; duc 15. in 90, & habebis diſtantiam quæſitam. Ratio eſt, quia tunc duo illa loca diſtant inter ſe præcisè quadrante circuli maximi per illa ducti.

Multa alia quæ de Climatum ſitu, & numero ex data poli altitudine, aut diei longiſſimi quantitate inveniendo, deque ſimilibus aliis pertractari ab aliis hîc etiam ſolent, omitto, quoniam nullius ferè utilitatis ſunt. Ad Repræſentationem igitur Terraquei globi pergo.

PARS IV.

De Terraquei Globi Repræſentatione.

Terraquei globi repræſentatio. *TErraqueus Globus repræſentari, atque ob oculos velut in picturâ proponi ſolet vel in Globo materiali, vel in chartâ ſeu tabula plana. Hinc Geographicorum Globorum ac Mapparum nomenclatura, ac ſtructura. Vtrumque aptiſſimum eſt Inſtrumentum ad Globum Terraqueum non ſolùm repræſentandum, ſed etiam ad omnia quæ ad dimenſionem ejus ſpectant, inveniendà; aptior tamen Globus eſt quàm plana charta, quoniam prototypon, ob figuram globosè rotundam, propiùs imitatur. De utriſque agemus.*

CAPUT I.

De Repræſentatione ſeu Deſcriptione Terraquæ in Globo Geographico.

PArtes Geographicum globum conſtituentes ſunt vel internæ & ipſi Globi ſuperficiei inſcriptæ, vel externæ & Globo circumpoſitæ. Internæ ſunt Æquator, Ecliptica, Tropici, Paralleli ſeu Circuli latitudinum, Meridiani ſeu longitudinum circuli; Terrarum, Marium, fluminum, montium, ac ſimilium picturæ, Provinciarum, regnorum, marium, urbium præcipuarum juxta debitam longitudinem ac latitudinem collocatarum nomina; aliaque ſimilia. Externæ ſunt Globi baſis, cum compaſſo ſeu pyxide magnetica; Horizon in gradus diviſus, & Zodiacus ſignis ac ſignorum nominibus, uti & menſium, ac ventorum, exornatus; Meridianus ex orichalco, in gradus ſuos diviſus, & axi globi inſertus; Circulus horatius eum Indice, Meridiano affixus; Quadrans altitudinis, qui tamen potiùs in Aſtronomico quàm Geographico globo uſum habet. Modi ad internas partes Globo in-ſcribendas varii ſunt; unum aut alterū indicabo.

Problema I.

Primus Modus Globum Geographicum delineandi.

Globum Geographicum delineare. I. IN globi perfectè rotundati ſuperficie convexà eligatur punctum quodlibet, ex eoque tanquam polo aut centro, ope circini recurvi, deſcribatur verſus globi medium circulus facilè delebilis, & dividatur quàm accuratiſſimè in quatuor æquas partes. II. Puncto priùs electo pro polo ſeu centro affigatur regula chartacea aut plumbea tantæ longitudinis, ut ad oppoſitum è diametro punctum pertingat, & facilè flectatur, ut globi convexitati congruat. III. Applicetur regula, puncto prędicto affixa, & circa illud mobilis, ſingulis quatuor diviſionum punctis, & juxta ejus latus rectum ducantur è dicto puncto per diviſionum puncta lineæ rectæ, quæ in oppoſito diametraliter puncto ſeſe interſecabunt, & duos conſtituent circulos, in duobus punctis ſeſe interſecantes. Eruntque prædicta duo puncta diametraliter oppoſita poli globi. IV. Semicirculi à polo ad polum ducti dividantur in duas partes æquales, & ex alterutro polo per puncta diviſionum deſcribatur circulus pro Æquatore, & in 360. partes æquales exactè dividatur, initio facto ab interſectione quacunque eum prædictis duobus circulis. V. Per duo quælibet puncta Æquatoris, ope regulæ chartaceæ polo affixæ, ducantur à polo ad polum ſemicirculi, qui in polis coëuntes conſtituent Meridianos, ſeu Circulos longitudinum. VI. Horum ſemicirculorum unus dividatur in 180. partes æquales, uterque nimirum quadrans in partes 90, initio facto ab Æquatore verſus utrumque polum. Conſtituet hic ſemicirculus cum altero ſibi debito Primum Meridianum globi. VII. Per decimum quemq; gradum Primi Meridiani deſcribantur è polo Circuli Æquatori æquidiſtantes, pro Parallelis ſeu latitudinum circulis. VIII. A polis, & ab Æquatore utrimque, numerentur in Primo Meridiano gradus 23½, quanta nimirum eſt maxima Solis declinatio ab Æquatore in Ecliptica; & è polis per terminos prędictos deſcribantur quatuor alii Circuli Æquatori paralleli, pro Tropicis & Circulis Polaribus. IX. Regula chartacea aut plumbea alterutri polo affixa, & ad alterutrum polum uſque extenſa, dividatur in duas æquales partes in puncto, in quo ab Æquatore interſecatur. Utraq; deinde quadrans initio facto ab Æquatore, dividatur in partes 90, æquales omnino gradib⁹ Primi Meridiani. X. E tabulis longitudinum ac latitudinum locorum, quæ paſſim apud varios Auctores reperiuntur (unam præcipuarum urbium infrà dabimus) ſelige loca quæ globo inſcribere vis; & regula alterutri polo affixa, numera loci unius longitudinem in Æquatore globi, ſintq; computationis applica regulam: in hac deinde ab Æquatore verſus polum numera loci ejuſdem latitudinem (verſus Arcticū quidem, ſi Borealis ſit latitudo; verſus Antarcticum verò, ſi fuerit Auſtralis) & prope terminum numerationis ſigna punctum, & loci nomen adſcribe. Eodem modo deſignabis alia quævis loca, quorum longitudo ac latitudo nota ſit; uti & regionum ac provinciarum initia, fines, promontoria, m[illegible]res, ſylvas, fluvios, littora, flexus, & quævis alia, cum lacubus, inſulis, ac ſimilibus.

Globo hac ratione delineato, paretur Meridianus ex orichalco, qui globum ita circumdet, ut intra eum circumduci queat; dividaturque in partes 360. quilibet videlicet quadrans in partes 90. Deinde per globi polos adigatur axis, & hic inſeratur utrimque Meridiano, addaturque pes, Horizon, Circulos horatius, & alia neceſſaria; eritque Globus Geographicus perfectus.

Si Eclipticam ſeu Zodiacum vis inſcribere globo (quamvis exiguam utilitatem habeat) affige regulam chartaceam aut plumbeam punctis interſectionū Æquatoris cum Primo Meridiano, eamq; extende uſq; ad puncta Tropicorū in quib⁹ interſecantur a Meridiano per gradum Æquatoris 90. ducto, & juxta regulæ ductum fac lineas curvas; quæ conjunctæ efficient integrum circulum, in gradus 360, ac duodecim ſigna dividendum. Vel

in Me-

in Meridiano per gradum 90. Æquatoris tranſeunte, elige punctum, diſtans à polo Æquatoris gradibus 23½, & ex illo velut polo deſcribe Eclipticam.

Problema II.

Secundus modus Globum Geographicum delineandi.

Globum geographicum in charta delineare.

SI Globo perfectè rotundato inducere velis chartam, & in ea deinde delineare circulos & alia ad Geographiam pertinentia, ut dictum; ſic procede. I. Lineam peripheriæ maximi circuli, quem globus propoſitus capit, ſaltem mechanicè æqualem, divide in duodecim partes æquales. II. In medio chartæ duc rectam, eámque divide in partes triginta tales, 10 qualium duodecim peripheriam jam diviſiſti. III. Poſito uno circini pede in extremo aut primo puncto, altero ad diſtantiam decem partium deſcribe arcum ſemicirculo minorem; eâdemq; circini aperturâ retentâ alium arcum ex ſecundo puncto, aliumq; ex tertio, quarto, &c. uſq; ad duodecimum. IV. Demum eâdem aperturâ deſcribe totidem arcus ex altero extremo & ſequentibus punctis, qui priores interſecent. Si reliquum chartæ extra ſpatia inter arcus incluſa abſcindatur, & chartam globo inducas; cooperiet ea globum, & ubi apices utrimque coëunt, erunt poli; linea autem per medium tranſiens erit Æquator; arcus denique erunt Meridiani. Reliqui circuli & loca delineentur ut antea. Inſpice appoſitum ſchema, in quo A B eſt linea in 30. partes diviſa, C D eſt æqualis peripheriæ circuli maximi in globo, diviſa in partes 12, & repræſentat Æquinoctialem. Ex B, intervallo BH, ductus eſt arcus tranſiens per H, eodemque intervallo ſequens arcus ex E, ex F, ex G, &c. uſque ad arcum duodecimum tranſeuntem per C. Eodem deinde intervallo ductus eſt arcus ex A tranſiens per L, aliusque ex I, ex K, &c. Qui arcus ſunt Meridiani includentes ſpatia elliptica; extra quæ ſpatia ſi reliquum chartæ abſcindatur, & ſegmenta elliptica adglutinentur globo, coibunt apices omnes utrimque in polis, &c.

Vide Iconiſmi L. fig. 354.

Hac arte delineatæ chartæ inciduntur in æs, & magno deinde numero imprimuntur, ac globis obducuntur. Eâdem methodo fiunt globi Aſtronomici.

Corollarium.

EX his colligitur, quomodo ex dato Globo Geographico alius major aut minor deſcribendus ſit. Si enim fiat regula chartacea aut plumbea Primo Semimeridiano æqualis, & in æquales cum ipſo diviſa partes, 180; & deinde in novo globo deſcribatur ac dividatur Æquator ac Meridianus modo dicto §. 1. aliaq; fiat regula huic Semimeridiano æqualis; transferentur facile ope utriuſq; regulæ omnia loca ex globo in alium.*

CAPUT III.

De uſu Globi geographici in rebus ad Geographiam pertinentibus.

Globi geographici uſus.

GLobi Geographici uſus locum habet & in Aſtronomicis, & in Geographicis rebus. De primo nonnulla diximus lib. 9 par. 1. De ſecundo hîc breviter agemus. Conſiſtit hîc præcipuè in ſequentibus.

Problema I.

Globum rectificare ad uſum geographicum.

Globum geographicum rectificare.

I. ELeva polum Globi ſupra ejus Horizontem, prout locus, in quo operatis, requirit. 2. Eundem polum, ope compaſſi ſeu pyxidis magneticæ juxta Meridianum Globi collocatæ dirige in polum Mundi ſupra Horizontem loci tui elevatum. 3. Locum tuum, ſi in Globo deſcriptus eſt, ad ejus Meridianum applica, ut globi verticem occupet, & undique ab Horizonte globi diſtet 90. gradibus. Vide dicta lib. 9. par. 1. Probl. 1. EXEMPLUM. *Sit rectificandus Globus Herbipoli. Eleva polum ſeptentrionalem globi gradibus 50, hoc eſt, Meridianum æneum, cui axis & polus arcticus eſt inſertus, intra Horizōtis crenas tam diu eleva, donec gradus 50. in Meridiano notati emineant ſupra Horizontem. Deinde nomen Herbipolis ſeu* Würtzburg, *Globum revolvendo, applica Meridiano globi; ſeu directè infra eum colloca; ſic enim Globi verticem obtinebit, & ab Horizonte undique diſtabit 90. gradibus. Tandem dirige polum Mundi arcticum, ita ut Meridianus globi directè ſubjiciatur Meridiano cœli.*

Annotatio.

IN Globo rectificato cognoſci poteſt quæ regiones & loca in Terraqua ſint loco tuo ad Ortum, Occaſum, Meridiem, Septentrionem: verſus quam Mundi plagam dirigendum iter ut ad loca alia pervenias: quem reſpectum habeant alia quævis loca (quoad Mundi plagas) ad locum tuum, aut ad ſe invicem: quæ regiones ſint tuæ aut cuivis alteri regioni ad Ortum, Occaſum, &c. ad dexteram ſiniſtram, &c.

Problema II.

Longitudinem cujuslibet loci in globo invenire.

Longitudinem locorum in Globo invenire.

I. LOcum, cujus longitudinem ſcire cupis, adjunge ad æneum globi Meridianum, 2. A puncto, in quo dictus Meridianus & Æquator in globo pictus ſe mutuò interſecant, numera gradus & minuta Æquatoris uſque ad primum Meridianum verſus Occaſum; & habebis longitudinem loci quæſitam, ſeu diſtantiam ejus à primo Meridiano. *Eâdem operâ ſcies quæ alia loca cum loco, cujus longitudinem inveniſti, ſint ejuſdem longitudinis; nimirùm omnia illa quæ cum loco dato ſunt ſub Meridiano æneo. Itaque in Mari inventa latitudine loci in quo verſaris, ſcies in quo Parallelo ſis conſtitutus, ſeu quantum ab Æquatore remotus.* Hoc Problema non indiget rectificatione globi.

Problema III.

Latitudinem cujuslibet loci, & conſequenter elevationem poli, invenire in globo.

Latitudinem loci in Globo invenire.

I. LOeum, cujus latitudinem inquiris, applica ad Meridianum æneum globi. 2. Numera gradus & minuta in dicto æneo Meridianu nota-ta ab Æquatore globi uſque ad loeum datum, & habebis latitudinem quæſitam, & conſequenter poli elevationem; quæ huic ſemper eſt æqualis. *Eadem operâ cognoſces, quænam alia loca habeant eandem cum loco dato latitudinem, ſeu elevationem poli; omnia nimirum illa quæ ſunt in eodem Parallelo cum loco dato; ſeu quæ, ſi globus revolvatur, tranſeunt ſub eodem puncto Meridiani ænei, ſub quo locus datus fuit collocatus. Et omnia hæc loca, quæ eandem habent latitudinem, eadem etiam habent dierum ac noctium incrementa ac decrementa, anni tempeſtatum variationem, &c. Præterea quæ eandem latitudinem cum loco tuo habent, & ſunt magis orientalia gradibus 15, 30, 45. &c. habent citius diem, meridiem, noctem, mediam noctem horâ unâ, duabus, tribus, &c. Quæ verò totidem gradibus ſunt magis occidentalia, tardius eadem habent.* Hoc etiam Problema nun indiget rectificatione globi.

Problema IV.

Dato loco in ſuperficie globi, ita conſtituere globum, ut Horizon ligneus repraſentes illius loci Horizontem.

Horizontem locorum in Globo reperire.

DAtus loeus adducatur ad Meridianum æneum, & ab eo numerentur 90. gradus verſus polum vicinum in eodem Meridiano, terminusque numerationis conſtituatur in crena Horizontis; & habebitur quod quæritur. *Eâdem operâ elevatur polus globi ita, ut poſtulat elevatio poli Mundi ſupra Horizontem dicti loci.*

Problema V.

Dato loco in ſuperficie globi, elevare ejus polum ita, ut poſtulat elevatio poli Mundi ſupra Horizontem dicti loci.

Poli elevationem cujusque loci in Globo invenire.

OPerate modo dicto in præcedenti Problemate. *Vel.* Quære latitudinem loci, *per Problem.* 3. & eandem numera à polo in Meridiano deorſum verſus Horizontem, terminumque numerationis conſtitue in crena Horizontis; & habebis quæſitum.

Problema VI.

Cognitâ loci alicujus longitudine ac latitudine, locum ſeu ſitum ejus in globo adſignare.

Situm cujusque loci in Globo adſignare.

I. LOngitudo cognita numeretur in Æquatore à primo Meridiano, & terminus numerationis conſtituatur ſub Meridiano æneo globi. 2. Latitudo cognita numeretur in Meridiano æneo ab Æquatore verſus polum arcticum, ſi latitudo eſt Borealis; aut verſus antarcticum, ſi eſt Auſtralis. Terminus numerationis erit locus ſeu ſitus in globo quæſitus. *Sic in Mari viſo aliquo loco, cujus longitudinem ac latitudinem ſcis, invenies ejus ſitum in globo, & ſcies inter quas regiones verſeris, & quo dirigendus curſus.*

Problema VII.

Differentiam longitudinum & latitudinum duorum locorum invenire.

Differentiam longitudinũ ac latitudinum invenire.

I. QUoad differentiam longitudinum. Applica primò unum locum Meridiano æneo globi, & nota gradum ac minutum Æquatoris in quo interſecatur à Meridiano æneo. Applica deinde alterum loeum eidem Meridiano æneo, & nota gradum ac minutum. Arcus Æquatoris inter utrumque locum interjectus eſt differentia longitudinum quæſita. 2. *Quoad differentiam latitudinum.* Applica primò unum locum Meridiano æneo, & nota gradum cui reſpondet. Applica deinde locum alterum, & nota ſimiliter gradum. Arcus inter utrumque interceptus eſt differentia latitudinum quæſita. *Si uterque locus eſt ſub eodem Meridiano, facilior eſt operatio quoad latitudinum differentiam: nam adducto utroque loco ſub Meridianum æneum, apparet arcus inter utrumque interjectus.*

Problema VIII.

Duorum locorum in globo datorum diſtantiam in milliaribus invenire.

Diſtantiam locorum in milliaribus invenire.

UNus locus adducatur ad Meridianum æneum, & Quadrans altitudinis affigatur vertici loci, appliceturque ad alterum locum datum. Gradus in Quadrante inter utrumque locum intercepti, & in milliaria converſi, dant diſtantiam quæſitam. *Vel:* Circino aut filo capiatur intervallum inter duo loca data, & transferatur ad Æquatorem in gradus diviſum; noteturq; quot gradus in eo occupet; hi enim in milliaria converſi dāt diſtantiam ut antea. *Si diſtantia duorum locorum in globo major eſt 90 gradibus, accipi debet circino curvo; qui etiam in aliis caſibus certiorem uſum habet. Si uterque locus eſt ſub eodem Meridiano globi, adducatur uterq; ad Meridianum æneum: intervallum graduum inter utrumque converſum in milliaria, dabit diſtantiam. Si uterque eſt in Æquatore, aut ſub eodem Parallelo, adducatur primò unus, deinde alter ad Meridianum æneum, & notetur arcus Æquatoris inter utrumque interjectus; hic converſus in milliaria dat diſtantiam.*

Problema IX.

Quota quovis tempore ſit hora aſtronomica in aliis toto Orbe locis, cognoſcere.

Horam aſtronomicam toto orbe cognoſcere in Globo.

I. LOcum tuum colloca ſub Meridiano æneo, & indicem horarium applica horæ datæ in tuo loco. 2. Si ſcire vis horam in locis orientalibus, volve

volve globum ab Oriente verſus Occidentem, donec locus, cujus horam quæris, ſit ſub Meridiano æneo: index horarius monſtrabit horam. Si vis ſcire horam in locis occidentalibus, volve globum ab Occidente verſus orientem &c. *Si globum vertas donec index horarius percurrat unam horam, omnia loca quæ tunc ſub Meridiano æneo ſunt, numerant unam horam minùs, aut plùs, quam tuus locus.* Hæc ſufficiant. Plura vide apud alios qui de uſu Globorum ſcribunt.

CAPUT III.

De explicatione Mapparum Geographicarum.

Mappæ Geographicæ.

MAppæ ſeu Chartæ Geographicæ ſunt, quæ Terraque deſcriptionem in plano exhibent. Sicut verò Terraque deſcriptio alia eſt univerſalis, continens totius Terraquei globi imaginem ſeu picturam; & propriè *Geographia* appellatur; alia particularis alicujus regionis, ut Europæ, Hiſpaniæ, Germaniæ, Alſatiæ &c: & dicitur *Chorographia*; alia deniq; particulariſſima alicujus territorii, oppidi, pagi, arcis, & vocatur *Topographia*: ita etiam Chartarum ſeu Mapparum Geographicarum aliæ ſunt univerſales, aliæ particulares, aliæ particulariſſimæ. De omnibus agemus, trademuſque illarum explicationem, compoſitionem, & uſum, hoc & ſeqq. capitibus.

§. I.

De forma Mapparum univerſalium.

ALiqui totum Terraqueum globum unâ circulari figurâ planâ exponere conſueverunt. Commodius tamen eſt, duos adhibere circulos ſe mutuò contingentes, quorum unus unum hemiſphærium, alter alterum repræſentet, ſive oculus fingatur conſtitutus in axe Mundi, ſive in plano Æquatoris (hæc quid ſignificent, ex dicendis intelligatur) hac enim ratione majorē nanciſcitur Mappa convenientiam cum Globo Terraqueo, & repræſentat globum velut in duas diſſectum partes. Ab aliis etiam tabulæ Geographicæ univerſales figurâ cordis humani exprimuntur, ab aliis formâ expanſi pallii, ab aliis aliter, à nonnullis etiam formâ quadrangulari. Aptior tamen eſt forma quam diximus.

§. II.

De circulis Mapparum univerſalium.

IN Mappis univerſalibus deſcribi ſolent iidem circuli, qui in Globo Geographico deſcribuntur, excepto Horizonte, & exceptâ in aliquibus Eclipticâ ſeu Zodiaco. Æquator, Tropici, & Circuli polares plerumque adſcripta habent nomina. *Æquator* tranſit per medium ab occaſu in ortum inſtar lineæ craſſioris diviſæ in 360 gradus, initio facto à Primo Meridiano; diſtinguitque totam in hemiſphærium ſepteotrionale & meridionale. In eo numerantur longitudines regionum ac locorū. *Meridianus Primus* ambit utrumque hemiſphærium, ſi Mappa duo continet; vel per medium à Septentrione in Auſtrum inter Mundum Veterem ac Novum ſimiliter inſtar craſſioris lineæ diviſæ in duos aut quatuor quadrantes, initiis factis ab Æquatore verſus utrumquè polum. Reliqui Meridiani denis gradibus inter ſe diſtantes ducuntur à polo arctico ad antarcticum, & in rotundis Mappis conveniunt omnes in polis, in quadrilateris minimè. *Tropici* & *Polares* circuli lineis latioribus albis aut rubellis ſunt notati; *Paralleli* verò denis inter ſe gradibus diſtantes, lineis nigellis; omneſque ab occaſu in ortum tendunt. *Ecliptica* ab ortu in occaſum obliquè deſcribitur, ubi deſcribitur; oſtenditque loca quibus Sol eſt aliquando verticalis.

§. III.

De numeris Mapparum univerſalium.

IN multis chartis Geographicis univerſalibus reperiuntur quatuor aut quinque genera numerorum. Horum alii oſtendunt gradus longitudinum, cujuſmodi ſunt qui Æquatori ſunt adſcripti: alii gradus latitudinum, cujuſmodi ſunt qui adſcripti ſunt Primo Meridiano: alii intra quorum Clima Veterum ſint regiones & loca, & quot horarum ſit dies maximus ſub quolibet Climate, ab Æquatore uſque ad Circulum polarem, aut quanto tempore duret dies aut nox continua à Polari uſque ad polum; & hi numeri adſcripti ſunt Mapparum marginibus lateralibus: alii denique indicant quot milliaria valeant ſinguli gradus Parallelorum quibus è regione adſcripti ſunt. In aliquibus etiam reperiuntur numeri indicantes quanta ſit umbra ſtyli 60 partium æqualium horizonti perpendicularis in data quacunque altitudine poli; & alii quanta ſit umbra meridiana ejuſdem ſtyli in die æquinoctii.

§. IV.

Quid præcipuè in Mappis univerſalibus conſiderandum ſit.

IN Mapparum aſpectu facies convertenda eſt ad polum arcticum, dextera ad Mundum Veterem, ſiniſtra ad Novum. In iis autem conſiderandæ ſunt primò quatuor Mundi plagæ, & videndum quænam regiones ſint cis Æquatorem verſus polum arcticum, & boreales; quæ ultra verſus antarcticū, & auſtrales; quæ ad dexteram Primi Meridiani, & quæ ad ſiniſtram. Item quæ reſpectu noſtræ aut alterius cujuſvis regionis aut loci ſint orientales, occidentales, ſeptentrionales, auſtrales. Deinde ſub qua Zona ſit quælibet regio, aut locus; ſub quo Climate Veterum aut Recentiorum; quam habeat latitudinem borealem aut auſtralem, quam longitudinem. Præterea quando habeat æſtatem, hyemē; quantum diem ac noctem quovis anni tempore; quando Solem ſupra verticem &c. Item quot regio aliqua contineat milliaria in longitudine, latitudine, & circuitu; quantum duo aut plura loca inter ſe diſtent. Item qui ſint antœci, periœci, antipodes, àſcii, amphiſcii, heteroſcii, periſcii, aliaque ſimilia.

§. V.

De Mappis Geographicis particularibus.

IN omnibus tabulis ſeu mappis particularib⁹ ponuntur Æquator & Primus Meridianus; uterq; in ſuos

in ſuos gradus diviſus, & numeris appoſitis diſtinctus, in aliquibus quidem expreſſè & per ſe, in aliis verò analogicè & per ſuos vicarios. *Æquator* expreſſè & per ſe tunc ponitur in tabulis, quã do loca in iis expreſſa ſunt ſub Æquatore, aut proximè ad Æquatorem ſunt ſita, cujuſmodi ſunt tabulæ Aſiæ, Africæ, & Americæ. In tabula Europæ, & aliis quę nulla loca Æquatori ſubjecta continẽt, ponitur ſolùm analogicè & per ſuum vicarium, nimirum in ora ſeu margine ab occidente in orientẽ tranſverſis lineis craſſioribus in ſuos gradus diviſis, & in numeros diſtinctis: hæ enim lineæ exprimunt longitudinem locorum in tabulis contentorum, non ſecus ac Æquator in ſuis tabulis. In aliquibus tabulis apponuntur etiam lineæ ſubtiliores prioribus æquidiſtantes, & repræſentant Parallelos Æquatoris. *Meridianus* primarius expreſſè ponitur in illa tabula, quæ loca continet per quę tranſit; in aliis verò ponitur ſolùm analogicè & per vicarios in utroque margine dextro ac ſiniſtro à ſeptentrione in auſtrum, lineis craſſioribus diviſis in gradus, & numeros. Hæ lineæ exprimunt latitudinem locorum, & elevationem poli, quæ ſemper latitudini æqualis eſt. Alii Meridiani exprimuntur lineis ſubtilioribus, quæ in aliquibus quidem æquediſtant Meridiano primario, in aliquibus verò verſus polum convergunt, à vergunt verſus Æquatorem ſeu ejus vicarium in margine inferiori poſitum. *Tropici, & Polares* circuli non ponuntur niſi in illis tabulis, quæ continent loca iis ſubjecta.

Solet in pleriſque tabulis appingi ſcala milliarium, adſcripto titulo, eaque vel ſimplex continens unius ſolùm nationis milliaria, vel compoſita continens milliaria diverſarum nationum; quod ideo fit, ut ope illius ſcalæ poſſint milliaria in ſe invicem converti, ſeu ut eorundem locorum diſtantiæ reperiri queant in diverſis milliariorum generibus.

In aliquibus mappis apponuntur etiam ad latus juxta Meridianos vicarios numeri exprimentes ordinem Climatum, longitudinem dierum ac noctium, & ſimilia, de quibus in §. 3. præcedente.

CAPUT IV.

De Repræſentatione Terraquei Globi in Mappis univerſalibus.

Repræſentatio Terraquei globi in Mappis.

IN Tabularum geographicarum confectione ad tria præcipuè attendere oportet: primò ut omnia loca ad præcipuos illarum circulos, nempe ad Æquatorem, Parallelos, & Meridianos, habeant talem ſitum ac diſtantiam, qualem in ipſo Terraqueo globo habent ad ipſius circulos: ſecundò ut magnitudines ſingularum regionum eam proportionem ſervent in tabulis, quam in ipſa Tellure: tertio, ut loca quęlibet ad ſe invicem eam ſervent diſtãtiam, quam habent in eadem Tellure. Primum facilè obtineri poteſt, ſi tabulæ conficiantur juxta longitudines ac latitudines locorum, nec Perſpectivæ leges id impediunt: at ſecundum & tertium eædem leges minimè permittunt, quoniã circuli latitudinum ac longitudinum alicubi magis coëunt aut divaricantur in charta, quam in ipſa Tellure. Ideo qui tria prædicta præſtare volunt, Perſpectivæ regulas in Mapparum delineatione nõ uſquequaque ſervant. Sed hæc meliùs ex dicendis infra de Perſpectiva ſeu Optica Practica intelligentur. Nunc breviter explicabo modos nonnullos conficiendi Tabulas univerſales.

Propoſitio. I.

Terraqueum Globum in plano Æquatoris exhibere duobus hæmiſphæriis, oculo conſtituto in axe Mundi.

Mappam univerſalem conficere. Vide Iconiſmum VI. Fig. 155.

I. CEntro A, intervallo A B magno aut parvo (prout magnam aut parvã vis efficere Mappam) fiat circulus B C D E, dividaturque in 360. gradus & per denos aut quindenos quoslibet, ac per centrum, ducantur rectæ manifeſtæ, ac numeri adſcribantur ut vides: per ſingulos verò gradus & centrum ducantur aliæ rectæ occultæ, ac facilè delebiles. II. A decimo quolibet gradu quadrantis E D ad punctum B ducantur rectæ occultæ; & ubi interſecabunt radium A E, per ea puncta ex A centro deſcribantur circuli manifeſti concentrici. Prętereà à gradu 23½. & à gradu, 66½ ejuſdem quadrantis E D, ad punctum B, ducantur aliæ duæ occultæ, & per puncta interſectionis in radio A E ducantur ex centro A alii duo manifeſti circuli craſſioribus lineis. Denique à ſingulis reliquis gradibus ad punctum B ducantur totidem aliæ occultę, & per puncta interſectionum in radio E A fiant circuli occulti ac delebiles ex centro A. III. Figura hæc repræſentat unum Terraquei Globi per Æquatorem ſecti hemiſphærium, v.g. ſeptentrionale, in quo A eſt polus arcticus; B C D E eſt Æquator; duo circuli craſſiores ſunt Tropicus Cancri, & Polaris arcticus; reliqui ſunt Paralleli Æquatoris; rectæ è centro A ad Æquinoctialem ductæ ſunt Meridiani, quorum E A eſt primus ſeu primarius. Eodem modo delineatur hæmiſphærium alterum Auſtrale. IV. In hoc planum facilè conjiciuntur omnia loca quorũ longitudo ac latitudo data eſt, ſi in Æquatore B C D E quæratur longitudo ſeu Meridianus loci, in ipſo verò Meridiano invento quæratur latitudo ſeu Parallelus ejuſdem loci; punctum enim in quo Meridianus & Parallelus ſeſe interſecant, eſt ſitus loci quæſitus.

Annotatio.

FAcilis eſt hæc praxis, & juxta leges Perſpectivæ, cenſeturque oculus Mappam aſpicientis poſitus in axe Mundi extra polum Terræ A: at incommodum hoc habet, quòd tametſi loca quælibet ſervent debitum ſitum reſpectu circulorum, at non nanciſcantur debitam à ſe invicem diſtantiam, nec regiones debitam magnitudinem, ſed eò minorem, quò magis polo A ſunt viciniæ. Sequens praxis accommodatior eſt naturæ rei.

Problema II.

Terraqueum Globum exhibere in plano Meridiani primi ſeu Horizontis recti, duobus hemiſphæriis, oculo conſtituto in axe dicti Horizontis.

Mappam univerſalem aliter conficere. Vide Iconiſmum VI. Fig. 156.

I. CEntro E, intervallo lubito E A, fiat circulus A B C D, qui repræſentet Meridianum primum, ſeu Horizontem rectum, cujus poli ſint in B & D. Quadrantes ſinguli dividantur in 90 gradus

FIG 355

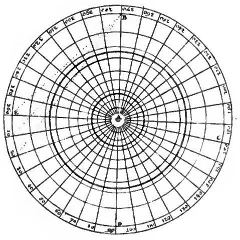
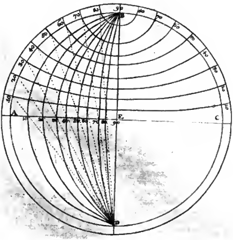


FIG 356.



Iconiſmus VII. *Ponatur e regione pag 373*

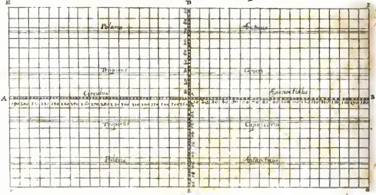


FIG 357

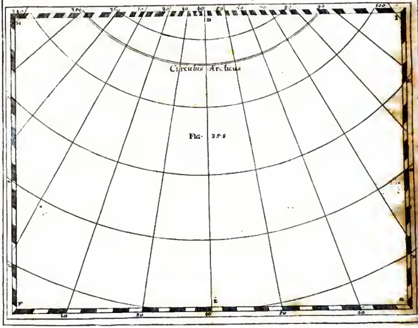


FIG 358

dus, initio facto ab A & C, verſus B & D. II. Ad ſingula puncta diviſionũ quadrantis AB ducantur rectę occultę ex puncto D, & notentur puncta interſectionis in radio AE; quæ puncta transferantur etiam in reliquos radios EB, EC, ED. III. Per dena puncta radii AE, ad polos B & D, ducantur ſemicirculi manifeſti; per reliqua verò puncta omnia ejusdem radii AE, ſemicirculi occulti. Idem fiat ex altera parte. Præterea per dena puncta radii EB, & per denos oppoſitos gradus quadrantem AB, CB, ducantur ſemicirculi manifeſti; per reliqua verò puncta & gradus, ſemicirculi occulti. Item fiat ex oppoſita parte. IV. Figura repræſentat hemiſphærium unum Terraquei Globi per Primum Meridianum (qui & Horizon rectus) ſecti, v. g. ſuperum hemiſphærium, in quo circulus ABCD eſt planum dicti Meridiani, B polus arcticus, D antarcticus; ſemicirculi à polis per radium AE ducti, ſunt Meridiani ſecundarii, ſeu circuli longitudinum; alii ſemicirculi per radium EB ducti, ſunt Paralleli Æquatoris; AEC eſt Æquator, cujus punctum E eſt gradus 90. à puncto A primi Meridiani inchoatus; BED eſt Meridianus per gradum 90 Æquatoris ductus. Tropicos repræſentant Paralleli per gradũ $23\frac{1}{2}$; Polares verò circulos, Paralleli per gradum $66\frac{1}{2}$, hinc inde ab Æquatore remotos ducti, ideoque craſſioribus lineis exprimi debent. Ecliptica ducitur per gradũ $23\frac{1}{2}$ ab Æquatore verſus polos, & per puncta A & C. Semicirculi prædicti ducuntur per tria puncta, juxta praxin traditam lib. 1. c. 4. art. 2. Praxi 5. in Corollario. Eâdem ratione delineatur alterum hemiſphærium inferum. V. In hoc planum conjiciuntur loca quælibet quorum data eſt longitudo & latitudo; ubi enim ſemicirculi longitudinis ac latitudinis datorum locorum ſe mutuò interſecant, ibi eſt illorum locorum ſitus, ut in præcedenti Problemate diximus.

Annotatio.

HÆc praxis eadem habet incommoda qua prior: regiones enim circa medium minores evadunt quam circa extrema; & loca ibi minùs inter ſe diſtant, quam hic. Aptè tamen & juxta Perſpectivæ leges fit repræſentatio. Neque ex hac, neque ex præcedenti Mappa ſumi poſſunt locorum diſtantiæ circino in Æquatorem aut Meridianum translatæ.

Problema III.

Mappam univerſalem deſcribere in uno plano per lineas rectas.

Mappam univerſalem adhuc aliter cõficere. DUobus præcedentibus modis Mappæ deſcribuntur lineis partim rectis, partim curvis, quoniam ſalvis Perſpectivæ legibus aliter id fieri nequit. Sunt alii duo modi eaſdem lineis omnino rectis conficiendi, contra leges Perſpectivæ. In utroque modo omnes lineæ, tam longitudinis, quàm latitudinis, ſunt inter ſe parallelæ, ſed cum hac differentia, quòd in primo modo ſunt omnes diviſæ in partes æquales, at in ſecundo modo ſolũ lineæ longitudinis ſunt in partes æquales diviſæ, lineæ verò latitudinis in partes inæquales. Utrumque hîc tradam.

Primus Modus.

Vide Iconiſmi VII. pag. 157. I. ASſumpta recta AB pro Æquatore, ſeu pro linea longitudinis, dividatur biſariam in C; & tam AC, quàm BC in 180 partes æquales ſubdividatur, juxta numerum graduum 360 in quos dividitur Æquator. Numeri adſcribantur initio facto à C verſus B, ubi ſit gradus 180; reliqui verò continuentur ab A verſus C, ubi ponatur gradus 360. II. Per ſingulos gradus ducantur parallelæ ad angulos rectos, velut totidem Meridiani. III. Meridianus medius DE dividatur in bis 90 partes æquales tam inter ſe, quàm partibus Æquatoris AB; initio facto à C verſus D & E, velut verſos polos Terræ, & per ſingulas partes ſeu gradus ducantur aliæ parallelę ad rectos angulos, veluti totidem Paralleli Æquatoris, ſeu lineæ latitudinum. IV. Locorum quæ inſcribere vis Mappæ hac ratione diviſæ, quære tam longitudinem, quàm latitudinem, hoc eſt, tam longitudinis quàm latitudinis lineam, & ubi hæ ſe interſecabunt, ibi erit ſitus cujuslibet loci. Peractâ deſcriptione, deleri debent omnes lineæ, præter Æquatorem, cum Tropicis, Polaribus, & Parallelis per decimum quemque gradum Meridiani primi DE tranſeuntibus; & præter dictũ Meridianum DE, cum Meridianis ſecundariis per decimum quemque gradũ Æquatoris tranſeuntibus. *Loca tamen polis viciniora non ſolent hujuſmodi Mappis inſcribi, quoniam enormiter, præter quam deberent, diſtarent inter ſe.*

Secundus Modus.

I. REcta AB velut Æquator dividatur in partes 360 æquales ut antea, initio facto à C, & fine in eodem C, & per ſingulos gradus ducantur rectæ parallelæ inter ſe, & perpendiculares ipſi AB. Et hæ deſignant Meridianos, ſeu circulos aut lineas longitudinum. *Vide Iconiſmi VII. Fig 157.* II. Primus Meridianus DE dividatur in partes inæquales ita, ut quò magis receditur ab Æquatore AB verſus utrumque polum D, & E, eò majores ſint partes diviſæ; & per ſingula puncta diviſionum ducantur lineæ rectæ, inter ſe nihilominùs parallelæ, & perpendiculares ad DE. Et hæ deſignant lineas ſeu circulos latitudinum. Augmẽtũ cujuſvis partis ſeu gradus Meridiani, ſupra augmentum unius partis ſeu gradus Æquatoris, invenitur, ſi fiat; ut ſinus complemẽti latitudinis cujuſvis Paralleli incipientis illum gradum, ad ſinum totum, ita numerus partium in quas unus Æquatoris gradus diviſus intelligitur, ad aliud. Accuratiùs agętur, ſi pro primo termino in Regula proportionum non ſumatur ſinus complementi latitudinis cujuſque Paralleli; ſed ſinus complementi latitudinis quæ incipit gradum, addatur ad ſinũ complementi latitudinis quæ terminat gradũ illum, & hujus aggregati dimidium ſumatur pro primo termino in Regula prædicta. EXEMPLUM. Sit determinanda in primo Meridiano DE magnitudo primi gradus latitudinis ab Æquatore. Intelligatur unos gradus Æquatoris diviſus in 10 particulas æquales. Juxta primam proportionem fiet ejus magnitudo ęqualis uni gradui Æquatoris, quia Æquator ipſe eſt Parallelus qui primum latitudinis gradum incipit. At juxta ſecundam proportionem ſumo ſinum complementi gr. o. latitudinis, qui eſt ſinus totus 10000000 (nam complementum gr. o, eſt 90.) & addo ad ſinum complementi 1. gr. nempe ad ſinum 89. graduum, qui eſt 9998477, fiunt 19998477, dimidium $9999238\frac{1}{2}$ Dico itaque: ut 9999238 (omiſsâ fractione) ad 10000000, ita 10. ad aliud 1 & invenio 10, $\frac{9999238}{10000000}$ pro primo gradu lati-

latitudinis. Eodem modo proceditur in aliis exemplis. Hac methodo compoſita eſt ſequens tabella. Prima columna continet gradus Meridiani Primi, ſeu latitudinum, ſecunda columna particulas cuilibet gradui debitas, poſito uno gradu Æquatoris diviſo in 100. particulas.

Tabula pro delineatione Mapparum Geographicarum univerſalium.

Tabula geographica pro delineandis Mappis.

Grad.	Partes	Grad.	Partes	Grad.	Partes	Grad.	Partes
1	100	22	2256	43	4772	64	8399
2	200	23	2364	44	4909	65	8631
3	300	24	2473	45	5053	66	8872
4	$400\frac{1}{3}$	25	2583	46	5193	67	9023
5	$500\frac{2}{3}$	26	2694	47	5338	68	9384
6	601	27	2806	48	5486	69	9691
7	702	28	2818	49	5637	70	9943
8	802	29	3032	50	5791	71	10243
9	903	30	3147	51	5981	72	10558
10	1005	31	3263	52	6109	73	10900
11	1107	32	3374	53	6274	74	11243
12	1209	33	3499	54	6441	75	11617
13	1311	34	3619	55	6611	76	12017
14	1414	35	3740	56	6790	77	12445
15	1517	36	3863	57	6970	78	12908
16	1621	37	3988	58	7157	79	13409
17	1725	38	4114	59	7349	80	13960
18	1830	39	4241	60	7546	81	14565
19	1936	40	4371	61	7749	82	15234
20	2042	41	4502	62	7960	83	16009
21	2150	42	4636	63	8175	84	16780

Ultra gradum 80 latitudinis fit enorme augmentum, ideo non proceditur ulteriùs, ſed regiones utrique polo propinquæ proponuntur in duobus hemiſphæriis modo dicto in Problemate 1. Per Mappas hoc artificio confectas putant inveniri verè lineam nauticam ſeu rhombum ab uno loco ad alium; de qua re poſtea.

Omitto alios modos delineandi Mappas univerſales, qualis eſt quem tradit Ptolemaus lib. 1. Geograph. cap. ult. & alius quo quilibet datus in Terraqueo globo locus obtinere poteſt centrum ſeu medium Mappa.

CAPUT V.

De Repræſentatione Partium Terraquei globi in Mappis particularibus.

Mappas particulares conſtruere.

PArtes Terraquei globi in Mappis repræſentandæ, ſunt vel magnæ, ut Europa, Aſia, Africa, America, Terra Borealis, Terra Auſtralis; vel parvæ, ut Germania, Franconia &c. Terra Borealis & Auſtralis commodiſſimè exhibentur Probl. 1. capitis præcedentis. America in uno hemiſphærio per Probl. 2. Aſia & Africa, per quas tranſit Æquator, per Probl. 3. Europa ſervatâ proportione Parallelorum ad Æquatorem ut ſequitur.

Europam delineare. Vide Iconiſmi VII Fig. 138.

Sit itaque delineanda Europa. I. Inquiratur quæ ſit longitudo & latitudo totius Europæ; item quæ ſit longitudo extremarum partium occidentalium & orientalium, quæ item latitudo extremarum borealium aut auſtralium. II. Ducta recta D E per medium Mappæ futuræ, quæ repræſentet meridianum medium inter duos extremos verſus Occidentem & Orientem (expedit autem pro tali Meridiano eligere eum qui à primo Meridiano diſtet numero graduum qui per 10, aut 5. dividatur adæquatè) dividatur in tot partes æquales aut inæquales, quot graduum eſt latitudo totius regionis. III. Per extrema puncta D & E prædictæ lineæ ducantur duæ perpendiculares, F G, & H I, quarum illa repræſentet extremum Parallelum auſtralem, hæc borealem. IV. Parallelus F G dividatur in tot partes æquales, quod gradus longitudinis continet Europa. In totidem partes dividatur Parallelus H I, vel æquales prioribus, vel minores ſecundùm illam proportionem, quam habet unus Parallelus ad alterum quoad magnitudinem graduum ad Æquatorem comparatorum. V. Parallelorum F G, & H I puncta diviſionum correſpondentia connectantur lineis rectis H F, I G, & aliis intermediis; per puncta verò Meridiani D E diviſi ducantur rectæ vel Parallelæ prædictis extremis Parallelis F G, & H I, vel curvæ; & loca inſcribantur ut dictum in præcedentibus, ubi nimirum lineæ longitudinis ac latitudinis quorumlibet locorum ſeſe interſecant. *Alii aliter procedunt.*

Eodem prorſus modo delineantur Mappæ particularium regionum majorum, ut Hiſpaniæ, Galliæ, Germaniæ, Poloniæ, ſimiliumque tam Europæ, quàm Aſiæ, Africæ, Americæ &c. provinciarũ.

In minoribus adhuc Provinciis deſcribendis, ut ſunt Franconia, Alſatia, Thuſcia &c: ſine ullo ſcrupulo fit diviſio Meridianorum & Parallelorum in partes æquales.

Annotatio.

QUa ratione deſcribenda ſit regio aliqua per Pantometrum noſtrum, docuimus ſuprà lib. 6. par. 7. Idem fieri poteſt per alia Inſtrumenta. Aliqui id faciunt per angulos poſitionis; quorum modus operandi paſſim reperitur.

Corol-

Corollarium.

EXdictis hactenus patet, quomodo ex una Mappa jam delineata poſſit fieri alia aut æqualis, aut major, minor vè in quacunque proportione, maximè ſi rectis tantùm lineis conſtet. Si enim extremos Meridianos & Parallelos Mappæ novæ futuræ dividas æqualiter, aut proportionaliter, ut diviſi ſunt Meridiani & Paralleli extremi Mappæ antiquæ, & puncta diviſionis correſpondentia conjungas lineis rectis, ſimiliterque puncta diviſionis Mappæ antiquæ lineis rectis conjungas; oſtendent puncta interſectionum loca delineata in una, delineanda in altera. Idem & commodiſſimè fieri poteſt Parallelogrammo Proportionali P. Scheineri, de quo alibi.

CAPUT VI.

De uſu Mapparum Geographicarum.

QUæ in Mappis Geographicis præcipuè conſideranda ſint, patet ex dictis ſuprà. Uſus earum conſiſtit ferè in ſequentibus.

Mapparum Geographicarum uſus.

I. *Longitudinem ac latitudinem locorum invenire.* In tabulis univerſalibus hemiſphæricis Parallelus per locum ductus oſtendit latitudinem; Meridianus verò longitudinem. Si ducti non ſunt per locum, ducantur lineis cæcis ope circini. In Mappis rectilineis, tam univerſalib⁹, quàm particularibus, extendatur ab extremo Meridiano dextero ad extremum ſiniſtrum regula aut filum, quod per locum tranſeat, & parallelum ſit utriq; Parallelo; numerus in margine indicabit loci latitudinem. Si per eundem locum, & per extremos Parallelos extendas regulam aut filum illis perpendicularem, monſtrabunt numeri adſcripti longitudinem.

II. *Diſtantiam locorum invenire in gradibus & milliaribus.* In tabulis parvarum Provinciarum, quæ lineis rectis ac parallelis conſtant, diſtantiam inter duo loca interceptam circino transfer in Parallelum diviſum in gradus, & habebis diſtantiam: hanc converte in milliaria per multiplicationem aut diviſionem modo ſuprà dicto, aut applica ſcalæ milliarium, ſi ea Mappæ appoſita eſt; & habebis milliaria. In aliis chartis quæ conſtant lineis rectis & curvis, aut rectis quidem, ſed vel non parallelis, vel non æquales diſtantias habentibus, hæc praxis fallit, ideoque procedendum per reſolutionem trianguli ſphærici, de quo ſuprà.

III. *Invenire ſitum loci reſpectu Climatum, plagarum Mundi &c:* Procedatur modo dicto in præcedentibus Par. 3.

IV. *Altitudinem poli cujuslibet loci invenire.* Quære latitudinem loci per dicta num. 1. hæc enim æqualis eſt elevationi poli.

V. *Quantitatem ſeu amplitudinem regionis invenire.* Subtrahe longitudinem minimam à maxima, reſiduum dabit totam longitudinem in gradibus; qui in milliaria convertuntur modo ſuprà dicto. Subtrahe etiam minimam latitudinem à maxima, reſiduum dabit totam latitudinem in gradibus convertendam in milliaria. Atque hæc ſufficiant de Geographia.

APPENDIX

De Latitudine ac Longitudine præcipuarum Civitatum Orbis Terrarum.

Catalogus latitudinum ac longitudinum præcipuarum urbium.

QUoniam in Geographia noſtra nullibi appoſuimus civitatum latitudines ac longitudines, cùm earum tamen cognitio tam in ipſa Geographia, quàm in Hydrographia, & Horographia (quæ ſequuntur) non modò utilis, ſed ſæpe etiam neceſſaria ſit; operæ pretium duxi me facturum, ſi præcipuarum ſaltem Catalogum, ex probato aliquo Auctore deſumptum, hìc apponerem. Tres inſigniores reperi: unum apud *Chriſtophorum Clavium* in comment. ad cap. 2. Sphæræ; cum quo in pleriſque conſentit *Bernardus Varenius* in ſua Geographia Generali lib. 3. cap. 31. in fine: alterum apud *Ioannem Keplerum* in Tabulis Rudolphinis par. 1. in fine; quem exſcripſit *Petrus Herigonus* tom 4. Curſus Mathem. tract. de ſphæra Mundi, circa finem: tertium copioſiſſimum apud *Robertum Hues* in fine tract. de uſu globorum. Clavius concinnavit ſuũ ut plurimùm ex Geographia Ptolomæi, à quo in paucis admodum civitatibus, quarum latitudines ac longitudines ipſi ex aliorum Aſtronomorum obſervationibus notæ erant, diſcrepat. Keplerus ſuum contexuit ex fide obſervatorum & obſervationum cæleſtiũ, ubi haberi potuerunt; aut ex intervallis itinerariis, Chartiſque Geographicis recentiſſimis. Hues ex Globis Geographicis, quorũ uſum declarat, ſuum deſumpſiſſe videtur, uti inſinuat initio Catalogi. Monent plerique citatorum Auctorum, neque ſuis, neque aliorum Tabulis longitudinum ac latitudinum fidem omni ex parte habendam, cùm ſæpe uno aut altero gradu alii ab aliis diſcrepent. Unde expediret (ut bene monet Clavius) ut quilibet in eo loco in quo eſt, inveſtigaret longitudinem ac latitudinem modis lib. 9. præſcriptis, antequam ad Horologiorum conſtructionem, aut cœleſtium phænomenorum obſervationes ſe conferat.

Longitudines locorum valde incertæ.

Longitudinum incertitudinem ponit ob oculos Lectoris Keplerus unico exemplo, ex media Europa petito. Inter Romam, inquit, & Norimbergam Regiomontani ætate cenſebantur Minuta 36'. teſte Regiomontano in Primo Mobili Probl. 45. Wernerus habet Minuta 32'. Ex principio tamen Eclipſis anni 1497. die 18. Januarii, utrobique obſervato, Romæ quidem ab ipſo Wernero Hora 5. 24'. Norimbergæ à neſcio quo Hora 4, 52'. colliguntur Minuta 28'. Apianus in Aſtrolabio inter Regiomontanum & Wernerum cenſuit ſibi eligendum medium 34'. Mæſtlinus tamen, & Euerhardus, & Origanus Wernerum propiùs tenent, ſtatuentes 33'. At Stöfflerus in Calendario, non attentâ Werneri obſervatione, ſtatuit 18': quem videtur ſecutus Apianus poſteriùs in Cæſareo, ſtatuens 19'. Et Maginus medium elegit inter Apiani priorem & Stöffleri traditionem, ſtatuens 26'. Schonerus in Reſolutis habet tantùm 12'; quod obſervant Mercator & Hondius in Mappis. Stadius in Ephemeridibus habet 13'. Janſonius in Mappa univerſali, ad 10' deſcendiſſe videtur. Ipſe Keplerus, obſervationibus Eclipſium Lunæ duabus, Romæ ha-

bitis

bitis an. 1616, & 1617, quas & ipſe obſervavit Lincii, conſenſu fidens, Lincium Româ orientalius facit Minutis 10'; quantum & Uraniburgo, per obſervationes alias: atque ita Roma & Uranoburgum Keplero ſub eundem veniunt Meridianum, qui Norimbergenſi non plùs quàm 4' Min. eſt orientalior, eodem teſte. Non minùs inter ſe diſcrepant nonnulli ex citatis ſuprà Auctoribus circa Romanam longitudinem: nam Clavius tribuit ipſi Gr. 36.30'. Varenius Gr. 36. 15'; Hues Gr. 42.30'; Keplerus & Herigonus Gr. 36.40'. Minor eſt diſcrepantia circa urbium latitudines, ſeu poli elevationes, non tamen omnino nulla.

Ex his patet, quemcunque ſequaris Auctorem, non fore te immunem ab erroribus. Nobis placuit Clavii dare Catalogum locis nonnullis auctum ex Varenio; quem tamen corrigere, ſi certiora occurrant, cuique liberum erit.

CATALOGUS
Latitudinum ac Longitudinum præcipuarum Civitatum totius terrarum Orbis.

PRÆCIPUARUM CIVITATUM.	Latitudo. Gra.	Latitudo. min.	Longitudo. Gra.	Longitudo. Min.
Adrianopolis Thraciæ	43.	0.	53.	0.
Æniponrum. *Inſpruck.*	46.	55.	32.	50.
Ætna mons Siciliæ.	38.	20.	39.	0.
Agra in Mogoris regno.	34.	38.	87.	7.
Alba Græca. *Belgradum.*	47.	40.	45.	0.
Alexandria. Ægypti.	30.	0.	60.	30
Algerium Africæ.	32.	30.	22.	0.
Algerium Sardiniæ	38.	0.	30.	20.
Amberga.	49.	30.	32.	40.
Amſtelodamum.	52.	26.	26.	30.
Ancona.	43.	40.	38.	30.
Antiochia Syriæ.	37.	20.	75.	15.
Antuerpia.	51.	48.	24.	30.
Aquila.	43.	20.	34.	30.
Aquileja.	45.	12.	34.	0.
Aquinum.	41.	56.	38.	50.
Aquiſgranum.	51.	10.	27.	15.
Arelatum.	43.	20.	22.	45.
Arbela.	35.	52.	89.	0.
Aretium.	42.	50.	34.	40.
Argentina.	48.	44.	27.	50.
Ariminum.	43.	50.	35.	0.
Armutia.	27.	24.	95.	37.
Aromata promont. Afr.	14.	20.	88.	40.
Aſsiſium.	42.	55.	35.	20.
Aſcalon.	32.	27.	67.	20.
Athenæ	37.	15.	52.	45.
Avenio.	43.	52.	23.	0.
Auguſta Vindelicorum	48.	20.	32.	30.
Auguſtodunum.	46.	50.	23.	4.
Auraſicum.	43.	30.	26.	30.
Aurea Cherſoneſi Malacha.	2.	0.	161.	0.
Aurelia. *Orliens.*	47.	10.	20.	40.
Babylon Chaldæorum.	33.	50.	73.	30.
Badajoz.	39.	0.	5.	20.
Badena Helvetiæ.	48.	44.	31.	0.
Bamberga.	49.	56.	31.	45.
Barcinona.	41.	35.	17.	15.
Baſilea.	47.	30.	28.	0.
Banda Inſula.	6.	0.	115.	55.
Belgradum, Albagræca.	47.	40.	45.	0.
Beneventum.	42.	0.	41.	0.
Bergamum.	45.	0.	32.	0.
Berga Norvvegiæ.	60.	30.	27.	30.

PRÆCIPUARUM CIVITATUM.	Latitudo. Gra.	Latitudo. min.	Longitudo. Gra.	Longitudo. Min.
Berlinum.	52.	50.	36.	30.
Berna Helvetiæ.	46.	25.	29.	45.
Bethlehem.	31.	50.	65.	45.
Bononia.	44.	16.	33.	30.
Boſa Sardiniæ.	37.	50.	30.	20.
Braga Portugalliæ.	43.	0.	6.	0.
Brandeburgum.	51.	36.	35.	30.
Brema.	52.	20.	31.	30.
Brixia.	44.	30.	32.	50.
Brugæ Flandriæ.	51.	19.	24.	45
Brundiſium.	40.	0.	42.	30.
Brunſuiga.	52.	30.	32.	40.
Bruxella Brabantiæ.	50.	48.	26.	0.
Buda.	47.	0.	42.	0.
Burdigala.	44.	30.	18.	0.
Burgos Hiſpaniæ.	42.	48.	12.	0.
Byzantium.	43.	5.	56.	0.
Cæſar-Auguſta.	41.	45.	15.	15.
Cajeta.	40.	50.	38.	20.
Calaria Sardiniæ.	36.	30.	31.	30.
Caletum Galliæ.	52.	0.	16.	2.
Calicut Indiæ.	17.	0.	112.	0.
Caliz Hiſpaniæ	37.	0.	8.	10.
Cameracum.	49.	40.	25.	0.
Camerinum.	43.	0.	36.	0.
Campen Friſiæ.	52.	40.	27.	15.
Candia Cretæ.	35.	15.	54.	10.
Cantuaria.	53.	40.	21.	0.
Capua.	41.	10.	40.	0.
Caput Bonæ Spei.	35.	0.	38.	0.
Caput Viride.	8.	0.	13.	0.
Carthago Africæ.	32.	20.	34.	50.
Carthago Hiſpaniæ.	38.	0.	12.	15.
Catana Siciliæ.	37.	40.	40.	30.
Cephalædum Siciliæ.	37.	30.	37.	30.
Chalcedon. *Scutari.*	43.	7.	56.	26.
Coburgum.	50.	20.	31.	30.
Cochinum Indiæ.	9.	30.	116.	38.
Colonia Agrippina.	51.	0.	27.	40.
Complutum.	41.	40.	10.	30.
Compoſtella.	43.	15.	7.	15.
Comum.	44.	30.	31.	0.
Conimbrica.	40.	0.	10.	45.
Confluentia. *Coblenz.*	50.	30.	27.	30.

Con-

CIVITATUM. PRÆCIPUARUM	Latitudo. Gra.	Min.	Longitudo. Gra.	Min.
Conſtantia.	47.	30.	28.	30.
Conſtantinopolis.	43.	5.	56.	0.
Corduba.	37.	50.	9.	40.
Corfinium. *Corfu.*	38.	45.	45.	10.
Corinthus.	36.	55.	51.	15.
Corſicæ medium.	40.	50.	31.	0.
Cracouia.	50.	12.	42.	40.
Cremona.	44.	0.	33.	0.
Cuba Inſula.	22.	0.	—	—
Damaſcus.	33.	0.	69.	0.
Dantiſcum	54.	50.	45.	0.
Daventria.	52.	30.	28.	4.
Drepanum Siciliæ.	37.	0.	37.	0.
Dyrrachium.	40.	50.	45.	0.
Ebora.	38.	0.	6.	15.
Eboracum.	54.	20.	20.	0.
Ecbatana.	40.	52.	89.	23.
Edenburgum.	59.	20.	27.	15.
Edaſſa.	38.	0.	74.	47.
Eislebia.	51.	46.	32.	30.
Epheſus.	37.	40.	67.	40.
Epidaurus.	36.	25.	51.	45.
Erfordia.	51.	10.	34.	30.
Famaguſta Cypri.	35.	10.	66.	45.
Faventia.	43.	30.	35.	20.
Feſſa Africæ.	35.	0.	—	—
Finis terræ.	44.	2.	4.	23.
Florentia.	43.	40.	34.	0.
Forchemium.	49.	45.	31.	30.
Forum Julii.	45.	12.	32.	50.
Francofordia ad Mœnũ.	50.	30.	30.	9.
Francofordia ad Oderã.	52.	30.	34.	0.
Friburgum Briſgoæ.	81.	1.	28.	0.
Forum Livii.	43.	40.	33.	30.
Fulda.	50.	37.	30.	8.
Fundi.	41.	30.	38.	10.
Gades.	22.	30.	6.	0.
Gandavum.	51.	8.	25.	30.
Geneva.	45.	45.	28.	0.
Genua.	43.	50.	30.	0.
Goa.	18.	30.	106.	0.
Gorlicium Sileſiæ.	51.	0.	35.	45.
Goslaria.	52.	0.	32.	40.
Granata.	37.	50.	11.	0.
Groninga.	53.	12.	28.	0.
Haffnia Daniæ.	55.	43.	36.	45.
Halberſtadium.	52.	10.	32.	40.
Hamburgum.	54.	30.	33.	0.
Heidelberga.	49.	35.	28.	0.
Herbipolis.	49.	57.	30.	10.
Hieroſolyma.	31.	40.	66.	0.
Hiſpalis.	37.	0.	7.	15.
Hydruntum.	41.	26.	45.	20.
Java.	10.	0.	—	—
Ilium.	41.	0.	55.	50.
Imola.	43.	30.	34.	15.
Ingolſtadium.	48.	40.	32.	10.
Joachimi vallis.	50.	20.	30.	20.
Juliacum.	52.	0.	27.	30.
Landishutum.	48.	20.	31.	20.
Laubinga.	48.	30.	29.	20.
Leodium.	50.	50.	22.	0.

CIVITATUM. PRÆCIPUARUM	Latitudo. Gra.	Min.	Longitudo. Gra.	Min.
Leontium.	38.	0.	38.	0.
Leopolis.	50.	30.	43.	15.
Lerida.	41.	10.	15.	56.
Liburnus.	42.	30.	33.	30.
Lipſia.	51.	20.	30.	30.
Lisbona.	39.	38.	5.	10.
Londinum.	52.	30.	20.	0.
Lovanium.	51.	0.	20.	36.
Lubeca.	54.	48.	31.	20.
Luca.	43.	30.	33.	0.
Lucerna.	46.	34.	26.	0.
Lugdunum Galliæ.	45.	10.	25.	15.
Luneburgum.	54.	0.	34.	50.
Lutetia.	48.	40.	23.	30.
Magdeburgum.	52.	20.	31.	20.
Majorica Inſula.	39.	35.	18.	25.
Mantua.	44.	30.	32.	45.
Marpurgum.	51.	0.	30.	10.
Maſſilia.	43.	10.	24.	30.
Meacum Japoniæ.	36.	0.	—	—
Mecha.	23.	0.	65.	36.
Mechlinia.	51.	50.	26.	50.
Mediolanum.	45.	6.	31.	0.
Melita civit.	34.	40.	38.	45.
Meroë Ægypti.	16.	20.	61.	30.
Meſſana Siciliæ.	38.	0.	40.	30.
Metæ. *Metz.*	47.	30.	25.	30.
Minorica Inſula.	40.	10.	19.	30.
Moguntia.	50.	30.	27.	30.
Monachum.	48.	0.	32.	50.
Monaſterium.	52.	0.	28.	10.
Monſpeſſulan⁹. *Monpelier.*	43.	10.	22.	15.
Mons regius Franconiæ.	50.	15.	38.	10.
Mons regius Boruſſiæ.	54.	20.	46.	45.
Myſna.	51.	10.	38.	10.
Nancæum.	49.	20.	28.	25.
Narbona.	43.	0.	21.	0.
Narnia.	42.	30.	36.	30.
Neapolis Campaniæ.	41.	0.	39.	30.
Nicea. *Niza.*	43.	30.	28.	0.
Nigropontus Inſ.	38.	15.	53.	40.
Nola Campaniæ.	40.	45.	40.	15.
Norimberga.	49.	30.	31.	30.
Noviomagus.	47.	0.	18.	0.
Olmutium.	49.	30.	41.	0.
Oppenheimium.	50.	0.	27.	30.
Orcades Inſulæ.	61.	50.	30.	0.
Ormutia Inſula.	19.	0.	92.	0.
Oxonium Angliæ.	54.	15.	19.	0.
Panormus Siciliæ.	38.	0.	37.	0.
Patavium. *Padua.*	44.	50.	32.	50.
Paſſavium. *Paſſau.*	48.	40.	33.	50.
Papia. *Pavia.*	44.	50.	31.	0.
Peluſium. *Damiata.*	31.	0.	64.	50.
Peruſium.	42.	56.	35.	20.
Piſaurum.	43.	45.	35.	20.
Piſæ Hetruriæ.	43.	0.	33.	30.
Praga.	50.	10.	39.	15.
Raguſia.	42.	30.	44.	40.
Ratiſbona.	48.	59.	32.	15.
Ravenna.	44.	20	35.	0.
Rhodus.	35.	0.	58.	0.
Roma.	41.	56.	36.	30.

CIVITATUM PRÆCIPUARUM	Latitudo. Gra.	Latitudo. min.	Longitudo. Gra.	Longitudo. Min.
Roſtochium.	54.	30.	34.	0.
Rothomagus. *Roan.*	49.	0.	22.	40.
Rupella. *Rochelle.*	47.	10.	16.	30.
Saguntum.	39.	40.	14.	36.
Salernum.	40.	40.	40.	0.
Salisburgum.	47.	40.	35.	50.
Salmantica.	40.	15.	8.	50.
Samos Inſula.	41.	15.	52.	40.
Saſſarum Sardiniæ.	38.	50.	31.	30.
Savona.	43.	40.	29.	20.
Senæ.	42.	50.	34.	20.
Sidon.	34.	35.	68.	0.
Sigoenza.	40.	50.	13.	30.
Sipontum.	40.	30.	42.	50.
Spira.	49.	20.	27.	40.
Spoletum.	42.	45.	36.	20.
Stetinum.	53.	36.	36.	45.
Stockholmia.	58.	50.	37.	0.
Strigônium.	48.	0.	42.	30.
Syracuſæ.	37.	30.	40.	30.
Tarentum.	40.	0.	45.	30.
Tarracona.	41.	0.	16.	20.
Taurinum.	44.	0.	30.	30.
Taurus mons.	38.	0.	66.	0.
Tigurum Heluet.	47.	0.	30.	30.
Ticinum. *Pavia.*	44.	50.	31.	0.
Toletum.	40.	0.	10.	0.
Toloſa.	43.	20.	20.	30.
Tornacum.	51.	40.	25.	50.
Trajectum.	53.	20.	26.	30.
Treveris.	49.	30.	26.	0.
Tridentum.	45.	20.	33.	40.
Tubinga.	48.	40.	30.	30.
Turonia. *Tours.*	43.	30.	14.	30.
Tyrus.	34.	8.	68.	0.
Valentia Galliæ.	44.	30.	23.	0.
Valentia Hiſpaniæ.	39.	30.	14.	0.
Valliſoletum.	42.	0.	10.	10.
Venetiæ.	45.	0.	34.	0.
Verdunum.	47.	30.	25.	30.
Vienna Auſtriæ.	48.	20.	37.	45.
Vienna Galliæ.	45.	0.	23.	0.
Vilna.	53.	30.	52.	0.
Ulma.	48.	20.	32.	30.
Ulyſſipona.	39.	38.	5.	10.
Uratislavia.	51.	10.	40.	0.
Wittenberga.	51.	50.	37.	30.
Wormatia.	49.	45.	28.	0.
Würtzburgum.	49.	57.	30.	10.

LIBER

LIBER XIII.

DE

HYDROGRAPHIA.

Procemium.

Hydrographia.

VT Geographica, ita & Hydrographica ſcientia plùs ambitu ſuo complectitur, quàm nominis etymon promittit. Nec enim aquarum ſolùm deſcriptionem (quam Hydrographiæ vocabulum ſonat) hoc eſt, Oceani ac marium partitionem, periplum ſeu ambitum, profunditatem, motus varios cum fluxu ac refluxu, aliaque ſimilia ad aquam ſpectantia perſequitur; verùm etiam de navibus, & navium partibus, ſtructura, forma ad navigandum apta; de remigio, velificatione, menſura itineris maritimi, navium velocitate; de ventis, & univerſa Anemographia: de onere navibus imponendo; de navium ex uno in alium locum directione ope Pyxidis, & Mappæ nauticæ, aliorumque Mathematicorum Inſtrumentorum ad regionum latitudinem ac longitudinem quovis loco ac tempore inveniendam aptorum auxilio, accuratè ac ſubtiliter tractat adeo ut non pauci integros de arte ſeu ſcientia illa libros conſcripſerint, ut ſunt Bayſius de re navali, Petrus Medina de re nautica, Simon Stevinus & Petrus Herigonus de Hiſtiodromia, Moriſetus de Orbe maritimo, P. Georgius Fournierus S. I. de Hydrographia, Bartholomæus Creſcentius de Nautica Mediter. Taceo Petrum Nonium, Joannem Baptiſtam Benedictum, Willebrordum Snellium, Gemmam Friſium, Adrianum Metium, Marinum Merſennum, Bernardum Varenium, Joannem Henricum Alſtedium, & alios Nos, quoniam nec omnia omittere, nec omnia perſequi poſſumus, pauca quædam breviſſimè, & per ſumma tantùm capita attingemus; ea præcipuè quæ magis propriè ad Artem ſeu Scientiam navigandi, hoc eſt, navim dirigendi ut ex uno loco in alium per mare commodiſſimè ac tutiſſimè poſſit adjuvantibus ventis deduci, ſpectant. Ejus Artis ſeu ſcientiæ duo ſunt capita: primum eſt de inveniendo portu ad quem tenditur, & dicitur Limeneuritica, quaſi dicas, Portum inveniendi Scientia, à λιμὴν, quod portum, & εὕρεσις, quod inventionem ſignificat, deducto vocabulo: alterum eſt via ſeu curſu ad portum deſtinatum tenendo, & dicitur Hiſtiodromica, hoc eſt, de mali aut navis via ſeu curſu Scientia, ab ἱστὸς, quod malum navis, & δρόμος, quod curſum ſignificat, nomine derivato. De utroque pauca dicemus. Sit itaque,

PARS I.

De Limeneuritica.

Limeneuritica

L*imeneuritica agit de cognitione ſpatii inter duo loca intercepti; de plagarum Mundi inventione in quovis loco ac tempore; de conſtructione & uſu Compaſſi nautici, ſeu Pyxidis magneticæ; de lingulæ in Compaſſo libratæ directione ac declinatione; deque adjumentis aliis ad portum deſtinatum perveniendi.*

CAPUT I.

De cognitione ſpatii inter duo loca maritima interjecti.

Spatii inter duo loca maritima cognitio.

AD ſpatii inter duo loca maritima, inter quæ navis decurrere debet, cognitionem pertinent ſequentia.

Primò, Terrarum ac Marium ſitus; littorum flexus; angulorum, montium, promontoriorum procurrentia; fretorum, ſinuum, pulvinorum conſtitutio; aquarum profunditas; inſularum, ſcopulorum, vadorum, cęterarum cujuſvis littoris & partis maris notarum conſtitutio; aquationis opportunitas, aliaque ſimilia. Quæ omnia non tam ex Mappis nauticis, aut aliorum relatione, quàm ex obſervatione propria, & frequentibus navigationibus Nauclero ſunt cognoſcenda. Et hæc cauſa eſt, quòd naucleri quidam ad hunc locum, alii ad alium nave feliciter petendū ſint aptiores. *Secundò*, Ventorum generalium, & ſpecialium, hoc eſt, cujuſvis loci aut temporis propriorum notitia: quibuſdam enim in locis generales venti, in aliis anniverſarii regnant, qui navigationē vel promovent, vel retardant. Statę etiam certis temporibus ac locis procellæ, & procellarum ſigna nota eſſe debent nauclero, quorum ignoratione magna ſępe damna alioquin incurrunt. *Tertiò*, Motuum maris in diverſis tractibus cognitio, in quā videlicet plagam fluctus & mare ferantur, nè naves aliò abripiantur. Item notitia fluxus ac refluxus maris quoad tempus & horam in diverſis locis, eorumq; incrementum ac decrementum ad dies ſingulos; tum nè in maximum periculum adducatur navis littorib' & pulvinis vicina, aut in fretorum anguſtiis deprehenſa; tum ut ſciatur quo tempore ad littora & fluviorum oſtia accedendum ac recedendum. Duplex porrò navigatio eſt inter quævis loca mari ſejuncta; una brevior ac finitima; altera longior & extenſa. In breviori navigatione, præter promontoriorum, montium, turrium, littorum, fluviorum, portuum, aliorumq; ſignorum notitiam, utuntur naucleri Compaſſo nautico, & bolide, quorum beneficio, accedente multâ exercitatione & experientiâ, deprehendunt quæ regiones facilē vel difficilem concedant aditum; quàm profunda ſint maria, ſinus, & oſtia fluviorum; quo curſu ferantur aquarum agitationes, aliaq; ſimilia. In longiori navigatione, præter Compaſſum & bolidem, opus eſt inſuper inſtrumento aliquo ad poli elevationem, vel latitudines regionum indagandas; nec non tabulâ aliquâ hydrographicâ, & canonibus loxodromicis, ad dignoſcendum rhumbum in quo navigandum; ad itineris confecti quantitatem, locique in quo navis verſatur longitudinem ac ſitum deprehendendum. Sed hæc meliùs ex ſequentibus intelligentur.

CAPUT II.

De inventione plagarum Mundi in mari, quovis loco, & tempore.

Plaga in Terraqueo quid ſit. *Vide Iconiſmum VIII. Fig. 338.*

PLaga in Terraqueo globo, eſt arcus Verticalis inter datum in eo locum, & Horizontem ejus, interceptus. Pro intelligentia ſit Globus Terraqueus A B C O, locus in eo datus A, Horizon Aſtronomicus B O, Phyſicus M N, Meridianus (qui unus è Verticalibus eſt) B A O, Verticalis primarius A D, Verticales inter Meridianum & Verticalem primarium medii A E, A F, A G &c: Arcus itaque A B, A G, A F, A E, A D &c: Sunt plagæ reſpectu loci A. Imò & arcus A M, A L, A K, A I, A H &c. dici poſſunt plagæ reſpectu ejuſdem loci A.

Quotuplices.

Tot ergo ſunt plagæ reſpectu cujuſque loci in Terraqua, quos Verticales ex illo ad Horizontem duci poſſunt, id eſt, infinitæ, quoniam ad quævis Horizontis puncta duci poſſunt Verticales.

Ex omnibus tamen plagis hodie tantùm 32. ſortitæ ſunt peculiaria nomina. Dividunt enim Geographi atq; Hydrographi Horizontem cujuſcunque loci in quattuor quadrantes, & quemlibet quadrantem ſubdividunt in ſeptem æquales partes: atque à loco dato ad diviſionum puncta ducunt arcus Verticalium, qui plagas conſtituunt.

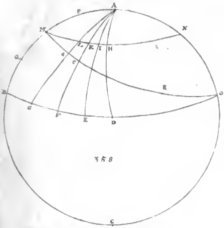
Plagarum aliæ ſunt Cardinales, aliæ Collaterales. *Cardinales* ſunt, quæ tranſeunt per cardinalia ſeu præcipua Horizontis puncta, illa nimirum, in quibus Meridianus & Verticalis primarius loci interſecant Horizontem ad angulos rectos ſphærales, ſuntque punctum Septentrionis, Auſtri, Ortus ęquinoctialis, Occaſus ęquinoctialis; unde vocantur abſolutè & ſine addito plaga Septentrionalis, plaga Auſtralis, Orientalis, Occidentalis. *Collaterales* ſunt, quæ inter Cardinales interſtant, ſuntque viginti octo, ſeptem nimirum inter binas quaſque Cardinales. Quidam biſecant ſpatium inter duas quaſque plagas enumeratas, & conſtituunt 64. Alii tot plagas conſtituunt, quot gradus in Horizontis peripheria ſunt. Sed dictus numerus 32. plagarum ſufficiens eſt pro nautis, quorum uſui inſervit plagarum diviſio.

Nomina plagarum

Nomina 32. plagarum communia ſunt cum 32. Ventis (de quibus *in Geographia 1. par. cap.* 4.) apud Germanos, Belgas, Anglos, Gallos, Hiſpanos, & Italos: Latinis tamen & aliarum Nationum vocabulis vix exprimi poſſunt. Commodiſſimum foret pro omnibus nationibus, ſi ab ordine plagarum nomina deſumerentur, initio facto à Septentrione & Auſtro, & utrimque verſus Ortum & Occaſum progrediendo ſic: Plaga Septentrionis, prima, ſecunda, tertia, quarta &c: à Septentrione in Ortum, aut in Occaſum: item plaga Auſtri, prima, ſecunda &c: ab Auſtro in Ortum, aut Occaſum. Sed præſtat loqui ut multi, ſentire ut pauci.

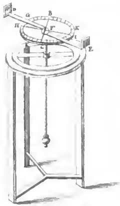
Ex his patet, eum qui invenit, in loco quocunque conſtitutus, plagas Mundi pręcipuas, quę ſunt Septentrio, Meridies, Oriens, Occidens; alias intermedias ignorare non poſſe. Imò ſufficit Septentrionem ſolum & Auſtrum, aut Ortum ſolum & Occa-

Iconiſmus VIII
ponatur e regione pag. 381.

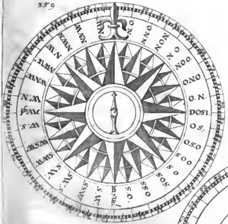


358

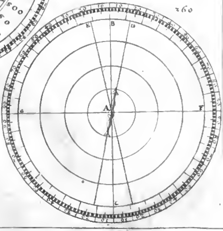
361



359



360



Occaſum cognoſcere; alterutris enim cognitis, altera latere non poſſunt: nam qui faciem vertit ad Septentrionem, & dorſum ad Auſtrum, habet à dexterâ Ortum, à ſiniſtra Occaſum; & qui faciem ad Ortum convertit, dorſumque ad Occaſum, dextera Meridiem, ſiniſtra Boream oſtendit. His præmiſſis, modum tradamus plagas prædictas in quocunque loco inveniendi.

Plagæ quomodo inveniantur.

Veteres duobus tantùm modis plagas dignoſcebant. *Primò*, noctu per obſervationem ſtellarum circumpolarium, præſertim Helices ac Cynoſuræ, quarum hæc in minoris, illa in majoris urſæ cauda eſt extrema; interdiu verò per orientem aut occidentem Solem: iis enim viſis ſciebant qua parte Septentrio eſſet, qua Oriens, qua plagæ reliquæ. *Secundò* per littorum, promontoriorum, montium, Inſularum non procul à littoribus diſſitarum, aliorumq; ſignorum in oculos incurrentium contemplationem: quia enim vel experientiâ propriâ, vel aliorum relatione, vel Mapparum geographicarum inſpectione ſciebant in qua plaga eſſent prædicta ſigna; viſis illis non ignorabant in qua ipſi plaga conſiſterent. Iiſdem duobus modis & Recentiores utuntur nautæ in brevioribus navigationibus. Qui Taprobanam Inſulam ſeu Sumatram olim petebant ex Aſiæ Continente, aves è caveis emittebant, & quam in plagam volando petebant, eam Aſiæ Continente à ſe relictam dicebant.

Verùm quoniam à littoribus longiùs abreptis, & altum ingreſſis profundiùs, nec littora apparent ampliùs, nec cœlo nubibus & cæcâ tempeſtate obducto Sol, aut ſtellæ, non audebant Veteres à littore abſcedere; & ſi quando tempeſtate abrepti erãt, periculoſæ atque incertæ erant navigationes illorum. Nunc verò poſt Pyxidem nauticam inventam non dubitant Recentiores ſe peregrinis & nunquam ante hac ſulcatis maribus committere, ac multorum menſium, imò & annorum ſpatio Oceanum univerſum peragrare, ignotaſque adire regiones, ac tandem ad loca, unde digreſſi ſunt, feliciter redire: dictæ enim pyxidis ope (de qua plura cap. ſequenti) quovis loco ac tempore plagam Septentrionalem & Auſtralem nullo negotio inveniunt, atq; ex his Orientalem & Occidentalem, cæteraſque intermedias omnes, idque vel Globi Geographici ritè ſituati, vel Pyxidis nauticæ ſubſidio, uti ex dicendis patebit.

CAPUT III.

De Pyxide ſeu Compaſſo nautico.

Magnetis virtus.

MAgneti virtutem ineſſe non ſolùm ferri attractivam, Antiquis quoq; notam, ſed certis etiam partibus ſeu punctis ſuis ad Septentrionem ac Auſtrum, atque adeo ad ipſum Terraquei globi polum arcticum atque antarcticum converſivam (ſi modò libratus expeditam ſe convertendi naneiſcatur facultatem) Veteribus protſus ignotam; certiùs eſt quàm ut probari debeat. Punctorum illud quod ad Boream convertitur, polum Boreum; alterum quod ad Auſtrum vergit, Auſtralẽ polum appellavimus cum pleriſque Magneticarum rerum Scriptoribus in Magia Naturali *par. 4. lib. 3.* ubi fusè ac diſtinctè de Magnetis virtute ac proprietatibus, mirisq; effectibus per eum patrari ſolitis egimus. Utramque virtutem, attractivam dico, & converſivam, communicat Magnes ferro ac chalybi, ferreiſque ac chalybeis ſingulis ſeu ſagittulis, (magneticas acus paſſim vocant) hac tamen conditione, ut quæ pars ſagittulæ polum magnetis Boreum attigit, ad Auſtrum convertatur; quæ verò Auſtralem, ad Boream. Cauſam explicavimus loco cit. Quia igitur prædictæ ſagittulæ ſupra obelos libratæ in omnem vertuntur partem, nec antea quieſcunt quàm extremitatem unam Septentrioni, alteram Auſtro obverterint; ideo verſoria communiter appellantur. Modum ea conficiendi, ad magnetem adfricandi, conſervandi, aliaque multa, expoſuimus citato loco.

Magnetis declinatio.

Paucis tamen locis magnetica verſoria reſpiciunt directè polum Terræ arcticum atque antarcticum, adeoq; raro demonſtrant exactè lineam meridianam, ſed pleriſque in locis declinant aliquot minutis aut gradibus in Ortum aut Occaſum, paucioribus alibi, alibi pluribus. In Inſula *el Corvo* ſeu Corvi dicta (quæ una eſt Inſularum Azorum ſeu Flandricarum inter Europam & Americam) nulla eſt acûs declinatio, ſed ipſi meridianæ lineæ incumbit ad amuſſim; ideo Recentiores Geographi Meridianum per dictam Inſulam tranſeuntem aſſumpsêre pro primo Meridiano, ut in Geographia diximus. Idem contingit in aliis quibuſdam locis dicto Meridiano ſubjectis, non tamen ubique. In locis ab illo Meridiano verſus Orientem ſitis uſque ad promontorium procurrentis Africæ, dictum *Cabo das Agullas*, non procul à promontorio Bonæ Spei, declinat à Septentrione verſus Orientem inæquali declinatione, nimirum uſque ad Inſulas *Triſtan de Cunha* per ſpatium 70. graduum accreſcit declinatio, ita ut ibi ſit 13. imò & 19. graduum circiter; inde rurſus decreſcit uſque ad loca vicina dicto promontorio *das Agulias*, ubi nulla eſt iterum declinatio. Ab eo verò loco verſus Indiã incipit declinatio à Septentrione verſus Occidentem, quæ rurſus variis in locis varia eſt. Obſervationes multas in Terra, in Mari mediterraneo, ac in Oceano factas, quò & quantum certis locis declinet, invenies apud *P. Athanaſium Kircherum* in Arte Magnet. *Petrum Herig unum* tom. 4. Curſus Mathem. & alios. An verò declinationes certis locis deprehenſæ, ſint ſemper ſtabiles, an verò varientur, diſcuſſimus loco citato in Magia; ubi etiam declinationis cauſam dedimus.

Magnetica acus uſus.

Acus magnetica ſupra obelum librata varios habet & egregios uſus in horologiis ſciathericis, in Geographia, & Hydrographia, & in diverſis Mathematicis inſtrumẽtis. Ut Hydrographiæ inſerviat, ſolet includi pyxidi rotundæ, aut quadratæ, cujus peripheria in certas diviſa eſt partes Solet & ipſi acui Orbis chartaceus, quam Roſam ventorũ appellant, ſuperimponi atque adglutinari, ita ut intra pyxidem librari una cum acu ſupra obelum queat.

Pyxis nautica.

Atque hanc vocant Pyxidem nauticam, & Compaſſum nauticum. Primus ejus inventor creditur fuiſſe quidam Amalfitanus circa Annum Chriſti 1302. quem alii Joannem Gojam aut Giram, alii Flavium appellant. Fabrica ejus non eſt unius modi apud omnes. Aliqui orbem chartaceum dividunt in 8. partes, alii in 16, alii in 32, alii in 64, alii, denique in 360. Communiter tamen, etiam ab iis qui Oceanum navigant, in 32. dividitur, juxta numerum ventorum è totidem Horizontis cujuslibet

plagis ſpirare ſolitorum. Hanc nos conſtruere docebimus, ejuſque uſum explicabimus.

Problema I.

Pyxidem nauticam conſtruere, ejuſque uſum explicare.

Pyxidis nauticæ conſtructio.
Vide Iconiſmi VIII Fig. 359.

I. IN charta levi, rigida tamen, ac perfectè plana, deſcriptus circulus A B C D dividatur in 32 æquales partes, juxta numerum 32. ventorum ex totidem plagis Horizontis phyſici cujuslibet regionis prorumpentium. II. Quælibet duo diametraliter oppoſita diviſionum puncta connectantur lineis rectis per centrum circuli tranſeuntibus; intra circulū verò pingatur ornatûs gratiâ figura ſtellata, cujus apices ad diviſionum puncta terminentur, prout in appoſito diagrammate apparet. III. Extra circulum A B C D decircinetur orbis competentis latitudinis, intra quem è regione apicum ſtellæ ſcribantur nomina ventorum vel Latina, vel Italica, vel Belgica, vel Hiſpanica, vel Gallica; Nos Belgica adſcripſimus; apici verò qui Septentrionali vento eſt inſignitus, adpingatur lilium, aliudvè luculentum ſignum. IV. Chartaceo circulo, ſeu Roſę ventorum (ſic quoque appellatur) prædictâ ratione diviſo ſubdatur firmiter directè infra lineam A B verſorium magneticum competentis longitudinis, adſtrictum valido magneti, ita ut verſorii centrum ſeu pileolus reſpondeat centro circuli, & polus verſorii Boreus puncto A nbi lilium, polus verò Auſtralis puncto B. V. Fiat pyxis ſeu capſula intus rotundè excavata; & ex fundi plani centro erigatur obelus ſeu cuſpis chalybea, cui imponatur ventorum Roſa. Debet autem pyxidis cavitas tantæ capacitatis eſſe, ut Roſa ſupra obelum librata verti in omnem partem queat, & nec capſæ cava latera attingat, nec ab iis multùm diſtet. VI. Margo capſæ ſuperior dividatur in 360. gradus, ſingulisque quadrantibus adſcribantur numeri ut vides, initio facto à linea A B protenſa. VII. Capſa induatur annulo ęneo, ut ad planum Horizontis in ęquilibrio pendere queat; hic verò annulus in altero quoque libretur tranſverſim pendulus in pyxide ſatis ampla, appoſito ſubtus plumbeo pondere; ſic enim fiet ut ad planum Horizontis ſemper ſeſe accommodet, quantumvis navis à fluctibus agitetur. *Alios modos preparandi Pyxides vide apud alios. Conſultum foret, ſi pyxis ſuperiùs vitreâ laminâ muniretur, ne acus à vento dimoveatur.*

Annotatio I.

IN hac pyxide verſorium magneticum eſt ſubditum lineæ Meridianæ Roſæ, nullâ habitâ ratione declinationis magnetis. Alii non firmiter, ſed mobiliter illud Roſæ ſubtus annectunt, ut in variis locis pro variâ magnetis declinatione mutari queat, & accommodari illi gradui, quem declinatio cognita exigit. Alii qui certa tantùm maria navigant, id ſubnectunt ſtabiliter illi gradui, quem declinatio cujuſque maris aut partis Oceani poſtulat.

Annotatio II.

Roſa nautica repræſentat Horizontem.

ROſa nautica ſupra obelum librata repræſentat Horizontem, tam Aſtronomicum, quam Phyſicum cujuslibet loci, 16. verticalibus circulis in 32. plagas diviſum, juxta totidem ventorum numerum à plagis illis ſpirantium. Itaque qualibet recta linea per centrum Roſæ ducta, & utrimque in oppoſitos ventos terminata, repræſentat circulum verticalem ſeu Azimuthum, vel potiùs diametrum ejus. Haſce lineas in infinitum extenſas verſus ventorum plagas, Luſitani vocant Rhumbos; quæ vox etiam apud Latinos jam invaluit, quamvis apud hos Linea itineris maritimi, ſeu Linea nautica appellari poſſet.

Rhumbi.

Sicut autem inter omnes circulos verticales præcipui ſunt Meridianus & Verticalis primarius, ita in Roſa nautica præcipuæ lineæ ſunt quæ illos repræſentant; cujuſmodi ſunt lineæ A B, & C D; quarum illa repræſentat Meridianum, & dicitur linea Noto-borea; hæc verò Verticalem primarium, & linea Euro-Zephyrea appellatur. Illa igitur Septentrionem & Auſtrum indicat (niſi declinatio id impediat.) hæc æquinoctialem Ortum & Occaſum.

Problema II.

Declinationem acus magneticæ in Terra invenire.

Declinationem acus magneticæ in terra invenire.

NEc poli magnetici, nec acûs magneticæ illitæ extrema puncta, ſemper directè Septentrionem & Auſtrum oſtendunt, tametſi ritè librentur, atque adeo magnetica acus non ubique Meridianam lineam repręſentat, aut monſtrat, ſed variis in locis terrâ marique ab ea deviat in Ortum aut Occaſum, nunc plùs, nunc minùs, ut ſuprà inſinuavimus. Quoniam igitur navis curſus ope Pyxidis nauticæ dirigi non poteſt, niſi nota habeatur linea Noto-borea ab acu pyxidis oſtenſa, hæc autem ſciri certò nequit niſi acûs declinatio ſciatur; ſumma adhibenda eſt diligentia ut ea quovis loco ac tempore in mari reperiatur. Dico, in mari, nam ut ea in terra reperiatur, ubi eodem loco quietè ſemper perſiſtitur, non eſt adeo difficile. Quia tamen inventio terreſtris lucē præfert inventioni maritimæ, eam priùs exponemus, licèt id etiam præſtiterimus in *Magia Natur. par. 4. lib. 3. Syntagm. 5. Pragm. 5. Igitur*

Vide Iconiſmi VIII. Fig. 360.

In plano aliquo ſtabili ac terſo, loco ab omni ferri latentis ſuſpicione libero (ferri enim præſentia deviationem vitiat) ex centro A deſcribe aliquot circulos concentricos, & modo explicato ſupra lib. 9. par. 2. Probl. 1. aut aliquo alio, inquire lineam Meridianam loci, quæ ſit B A C, cujus punctum B reſpiciat Septentrionem, punctum verò C Auſtrum. Deinde ductâ F G ad Meridianum B C perpendiculari, divide utrumq; quadrantem B F, & B G, in 90 gradus, & ſi fieri poteſt, gradus ſubdividantur in minutorum decades, aut pentades ſaltem, initio diviſionis facto à B verſus F, & à B verſus G. His factis, infige centro A obelum ſeu ſtylum acutum, & ſtylo impone verſorium ritè præparatum, & ad magnetem bonę virtutis probè adfricatum; & ubi quieverit, vide quem gradum circuli diviſi cuſpis verſorii monſtret. Si enim præcisè incumbit verſorium lineæ B C; nihil declinat à Meridianâ loci: ſi à B verſus F tendit, & oſtendit v.g. gradum D; declinat à Septentrione in Ortum, & arcus B D eſt arcus declinationis graduum v.g. 12; ſi à B verſus G tendit, & notat punctum E; de-

declinat

clinat à Septentrione in Occaſum, & arcus B E eſt arcus declinationis.

Annotatio.

SI repertâ in plano lineâ Meridianâ, applices Pyxidem antea præparatam ita, ut linea A B ſeu lineæ Noto-borea pyxidis congruat exactè lineæ Meridianæ aut eidem parallela ſit; ſtatim verſorium Pyxidis monſtrabit in margine gradus declinationis, ſi qua fuerit.

Problema III.

Declinationem acus magneticæ in Mari invenire, lucente Sole.

Primus Modus.

Declinationem acus magneticæ in mari invenire. Vide Iconiſmi VIII. Fig. 360.

IN orbe chartaceo rigido, aut in plano plumbeo, fiat circulus B F C G ex centro A deſcriptus, & in 360 partes diviſus; orbiſq; appenſo ſubtus pondere libretur intra annulos, prout de pyxide nautica ſuprà diximus. Deinde ex centro A erigatur perpendiculariter ſtylus ſubtilis competentis longitudinis, & unâ alterâve circiter horâ ante meridiem obſervetur, in quod punctum circuli BFCG cadat umbra ſtyli, v. g. in punctum D; eodemque tempore ſine mora ſumatur per Inſtrumentum aliquod altitudo Solis, quæ ſit v. g. 70 graduum. Demum totidem circiter horis poſt meridiem obſervetur ſæpius altitudo Solis, & eodem momento quo reperitur altitudo æqualis priori, nempe 70. graduum, notetur in eodem circulo B F C G punctum in quod tunc cadit umbra ſtyli, v. g. punctum E. His factis, ſi arcum D E dividas bifariam in B, & ducas lineam ABC; erit hæc linea Meridiana: ſi deinde exempto ſtylo ex A, & infixo obelo, liberaveris ſupra ipſum magneticam acum; cognoſces declinationem ejus ut antea.

Si navis tempore inter utramque obſervationem interjecto pergat æquali velocitate ſub eodem aut ferè eodem parallelo, nullus notabilis error continget; ſecus ſi aliter fiat. Si navis ſit ultra Æquatorem, umbra meridiana projicietur aliquando ad partes C.

Secundus Modus.

COgita circulum B F C G præcedentis figuræ eſſe limbum pyxidis nauticæ ſuprà deſcriptæ, & lineam B C eſſe rhumbum Noto-boreum in pyxidis orbe chartaceo notatum. Hoc ſuppoſito, Pyxidem intra annulos ſuos libratam dirige ita, ut acus magnetica congruat lineæ B C. Deinde ſublatâ acu magneticâ, obelo infigatur perpendiculariter ſtylus, & ante ac poſt meridiem procedatur ut antea. Si punctum biſecationis acûs à duabus umbris intercepti cadat in B, nulla erit declinatio; ſi verſus D, erit declinatio in Ortum, ſi verſus E, in Occaſum. *Hic etiam modus ſupponit navem aut ſubſiſtere, aut ſub eodem parallelo procedere æquali velocitate.*

Tertius Modus.

DUo præcedentes modi ſupponunt duas obſervationes; quod quia incommodum eſt, fieri idem poteſt unicâ, ſuppoſitâ priùs altitudine poli in loco in quo fit obſervatio; & latitudine ortivâ aut occiduâ Solis eo tempore, quo fit. Modus hic eſt. Orbis chartaceus, aut plumbeus præcedentis figuræ, aut etiam Pyxis nautica, libretur intra ſuos annulos, ut acus magnetica congruat lineæ Noto-boreæ BC. Deinde poſitâ regula dioptricâ D E ſupra Orbem pyxidis, ita ut centrum regulæ congruat centro Orbis aut pyxidis, ſitque circa ipſum convertibilis, obſervetur per dioptras Sol oriens, aut Occidens, & notetur in margine Orbis punctum ſeu gradus v. g. G. Ab hoc gradu verſus H aut I numeretur arcus latitudinis ortivæ aut occiduæ, & numero graduum addatur, aut ſubtrahatur, prout tempus obſervationis factæ exiget; & habebis puncta Ortus aut Occaſus æquinoctialis. Ab his punctis verſus B numera 90. gradus, & habebis punctum lineæ Noto-boreæ ſeu Meridianæ. Si itaque terminus numerationis, id eſt nonageſimus gradus ceciderit in punctum B, nulla erit declinatio; ſi citra B verſus Ortum, erit declinatio in Ortum: ſi ultra B verſus Occaſum, erit declinatio in Occaſum. Magnitudinem declinationis dabit arcus inter B & finem numerationis prædictæ interceptus. *Errori ſubjectus eſt hic modus, ſaltem aliquali, quia Sol propter refractiones citiùs apparet manè ſupra Horizontem, quàm revera oriatur.* Vide Iconiſmi VIII. Fig. 361.

Quartus Modus.

SImili modo utuntur naucleri per duas obſervationes, non cognitâ altitudine poli & latitudine ortivâ, ſic. Pyxide pendulâ ita conſtitutâ, ut acus magnetica congruat lineæ Noto-boreæ B C præced. fig. obſervant manè per dioptras Solem orientem, & notant punctum aut gradum in margine à regula dioptrica abſciſſum, v. g. G; veſperi deinde obſervant eundem occidentem, & notant ex altera parte punctum aut gradum v. g. K. Si G & K diſtant æqualiter à puncto B, dicunt acum non declinare: ſi G plùs diſtat à B, quàm K ab eodem B, dicunt acum declinare in Occidentem; ſi denique K plùs diſtat à B, quàm G, dicunt declinare in Orientem. Ut declinationis quantitatem habeant, numerata utraque diſtantia G B & K B, auferunt minorem à majori, & reſidui dimidium ajunt eſſe declinationem quæſitam. Quamvis autem à manè uſq; ad veſperum navis multùm provehatur, putant tamen declinationem interim parum aut nihil mutari. *Sat ingenioſè pro nautis, minùs accuratè pro Mathematicis.*

Quintus Modus.

INveniatur unica obſervatione linea Meridiana, modis alibi dictis, eaque inventa quæratur declinatio per Probl. 2. præcedens. Et hic modus eſt ſecuriſſimus.

Problema IV.

Declinationem acus magneticæ invenire quovis loco, & quovis tempore.

FIt id ope globuli magnetici ita diſpoſiti, ut conſtanti lege lineam meridianam in toto Orbe *Declinatione magnetis*

quovis loco & tempore invenire. demonſtret quovis tempore, & quovis loco: habitâ enim hac linea, habetur conſequenter declinatio acus magneticæ per praxes antè dictas. Globulum, & modum inveniendi ejus ope lineam meridianam, deſcripſi in Magia Naturali, parte quarta, libro tertio, Syntagmate ult. Pragm. 1. ex P. Jacobo Grandamico, qui primus fuit hujus experimenti ſanè pulcherrimi inventor.

PARS II.

De Hiſtiodromica.

Hiſtiodromice. *Hiſtiodromica, ut initio dicebam eſt illa artis ſeu ſcientiæ navigandi pars, quæ navis viam ſeu curſum docet, hoc eſt, quæ navim ex uno in alium deſtinatum locum, magneticæ pyxidis Mappæque nauticæ ope, dirigit itinere maritimo breviſſimo & commodiſſimo. Hujus duæ præcipuæ ſunt partes. Una, dirigere continuè navim, ope prædictæ pyxidis & Mappæ, per congruentem rhumbum; ſive id fiat orthodromicè per vias rectas, ſive loxodromicè per obliquas ſeu tortuoſas: Altera, conjectare ex Charta nautica, ex menſura itineris maritimi confecti, ex locorum aut longitudine, aut latitudine, aut utraque, ubinam locorum ſit navis, ac proinde quo vento utendum, & quis rhumbus ſequendus deinceps, ut ad optatum locum quàm breviſſimâ & commodiſſimâ navigatione perveniatur. Hæc duo ut præſtentur, requiritur cognitio Canonum & Axiomatum quarundam loxodromicorum, deſcriptio & uſus chartis nautici, determinatio ſpatii quod certo tempore navis confecit, aut confectura eſt, aliaque ſimilia. Difficillima proinde eſt hæc Nauticæ ſcientiæ pars, & quàm maximè Matheſeos indigens ſubſidio; ideo tam obſcurè & intricatè de ea ſcripſere Authores varii. Nos omnibus breviores erimus, ſed ea & eo proponemus ordine, quæ lucem fortaſſis aliorum ſcriptis offerre queant.*

CAPUT I.

De ſitu locorum ad quæ dirigenda eſt navis ex loco dato.

Situs locorum ad quæ dirigenda eſt navis. UT navis ex uno loco in alium dirigi atque deduci ex arte hiſtiodromica queat, cognoſcendus eſt ante omnia ſitus loci illius & reſpectu loci dati unde proficiſcendum, & reſpectu locorum interjectorum. Pro qua re damus ſequentes Regulas.

Propoſitio I.

Situm locorum reſpectu loci dati indicat Verticalis à dato loco per illa ductus.

Situm locorum reſpectu loci dati quid indicet. Vide Iconiſmi VIII. Fig. 358. DAtus locus ſit A, loca alia quorum ſitus reſpectu loci A inquiritur, ſint L & G. Dico ſitum horum locorum, ſeu plagam in qua reſpectu primi ſunt poſita, indicare Verticalem A G per dicta loca ab A ductum. Ratio eſt, quia ſitum loci alterius reſpectu loci dati indicat angulus poſitionis; hunc autem, cùm nihil aliud ſit quàm angulus quem cum Meridiano loci dati facit Verticalis per locum alterum ductus, efficit dictus Verticalis; ergo &c.

Corollarium I.

EX hoc ſequitur, ſitum loci, aut plagam in qua jacet locus reſpectu alterius, indicari etiam ab arcu Horizontis qui inter Meridianum & Verticalem prædictum intercipitur, cujuſmodi eſt in caſu poſito arcus B G.

Corollarium II.

SEquitur præterea, omnia loca quæ in eodem Verticali ſunt, eſſe reſpectu primi loci dati in eadem plaga, & habere eundem ſitum, quoniam Verticalis per illa tranſiens facit eundem angulum cum Meridiano primi loci.

Propoſitio II.

Si duo loca ſint in eodem Meridiano; ſecundus à primo, & ab omnibus intermediis, eſt verſus eandem plagam Cardinalem Septentrionis vel Auſtri.

Hiſtiodromia ſingula varia. Vide Iconiſmi VIII. Fig. 358. DUo loca, A primus, & B ſecundus, ſint in eodem Meridiano A B C. Dico, ſecundum locum B eſſe in eadem plaga Septentrionis vel Auſtri ſitum, tam reſpectu loci A, quàm omnium intermediorum P, M, Q, & aliorum quotcunque in eodem Meridiano jacentium. Quoniam enim ſitum ſeu plagam loci B reſpectu locorum A, P, M, Q &c, indicat Verticalis ab his locis ad B ductus, *per Propoſit.* 1. hic autem eſt unus & idem, nempe Meridianus; conſtat propoſitum.

Propoſitio III.

Si duo loca ſint in Æquatore; ſecundus à primo, & ab omnibus intermediis, eſt verſus eandem plagam Cardinalem Ortus & Occaſus.

IN præcedenti Diagrammate ſit Æquator B O, in eoque ſint duo loca, B primus, & D ſecundus. Dico, ſecundum locum D ſitum eſſe in eadem plaga

plaga Ortus vel Occaſus, tam reſpectu loci B, quàm omnium interjectorum G, F, E, & aliorum quotcunque in eodem Æquatore jacentium. Quoniam enim ſitum ſeu plagam loci D reſpectu locorum B, G, F, E, &c: indicat Verticalis ab his locis ad D ductos, ſeu angulus quem Verticalis dictorũ locorum conſtituit cum Meridianis eorundem, *per Propoſit.* 1. hic autem Verticalis eſt unus & idem, nempe Æquator, conſtituens cum omnibus Meridianis angulum rectum; conſtat propoſitum.

Propoſitio IV.

Si duo loca nec ſint in eodem Meridiano, nec in Æquatore; ſecundus non eſt in eadem plaga cum primo, & omnibus intermediis.

Vide Iconiſmi VIII. Fig. 358. PRimus locus ſit M, alter R, quorum primus ſit Olyſſipo in Luſitania, ſecundus Pernambuccum; loca verò intermedia ſint *a*, *e* &c: Dico, locum R, & loca *a*, *e* &c: non eſſe in eadem plaga reſpectũ loci M, ſed in diverſis. Patet, ſi dicta loca M & R cum intermediis deſignes in Globo geographico, & primò locum M ſtatuas in vertice Globi, elevando polum Globi juxta exigentiam Olyſſiponis, & affixum Quadrantem dirigas verſus Pernambuccũ; deinde cætera loca ſtatuas ſimiliter in vertice, & affixum Quadrantem dirigas ſimiliter verſus Pernambuccum; videbis enim, omnium locorum Verticales (quos Quadrans repræſentat) efficere cum Meridianis non eundem, ſed diverſos angulos, & diverſos arcus in Horizonte inter dictos Verticales & Meridianos intercipi, ac proinde & diverſas oſtendi plagas, *per Propoſit.* 1.

Corollarium.

SI ex uno loco in alium dirigenda ſit navis per viam breviſſimam, id eſt, hoc pacto, ut nunquam recedatur ab arcu Verticalis interjecto inter utrumq; locum; ſi loca ambo ſita ſint in eodem Meridiano, aut ambo in Æquatore, nunquam mutatur plaga, ſed in uno caſu ſemper navigatur in plaga Cardinali Septentrionis aut Auſtri, in altero ſemper in plaga Cardinali Ortus aut Occaſus: At ſi loca non ſunt ambo in uno Meridiano, aut in Æquatore, in tali itinere ſingulis momentis mutanda eſſet plaga, & navis verſus aliam atq; aliam dirigenda. Sequitur ex præcedentibus propoſitionibus.

CAPUT II.

De via ſeu linea, per quam navis ab uno loco in alium dirigenda eſt.

Via per quam dirigenda eſt navis. AUt uterque locus (à quo nimirum navis diſcedit, & ad quem tendit) eſt in eodem Meridiano, aut uterque in Æquatore, aut non. Pro ſingulis caſibus ſingulas Regulas trademus. Sed priùs notanda ſunt ſequentia.

I. Plagæ in Globis Geographicis & Hydrographicis exprimuntur lineis curvis; in Mappis & Chartis nauticis, uti & in Roſa Ventorum pyxidis nauticæ (quæ Horizontem cujuſcunque loci repræſentat) lineis rectis, quæ nihil aliud ſunt quàm communes ſectiones Verticalium planorum cum plano Horizontis; vel ſi mavis, ſunt Verticalium ſemidiametri aut diametri in planum Horizontis projectæ.

Rhombi quot ſint. II. Lineæ quæ plagas exprimunt, ſeu curvæ in Globis, ſeu rectæ in Mappis & Roſa, prędictis, vocantur *Rhumbi*. Tot ergo ſunt Rhumbi, quot plagæ, videlicet infiniti; præcipui autem, & qui peculiaria ſortiti ſunt nomina, ſunt 32. quorum quatuor ſunt principales ſeu cardinales, reliqui laterales ſeu intermedii. Itaque in ſingulis ſpatiis inter Meridianum & Parallelum cujuſque loci, ſunt ſeptem rhumbi, qui angulum illum in octo æquales partes diſpeſcunt. Nomina eadem habent Rhombi cum plagis & ventis.

Via navis vel recta eſt, vel obliqua. III. Via navis (ſeu linea quam navis carina curſu ſuo deſcribit in mari, & *ἰσοδρομία* appellatur, à malo navis, ut ſuprà diximus) eſt vel recta, vel obliqua. Rectam vocant *ὀρθοδρομίαν*, obliquam *λοξοδρομίαν*. *Recta* eſt, quando navigatur ſecundùm ductum magnetis ſub eodem ſemper rhumbo, ut à Septentrione in Auſtrum, aut contrà, ſub eodem ſemper Meridiano; vel ab Occaſu in Ortum, aut contrà, ſemper ſub Æquatore, aut ſub eodem Parallelo ſeu latitudinis circulo. Obliqua eſt, quando navigatur ſecundùm ductum magnetis extra Meridianum, Æquatorem, & Parallelum. Sed hoc meliùs intelligetur ex dicendis. Recta via eſt breviſſima, quia fit in circumferentia ejuſdem circuli ab initio uſque ad finem: at non ſemper eſt commodiſſima, quia non ſemper ad deſtinatum locum perducit, ut patebit. Obliqua non eſt breviſſima, quia linea quam in ea navis carina deſcribit, eſt curva, & helicis formam æmulatur, ut dicemus poſtea.

Via navis ſimplex & compoſita. IV. Via navis aut ſimplex eſt, aut compoſita. Aut enim in eodem tramite à principio ad finem uſque decurritur, aut diverſis inter ſe permixtis. Si in eodem, ut in eodem Meridiano à Septentrione in Auſtrum, aut contrà; aut in Æquatore, vel in eodem Parallelo ab Occaſu in Ortum, & contrà; aut denique ſecundùm unum eundemque quemcunq; rhumbum; tunc via ſeu curſus eſt ſimplex. Si verò (ut ferè ſemper fit) à principio ad finem, aut ab una curſus emendatione ad alteram, plures ac diverſi permiſcentur rhumbi, ſeu in plures ac diverſas tenditur plagas, antequam ad finem perveniatur, aut antequã nova ſecundùm obſervata, inſtituatur obſervatio; tunc via ſeu curſus eſt compoſitus. Prima facilior eſt quàm ſecunda, ſed non ſemper commoda, ut patebit ex dicendis.

Propoſitio I.

Si duo loca ſint in uno Meridiano, aut in Æquatore, & navis dirigenda ſit ex uno in alium per viam breviſſimam, hoc eſt, ita ut nunquam recedatur ab arcu Meridiani, aut Æquatoris interjecto, in tali via manet eadem ſemper itineris plaga.

PAtet ex dictis capite præcedente, quia ſecundus locus à primo, & ab omnibus intermediis, ſitus eſt in eadem plaga.

Pro-

Propoſitio II.

Si duo loca non ſint in uno Meridiano, aut in Æquatore, & navis dirigenda ſit ab uno in aliū per viam breviſſimam, hoc eſt, ita ut nunquam recedatur ab arcu Verticalis interjecto; in tali via mutatur ſingulis momentis plaga.

HOc eſt, ſemper fit alia atque alia plaga, in quam navis dirigenda eſt. Patet enim ex dictis præcedenti cap. Quoniam enim in toto itinere, ſive in ſingulis ejus punctis ſeu locis, navis dirigitur verſus alterum locum; & hic ab omnibus intermediis locis eſt verſus aliam atque aliam plagam; conſtat quòd ſemper in ſingulis fiat nova plaga, ſi navis ſemper ad ſecundum locum dirigatur.

Propoſitio III.

Si duo loca non ſint in uno Meridiano, aut in Æquatore; non poteſt inſtitui ab uno in alium navigatio ita, ut navis ſingulis momentis in alias atque alias plagas tendat, ſed per aliquod ſaltem tempus, dum progreditur, in unam eandemque plagam tendere debet.

SEquitur ex præcedenti: quia enim in ſingulis viæ punctis mutantur plagæ, deberet ita dirigi navis, ut ſingulis momentis mutaret plagam; quod fieri nequit, cùm nautæ neſciant, aut obſervare nequeant tot plagas. Neceſſariò ergo per aliquod ſaltem tempus dirigenda navis eſt verſus eandem plagam, ac deinde emendatio inſtituenda.

Propoſitio IV.

Dum ab uno loco ad alium eſt navigandum, ex infinitis viis ſeu lineis via, illa eſt commodiſſima, cujus bina vicina quæque puncta ſita ſunt in una eademque plaga.

SEquitur ex præcedentibus. Si enim duo loca ſunt in eodem Meridiano, aut in Æquatore; ſi navis ab uno ſemper dirigitur in alium, neceſſariò in progreſſu bina quævis vicina loca ſeu puncta ſunt in eodem Meridiano, aut Æquatore; non poteſt navis ita dirigi ab uno ad alium, ut ſingulis momentis, ſeu in ſingulis punctis mutetur plaga, ſed neceſſariò per aliquod tempus dirigenda eſt verſus eandem.

His ſuppoſitis, videndum eſt, qualis via exiſtat, ſi navis in prædictis caſibus ſemper ab uno in alium locum dirigatur.

Propoſitio V.

Si locus à quo, & locus ad quem, ſint in uno Meridiano, & navis continuè dirigatur ab uno ad alium, hoc eſt, ad plagam Septentrionalem vel Auſtralem; erit linea motûs navis portio ſeu arcus ipſius Meridiani.

SEquitur ex dictis hoc & præcedenti capite. Quoniam enim locus ad quem, ſitus eſt ad omnia loca intermedia inter ipſum & locum à quo, hoc eſt, ad omnia puncta arcus Meridiani qui inter utrumque interjacet, in una & eadem plaga Septentrionis vel Auſtri, *per Propoſit. 2. capitis præced.* & pro navigatione talis via à loco ad locum eſt eligenda, cujus bina quæq; vicina puncta ſita ſunt in una eademq; plaga, *per Propoſit. 4. hujus capitis*; arcus autem Meridiani in caſu propoſito talis via eſt, erit illa via ſive linea motûs navis, quam nempe navis motu ſuo deſcribit, dum continuè dirigitur ad Septentrionem vel Auſtrum, hoc eſt, ad locum ad quem, principio propoſitum.

Propoſitio VI.

Si locus à quo, & ad quem, ſint in Æquatore, & navis continuè dirigatur ab uno in alium, hoc eſt, in plagam Orientalem vel Occidentalem; erit linea motûs navis portio ſeu Arcus Æquatoris.

RAtio hujus propoſitionis eſt proportione eadem cum ratione præcedentis Propoſitionis. Quoniam enim locus ad quem, ſitus eſt ad omnia loca intermedia in eadem plaga Orientali vel Occidentali &c.

Propoſitio VII.

Si navigatio ab aliquo loco extra Æquatorem ſito inſtituatur verſus plagam Orientalem vel Occidentalem, ita ut navis dirigatur continuè in alteram ex illis plagis cardinalibus; erit linea motus navis non peripheria Verticalis circuli inter utrumque locum interjecti, ſed Parallelus Æquatoris, ſeu circulus latitudinis loci illius à quo navigatio inſtituitur.

QUòd via navis non ſit peripheria circuli Verticalis ab uno ad alterum locum ducti, patet exe o, quòd alioquin non reſpiceret navis ſemper eandem plagam, ſed ſemper mutaret plagam *per Propoſit. 2. præcedent.* Ex hoc autem ſequitur quòd ſemper in eodem Parallelo maneat, quoniam ſemper progreditur, & ſemper eandem plagam reſpicit, nec tamen unquam in prædicto Verticali progreditur, Lege *Nonium* lib. 1. de Navig.

Corollarium.

EX tribus proximè præcedentibus propoſitionibus colligitur

colligitur, in triplici caſu navem ſemper verſus unam plagam tendentem, motu ſuo percurrere peripheriam circuli: 1. ſi ambo loca ſint in eodem Meridiano: 2. ſi ambo in Æquatore: 3. ſi ambo in uno Parallelo.

Propoſitio VIII.

Si navigatio inſtituatur à quovis Terræ Maris vè loco verſus quamlibet plagam non Cardinalem, ita ut navis continuè in illam plagam dirigatur; via eius non eſt circularis, neque alia curva in ſeipſam recurrens, ſed linea curva ſolida helici ſimilis.

IN tali enim motu poſtquàm navis in vicinum Meridiani proximè ſequentis punctum pervenit, dirigitur verſus alterius ſequentis Meridiani punctum illud, quod ad prius punctum in eadem ſitum eſt plaga, in qua prius hoc ad locum primum; atque ita porrò fit in omnibus ſequentibus Meridianis: linea autem hæc puncta Meridianorum connectens non poteſt facere peripheriam circuli, alioquin navis non reſpiceret in omnibus punctis eandem plagam, ut ex dictis patet; nec aliam curvam in ſe recurrentem, propter eandem cauſam; ergo curvam non in ſe recurrentem, ac proinde helicoidem, quæ Tellurem infinitis gyris ac flexibus ambiat, ſi continuetur. *Hæc navis via dicitur Loxodromia.* *Loxodromia.*

Corollarium.

SI inſtituatur navigatio à loco aliquo verſus alium, qui non in eodem Meridiano, nec in Æquatore, nec in eodem Parallelo cum priori loco ſit ſitus, & in tota navigatione dirigatur navis continuè in eam plagam, in qua locus deſignatus ſitus eſt a loco diſceſſus; nunquam per iſtam navigationem pervenietur ad locum deſignatum, ſed continuè magis magisq́; ab eo recedetur. Sequitur ex dictis Propoſitione precedent.

PORISMATA.

I.

QUando navigatio inſtituenda eſt ab uno loco ad alterum in eodem Meridiano ſitum, id eſt, verſus plagam Septentrionis vel Auſtri; dirigenda eſt navis continuè in illam plagam, ac proinde eligendus eſt Meridianus utriuſque loci pro via navis.

II. Quando navigatio inſtituenda eſt ab uno loco in Æquatore, ad alterum in Æquatore ſitum, hoc eſt, verſus plagam Orientis vel Occidentis; dirigenda eſt navis in illam plagam, ac proinde eligendus eſt Æquator pro via navis.

III. Quando navigatio inſtituenda eſt ab uno loco ad alterum in eodem Parallelo ſitum; non eſt dirigenda navis in eam plagam, in qua alter hic à primo jacet, hoc eſt, non eſt eligendus ille Parallelus pro via navis, ſed directio continuè facienda eſt in plagam Cardinalem Orientis aut Occidentis, alioquin nunquam navis ad locum deſtinatum perveniret.

IV. Quando navigatio inſtituenda eſt ab uno loco in alterum, quæ neque in uno Meridiano, neque in Æquatore, neque in uno Parallelo ſint; non eſt dirigenda navis in eam plagam, in qua alter locus à primo jacet, ſed in eam, in qua dum movetur navis, deſcribit loxodromiam quæ per alterum locum tranſeat; ſive in eam plagam, cujus angulus cum Meridiano æqualis eſt inclinationis loxodromiæ quæ per duo illa loca tranſit.

Loxodromiæ Explicatio.

EX dictis hactenus colligitur quid ſit loxodromia, quæ ſic definiri poteſt. *Loxodromia* eſt via ſeu linea motûs navis in mari, deſcripta à navi dum à loco aliquo movetur continuè verſus plagam aliquam non Cardinalem. *Vel, Loxodromia* eſt linea curva, Terraqueum globum multis gyris ambiens, eujus quodlibet punctum ab omnibus aliis ejus punctis jacet in una eademq; plaga. Alii ſic deficiunt: *Loxodromia eſt* linea quam navis ſecuta magnetem, ſui itineris ducem, in ſuperficie maris deſcribit, interſecans omnes Meridianos ad angulos æquales. Ex hac definitione ultima ſequitur, lineas loxodromiarum non poſſe pervenire unquam ad polos Mundi, etiamſi infinitè continuentur: nam ſi pervenirent eò, non ſecarent omnes Meridianos ad æquales angulos. *Loxodromia quid ſit* *Rhombi.*

Omnes porrò Loxodromiæ ſunt Rhumbi, ſed non omnes Rhumbi ſunt Loxodromiæ: nam in Rhumborum figura, ſeu Ventorum Roſa, quæ Globis ac Mappis adpingitur, linea meridiana, & quæ illam bifariam atque ad angulos rectos ſecat, ſunt rhumbi, ſed non Loxodromiæ. Et quamvis in quolibet Telluris loco infiniti rhumbi & loxodromiæ concipi poſſint, ſicut infiniti Verticales; numerantur tamen ab Hydrographis ſolùm 28, ut ſuprà etiam dixi, circa quemlibet locum, nimirum ſeptem in quolibet quadrante inter Meridianum & Parallelum loci, qui angulum illum rectum dividunt in octo æquales partes. Appellantur autem iisdem nominibus quibus venti ſeu plagæ. In Globis ex centro Roſarum nauticarum adpictarum, vel ex certis Meridianorum punctis prodire, & circa Tellurem circumvolvi conſpiciuntur. Anguli quos ſinguli ex ſeptem rhumbis cum Meridiano conſtituunt, ſunt ſequentes.

Rhum.	Grad.	Min.
1.	11,	15'.
2.	22.	30'.
3.	33.	45'.
4.	45.	0'.
5.	56.	15'.
6.	67.	30'.
7.	78.	45'.

Propoſitio IX.

Datis in Globo vel Mappa nautica duabus locis, à quorum uno ad alterum navigandum eſt, invenire plagam in quam navis dirigi debet.

INvenire plagam in Globo aut Mappa, in quam ex uno in alterum locum dirigenda eſt navis, idem eſt ac datis duobus locis invenire loxodromiam

miam, qua ab uno ad alterum navigetur, ſeu rhumbum cujus ductum navis ſequatur. Et hoc eſt præcipuum ac ferè unicum Problema totius Artis Nauticæ, ad quod omnia reliqua referuntur. Solutio ejus, omiſſis aliis viis, hæc eſt.

Si nulla ſit differentia latitudinis locorum, ſed uterque ſitus ſit in eodem Parallelo; non erit via navis Loxodromia, ſed Parallelus iſtorum locorum (qui tamen communiter etiam dici ſolet octava Loxodromia) & navis dirigenda eſt ad cardinem Orientalem vel Occidentalem in tota navigatione. Patet ex dictis.

Si nulla eſt differentia Longitudinis locorũ, ſed uterque eſt in eodem Meridiano; non erit via navis Loxodromia, ſed portio Meridiani in quo loca ambo jacent, & navis dirigenda eſt ad plagam Septentrionis vel Auſtri.

Si loca ſint differentiis longitudinis & latitudinis, operatio per Globum inſtituatur ſic. Notentur in Meridiano æneo Globi datæ latitudines; & ſi unius latitudinis Parallelus habeat adpictum centrum alicujus Roſæ Ventorum, ex quo eductæ ſint Loxodromiæ, adducatur hoc ad Meridianum Globi ſub notato latitudinis gradu; deinde Globus volvatur, donec tot gradus Æquatoris tranſeant per Meridianum, quot ſunt in longitudinis differentia; & obſervetur tunc, cujus loxodromiæ ex centro illo eductæ punctum aliquod ſit ſub altero Meridiani notato puncto. Ea loxodromia eſt quæ quæritur, & indicat in quam plagam dirigenda ſit navis, ut ex dato loco ad locum alterum perveniatur. Si nullius loxodromię punctum ſit pręcisè ſub notato Meridiani puncto, loxodromia inter duas vicinas illi puncto intermedia eſt aſſumenda. Si verò in neutro latitudinis Parallelo inveniatur centrum alicujus Roſæ nauticæ ſeu Compaſſi nautici, à quo loxodromiæ ſint eductæ; eligatur aliqua loxodromia quæſitæ propinqua, & adducatur ad unum notatæ latitudinis in Meridiano punctum, & volvatur Globus ut antea, donec longitudinis differentia tranſeat per Meridianum: hoc enim facto, ſi aſſumptæ loxodromiæ punctum aliquod ſit ſub altero notato Meridiani puncto, erit ea loxodromia quæ quæritur. Si nullum tale punctum deprehendatur, alia loxodromia eſt aſſumenda, & agendum ut priùs, donec talis inveniatur.

Omitto alios modos idem Problema ſolvendi per Mappas nauticas rectilineas, & per reſolutionem triangulorum ſphæricorum, adhibitis etiam tabulis loxodromicis, quas invenies apud *Stevinum*, *Herigonum*, & alios.

CAPUT III.

De inveniendo loco in Mappis nauticis, ad quem in navigatione quovis tempore perventum eſt.

Nihil ad Nauticæ ſcientiæ perfectionem deeſt quàm certa ac facilis methodus inveniendi quovis tempore, quo loco verſetur navis. Praxis dependet ex inventione latitudinis ac longitudinis loci in quo verſatur quovis tempore, quo inſtituenda eſt operatio, navis. Et latitudo quidem facilè multisque modis reperitur; longitudo non item; unde ingentia propoſita fuerunt præmia ab Hiſpaniarum Rege, & Confœderatis Belgii Provinciis, ſi quis modum excogitaret quem ubivis locorum, & tempore quocunq; adhibere poſſent Naucleri. Ac multi quidem multos hactenus excogitarunt, & de ſucceſſu veluti ſecuri præmium poſtularunt; qui tamen ad lydium examinati lapidem erronei fuerunt reperti. Varios etiam modos præſcribit *Herigonus* in fine tom. 4. & 5. Curſus Mathematici. Aliqui putant, negotium confici poſſe, ſi declinatio magnetica diverſis in locis, per quæ navigandum eſt, antea obſervetur, & juxta illos Charta nautica conſtruatur; qui tamen modus, ob inconſtantem magnetis declinationem inconſtans eſt ac fallax. Interim Naucleri aliis variis modis utuntur inveniendi quovis tempore, ſaltem prętet propter, locum in quo navis verſetur in mari, præſertim ſi ea æquabili curſu progrediatur, & tempeſtatibus enormiter à ſuſcepto tramite non detorqueatur. Modos varios, & multa alia ad Nauticam ſpectantia, vide apud Auctores initio ſuprà citatos; nobis nec libet nec licet diutiùs immorari mari, quoniam ad cœlum regredi geſtit animus.

Nauticæ ſcientiæ quid deſit.

LIBER

LIBER XIV.

DE

HOROGRAPHIA.

Procemium.

A Cœlo ad Terram, ab Aſtronomicis ad Geographica dudum deflexim⁹, nunc Cœlum repetimus, imò Cœlum in Terram devocare atque deducere conamur. Docemus enim, immenſa Cœli volumina, longiſſimas & latiſſimas Solis ac Lunæ vias, varios Planetarum reliquorum errores, intricatiſſima aſtrorum omnium itinera, & univerſam cœleſtium corporum œconomiam, in Terra exhibere, & vel ſtylo umbroſo quaſi digito deſcribere in campo lucido, vel radioſo in umbratili decircinare, idque modis pænè infinitis, & radio vel directo opticè, vel reflexo catoptricè, vel refracto anaclaſticè. An non divinam hanc dixeris ſcientiam? Perſuaſiſſimum mihi ſemper fuit tum omnes Mathematicas Diſciplinas, tum verò maxime Gnomonicam, ſeu Horographiam, hoc eſt, admirabilem illam omnis generis Photo-ſciatherica Horologia conficiendi ſcientiam, Inventorem alium non agnoſcere, quàm DEUM Optimum Maximum, quem eas Protoplaſto, in poſteros transfundendas, infudiſſe unà cū aliarum rerum notitia, nullus unquam dubitavi. Hæc ergo vere divina ſcientia, à DEO primùm tradita, & ab Adamo in poſteros propagata, ac temporis dein ſucceſſu varie aucta, nunc ad tantam adducta eſt perfectionem, ut nihil ampliùs in ea deſiderari videatur. Hanc varii Scriptores libris integris tradiderunt, nec pauci perſpicuis illuſtrarunt demonſtrationibus. Hanc eandem nos peculiari Opere, quod Horographiam Photo-ſciathericam Univerſalem nuncupabimus, tradere ſummâ varietate jam dudum cogitamus. Nunc, ne à præfixa nobis brevitate deflectamus, ſuccincte illam, & ſine demonſtrationum parergis, dilucide tamen, ac varie, proponemus, idque geometrice per lineas, arithmetice per numeros, organice per varia inſtrumenta, in ſuperficiebus planis, concavis, convexis variis, & quibuſcunque corporibus, radio, ut dixi, directo, reflexo, refracto. Sed ad rem ipſam.

Horographia Photo-ſciatherica.

PARS I.

Apparatus Horographicus.

UT verò praxes ſemel inchoatas pertexere ſtylo continuato poſſimus, nec alia interſerere quæ filum interrumpant, cogamur, præmittemus hoc Apparatu nonnulla quæ vel ad theoriam, vel ad praxin neceſſaria videbuntur. Reliqua commodiùs ſuis locis interſerentur.

CAPUT I.

De Hora, Horologio, Horographia, & variis horologiorum diviſionibus.

Hora & ejus ſpecies. HOra, omiſſis aliis ſignificationibus, eſt pars una ex illis 24 æqualibus, aut inæqualibus, in quas vel dies naturalis, vel dies ac nox artificialis, apud varias nationes diſtribuitur, prout explicavimus ſuprà lib. 10. par. 1. §. 2. ubi diximus horas alias eſſe æquales, alias inæquales; & æquales eſſe 24tam partem diei artificialis; inæquales verò 12am partem diei aut noctis artificialis.

Horarum æqualium tres ſunt ſpecies ſeu denominationes, propter tria diei diverſa apud diverſas gentes initia, ut ibidem diximus: nam Babylonii inchoant diem naturalem ab ortu Solis, Itali eundem ab occaſu Solis, Aſtronomi à Meridie. Aſtronomos imitantur ferè plerique Europæi: nam inchoant quidem diem cum Aſtronomis à Meridie, ſed nō ut illi horas 24 continuatas numerant uſque ad alterum Meridiem, ſed ea tantùm à Meridie ad mediam noctem, totidemq; à media nocte ad Meridiem. Judæi olim, & multi antiqui, diem artificialem inchoabant ab ortu Solis, noctem verò artificialem ab occaſu, ſed utramque in 12 æquales horas dividebant, unde inæquales erant diverſorum dierum horæ inter ſe. Vide quæ diximus lo. cit.

Horologiū. Horologium (ὡρολογεῖον græcè, ἀπὸ τοῦ ὥρας λέγειν) organum eſt ſeu inſtrumentum, quod loquitur aut quaſi loquendo indicat horas, quota videlicet diei pars effluxerit, quota decurrat & quota inſtet. Horum duo ſunt prima genera, Mechanica, & Photo-Sciatherica.

Mechanica horologia ſunt, quæ Mechanico artificio, & variis motibus, diei noctiſque ſpatia diſtinguunt, ac horas oſtendunt, nimirum vel fluxu aquæ, vel lapſu arenæ, vel rotarum variè implexarum motu; unde varia exiſtunt horologia, hydraulica, arenaria, rotata, ac ſimilia. De his nihil hoc loco agemus, quoniam ad variaa Mechanicæ ſpecies pertinent.

Photo-ſciatherica horologia & hujus loci propria, ſunt inſtrumenta Mathematica, quæ vel ſiderum lumine, vel corporum lumini objectorum umbris, vel utriſque ſimul horas venantur, ac monſtrant, nec non alia cœleſtium circulorum ac motuum phænomena ſubinde exhibent, quæ proinde photo-ſciatherica non immeritò appellantur, à φῶς quod lumen, à σκιά, quod umbram, & à θηρᾶν quod venari ſeu indagare ſignificat deducto vocabulo. Hæc alii Gnomonica vocant, quòd gnomonis ſeu ſtyli præcipuè umbra horas monſtrent: alii nudè Sciatherica, ſeu Sciotherica, eandem ferè ob cauſam: alii Solaria, quaſi verò omnes horarum exhibitiones aut Sole aut fiant, aut umbra. Nos meliori jure Photo-ſciatherica appellamus, quoniam nulla ſunt hujus generis horologia, in quibus lucis & umbræ conſortium non interveniat, non Solis tantum, ſed aliorum etiam ſiderum, ut ex dicendis patebit.

Horographia. Horographia eſt ſcientia, quæ horas omnis generis, aliaq; cœleſtium motuum phœnomena, in variis planis ſeu ſuperficiebus, imò omnis generis corporibus, certa ac demonſtrativa methodo repræſentat. Hanc alii Gnomonicen appellant, ob cauſam eandem ob quam horologia vocant gnomonica.

Horologiorū varia genera. Horologium photo-ſciathericum omne, aut ab horis quas demonſtrat, aut à tempore quo demonſtrat, aut à planis in quæ projectum eſt, aut à corporibus aliis in quibus exhibetur, aut ab uſu ſeu utendi modo, aut à ſideribus quorum oſtendit motum, aut ab aliis deniq; accidentibus denominationem ſortitur. Hinc varia oriuntur horologiorum genera ac diviſiones, nimirum Immobilia, & Mobilia, Aſtronomica, Italica, Babylonica, Antiqua, Horizontalia, Verticalia, Meridiana, Polaria, Æquinoctialia, Declinantia, Inclinata, Declinantia & Inclinata ſimul, Solaria, Lunaria, Diurna, Nocturna, Univerſalia, Concava, Convexa, Reflexa, Refracta, & ſi quæ ſunt alia, ut ſuis locis apparebit. Nunc ſolùm ob oculos ponemus planorum varietatem in quibus delineari ſolent horologia.

CAPUT II.

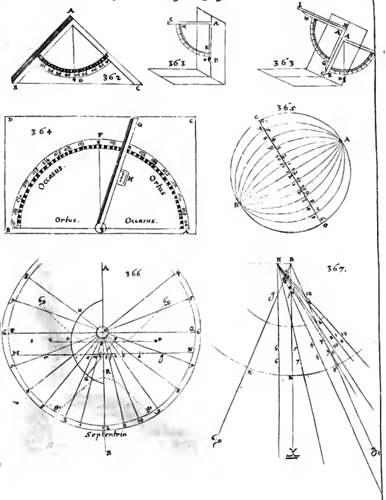
De planorum in quibus horologia delineantur, varietate, libellatione, erectione, ac declinatione.

Plana horologiorū. PLanorum nomine intelligo hic quaſcunq; ſuperficies planas, in quibus deſcribi horologia photo-ſciatherica conſueverunt, cujuſmodi ſunt pavimenta, menſæ, muri perpendiculariter erecti, tecta domorum, aliaque ſimilia. Hæc varia ſortiuntur nomina, prout variis circulis cœleſtibus (de quibus ſupra lib. 7. egimus) æquidiſtant. Nam Horizontale planum eſt, quod Horizonti parallelū eſt, Verticale, quod circulo cuidā Verticali, ſeu primario, ſeu non primario, meridianū, quod meridiano circulo, Polare quod circulo illi maximo, qui per puncta Ortus & Occaſus æquinoctialis, perq; utrumq; Mundi polum tranſit: æquinoctiale, quod æquinoctiali circulo, aliorum nominum, quæ aliis circulis æquidiſtant. Singula ſuis locis meliùs explicabuntur.

Plana in quibus horologia deſcribuntur, aut ſtabilia ſunt, aut mobilia. Stabilia examinanda priùs ſunt, ut cujuſmodi ſint, dignoſcatur, num videlicet æquilibrata ſeu Horizonti æquidiſtantia, num verticaliter erecta, num & quantum declinent à primario verticali, & in quam Mundi plagam. Mobilia dirigenda ſunt, ut legitimum acquirant ſitum.

Plana horologiorū quomodo librentur. Plana æquilibrantur, & num æquilibrata ſint, examinantur, ope Libellæ, cujus compoſitionem dedimus in Pantometro l. 9. c. 4. quæ tamen ſimpliciùs in hunc modū conſtrui poteſt. Fiat tabella triangularis ABC ex polito ligno, aliavè quacunq; materia ſolida, cujus angulus A ſit rectus. Ex A vel ut centro deſcribatur quadrās EF, diviſus in grad° *Vide Iconiſmi IX. Fig. 362.* & minu-

Iconiſmus IX ponatur è regione pag. 391.



& minuta (quantum Inſtrumenti exilitas permittet) appoſitis numeris ab E verſus F. Ex eodem A pendeat filum AD cum pondere D. Si planum æquilibrare, aut an æquilibratum ſit examinare vis, erige Inſtrumentum perpendiculariter ſupra planum, tam ſecundùm plani longitudinem, quàm latitudinem, ita ut latus BC plano congruat, & perpendiculum AD liberè pendens Libellam radat. Si filum in omni ſitu abſcindat gradum 45 quadrantis, æquilibratum eſt planum, ſi minus, pendet verſus illam partem, verſus quam perpendiculum pendet, & quidem tot gradibus ac minutis, quot filum citra aut ultra 45. gradus in quadrante abſcindit.

Plana horologiorũ quomodo erigantur perpendiculariter.

Vide Iconiſmi IX. Fig. 363.

Eodem Inſtrumento eriguntur plana perpendiculariter ſupra Horizontem, & num ita erecta ſint, examinantur ſic. Latus AB Libellæ applicatur plano erecto, ita ut ipſi congruat. Si perpendiculum AD nullum gradum quadrantis abſcindat, ſed exactè lineæ AB congruat, planum eſt erectum verticaliter: ſin minus, inclinatum eſt, & quidem tot gradibus, quot filum in quadrante ab E verſus F abſcindit, ſi verſus operantem eſt inclinatum. Quòd ſi in contrariam partem inclinatum eſt, applicetur plano Norma ſeu Gnomon GHI, & lateri GH Gnomonis aptetur latus AC Libellæ ut figura monſtrat: tunc enim perpendiculum AD libere pendens monſtrabit angulum inclinationis.

Plana verticalia quænam ſint.

Plana Verticalia, hoc eſt, perpendiculariter erecta ſupra Horizontem, vel æquidiſtant Verticali primario (quod fit, dum una ſuperficies directè reſpicit Meridiem, altera Septentrionem) vel declinant ab ipſo, idque vel verſus Ortum, vel verſus Occaſum. Si declinant gradibus 90, ita ut una eorum ſuperficies directè reſpiciat Ortum æquinoctialem, altera Occaſum æquinoctialem, vocantur plana Meridionalia: ſi paucioribus gradibus declinant, vocantur plana Declinantia. Quorſum verò, & quantum declinent, variis modis explorari poteſt. Unum ſequenti capite deſcribam. *Loco Libellæ prædictæ adhiberi longè commodiùs poterit Inſtrumentum quod ſequitur, ut paulò poſt inſinuabo.*

CAPUT III.

De planorum à Verticali primario declinatione inveſtiganda.

Declinatorium Inſtrumentum.

Vide Iconiſmi IX. Fig. 364.

Ex ligno ſolido fiat tabula rectangula ABCD, & per medium ejus ducatur recta EF parallela lateribus AB, & BD. Ex centro E deſcribatur ſemicirculus AFB, & uterque quadrans FA, FB, dividatur in gradus 90, & graduum minuta, ſi fieri poteſt, numerique addantur ut vides, initio facta ab F verſus A & verſus B. Centro E affigatur regula EG, mobilis circa E, & juxta latus ponatur pyxis magnetica H, cujus fundo inſcripta ſit linea meridiana, juxta magnetis declinationem correcta, prout locus in quo operaris, exigit.

Plani declinatio quomodo inveniatur.

Hoc Inſtrumento declinationem cujuſcunq; plani ad Horizontem recti ſic inveſtigabis. Plano applica latus AB, ita ut Inſtrumenti planum ſit Horizonti parallelum. Deinde move huc illuc regulam EG centro affixam, cum pyxide H, donec acus magnetica quieſcat ſupra Meridianam correctam fundo inſcriptam. Si regula EG congruit lineæ EF, planum nihil declinat, ſed directè vel Meridiem, vel Septentrionem reſpicit. Si congruit lineæ EB aut EA, declinat planum 90 gradib. & directè reſpicit aut Ortũ, aut Occaſũ æquinoctialem. Si murus reſpicit Meridiem, & regula cadat in quadrantem FB, declinat in Occaſum, ſi in quadrantem FA, in Ortum declinat, & in utroque caſu arcus quadrantis inter EF & regulam interceptus dat angulum declinationis, hoc eſt, oſtendit quot gradibus à Verticali primario in Ortum aut Occaſum declinet. Si murus reſpicit Septentrionem, idem eſt operandi modus, ſed regula cadens inter FB denotat declinationem in Ortum, cadens verò inter FA, declinationem in Occaſum ſignificat. *Ratio eſt, quia in omnibus caſibus quantum declinat linea EF à Meridiana EG, quam acus magnetica oſtendit, tantum declinat linea AB ac murus à Verticali. Demonſtrationem dabimus in Horographia Univerſali.*

Declinationem in Ortum aut Occaſum ſic etiam diſces. Latus AB muro applicatum, remove una ſua extremitate, v.g. extremitate A à muro, manente altera extremitate B muro applicata, donec regula EG cum pyxide H congruat lineæ EF: ſi enim tunc remotio anguli vergit ad occidentem, murus declinat in Occaſum, ſi in Orientem, in ortum declinat.

Annotatio I.

Eodem Inſtrumento poteſt indagari, utrum murus ſit verticalis, ſi centro E affigatur filum cum pondere. Si enim latus AC, vel BD applicetur muro ita ut Inſtrumentum ſit ad Horizontem perpendiculare, & filum congruat lineæ EF, verticalis eſt murus: ſin minùs, inclinatus eſt, & filum cadens in alteram partem lineæ EF, indicat angulum inclinationis.

Annotatio II.

Item eodem Inſtrumento poteſt indagari, utrum planum ſit horizontale: ſi enim latus CD ſupra planum ſtatuatur, ita ut Inſtrumentum ſit plano perpendiculare, & perpendiculum congruat lineæ EF, horizontale eſt: ſin minùs, inclinatum eſt, & gradus à perpendiculo abſciſſi in alterutro quadrante, indicant angulum inclinationis.

CAPUT IV.

Hypotheſes horographicæ photoſciathericæ.

Hypotheſes horographicæ.

Paucas ex multis ſeligam, & breviſſimè referam, nullis rationibus appoſitis, quoniam eæ vel in præcedentibus explicatæ ſunt atq; probatæ, vel in ſequentibus explicabuntur, vel ab aliis demonſtratæ ſunt, & ab omnibus veluti Axiomata nunc admittentur.

I. *Terraqueus globus eſt in medio Univerſi, non tantùm ad ſenſum, ut omnes concedunt, ſed revera* ut probavimus lib. 7. par. 2.

II. *Idem Terraqueus globus eſt puncti inſtar, non ſolùm ad Univerſum, ſed etiam ad Solis ſphæram comparatus.* Probavimus ibidem.

III. *Superficies Terraquea non diſtat ſenſibiliter à centro Terræ & Univerſi, ſi comparetur ſemidiameter Terræ ad ſemidiametrum non ſolùm Univerſi, ſed etiam Sphæræ Solis.* Sequitur ex præcedenti hypotheſi.

IV. *Vertex ſtyli, & quidquid in horologiis locum verticis ſtyli ſubit, cenſetur eſſe in centro Univerſi.* Omnia enim horologia quæ ſtylo monſtrant horas, ita conſtruuntur à Mathematicis, ac ſi ſtylorum vertex congrueret centro Univerſi, & plana diſtarent tantum à centro, quanta eſt ſtylorum longitudo, & tamen horas non minus exactè monſtrant in ſuperficie Terræ, quàm ſi in centro dictum ſitum haberent. Meritò autem id cenſent, propter hypotheſin 3.

V. *Corpus opacum in adverſam luminis partem projicit umbram.* Patet experientia, & probabitur in Optica.

VI. *Moto ſeu luminoſo, ſeu opaco quod luminoſo objectum facit umbram, movetur pariter & umbra.* Patet ſimiliter experientia.

VII. *Radius umbroſus cum radio luminoſo, à quo umbroſus interjecto corpore opaco præceditur, in directũ extẽditur.* Patet experientia, & probatur in Optica.

VIII. *Moto luminoſo circa opacum immotum, movetur & umbra, ſed oppoſitis lationibus, id eſt, ſi luminoſum ad dexteram, umbra ad ſiniſtram movetur, ſi illud ad ſiniſtram, hoc ad dexteram.* Patet experientia, & ſequitur ex præcedenti hypotheſi.

XI. *Gnomon perpendiculariter erectus umbram projicit eò breviorem, quo luminoſum eſt altius, eò longiorem, quò illud eſt inferius.* Patet experientia, & probatur in Opticis.

X. *Solis radii incidentes Terræ obliquè, refringuntur in atmoſphæra, eò magis, quò obliquiùs incidunt. Hinc Sol manè apparet ſupra Horizontem antequam reverâ ſit ortus, & veſperè poſtquam jam occubuit, & utroque tempore ſupra Horizontem exiſtens, altior apparet quàm ſit. Umbra ergo ſtyli perpendiculariter erecti utroq; tempore brevior eſt quàm oporteat, & ideo manè horologium ſolare præcipitat horas, veſperi retardat.* Explicabitur & probabitur in Dioptricis.

XI. *Centra horologiorum quæ circulo aut circuli ſegmento conſtant, cenſentur eſſe in centro Terræ, & limbi cenſentur eſſe concentrici circulis cœleſtibus.* Sequitur ex hypotheſi 1.2.3.4.

CAPUT V.

De Circulis Horariis.

HOrographiæ officium eſt, tum alios circulos cœleſtes, tum præcipuè horarios in planum ita projicere, ut dum Sol illos in Cœlo percurrit, umbra ſtyli eoſdem percurrat in horologio. Quoniam igitur de horariis circulis nihil in lib. 7. actum, de iis hîc breviter agendum, ut ſine quibus horologiorum ratio intelligi nequit.

Circuli horarii. Circuli igitur horarii, ſeu horarum diſtinctores (de aſtronomicis horis nunc loquor, alibi verò de aliis) ſunt 12 circuli cœleſtes majores, qui per polos centrum Mundi incedentes, dividunt Cœlum & Terram, atq; adeo Æquatorem cœleſtem, cum omnibus Parallelis ejus, in 24 æquales partes ea ratione, quâ in appoſito ſchemate apparet, in quo poli ſunt A & B, æquator CD, circuli horarii ſunt illi, qui è polo ad polum ſunt ducti, & dividunt unum hemiſphærium cum æquatoris dimidio in partes 12, alterum verò hemiſphærium oppoſitum cum reliquo dimidio æquatoris in totidem partes. Horum primus eſt Meridianus, qui eſt circulus horæ duodecimæ, quem ſequitur verſus Occidentem circulus ho- *Vide Iconiſmũ IX. Fig. 365.*

ræ primæ, ſecundæ, tertiæ, &c. donec redeatur ad eundem.

Quoniam igitur Sol motu diurno ab Oriente in Occidentem percurrit totum cœli ambitum ſpatio 24 horarum, motu ſemper æquabili ſeu æquè veloci, conſequens eſt ut ſingulis horis attingat unum è 24 ſemicirculis horariis prædictis. Terra autem quoniam in centro Univerſi eſt, projicit eodem tempore umbram verſus oppoſitum ſemicirculum in oppoſito Cœli hemiſphærio. Sicuti autem omnes iſti horarii circuli ſecare concipiuntur totum Terraqueum globum in totidem partes, in quot ſectum eſt ab ipſis Cœlum, quoniàm omnes tranſeunt per centrum Univerſi & Terræ, ideò non procul à centro Terræ (ſive infra, ſive ad latus) fingatur planum horizontale, aut verticale, ſecabitur id in totidem etiam partes cum ipſa Terra. Et quoniam planum quodcunque exiſtens in Terræ ſuperficie, cenſetur non procul eſſe à centro Terræ, *per hypotheſin* 3, ideo eodem modo ſecatur à dictis circulis, ac ſi non procul à centro Terræ exiſteret. Has circulorum ſectiones exhibet horologium, & ideo dum Sol in cœlo attingit quemcumque circulum horarium, umbra ſtyli in horologio attingit ejus ſectionem, ſed in parte contraria, ut ſi Sol percurrit circulos qui Meridianum in Cœlo præcedunt verſus Orientem, umbra ſtyli percurrit ſectiones ſeu lineas horologii quæ Meridianam lineam ſequuntur verſus Occaſum. Hæc qui intelligit, totã Horographiæ theoriam intelligit.

Præter circulos horarios prædictos horarum aſtronomicarum, ſunt alii circuli horarii horarum Italicarum, Babylonicarum, & Judaicarum. Sed nè Tyrones confundantur, eorum explicationem omitto, & ad Horographiam univerſalem differo.

PARS II.

De Horologiis planis Geometricè deſcribendis.

PLana Horologia hic vocamus, quæ delineantur in ſuperficiebus planis, aut convexis, aut alterius generis, de his enim infrà ſuo loco agetur. Ac primò quidem dabimus Aſtronomica, Italica, & Babylonica, infra verò dabimus Antiqua ſeu Iudaica. Hæc omnia geometricè per varios linearum circulorum ductus & interſectiones delineabimus hic, arithmetice verò, & organice infrà ſuis locis. Horologia plana geometricè delineata.

CAPUT I.

De Horologiis Horizontalibus.

HOrizontalia horologia ſunt, quæ delineantur in planis Horizonti parallelis ſive æquidiſtantibus. Dividuntur in Aſtronomica, Italica, Babylonica, & Antiqua. Priora tria monſtrant horas æquales, ultima inæquales. De prioribus agemus hoc capite, de Antiquo infrà ſuo loco, ut diximus. *Horizontalia horologia.*

Pro-

Propoſitio I.

Horizontale aſtronomicum delineare.

Horologii horiz. aſtronomici.

ASTronomicum horologium eſt, quod monſtrat horas à meridie inchoatas, & poſt 24 horarum tempus in meridie finitas. Quæ quidem horæ appellantur aſtronomicæ, eò quòd Aſtronomi in cœlorum motibus ſupputandis, illis utuntur. Hujuſmodi horæ apud omnes ferè Europæos populos (Italis exceptis) ſunt in uſu, hoc ſolùm diſcrimine, quòd computent horas 12 à meridie in mediam noctem, totidemque à media nocte in meridiem ſequentem. Horologium igitur oſtendens hujuſmodi horam, vocatur horologium à meridie & media nocte apud Gnomonices Scriptores, nos tamen brevioris enuntiationis gratia appellabimus ipſum horologium aſtronomicum vulgare, vel etiam ſimpliciter aſtronomicum. Et de hoc nunc agimus, Sic autem delineatur in plano mobili.

Horizontale aſtronomicum in plano mobili delineare.

I. In plano horologii futuri duc rectam AB, quæ repræſentet lineam Meridianam: & in ipſa electo quocunque puncto E, duc per ipſum perpendicularem CD.

II. Ex ED abſcinde portionem EF cujuſcunque magnitudinis, quæ quò major aut minor erit, eò majus aut minus fiet horologium.

Vide ſcoliſmi IX. Fig. 366.

III. Ex F centro deſcribe arcum GOH cujuſcunque magnitudinis, in eoque ex O deorſum ſume (ope Quadrantis mirifici deſcripti lib. 1. cap. 4. art. 2. Praxi 2.) gradus altitudinis poli ſupra Horizontem illius loci, pro quo deſcribis horologium, v.g. Herbipoli gr. 50, & ſit uſque ad G. Ex eodem O ſurſum ſume complementum altitudinis poli, ſeu altitudinem Æquatoris ſupra Horizontem ejuſdem loci, nempe Herbipoli gr. 40, & ſit uſque ad H.

IV. Ex punctis G & H, uſque ad punctum F, duc rectas occultas, & nota in linea Meridiana AB puncta interſectionis I & K.

V. Per I duc lineam MN, perpendicularem ipſi AB, & repræſentabit lineam Æquinoctialem: per K verò duc lineam PQ, perpendicularem eidem AB, & erit linea horæ ſextæ.

VI. Diſtantiam IF circino acceptam transfer ex I deorſum in R, & ex eodem I utrimque in lineam MN uſque ad *a* & *b*, & habebis puncta horæ tertiæ & nonæ. Diſtantiam inter *a* & *b*, ſeu inter tertiam & nonam, circino acceptam transfer ex R utrimque in eandem lineam MN uſque ad *c* & *d*, & habebis puncta horæ quartæ & octavæ. Deinde invariata circini apertura, pone unum pedem in *c* ſeu in puncto horæ quartæ, & alterum extende utrimque in *e* & *f*, & habebis puncta horæ quintæ & undecimæ. Iterum invariata adhuc circini apertura, pone unum pedem in *d*, ſeu in puncto horæ octavæ, & alterum extende utrimque in *g* & *h*, & habebis puncta horæ ſeptimæ & primæ. Tandem ſpatium inter tertiæ & nonæ puncta, divide in tres æquales partes in *m* & *n*, habebis puncta horæ ſecundæ & decimæ.

VII. Ex puncto K (quod vocatur centrum horologii) per puncta in linea MN inventa duc lineas rectas, illiſque adſcribe numeros horarum, ut vides in figura, eruntque horæ antemeridianæ ad dexteram, pomeridianæ ad ſiniſtram. Horam duodecimam dat linea Meridiana AB, horam ſextam matutinam & veſpertinam linea PQ. Horas, quintam, quartam, &c. matutinas dant quinta, quarta, &c. Veſpertinæ per centrum K productæ, at ſeptimam, octavam, &c. veſpertinas dant ſeptima, octava, &c. matutinæ per idem centrum K productæ.

VIII. Si vis horologio inſcribere horas dimidias, pone unum circini pedem in R, & alterum extende in puncta horarum imparium in linea æquinoctiali MN, nim. in *h*, in *a*, in *e*, in *f*, in *b*, in *g*, & inventas diſtantias transfer ex dictis imparium horarum punctis utrimque in lineam dictam MN, & per puncta inventa ex centro K duc rectas. Exempli gratia, accepta diſtantia R*h*, nota ex *h* hinc & inde in linea MN duo puncta, & alia duo hinc & inde ex *f*, item accepta diſtantia R*a*, nota ex *a* utrimq; duo puncta, & alia duo ex *b*, tandem accepta diſtantia R*e*, nota ex *e* hinc & inde duo puncta, & alia duo ex *g*.

IX. Quadrantes horarum habebis, ſi ponas unum circini pedem in R, & alterum extendas in puncta dimidiarum horarum in lineam MN jā antea translata, & inventas diſtantias ex dictis dimidiarum horarum punctis transferas hinc inde in lineam MN eodem modo, quo antea.

X. Pro indice vel erige perpendiculariter ex puncto E ſtylum rectum æqualem portioni EF, vel infige centro K ſtylum cujuſcunque longitudinis, qui cum Meridiana AB faciat angulum æqualem angulo IKF, id eſt, angulum elevationis poli ſupra Horizontem; vel denique ſupra KI triangulum IKF ad angulos rectos cum plano horologii erige.

XI. Colloca planum horologii Horizonti æquilibratum ita, ut A reſpiciat Auſtrum, B Septentrionem, C Ortum, D Occaſum, ſitque linea Meridiana AB directè ſub circulo Meridiano loci, hoc eſt, cōgruat lineæ Meridianæ in plano horizontali antea inventæ, aut eidē parallela ſit.

Annotationes.

PLeraq; quæ in his Annotationibus dicemus, ſervari etiam debent in ſequentibus horologiis.

I.

Litteræ, Arcus, & omnia alia, præter lineas horarias, deleri debent horologio abſoluto.

II.

Si horologium deſcribendum eſt in plano ſtabili, ut in menſa, in plana ſuperiori erectæ columnæ, &c. quære in ipſo lineam Meridianam modo dicto ſupra lib. 9. par. 2. Problem. 1. aut aliter, qua inventa operare ut dictum.

III.

Stylum in horologio perpendiculariter ſic erige. Ex puncto E, cui infigendus eſt, deſcribe circulum, & ſtylo infixo explora circino, aut filo, utrum vertex ſtyli æqualiter diſtet ſaltem à tribus punctis peripheriæ circuli à ſe [illegible], ponendo unum circini pedem, aut unum fili extremum, in uno puncto circuli & alterum extendendo uſque ad ſtyli verticem. Si eandem diſtantiam reperies ex tribus punctis circuli uſque ad ſtyli verticem, ſtylus inſiſtit perpendiculariter, ſin minùs, movendus ac dirigendus eſt donec id fiat. Simili modo explorabis num ſtylus ſit plano cuicunq; perpendiculariter infixus.

Stylum erigere perpendiculariter.

IV.

Planum æquilibratur, aut utrum æquilibratum ſit, examinatur, modo dicto in Apparatu cap. 3.

V.

Si pyxis magnetica habet in fundo lineam Meridianam correctam, dirigitur planum horologii mobilis, ſi linea Meridiana A B parallela ſit lineæ Meridianæ pyxidis. Si in plano ſtabili ducitur linea parallela eidem Meridianæ correctæ pyxidis, habetur Meridiana in illo plano.

VI.

Si ſtylus horologii infixus puncto K facit cum plano angulum elevationis poli, & axem Mundi repræſentat, poſſunt lineæ horariæ eſſe cujuſcunque longitudinis, poſſuntq; terminari ac circundari vel circulo, vel parallelogrammo, vel alia quacunq; figura. Imò poſſunt ſolùm ſegmenta illa quæ intra duos circulos incluſa relinqui, & reſiduum deleri. Poteſt præterea deleri Æquinoctialis MN. At ſi ſtylus eſt æqualis portioni E F, & erectus perpendiculariter, lineæ horariæ requirunt determinatam longitudinem, ultra quam poſſunt quidem protendi, at non poſſunt citra illam decurtari. Longitudinem porro determinant Tropici, de quibus ſequitur

Propoſitio II.

Tropicos inſcribere horologio Aſtronomico horizontali.

Tropicos inſcribere horologio aſtronomico horizontali.

TRopici horologiis inſcripti determinant quouſque lineæ horariæ produci debeant ſupra aut infra æquinoctialem: licet enim multum produci poſſint, non tamen ſecundùm totã ſuam longitudinem ab umbra ſtyli perpendiculariter infixi, aut ſi is triangularis eſt juxta dicta Propoſit. præced. Num. 10. attingi poſſunt. Pluribus porrò modis inſcribi poſſunt, & inter alios ſequenti.

Vide Iconiſmi IX. Fig. 167.

I. In plano aliquo duc rectam BD, & ex B ad quodcunque intervallum deſcribe arcum FDE, & ex D utrimque uſque ad E & F abſcinde gradus $23\frac{1}{2}$, quanta nimirum eſt maxima declinatio Solis ab æquatore, ductis rectis BE, BF, quarum BE repræſentat Tropicum Cancri, BF Tropicum Capricorni, BD æquatorem.

II. Ad BD duc per B perpendicularem BH, & ex B in H transfer diſtantiam KE horologii antea facti.

III. Ex B in lineam BD transfer ex horologio diſtantias RI, (id eſt, FI) Rb, Rm, Ra, Rc, Re, hoc eſt, diſtantias ab R puncto uſque ad puncta horæ 12æ, 1æ, 2æ, 3æ, 4æ, 5æ, notatis punctis in BD.

IV. Ex H per puncta in BD inventa duc rectas, quæ inſecabunt lineas BE, BD, BF, & litteras ac numeros adſcribe ut vides. Ex eodem H duc rectam Hg, parallelam ipſi BD, quæ interſecabit rectam BE in g.

V. Ex hac figura (quam impoſterum appellabimus figuram Tropicorum, & radium Zodiaci) ſic inſcribes Tropicos horologio horizontali, præcedenti praxi conſtructo. Accipe circino diſtantias Ha, Hb, Hc, Hd, He, Hf, Hg, ex figura Tropicorum (nempe ab H uſque ad puncta in quibus lineæ ex H ductæ interſecant lineam BE) eaſque transfer ex K horologii in lineas horæ 12æ, 1 & 11, 2 & 10, 3 & 9, 4 & 8, 5 & 7, 6 & 6æ, notatis punctis in dictis lineis: per quæ puncta ſi duxeris lineam curvam, habebis Tropicum Cancri ſupra æquinoctialem. Deinde ex eadem figura Tropicorum accipe circino diſtantias H1, H2, H3, H4, &c. (nempe diſtantias uſq; ad puncta in quibus interſecatur BF) eaſq; transfer ex K horologii in eaſdem lineas horæ 12æ, 1æ & 11æ, &c. & puncta in illis notata conjunge linea curva, & habebis Tropicum Capricorni infra Æquinoctialem.

VI. Si aliorum Zodiaci ſignorum arcus inſcribere vis horologio, inſcribe figuræ Tropicorum radios illorum ſignorum ſic. Ex D utrimq; accipe gradus $14\frac{1}{2}$, quantum nimirum declinat ab æquatore ♉ & ♍, ♏ & ♓: item gradus $20\frac{1}{2}$, quantum declinat ♊ & ♌, ♐ & ♒, & per puncta notata ex B duc lineas rectas, quæ interſecabunt omnes lineas ex puncto H ductas. Deinde diſtantias ab H ad puncta interſectionum transfer in horologium, & habebis intentum. Sed hæc alias melius.

Propoſitio III.

Horizontale Italicum deſcribere.

Horologium horizontale Italicum.

ITalicum horologium eſt, quod monſtrat horas ab Italis uſurpatas, nempe ab Occaſu Solis inchoatas. Sic autem deſcribitur.

I. Deſcribe horologium Aſtronomicum cum ſuis Tropicis, juxta dicta duarum præced. Propoſit. ita tamen, ut appareant tantùm Tropici, Meridiana AB, Æquinoctialis MN, & Linea horæ ſextæ PQ. reliqui verò lineæ deleantur.

Vide Iconiſmi X. Fig. 168.

II. Punctis horariis in Æquinoctiali MN inventis appone numeros horarum Aſtronomicarum, & Italicarum, ut vides in figura, ita tamen, ut facilè deleri poſſint.

III. Diſtantias R 12, R 1, R 2, R 3, R 4, R 5, transfer ex centro horologii Aſtronomici K utrimque in lineam horæ ſextæ PQ, appoſitis numeris ut figura monſtrat, qui tamen etiam facilè deleri poſſint.

IV. Applicata regula punctis horariis Æquinoctialis MN, & punctis in Linea horæ ſextæ PQ ad ſiniſtram correſpondentibus, duc lineas rectas à Tropico ad Tropicum per Æquatorem, ut vides in figura, & habebis horarias lineas pro Italico ex parte.

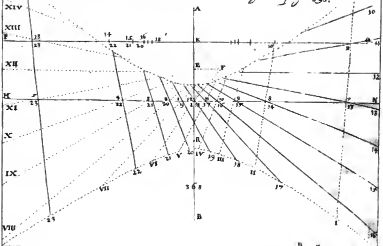
V. Pro hora 12 inſcribenda, divide ſpatium KI in duas æquales partes, & ex puncto diviſionis duc inter KQ & IN parallelam à Tropico Cancri inchoatam. Pro hora 11 inſcribenda, pone regulam ſupra punctum 23æ in Æquinoctiali MN, & 11æ in KQ, & duc rectam ut vides. Pro 10, pone regulam ſupra punctum 22æ in Æquinoctiali, & 10æ in KQ & duc aliam rectã. Simili ratione invenies alias horas matutinas, ſi opus fuerit. Hora 24 non poteſt inſcribi plano horizontali, eò quòd planum ſit æquidiſtans circulo horæ 24: nempe Horizonti.

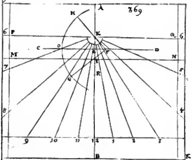
VI. Pro inſcribendis ſemihoris, & quadrantibus, imprime æquinoctiali MN earum puncta modo dicto Propoſit. 1. & diſtantias ab iis uſque ad R interceptas transfer ex K utrimque in PQ, & puncta correſpondentia in MN, & PQ. connecte lineis rectis à Tropico ad Tropicum ductis, alio tamen colore.

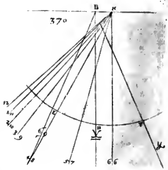
VII. Stylum erige perpendiculariter in E, æqualem lineæ EF Aſtronomici horologii, & horologium colloca eodem modo quo Aſtronomicum, dele lineam PQ cum numeris ac litteris ipſi & Æquinoctiali adſcriptis, omneſque alias litteras.

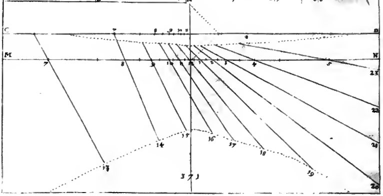
Anno-

Iconiſmus X. *Ponatur è regione pag. 395.*









Annotatio.

Si ex K centro horologii per puncta horaria in Æquinoctiali inventa ducas Lineas rectas horarum Aſtronomicarum à Tropico ad Tropicum (diverſo tamen colore, aut punctis intercisas) oſtendet idem ſtylus ſimul horas Aſtronomicas & Italicas.

Propoſitio IV.

Horizontale Babylonicum deſcribere.

Horologii Babylonicum horizontale. Vide Iconiſmi X. Fig. 168.

BAbylonicum horologium, id eſt, apud Babylonios olim uſitatum, eſt illud, quod monſtrat horas ab ortu Solis inchoatas.

Deſcribitur eodem prorſus modo quo Italicum, hoc ſolùm diſcrimine, quod punctis horariis Aſtronomicis in Æquinoctiali inventis apponi debent numeri delebiles horarum Babylonicarum eo ordine, quo in figura vides, ut ſcias quæ Babylonicæ & quæ Aſtronomicæ horariæ lineæ interſecent ſe in eodem puncto Æquinoctialis. Præterea puncta quæ in linea horæ ſextæ P. Q pro Italico notata ſunt ad dexteram, notari debent pro Babylonico ad ſiniſtram, & è contrario, & lineæ horariæ debent duci ut vides.

Annotatio I.

Hinc patet, quomodo eidem plano poſſint inſcribi tria horologia, Aſtronomicum, Italicum, Babylonicum, quorum horas idem ſtylus ſimul monſtret.

Annotatio II.

Si fiat in charta tranſparente horologium Italicum, & ex altera parte charta ducantur omnia tranſparentia lineamenta horologii, illiſque adſcribantur numeri Babylonici, habetur horologium Babylonicum deſcriptum.

CAPUT II.

De Horologiis Verticalibus.

Horologia Verticalia

VErticalia horologia ſūt, quæ delineantur in planis Verticali primario æquidiſtantibus, proinde recta Auſtrum aut Septentrionem reſpicientibus. Duplicis ergo generis ſunt, Auſtralia, & Borealia. Utraque dividuntur in Aſtronomica, Italica, Babylonica, & Antiqua. De tribus primis hic, de ultimo infra agetur.

Propoſitio I.

Verticale Aſtronomicum, tam Auſtrale, quàm Boreale, deſcribere.

Auſtrale.

Horologii Verticalis Aſtronomicum. Vide Iconiſmi X. Fig. 169.

AUſtrale ſic deſcribitur. I. Ductis AB, & CD, interſecantibus ſe orthogonaliter in E, & ſumpta ex E D portione EF æquali ſtylo futuro, deſcriptoque ex F arcu G O H, numera ex O ſurſum uſque in H altitudinem poli, ex O verò deorſum uſque in G ejus complementum.

II. Ductis rectis H F, & GF, ſecantibus A B in punctis K & I, actiſque per K & I perpendicularibus P Q, & M N, transfer diſtantiam I G ex I in R deorſum, & deſigna ex R in Æquinoctiali M N puncta horaria modo dicto in Propoſit. 1. capitis 1.

III. Per puncta in Æquinoctiali M N inventa educ ex K rectas lineas, & habebis lineas horarias. Numeros horarum adſcribe ordine inverſo, prout figura monſtrat, & dele omnes litteras, & alia impertinentia ad horarum monſtrationem.

IV. Pro indice vel erige perpendiculariter ex E ſtylum æqualem rectæ E F, vel ſupra KI erige perpendiculariter triangulum I K F, vel infige puncto K ſtylum cujuſcunque longitudinis, qui faciat cum KI angulum æqualem angulo I K F. Lineas horarias termina vel Tropicis, vel circulo aut ſemicirculo, vel alia figura.

V. Planum horologii erige verticaliter ope alicujus Inſtrumenti in Appar. cap. 3. deſcripti, ita ut AB ſit ad Horizontem perpendicularis, & M N eidem parallela, reſpiciatque M ad Occidentem æquinoctialem, & N ad Orientem.

Boreale.

BOreale horologium habetur, ſi Auſtrale invertatur ita, ut ex inferiori parte fiat ſuperior; & ex dextera fiat ſiniſtra. Sed ex horis antemeridianis debent fieri pomeridianæ, & ex pomeridianis antemeridianæ. *Idem Boreale habetur*, ſi lineamenta Auſtralis deſcribantur in facie plani oppoſita, & pars ſuperior fiat inferior.

Annotationes.

I.

Si planum Verticale, in quo deſcribendum eſt horologium, ſit ſtabile, duc beneficio perpendiculi in ipſo lineam Meridianam AB Horizonti perpendicularem, operare ut dictum.

II.

Si per E locum ſtyli ducatur parallela Horizonti, erit hæc linea Horizontalis, & linea horaria ſupra ipſam nullum habent uſum in Auſtrali, & lineæ infra ipſam nullam in Boreali. Itaque ſuperflua utrobique debent deleri.

Propoſitio I.

Tropicos inſcribere horologio Verticali aſtronomico.

Tropicos inſcribere horologio Verticali Aſtronomico. Vide Iconiſmi X. Fig. 170.

DUctis, ut in Propoſit. 2. capitis 1. rectis B D, BH, BE, BF, transferatur ex horologio Verticali diſtantia K F in rectam B H, & inventis punctis in B D, ducantur per illa ex H rectæ lineæ, ut fiat figura Tropicorum. Ex ea deinde inſcribantur Tropici horologio Verticali eodem prorſus modo, quo inſcripti fuerunt Horizontali; hoc ſolùm diſcrimine, quòd hîc Tropicus ſupra Æquinoctialem deputari debet Capricorno, infra verò Cancro. *Hac melius alibi.*

Propoſitio III.

Verticale Italicum & Babylonicum deſcribere.

Italicum.

Horologiũ Verticale Italicum & Babylonicum. Vide Iconiſmi X. Fig. 170.

FActo horologio Verticali aſtronomico, cum ſuis Tropicis, ac horis dimidiis, & ducta recta CD pro linea horizontali, nota ubi lineæ horariæ (tam integrarum, quam dimidiarum horarũ) ex centro X per puncta horaria in Æquinoctiali ductæ interſecent lineam horizontalem CD, & numeros adſcribe æquinoctiali & Horizontali lineæ ut vides in figura. His factis, vide ex tabula ſequenti, per quæ puncta horarum aſtronomicarum in æquinoctiali, & Horizontali tranſire debeant lineæ horarum Italicarum, ſeu ab Occaſu: nempe pro hora 23 Italica duc à Tropico ad Tropicum rectam per punctum horæ 5 in æquinoctiali, & horæ $11\frac{1}{2}$ in Horizontali, pro hora 22 Italica duc aliam rectam per punctum horæ 4 in æquinoctiali, & horæ 11 in Horizontali, &c. prout in tabula indicabitur,

Horæ Italicæ	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Aſtron. in Æquin.	12	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6
Aſtron. in Horiz.	6	$6\frac{1}{2}$	7	$7\frac{1}{2}$	8	$8\frac{1}{2}$	9	$9\frac{1}{2}$	10	$10\frac{1}{2}$	11	$11\frac{1}{2}$	12
Horæ Babylonicæ.	24	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Ad inſcribendas horas dimidias Italicas, debes invenire in æquinoctiali MN, & Horizontali CD, puncta quadrantum horarum aſtronomicarum, & operari ſimili modo ut dictum.

Babylonicum.

B*Abylonicum* habebis, ſi horarias lineas quæ in Italico ſunt ad dexteram, ponas ad ſiniſtram, & ſiniſtras ad dexteram, & linea quæ in Italico eſt 13, fiat hora prima, &c. *Vel*, ſi puncta in Æquinoctiali & Horizontali linea inventa connectas prout tabula præcedens monſtrat. *Vel*, ſi in charta tranſparenta ducantur à tergo lineamenta horologii Italici, & lineæ horæ 14 adſcribatur hora prima, &c.

APPENDIX CAPITIS I. ET II.

Horizontale & Verticale horologium aſtronomicum aliter ex Fundamento deſcribere.

EX innumeris aliis modis addo hunc, quia fortaſſis facilior eſt pro Tyronibus, quàm præcedentes. Itaque

Fundamentum.

Horologiũ horizontale & Verticale ex fundamento deſcribere. Vide Iconiſmi XI. Fig. 171.

EX centro A in medio rectæ BC aſſumpto deſcribe ſemicirculum BDC, eumque divide in duos quadrantes, erecta perpendiculari AD. Quadrantem DC divide in 6 partes æquales, ſi in horologiis cupis ſolùm horas integras, & ad puncta diviſionum duc ex A radios AI, AK, AL, AM, AN. Si cupis etiam ſemi horas in horologio, divide quadrantem DC in 12 partes æquales: ſi quadrantes horarum, divide in 24 partes. In quadrante verò DB numera ex D in E altitudinem poli illius loci, pro quo vis conſtruere horologium, ut Herbipoli 50 gradus, ductaque linea AE, elige in illa quodvis punctum F, ac per id ad AE duc perpendicularem GH. Transfer porrò diſtantiam AF, ex A in O, atque per O duc ipſi AC parallelam OT, quæ ſecabit radios omnes in punctis P, Q, R, S, T. Transfer quoque diſtantiam AH ex A in V, & ducre ctam Vg, ipſi AC vel OT parallelam, quæ ſecabit radios in punctis X, Y, Z, *b*, *g*. Atque ita Fundamentum conſtructum eſt, ex quo præcipua horologiorum genera facilè deſcribi poſſunt. Nos ſolùm hic horizontale & verticale damus, in ſequentibus reliqua.

Horologium Horizontale.

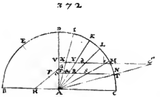
Vide Iconiſmi XII. Fig. [illegible]

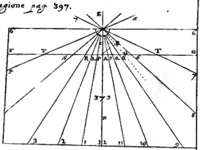
H*Orizontale ſic.* Ductis rectis FG, ED, ſecantibus ſe mutuò in A ad angulos rectos, transfer ex Fundamento diſtantias OP, OQ, OR, OS, OT, ex A horologii futuri utrimque in P, Q, R, S, T. Transfer quoque diſtantiam AH Fundamenti ex A horologii in H, eritque H centrum horologii, per quod ſi duxeris perpendicularem, habebis lineam horæ 6. ſi verò ex eodem H per puncta P, Q, R, S, T, duxeris rectas, habebis lineas aliarum horarum à ſexta matutina uſque ad ſextam veſpertinam. Pro aliis matutinis & veſpertinis produc per H lineas jam inventas. Numeros horarios adſcribe prout figura monſtrat. Lineas horarias termina prout libuerit. Pro axe, qui loco indicis erit, transfer ex Fundamento diſtantiam AG ex A horologii in G, & ex H per G duc lineam occultam, erit hæc axis, & index horologii, ſi verò triangulum AHG ſuper lineam horæ 12 HD erigatur perpendiculariter, habebit index ſuum debitum ſitum. Si ex A ad axem HG ducas perpendicularem AB & ex B ad lineam Meridianam HD aliam perpendicularem BC, erit CB longitudo ſtyli perpendiculariter ex C erigendi, cujus apex B omnes lineas & circulos cœleſtes horologio inſcriptos umbra ſua monſtrat, cùm axis id ſine nodulo aliquo, cujus locus eſt punctum B, præſtare non poſſit.

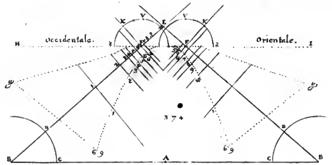
Horologium Verticale.

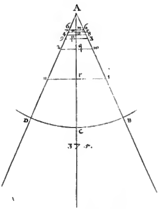
V*Erticale ſic.* Fac omnia ut antea pro horizontali, dummodò ex A horologii in H transferas diſtantiam fundamenti AG, ex A verò in G horologii, diſtantiam AH Fundamenti, & numeros horarios permutes, hoc eſt, ponas 1 loco 11, & contrà, item 2 loco 10, & 3 loco 9, &c.

Ioniſmus XI. *Ponatur è regione pag. 397.*









Annotatio de Tropicis inſcribendis.

TRopicos utrique horologio inſcribes eodem modo quo ſuprà cap. 1. Propoſit. 2. & cap. 2. Propoſit. 2. ſi modo animum diligenter advertas.

CAPUT III.

De Horologiis Meridianis.

Horologia Meridiana.

MEridianum horologium eſt, quod deſcribitur in plano æquidiſtante circulo Meridiano, ac proinde vel Orientem, vel Occidentem æquinoctialem rectà reſpiciente. Unde duplex eſt, Orientale, & Occidentale. Utrumque dividitur in Aſtronomicum, Italicum, Babylonicum, Antiquum. De hoc ultimo infrà, de prioribus hîc agemus. Hæc horologia vocantur etiam horologia horæ 12æ, quia fiunt in plano æquidiſtanti circulo horæ 12mæ.

Propoſitio I.

Meridianum Aſtronomicum deſcribere.

Orientale.

Horologiũ Meridianum Aſtronomicum. Vide Iconiſmi XI. Fig. 374.

I. DUcta AB Horizonti parallela, deſcribe ex B verſus A ad ſiniſtram arcum CD cujuſcunq; magnitudinis, in quo numerata ex C in D altitudine Æquatoris regioni tuæ congruente, duc rectam BDE pro linea Æquinoctiali, & electo in ipſa quovis puncto F pro loco ſtyli, duc per F perpendicularem FG pro axe Mundi, & pro linea horæ ſextæ horologii futuri.

II. Ex linea FG abſcinde portionem FG, æqualem futuro ſtylo, & diſtantiam FG transfer ex F in æquinoctialem uſque ad puncta 3 & 9, & operare ut in Propoſit. 1. cap. 1. nimirum diſtantiam inter 3 & 9 transfer ex G in puncta 10, & 2, item ex puncto 10 in 11 & 5, item ex puncto 2 in 7 & 1. Deinde intervallum inter 10 & 2 divide in tres æquales partes in punctis 8 & 4. Puncta dimidiarum horarum habebis, ſi opereris modo dicto cap. 1. Propoſit. 1. accipiendo nimirum diſtantias inter G & horas impares, &c.

III. Per puncta in Æquinoctiali BE inventa, duc lineas parallelas lineæ GF, eaſque termina Tropicis ut mox dicetur, & numeros adſcribe ut vides in figura. Tandem per F duc etiam HI parallelam lineæ AB pro linea Horizontali, & quidquid linearum ſupra ipſam eſt, reſeca, aut dele, tanquam ſuperfluum, eritque horologium deſcriptum.

IV. Stylus debet infigi puncto F ad angulos rectos, æqualis lineæ FG, aut ſegmento æquinoctialis inter 3 & 9. *Vel*, duobus punctis G & G, & aut aliis quantumvis utrimque ad F diſtantibus, infigantur duo ſtyli æquales lineæ FG, illiſque ſuperponatur tranſverſum fulcrum, ſeu ferrea pertica, quæ repræſentabit axem Mundi.

Occidentale.

DUcta AB ut antea, deſcribe ex A verſus B ad dexteram arcum CD, & reliqua omnia præſta ut dictum paulo antea hac Prop. *Vel*, Omnia Orientalis lineamenta pinge in oppoſita plani facie. Numeros adſcribe ut vides in figura.

Eadem horologia habebis, ſi ex Fundamento Appendicis transferas diſtantias OP, OQ, OR, OS, OT, ex F utrimque in puncta 7, 8, 9, 10, &c. & per dicta puncta ducas parallelas rectæ GF, & ſtylum erigas ex F æqualem diſtantiæ F 9, vel adhibeas fulcrum ut antea.

Propoſitio II.

Tropicos inſcribere horologiis Meridianis.

Tropicos inſcribere horologiis meridianis. Videlconiſmi XI. Fig. 375.

I. EX A rectæ AC deſcribe arcum BCD, in eoque ex C utrimque ſume maximam declinationem Solis CB, CD, & duc rectas AB, AD, eritque AC Æquinoctialis, AB & AD Tropici.

II. In AC, ex A verſus C, transfer horologii diſtantias G 6, G 7, vel 5, G 8, vel 4, G 9, vel 3, G 10, vel 2, G 11, vel 1, in puncta *m, n, o, p, q, r*, & per hæc puncta duc perpendiculares ad AC, adſcriptis utrimque numeris ut vides.

III. Ex hac figura accipe diſtantias *m* 6, *n* 7, *o* 8, *p* 9 *q* 10, *r* 11. eaſque transfer ex Æquinoctiali horologii in lineas horæ 6, 7, 8, &c. utrimque, & puncta in dictis lineis inventa conjunge curvis lineis, habebiſque utrumque Tropicum, quorum ſuperior erit ♑, inferior ♋. *Poſſet ſufficere medietas figuræ.*

Propoſitio III.

Miridianum Italicum deſcribere.

Orientale.

Horologiũ Meridianum Italicum. Vide Iconiſmi XI. Fig. 374.

DEſcribe occultis lineis Meridianum aſtronomicum Orientale, cum horis integris ac dimidiis, cumque linea horizontali, & Tropicis, juxta dicta Propoſit. 1. & 2. præceden. & nota puncta ubi lineæ occultæ horarum integrarum ac dimidiarum interſecant horizontalem HI. Si igitur per puncta in Æquinoctiali, & per puncta in horizontali inventa duxeris rectas juxta tabulam ſequentem, habebis horologium Italicum. E.G. in tabula invenis, horam 10 Italicam tranſire per horam 4 in Æquinoctiali, & per 5 in horizontali, per hæc ergo puncta ſi rectam ducas Tropicis terminatam, habebis lineam horæ 10 Italicæ. Similis ratio eſt de aliis. Horam 12 habebis, ſi ex loco ſtyli F deſcribas verſus dexteram arcum ZV ab horizontali ſurſum, in eoque ſpatium ZX ab horizontali uſque ad axem FG interceptum transferas in V, & à puncto V per F ducas rectam.

Horam 18 habebis, ſi ex puncto horæ 9 horizontalis ducas parallelam Æquinoctiali. *Finito horologio, omnes lineæ & numeri ad Aſtronomicum pertinentes, cum aliis impertinentibus deleantur, ſicut & totum id quod eſt ſupra lineam horizontalem.* Schema alias dabo.

Horæ Italicæ	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Aſtron. in Æquin.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Aſtron. in Horiz.	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5	$5\frac{1}{2}$	6	$6\frac{1}{2}$	7	$7\frac{1}{2}$	8	$8\frac{1}{2}$	9

Occidentale.

Vide Iconiſmi XI. Fig. 374.

DEſcripto priùs Meridiano aſtronomico occidentali, cũ ſuis Tropicis, horis integris ac dimidiis, & linea horizontali, deſcribe ex loco ſtyli F verſus ſiniſtrã arcũ ZV à linea horizontali ſurſum, in eoq; ſpatium ZX ab horizontali uſq; ad axẽ FG transfer in V, & à puncto V per F duc rectam, eritq; hæc linea horæ 12. Nota igitur ubi lineæ horarum integrarum ac dimidiarum aſtronomicarum interſecent lineam horæ 12, & per puncta interſectionis, punctaque in Æquinoctiali ipſis juxta ſequentem tabulam correſpondentia duc rectas, & habebis horologium factum. Hora 18 debet duci per punctum commune interſectionis lineæ horæ 12. & lineæ horæ 3 aſtronomicæ, eſtque parallela æquinoctiali. *Omnia impertinentia debent deleri, ut antea dictum fuit.* Schema omitto ad parcendum ſumptibus, aliàs daturus.

Horæ Italicæ	18	19	20	21	22	23	24
Aſtron. in æquinoct.	12	1	2	3	4	5	6
Aſtron. in linea horæ 12.	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5	$5\frac{1}{2}$	6

Propoſitio IV.

Meridianum Babylonicum deſcribere.

Orientale.

Horologiũ Meridianum Babylonicũ. Vide Iconiſmi XI. Fig. 374.

OMnia lineamenta Meridiani Italici occidentalis delinea in dorſo chartæ tranſparentis, in qua deſcriptum eſt prædictum Italicum, & numeros adſcribe ut vides in figura, & habebis intentum.

Occidentale.

OMnia lineamenta Meridiani Italici Orientalis delinea in dorſo prædicti Italici, & numeros adſcribe ut figura monſtrat, & habebis intentum.

CAPUT IV.

De Horologiis Polaribus.

Horologia Polaria.

POlaria ſunt, quæ delineantur in planis æquidiſtantibus illi circulo maximo, qui tranſit per utrumque Mundi polum, & per puncta Ortus & Occaſus æquinoctialis, ac proinde tantum eſt elevatus ſupra Horizontem ex parte Septentrionis, tantumque ex parte Auſtri infra depreſſus, quantum polus Mundi illic attollitur, hîc deprimitur. Duplicia ſunt, ſuperiora, & inferiora. Illa fiunt in parte plani polaris ſuperiori reſpiciente Zenith, hæc in inferiori reſpiciente Nadir. Circulus maximus cui æquidiſtant polaria horologia, vocatur etiam circulus horæ 6. aſtronomicæ, eò quòd tranſeat per puncta illa Horizontis, in quibus Sol oritur & occidit hora ſexta aſtronomica: unde & horologia in planis ipſi parallelis deſcripta, appellantur horologia horæ ſextæ aſtronomicæ. Non differunt Polaria horologia à Meridianis, niſi ſitu, & horarum numero ac ordine, ut patebit.

Propoſitio I.

Polare Aſtronomicum deſcribere.

Superius.

Horologiũ Polare a…

DUctis recta FG pro Meridiana, & CD pro Æquinoctiali, ſecantibus ſe orthogonaliter in E, in recta FG ſume portionem EA, vel EB, ſtylo futuro æqualem, eamque diſtantiam transfer ex E in æquinoctialem utrumque, cæteraque omnia præſta quæ diximus ſuprà cap. 1. Propoſit. 1. & cap. 3. Propoſit. 1. & habebis puncta horaria in Æquinoctiali, per quæ ſi duxeris parallelas ipſi AB, habebis lineas horarias. Numeros horarum adſcribe eo ordine, quo in figura vides. Linea horæ 6 non poteſt haberi, quia Sole exiſtente in circulo horæ ſextæ cœli, ſtylus projicit umbram infinitam. Stylum infige in E ad angulos rectos, æqualem lineæ EA, ſeu E 3. Vel in punctis A & B, vel aliis quibuſcunque lineæ FG, erige duos ſtylos æquales rectis EA & EB, cum fulcro ſuperpoſito. *Horarum.* *Vide Iconiſmi XII. Fig. 3. 6.*

Situm ſuum habebit hoc horologium (quando delineatum eſt in plano mobili) ſi ita collocetur, ut recta CD horizonti æquidiſtet, & recta AB Meridiano CD circulo exactè congruat, punctumque B ad Auſtrum, punctum A ad Boream vergat, planum denique ex parte A elevetur ſecundùm altitudinem poli congruentem illi loco, in quo vis uti horologio: eſt enim univerſale, & pro toto Mundo ſervit.

Inferius.

Polare horolog. ã eſt univerſale.

ATque hoc eſt horologium polare ſuperius, quod nimirum Sol illuſtrat ab hora 6 poſt mediam noctem uſque ad 6 poſt meridiem. Si eaſdem lineas horarias in facie oppoſita ſeu inferiori plani horologii deſcribas, ita ut ſingulæ ſingulis exactè reſpondeant, habebis Polare Inferius, quod nim. Sol illuminat manè ante, & veſperi poſt horam 6 aſtronomicam. Mutandi tamen ſunt numeri, ita ut linea horæ 7 à media nocte in ſuperiore, ſit linea horæ 5 à media nocte in inferiori.

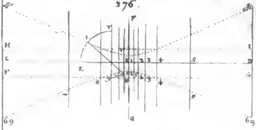
Annotatio.

EAdem horologia deſcribi poſſunt ex Fundamento Appendicis, ſi diſtantia OP, OQ, OR, &c. ex Fundamento transferantur in Æquinoctialem ex E in 1. 2. 3. &c. & reliqua fiant ut antea. Stylus in E figendus debet eſſe æqualis diſtantiæ E 3, vel E 9.

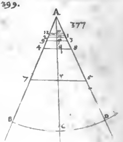
Pro-

Iconiſmus XII *ponatur e regione pag. 399.*

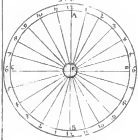
376.



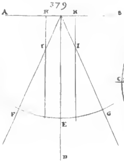
377



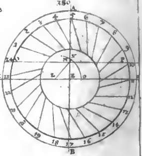
378



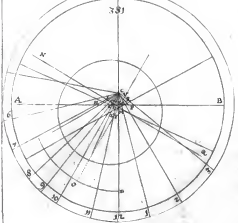
379



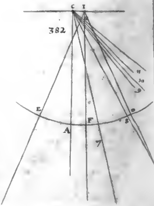
380



381



382



Propoſitio II.

Tropicos inſcribere horologijs Polaribus.

Tropicos inſcribere horologio Polari. Vide Iconiſm XII. Fig. 377.

DEſcribere radioſum Zodiacum eo prorſus modo, quo præcepimus cap. præcedenti Propoſit. 2. & in AC Zodiaci deſcripti, ex A verſus C transfer ex horologio præcedenti diſtantias BE, B1, B2, B3, &c. & per puncte invenia duc perpendiculares ad AC Zodiaci radioſi, & operare ut ibidem perſcripſimus. Arcus porrò Zodiaci infra lineam æquinoctialem verſus B deſcriptus eſt Tropicus ♋, ſuperior verò ♑.

Propoſitio III.

Polare Italicum deſcribere.

Superius.

Horologii Polaris Italicum. Vide Iconiſm XII. Fig. 376.

DEſcripto Polari aſtronomico, cum ſuis Tropicis, ac horis dimidiis, inſcribe ipſi lineam horæ 12 & 24 ſic. Produc lineam horæ 9 in directum uſq; ad T, & ex horæ 9 puncto in æquinoctieli deſcribe quadrantem KT, & à T verſus K numere elevationem poli regionis tuæ, uſque ad L v.g. & per L ac centrum quadrantis duc rectam, quæ ſecabit lineam AB in puncto X, per quod ad AB normalis FG ducta dabit lineam horæ 12, diſtantia verò EX ex E in V translata, debit punctum per quod parallela ad CD ducta dabit lineam horæ 24 HI, quæ horizontalis appellatur. Utriuſque uſum mox explicabimus.

Ductis his duabus lineis in Polari aſtronomico, nota puncta in quibus interſecantur à lineis horarum integrarum ac dimidiarum aſtronomicarum productis, adjunctis numeris, & per puncta inventa, punctaque horarie in æquinoctiali, duc rectas juxta ſequentē tabulam (ducendo nimirum lineam horæ vigeſimæ tertiæ v.g. per punctum horæ quintæ in Æquinoctiali, undecimæ cum dimidia in Horizontali, quintæ cum dimidia in horæ duodecimæ, &c. & habebis Polare Italicum Superius. *Sufficeret tamen invenire puncta in alterutra lineatantùm.*

Inferius.

HAbebis, ſi horarum lineas ultra Horizontem producas, & ſuperiorem partem mutes in inferiorem, & dexteram in ſiniſtram.

Horæ Italicæ	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13
Aſtron. in Æquin.	5	4	3	2	1	12	11	10	9	8	7
Aſtron. in Horiz.	11½	11	10½	10	9½	9	8½	8	7½	7	6½
Aſtron. in lin. ho. 12æ	5½	5	4½	4	3½	3	2½	2	1½	1	12½

Propoſitio IV.

Polare Babylonicum deſcribere.

Superius

Horologii Polare Babylonicum.

DEſcripto ut antea Polari aſtronomico cum horis dimidiis, ac Tropicis, inventiſq; lineis horæ 12 ac 24, & notatis punctis interſectionis, deſcribe Babylonicum juxta ſequentem tabulam ducendo v.g. lineam horæ primæ per punctum ſeptimæ in Æquinoctiali, ſextæ cum dimidia in Horizontali, duodecimæ cum dimidia in Linea horæ duodecimæ, &c.

Inferius.

ORtum habet à ſuperiori modo dicto Propoſit. præcedente.

Horæ Babylonicæ.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Horæ Aſtron. in æquinoct.	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5
Horæ Aſtron. in Horizont.	6½	7	9½	8	8½	9	9½	10	10½	11	11½
Horæ Aſtron. in Linea ho. 12.æ	12½	1	1½	2	2½	3	3½	4	4½	5	5½

Annotatio.

H*Orologia Polaria debent poni ſupra plana, aut fulcra, habentia inclinationis angulum æqualem angulo elevationis poli in ea regione, in qua vis illis horologiis uti.*

CAPUT V.

De Horologiis Æquinoctialibus.

Horologia æquinoctialia.

ÆQuinoctialia ſunt, quæ fiunt in planis Æquinoctiali circulo æquidiſtantibus, hoc eſt, in planis quæ tantum ſupra Horizontem verſus Æquatorem ſunt inclinata, quantus eſt angulus elevationis Æquatoris ſupra eundem illo in loco, pro quo horologium conſtruitur. Hoc etiam duplex eſt, ſuperius, & inferius.

Propoſitio I.

Æquinoctiale Aſtronomicum conſtruere.

Superius.

Horologii æquinoctialis aſtronomici. Vide Iconiſm XII. Fig. 378.

DUctâ rectâ AB pro Meridiana ſeu linea horæ 12, quē ad angulos rectos ſecet alia recta CD, in E, deſcribe ex E circulum cujuslibet magnitudinis, eumque in 24 partes æquales divide, initio facto ab AB, & per diviſionum puncta ac per centrū E duc lineas rectas, centroq; E infige ſtylum cujuſcunq; longitudinis, rectum ſeu perpendicularem ad planum horologii, & habebis horologium factum.

Situm ſuū habebit, ſi ita collocetur, ut recta CD Horizonti æquidiſtet, punctumq; C ad Ortū, punctū verò D ad Occaſum verget; ac præterea recta AB ita ſupra Meridianā lineam in æquinoctiali

ctiali plano in vetram adaptetur, ut A Meridiem, B Septentrionem reſpiciat. Quo in ſitu erunt horæ à media nocte ad meridiem in ſemicirculo ADB, reliquæ in reliquo, in horologio ſuperiori, quod nim. reſpicit polum conſpicuum, & illuminatur à Sole in Borealibus ſignis exiſtente.

Inferiùs.

SI in facie inferiori & oppoſita horologii dicto modo elevati deſcribas eaſdem omnino lineas & ſtylum adigas per centrum E, ita ut ad planũ horologii ſit rectus, habebis horologium inferius, quod nim. reſpicit polum non conſpicuum, & illuſtratur à Sole in Auſtralibus ſignis exiſtente.

Propoſitio II.

Tropicos inſcribere horologio Æquinoctiali.

Tropicos inſcribere horologio æquinoctiali.

Vide Iconiſmi XII. Fig. 379.

AD Tropicos inſcribendos neceſſe eſt ut ſtylus ſit determinatæ longitudinis. Ducta igitur AB in tranſverſum, & CD perpendiculari ad AB, deſcribe ex C arcum EFG cujuſcunque magnitudinis, & ex E verſus F & G numerata maxima Solis declinatione, duc rectas CF, CG, eritque CE æquator, CF, CG Tropici. Ex C verſus A & B transfer longitudinem ſtyli horologii facti uſque in H, & per H duc parallelas ipſi CD, quæ ſecabunt rectas CF, CG, in punctis I. Si igitur ſumas diſtantiam HI, & ad ejus intervallum ex E horologii circulum deſcribas, erit is in ſuperiori horologio Tropicus ♋, inferior verò Tropicus ♑, qui cùm æquales ſint inter ſe, ſufficiet medietatem figuræ deſcribere.

Si ex C, per arcum EF, aut EG duxeris radios aliorum ſignorum, ſecabit illos ſimiliter recta HI, & circuli ad diſtantiam ab H ad puncta I ſumptam ex centro E horologii dabunt alios Zodiaci arcus.

Propoſitio III.

Æquinoctiale Italicum & Babylonicum deſcribere.

Horologiũ æquinoctiale Italicum & Babylonicum.

Vide Iconiſmi XII. Fig 380.

AD hæc deſcribenda requiritur determinata longitudo ſtyli. Ductis igitur rectis AB, & CD, interſecantibus ſe ad rectos angulos in E, deſcribe ex E circulum, eique inſcribe Tropicum Cancri, juxta dicta Propoſit. præced. Deinde inſcribe circulo lineam horizontalem (in quam ſcilicet cadit extremitas umbræ ſtyli determinatæ magnitudinis oriente & occidente Sole) hac ratione. In linea CD accipe portionem EL æqualem ſtylo, & ex L deſcribe arcum NO, & in eo ab O uſque ad N v. g. numera gradus altitudinis poli regionis tuæ, & duc rectam NL, ſecantem AB in puncto M, per quod ſi ducas OP parallelam ipſi CD, habebis lineam horizontalem.

His factis, divide tam circulum exteriorem, quàm interiorem ſeu Tropicum, in 24 partes æquales, initio facto à linea horizontali, à puncto O pro Italico, à puncto D pro Babylonico, & proxima puncta arcuum ſupra aut infra horizontalem exiſtentium conjunge lineis rectis, & habebis utrumque horologium. Numeros adſcribe ut vides. Horæ ſupra lineam horizontalem ſunt nocturnæ, infra diurnæ.

CAPUT VI.

De Horologiis Declinantibus.

Horologia declinantia.

DEclinantia ſunt, quæ deſcribuntur in planis verticalibus declinantibus à primario Verticali circulo, ſive in Ortum, ſive in Occaſum, idque vel ex parte Auſtri, vel ex parte Septentrionis: unde alia ſunt declinantia à Meridie in Ortum, aut Occaſũ, alia declinatia à Septentrione in Ortũ, aut Occaſũ. Hæc ut deſcribantur, inveſtiganda priùs eſt planorum declinatio modis dictis in apparatu cap. 3. Delineatio eorum geometrica eſt difficillima. Ego quàm potero ordinatiſſimè procedam. Cui non placet praxis, delineet illa organicè modis infra dicendis.

Propoſitio I.

Declinans Aſtronomicum deſcribere.

Horologiũ declinans aſtronomicum.

Vide Iconiſmi XII. Fig. 381

NB. Fig. hæc 381. valde vitioſè eſt inciſa, nec potuit corrigi propter multiplices lineas.

I. DUctis AB, CD, ſecantibus ſe perpendiculariter in E, conſtitue ad CD in puncto E angulum declinationis plani illius, in quo aut pro quo horologium delineandum eſt: infra quidam rectam AB, ſi planum vergat in Auſtrũ, ſupra verò, ſi in Septentrionem. Debet autem, ſi planum in Auſtrum vergens declinat in Ortum, prædictus angulus fieri verſus ſiniſtram ad partes A, ſi in Occaſum, verſus dexteram CD ad partes B: è contrario verò ſi planum in Septentrionem vergens declinat in Ortum, debet idem angulus fieri verſus dexteram, ſi in Occaſum, verſus ſiniſtram. In præſenti paradigmate pono planum declinare in Ortum à parte Auſtrali gradibus 30, ac proinde angulus declinationis debet conſtitui infra AB ad ſiniſtram CD ſic. Ex E deſcribe ad quodvis intervallum arcum DO, in eoq; numera gradus 30 à D uſque ad O, & per O educ ex E, rectam EO, eritque DEO angulus declinationis plani, & recta EO dicetur linea declinationis, recta verò CD erit Meridiana, ſeu linea horæ 12.

II. In recta AB ſume portionem EP pro magnitudine horologii futuri (quod tantò erit majus quantò major erit EP) & ex P deſcribe arcum EV, atque ex E uſq; ad V numerata altitudine poli, duc per PV rectam, quæ interſecabit rectam CD in C, eritque C centrum horologii.

III. In linea EO ſumpta recta EF æquali ipſi EP, duc ex E ad AB perpendicularem FG, & ex C per G rectam CG pro linea ſtyli, & per G perpendicularem HGM pro æquinoctiali.

IV. Ex æquinoctiali abſcinde GH æqualé ipſi FG, ductaq; recta CH pro axe, duc ad ipſam CH ex G perpendicularē GI, & ex I ad CG aliam perpendicularē IK, eritq; IK longitudo ſtyli perpendiculariter erigendi in pũcto K, CIG verò triangulum perpendiculariter ſupra CG erigendum.

V. In linea ſtyli CG ſumpta recta GL, ipſi GI æquali, deſcribe ex L circulum cujuſcunque magnitudinis, & per centrum L, ac punctum M in quo æquinoctialis interſecat Meridianam CD, duc diametrum circuli deſcripti. Hunc circulum divide in 24 partes æquales pro horis integris horologio inſcribendis, in 48 pro horis dimidiis, initio facto à diametro LM. Per puncta oppoſita diviſionum circuli; & per centrum L, duc rectas, & ſecabitur æquinoctialis in punctis, per quæ ſi ex centro horologii C rectas lineas eduxeris, dabunt hæ lineas horarias, eundem ſervantes ordinem quem in Verticali non declinante: nempe CD erit linea horæ 12, lineæ

verò

verò æquinoctialem ſecantes ad partem ſiniſtram, erunt horarum ante meridiem, ad dexteram poſt meridiem, in horologio à Meridie declinante in Ortum, aut Occaſum, in horologio verò declinante à Septentrione in Ortum aut Occaſum, lineæ ad dexteram dant horas matutinas, ad ſiniſtram veſpertinas.

Si aliqua linea per aliquod punctum diviſionis circuli & centrum L ducta, non ſecat æquinoctialẽ, ſed ipſi parallela eſt, linea recta ducta per centrum C, & parallela æquatori, dabit illam horam, quæcunque fuerit.

Annotatio I.

Ad lineas horarias inveniendas poteſt etiam, more noſtro in præcedentibus ſervato, ſic procedi. Producatur linea E F ultra E, & per E ducatur ipſi E F perpendicularis N Q, & ex E in R transferatur diſtantia G I, & in linea N Q inquirantur puncta horaria ex R puncto eo modo, quo fit in horologiis non declinantibus, & per puncta in N Q inventa ducantur ex F recta, & notetur ubi has interſecent horizontalem AB, ſi enim per puncta interſecationis in AB inventa ducantur ex centro C recta, habebunt horologium quæſitum. Punctum horæ 6 invenies in AB, ſi per F ducas parallelam ipſi N Q.

VI. Horologium hactenus deſcriptum, &, quodcunq; aliud à Verticali primario declinans, ita collocari debet in plano declinante, ut linea Meridiana C D ſit perpendicularis ad horizontem, & recta AB eidem parallela, & punctum C in iis quæ à Meridie declinant, ſurſum, punctumque D deorſum conſtituatur, in illis quæ à Septentrione declinant, punctum C deorſum, D ſurſum ponatur.

Annotatio II.

Si in plano immobili deſcribendum eſt horologium, ducatur primò recta C D ope perpendiculi, & ipſi conſtituatur perpendicularis AB, vel ducatur AB ope Libellæ, & C D fiat ipſi perpendicularis. Reliqua fiant ut dictum. Abſoluto horologio deleantur omnia præter lineas & numeros horarios.

Annotatio III.

Ex horologio in Ortum declinante fit horologium in Occaſum declinans (dummodo ſit eadem utrobiq; declinatio) ſi prioris lineamenta ita permutentur, ut dextera fiant ſiniſtra, & contra. Præterea bina à Septentrione declinantia poſſunt fieri ex binis à Meridie declinantibus (poſita in omnibus eadem declinatione) ſi hæc ita invertantur, ut ſuperiora fiant inferiora, & poſt inverſionem dextera fiant ſiniſtra.

Propoſitio II.

Tropicos inſcribere horologio Declinanti.

Tropicos inſcribere horologio declinanti. *Vide Iconiſ. XII, fig. 382.* DUcta recta C I quæ axem Mundi referat, & perpendiculari I F quæ referat Æquatorem, fac ex I arcum E F D, & ex F in E & D numerata maxima declinatione Solis, duc rectas IE, I D.

II. Sume portionem I C æqualem rectæ C I horologii, & portionem I G æqualem rectæ I G ejuſdem horologii, & duc rectam C G, quæ lineã ſtyli referat. Deinde ex L horologii accipe omnia intervalla uſque ad puncta horaria in linea Æquinoctiali H M, eaque ex I præſentis figuræ transfer infra G, notatis punctis, & ex C per puncta notata duc rectas, appoſitis numeris ut vides. Si linea quæpiam horaria in horologio non ſecat Æquatorem H M, ſed ipſi parallela eſt, duc ex C figuræ præſentis rectam C A parallelam rectæ IF, & repræſentabit illam lineam horariam. Lineas aliarum horarum quæ æquinoctialem non ſecant, inſcribes huic figuræ, ſi per centrum horologii ducas rectam Æquinoctiali parallelam, & ex C figuræ præſentis deſcribas arcum, ejuſq; beneficio transferas lineas poſitas à ſiniſtris C A ad dexteram CA.

III. Ex hac figura transfer intervalla linearum inter C & Tropicos intercepta, ex centro horologii C in lineas horarias horologii reſpondentes, & puncta inventa conjunge lineis curvis, habebiſque Tropicos. Erit autem in horologiis declinantibus à Meridie arcus ſupra Æquinoctialem horologii Tropicus ♑, & alter ♋, at in declinantibus à Septentrione contrarium accidit.

Propoſitio III.

Declinans Italicum & Babylonicum deſcribere.

Horologiũ declinans Italicum & Babylonicum. FAc lineis occultis horologium aſtronomicũ declinans, unà cum horis mediis, & Tropicis. Deinde ope tabulæ ſuprà cap. 2. Propoſit. 3. poſitæ, per duo quælibet puncta, per quæ in Æquinoctiali & Horizontali linea (hæc eſt linea Horizonti parallela, & tranſiens per locum ſtyli) horæ Italicæ & Babylonicæ tranſeunt, duc rectas, & habebis horologia quæſita.

CAPUT VII.

De Horologiis Inclinatis ad Horizontem.

Horologia inclinata. INclinata ſunt, quæ delineantur in planis ad Horizontẽ inclinatis, ſive in planis æquidiſtantibus circulo maximo tranſeunti per communes ſectiones Æquatoris, Verticalis primarii, & Horizontis, & ad Meridianum rectis. Duplicia ſunt, ſuperiora, & inferiora. Superiora reſpiciunt Zenith, & ad Meridiem Boreamvè directè vergunt, inferiora Nadir reſpiciunt, & in Meridiem Boreamvè vergunt. Planorum inclinatio reperitur modo dicto in Apparatu cap. 3.

Propoſitio I.

Inclinatum Aſtronomicum, Italicum, & Babylonicum deſcribere.

Horologiũ inclinatũ aſtronomicum, & Babylonicum. QVando planum inclinatum ſuperiori parte reſpicit Auſtrum, angulus plani cum horizonte vel eſt æqualis angulo elevationis poli, vel minor, vel major. Si æqualis, deſcribe in ipſo horologia eo modo, quo polaria, de quibus cap. 4. Si minor, ſubtrahe gradus inclinationis ab elevatione poli, & juxta elevationem poli reſiduã de-

ſcribe in plano inclinato horologia eo modo, quo horizontale, de quibus cap. 1. Si major, ſubtrahe altitudinem poli ab inclinatione plani, & juxta elevationem reſiduam poli deſcribe in plano horologia horizontalia modo dicto cap. 1.

Quando planum inclinatum ſuperiore parte reſpicit Septentrionem, angulus plani cum horizonte vel eſt æqualis angulo altitudinis Æquatoris, vel minor, vel major. Si æqualis, deſcribe in ipſo horologia æquinoctialia juxta dicta cap. 5. Si minor, adde inclinationi altitudinem poli, & conflabitur altitudo alia poli, juxta quam deſcribes in plano horologia horizontalia. Si major, adde altitudinem Æquatoris complemento inclinationis, & conflabitur altitudo poli, juxta quam deſcribes horologia horizontalia.

Annotatio.

Ratio hujus rei eſt, quia dictis modis addendo vel ſubtrahendo, reperitur planum quod pro alicujus loci latitudine eſt horizontale, eſt enim omne planum alicubi inclinatum (& etiam Verticale) alibi horizontale, & viciſſim.

Propoſitio II.

Tropicos inſcribere horologiis Inclinatis.

Eodem modo inſcribuntur, quo Horizontalibus, Polaribus, & Æquinoctialibus, ideoque nihil hic addendum ſupereſt.

CAPUT VIII.

De Horologiis ab Horizonte Declinantibus, & de Declinantibus ac Inclinatis ſimul.

Horologia declinantia & inclinata ſimul.

Declinantia ab Horizonte ſunt, quæ delineantur in planis æquidiſtantibus circulo maximo ab Horizonte declinante, & per communes ſectiones Meridiani cum Horizonte tranſeunte, atque ad Verticalem propriè dictum recto. Duplicia ſunt, ſuperiora, & inferiora. Superiora ſpectant Zenith, & vergunt directè in Ortum aut Occaſum. Inferiora ſpectant Nadir, & vergunt ſimiliter directè in Ortum aut Occaſum.

Declinantia à Verticali primario, & Inclinata ad Horizontem ſimul, ſunt, quæ delineantur in planis æquidiſtantibus circulo maximo, qui neq; ad Horizontem, neque ad Verticalem propriè dictum, neque ad Meridianum rectus eſt, ſed ad omnes hoſce circulos inclinatus, ita ut per nullius polos (qui ſunt in uno Zenith & Nadir, in altero communes ſectiones Meridiani & Horizontis, in tertio communes ſectiones Horizontis & Æquatoris) tranſeat. Duplicia etiam ſunt, ſuperiora, & inferiora. Superiora ſpectant Zenith, inferiora Nadir, nullum tamen ex his directè in Meridiem aut Boream, ut inclinata ad Horizontem; neque in Ortum aut Occaſum, ut declinantia ab Horizonte, vergit.

Geometrica horum horologiorum ratio valde intricata eſt pro Tyronibus, ideo eorum praxin rejiciam in Horographiam Univerſalem; interim delineari poſſunt organicè per inſtrumenta infrà Par. 4. explicanda.

CAPUT IX.

De Horologiis Antiquis.

Horologia Antiqua

Antiqua ſunt, quæ oſtendunt horas inæquales, id eſt, duodecimas partes cujuſcunque diei artificialis, quibus olim tota ferè antiquitas utebatur, præſertim Judæi; unde & Judaica appellantur hæc horologia. Vocantur etiam planetaria, quòd unicuique horæ inæquali unus ex Planetis præeſſe credatur, ut diximus lib. 10. cap. 1. §. 1. Deſcribuntur, inter alios modos, ope arcus diurni 18 & 12 horarum, Aſtronomico horologio inſcripti. Arcus diurnus 12 horarum eſt Æquator, arcus horarum 18 inſcribitur ſicut arcus longitudinum quorumvis dierum, modo ſequenti.

Propoſitio I.

Arcus longitudinum dierum horologiis inſcribere.

Arcus longitudinum dierum horologiis inſcribere.

Arcus longitudinum dierum per omnia horologiis inſcribuntur ut arcus ſignorum Zodiaci, uno hoc excepto, quòd hîc pro radio Zodiaci uſurpatur radius longitudinum dierum, qui ſic deſcribitur.

Vide Iconiſm. XIII. Fig. 383.

Ductis perpendicularibus AD, AH, deſcribatur ex A arcus BDC, in quo ex D in B, & C numeretur altitudo æquatoris regionis pro qua deſcribis radium. Ducatur quoque recta BC, ſecans A D in E. Ex E igitur ad intervallum EB deſcribatur circulus, quo in 48 partes æquales diviſo, applicetur regula punctis æqualiter à B & C remotis, quæ ſecabit B C in punctis, per quæ & centrum A ducantur radii longitudinum dierum, numerique adſcribantur ut vides.

In radium hoc modo deſcriptum transfer ex horologio horizontali ſuprà cap. 1. Propoſit. 1. deſcripto axem KF, ex A in H, diſtantiam RI, R*b*, R*m*, &c. ex H in G, &c. & reliqua omnia fiant in omnibus horologiis, ut loco cit. & in aliis cap. ac Propoſit. in quibus de Tropicorum inſcriptione egimus, dictum fuit.

Propoſitio II.

Antiquum Horizontale, & Verticale deſcribere.

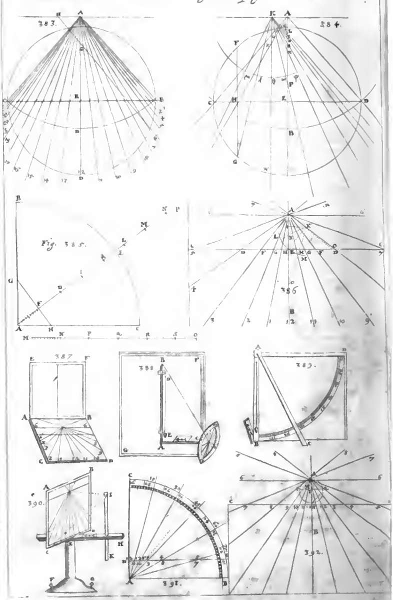
Horologium antiquum horizontale & Verticale.

Etſi hæc horologia variis modis deſcribi poſſint, optimè tamen id fit, ut dixi, per arcus diurnos 12 & 18 horarum. Arcum horarum 12 refert æquator, arcum 18 horarum deſcribes per Propoſit. præcedentem ſic.

Vide Iconiſm. XIII. Fig. 384.

Ducad A K perpendicularem AB, atque ex A ad quodcunq; intervallum AB, deſcribe arcum C BD, in eoq; ex B in C & D numera altitudinem æquatoris, ducta recta CD, in E ipſã AB ſecante. Ex E ad intervallum EC deſcribe circulum, in quo ex C in F & G numerato ſemiquadrante, ſive 45 gradib. applica regulam punctis F & G, quæ ubi ſecat CD, ut in H, per illud punctum ex A duc rectam AH. Transfer quoque ex horologio Horizon-

Iconiſmus XIII. Ponatur regione pag. 403.



rizontali & Verticali deſcriptis ſuprà cap. 1. & 2. diſtantias K F. ex A in K hujus radii, F I ſeu R I ex A in L; R *b*, R *m*, R *a*, R *c*, R *e*, ex A in *i*, *o*, *n*, *m*, *p*, ductis ex K rectis K L, K*i*, K*o*, K*n*, K*m*, K*p*, ſecantibus ipſam A H in *q*, *r*, *s*, *t*, *u*, *x*. Prætereà ducatur recta K W, parallela rectæ A B, & beneficio arcus φ μ transferantur diſtantiæ φ ω, ω θ, ex θ in λ & μ, ductis rectis K λ, K μ.

His factis, transferantur ex radio diſtantiæ K *q*, K *r*, K *s*, K *t*, K *u*, K *x*, &c. ex K horologii in lineas horias reſpondentes, & curva linea conjungantur puncta in dictis lineis inventa, eritque arcus diurnus 18 horarum deſcriptus.

Nota jam puncta, in quibus hic arcus interſecatur à lineis horariis & ſemihorariis ex centro horologii horizontalis ductis, & ex his punctis per puncta horaria Æquinoctialis duc lineas, ut ſequitur, habebis & horologium Antiquum. Hora 6 eſt eadem cum 12 aſtronomica: hora 5 ducitur per 11^{am} æquatoris & 10$\frac{1}{2}$ arcus 18 horarum: hora 4 per 10^{am} æquatoris & 9^{am} arcus 18 horarum, &c.

Arcus 18 horarum.	12	10$\frac{1}{2}$	9	7$\frac{1}{2}$	6	4$\frac{1}{2}$	3
Arcus 12 horarum.	12	11	10	9	8	7	6
Horæ antiquæ.	6	5	4	3	2	1	12

Hæ ſunt horæ antemeridianæ, quarum diſtantiæ ab hora 6 ſi transferantur ad alteram partem horologii, habentur etiam pomeridianæ.

Hoc eſt horologium horizontale. Idem per omnia ſervatur in Verticali, ſed horæ permutantur, & ubi in horizontali eſt 5, in Verticali eſt 7; & ubi in illo eſt 4, in hoc eſt 8, &c.

Propoſitio III.

Antiquas horas reliquis horologiis inſcribere.

SImili prorſus modo horæ antiquæ inſcribuntur horologiis Meridianis, Polaribus, Declinantibus, &c. Lege *Clavium* in Gnomonicis, & *Kircherum* lib. 4. de Lum. & Umb. par. 2. cap. 2.

PARS III.

De horologiis planis Arithmeticè deſcribendis.

Horologiorum deſcriptio arithmetica per tangentes.

NEgari non poteſt, geometricam horologiorum deſcriptionem, ob tot linearum & circulorum ſeu arcuum interſectiones, eſſe & tædio plenam, & errandi periculo expoſitam. Quâ de cauſa aliqui præferunt arithmeticam deſcriptionem, per numeros videlicet in tabulas ordinatos. Modi ſunt plurimi. Ex omnibus eligo unum qui per tangentes fit, quoniam & facilis eſt, & univerſalis, pro planis ſaltem præſertim regularibus horologiis, cujuſmodi ſunt horizontalia, verticalia, meridiana, & polaria. Æquinoctialia quoniam ſunt per circuli in 24 æquales partes diviſionem, proptereaq; facillima ſunt, ut ſuprà vidimus c. 5. non eſt quod quidquam de illis addatur.

Propoſitio I.

Horologium Aſtronomicum Horizontale, Verticale, Meridianum, & Polare, per tangentes deſcribere.

PRæ omnibus modis per numeros deſcribendi horologia, hunc propono, quia facilis & univerſalis eſt.

Fundamentum arithmeticæ deſcriptionis horologiorum. Vide l. o. am XIII. Fig. 385.

Fiat quadrans A B C, in eoque aut ex C in E numeretur altitudo Æquatoris in illo loco, pro quo conſtruitur horologium, aut ex B in idem E altitudo poli, & ducatur recta AP; ex qua abſcindantur 10 partes æquales cujuſcunque magnitudinis uſque in F, quarum unaquæque ſubdiviſa intelligatur in alias 10; atque per F ad AP ducatur perpendicularis G H; & AF transferatur aliquoties in lineam A P, nimirum ab F in D, in I, in K, in L, &c. Ex hoc triangulo gnomonico A H G per rectam A F diviſo, velut ex fundamento (ſimili illi quod ſuprà in Appendice dedimus) & ex ſequenti tabula, conſtrues horologia propoſita cum horis integris (ac dimidiis, imò & quadrantibus horarum, ſi vis) in hunc modum.

Horizontale.

Vide Iconiſm. XXIII. Fig. 386.

DUctis perpendicularibus AB, CC, ſe mutuò in E ſecantibus, transfer ex præcedenti fundamento diſtantiam AH ex E horologii futuri in A, ducta per A linea horæ 6, parallela ipſi C C. Pro reliquis horis, ac primò pro 11 & 1, accipe ex linea A F fundamenti partes 2$\frac{7}{10}$, eaſque ex E horologii transfer utrimque in H, pro 10 & 2 accipe partes 5$\frac{7}{10}$, eaſque ex E utrimque in G transfer pro 9 & 3 accipe partes 10, id eſt, totam AF, pro 4 & 8 accipe partes 17$\frac{3}{10}$, id eſt, pone unum circini pedem in D fundamentalis lineæ, & alterum extende ultra ſeptimam particulam lineæ A F, &c. His factis, habebis omnia puncta horaria in linea Æquinoctiali C C; per quæ, & centrum A, ſi ducantur lineæ horariæ, & terminentur ut dictum ſuprà cap. 1. habebis horologium Horizontale aſtronomicum. Porrò indice transfer diſtantiam A G fundamenti ex E horologii in O, ductâ rectâ A O; ad quam ſi ex E duxeris perpendicularem E K, & è K ad A E aliam perpendicularem K I; erit I K ſtyli perpendiculariter in puncto I erigendi longitudo. Lineæ horariæ ultra centrum A productæ dant horas ante 6 matutinam & poſt 6 veſpertinam. Eodem modo inſcribes horas dimidias, & quadrantes.

Verticale.

EOdem modo deſcribitur Verticale, niſi quod pro AH accipitur ex fundamento A G, & contra, & numeri horarii permutantur.

Meridianum.

HAbetur, ſi juxta dicta ſuprà c. 3. erigatur CB ad elevationem Æquatoris requiſitam, & ex puncto F in ea electo transferantur utrimque numeri ex ſequenti tabula, horis appoſitis pro Meridiano reſpondentes, & ſtylus erigatur perpendiculariter ex puncto F æqualis diſtantiæ inter F & horam 3 vel 9, aut fiat fulcrum modo ibidem dicto.

Polare.

HAbetur, ſi juxta dicta c. 4. transferantur in CD ex E iidem numeri quos tabula indicat, & horologii plano erigatur prout poli elevatio requirit, & ſtylus ſeu fulcrum erigatur modo ibidem dicto.

Tabula Tangentium pro horologio Horizontali, Verticali, Meridiano, & Polari.

Tangentes pro Horizontali, Verticali, Meridiano, & Polari.	Horæ horologii Horiz. Verticalis, & Polaris. Ante Mer	Poſt. Mer.	Horæ horologii Merid. Ad Ortum.	Ad Occaſ.
0 0	12	12	6	6
1 $\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	*Semis*	*Semis*	*Semis*
2 $\frac{7}{10}$	11	1	7 5	5 7
4 $\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$	*Semis*	*Semis*	*Semis*
5 $\frac{8}{10}$	10	2	8 4	4 8
7 $\frac{7}{10}$	$\frac{1}{2}$	*Semis*	*Semis*	*Semis*
10 0	9	3	9 3	3 9
13 0	$\frac{1}{2}$	*Semis*	*Semis*	*Semis*
17 $\frac{3}{10}$	8	4	10 2	2 10
24 $\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$	*Semis*	*Semis*	*Semis*
37 $\frac{3}{10}$	7	5	11 1	1 11
76 0	$\frac{1}{2}$	*Semis*	*Semis*	*Semis*
Infinita	6	6	12 12	12

Annotatio.

HÆc tabula continet tangentes diſtantiarum horariarum a Meridiano, quæ ſunt graduum 15,30,45,60,75, tribuendo unicuique horæ gradus 15. Tabula univerſalis eſt pro toto Mundo, dummodò pro locorum alia atque alia altitudine poli conſtruatur aliud atque aliud triangulum gnomonicum. Quid ſervandum, quando tangens aliqua eſt valde exigua, dicetur Propoſit. 3. ſequenti. Tangentes hæ ſupponunt radium ſeu ſinum totum reductum ad 10 partes, abjectis reliquis numeris ad dexteram.

Propoſitio II.

Tropicos inſcribere Horologiis HoriZontalibus, & Verticalibus.

Tropicos arithmetice inſcribere horologiis. Vide Iconiſm XIII. Fig. 386.

HOrizontali. In horologio horizontali deſcripto ex puncto K per E duc arcum L E M, & ab E utrimque uſque ad L & M numera declinationem maximam Solis ab Æquatore, nim grad. 23½, ducque rectas occultas à K ad L & M, interſecantes Meridianam in punctis N & O. His factis, applica regulam puncto O, & puncto horæ 12½ in Æquinoctiali C C, & ubi linea horæ primæ ſupra æquinoctialem protenſa ſecatur à regula, ibi nota punctum. Iterum applica regulam puncto O, & puncto horæ 1æ in æquinoctiali, & ubi horæ ſecundæ linea ſupra æquinoctialem protenſa ſecatur à regula, nota aliud punctum. Sic procede per ſingulas horas ac ſemihoras, prout notatur in ſequenti tabella, donec in omnibus lineis horariis notaveris puncta. Quæ ubi linea curva conjunxeris, habebis tropicum ſupra æquinoctialem. Sufficit tamen in una ſolùm parte horologii, dextera v.g. invenire puncta, eaque deinde in alteram partem circino transferre.

Eodem modo deſcribes alterum Tropicū infra æquinoctialem, ponendo regulam in puncto N, & in punctis horarum ac ſemihorarum in æquinoctiali, prout in ſequenti tabula exprimitur.

A		B
12	12	6
11½	1	6 ½
1	2	7
1 ½	3	7 ½
2	4	8
2 ½	5	8 ½
3	6	9
3 ½	7	9 ½
4	8	10
4 ½	9	10 ½
5	10	11
5 ½	11	11 ½
6	12	12
C		D

In hac tabella, columnæ A C, & B D continent puncta horaria in æquinoctiali; columna verò media lineas horarias terminatas ſupra & infra æquinoctialem, per quarum puncta deſcribendi ſunt Tropici lineâ curvâ.

Si in horologio inſcriptæ ſint lineæ horarum dimidiarum, ut illas termines modo prædicto, notare debes in æquinoctiali puncta quadrantum horarum, & procedere modo ſimili in tabula expreſſo.

Eodem modo ex eadem tabula deſcribuntur Tropici in Verticali horologio, ſi infra & ſupra æquinoctialem inveniantur puncta N & O, & regula illis ac horariis punctis in æquinoctiali applicentur.

Propoſitio III.

Aliter Horologia Aſtronomica Horizontalia, Verticalia, Meridiana, & Polaria per tangentes deſcribere.

Horizontale Horologium deſcriptio arithmetica per tangentes alia. Vide Iconiſm XIII. Fig. 386.

HOrologium horizontale deſcriptum Propoſit. I. ex fundamento & tabula tangentium, deſcribi etiam poteſt ſine fundamento per ſolas tangentes prædictas, ſic. Ducta recta A B utcumque pro Meridiana, delectoque in ea loco ſtyli in puncto I, excitetur ad eandem perpendicularis I K æqualis ſtylo futuro; cui in recta quavis, ut in A P Figuræ 385, accipiantur quotlibet partes æquales A F, F D, D I, I K, &c. quarum prima A F ſecetur in 10. æqua-

æquales partes. Deinde tangens complementi altitudinis poli, reducta ad decimas partes modo Propoſit. 1. dicto, accepta circino in recta AP, transferatur ex I in A punctum, quod erit centrum horologii, tangens verò altitudinis poli accepta circino in eadem recta A P, transferatur ex I in E. Per A & E ducantur perpendiculares ipſi AB, eritq; illa, linea horæ 6æ, hæc, æquinoctialis. Poſt hæc in qualibet alia recta M O, v. g. ejuſdem figuræ 385, ſumatur intervallo EK horologii quotlibet partes æquales MN, NP, PQ, &c. quarum prima MN rurſus diſtribuatur in 10. æquales partes. Demum ex recta hac MO ſume tangentes arcuum, quibus horæ ſingulæ abſunt à Meridiano, ex tabella lo. cit. poſita, atq; ex E utrimque in æquinoctialem transfer, cæteraque fac ut ſuprà.

Annotatio.

Quando tangens alicujus tam parva eſt, ut circino vix accipi poſſit, adjungatur ea ad tangentem alterius cujuſpiam puncti horarii antecedentis aut ſubſequentis, & totum conſtatum transferatur ex E in æquinoctialem: ſi enim tangentem ita conſtatam ex altero illo puncto invento transferat in æquinoctialem, habebis punctum quæſitum. V. g. tangens horæ $12\frac{1}{2}$ *eſt,* $1\frac{8}{10}$*. ſi eam adjicias ad tangentem horæ 1, quæ eſt* $2\frac{2}{10}$*, conficies tangentem 4, quæ ex horæ 1 translata verſus H, dabit punctum horæ* $12\frac{1}{2}$*, & ex horæ 11 translata verſus alterum H, dabit punctum horæ* $12\frac{1}{2}$*.*

Verticale.

EOdem modo deſcribitur Verticale, hoc ſolo diſcrimine ſervato, quòd ut centrum reperiatur, transferenda eſt in lineam Meridianam ex loco ſtyli ſurſum tangens altitudinis poli, deorſum verò tangens complementi altitudinis poli. Numerus præterea horarum mutatur, ut dexteræ fiant ſiniſtræ.

Meridianum, & Polare.

HÆc deſcribuntur eo modo, quo in Propoſit. 1. docuimus. Vel, quod idem eſt, linea ſtyli dividatur in 10. partes, & aliquoties transferatur in rectam, & ex tabula Propoſit. 1. fiant dicta horologia.

Propoſitio IV.

Tropicos inſcribere Horologiis Horizontalibus.

Tropicos inſcribere horologiis tangentes. Vide Iconiſmi XIII Fig. 385. & 386.

DEclinatio Tropici Cancri detrahatur ex altitudine poli ſupra Horizontem pro quo conſtructum eſt horologium, Tropici verò Capricorni declinatio eidem altitudini poli adjiciatur. Arcus reſidui, aut compoſiti, tangentes ſumantur ex recta A P Propoſitionis 1. cujus ſegmentum A F ſtylo æquale ſectum eſt in 10 particulas, atque ex I loco ſtyli in lineam Meridianam deorſum transferantur, & habebis puncta N & O, quibus ſi applicetur regula, & punctis horariis in tabula Propoſit. 1. expreſſis, invenies puncta in lineis horariis pro lineis curvis Tropicorum, ut ibidem dictum.

Omitto deſcriptionem Declinationum per tangentes, quoniam facilior non eſt quàm geometrica. Omitto & alios modos, quoniam non ſine moleſtia tabularum compoſitione peragi poſſunt.

PARS IV.

De Horologiis organicè deſcribendis.

Horologia organice deſcribere.

V*Aria organa ſive inſtrumenta excogitata hactenus fuerunt, & quotidie adhuc excogitantur, ad omnis generis horologia deſcribenda. Ex omnibus faciliora & magis parabilia affero.*

Propoſitio I.

Omnis generis horologia deſcribere per umbram ſtyli alicujus horizontalis horologii.

Horologia omnis generis deſcribere per umbram.

DEſcribe in tabula lapidea, aut cuprea, quàm accuratiſſimè horologium horizontale aſtronomicum, regionis tuæ latitudini congruens, cum ſuis Tropicis, ipſique inſcribe etiam horarias lineas Italicas, Babylonicas, & Antiquas, ſed diverſo colore diſtinctionis gratia. Ope hujus horologii deſcribere poteris omnis generis horologia, nempe Aſtronomica, Italica, Babylonica, & antiqua, & in quovis plano, imo in quovis ſuperficie, etiam irregulari.

Horizontalia.

IN tabula aliqua oblonga firma horologium tuum, & juxta ipſum in eadem tabula firma planum illud, in quo deſcribendum eſt horologium. Deinde in hoc plano, electo loco ſtyli, infige ſtylum cujuſcunque magnitudinis (plani tamen magnitudini proportionatum) perpendiculariter, & tabulam oblongam move in loco, ubi à Sole illuſtretur, hinc inde circumducendo, aut ex parte una alternatim elevando ac deprimendo, donec extremitas umbræ ſtyli in horologio tuo horizontali cadat primò in ſingula puncta horaria Tropici Cancri, & quoties cadit in unum punctum, toties notetur extremitas umbræ ſtyli in plano futuri horologii: ſi enim per puncta notata ducatur linea curva, habebis Tropicum Cancri in horologio futuro. Deinde eodem modo notentur ſingula puncta horaria pro Tropico Capricorni, & per puncta inventa ducatur linea curva pro illo Tropico. Demum eodem modo notentur ſingula puncta horaria pro Æquatore, hoc eſt, tabula oblonga cum affixo horologio facto, & plano horologii futuri, moveatur hinc & inde, aut elevetur ac deprimatur tam diu, donec extrema umbra ſtyli horologii facta tangat ſingula puncta horaria in Æquinoctiali, & ſimul extremitates umbræ factæ à ſtylo horologii futuri ſignentur punctis in plano, & per puncta ducatur linea recta pro Æquatore. His factis, ſi tria quælibet puncta in Tropicis & æquinoctiali ad eandem horam ſpectantia conjunxeris lineis rectis, habebis lineas horarias, & horologium deſcriptum, & quidem Aſtronomicum, aut Italicum, aut Babylonicum, &c. prout notaſti & conjunxiſti puncta ad lineas Aſtronomicas, Italicas, &c. pertinentes. *Hæc meliùs intelligentur ex ſequentibus.*

Annotatio I.

Hoc eodem artificio deſcribere poteris horologium horizontale in quavis alia ſuperficie non plana.

Annotatio II.

Si loco horizontalis horologii plani utaris horologio ſphaericè concavo (de quo infra) melius erit, quia in concavo accuratius notari poſſunt umbrarum extremitates.

Verticalia.

Vide Iconiſmi XIII Fig. 387.

Verticalia omnis generis, quantumcunque plana declinent, dummodò perfectè Verticalia ſint, ſic deſcribes. Duas tabulas planas AB CD, & ABEF, conjunge ad partes AB, ut faciant angulum rectum. Deinde applica tabulam AB EF plano verticali dato, eritque ad horizontem perpendicularis ut planum ipſum, altera verò ABCD erit eidem horizonti parallela. Demum tabulæ ABEF infige ſtylum proportionatum ad angulos rectos, tabulæ verò ABCD impone horologium horizontale, de quo Propoſit. præcedenti, ipſumque ita firma, poſtquam habuerit ſuum debitum ſitum, ut moveri amplius non poſſit ad motum tabularum. His factis, operare ut antè, & habebis verticale quæſitum.

Si non potes notare puncta extrema linearum horariarum, nota duo quæcunque puncta illius inter ſe diſſita. Si alicujus horariæ lineæ puncta nulla notari poſſunt in tabula ABEF, ſignum eſt lineam illam in plano propoſito deſcribi non poſſe. Melius eſt ut operatio fiat circa meridiem, quando ſtylorum umbræ breviores ſunt & extrema melius notari poſſunt. Melius etiam, ut celerius omnia fiunt, quamvis hoc non ſit neceſſarium. Melius denique ut horologium prototypum, tabulæ ABCD ſuperpoſitum, ſit magnum, quam parvum. Horologia deſcripta debent deinde in murum transferri modo infrà dicendo.

Inclinata.

Inclinata omnis generis ſic deſcribes. Prædictas tabulas ABCD, & ABEF, ad partes AB fibulis ita connecte inter ſe, ut claudi & aperiri inſtar libri poſſint. Deinde tabulæ ABEF infige ſtylum ad angulos rectos, ipſamque plano propoſito applica, alteram verò tabulam ABCD ſtatue horizonti parallelam, & horologium horizontale habens ſuum legitimum ſitum in ipſa firma, & operare ut dictum.

Alia omnis generis & formæ.

In quibuſcunque ſuperficiebus, & corporibus eadē ſic deſcribes. Tabulæ oblongæ de qua initio, impone ex parte una, dextera v.g. horologium firmatum, ex parte altera, ſiniſtra videlicet, corpus quodcunque, ſive regulare ſit, ſive irregulare, & ſive habeat omnes ſuperficies planas, ſive convexas, ſive concavas, ſive mixtas, firmando tale corpus ſupra planum tabulæ ita, ut loco dimoveri non poſſit. Debet autem linea meridiana horologii incumbere lineæ rectæ per tabulæ longitudinem ductæ, & baſis corporis debet interſecare hanc lineam tabulæ, notarique diligenter quos angulos efficiat cū ipſa, ut deinde congruenter collocari poſſit ſupra meridianam lineam in horizontali plano inventam. His factis, infigantur ſingulis corporibus ſtylos proportionatus pro libito, rectus, obliquus, brevis longus, & procedatur ut antea. Praxis te plura docebit.

Annotatio.

Ut accuratius opereris, dum horas per ſtyli umbram notas, poteris inſtrumentum aut tabulam firmare ſuper illum globum verſatilem intra ſuum pedem, cujus mentionem fecimus lib. 6. par. 1. cap. 1. prag. 2.

Propoſitio II.

Omnis generis horologia muralia delineare ex horologio horizontali ſuſpenſo.

I. Fiat horologium horizontale ut ſuprà, in lamina aliqua ex ligno, cupro, orichalco, plumbo aliave quacunque materia ſolida, deſcriptum ad latitudinem tuæ regionis, cujus ſtylus ſit ſaltem unius unciæ, & exſcindatur linea curva Tropicorum inſtar rimæ ſeu inciſuræ, & ſimiliter exſcindatur Æquinoctialis, & omnes horariæ lineæ, ſaltem ſecundum aliquam longitudinis partem, ſolumque relinquatur locus ſtyli perforatus, cum ſtylo exemptili, vel ad initia & fines horariarum linearum, æquinoctialis, & meridianæ, fiant inciſuræ quædam parvæ. *Horologia muralia omnis generis delineare è horizontali ſuſpenſo.*

II. Infigatur parieti ſtylus, ſi vis, perpendiculariter, & in vertice leviter findatur, ut ex illo poſſit ſuſpendi filum. Præterea ducatur per locum ſtyli linea horizonti parallela pro linea horizontali in muro, ſaltem occultè.

III. Applicetur horologium horizontale æquilibratum, & fulcris impoſitum, ad ſtylum parieti infixum, ita ut ſtyli ipſius vertex tangat verticē ſtyli muro infixi, & horologio detur debitus ſitus ope acus magneticæ, ita ut pars horologii vicina ſtylo ſupra æquinoctialem reſpiciat Auſtrum, pars verò oppoſita Boream, & linea meridiana ſubſter circulo Meridiano loci, horæque antemeridianæ reſpiciant Occaſum, pomeridianæ Ortum, ſi planum horologii futuri reſpicit Meridiem verſus.

IV. Ex vertice ſtyli parietis demittatur filum, quod extendatur rectum per inciſuras ad initia & terminus linearum inciſarum, vel per ipſas lineas exciſas; uſque dum tangat parietem, & ubi tangit, notentur puncta. Si jam puncta ad eandem lineam ſpectantia conjunxeris lineis rectis, habebis horologium muro inſcriptum.

Annotatio.

Si horæ aliquæ non poſſunt notari uſq; ad latitudinem utriuſque Tropici, notentur quouſque poſſunt, ducendo filum per medium linearum horariarū exciſarum. Sed tunc iſtæ lineæ non poſſunt pingi integræ in muro, ſed ſolùm uſque ad punctum notatum. Si filum per inciſuras aliquarum linearum non pertingit uſque ad murum, ſignum eſt illas lineas non poſſe notari in muro.

Numerus horarum & ordo erit idem in pariete qui in horologio horizontali: Tropici tamen mutantur, ita ut ſuperior in pariete ſit Capricorni, inferior Cancri.

Pro-

Propoſitio III.

Horologia aſtronomica quæ centrum habent, delineare in quovis muro verticali, ex horologio horizontali.

I.

Horologia aſtronomica quæ centrum habent delineare ex horizontali. HOrologium aſtronomicum horizontale exactè delineatum in tabula aliqua plana: ſtatue ante murum, ità ut ſit horizonti parallelum, & ope pyxidis magneticæ, aliave ratione, dirige illud ut habeat ſuum debitum ſitum. Quò autem remotius fuerit hoc horologium à muro, eò majus fiet verticale, & quo propinquius, eò minus. Firmari etiam debet horologium ſemel ſituatum, nè loco inter operandum moveatur: quare aſſeri aut fulcris imponendum eſt.

II. Ex centro horologii ritè ſituati educ filum, radens ſtylum angularem ipſius, aut ſi rectum habet ſtylum, radens ejus apicem, & filum rectà extendatur donec murum attingat, & in puncto ubi contingit murum, habes centrum horologii futuri, & ſimul locum ſtyli angularis, quem juxta directionem dicti fili extenſi in illo puncto defiges ad lubitam longitudinem. Poteſt etiam loco fili ex centro horologii horizontalis ritè ſituati extendi regula aliqua, quæ ſtylum modo antea dicto radat, & ſimul murum in aliquo puncto tangat.

III. Antequam ſtylum muro infigas, ex eodem centro horologii horizontalis produc filum aut regulam ſupra unamquamque lineam horariam ipſius, ita ut eam radat, donec murum contingat, & in puncto contactuum imprime muro notas. Quod ſi filum ſupra aliquam horariam lineam protenſum non poteſt contingere murũ, ſignum eſt illã horam non poſſe notari in muro.

IV. A centro pro horologio in muro notato produc lineas rectas per ſingula puncta contingentiæ antea in muro inventa, eaſque termina vel Tropicis, vel alio modo prout placuerit, & habebis horologium delineatum.

Annotatio.

ILla tantùm Verticalia delineari poſſunt hac arte, quæ centrum habent in quo horaria lineæ conveniunt, quare Meridianum non poteſt hac methodo delineari. Si verticalia borealia ſunt deſcribenda, tranſadige ſtylum angularem per centrum horologii horizontalis, ut in inferiori ſuperficie ipſius conſtituat eundem angulum, quem in ſuperiori conſtituit, & lineas horarias ſimiliter nota infrà in eadem ſuperficie. Deinde collocato horologio ut ſupra, operare modo dicto, eritq; centrum horologii infra horaria puncta inventa, per quæ ſi ex centro invento lineas duxeris, & numerum horarum adſcripſeris, habebis intentum.

Propoſitio IV.

Aſtronomica Verticalia, imò & Horizontalia, Meridiana, & Polaria ex Æquinoctiali deſcribere.

I.

Horologia ex æquinoctiali horologio deſcribere. FAc triangulum ligneum, vel æreum, ABC, cujus angulus A ſit rectus, C æqualis angulo elevationis poli regionis tuæ, B æqualis angulo complementi ejuſdem, ſeu elevationis Æquatoris. Hypothenuſa BC ſit non nihil excavata à B uſque ad C, ut in ea cavitate ſtylus rotundus muro infigendus collocari poſſit. Juxta latus AB ducatur recta DE perpendicularis rectæ AC, & parallela rectæ AB, & ex D pendeat filum cum pondere, ut ejus ope triangulum ſtatui poſſit perpendiculare Horizonti in ſequenti uſu. *Vide Iconiſm. XIII Fig. 388.*

II. Hoc triangulum in plana aliqua tabella FG, latere ſuo AB, ita affige fibulis, ut in omnem partem verti poſſit, ac firmari, ut in figura apparet.

III. Cùm in muro quocunque Verticali, quantumcunq; declinante, horologium deſcribere volueris, applica muro tabellam FG cum affixo triangulo, ita ut latus AB trianguli murum reſpiciat. Deinde applicata ad dexterum aut ſiniſtrũ planum trianguli pyxide magnetica quadrangulari, tam diu utrumque conjunctum, triangulum dico & pyxidem, verte hinc inde (tabella FG interim muro applicata, & quieta manente, perpendiculo verò lineæ DE congruente) donec acus magnetica in linea meridiana correcta pyxidis conſiſtat quieta, tunc enim triangulum axi Mundi reſpondet latere ſuo BC, licet in Orientem vel Occidentem declinet murus, & licet ideo triangulum uni parti parietis magis appropinquet, quàm alteri.

IV. Hoc facto, firma tabellam in muro, & triangulum ritè ſituatum in tabella, ut à ſitu ſuo dimoveri non poſſint, & ſuper hypothenuſa excavata trianguli ſtylum extende, & muro firmiter infige, ut cum muro eundem facias angulum, quem linea CB trianguli cum linea AB.

V. Ex centro horologii futuri, hoc eſt, ex loco ſtyli muro infixi, demitte funem cum pondere, & ſignabit tibi horam 12. Quam tamen etiam aliter invenies, ut mox dicetur.

VI. Horologium æquinoctiale factum ad modum rotæ ſeu circularis plani in aliqua tabella, & diviſum in 24 æquales partes, habens centrum perforatum, intrude ad angulos rectos in ſtylum, aut ſtyli extremitati affige, aut ipſi triangulo ABC, ita ut punctum C trianguli reſpondeat centro rotæ, & BC linea faciat cum plano rotæ angulum rectum, ut aliquo modo in Figura apparet. Debet autem lateri AC trianguli congruere linea horæ 12 horologii æquinoctialis ſibi affixi, aut ſi ſtylo parieti impacto affixa eſt rota, debet habere talem ſitum, ut linea horæ 6 horologii ſit horizonti parallela.

VII. Filum ex centro rotæ æquinoctialis, aut ex initio ſingularum horariarum linearum non procul à centro appenſum (ita ut eximi poſſit, & & ſingulis lineis ſucceſſivè affigi) applica ſupra unamquamque lineam horariam, & rectà extende donec murum contingat, & ubi contigerit, punctum imprime.

VIII. Refixa tabella cum triangulo, ex centro horologii deſignati, ſeu ex loco ſtyli muro infixi, per inventa & ſignata horaria puncta, produc lineas rectas ad lubitam longitudinem, & habebis horologium factum. Lineas horarias terminabis ut placuerit. *Uſus te plura docebit.*

Annotatio.

HOc inſtrumentum poteſt fieri Univerſale pro toto Mundo ſic. Duæ regulæ, AB, & AC, aptentur inter ſe in A, ut inſtar circini poſſint conjungi ac disjungi. *Vide Iconiſm. XIII Fig. 389.*

diſjungi. Lateri regulæ AB adhæreat quadrans BD, in 90. grad. & graduum minuta diviſus, cujus planum radat regula AC, dum alteri conjungitur, aut disjungitur. Regula AB habeat dependens filum cum perpendiculo. Totum Inſtrumentum erigatur perpendiculariter ſupra truncum, & juxta regulam AB ponatur pyxis magnetica. Regula AC affigatur orthogonaliter rota æquinoctialis. In uſu ſtatuatur Inſtrumentum ante murum, & AB reſpiciat murum, & regula AC elevetur juxta elevationem æquatoris requiſitam in ea regione, in qua horologium delineare vis, & operare ut dictum.

Alia Horologia ex eodem Æquinoctiali,

H*Orizontalia* eodem inſtrumento delineabis, ſi regulam A B conſtituas horizonti parallelam, & AC eleves juxta elevationem poli, & opereris ut antea.

Meridiana delineabis, ſi ſtatuas inſtrumentum ope pyxidis magneticæ ante murum, & regulam AC eleves juxta elevationem poli, eique ſupponas duo fulcra muro infixa, & rotolam applices dictæ regulæ AC in duobus locis à ſe invicem diſtantibus, & ex utroque loco notes filo puncta in muro pro qualibet linea horaria, eaq; puncta deinde conjungas lineis rectis, & inſtrumento ſublato fulcris ſuperimponas ſtylum.

Polaria ſimili omnino modo delineabis. *Ingenioſus plura excogitabit: mihi dum hæc ſcribo pro Verticalibus, reliqua in mentem venerunt.*

Propoſitio V.

Horologia muralia omnis generis delineare ex horologio Verticali.

Horologia muralia ex Verticali delineare.

IN charta ſolida, aut lamina aliqua ſubtili, fiat horologium Verticale (Aſtronomicum, Italicum, Babylonicum, Antiquum, tale nimirum, quale delineare vis in muro) cum ſuis Tropicis, aliiſque lineis aut circulis, quos inſcribere vis muro. Lineæ horariæ, aliaque lineamenta muris inſcribenda exſcindantur, ſeu ex toto, ſeu ex parte ſaltem circa initia & fines linearum, locusque ſtyli & centrum perforentur, ipſum verò horologium includatur quatuor tigillis, ut figura monſtrat. Tigillum CD habeat pedem EFG, trochleolis F & G, ut ius firmari ſupra planum horizontale poſſit. Pes habeat tigillum tranſverſum EH exemptile, faciens cum ipſo angulum rectum ad E, dum ad libitam diſtantiam extrahitur, aut intruditur. In hoc tigillo transverſo erigatur aliud KI, quod ſimiliter extrahi atque intrudi ad libitam longitudinem poſſit, habeatque ad I parvum foramen, per quod filum trajici, aut applicato oculo radius opticus tranſmitti queat.

Vide Iconiſm. XIII. Fig. 390.

Delineaturus igitur horologium in quocunque muro, quantumvis declinante, & quantumvis irregulari. I. Colloca Inſtrumentum ante murum ſupra fulcrum aliquod, ita ut lamina tigillis inſerta ſit parallela Verticali primario, quod fiet ope pyxidis magneticæ correctæ, tigillo EH ſuperpoſitæ, & firmetur trochleolis F, G, nè moveri ampliùs loco poſſit. II. Extrahatur tigillum EH, ut diſtantia EK æqualis ſit longitudini ſtyli horologii in lamina deſcripta: tigillum verò IK elevetur, ut foramen I præcisè congruat vertici ſtyli. Quò autem remotius fuerit inſtrumentum à muro, eò majus fiet horologium. III. Exime ſtylum è lamina, & trajice filum per foramen I, facto priùs nodo à tergo. Extende deinde filum per linearum inciſuras in lamina factas rectà uſque ad murum, & nota puncta, ſaltem bina pro ſingulis lineis, eaque connecte lineis colore ductis, rectis, aut curvis, prout res poſtulaverit, & habebis lineas horarias deſcriptas in muro, illas nimirum quæ muro juxta declinationem ſuam congruunt. Idem filum traduc per locum ſtyli uſque ad parietem, & habebis locum ac longitudinem ſtyli, quæ æqualis eſt filo à puncto I uſque ad punctum in muro notatum. Si filum traducas per centrum horologii perforatum, uſque ad murum, habebis axem Mundi, id eſt, ſtylum angularem, qui poteſt eſſe cujuſcunque longitudinis.

Annotatio I.

I*Dem horologium deſcribi poterit in muro per radios viſuales, aut luminoſos, ſi foramini I applicetur oculus, aut lumen, & dirigatur radius per inciſuras uſque ad murum, & notentur termini, ducanturq; lineæ ut antea.*

Annotatio II.

A*Xi horologii poteſt imponi avicula, cujus roſtri extremitas congruat puncto I. Item poteſt appendi globulus, qui puncto I reſpondeat. Poteſt item à latere extare quippiam quod pertingat uſque ad I. Uſus plura docebit.*

Admonitio ad Lectorem.

A*Nte complures annos, dum praxin præcedentem legiſſem apud alios, in mentem venit modus ex unico verticali aſtronomico, prædicto modo intra tigilla incluſo, delineandi quovis totius Mundi loco horologia verticalia aſtronomica, Italica, & Babylonica, in quolibet ſuperficierum genere: item Antiqua in quolibet plano ex unico Antiquo verticoli. Artificium prodam in Horographia Univerſali.*

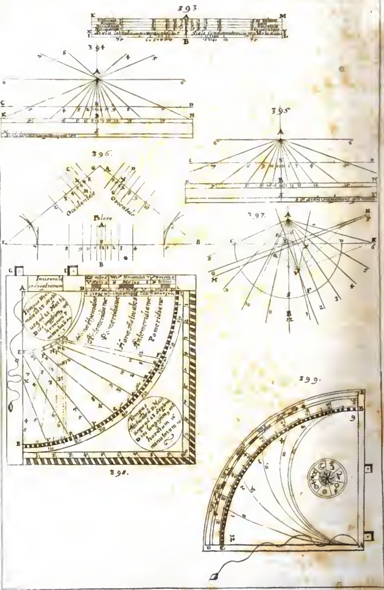
P A R S V.

De Horologiis ope Quadrantis, & Regulæ Horographicæ deſcribendis.

Q*Voniam faciillimè & magno compendio delineari poſſunt omnis generis plana horologia ope Quadrantis, & ope Regulæ cujuſdam ex Quadrante deſumptæ, utriuſque fabricam & uſum hic omittere nolui, nè Tyrones tam facili fraudentur artificio.*

Horologia ope Quadrantis & Regulæ Horographicæ delineare.

Pro-


393
394
395
396
Occidentale
Orientale
Polare
397
398
399

Propoſitio I.

Quadrantem Horographicum delineare, & ejus ope omnis generis horologia plana deſcribere.

Quadrantem horographicũ delineare, & ejus ope horologia deſcribere.

IN tabula plana, aut charta rigida, fac Quadrantem A B C, eumque divide in 90 gradus, modo tradito lib. 1. atque ex centro A per gradus ſingulos duc lineas rectas, numeris adſcriptis, ut vides in figura factum. Hujus Quadrantis ope omnis generis horologia plana delineabis.

Horizontale Aſtronomicum.

Vide Iconiſ. XVIII. Fig. 291. & 292.

HOrizontale Aſtronomicum ſic deſcribes. I. In plano horologii futuri duc rectas A B, C D, interſecantes ſe ad normam in N, quarum A B meridianam, C D æquinoctialem referat.

II. In Quadrante duc rectam D E, parallelam rectæ AB, & nota puncta interſectionis cum radiis A 15, A 30, A 45, A 60, A 75, adſcriptis numeris horariis ut vides. Quò autem recta D E magis diſtabit ab AB, eò majus fiet horologium.

III. In rectam CD horologii, ex puncto interſectionis N transfer utrimque verſus C & D diſtantias lineæ D E Quadrantis, nempe diſtantiam D 1 & 11, D 2 & 10, D 3 & 9, &c.

IV. In Quadrante ex B verſus C numera altitudinem poli regionis tuæ, v. g. Herbipoli gradus 50, & nota punctum F in quo radius A 50 interſecat lineam DE, acceptamque circino diſtantiam A F transfer ex N horologii ſurſum in A, eritque A centrum horologii.

V. Ex A per puncta in CD inventa duc rectas, & habebis lineas horarias. Perpendicularis per A ducta dat lineam horæ 6. Ultra hanc per centrum A productæ lineæ horæ 5 & 7, &c. dant reliquas horas, ut diximus ſuprà par. 2. cap. 1. Propoſit. 1.

VI. Lineam N A horologii divide bifariam in I, & intervallo I A deſcribe circulum, diſtantiamque N 3 transfer ex N in P & Q, & puncta hæc P & Q conjunge recta linea P M Q: eritque M locus ſtyli perpendiculariter erigendi, M Q longitudo ejus, A Q axis Mundi ſeu ſtylus angularis.

Annotatio.

TRopicos inſcribes modis par. 2. cap. 1. explicatis. Dimidias horas, ſi in D E Quadrantis notes puncta interſectionis cum radiis ductis ex A per gradum $7\frac{1}{2}$, $37\frac{1}{2}$, $52\frac{1}{2}$, $67\frac{1}{2}$, $82\frac{1}{2}$.

Horizontale Italicum, & Babylonicum.

HOrizontale Italicum, & Babylonicum ſic deſcribes. Deſcripto Aſtronomico, transfer puncta horaria ex linea æquinoctiali C D, in lineam horæ 6, modo ſuprà par. 2. cap. 1. Propoſit. 3. & 4.

Verticale Aſtronomicum.

VErticale Aſtronomicum ſic. I. Ductis ut antea in plano horologii futuri rectis AE, C D, interſecantibus ſe in N, & ducta recta D E in Quadrante, transfer in C D puncta horaria ex Quadrante antea. II. Ex B in C Quadrantis numera complementum altitudinis poli, v. g. Herbipoli 40. gradus. & nota punctum F in quo radius A 40 interſecat rectam D E. Diſtantiam A F transfer ex N horologii in A, & ex A per puncta C D duc rectas. III. Diviſa N A bifariam in I, fac circulum intervallo I A, & acceptam diſtantiam N 9 transfer ex N in P & Q. Recta PQ dat locum ſtyli M, ejus longitudinem MQ, axem Mundi ſeu ſtylum angularem AQ.

Tropicos, & horas dimidias inſcribes, ut antea in Horizontali dictum fuit.

Verticale Italicum & Babylonicum.

VErticale Italicum & Babylonicum habebis ſi deſcripto Aſtronomico procedas modo dicto ſuprà par. 2. Propoſit. 3.

Meridianum, Polare, Declinantia.

MEridianum & Polare, uti & Declinantia, quomodo ex Quadrante delineanda ſint, conſtabit ex Propoſitione ſequenti.

Propoſitio II.

Regulam Horographicam delineare, & ejus ope omnis generis horologia plana deſcribere.

Regulam horographicam conſtruere, & ejus ope horologia delineare.

FAc regulam ligneam, aut æneam, æqualis latitudinis (aut etiam majoris, ſeu minoris) cum parallelogrammo quod in Quadrante præcedenti conſtituunt rectæ AB, D E, longitudinis verò duplo majoris, prout in appoſita figura apparet. Hanc divide bifariam rectâ AB, & ab A utrimque transfer ex Quadrante diſtantias horarias, & numeros adſcribe ut vides, ſervietque pro delineandis Horizontalibus, Verticalibus, Polaribus, & Meridianis. Scalam latitudinum complementorum, pro centro horologiorum horizontalium & verticalium inveniendo, ſic inſcribes. Ex B S verſus IX, & verſus L Y, transfer omnia ſegmenta radiorum inter Quadrantis centrum A & rectam D E intercepta, & numeros adſcribe ut vides, eruntq; in B S I X ſegmenta radiorum omnium tranſeuntium per elevationes poli, & in B S L Y ſegmenta radiorum tranſeuntium per elevationes æquatoris, omniũ regionum totius Mundi. Horum ſegmentorum ope inveniuntur centra in dictis horologiis, & conſtituuntur quævis triangula gnomonica. Et ſegmenta quidem à B S verſus I X dant baſes triangulorum horizontalibus, reliqua verò in verticalibus. Ex hac regula ſic deſcribes horologia.

Vide Iconiſ. XIV. Fig. 193.

Horizontale Aſtronomicum, Italicum, Babylonicum.

DUctis ut antea AB, CD, in N ſe orthogonaliter interſecantibus.

Vide Iconiſ. XIV. Fig. 194.

I. Accipe circino ex ſcala latitudinum elevationem poli regioni tuæ congruentem ab S verſus X, eamque transfer ex N in A, eritque A centrum horologii.

II. Ap-

II. Applica Regulam horographicam latere ſuo KBM lineæ æquinoctiali CD ita, ut punctum Regulæ B puncto æquinoctialis N exactè reſpondeat, ut in figura apparet, ſi cogitetur, rectam KBM eſſe immediatam rectæ CND, Regulaque in hoc ſitu manente, imprime juxta puncta horaria Regulæ totidem puncta in CD utrimque.

III. Ex A per puncta impreſſa rectæ CD duc rectas & numeros adſcribe ut vides.

IV. Pro inveniendo loco & longitudine ſtyli, uti & pro Italico ac Babylonico horologio deſcribendo, operare ut in Propoſit. præced.

Verticale Aſtronomicum, Italicum, Babylonica.

Vide Iconiſ. XIV. Fig. 395. DUctis ut antea AB, CD, accipe ex ſcala complementorum Regulæ complementorum elevationis poli regionis tuæ ab S verſus Y, eamq; diſtantiam transfer ex N in A, eritque A centrum horologii. Applicatâ deinde ut priùs Regulâ lineæ CD, imprime ipſi puncta horaria, & ex A per ipſa duc rectas. Locum ſtyli, ejuſque longitudinem, uti & Italicum ac Babylonicum, invenies ut Propoſit. præced.

Meridianum.

Vide Iconiſ. XIV. Fig. 396. I. SUpra EB erige AB, & EG, facientes cum EB angulum elevationis æquatoris in regione tua.

II. Aſſumpto punctu N, duc per id perpendiculares CD, eritque CD axis Mundi, & linea horæ 6.

III. Applica regulam Fig. 393. lineis AB, EG, ita ut punctum A regulæ reſpondeat puncto N linearum prædictarum, & imprime ipſis puncta ut priùs.

IV. Per puncta impreſſa duc parallelas ipſis CD, & numeros adſcribe ut vides.

V. Locus ſtyli eſt in N, longitudo ejus eſt ſpatium N 3, vel N 9. Si fulcris imponere vis ſtylum, operare ut part. 2. cap. 3. Propoſit. 1.

Polare.

DUctis duabus EB, AB, ſecantibus ſe orthogonaliter in N, applica regulam ſupra lineam EB, ita ut punctum A regulæ reſpondeat puncto N, imprimeq; puncta ut antea, & per puncta duc perpendiculares; numeroſque adſcribe ut vides. Locus ſtyli eſt N, longitudo N 3. Vide dicta par 2. c. 4.

Declinans Aſtronomicum.

Vide Iconiſ. XIV. Fig. 397. I. DUctis AB, CD, ſecantibus ſe in E ad rectos (quarum prior Meridianam repræſentat) deſcribe ex E arcum CSD, infra quidem CD, ſi murus reſpicit Auſtrum, ſupra verò, ſi Boream. In hoc arcu numera declinationem muri, infra quidem in quadrante SD, ſi murus ex Meridie in Occaſum declinat, in quadrante verò SC, ſi ex Meridie in Ortum declinat. Si verò ex Septentrione declinat in Ortum aut Occaſum, ſerventur quæ diximus ſuprà part. 2. cap. 6. In præſenti exemplo ponimus murum declinare ex parte Auſtrali in Occaſum 20 gradibus, ideoque ex S verſus D numerentur 20 gradus uſque ad F, & ducatur EF, quæ referet lineam Meridianam in plano declinante.

II. Ad EF per punctum E ducatur perpendicularis GH, quæ referet æquinoctialem, in qua applicatâ Regula ita, ut punctum ejus A reſpondeat puncto E, imprimantur puncta horaria. Deinde intercipiatur in Regula latitudo loci inter S & X, & transferatur in EF ab E uſque ad V, tractiſque ex V lineis occultis in GH, noſcetur ubi illæ interſecant lineam CD.

III. Interceptum complementum latitudinis loci in linea SY Regulæ, transfer ex E in A, quod erit centrum horologii Verticalis: ex quo ſi per puncta in CD notata rectas duxeris, habebis horologium Verticale declinans. Pro puncto horæ 6 ducatur per V normalis VK ad rectam EF, ubi enim hæc ſecuerit CD, per id punctum ex A linea ducta dabit horam 6 quæſitam.

IV. Lineam ſtyli, & in ea gnomonis locum ac longitudinem ita invenies. Duc ex V ad CD normalem VN, per N enim ex A recta ducta dabit lineam ſtyli. Ad hanc per N recta MP normaliter ducatur, & in ea accipiatur NQ æqualis rectæ NV: recta ex A per Q ducta dabit axem Mundi, ad quem ſi ex N normalis NR ducatur, & ab R ad NA alia normalis RS, erit S locus ſtyli, & SR ejus longitudo. Per S ducta parallela ad CD, dabit horizontalem lineam horologii.

Declinans Italicum, & Babylonicum.

DEclinantia Italica & Babylonica, uti & *Aſtronomica Inclinata* deſcribuntur ope Regulæ eodem modo ferè, quo eadem deſcripſimus ſuprà par. 2. ſuis locis.

Annotatio.

MUlta alia, quæ circa uſum Quadrantis & Regulæ Horographicæ dici poſſent, omitto. Legatur Kircherus *lib. 4. Lum. & Umb. par. 1. cap. 6. Plura dabimus alibi.*

PARS VI.

De Horologiis Portatilibus.

HOrologia hactenus deſcripta ex illorum ſunt genere, quæ ſtabilia vocant, quæ ntam ſtabilem ex ſe requirunt locum & ſitum. Nunc de Periphoreticis, ut vocant, id eſt, Portatilibus agendum, quæ nimirum de loco in locum deferri, & in uſu eorum è manibus ſuſpendi ſolent, unde & Penſilia dicuntur. Hujuſmodi ſunt Quadrantes, Cylindri, Annuli, Armillæ, aliaque ſimilia. Nos ex multis pauca communiora, ac parabiliora ſeligemus, reliqua in Horographia Univerſali dabimus. Primo dabimus particularia, ſeu uni ſoli latitudini loci accommodata, deinde univerſalia, & cuilibet loco accommodabilia. Priorum pleraq; quoniam non aliter quàm ſubſidio altitudinum Solis perficiuntur, neque hæc ſine Solis declinatione in quovis ſigno & gradu haberi poſſunt, ideo de his prius agendum. Horologia portatilia.

Lemma I.

Suppoſita maxima Solis declinatione particulares declinationes ſupputare.

SOl maximam ab Æquatore declinationem graduum 23.30 habet, cùm eſt in principio Cancri, Solis declinatio maxima putatur.

Cancri, & Capricorni, nullam, cum eſt in pricipio Arietis & Libræ. Diſtat autem maxima Solis declinatio ab Ariete & Libra integro quadrante, ſive 90 gradibus. Patent hæc ex dictis lib. 7. Si igitur cujuscunque gradus Eclipticæ ab Æquatore diſtantiam ſive declinationem habere deſideras, dic, ſinus totus dat ſinum maximæ declinationis, quid dat ſinus diſtantiæ puncti dati ab Ariete & Libra? afferetque ſinus inventus gradus, quibus datus punctus ab Ariete & Libra diſtat. EXEMPLUM. Cupio ſcire quantam Sol declinatiooem habeat exiſteos in 10 gradu Cancri, & Capricorni, qui etiam eſt 20 gradus Geminorum, & Sagittarii. Grados 10 Caneri & Capricorni, vel 20 Geminorum ac Sagittarii, abeſt ab Ariete 80 gradibus: Igitur ſi dicas, ſinus totus 10000000 dat ſinum maximæ declinationis, qui eſt 3987491, quid dat ſinus diſtantiæ dicti gradus ab Ariete, nimirum ſinus 80 grad. qui eſt 9848077? Reperies facta operatione ſinum hunc, 3926047, cui in tabula ſinuum reſpondet hic arcus 23. grad. 7. Eodem modo procedendum in aliis exemplis. Hac arte confecta eſt adjuncta tabella.

0	♋ ♑	30		23. 30
10		20		23. 7
20		10		22. 0
0	♌ ♒	0	♊ ♐	20. 21
10		20		17. 48
20		10		11. 30
0	♍ ♓	0	♉ ♏	14. 51
10		20		7. 50
20		10		3. 58
30		0	♈ ♎	0. 0

Declinationes inventas ſi in ſignis Borealibus adjeceris ad latitudinem Æquatoris regionis tuæ, conflabis altitudines meridianas ſignorum æſtivorum, ſi verò ſubtraxeris, habebis altitudioes meridianas ſignorum hyemalium.

Lemma II.

Altitudines ſolares ſupra Horizontem pro Quadrantibus, Cylindris, & Annulis horologis, invenire, quacunque hora, cognita altitudine poli.

Solares altitudines ſupra horizontem hora invenire

ACcipe ſinus altitudinum ſolariom meridianarum duorum oppoſitorum ſignorum, ut Caocri & Capricorni, Leonis & Aquarii, Virginis & Piſcium, &c. eosque in unam ſummam collige: ſummæ dimidium ſubtrahe ex majori ſinu, vel ſinum minorem ex dimidio, & reſiduum retine. Fiat jam, ut ſinus totus ad ſinum complementi diſtantiæ Solis à Meridiano, ita ut dimidium ſummæ ſinuum altitudioum meridianarum, ad aliud, & reperies numerum, cui ſi addideris prædictum reſiduum, habebis ſinum altitudinis ſigni æſtivi: ſi verò ex illo reſiduum ſubtraxeris, relinquetur ſinus altitudinis ſigni hyberni. Juxta hanc regulam confectæ ſunt ſequentes tabellæ.

Tabella I. Altitudines Solis ſupra HoriZontem in Horis Aſtronomicis, Sole exiſtente in ſignorum initiis, pro elevatione poli grad. 50.

	♋		♌ ♊		♍ ♉		♈ ♎		♏ ♓		♐ ♒		♑	
Horæ	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
12	63.	30	60.	22	51.	30	40.	0	28.	30	19.	48	16.	30
1. 11	61.	2	57.	55	49.	34	38.	23	27.	7	18.	33	15.	18
2. 10	54.	41	51.	54	44.	27	33.	49	23.	8	14.	57	11.	50
3. 9	46.	15	43.	43	36.	44	27.	2	17.	1	9.	20	6.	24
4. 8	36.	53	34.	29	27.	53	18.	45	9.	20	0.	8	0.	0
5. 7	27.	26	24.	53	18.	24	9.	35	0.	35				
6. 6	17.	47	15.	20	8.	47	0.	0						
7. 5	8.	48	6.	13	0.	0								
8. 4	0.	37	0.	0										

Tabella II. Altitudines Solis ſupra Horizontem in horis Italicis & Babylonicis, Sole exiſtente in ſignorum initiis, pro elevat. poli gr. 50.

Horæ Italicæ.	♋	♌ ♊	♍ ♉	♈ ♎	♓ ♏	♒ ♐	♑	Horæ Babylonicæ.
9	9. 30	3. 54						15
10	18. 23	12. 51	1. 0					14
21	28. 2	22. 19	8. 10					13
12	37. 39	31. 56	17. 47					12
13	49. 59	41. 19	27. 17	9. 35				21
14	55. 18	49. 52	36. 12	18. 49	0. 11			10
15	61. 24	56. 36	43. 51	27. 2	9. 52			9
16	63†25	60. 2	48. 19	33. 49	17. 28	0. 11		8
17	60. 38	58† 57	51. 30	38. 23	23. 27	11. 0	0. 53	7
18	54. 3	53. 47	49†48	40. 0	27. 17	16. 7	11. 27	6
19	45. 30	46. 2	44. 42	38. 22	28†30	19. 7	15. 6	5
20	36. 6	37. 0	37. 16	33. 49	26. 56	19†42	16. 29	4
21	26. 29	27. 27	28. 29	27. 2	22. 47	17. 49	15†30	3
22	17. 2	17. 51	19. 1	18. 45	16. 34	13. 38	12. 11	2
23	8. 6	8. 36	9. 24	9. 35	8. 48	7. 33	6. 54	1
24	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0	24

Tabella III. Altitudines meridianæ Solis in ſignorum initiis, & decadibus, pro elevatione poli grad. 50.

♈	10	20	♉	10	20	♊	10	20	30
G. H.	G. H.	G. H.	G. H.	G. H.	G. H.	G. H.	G. H.	G. H.	G. H.
40. 0	43. 58	47. 51	51. 30	54. 52	57. 48	60. 12	62. 2	63. 9.	63. 30
30	20	10	♍	20	10	♌	20	30	♋
♎	10	20	♏	10	20	♐	10	20	30
40. 0	36. 2	32. 9	28. 30	25. 8	22. 12	19. 48	17. 58	16. 51	16. 30
30	20	10	♓	20	10	♒	20	10	♑

Tabella IV. Altitudines Solis ſupra Horizontem in Horis Aſtronomicis, Sole exiſtente in ſignorum initiis, pro elevatione poli grad. 38.

	♋		♌ ♊		♍ ♉		♈ ♎		♓ ♏		♒ ♐		♑	
Horæ	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M	G.	M.	G.	M.
12	75.	30	72.	12	63.	30	52.	0	40.	30	31.	48	28.	30
1. 11	70.	39	67.	58	60.	18	49.	34	38.	33	30.	7	26.	54
2. 10	60.	37	58.	43	52.	19	43.	2	33.	6	25.	20	22.	21
3. 9	49.	15	47.	21	41.	58	31.	52	25.	3	18.	5	15.	24
4. 8	37.	22	35.	37	30.	35	23.	22	15.	16	9.	3	6.	39
5. 7	25.	38	23.	50	18.	49	11.	46	4.	25				
6 6	14.	13	12.	16	7.	3	0.	0						
7. 5	3.	21	1.	23										

Tabella V. Altitudines Solis ſupra HoriZontem in horis Italicis, Sole exiſtente in Æquatore & Tropicis, pro elevat. poli gr. 38.

Horæ	♋	♈ ♎	♑
10	6. 50	0. 0	0. 0
11	17. 54	0. 0	0. 0
12	29. 26	0. 0	0. 0
13	41. 13	11. 46	0. 0
14	52. 58	23. 12	0. 0
15	64. 9	33. 52	3. 30
16	73. 8	43. 2	12. 41
17	74. 56	49. 34	20. 18
18	67. 42	52. 0	25. 42
19	56. 59	49. 34	28. 18
20	45. 20	43. 2	27. 45
21	33. 32	33. 52	24. 6
22	21. 53	23. 12	17. 52
23	10. 37	11. 46	9. 38
24	0 0	0. 0	0. 0

Tabella VI. Altitudines meridianæ Solis in ſignorum initiis, & decadibus pro elevatione poli grad. 38.

♈	10	20	♉	10	20	♊	10	20	30
52. 0	55. 58	59. 51	63 .31	66. 52	69. 48	72. 13	74. 2	75. 9	75. 31
30	20	10	♍	20	10	♌	20	10	♋
♎	10	20	♏	10	20	♐	10	20	30
52. 0	48. 2	44. 9	40.29	37. 8	34. 12	31. 47	29. 58	28. 51	28. 29
30	20	10	♓	20	10	♒	20	10	♑

Propoſitio I.

Quadrantem Horoſcopum horarum aſtronomicarum per lineas rectas conficere.

Quadrãs Horoſcopus horarum aſtronomicarum lineis rectis.

HOrologium ſolare in forma Quadrantis deſcriptum, quod Quadrantem Horoſcopum, id eſt, horarum Venatorem appellare placuit, in magno ſemper fuit & pretio & uſo apud Veteres æquè ac Noſtrates, tum propter inſignem utilitatem: tum verò maximè propter facilem, multiplicemque ipſius uſum. Unum in illo diſplicet multis, horariarum ſcilicet linearum concurſus atque confuſio, præſertim Italicarum. Quæ quidem confuſio ex eo oritur, quòd omnes omnium menſium horariæ lineæ uni & eidem inſcribuntur faciei, quòd lineis exarantur curvis, quòd pomeridianæ contra antemeridianas regrediuntur. Huic incommodo occurrerunt jam dudum in Quadrante aſtronomicarum horarum Anteceſſores noſtri, curvis lineis ſubſtituendo rectas, in Italicarum verò horarum Quadrante nos ante annos complures Quadrante noſtro Horoſcopo horarum Italicarum per lineas rectas, edito Panormi in Sicilia Anno 1650, quem ex parte poſtea dabimus. Aſtronomicus per lineas rectas ſic conſtruitur, in præſenti quidem exemplo ad latitudinem graduum 50, ſed aliorum omnium eſt eadem ratio.

Fabrica Quadrantis.

I. DEſcribe ex B duos quadrantes, B C, & E D, ad libitum à ſe mutuò diſtantes; quorum primus deputetur utrique Tropico, ſeu Parallelis Cancri & Capricorni, ſecundus æquatori, ſeu Parallelis Arietis & Libræ. Vide Iconiſ XIV. Fig. 198.

II. In Quadrantem majorem B C transfer circino (ope Quadrantis mirifici lib. 1. explicati) ex tabula altitudinum ſolarium ſupra horizontem tuum ſingulis horis, altitudines ſolares Sole exiſtente in principio Cancri: nimirum in caſu noſtro ex tabella I. præcedente, pro hora 12 transfer ex B in F gradus 63. 30': pro 11 & 1, transfer ex B in G grad. 61, 2': pro 10 & 2 transfer

fer ex B in H grad. 54. 41': pro 9 & 3, transfer ex B in K gr. 46, 15': pro 8 & 4 transfer ex B in L grad. 36, 55': pro 7 & 5, transfer ex B in Y grad. 27, 16': pro 6 & 6 transfer ex B in R grad. 17, 47': pro 5 & 7 ex B in V grad. 8, 48', &c. In Quadrantem verò ED transfer altitudines Solis Sole in principio Arietis & Libræ exiſtente, pro hora 12 ex B in I grad. 40, 0': pro 11 & 1 ex E in O grad. 38, 23': pro 10 & 2 ex B in N grad. 33, 49': pro 9 & 3 ex B in M grad. 27, 2': pro 8 & 4 ex B in P grad. 18, 45': pro 7 & 5 ex E in Q grad. 9, 35'. His factis, conjunge puncta in utroque Quadrante inventa, & ad eandem horam ſpectantia, lineis rectis, nimirum puncta FI, GO, HN, KM, LP, YQ, RE. Punctum X, connectendum cum puncto V, quomodo inveniatur, poſtea dicetur. Numeros horarios adſcribe ut in figura apparet.

III. Transfer altitudines ſolares Sole in principio Capricorni exiſtente, pro hora quidem 12 ex B in grad. 16, 30': pro hora 11 & 1 ex B in s grad. 15, 18': pro 10 & 2 ex B in t grad. 12, 56, pro 9, & 3 ex B in u grad. 6, 24', &c. Puncta hæc conjunge cum punctis antea in Æquatore inventis, nempe puncta r I, s O, t N, u M, &c. Numeros horarios adſcribe ut figura habet. Lineæ hæ poſſunt diſtinctionis gratia differenti colore fieri, aut punctis intercidi.

IV. Lateri D C adſcribe ſcalam Zodiaci ſic. Quære in tabella III altitudines meridianas Solis exiſtentis in ſignorum Zodiaci initiis & graduum decadibus, eaſque circino ope Quadrantis mirifici acceptas transfer ex B verſus C, impreſſis ubique Quadranti B C punctis, nimirum ex B in F transfer primò grad. 63, 30': deinde grad. 63, 9': deinde 62, 2': deinde 60, 12': deinde 57. 48', deinde 54, 52'. deinde 51, 30': deinde 47, 51'. deinde 43, 58': tandem 40, 0'. Sufficit autem transferre ſolum altitudines meridianas ſignorum Borealium. Puncta inventa ſint F, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. *g*, *h*, *i*, *l*. Hoc facto, applica regulam centro A Quadrantis, & ſingulis prædictis punctis, & ubi ſecat regula lineam meridianam ſeu horæ 12 FI, imprime puncta. Tandem poſito uno circini pede in centro A, alterum extende uſque ad ſingula puncta in linea meridiana inventa, hiſque circini aperturis divide ſcalam Zodiaci uti vides, adſcriptis ſignorum characteribus, menſium nominibus, & numeris, prout figura monſtrat. Singula ſigna ſunt diviſa in tres partes, quarum quælibet in decem alias ſubdiviſa intelligi debet.

V. Pro hora 5 matutina, & 7 veſpertina inſcribenda, inquire in quo ſigno & gradu Zodiaci Sol oriatur aut occidat initio dictarum horarum, nempe in caſu noſtro in grad. 3. ♉, & ♍. Poſito ergo uno circini pede in A, extende alterum uſque ad tertium gradum Tauri in ſcala Zodiaci, & retenta hac apertura imprime punctum X lateri EB. Hoc punctum ſi conjunxeris cum punctis V & Q antea inventis, habebis horas deſideratas. Eodem modo invenies in latere B E puncta pro hora 4 & 8, & ſi quæ alia fuerint neceſſaria.

VI. Lateri D C vel affige pinnas G & I cum dioptris, vel fac inciſuram ut figura monſtrat. Poteſt hæc inciſura eſſe lubitæ longitudinis ac latitudinis.

VII. Ex A centro pendeat filum ſubtile, cum noduſo ſeu gemmula minuta mobili in filo, & cum pondere appenſo.

Explicatio Quadrantis.

I. Lineæ integræ ſeu non interruptæ in uſu ſunt à 21 Martii uſq; ad 23 Septembris, Lineæ interruptæ ſeu punctis interciſæ, à 23 Septembris uſque ad 21 Martii. Itaque uni & eidem faciei inſcripta eſt pars horologii æſtiva, & hyemalis. Poſſet tamen alteri faciei inſcribi pars hyemalis, translata in eam ſcala Zodiaci hic deſcripta, & adſcriptis ſolùm ſignis Auſtralibus.

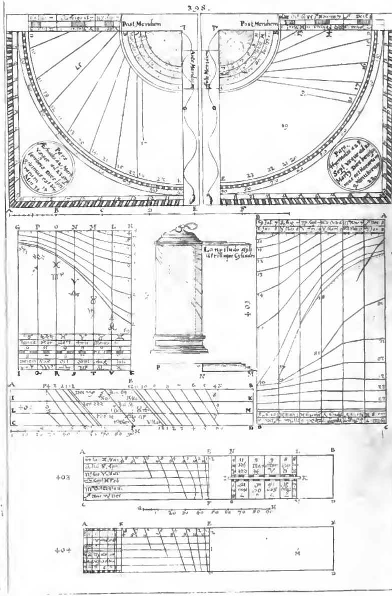
II. Scala Zodiaci diviſa eſt in tres majores, ſed inæquales partes: & harum quælibet in tres alias minores itidem inæquales; harumque quælibet harum minorum in decem alias minimas ſubdividenda eſt, atque adeo quælibet majorum trium portio dividi debet in 30 minimas particulas. Portiones ſcalæ majores correſpondent integris ſignis Zodiaci, integriſque menſibus anni, unicuique adſcriptis, portiones verò minores ternæ, ſunt ternæ decades graduum cujuslibet ſigni, reſpondentque totidem dierum decadibus: denæ demum portiones minimæ ſunt ſinguli Zodiaci gradus, ſingulique anni dies. Numerus 12 ſignorum incipit à D verſus C deſcendendo, & à C verſus D aſcendendo, iterumque deſcendendo à D uſque ad C, & aſcendendo à C uſque ad D. Idem intelligendum eſt de Menſibus. Sex ſigna Borealia ab æquinoctio verno uſque ad æquinoctium autumnale, cujuſmodi ſunt Aries, Taurus, Gemini ab Æquatore uſque ad Tropicum, Cancri, & regrediendo, Cancer, Leo, Virgo, à Tropico Cancri uſque ad Æquatorem, correſpondent ſex menſibus adſcriptis, qui ſunt Aprilis, Majus, Junius, Julius, Auguſtus, September. Sex reliqua ſigna Auſtralia, quæ ſunt Libra, Scorpio, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Piſces, reſpondent ſex reliquis menſibus.

III. Numeri ſingulis menſibus in ſcala Zodiaci adſcripti, ſi auferantur à 30, relinquunt diem menſis quo Sol in ſignum menſi adjunctum ingreditur præter propter, ut explicavimus ſuprà lib. 10. par. 4. Reg. 21. ſi autem dato diei menſis, cui adſcripti ſunt, addantur, dant plùs minùs gradum appoſiti ſigni in quo data die verſatur, & conſequenter locum Solis in Zodiaco oſtendunt.

Vſus Quadrantis.

Horas ex hoc Quadrante ſic indagabis quolibet die anni. Quære in ſcala Zodiaci menſem currentem in quo horas quæris, & diē menſis, numerando à principio mēſis invēti tot particulas minimas ex 30, in quas quilibet menſis diviſus eſſe cenſetur, quotus eſt dies menſis, additis inſuper tot aliis particulis, quot indicat numerus menſi appoſitus. Deinde extende filum è centro A ſuſpenſum ſupra ſcalam Zodiaci, & promòve gemmulam mobilem ſupra finem numeratarum particularum. Tandem demiſſo liberè filo cum pondere, obverte centrum Quadrantis Soli, ita ut latus quod habet pinnulas, aut inciſuram, reſpiciat cœlum, & tam diu move dictum latus ſurſum ac deorſum elevan-

Iconiſmus XV *Ponatur e reg: pag. 415.*



elevando ex una parte, & deprimendo ex altera (centro ſemper Solem reſpiciente) donec radius Solis tranſeat per utriuſque pinnulæ foramen, aut donec inciſuræ latus GA obumbret planè latus DI. Stante hoc ſitu Quadrante, gemmula in filo liberè pendente indicabit in lineis horariis, aut inter ipſas, horam quæſitam: à 21 Martii quidem uſque ad 23 Septemb. in lineis integris, reliquo verò tempore in lineis interciſis, aut alio colore ductis.

Quòd ſi ex numero dierum menſis, & ex numero menſi appoſito, reſultat numerus major quàm 30, accipe ex ſequenti menſe tot particulas, quot inveniſti ultra 30, & fini particularum applica nodulum, & operare ut dictum.

Plura ad explicationem & uſum pertinentia diximus in Libello ſuprà citato.

Propoſitio II.

Quadrantem Horoſcopum horarum Italicarum, per lineas rectas conficere.

Quadrãs Horoſcopus horarum Italicarum per lineas rectas.

AD vitandum concurſum ac confuſionem linearum horariarum in Quadrante Italico, præſtat illas quæ in uſu ſunt à 21 Martii uſque ad 23 Septembris, Sole videlicet commorante in ſignis Borealibus, delineare in una facie Quadrantis, reliqua verò in altera, uti docuimus in Libello cit. Sit itaque fabricandus Quadrans pro latitudine 38 grad. Sic operare.

I.

Vide Iconiſm. XV. Fig. 589.

Deſcriptis duobus Quadrantibus, uti figura monſtrat, inſcribe parti æſtivali ſcalam Zodiaci eodem prorſus modo quo antea, eamque deinde transfer in partem hyemalem, appoſitis utrobiq; Signis, Menſib. & Numeris, ut in figura apparet.

II.

Pro lineis horarum antemeridianarum parti æſtivali inſcribendis, transfer ex tabella 5 in quadrantem BC, ex B verſus C, altitudines ſolares horæ 13, 14, 15, 16, & 17, Sole exiſtente in principio Arietis: in quadrantem verò DE, ex D verſus E, transfer altitudines ſolares horæ 10, 11, 12, 13, 14, 15, & 16, Sole exiſtente in principio Cancri. Puncta correſpondentia in utroque quadrante inventa conjunge lineis rectis. Punctum horæ 12 quadrantis DE necte cum angulo quadrantis BC. Pro nectendo puncto horæ 11, & 10, inquire in quibus ſignis & ſignorum gradib. Sol oriatur hora 11, & 10, ſeu quando dies ſit horarum 13, & 14, & conſequenter nox horarum 11, & 10. In caſu noſtro id contingit Sole exiſtente in grad. 42 Arietis, & 22 Tauri. Itaque pro nectendo puncto horæ 12æ, pone unum circini pedem in A, alterum extende uſque ad grad. 24. Arietis in ſcala Zodiaci, illamque diſtantiam transfer in latus AD, & cum puncto invento necte undecimam. Pro nectendo puncto horæ 10æ, & ſimul pro terminanda linea horæ 17, poſito uno circini pede in A, & altero in gradu 22 Tauri in ſcala Zodiaci, deſcribe arcum occultum, qui interſecet lineam meridianam antè occultè ductam, & pertingat uſque ad latus AD, & cum puncto 10 latere AD invento conjunge punctum horæ 10 in DE invento, cum puncto verò in meridiana invento conjunge punctum horæ 17 in CB invento, poſita regula in puncto 17 invento in BC, & in puncto meridianæ in DE.

III.

Pro lineis horarum pomeridianarum transfer in quadrantem BC, ex C verſus B, altitudines ſolares horæ 18, 19, 20, 21, 22, & 23, Sole exiſtente in principio Arietis. Earundem horarum, & horæ 17 altitudines, unà cũ altitudine meridiana Solis exiſtentis in principio Cancri, (ad habendam lineam meridianam occultam) transfer in quadrantem DB, ex E verſus D. Puncta correſpondentia utrinſque quadrantis necte lineis punctatis, aut alterius coloris, ad vitandam confuſionem. Horam tamen 17 extende ſolùm uſque ad punctum, in quo meridiana (occultè à puncto altitudinis meridianæ Cancri, uſque ad altitudinem meridianam Arietis ducta) interſecat arcum occultum antea per grad. 22. Tauri deſcriptum.

IV.

Atque hæ ſunt horæ pro parte æſtiva. Horas pro parte hyemali in oppoſita quadrantis facie, tranſlata in ipſam priùs ſcala Zodiaci anteà deſcripta, ſic delineabis. *Primo* pro horis antemeridianis transfer in quadrantem BC, ex B verſus C, altitudines ſolares horarum 13, 14, 15, 16, 17, & 18, Sole exiſtente in principio Libræ: in quadrantem verò DE, ex D verſus E, altitudines hor. 15, 16, 17, 18, & 19, Sole exiſtente in principio Capricorni: & puncta correſpondentia connecte lineis rectis. Pro nectenda hora 13, & 14, transfer ex latere BD faciei jam antea deſcriptæ, in latus BD præſentis faciei puncta horæ 11, & 10, & cum puncto 11 necte punctum 13, cum puncto 10 punctum 14. Pro terminanda hora 19, deſcribe ex puncto 14 lateris BC arcum occultum uſque ad latus CE: deinde ex tabella 6a deſcribe meridianam etiam occultam: quæ ubi interſecant arcum occultum, eò uſque extende horam 19, ponendo regulam in puncto 19æ Capricorni. *Secundo* pro horis pomeridianis transfer in quadrantem BC, ex C verſus B, altitudines horarum 19, 20, 21, 22, 23, Sole exiſtente in principio Libræ: in quadrantem verò DE, ex E verſus D, altitudines horarum 20, 21, 22, 23, Sole exiſtente in principio Capricorni: puncta correſpondentia connecte lineis rectis punctatis, aut alterius coloris. Pro terminanda hora 19, inſcribe meridianam occultam, & uſque ad punctum interſectionis cum arcu occulto extende lineam horæ 10, habebiſque totum Quadrantem Horoſcopum deſcriptum.

V.

Explicatio & uſus Quadrantis hujus Italici idē eſt qui prioris Aſtronomici, niſi quod hic utriq; lateri affigendæ ſunt dioptræ, aut inciſuræ faciendæ, quarum una ante, altera poſt prandium in uſu erit, prout praxis ipſa te docebit.

Monitio ad Lectorem.

MIrificum habeo ac prorſus divinum artificium, breviſſimo temporis ſpatio deſcribendi Quadrantes majores aut minores ad libitum, ſine ulla arcuum diviſione, &c. quod reſervo Horographiæ univerſali.

Quadrantem pro horis Babylonicis & Antiquis eodem modo deſcribes ex propriis tabellis, quæ pro variis regionibus extant apud Clavium, Truttain, & alios.

Propoſitio III.

Quadrantem Horoſcopum horarum Antiquarum conficere.

Quadrãs Horoſcopus horarum antiquarum. Vide Icon. XIV. Fig. 399.

PRæter modum jam inſinuatum, eſt & alius ut ſequitur. Fiat quadrans A B C, cum limbo B D E C latiuſculo. Arcus B C dividatur in ſex æquales partes, & ex punctis diviſionum ducantur rectæ occultæ ad centrum A. Omnes hæ occultæ dividantur biſariam, & ex punctis diviſionum ducantur perpendiculares ad A C prolongatam quantum neceſſarium fuerit. Ex punctis, in quibus hæ perpendiculares interſeceant AB, deſcribantur arcus ab A inchoati, & terminari in B C. Numeri adſcribantur ut figura monſtrat.

Zodiacus poteſt adſcribi lateri AB modo ſupra explicato. Poteſt etiam inſcribi limbo ſic. In arcum B C, ex B in C, transferantur altitudines meridianæ ex tabella 3, & ex A per puncta inventa ducantur rectæ occultæ, quæ divident ſcalam arcuatam F G, ut vides in figura.

Uſus hic eſt. Ex A pendeat filum cum gemma mobili. Filum extendatur ſupra menſem & diem menſis, gemma verò promoveatur ſupra lineam ſeu arcum horæ 6æ in eo puncto, in quo à filo interſecatur. Permittatur liberè pendere filum cum pondere, & radius Solis intromittatur per utramque dioptram, aut unum latus inciſuræ obumbret alterum: gemmula monſtrabit horam.

Propoſitio IV.

Cylindrum Horodicticum horarum Aſtronomicarum conſtruere.

Cylinder horodicticus horarum aſtronomicarum.

CYlindrum horodicticũ vocamus hic horologium in cylindro ſeu columna deſcriptũ. Deſcribunt id alii per altitudines ſolares. Meliùs tamen ac faciliùs fit per tangentes dictarum altitudinum, ſic.

I.

Vide Iconiſ XV. Fig. 400.

Ex linea AF abſcinde 10 æquales particulas A B, totamque A B transfer aliquoties in lineam AF, ut fiant partes A B, B C, C D, D E, E F, &c. quarum unaquæque in decem tales, quales ſunt in AB, ſubdiviſa cenſeatur.

II.

Fac parallelogrammum G H I K, diviſum in ſex alia minora (æqualia, aut inæqualia) prout figura monſtrat. Horum unumquodque ſubdiviſum intelligatur in tria alia minora, & quodlibet horum in decem alia minima. In calce adſcribantur ſignorum Zodiaci characteres, menſium nomine; & numeri, prout oſtendit figura.

III.

Ex tabula altitudinum ſolarium ſingulis horis in regiona tua (qualis eſt tabella 1. Lemmatis 2. præced. constructa pro latitud. grad. 50.) conſice tabulam tangentium ad radium ſeu ſinum totum 10 partium, prout ſuprà pat. 3. documus. Talis eſt tabella ſequens, continentes tangentes altitudinum ſolarium pro elevatione poli grad. 50. Ope hujuſmodi tabulæ ſic deſcribes horarias lineas intra parallelogrammum.

IV.

In lineam H K transfer ex H deorſum verſus K tangentes altitudinum ſolarium Sole in principio Cancri exiſtente, acceptas ex linea A F, nimirum pro puncto horæ 12 accipe circino ex linea AE particulas $20\frac{1}{10}$, eaſq; ex H transfer deorſum: item pro puncto horæ 1 & 11 accipe particulas $18\frac{1}{10}$, pro puncto horæ 2 & 10 accipe particulas $14\frac{1}{10}$, &c. Notatis punctis pro omnibus horis in H K, transfer ſimili modo in rectam L V tangentes altitudinum ſolarium Sole exiſtente in principio ♌ & ♊, deinde in rectam M T tangentes Sole exiſtente in ♍ & ♉, deinde in reliquas rectas N S, O R, P Q, G I. Tandem puncta in omnibus prædictis rectis ad eandem horam pertinentia conjunge lineis curvis, numeroſque horarius adſcribe ut vides, & habebis horologium deſcriptum.

V.

Horologium in charta ſic deſcriptum circumplica cylindro, huic adapta capitellum exemptile, & in gyrum mobile, capitello adapta ſtylum plicatilem, cujus longitudo extra cylindri ſuperficiem convexam prominens, eique perpendicularis, ſit æqualis parti A B lineæ AF. Inſpice figuram. Poteſt tamen etiam immediatè inſcribi hoc horologium cylindro in ſex parallelogramma minora diviſo.

VI.

Uſus cylindri hic eſt. Quære menſem, & diem menſis in pede cylindri, illique adde inſuper tot dies, quot numerus menſi additus poſtulat; & habebis locum Solis in Zodiaco. Eundem locum quære in cylindri capite, eique applica ſtylum è capitello prominentem, ut ſi Sol eſt in principio Cancri, promove ſtylum ſupra lineam H K cylindri, ſi in decimo gradu Cancri, promove ſupra decimum punctum poſt lineam H K verſus lineam L V, ſi in principio Leonis, promove ſupra L V, &c. Hoc facto, ſuſpende cylindrum ut perpendiculariter pendeat, ac ſtatue perpendiculariter in aliquo plano horizontali, ſtylumque obverte Soli, & cylindrum tam diu hinc & inde volve, donec umbra ſtyli fiat parallela lineis H K, L V, M T, &c. tunc enim extremitas umbræ indicabit horam quæſitam in lineis horariis.

Annotatio.

ALios modos conſtruendi cylindrum dabimus in Horographia Univerſali, ubi etiam producemus artificium mirificum facillimè ac breviſſimo tempore delineandi cylindros cujuſcunque magnitudinis ex lineis in eum finem ductis. Sequitur Tabula.

Tabula

Tabula Tangentium altitudinum Solis ſupra HoriZontem in horis Aſtronomicis Sole exiſtente in Signorum initiis pro elevatione poli grad. 50.

Horæ	♋	♊ ♌	♍ ♉	♎ ♈	♏ ♓	♐ ♒	♑
12	$20\frac{1}{10}$	$17\frac{5}{10}$	$12\frac{6}{1}$	$8\frac{4}{10}$	$5\frac{4}{10}$	$3\frac{6}{10}$	3 0
I. 11	$18\frac{1}{10}$	$15\frac{9}{10}$	$11\frac{7}{10}$	$7\frac{9}{10}$	$5\frac{1}{10}$	$3\frac{3}{10}$	$2\frac{7}{10}$
2. 10	$14\frac{1}{10}$	$12\frac{8}{10}$	$9\frac{6}{10}$	$6\frac{7}{10}$	$4\frac{3}{10}$	$2\frac{8}{10}$	$2\frac{1}{10}$
3. 9	$10\frac{5}{10}$	$9\frac{6}{10}$	$7\frac{5}{10}$	$5\frac{1}{10}$	$3\frac{1}{10}$	$1\frac{6}{10}$	$1\frac{1}{10}$
4. 8	$7\frac{5}{10}$	$6\frac{9}{10}$	$5\frac{3}{10}$	$3\frac{4}{10}$	$1\frac{6}{10}$	0 0	
5. 7	$5\frac{2}{10}$	$4\frac{8}{10}$	$2\frac{3}{10}$	$1\frac{7}{10}$	$0\frac{1}{10}$		
6. 6	$3\frac{2}{10}$	$2\frac{7}{10}$	$1\frac{1}{10}$	0 0			
7. 5	$1\frac{6}{10}$	$1\frac{1}{10}$	0 0				
8. 4	$0\frac{1}{10}$	0 0					

Propoſitio V.

Cylindrum Horodicticum horarum Italicarum conſtruere.

Cylindrum horodicticum horarum Italicarum. HOrologium cylindricum pro horis Italicis longè difficilius eſt, quàm pro Aſtronomicis, tū propter linearum horariarum concurſum, tum propter alia. Ad vitanda hæc incommoda, olim id conſtruxi pro elevatione poli gr. 38. Panormi in Sicilia, ut ſequitur.

Vide Iconiſ. XV. Fig. 401. I. Comparatâ tabulâ tangentium pro horis Italicis (qualis eſt ſequens ad latit. grad. 38) factoque ac diviſo, ut antea, parallelogrammo A B C D, cum linea A F, quære in tabula tangentes omnium horarum Sole exiſtente in ♋, eaſque acceptas ex linea A F transfer in lineam B D parallelogrammi. Eodem modo transfer tangentes omnium horarum Sole exiſtente in ♌ & ♊, in ♍ & ♉, &c. in lineas parallelogrammi hiſce ſignis deputatas. Puncta horaria connecte lineis curvis, ut antea.

II. Quia verò quarundam horarum lineæ poſt puncta conjuncta non pertingunt à parallelo ♋, aut ab aliis parallelis in quibus incipiunt, uſque ad parallelum ♑, uti eſt 10, 11, 12, 13, & 14 in noſtro exemplo: ſic eas in linea AB parallelogrammi terminabis. Horam 10am extende uſque ad octavum gradum ♌, id eſt, uſque ad octavum punctum ex 30, in quæ diviſum intelligitur parallelogrammum parvum ſigno ♌, & menſi Auguſto deputatum. Horam 11am duc uſque ad ſextum gradum ♍, horam 12 uſque ad principium ♎ horam 13 uſque ad 24 gradum ejuſdem ♎, & demum horam 14 uſque ad 22 gradum ſeu punctum ♏.

III. Præterea quoniam quædam horæ antemeridianæ non incipiunt à parallelo Cancri, quia Sole prædictum parallelum percurrente non ſunt amplius antemeridianæ, ſed pomeridianæ, ut ſunt 17, 18, & 19, ſic eas inchoabis. Horam 17 incipe ab octavo parallelo imaginario ♌ (hoc eſt, à linea occulta ſeu imaginatione ducta perpendiculariter ab octavo gradu ♌ in Zodiaco ſuperiori uſque ad Inferiorem) 18vam à parallelo ♎, 19nam à 21. parallelo imaginario ♏.

IV. Si lineam meridianam velis inſcribere cylindro, accipe tangentes ſeu umbras verſas altitudinibus Solis in Signorum principiis exiſtentis debitas, eaſque transfer in parallelos ſignorum, & puncta inventa conjunge linea curva punctata, aut alterius coloris.

V. Hæ ſunt horæ antemeridianæ. Pomeridianas eodem prorſus modo deſcribes, ſed ad vitandum concurſum & confuſionem linearum horariarum præſtat ipſas deſcribere incipiendo ab inferiori parte parallelogrammi, ac procedendo verſus ſuperiorem, ut figura monſtrat. Poterit & parallelogrammum dividi in 12 minora, & ſex primis inſcribi poſſunt horæ antemeridianæ, reliquis verò pomeridianæ.

VI. Uſus cylindri idem eſt qui antea. Sed capitellum cum ſtylo debet poſſe applicari & ſuperiori & inferiori parti cylindri: ſuperiori quidem à 21. Martii uſque ad 23 Septembris, inferiori verò à 23. Sept. uſque ad 21. Martii.

Annotatio I.

USus te plura docebit. Eodem modo ex propriis tabulis tangentium fit cylindrus pro horis Babylonicis, & Antiquis.

Annotatio II.

NOtandum, quoniam tam circa caput, quàm circa calcem cylindri inſcripta eſt faſcia, cui adſcripta ſigna Zodiaci, ſtylum formari debere prout figura M N O P monſtrat, itaque aptari capitello, ut linea O P radat planum cylindri, O N coæquetur faſciæ latitudini, M N ſit perpendicularis lineæ AB, aut C D cylindri. Sequitur tabula

Tabula Tangentium altitudinum Solis exiſtentis in ſignorum initiis in horis Italicis, ad elevationem poli grad. 38.

Horæ	♋	♌ ♊	♍ ♉	♎ ♈	♏ ♓	♐ ♒	♑
10	$1\frac{2}{10}$	$0\frac{4}{10}$					
11	$3\frac{2}{110}$	$2\frac{4}{10}$	$0\frac{4}{10}$				
12	$5\frac{6}{10}$	$4\frac{7}{10}$	$2\frac{5}{10}$				
13	$8\frac{7}{10}$	$7\frac{7}{10}$	$4\frac{0}{10}$	$2\frac{1}{10}$			
14	$13\frac{2}{10}$	$11\frac{4}{10}$	$7\frac{7}{10}$	$4\frac{3}{10}$	$1\frac{5}{10}$		
15	$20\frac{6}{10}$	$17\frac{1}{10}$	$11\frac{4}{10}$	$6\frac{7}{10}$	$3\frac{5}{10}$	$1\frac{4}{10}$	$0\frac{6}{10}$
16	33^{0}	$25\frac{8}{10}$	$15\frac{8}{10}$	$9\frac{3}{10}$	$5\frac{4}{10}$	$3\frac{1}{10}$	$2\frac{3}{10}$
17	$37\frac{1}{10}$	31^{0}	$19\frac{6}{10}$	$11\frac{7}{10}$	$7\frac{2}{10}$	$4\frac{6}{10}$	$2\frac{7}{10}$
18	$24\frac{4}{10}$	$23\frac{6}{10}$	19^{0}	$12\frac{8}{10}$	$8\frac{3}{10}$	$5\frac{7}{10}$	$4\frac{8}{10}$
19	$15\frac{4}{10}$	$15\frac{6}{10}$	$14\frac{7}{10}$	$11\frac{7}{10}$	$8\frac{5}{10}$	$6\frac{2}{10}$	$5\frac{4}{10}$
20	$10\frac{1}{10}$	$10\frac{8}{10}$	$10\frac{4}{10}$	$9\frac{3}{10}$	$7\frac{5}{10}$	$5\frac{9}{10}$	$5\frac{3}{10}$
21	$6\frac{6}{10}$	$6\frac{8}{10}$	7^{0}	$6\frac{7}{10}$	$5\frac{8}{10}$	$4\frac{9}{10}$	$4\frac{5}{10}$
22	4^{0}	$4\frac{1}{10}$	$4\frac{2}{10}$	$4\frac{3}{10}$	4^{0}	$3\frac{4}{10}$	$3\frac{2}{10}$
23	$1\frac{9}{10}$	$1\frac{9}{10}$	$2\frac{1}{10}$	$2\frac{1}{10}$	2^{0}	$1\frac{8}{10}$	$1\frac{7}{10}$
Tangentes altit. merid.	$38\frac{7}{10}$	$31\frac{2}{10}$	$20\frac{1}{10}$	$12\frac{8}{10}$	$8\frac{5}{10}$	$6\frac{2}{10}$	$5\frac{4}{10}$

Propoſitio VI.

Annulum horologum conficere pro horis Aſtronomicis.

Annulus horologus pro horis Aſtronomicis.

Vide Iconiſ. XV. Fig. 402.

I. EX cupro, orichalco, argento, aliave materia flexibili ac gravi, fac laminam parallelogrammam rectangulam A B C D, cujus longitudinem divide bifariam occulta linea E F, latitudinē verò trifariam lineis I K, K M, adſcriptis Zodiaci ſignis, & Menſium nominibus, ut figura monſtrat, eritque pars dextera E B D F, æſtiva, altera E A C F hyemalis. Quodlibet igitur trium parallelogrammi ſpatiorum deputatum eritque quatuor ſignis ac menſibus, debetque unumquodque in alia 30 ſpatiola ſubdiviſum intelligi.

II. Lineam G H, æqualem dimidiæ longitudini totius parallelogrammi, divide in 90 æquales partes, pro numero 90 graduum quadrantis circuli, & quamlibet cogita ſubdiviſam in alias 60, pro numero 60 minutorum cujuſq; gradus.

III. Conſtrue tabulam altitudinum Solis in æquatore & Tropicis, in horis aſtronomicis ſeu à meridie & media nocte, congruentem regioni tuæ, qualem nos ſupra Lem. 2. conſtruximus pro elev. poli 50 graduum. Deinde ex linea G H accipe circino tot particulas, quot gradibus eſt altus Sol hora 12a exiſtens in Cancro (nim. in poli altit. grad. 50, particulas 63, 30′) eaſque transfer in lineam E B, ex E uſque ad N, & in lineam E A ex E uſque ad P & duc rectas occultas N O, P Q, parallelas rectis E F, A C. Item ex eadem linea G H accipe circino tot particulas, quot gradibus eſt altus Sol in reliquis horis exiſtens in Cancro eaſque transfer ex N verſus E, & imprime puncta. Similiter ex eadem G H linea accipe gradus Solis exiſtentis in Ariete in ſingulis horis, eaſque transfer in lineam F D ex O verſus F. Tandem puncta correſpondentia conjunge lineis rectis, hoc eſt, punctum 12æ cum puncto 12æ, punctum 1æ, 2æ, &c. cum puncto 1æ, 2æ, &c. ut figura monſtrat, & habebis lineas horarias pro ſex menſibus æſtivis ad dexteram laminæ. Lineas horæ 5 & 4, extende uſque ad parallelum imaginarium in quo oritur Sol dictis horis, juxta dicta ſuprà de quadrante horodictico. Simili ratione ope lineæ G H transferes puncta ad ſiniſtram laminæ in lineas E A, & E C, & quidem à P verſus E transferendo altitudines Solis exiſtentis in Capricorno, à Q verſus F altitudines ejuſdem exiſtentis in Libra, & puncta correſpondentia nectendo lineis tranſverſis, & habebis lineas horarias pro ſex menſibus hyemalibus. Lineam horæ 7 & 8 extende uſque ad parallelum iſtum, in quo Sol occidit dictis horis.

IV. In medio linearum N O, & P Q fac parvum foramen, per quod poſſit radiare Sol. Deinde complica laminam in annulum, & ubi lineæ extremæ A C, B D, coëunt, annecte circellum cum filo, ut ex illo annulus liberè poſſit ſuſpendi & habebis annulum horologum paratum.

V. Uſus hic eſt. Suſpende aonulum ex filo,ut liberè pendeat. Deinde foramen obverte Soli, ut radiet per ipſum; æſtate quidem, hoc eſt, à Martio uſque ad Septembrem, vel potiùs ab 21 Martii uſque ad 22 Septembris, foramen partis hyemalis; reliquo verò tempore foramen partis æſtivæ. Verte deinde annulum liberè pendentem, donec radius Solis cadat in interiorē annuli ſuperficiem ad illum locum Zodiaci,in quo Sol illo die verſatur, & punctum lucidum notabit horam quæſitam.

Annotatio.

Habebis locum Zodiaci in annulo quovis die, ſi Signis Zodiaci addas menſes & numeros cuilibet mēſi adſcriptos ut ſuprà in Quadrante & Cylindro

Propoſitio VII.

Annulum horologum aliter conficere pro Aſtronomicis horis.

Conſtruantur tres tabulæ ſolarium altitudinum regioni tuæ convenientes: prima altitudinum ſolarium in horis ſingulis Sole in ſignorum Zodiaci initiis exiſtente: ſecunda altitudinum meridianarum Solis exiſtentis in ſignorum initiis, & decadibus: tertia diſtantiæ Solis à meridiano in horis ſingulis. Duas priores pro elevatione poli grad. 50 dedimus ſuprà Lem. 2. Tertiam ex ſecunda habebis, ſi numeros altitudinum ſolarium in horis ſingulis ſubtrahas à numeris altitudinum meridianarum, & reſiduum in tabulam conjicias ut ſequitur. *Annulus horologus alius.*

Tabula diſtantiæ Solis à Meridiano in horis ſingulis, Sole in Æquatore & Tropicis exiſtente, ad elevat. poli grad. 50.

Horæ	11. 1	10. 2	9. 3	8. 4	7. 5	6. 6	5. 7	4. 8
Signa	G. M	G. M	G. M	G. M	G. M	G. M	G. M	G M
♋	2. 28	8. 49	17. 15	26. 37	36. 14	45. 43	54. 42	62. 53
♈ ♎	1. 37	6. 11	12. 58	21. 25	30. 25			
♑	1. 52	4. 40	10. 6					

II. Fiat ut antea lamina ABCD, diviſa bifariam in EF, ejuſque pars ſiniſtra AECF dividatur in ſex partes, uſque ſignorum characteres ac menſiū nomina inſcribantur ut figura oſtendit. *Vide Iconiſ. XV. Fig. 403.*

III. Linea GH, æqualis dimidiæ laminæ, dividatur in partes 90, ex eaque ſumantur circino tot particulæ, quot gradibus diſtat à meridiano Sol in initio Cancri, Arietis, & Capricorni, eaſque transfer in parallelum Cancri EA, parallelum Capricorni FC, & parallelum medium Arietis, ex E & F verſus A & C, punctaque notata conjunge lineis ferè curvis, terminando lineas horæ 5 & 4 modo dicto Propoſit. præcedenti. Numeros adſcribe ut vides.

IV. In dextera laminæ parte fiat rimula ſeu fiſſura IK, circaque ipſum in exteriori ſuperficie deſeribatur ſcalā Zodiaci, ſic. Ex tabula altitudinum meridianarum accipe altitudines meridianas Solis exiſtentis in initiis & decadibus ſignorum Cancri & Capricorni, eaſque transfer circino, ope lineæ GH, ex E verſus B, & ex F verſus D, notaſque impreſſas conjunge lineolis rectis, adſcriptis characteribus ac nominibus ut monſtrat figura, habebiſque ſcalam Zodiaci NL OM.

V. Incurvetur lamina in annulum ut ſuprà Propoſit. præcedenti, & ubi coëunt lineæ AC, BD, aptetur armilla ſuſpenſoria cum filo. Deinde tota exterior ſuperficies per circuitum in medio excavetur nonnihil, & cavitati coaptetur circellus ſtrictiſſimus mobilis, habens parvum foramen fiſſuræ IK reſpondens.

VI. Uſus eſt hic. Circellum mobilem exterioris ſuperficiei cavitati arctè coaptatum circumdue, ut foramen ejus reſpondeat loco Solis in Zodiaco exteriori NL, MO. Deinde ſuſpendatur annulus è filo ut liberè pendeat, & foramen modo dictum obvertatur Soli: radius incidens in locum Solis Zodiaci interioris, monſtrabit horas.

Propoſitio VIII.

Annulum horologum adhuc aliter conficere horis aſtronomicis.

Præparata ut antea lamina ABCD, ductaque per medium EF, & diviſa GH, ipſi CF æquali, in 90 partes ut antea, ſupputa ex GH altitudinem meridianam ſolſtitii æſtivalis in regione tua, eamque circino transfer ex E & F verſus A & C, v. g. uſque ad K & I. Invariata deinde circini apertura, pone unum pedem in I, alterumque extende verſus BD. & ſigna punctum M pro loco foraminis, quod & perforabis. His factis; delinea intra ſpatium EFKL lineas horarias modo dicto Propoſit. præcedenti. In reliqua verò parte AC KL. deſcribe ſcalam Zodiaci ſic. Singulas elevationes meridianas Solis exiſtentis in ſignorum initiis & decadibus ſubtrahe ab elevatione meridiana ſolſtitiali, & reſiduos numeros divide bifariam, tandemque provenientes numeros in tabulam redige ſimilem ſequenti pro elevat. poli grad. 50 conſtructæ ex tabulis ſuprà Lem. 2. poſitis. Juxta hanc igitur tabulam accipies circino *Annulus horologus adhuc alius. Vide Iconiſ. XV. Fig. 404*

	♋	♌	♍		♎	♏	♐	
G.	G. M	G. M	G M		G. M	G. M	G. M	G
0	0. 0	1. 39	6. 0		11. 45	17. 30	21. 51	30
10	0. 10	2 51.	7. 50		13. 44	19. 10	22. 45	20
20	0. 44	4. 19	9. 46		15. 40	20. 38	23. 18	10
30	1 39	6. 0	11. 45		17. 30	21. 51	23. 30	0
	♊	♉	♈		♓	♒	♑	

Digitized by Google

in linea G H particulas tot , quot invenis in tabula ſub 10, 20, 30 gradu Cancri, Leonis, &c. & ex A & C transferes verſus K & L , formabiſque ſcalam ut monſtrat Figura. Tandem apta laminam in annulum , junctis in unum lateribus AC, & BD, eumque ſuſpende filo ſubtili congruente loco Solis Zodiaci ACKL , & foramine M converſo ad Solem, move huc illuc annulum, donec radius Solis intrans per foramen cadat in locum Solis in Zodiaco K L E F , is enim monſtrabit horam quæſitam.

Annotatio I.

Poteſt & annulus ita conſtrui , ut dum ſuſpenditur liberè filum cum perpendiculo tranſeat per rimam tranſverſam Zodiaci ACKL. Sed tunc dictus Zodiacus debet fieri ad dexteram inter E F & KL. Rem meliùs declarabo in Horographia.

Annotatio II.

De aliis horologiis portatilibus.

Innumera alia portatilia horologia variis modis & formis conſtrui poſſunt , tam particularia , quam univerſalia. Aliqua dabimus in ſequentibus. Inter alia primas tenet illud quod Germani compaſſum vocant, conſtans è plano horizontali & verticali in unum colligatis , ut aperiri & claudi inſtar libri poſſunt , & ſibi mutuò ad angulum rectum inſiſtere. In horum uno delineatur horologium horizontale, in altero verticale, quaſi aſtronomomica ſunt, unicus ſtylus ſeu filum utrinſque centrum annectens oſtendit horas in utroque ſimul. Conſtructio facilis eſt , ſi fiat triangulum rectangulum gnomonicum è charta, cujus unus angulus acutus ſit æqualis elevationi poli , alter elevationi æquatoris. Si enim in utroque plano ducantur meridiana lineæ conſtituentes angulum rectum, & illis applicetur triangulum gnomonicum rectangulum, ita ut cathetus congruat meridianæ plani verticalis , baſis verò meridianæ plani horizontalis , & angulus elevationis poli deſinat in planum horizontale, alter in Verticale , hipothenuſa repræſentat filum utrique infigendum , & monſtrat utriuſque horologii centrum.

Horologium portatile quod vocant compaſſum.

Inter alia portatilia horologia ſunt concava hemiſphærica (quæ tamen etiam ſtabilia eſſe poſſunt) quæ delineantur ut ſequitur.

Propoſitio IX.

Horologium Horizontale concavum hemiſphæricum delineare pro horis aſtronomicis, Italicis , Babylonicis , & Antiquis.

I. Limbus concavi dati dividatur in quatuor æquales partes in punctis A, B, C, D , & examinetur an cavitas ejus ſit perfectè hemiſphærica , quod fit ope ſemicirculi ex rigida lamina exciſi, cujus diameter ſit æqualis diametro AC, aut BD concavi dati: ſi enim ſemicirculus hic concavo impoſitus, & circumductus, ſuperficiem concavam ſemper perfectè ubique tangit ac radit , erit ea perfectè hemiſphærico-concava.

Horologium horizontale concavum hemiſphæricum. Vide lon. XVI. Fig. 405.

II. Poſito uno circini , qui crura habeat intus curvata, pede in D , intervallo D A , deſcribatur in fundo ſemicirculus AEC pro meridiano; item poſito uno pede in A , intervallo AB , deſcribatur alius BED, pro verticali primario, ſecans priorem in E.

III. Ex A in F numeretur altitudo poli regionis tuæ , ſimiliterque ab E in G , eritque F E , ſeu G C , complementum altitudinis poli. Duplici autem viâ inveneri poſſunt puncta F & G, primò , ſi rigidum ſemicirculum , de quo antè , diviſum in gradus ſuos, applices ſemicirculo, AEC, ita ut radius per gradum 90 tranſiens inſiſtat puncto E perpendiculariter , atque ab A uſque in F numerentur gradus altitudinis poli , à C verò uſque ad G altitudo æquatoris : ſecundo , ſi quadrantes limbi AB, AD, dividantur in 90 gradus , & ab A utrimque verſus B & D numeretur altitudo poli, punctiſque terminativis applicetur regula tranſverſa, & demittatur perpendicularis uſque ad F, ac deinde arcus AF, transferatur ab E in G, aut arcus FE à C in G.

IV. Ex puncto F , intervallo FG , deſcribatur ſemicirculus BGD pro æquatore. Deinde à G utrimque ſupputatâ maximâ declinatione Solis uſque ad H & L (modis antea dictis) deſcribatur ex F, intervallo FH, arcus KHI pro Tropico ♋ ; & ex eodem F , intervallo FL , arcus NLM pro Tropico ♑. Eodem modo deſcribi poſſunt alii paralleli inter duos Tropicos , ſi eorum declinationes ex tabella Lemmatis I. Partis 6. præced. ſupputentur à G in utramque partem.

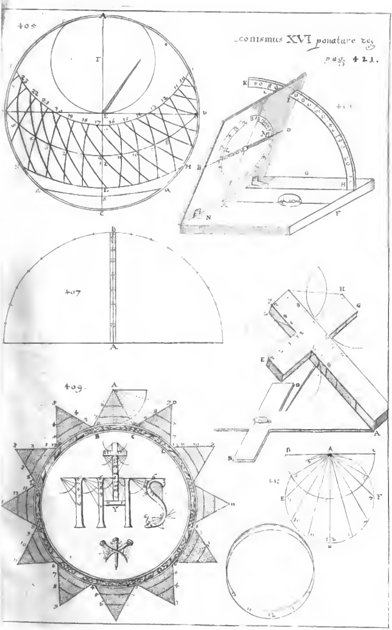
V. Pro *Horizontali* horologio dividatur Æquatoris ſemicirculus BGD in 12 æquales partes (pro horis integris, in 24 pro dimidiis etiam ;) & diſtentis circini cruribus ad intervallum A B , firmetur unum crus in ſingulis punctis prædictæ diviſionis, & altero deſcribantur arcus à Tropico ad Tropicum, qui arcus neceſſariò tranſibunt per puncta quæ ſex punctis à prioribus abſunt. Eâdem circini intercapedine ex punctis diviſionis prædictæ deſcribuntur etiā illi arcus horarii, qui non interſecant Tropicum ♑, imò nec Æquatorem, cujuſmodi ſunt arcus horæ 5 & 7 &c.

VI. Pro *Italico & Babylonico* horologio , deſcribatur ex F , ad intervallum E F , circulus O E P (qui ſi integrum circulum non complet , ut contingit in omni loco ubi altitudo poli ſupra horizontem minor eſt quàm grad. 45, ſumatur arcus GS arcui G E æqualis , & ex F deſcribatur arcus QSR) & ad illum uſque , (& uſque ad QSR) extendantur occultè lineæ horariæ aſtronomicæ jam antea deſcriptæ. Deinde eâdem circini aperturâ ut antea manente , unus pes in ſingulis punctis Æquatoris ſtatuatur, & alter pes in OEP (vel in RSQ , ſi non poteſt in OEP) deſcribanturque per puncta Æquatoris arcus horarum ob occaſu, & ab ortu , ut in figura patet.

VII. Pro *Antiquo* horologio , dividatur uterque Tropicus in 12 partes æquales , & per terna puncta (quorum unum eſt in Tropico ♋ , alterum in Tropico ♑, tertium in Æquatore) æqualiter à Meridiano A C remota , deſcribantur arcus à Tropico ad Tropicum.

VIII. E puncto E erigatur perpendiculariter ſtylus æqualis ſemidiametro hemiſphærii cōcavi; hujus enim apicis umbra monſtrabit horas. Vel extendantur duo fila à B in D, & ab A in C: umbra enim puncti interſectionis , correſpondēns apici ſtyli prædicti , ſi erectus eſſet , monſtrabit horas. Vel ſtylꝰ æqualis ſemidiametro hemiſphærii figa-

tur



Iconiſmus XVI ponatur reg
pag. 421.
405
407
409
IHS

tur ita in F, ut ejus punctum extremum occupet centrum hemiſpærij, hoc eſt, punctum interſectionis duorum prædictorum filorum, ſi extenderentur: umbra enim apicis monſtrabit horas ut antea.

IX Horologium collocetur ita, ut linea A C ſit in Meridiano loci, & A reſpiciat Meridiem, C Septentrionem, & planum horologij ſit Horizonti parallelum. Poterit itaque aut ſundo, aut pedi horologij acus magnetica indi.

Annotatio.

Alia concava non hemiſpharica quomodo deſcribantur, uti & aliarum quarumvis formarum, dicemus in Horographia Univerſali, interim delineari poſſunt ex pracedentibus per umbram ſtyli modo dicto ſupra par. 4. Propoſit. 1.

Propoſitio X.

Horologium Æquinoctiale Univerſale conficere.

Horologium æquinoctiale univerſale. Vide Iconiſ. XVI. Fig 406.

Non niſi Aſtronomica horologia fieri poſſunt Univerſalia, & omnibus cujuſcunque latitudinis locis ſervire, quare de ijs ſolum in ſequentibus agetur.

I. Ex materia ſolida ac polita quacunque fiant duo quadrata æqualia, A B C D, A E F G: & prioris lateribus biſariam ſectis in A, B, C, D, ducantur rectæ AC, BD, ſecantes ſe ad angulos rectos, & ex puncto interſectionis in utraque facie plani deſcribatur circulus, & in 24 æquales partes dividatur, initio facto à recta AC, numerique horarum adſcribantur ut vides in figura, eruntque horæ antemeridianæ ſeu poſt mediam noctem in ſemicirculo A B C, pomeridianæ verò in A D C,

II. Hæc duo quadrata ita inter ſe coaptentur fibulis N & O, ut prius A B C D poſſit circa alterum moveri elevarique ac deprimi ad quamcunque altitudinem Æquatoris, & in data apertura firmari ope quadrantis H I K in gradus 90 diviſi, & in H ita accommodati, ut cùm claudendum eſt horologium, inclinari poſſit, & poni ſuper planum A E F G.

III. Centrum circulorum in plano A B C D deſcriptorum perforetur, ut axis æneus cujuſcunque longitudinis per foramen immitti poſſit ad angulos rectos ipſi plano, & ad libitum eximi. Plano verò A E F G inſeratur acus magnetica, ut ipſius beneficio horologium in plano horizonti parallelo debitum acquirat ſitum, ita ut A ad Boream, F ad Auſtrum vergat, acûſque magneticæ linea meridiana correcta congruat rectæ A F.

IV. Uſus horologii hic eſt. Planum A B C D elevatum prout Æquatoris elevatio requirit, firmetur in quadrante H I K, & horologio detur ſitus antea dictus. Tunc enim axis per centrum tranſiens, & infrà ſupràque eminens, indicabit umbrâ ſuâ horas aſtronomicas; in exteriori quidem facie A B C D, Sole exiſtente in ſignis Borealibus; in interiori verò, eodem exiſtente in Auſtralibus ſignis.

Annotatio I.

Si exſcindatur pars intra circulum, relictâ tantùm portione L M, ut centrum cum axe ſuſtineat, monſtrabit umbra axis horas in facie externa quovis anni tempore. Si imponatur alius circulus mobilis intra priorem, diviſus in 24 partes aquales, ponaturque quovis die hora meridiei in horologio Italico, aut Babylonico, ſupra punctum A; indicabit ejuſdem axis umbra hoc poſteriori circulo horas Italicas, & Babylonicas.

Annotatio II.

V. de Iconiſ. XVI. Fig 407.

Loco quadrantis H I K, confici poteſt in latere H O ſcala latitudinum regionum hoc modo. Fiat ſemicirculus, cujus ſemidiameter A B, diametro ad angulos rectos inſiſtens, ſit aqualis uni lateri quadratorum pradictorum; eoque diviſo in 180 gradus, bini quilibet gradus à puncto B aqualiter remoti jungantur lineis rectis: ſecabitur recta A B in 90 partes inaquales, pro 90 gradibus altitudinum poli, quorum numerus ab A incipit. Si igitur ha partes ex A B transferantur in latus H O, facto initio ab O verſus H, & prope punctum D annectatur ſtylus volubilis aqualis ſemilateri D O, parata erit ſcala latitudinū regionum. Si enim extremum punctum illius ſtyli ſtatuatur in eo numero graduum pradicta ſcala, qui altitudinem poli (poli dico, non aquatoris) indicat; elevatum erit quadratum A B C D ſecundùm altitudinem aquatoris requiſitam, ac proinde aquatorem referet ut antea.

Propoſitio XI.

Crucem horologam univerſalem facere.

Crux horologa univerſalis Vide Iconiſ. XVI. Fig. 408.

I. Ex materia ſolida fac crucem planam A B C D, cujus brachia B, C, D, ſint inter ſe æqualia: & aliam ſolidam competentis ſpiſſitudinis A E F G, priori omnino æqualem, ipſique ita fibulis ad A connexã, ut liberè poſſit erigi ac deprimi.

II. In lateribus crucis A E F G, ſeu in ejus ſpiſſitudine, fiant horologia Meridiana & Polaria, vel ad longitudinem ſtyli uni brachiorū æqualis juxta praxes ſuprà part. 2.3. & 5. traditas, vel ſic. In quadrata charta ſolida, vel lamina quacunque ſubtili, cujus unum quodque latus æquale ſit uni brachiorum crucis, deſcribe quadrantem, eumque divide in ſex æquales partes, & ex centro per puncta diviſionum duc rectas productas quouſque licet. Hunc quadrantem applica ad unum quodque latus ſeu brachium crucis, ita ut centrū reſpōdeat apici brachiorum, prout in figura patet; & ubi lineæ horariæ quadrantis productæ contingunt latus brachiorum, imprime notas. Et has notas imprimes tam in ſuperiori, quàm inferiori & oppoſita facie crucis AEFG, nimirum tā in facie F 12, quàm L 5. &c. His factis, notas ſuperioris faciei conjunge rectis lineis cum notis correſpondentibus inferioris faciei, ita ut lineæ ſint ductæ ſecundùm ſpiſſitudinem crucis. Adſcribe deinde numeros ut figura monſtrat; eritq; in latere A F Meridianum Orientale, in oppoſito verò latere, Occidentale; in ſuperiori parte brachiorum E & H, Polare ſuperius, in oppoſita ſeu inferiori parte, Polare inferius.

III. Si in medio plani ſuperioris & inferioris crucis AEFG deſcribas circulos, & dividas in 24 partes æquales, numeroſque adſcribas ut fieri ſolet in horologiis æquinoctialibus, & in centro erigas utraque in facie ſtylum ad angulos rectos, habebis etiam horologium æquinoctiale, ſuperius & inferius.

IV. Cruci inferiori ABCD inde acum magneticum, ſuperiorem verò AEFG erige ad elevatio-

vationem æquatoris ejus regionis, in qua horas indagare vis, ita ut linea A C reſpondeat lineæ Meridianæ, pes A reſpiciat Borcam, C Auſtrum. Sic enim planum crucis ſuperioris A E F G erit parallelum plano æquatoris; & umbræ apicum brachiorum crucisprojectæ in eorundem brachiorum ſpiſſitudinem, monſtrabũt horas aſtronomicas, nunc in uno, nunc in altero crucis latere. Eodemque tempore monſtrabit toto die horas umbra ſtyli horologii æquinoctialis.

Annotatio.

CRux erigitur ad elevationem æquatoris vel ope quadrantis, vel ſcala latitudinum (de quibus in præced. Propoſit.) ſi ea deſcribatur in latere A C, inchoando ab A verſus C; & in medio lateris A L, ubi L, affigatur ſtylus volubilis, æqualis dimidio lateri A L. Si enim ſtyli hujus apex ponatur ſupra numerum altitudinis poli in ſcala latitudinum, habebis crux ſuperior ſuam debitam elevationem.

Propoſitio XII.

Nomen JESU horoſcopum intra ſtellam horologam univerſalem delineare.

Stella horologa cũ nomine IESV. Vide Iconiſ. XVI. Fig. 409.

I. EX ſolido ligno, aliâve materia, ſpiſſitudinem digiti habente, formetur ſtella, includens figuram nominis JESU ſimiliter ex ſolida materia ejuſdem ſpiſſitudinis effigiatam, prout Schema monſtrat. Deinde uni radiorum prædictæ ſtellæ, v.g. radio A B C, applicetur quadrãs de quo in præcedenti Propoſitione, ita ut centrum quadrantis congruat apici A, latus verò unum rectæ A E radium per medium dividenti, prout apparet in figura, & ubi rectæ è centro quadrantis ductæ contingunt radium proximũ D C L, imprimantur puncta. Idem fiat in altera oppoſita eorundem duorum radiorum facie. Tandem ex uno centro Y ſtellæ, per puncta notata, ducantur circuli in utraque ſuperficie ſtellatæ figuræ; qui ſingulos radios ſecabunt in punctis. Quæ ſi rectis lineis ſecundùm radiorum ſpiſſitudinem ductis conjungas, habebis lineas horarias in omnibus ſtellis deſcriptas. Numeros adſcribe ut vides in figura.

II. Ope ejuſdem quadrantis notabis puncta, & deſcribes lineas horarias in litteris nominis JESU, ſi eum applices ut dictum, & ut monſtrat figura.

III. Horologiũ deſcriptum erige ut duo præcedentia, ita ut apex A reſpiciat Auſtrum, & A E congruat Meridiano loci: in hoc enim ſitu umbræ radiorum & litterarum monſtrabunt eaſdem horas in varijs radiorum ac litterarum lateribus.

Annotatio.

HAc arte quibuſcunque aliis figuris, & litteris, horologia poſſunt inſcribi, & Virorum illuſtrium nomina decorari.

Propoſitio XIII.

Annulum horologum Univerſalem delineare.

Annulus horologus univerſalis.

I. FIat annulus ex quacunque materia, ſpiſſitudinis dimidii aut integri digiti, habens crenam, ſeu rimam, aut inciſuram, quæ totam ſpiſſitudinem perpendiculariter dividat.

II. Deſcribatur annulo æqualis circulus A E G F, in quo punctum A ſit locus crenæ.

Vide Iconiſ. XVI. Fig. 410.

III. Ducatur ad A tangens B A C, & deſcribatur ſemicirculus B D C, dividaturque in 12 æquales partes, & ex A per puncta diviſionum uſque ad circuli peripheriam ducantur rectæ lineæ, numerique horarũ adſcribantur ut figura monſtrat.

IV. Hæc puncta diviſionum transferantur in annulum, ex utraque parte, & nectantur lineis rectis ſpiſſitudini perpendicularibus; annulus elevetur juxta elevationem Æquatoris cujuſlibet regionis, ita ut linea horæ 12 reſpondeat lineæ meridianæ, & A reſpiciat Meridiem. Sol per crenam radians monſtrabit in umbroſa annuli interiori parte horas.

Propoſitio XVI.

Horologium univerſale horizontale, verticale, Æquinoctiale, & Polare deſcribere in eodem plano.

Horologium univerſale horizontale, verticale, æquinoctiale, polare, in eodem plano.

I. FAc laminam parallelogrammam rectangulam MN lubitæ longitudinis ac latitudinis, ductiſque perpendicularibus D O, P F, deſcribe ex A, intervallo AD, quadrantem diviſum in 90 gradus, perque eos ex A duc rectas lineas uſque ad latus DE, & numeros adſcribe ut vides, initio facto ab E.

Vide Iconiſ. XVII. Fig. 411.

II. In plano A B C D horologii futuri duc rectam A V B pro Meridiana, cujus portio AV non ſit brevior quàm DE laminæ; & per V duc aliam perpendicularem C D pro Æquinoctiali.

III. Rectæ V D applica latus D E laminæ, ita ut punctum D reſpondeat puncto V; & ad ſingulos quindenos gradus lateris D E imprima puncta lineæ V D, eaque transfer in V C, & habebis in Æquinoctiali puncta horaria pro horologio horizontali, & verticali. Numeros adſcribe ut vides.

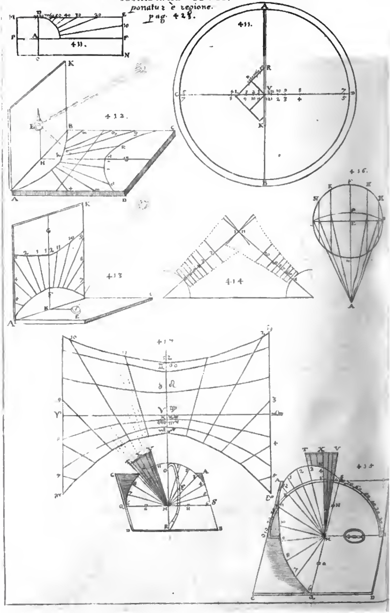
IV. In Meridiana AB fac crenam, ſive rimam, aut fiſſuram K A, tenuem ſecùndum craſſitiem laminæ; in cujus puncto V laminam in puncto ſuo A ita inſere, ut circa aciculam tranſverſim in V inſertam, veluti circa axem, pro libitu rotari poſſit intra crenam, non laxè tamen ac facilè, ſed arctè & cum reſiſtentia, ita ut datum ſitum retinere queat. Hiſce factis, erit præparatũ horologium.

V. Uſus pro Horizontali horologio hic eſt. Planum ABCD include capſæ, ut ſit inſtar capſæ operculi. Deinde beneficio acus magneticæ, aut aliâ ratione, diſpone capſam, ut A reſpiciat Meridiem, & A B congruat Meridiano loci. Demum laminam circa axem ſuum verſatilem, eò uſque intra crenam attolle aut deprime, donec recta V A abſcindat in regulæ ſeu laminæ latere DR gradum elevationis poli regionis tuæ, referatque eminens ſupra planum horologii portio laminæ axem mundi, nempe LDR. Sole igitur lucente, dicti axis mundi umbra reſecabit in Æquinoctiali horam quæſitam, idque in quavis regione, dummodò lamina ita attollatur aut deprimatur intra dictam crenam, ut angulus LRK ſit æqualis angulo elevationis poli illius regionis.

Uſus

Iconismus XVII.

ponatur è regione. pag. 428.



Uſus Horologii.

VI. Uſus pro *Verticali* horologio eſt hic. Laminam prædictam attolle aut deprime, ut latus LDR conſtituat cum crena angulum LRK æqualem angulo elevationis Æquatoris regionis tuæ; planum verò ita erige, ut reſpiciat directè Meridiem, & Meridiana AB exactè reſpondeat lineæ verticis, ſeu diametro Verticalis.

VII. Uſus pro *Æquinoctiali, & Polari.* Deprime laminam intra crenam, ut recta AF congruat crenæ AV, & AD conſtituat angulum rectum cum plano horologii. Eleva deinde planum juxta elevationem Æquatoris, aut poli, in quavis regione data; & umbra laminæ monſtrabit horas.

Monitio ad Lectorem.

INſuper alia horologia portatilia adduci poſſent, quæ brevitatis cauſa omitto. Qua ratione ex Globo Aſtronomico accuratè fabricato cognoſci queat hora in quavis regione, lucente Sole: dictum eſt lib. 9. Idem fieri poteſt Sphærâ armillari, ſi ad datam regionis latitudinem ſtatuatur, & Æquator in 24. partes æquales dividatur, per quas ex polo ad polum circuli ducantur: umbra enim axis monſtrabit horas in Æquatore. Plura dabimus in Horographia Univerſali.

PARS VII.

De Horologiis Reflexis.

Horologia reflexa.

LUx & umbra in deſcriptis hactenus horologiis monſtrat horas radiis directis; nunc dabimus nonnulla, in quibus eaſdem monſtrat reflexis. Pauciſſimis omnia abſolvemus, plura daturi in Horographia Univerſali. In his horæ oſtenduntur radiis è ſpeculo reflexis in planum, in quo deſcriptum eſt horologium. Plana poſſunt eſſe vel regularia, vel irregularia. Specula vel plana, vel non plana. Nos hic ſolùm utemur planis ſpeculis; & fere in planis regularibus tantùm horologia delineare docebimus. De aliis alibi agemus.

Hypotheſes pro horologiis reflexis.

Hypotheſes pro horologiis reflexis.

I. RAdius in ſpeculum incidens reflectitur aut in ſeipſum, ſi incidat perpendiculariter; aut ad partem oppoſitam, ſi obliquè incidat.

II. Angulus reflexionis ſemper eſt æqualis angulo incidentiæ: hoc eſt, angulus quem radius reflexus facit cum ſpeculo plano (quo ſolo utemur hoc loco) æqualis eſt angulo quem cum eodem facit radius incidens.

III. Punctum incidentiæ & reflexionis idem ſunt: hoc eſt, ab eodem puncto, in quod incidit radius, reflectitur.

IV. Punctum incidentiæ & reflexionis in horologiis reflexis illum occupat locum, quem apex ſtyli in directis. Itaque punctum prædictum cenſetur eſſe in centro Mundi; & planum horologii reflexi tantum diſtare cenſetur à Mundi centro; quantum à puncto incidentiæ & reflexionis.

V. Reflexus radius idem præſtat in deſignatione ac oſtenſione circulorum cœleſtium in planis, quod directus, aut loco ipſius umbra apicis ſtyli, in iiſdem; ſed inverſo ordine; nam quæ directus radius oſtendit ad dexteram, reflexus oſtendit ad ſiniſtram; quod ille ſuprà, hic infra, &c. & è contrario.

VI. Radius è ſpeculo horizonti parallelo reflecti poteſt in planum verticale, ſive primarium, ſive declinans, ſive meridianum orientale & occidentale. E ſpeculo verticaliter erecto reflecti poteſt in planum horizontale. E ſpeculo æquidiſtante Æquatori, & Axi Mundi, ægrè reflecti poteſt in planum aptum horologus reflexis.

Propoſitio I.

Horologium reflexum in plano regulari, quod horizonti parallelum ſit, delineare.

Horologium reflexum in plano horizontali. Vide Iconiſ. XVII. Fig. 412.

AStronomicum ſolùm dabimus. Eadem autem eſt ratio de Italico, Babylonico, & Antiquo; ſimiliter & de omnibus aliis quæ horologiis inſcribi ſolent.

In plano horizontali ABCD fiat horologium juxta regulas in præcedentibus traditas, itaque collocetur, ut linea meridiana FG ſit quidem ſub Meridiano loci, at punctum G non reſpiciat Boream, F Auſtrum, ut aliàs, ſed contrario modo G Auſtrum, F Boream. Deinde ex H loco ſtyli erigatur fulcrum ad altitudinem ſtyli dicti horologii, & in ſummitate ejus E applicetur particula ſpeculi plani in ſitu ad Verticalem primarium parallelo; & habebis horologium anacampticum ſeu reflexum horizontale. Nam radius in ſpeculum incidens reflectetur in planum horologii, ibidemque monſtrabit horas, modò horologium ſit obſcuratum.

Annotatio.

ITaque horologium reflexum horizontale nihil aliud eſt quàm directum inverſum: quod enim radii in directum ultra ſtyli apicem E procedentes monſtrarent vicariâ umbrâ in recto horologio retro planum AK, hoc monſtrant radii reflexi in inverſo ante planum AK. Unde ſi retro dictum planum AK conſtructum eſſet rectum horologium ad altitudinem HE, ablato plano AK, eadem ſpeculi particula E monſtraret umbra ſua in directo, & reflexo radio in inverſo, eaſdem horas eodem tempore, dummodò hoc ſufficienter inumbratum foret vel interpoſita manu, aut umbraculo, vel alia ratione.

Propoſitio II.

Horologium reflexum in plano regulari, quod Verticali primario parallelum ſit, delineare.

Horologium reflexum in plano verticali. Vide Iconiſ. XVII. Fig. 413.

INplano Verticali AK fiat horologium Verticale juxta regulas traditas in præcedentibus, inverſum tamen, ita ut G punctum ſurſum, F deorſum vergat, ſecus ac in rectis horologiis fit. Deinde in E, loco verticis ſtyli HE, colloca particulam ſpeculi plani horizonti parallelam, & habebis horologium anacampticum paratum. Nam radius in E incidens idem præſtabit in inverſo horologio,

quod

quod præſtaret in recto infra planum AC verticaliter erecto, ſi ultra E in directum procederet per vicariam umbram apicis E, ſtyli H E.

Itaque & hic verticale reflexum nihil aliud eſt quàm directum inverſum. Unde & hic eadem particula ſpeculi E oſtenderet umbrâ ſuâ in directo, & luce reflexa in inverſo, eaſdem horas eodem tempore, ſi modo reflexum eſſet ſufficienter obumbratum, ut radius reflexus in eo appareret.

Annotatio.

HÆc horologia delineari ſolent in muro interiori alicujus conclavis quod obſcurari poteſt, & ſupra limen feneſtra collocatur fragmentum ſpeculi E, clauſiſque feneſtrâ relinquuntur foramen ſufficiens ad radium reflexum intra conclave admittendũ,

Propoſitio III.

Horologium reflexum in plano regulari, quod Meridiano circulo æquidiſtet, delineare.

Horologiũ reflexum in plano Meridiano. *UT directum, ita & reflexum horologium Meridianum duplex eſſe poteſt, Orientale, & Occidentale.*

Fiat itaque horologium Meridianum, juxta regulas in ſuperioribus traditas in planis Ortum & Occaſum præciſè reſpicientibus, ſitu tamen directis prorſus contrario, ut in figura apparet. (*Vide Iconiſ. XVII. Fig. 414.*) Deinde ſupra axem Mundi ante planum ritè collocati ponatur particula ſpeculi plani, quæ tantum à plano horologii diſtet, quantum apex ſtyli ab eodem diſtare debet, & occupet præciſè locum apicis ſtyli; & habebis horologium anacampticum Meridianum paratum.

Annotatio.

EX dictis patet, quomodo ſimiliter ſint coſtruenda horologia anacamptica Polaria, & Æquinoctialia, tam ſuperiora, quam inferiora; quæ tamen fruſtra delinearentur, quoniam lux è ſpeculo ritè collocato ægrè in plana ejuſmodi horologiorum reflectitur.

Propoſitio IV.

Inſtrumentum anacampticum facere ad horologia reflexa in quovis plano delineanda.

Inſtrumentum pro horologiis reflexis delineandis. *REflexa horologia faciliùs delineantur organicè, quàm geometricè, in planis præſertim declinantibus, & irregularibus ſeu variè mixtis Organicam delineationem operoſiſſimis Inſtrumentis. perficere docet* Magnanus *in ſua Perſpectiva horaria: ego cum* Kirchero *idem perficio hoc ſimpliciſſimo organo.*

I. Fiat è quavis materia ſolida ac polita quadratum A B C D, & duabus rectis OR, SQ, per medium ad rectos angulos ductis diſcriminetur; quarum O R Meridianam lineam referat. (*Vide Iconiſ. XVII. Fig. 415.*)

II. Fiat ex ære (aut ligno polito) limbus ſemicircularis O F R, diviſus exactè in 180 gradus; & ſuper lineam meridianam O R erigatur perpendiculariter, atque ita in O & R cochleolis firmetur, ut moveri loco non poſſit.

III. Fiat ex ſimili materia ſemicirculus Q A S M, dividaturque exactè in 12 æquales partes, ductis lineis ex centro M ad diviſionum puncta, & numeris horarum adſcriptis ut vides in figura. Poſſunt & diviſiones pro ſemihoris, & horarum quadrantibus fieri. Hic ſemicirculus habeat in linea A M horæ 12 crenam, cui inſeratur limbus O F R: & ſupra lineam QS quadrati ita vertebris G & H, affigatur, ut veluti janua in cardinibus verti, & ad quemlibet gradum prædicti ſemicircularis limbi O F R promoveri queat. Habeat præterea in Q & S trochleolas, quibus in dato ſitu firmari poſſit.

IV. Fiat radioſus Zodiacus ex eadem aut ſimili materia, ſic. Centro A, intervallo A P majori quàm eſt ſemidiameter M A ſemicirculi Q A S, deſcribatur arcus C P D, & ex P in D & C transferatur maxima Solis declinatio in Cancri & Capricorni initio exiſtentis, & ducatur recta C E D. (*Vide Iconiſ. XVII. Fig. 416.*) Deinde centro E, intervallo E C fiat circulus C F D G, & dividatur in partes æquales 12 (aut 24, aut 48) in punctis N, K, F, H, &c. & quælibet duo puncta æqualiter remota ab F G conjungantur lineis rectis; quæ ſecabunt rectam C E D in punctis; ad quæ ſi ex centro A rectæ ducantur, habebis Zodiacum radioſum, cujus extremi radii A C, A D, ſunt Cancri & Capricorni; medius A P, Arietis & Libræ; reliqui reliquorum ſignorum.

V. Hunc Zodiacum radioſum ita applicabis ſemicirculo Q A S. Lineam mediam A P, ad craſſitiem dicti ſemicirculi excava, ipſumque Zodiacum eidem ſemicirculo Q A S ita coapta, atque coarcta, ut angulos rectos cum ipſo conſtituat, ut figura 415 monſtrat, & ad omnes horarias lineas in ipſo ductas applicari poſſit. (*Vide Iconiſ. XVII. Fig. 415. & 416.*) Debet autem circa M & N habere cochleolas, ut ſupra quamlibet lineam horariam poſſit firmari.

VI. Supra lineam meridianam O M R, ſemicirculi O F R, acus magnetica, ciſtulæ incluſa, eâ ratione ponatur, ut linea meridiana correcta juxta magnetis declinationẽ ciſtulæ fũdo inſcripta, exactè congruat lineæ O M R; & habebis inſtrumentum præparatum. Hujus inſtrumenti quadratum A B C D horizonti parallelum, ac juxta quatuor Mundi plagas ope magneticæ acus directum, refert planum horizontale; aliis verò planis ſi parallelum conſtituatur, refert illud planum, cui ſpeculum æquidiſtat. Semicirculi ſolidi limbus O F R refert ſemper Meridianum immobilem regionis tuæ, per polos Mundi & loci verticem tranſeuntem. Semicirculus ſolidus Q A S, ſupra Meridianum O F R motus firmatuſque oſtendit Æquinoctialis reflexi ſeu inverſi depreſſionem, aut elevationem. Zodiacus radioſus M T V ſupra Æquinoctialem prædictum Q A S motus, atque firmatus, refert Circulum horarium mobilem, unà cum projectura radiorum ſolarium per ſingulas horas, Sole in ſignorum initiis conſtituto. Centrum M refert centrum Mundi, & conſequenter apicem ſtyli horologii reflexi, vel punctum reflexionis.

Propoſitio V.

Horologium aſtronomicum reflexum verticale in quocunque muro, Verticali alicui parallelo, delineare.

I. E Regione muri interioris, alicujus cubiculi aut conclavis, elige feneſtrã, in cujus limine (*Horologium reflexum verticale.*)

hori-

Vide Iconiſ. XVII. Fig. 417. horizonti parallelo collocatum ſpeculi plani fragmentum radios Solis reflectat in dictum murum. In dicto limine colloca instrumentum anacampticum, juxta quatuor Mundi plagas rectificatum, ita ut linea OMR inſtrumenti congruat lineæ Meridianæ regionis tuæ, & centrum M reſpondeat loco in quo collocandum eſt ſpeculi centrum. Firma inſtrumentum, nè loco dimoveri poſſit inter operandum.

II. Semicirculum ſolidum QAS promove ac firma ſopra gradum elevationis Æquatoris in regione tua, inventum in limbo ſolido OFR, ita tamen, ut ſolidus ſemicirculus (qui æquatorem reflexum refert) ſitum habeat æquatori cœleſti contrarium, hoc eſt, ut angulus elevationis dicti ſemicirculi reſpiciat Septentrionem, non Auſtrum.

III. Zodiacum radioſum MTV promove ac firma ſupra ſingulas lineas horarias ſemicirculi ſolidi QAS, v.g. ſupra lineam horæ 12.^{mæ}, & affixo filo ſubtili centro M, extende filum uſque ad murum, ita ut radat primo MV, deinde MX, demum, ex altera parte MT, & ubi ſingulis vicibus murum contingit, nota punctum, ac deinde per tria puncta inventa duc lineam, & habebis lineam in muro. Promove deinde radioſum Zodiacum MTV ſupra lineam horæ 1, 2, 3, &c. & operare eodem modo, & habebis horologium anacampticum in muro delineatum.

VI. Si omnia puncta à filo ſupra M V extento uſque ad murum notata conjunxeris linea curva, habebis unum Tropicum: Si verò omnia puncta à filo ſupra MT extento notata conjunxeris, habebis alterum Tropicum. Si filum extendas ſupra reliquos parallelos in Zodiaco radioſo notatos, & in muro puncta notaveris, eaque lineis curvis conjunxeris, habebis reliquos Zodiaci parallelos in muro deſcriptos.

V. Sublato inſtrumento anacamptico, colloca in ejus locum ſpeculi plani fragmentum, ita ut centrum ſpeculi reſpondeat puncto in quo fuit centrum M dicti inſtrumenti: quod fiet, ſi delineato jam horologio ſpeculum dicto loco applicatum ita colloces, ut radius ex eo reflexus oſtendat eaſdem horas & eundem gradum Zodiaci in muro delineati, quem umbræ extremitas alicujus horologii directi exactè delineati eodem tempore monſtrat. Quo facto, firma ſpeculum glutinoſa aliqua materia, nè loco moveri queat.

Propoſitio VI.

Omnis generis horologia reflexa in quibuſcunque planis delineare ex horologio verticali inverſo.

OPerare modo dicto ſuprà Par. 4. Propoſit. 5. hoc ſolum excepto, ut horologium intra tigilla incluſum ſit inverſum, & ſpeculum collocetur horizonti parallelum eo in loco, ubi inter operandum fuit punctum I.

Annotatio.

Horologia reflexa omnis generis in quibuslibet planis. *HAc arte & Zodiacus, & arcus longitudinum dierum, & quidquid denique in prototypo horologio delineatum fuerit, delineari in muro poterit, & reflexe radio monſtrari. Hæc inſinuaſſe ſufficiat.*

EPILOGUS.

PLurima alia tum de horologijs anaclaſticis ſeu refractis, tum de catoptricis, alijſque varijs, curioſis, prodigioſis, phantaſticis, ac ſimilibus in medium producere animus erat; ſed quoniam nec Operis præſentis exilitas nobis propoſita, nec ſumptus ingentes in tot figuris incidendis id permittunt, vel inviti abſtinemus, omniaque Horographia noſtra Univerſali reſervamus. Interim legi poteſt Emanuelis Magnani Dioptrice Horaria, quam tradit lib. 4. Perſpectiva Horaria, & P. Athanaſij Kircheri Ars Magna Lucis & Umbræ, præſertim liber octavus, & decimus.

LIBER XV.

DE

MECHANICA.

Proœmium.

Mechanica quid ſit.

MEchanica eſt ſcientia ſpeculativo-practica, quæ circa Machinarum conſtructionem, & per eas gravium motionem, verſatur, ac inſuper proportionem inter vires motrices ac pondera, uti & inter tempus in quo, & ſpatium per quod fit motus per Machinas, contemplatur. Itaque ſcopus Mechanicæ præcipuus eſt, machinas excogitare, quibus potentia ſeu vis motrix machinis applicata juvetur, ad pondera, quæ alioquin vires potentiæ longe ſuperant, movenda, motuumque machinalium adſignare cauſas, ac menſuras. De hac fusè egimus in Magia Univerſali Par. 3. lib 1 2. & 3. ubi de Magia Centrobaryca, Mechanica, & Thaumaturga. Ex his compendiosè ac methodice damus ſequentia, partim eodem ſtylo & ordine, partim diverſo. Plura dabimus in Mechanica Univerſali, quam DEO favente, conſcribere cogitamus. Interim qui volet, legat Magiam noſtram locis cit.

CAPUT I.

Definitiones Mechanicæ, ſive Terminorum in Mechanica uſitatorum explicatio.

Definitiones Mechanicæ.

I. GRave eſt, quod juxta naturalem communiſſimam legem, quam in tota rerum univerſitate ſervari perſpicimus, movetur naturaliter deorſum, vel nititur moveri deorſum.

Grave, & gravitas quid ſit.

II. Gravitas eſt innatum principium ſeu virtus corporis gravis, qua naturaliter movetur, aut nititur moveri, deorſum. *Gravitas alicujus rei vel definita ſeu nota eſt, vel indefinita.*

III. Gravitas definita ſeu nota eſt, quando notum eſt, quanta mole quantum ponderet corpus grave, aut quanto pondere quantam habeat magnitudinem in aliqua menſura cognita. *Talis eſt gravitas ſex v. g. librarum.*

Momentū corporis gravis.

IV. Momentum corporis gravis, eſt propenſio ejus ad motum deorſum, orta non tam à gravitate ipſius corporis, quàm à diſpoſitione & ſitu partium ipſius. *Sic pondus exiguum ſuſpenſum è brachio ſtateræ, eò majus habet momentum, quo magis a centro ſeu hypomochlio removetur, ut infra videbimus.*

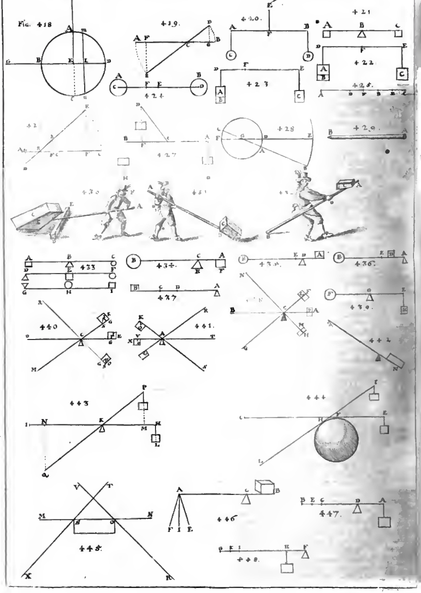
Centrum gravitatis.

V. Centrum gravitatis corporis gravis eſt punctum intra illud, extravè poſitum, circa quod undique partes æqualium gravitatum ac momentorum conſiſtunt. *Itaque ſi plano per tale centrum tranſeunte ſecetur quomodocunque corpus grave, ſemper in duas æquiponderantes ſecabitur; hæ enim ſunt æqualium gravitatum, aut momentorum. Dixi,* intra, extrave poſitum, *quia in ſphæra, cubo, aliiſq; ſolidis corporib. partes ſuas omnes unitas habentibus, punctum illud eſt intra illa corpora poſitum, in annulo verò, ſemianulo, ſphæra aut ſemiſphæra concava aliiſque ſimilibus corporibus non omnes ſuas partes unitas habentibus, eſt extrà poſitum. Poteſt etiā ſic definiri.* Centrū gravitatis eſt punctū illud intra vel extra corpus grave poſitū, ex quo ſi vel re, vel cogitatione ſuſpendatur, quocunq; feratur, ſemper eun-

Digitized by Google

Iconiſmus XVIII.

ponatur è regione pag. 427.



Iconiſm. XVIII. Fig. 418. eundem retinet ſitum. *Vt ſi corporis ABCD, centrum gravitatis ſit punctum E, & ex illo puncto ſuſpendatur, aut ſuſpenſum cogitetur, lineâ EF, retinebit eundem ſitum, quocunq; tuleris, quia pars ABC eſt æqualis ponderis cum parte ADC, ut ſupponitur, ideoque non eſt major ratio cur una potiùs quàm altera præponderet, & ſitum mutet. Quod ſi alium ſitum dederis dicto corpori, & converſum ſuſpenderis ex eodem puncto E, lineâ EG, eundem iterum retinebit, quocunq; feratur, neque in ipſa latione circumvertetur mutando ſitum, eò quòd & pars BAD æqualis ſit ponderis cum parte BCD.*

Perpendiculum motus. Iconiſm. XVIII. Fig. 419. VI. Perpendiculum motus eſt recta linea, horizonti perpendicularis, cujus quantitate pondus aſcendere vel deſcendere dicitur. *Sit libra AB horizonti parallela, ſuſpenſa è centro C, cujus extremum A deſcendat in E, & extremum B aſcendat in D, & à punctis D & E, ad rectam AB, ducantur perpendiculares EF, DG. Hæ erunt perpendicula motus dictorum extremorum libræ, quia tantum aſcendere unum, deſcendere alterum, dicitur, quanta ſunt dicta perpendiculares.*

Iugum, anſa &c. VII. Recta linea, è cujus extremitatibus duo pondera dependent, jugum appellatur: Ligaculum, aliudvè ſimile, quo jugum tenetur ſuſpenſum, anſa: Punctum è quo ſuſpenſum tenetur, punctum ſuſpenſionis: Jugi à puncto ſuſpenſionis diviſi partes, radij, brachia, diſtantiæ. *In appoſita figura, linea AB eſt jugum, EF anſa, F punctum ſuſpenſionis, AF, & BF ſunt radij, brachia, diſtantiæ.* (Iconiſ. XVIII. Fig. 420.)

Æquiponderantia pondera. VIII. Pondera æquiponderantia ſunt, quæ æqualis ſunt ponderis, *ut 100 libræ plumbi, & 100 libræ lanæ.*

Æquilibria pondera. IX. Pondera æquilibria ſunt, quæ ſuſpenſa è jugo faciunt æquilibrium, *hoc eſt, ita ſe mutuò ſuſtinent ut unum non deprimat magis jugum, quàm alterum, ſed conſtituant illud horizonti parallelum, ſive pondera ſint æqualia, ſive non. Paſſim tamen pondera etiam æquilibria vocantur æquiponderantia, & viciſſim. Æquilibria tamen meliùs dicentur, ſitu æquilibria.*

Linea directionis. X. Linea directionis eſt linea recta, ducta è centro gravitatis corporis gravis ad centrum gravium, *ſive hoc ſit centrum Terræ & Vniverſi, ſive Terræ tantùm reſpectu ſublunarium: habere enim & ſuperlunaria corpora gravitatis ſuæ centrum, intra illepoſitum, nullum mihi dubium eſt. Hæc toties ſimplex eſt, quoties ſimplex eſt corpus grave extra centrum gravium. Dici ſolet* gravitatis diameter, *quia cùm tranſeat per centrum gravitatis corporis gravis divi dit ipſum in duas partes æquiponderantes. Eſt ſemper horizonti perpendicularis, quia protracta tranſit per verticem gravis, ut grave eſt, & pertingit uſq; ad Zenith ejuſdem, ac proinde ſemidiameter eſt horizontis ex dicto Zenith velut ex polo deſcripti. Alij vocant diametrum gravitatis pendulam, quòd grave liberè pendens, ab illa ſuſpenſum intelligatur.* Poteſt linea directionis etiam ſic definiri. *Linea directionis eſt linea recta per centrum gravitatis corporis ducta, & in ee rectos angulos cum linea horizontali conſtituens.*

Linea horizontalis. XI. Linea horizontalis eſt linea Horizonti mundano parallela, per centrum gravitatis ducta. *Itaque omne jugum appellari poteſt linea horizontalis, at non è contrario.*

Hypomochlium. Iconiſ. XVIII. Fig. 421. XII. Fulcimentum ſeu fulcrum (græcè Hypomochlium) eſt, cui linea horizontalis, & jugum incumbit. *Talis eſt B reſpectu jugi AC. Differt itaque ab anſa.*

XIII. Æquales motus dicuntur, qui æquali tempore æqualia ſpatia conficiunt. *Æquales motus.*

XIV. Potentiæ motrices inter ſe æquales dicuntur, quæ æqualibus mobilibus movendis æquè ſufficiunt, *cæteris paribus.* *Æquales potentiæ motrices.*

XV. Potentia mobili æqualis dicitur, quæ ſufficit ad illud movendum, vel præter Naturam in quiete retinendum. *Potentia æqualis mobili.*

CAPUT II.

Axiomata Mechanica, ſeu communes Notiones.

I. QUæ eidem gravi æquiponderant, inter ſe æquiponderant. *Vel, Quæ eidem ſunt æquè gravia, inter ſe ſunt æquè gravia.* *Axiomata mechanica.*

II. Si ab æquiponderantibus æquiponderantia auferuntur, reliqua æquiponderabunt. *Vel, Si ab æquè gravibus æquè gravia auferantur, reliqua ſunt æquè gravia.*

III. Si æquiponderantibus æquiponderantia adijciantur, tota ſimul æquiponderant. *Vel, Si æquè gravibus æquè gravia adijciantur, tota ſimul ſiunt æquè gravia.*

IV. Ponderum æquiponderantium centrum gravitatis eſt in anſa, aut fulcimento. *Vt ſi C & D in figura Definit. 7. æquiponderant ſuſpenſa è jugo AB; erit centrum gravitatis utriuſque ſimul ſumpti in anſa EF. Item ſi A & C in fig. Definit. 12. æquiponderant, erit centrum gravitatis in B.* Iconiſ. XVIII. Fig. 420.

V. Ab eadem potentia faciliùs producitur in eodem mobili minor motus, quàm major; *quia minore niſu agere debet.*

VI. Quò majori tempore idem aut æquale ſpatium percurritur, eò minor eſt motus, id eſt, tardior: quò verò minori, eò major, id eſt, velocior. *Patet ex definitione motus tardi & velocis, de qua in Phyſica.*

VII. Quò minus ſpacium decurritur eodem aut æquali tempore, eò minor ſeu tardior eſt motus: quò verò majus eò major ſeu velocior.

Pleraque Poſtulata quæ ſequuntur, alij loco Axiomatum habent; nos maluimus inter Hypotheſes numerare.

CAPVT III.

Poſtulata ſeu Hypotheſes Mechanicæ.

I. GRavia æqualia ex æqualibus diſtantiis æquiponderant, *ſeu in æquilibrio manent; quia nulla eſt ratio cur unum potiùs præponderet, quàm alterum. Et ratio eſt quia tunc centrum gravitatis totius compoſiti ex duobus gravibus jugo connexis, non eſt in loco ſuſpenſionis, aut in fulcro.* Gravia ergo inæqualia, ex æqualibus diſtantijs non æquiponderant.

II. Gravia æqualia ex inæqualibus diſtantijs non æquiponderant, ſed præponderat id quod ex majori diſtantia pendet. *Ratio eſt, quia tunc centrum gravitatis totius compoſiti ex duobus gravibus*

jugo connexis, non eſt in linea ſuſpenſionis, aut in fulcimento, ideoque grave ex majori diſtantia ſuſpenſum moveri debet deorſum, donec in eadem recta linea ſit & centrum gravitatis, & punctum ſuſpenſionis, ut docuimus Parte 3. Magiæ lib. 1. Syntagm. 1. c. 4. Propoſit. 2. in Corollario.

III. Gravibus ex aliquibus diſtantijs æquiponderantibus, ſi alteri aliquid adjiciatur, non æquiponderant ampliùs, ſed illud cui adjectum fuerit aliquid, fertur deorſum. *Ratio eſt, quia antea quando æquiponderabant, centrum gravitatis totius compoſiti, & punctum ſuſpenſionis, aut ſuſtentationis, erant in eadem recta linea, nempe in linea directionis; quando verò adjicitur aliquid uni, centrum gravitatis mutatur, & retrahitur verſus id cui adjectum eſt aliquid, ac proinde hoc moveri debet deorſum donec centrum gravitatis totius ſit iterum in linea ſuſpenſionis, aut ſuſtentationis.*

IV. Gravibus ex æqualibus diſtantijs æquiponderantibus, ſi ab altero auferatur aliquid, non ampliùs æquiponderant, ſed illud cui nihil ablatum fuit, præponderat, & deorſum fertur. *Ratio eſt ſimilis præcedenti.*

V. Si gravia ex æqualibus diſtantijs æquiponderant, etiam ipſis æqualia ex iiſdem diſtantijs æquiponderant. *Intelligo, ſi gravia ſunt æqualia æqualibus gravibus, ſingula ſingulis. Ratio eſt quia eadem æquiponderandi ratio in poſterioribus reperitur, quæ in prioribus, tum ratione gravitatis utrorumque gravium, tum ratione diſtantiarum à puncto ſuſpenſionis, aut ſuſtentationis. Imò, ſi gravia ex æqualibus diſtantijs æquiponderant, etiam ipſis proportione æqualia ex iiſdem diſtantijs æquiponderant.*

VI. Unius corporis gravis unum eſt centrum gravitatis: *nam circa unum tantùm punctum poſſunt eſſe omnes partes æqualis gravitatis.*

VII. Corpus grave è centro gravitatis ſuſpenſum, manet in æquilibrio, quemcunque ei ſitum dederis: *quia cùm circa illud centrum omnes partes æquiponderent, non eſt ratio cur ex una parte deſcendant, ex altera aſcendant.*

VIII. Centrum gravium ſublunarium, eſt centrum Univerſi, & centrum gravitatis Terraquei globi, ſaltem ad ſenſum. *Probavimus Parte 3. Magiæ lib. 1. Syntagm. 1. cap. 2. Propoſit. 10. & 12. in Corollario.*

IX. Gravia deſcendunt verſus Mundi centrum, ſi libera ſunt, per lineas rectas horizonti parallelas; & quidem ita, ut centrum gravitatis nunquam deviet à linea directionis, *niſi impulſu impreſſo detorqueantur, ut fit in quibuſdam mixtis ignitis, aut aëreis. Ratio eſt quia Natura ſemper operatur per lineas breviſſimas. Vide quæ diximus lo. cit. cap. 3. Propoſit. 3. & 5.*

X. Nullum grave poteſt ſtare, aut quieſcere, niſi linea directionis tranſeat per locum cui innititur, aut ex quo ſuſpenditur. *Probavimus lo. cit. cap. 4. Propoſit. 1. 2. 3. 4.* ubi demonſtravimus ſequentes Propoſitiones. *Prima.* Grave in ejus centro gravitatis à recta linea rigida, & circa alterum extremum convertibili ſuſtentatum, aut ſuſpenſum, tunc ſolùm quieſcit, quando eadem linea horizonti eſt perpendicularis. *Secunda.* Grave filo aut fune ſuſpenſum, non quieſcit, niſi cùm fuerit in recta linea ab appenſionis puncto, per centrum gravitatis illius gravis, ad centrum Mundi ducta. *Tertia.* Grave ſuſtentatum à plano in puncto, tunc quieſcit, quando linea à centro Mundi per punctum ſuſtentationis tranſiens, tranſit etiam per centrum gravitatis; cadit verò, ſi tranſit extra centrum gravitatis. *Quarta.* Gravia quæ quantitati inſiſtunt, tunc ſtant, cùm linea directionis tranſit per quantitatem cui inſiſtunt; cadunt verò, ſi extra eam quantitatem tranſit.

XI. Si medium in quo grave ſuſpenditur, eſt æqualis ubique reſiſtentiæ, ſemper grave æquiponderabit, ſive à centro ſuæ gravitatis, ſive à punctis ſuperioribus aut inferioribus lineæ directionis ſuſpendatur. *Patet experientiâ.*

XII. Quæ à ſuperioribus lineæ directionis punctis detinentur, ad priſtinũ ſtatum redeunt, cùm ex eo educuntur. *Ratio eſt, quia tunc vel totum grave, vel major ejus pars, eſt extra lineam à centro Mundi ad punctum ſuſpenſionis ductum.*

XIII. Quæ ab inferioribus lineæ directionis punctis detinentur, recedunt à priſtino ſtatu, ſi ex eo extrahuntur. *Ratio eſt eadem.*

XIV. Quando potentia Machinæ applicata movet pondus, ſimul movetur & ipſa. *Patebit infrà in ſingulis Machinis.* Eodem modo ſi Machinæ applicentur duo pondera, & unum ſuperet ac moveat alterum; utrumque ſimul movetur.

XV. Quodlibet grave gravitat præcipuè ſupra gravitatis ſuæ centrum, in eoque centro velut in propria ſede colligunt in unum omnis impetus, omnis gravitatio, & omne momentum. *Ratio eſt, quia omnia circa ipſum ſunt hinc & inde æqualis gravitatis.*

XVI. Perpendicula ejuſdem libræ, vectis, aliarumque ſimilium machinarum, parallela æſtimantur. *Licet enim in rei veritate talia non ſint, quoniam in centro Univerſi convenirent prolongata, in Terra tamen ſuperficie, quia non multùm inter ſe diſtant, parallela æſtimari poſſunt.*

XVII. E Linea Mathematica pondus quodvis ſuſpendi poſſe, ut non frangatur. *Poſtulamus hoc nobis concedi propter demonſtrationes capitis ſequentis, & alia in ſubſequentibus dicenda, quia ſæpe cogitare debemus pondera eſſe ſuſpenſa è linea quæ per ſe nihil ponderet.*

CAPUT IV.

Propoſitiones fundamentales Mechanicæ, pluribus ponderum, potentiarum, & inſtrumentorum motibus accommodabiles.

PAuculas ex multis afferemus, deſumptas præcipuè ex Archimede lib. 1. de Æquiponderant. eaſque breviſſime demonſtrabimus ex præmiſſis principiis. Eaſdem attulimus ac demonſtravimus Par. 3. Magiæ lib. 2. Syntagm. 1. cap. 4. Porrò tametſi ſequentes Propoſitiones de libra vel ſtatera, ac vecte ſolùm loqui videntur, poſſunt tamen ac debent ad alias etiam machinas accommodari, ſi quæ de magnitudine corporum gravium dicuntur, illa in genere de viribus motricibus intelligantur, & quæ de diſtantia à centro gravitatis afferuntur, a de omni quantitate facilitatem vel difficultatem motus potentiamque movendi menſurante accipiantur, ſive ſint in libra, ſive in alio motus inſtrumento. *Mechanica propoſitiones fundamentales.*

Auuo

Annotatio.

IN ſequentibus Propoſitionibus ſuppono, lineam ex qua gravia ſuſpenſa ſunt, eſſe ſine pondere, juxta XVII. Poſtulatum.

Propoſitio I.

Gravia quæ ex æqualibus diſtantiis æquiponderant, æqualia ſunt.

Gravia ex æqualibus diſtantiis æquiponderantia, ſunt æqualia. Iconiſm. XVIII. Fig. 422.

SInt gravia AB, & C, quæ ex æqualibus diſtantiis DF, EF, æquiponderent: dico, ea eſſe æqualia ingravitate. Si enim non ſint æqualia, ſit AB gravius quàm C, & B ſit exceſſus quo AB ſuperat ipſum C. Ablato itaque exceſſu B, erunt reliqua gravia, A & C, æqualia, ex hypotheſi; ac proinde ex æqualibus diſtantiis DF, EF, æquiponderabunt, *per 1. Poſtulatum*; quod tamen eſt *contra IV. Poſtulatum*: nam AB & C æquiponderare ponebantur ex æqualibus diſtantiis, ideoque ablato B ab AB, non ampliùs æquiponderant.

Propoſitio II.

Inæqualia gravia ex æqualibus diſtantiis non æquiponderant, ſed quod majus eſt, præponderant.

Gravia æqualia ex æqualibus diſtantiis non æquiponderant. Iconiſm. XVIII. Fig. 422.

SInt in præced. fig. gravia inæqualia AB, & C, in diſtantiis æqualibus DF, EF; ſitque AB graviùs quàm C: dico, ea non æquiponderare, ſed AB præponderare, & ferri deorſum. Sit enim B exceſſus quo AB ſuperat C. Ablato itaque à majore AB exceſſu B, reliqua gravia A & C æqualia erunt, ac proinde ex æqualibus diſtantiis DF, EF, æquiponderabunt, *per Prop. 1. & 1. Poſtul.* Si itaque A & C æquiponderant ex dictis diſtantiis, adjecto B ad A, non æquiponderabunt ampliùs AB & C, ſed AB gravius præponderabit, & deorſum feretur, *per III. Poſtulatum.*

Propoſitio III.

Gravia ex diſtantiis inæqualibus æquiponderantia, inæqualia ſunt, & quod ex minori diſtantia pendet, gravius eſt altero quod pendet ex majori.

Gravia ex diſtantiis inæqualibus æquiponderantia, inæqualia ſunt. Iconiſm. XVIII. Fig. 423.

SInt gravia AB, & C, æquiponderantia ex diſtantiis inæqualibus, DF minore, EF majore: Dico, ea eſſe inæqualia, & AB gravius eſſe quàm C. Si enim æqualia eſſent, non æquiponderarent, ſed C ex majori diſtantia EF præponderaret, *per II. Poſtulatum.* Si deinde AB non eſſet gravius quàm C, vel eſſet æquale, vel minus: non æquale, quia non æquiponderaret alteri, ſed C præponderaret, ut jam probatum fuit; neque minus, quia ſi C majus eſſet, ac proinde multò magis præponderaret ipſi AB, contrà ac ſupponitur. Gravius ergo eſt AB, quàm C.

Propoſitio IV.

Si duo gravia æqualia conjungat linea recta, tranſiens per centrum gravitatis utriuſque; centrum gravitatis compoſiti ex utroque erit in media linea inter duo centra gravitatis interjecta.

Gravia æqualia quæ conjungit recta linea tranſiens per centra gravitatis, habent centrum gravitatis in medio lineæ. Iconiſm. XVIII. Fig. 424.

SInt duo æquè gravia, A & B, quorum centra gravitatis ſint C & D, conjungat hæc duo linea recta CD, tranſiens per utriuſque centrum gravitatis. Dico, centrum gravitatis compoſiti ex duobus gravibus, eſſe in medio puncto E lineæ CD. Quòd ſit in linea CD patet ex natura centri gravitatis explicata *cap. 1. Definit. V.* Quòd autem in medio ſit, ubi E, ſic demonſtro. Si non eſt in medio ubi E, ſit, ſi fieri poteſt, in F extra medium. Quoniam igitur punctum F eſt centrum gravitatis magnitudinis compoſitæ, ſuſpenſo puncto F, magnitudines C & D æquiponderabunt, *per Definit. V cap. 1.* ac proinde magnitudines C & D æquales æquiponderabunt ex diſtantiis inæqualibus CF, DF, *contra II. Poſtulatum.* Non eſt igitur F centrum gravitatis magnitudinum C & D; nec aliud ab E diverſum, propter eandem rationem. Ergo punctum E medium eſt centrum gravitatis.

Propoſitio V.

Si gravia inæqualia ex diſtantiis inæqualibus æquiponderant; erit ut gravius ad levius, ita reciprocè diſtantia levioris ad diſtantiam gravioris.

Iconiſ. XVIII. Fig. 425. Gravia inæqualia ex diſtantiis inæqualibus æquiponderantia ſunt reciprocè ut diſtantiæ.

DUo gravia inæqualia ſint duæ rectæ inæquales, AB, BC (fingamus lineas habere gravitatem, & quidem homogeneam ſecundùm omnes partes) ſive ſunt commenſurabiles, ſive incommenſurabiles. Dico, ſi ex diſtantiis inæqualibus æquiponderant, diſtantias eandem reciprocè ſeu permutatim proportionem habere, quam ipſæ lineæ habent. Connectantur enim in B puncto, ita ut ſibi in directum jaceant, & unam quaſi conſtituant ABC. Erit majoris AB centrum gravitatis in puncto medio D, minoris BC in puncto medio E, totius AC in puncto medio F (homogenearum enim partium & gravitatum eas ponimus) ac proinde ambæ ex F ſuſpenſæ æquiponderabunt, ſicut AB æquiponderat ex D, & BC ex E. Oſtendendum nunc, diſtantias EF, FD, ex quibus lineæ ex propriis centris ſuſpenduntur, eſſe reciprocè ſeu permutatim inter ſe in ea proportione, quâ CB ad BA. Quoniam enim DE, FC, æquales ſunt (quia utraque eſt medietas totius AC; FC quidem ex hypotheſi; DE verò, quia componitur ex medietatibus DB, BE totarum AB, BC) ideo ablatâ communi FE, manet DF æqualis ipſi EC, hoc eſt, ipſi BE; & additâ communi FB, fiunt DB, FE, æquales. Ergo ut DB ad BE, hoc eſt, ut AB, ad BC; ita EF ad FD, quod erat demonſtrandum.

***

Annotatio.

IDem demonſtrari poteſt de quibuſcunque gravibus, quia quibuſcunque in quacunque proportione quoad gravitatem datis, dari poſſunt lineæ eandem habeates proportionem, de quibus idem quod de lineis A B, B C, oſtenſum eſt, demonſtrari poteſt.

Propoſitio VI.

Gravia inæqualia ex diſtantiis inæqualibus æquiponderant, ſi diſtantiæ reciprocè ſunt ut pondera.

Gravia inæqualia ex diſtantiis inæqualibus æquiponderant, ſi diſtantiæ reciprocè ſunt ut pondera.

IDeſt, ſi diſtantia minoris ponderis ad diſtantiam majoris talem proportionem habet, qualem habet majus pondus ad minus. Sequitur ex præcedenti. Nam ſi in hoc caſu non haberetur æquilibrium, falſa eſſet præcedens Propoſitio.

Propoſitio VII.

Si duo gravia quæcunque ex duabus diſtantijs quibuſcunque æquiponderant; erunt reciprocè pondera ut diſtantiæ, & diſtantiæ reciprocè ut pondera.

NAm ſi tam pondera, quàm diſtantiæ, inæqualia ſunt, demonſtratum id eſt in duabus præcedentibus. Si autem tam pondera, quàm diſtantiæ, ſunt æqualia, id per ſe clarum eſt *per 1. Poſtulatum.* Gravia autem inæqualia ex æqualibus diſtantijs non æquiponderant, *per Corollarium 1. Poſtulati:* nec gravia æqualia ex inæqualibus diſtantijs, *per 11. Poſtulatum.*

Corollarium.

QVando inter pondera inæqualia, ex inæqualibus diſtantijs reciprocè ſuſpenſa (factâ ſcilicet ſuſpenſione majoris pōderis ex minori diſtantia, & minoris ponderis ex majori diſtantia) non eſt eadem proportio reciprocè ſeu permutatim ponderis ad pondus, quæ diſtantiæ ad diſtantiam; pondera non ſuſtinent ſe mutuò, nec æquilibrium cauſant, ſed ſequitur motus, unumque aſcendit, & alterum deſcendit. Et quidem quando major eſt proportio diſtantiæ longioris ad breviorem, quàm ponderis majoris ad minus; deſcendit minus pondus, & majus aſcendit: quando verò major eſt proportio ponderis majoris ad minus, quàm diſtantiæ longioris ad breviorem; deſcendit majus, & minus aſcendit.

Annotatio.

QVod diximus hactenus de pondere & pondere comparatis ad diſtantias, intelligi etiam debet de vi motiva ſeu potentia & pondere comparatis ad eaſdem diſtantias, ut ſuprà etiam initio hujus cap. monuimus. Idem etiam intelligi debet in ſequentibus.

Propoſitio VIII.

Gravium ex diſtantiis ſuſpenſorum motus circa idem centrum, ſunt ut diſtantiæ, quoad ſpatium, & velocitatem.

Gravium ex diſtantiis ſuſpenſorum motus eſt ut diſtantiæ. Iconism. XVIII. Fig. 426.

ESto linea A B C, diviſa in B in duas partes A B, C B, ſive æquales, ſive inæquales, horizonti parallela, cujus extremitatibus A & C appenſa ſint pondera, ſive æqualia inter ſe, ſive inæqualia. Concipiatur hæc linea cum ponderibus moveri circa punctum B, velut circa centrum motus, deſcendatque extremitas A cum ſuo pondere uſque in D, extremitas verò C cum ſuo pondere aſcendat uſque in E. Deſcribent ambæ extremitates, amboque pondera, arcus A D, C E, ex eodem centro B; qui arcus erunt ſpatia quæ motu ſuo percurrunt pondera, metienturque eorum velocitates. Dico nunc, ſpatium & velocitatem motus A D, ad ſpatium & velocitatem motus C E, eſſe ut diſtantiam A B ad diſtantiam C B. Nam anguli A B D, E B C, ſunt inter ſe æquales, *per 15. pri. Euclid.* utpote ad verticem; ergo arcus A D, & E C, ſimiles ſunt; qui proinde eandem inter ſe proportionem habent, quàm ſemidiametri A B, C B, a quibus deſcribuntur, *per ea quæ demonſtrat Pappus Alexandr. lib. 8. collect. Mathem. Propoſit. 22.* Ergo ut diſtantia A B ad diſtantiam C B, ita ſpatium A D motûs ad ſpatium C E motûs. Et quoniam eodem tempore utrumque mobile percurrit ſuum ſpatium, erit etiam velocitas per ſpatium A D, ad velocitatem per ſpatium C E, ut diſtantia A B, ad diſtantiam C B; quod erat demonſtrandum.

Corollarium I.

Gravium ex diſtantiis ſuſpenſorum motus eſt reciprocè ut ponderum. Iconism. XVIII. Fig. 426.

HInc colligitur I. eorundem gravium motus, quoad ſpatium & velocitatem, eſſe reciprocè inter ſe ut pondera, hoc eſt, arcum A D habere eandem proportionem ad arcum E C, quam habet pondus C ad pondus A. Nam arcus A D ad arcum E C, eſt ut diſtantia A B ad diſtantiam C B, ut oſtendimus: eſt autem A B ad C B ut pondus C ad pondus A, *per 5. hujus*; ergo idem arcus A D ad arcum E C, eſt ut pondus C ad pondus A, *per 11. Quinti.*

Corollarium II.

COlligitur II. Etiam perpendicula motuum eſſe inter ſe ut diſtantias, hoc eſt, perpendiculum G D, motus A D, ad perpendiculum F E motus C E, eſſe ut diſtantias eorundem perpendiculorum à puncto B. Nam anguli ad B ſunt æquales, *per 15. pri. Euclid* utpote ad verticem; & anguli ad G & F ſunt recti, utpote à perpendiculatibus cauſati; ergo & reliqui æquales ſunt, *per 32. pr. Euclid.* Ergo *per 4. Sexti Euclid.* ut B G ad G D, ita B F ad F E; & convertendo, ut G B ad B F, ita G D ad F E.

PORISMA.

SI ergo diſtantiæ ſunt æquales, & ſpatia, & velocitates, & perpendicula motuum æqualia ſunt; ſi inæquales diſtantiæ, & illa inæqualia ſunt.

Anno-

Annotatio.

Diſtantiarum, è quibus gravia ſuſpenduntur, æqualitas & inæqualitas ſumi debet à puncto ſuſtentationis uſq; ad perpendicula motus gravium ſuſpenſorum.

Gravium ſuſpenſorum diſtantia unde ſumantur.

Pro explicatione ſit recta linea AB, è cujus extremis punctis A & B pendeant æqualia gravia. Si ſuſpendatur linea è medio puncto C, æquiponderant gravia & æquilibrium cauſant, per 1. Poſtulatum, *quoniam diſtantiæ CD, CA, ſunt æquales ideo, quod perpendiculares BH, AG, per quas gravia deorſum tendunt, æqualiter diſtant à puncto ſuſpenſionis C. At ſi brachium CB intelligatur elevatum in D, ut fiat libra DCA, tametſi brachia DC, AC, æqualia ſint ut antea, gravia tamen æqualia ſuſpenſa è punctis D & A, non æquiponderabunt circa punctum ſuſpenſionis C ſed grave ex A ſuſpenſum præponderabit, quia diſtantia AC major eſt quam diſtantia DC, eo quòd perpendicularis AG magis diſtat à puncto C, quam perpendicularis DF. Quoniam igitur grave A nititur deorſum, atque adeo premit, ſecundùm rectam AG, & grave D, ſecundum rectam DF, grave A præponderat gravi D, quia momentum in A majus eſt quam in D, propter majorem à centro ſuſpenſionis remotionem illius, quam hujus.*

Vide Iconiſ. XVIII Fig. 427.

Propoſitio IX.

Temporum & intervallorum proportio, in quo, & per quod, idem pondus ab inæqualibus potentiis movetur, permutata eſt proportionis potentiarum.

Proportio temporum & intervallorum, per quæ moventur pondera.

IN appoſita figura pondus ſit F, potentia major D, minor E. Utraque ſeorſum elevet pondus in C, deſcendet D in A, & E in B. Dico ſicut ſe habet potentia major A ad minorem B, ita tempus & intervallum EB, intra quod potentia minor idem pondus movet, ad tempus & intervallum AD majoris ſe habere. Nam ut A ad B, ita eſt BG ad AG, hoc eſt, ad CG, *per 5. hujus.* Sed ut BG ad AG, ſeu CG, ita eſt EB ad DA, *per præcedentem*: Ergo etiam ut A ad B, hoc eſt, potentia major ad minorem, ita EB intervallum & menſura temporis potentiæ minoris, ad AD intervallum & menſuram temporis potentiæ majoris.

Vide Iconiſ. XVIII Fig. 428.

Propoſitio X.

Unicum & univerſale principium ſeu modum augendi vires potentiarum per machinas, ad magna onera movenda, indicare.

Principiũ univerſale augendi vires potentiæ per machinas.

OMnium machinarum, quarum conſtructionem Mechanica præſcribit, & vires, aliaſque proprietates conſiderat, vis atque utilitas in eo conſiſtit, quod potentia de ſe inſufficiens ad pondus aliquod movendum, reddatur per machinas potens ac ſufficiens ad id movendum. Modus porrò unicus & univerſalis ad id efficiendum conſiſtit in eo, ut pondus & potentia ita applicentur machinæ, ut dum ſimul moventur, *per XIV. Poſtulatum*, potentia moveatur velociùs quàm pondus (hoc eſt, eodem tempore majus ſpatium percurrat potentia quàm pondus) tali exceſſu, ut major ſit proportio motus potentiæ ad motum ponderis, quàm gravitatis ſeu reſiſtentiæ ponderis ad vires potentiæ. Hoc autem ut fiat, ita debent applicari machinæ pondus & potentia, ut major ſit proportio diſtantiæ potentiæ ad diſtantiam ponderis à communi centro motus, quàm reciprocè ponderis ad potentiam. Colligitur ex dictis. Nam quando eſt ut pondus ad potentiam, ita reciprocè diſtantia potentiæ ad diſtantiam ponderis, habetur conſiſtentia ſeu quies, *per VI. hujus*: ergo ut ſequatur motus, major debet eſſe proportio diſtantiæ potentiæ ad diſtantiam ponderis, quàm reciprocè ponderis ad potentiam. Quotieſcunque autem hoc habetur, & conſequenter habetur motus tam potentiæ, quàm ponderis, neceſſario motus potentiæ major eſt quàm motus ponderis, quoniam motus utriuſque ſunt ut diſtantiæ utriuſque, *per 7. hujus.* Sed de hac re plura vide in Magia noſtra par. 3. lib. 2.

Corollarium.

QUo velociùs movetur potentia, eò tardiùs movetur pondus, & è converſo. Item, quò velociùs movetur potentia, eò faciliùs movetur pondus, & è converſo. Item, quò faciliùs movetur pondus, eò majus eſt tempus quo movetur: & quò difficiliùs movetur pondus, eò minus eſt tempus quo movetur: & è converſo.

CAPUT V.

De quinque Machinis fundamentalibus in genere, earúmque viribus, & virium cum moto aut ſuſtentato pondere proportione.

Machinæ fundamentales ſunt quinque.

TAmetſi infinitæ machinæ ſint hactenus excogitatæ, & etiamnum quotidie ab ingenioſis Machinariis Mathematicis excogitentur, quibus potentia ſeu vis motrix juvetur ad pondera alioquin vires ſuas longè ſuperantia aut movenda, aut in æquilibrio ſuſtentanda, omnia tamen ad quinque revocantur, quæ ſunt Vectis, Axis in Peritrochio, Trochlea, Cuneus, & Cochlea, quoniam aut ab illis non differunt niſi figura, aut ex pluribus illarum in unam conflatis ſunt compoſitæ, ut infra ſuis locis oſtendetur. Hac de cauſa meritò quinque hæ Machinæ dici poſſunt fundamentales, ſeu principales. Alii eaſdem vocant quinque Potentias Mechanicas.

Harum quinque Machinarum tanta eſt vis, ut quælibet earũ, data quavis potẽtia exigua, quodlibet pondus maximũ, ac vel ipſe Terrarum Orbis, ſi conſiſtendi locus eſſet, moveri queat. Unde Pappus Alexandrinus extremo Mathematicar. Collect. libro de iis breviſſimè agens, eas vocat *Quinque facultates, per quas datum pondus data po-*

Annotatio.

IDem demonſtrari poteſt de quibuſcunque gravibus, quia quibuſcunque in quacunque proportione quoad gravitatem datis, dari poſſunt lineæ eandem habentes proportionem, de quibus idem quod de lineis A B, B C, oſtenſum eſt, demonſtrari poteſt.

Propoſitio VI.

Gravia inæqualia ex diſtantiis inæqualibus æquiponderant, ſi diſtantiæ reciprocè ſunt ut pondera.

Gravia inæqualia ex diſtantiis inæqualibus æquiponderant, ſi diſtantia reciprocè ſunt ut pondera.

ID eſt, ſi diſtantia minoris ponderis ad diſtantiam majoris talem proportionem habet, qualem habet majus pondus ad minus. Sequitur ex præcedenti. Nam ſi in hoc caſu non haberetur æquilibrium, falſa eſſet præcedens Propoſitio.

Propoſitio VII.

Si duo gravia quæcunque ex duabus diſtantijs quibuſcunque æquiponderant; erunt reciprocè pondera ut diſtantiæ, & diſtantiæ reciprocè ut pondera.

NAm ſi tam pondera, quàm diſtantiæ, inæqualia ſunt, demonſtratum id eſt in duabus præcedentibus. Si autem tam pondera, quàm diſtantiæ, ſunt æqualia, id per ſe clarum eſt *per 1. Poſtulatum*. Gravia autem inæqualia ex æqualibus diſtantijs non æquiponderant, *per Corollarium 1. Poſtulati*: nec gravia æqualia ex inæqualibus diſtantijs, *per 11. Poſtulatum*.

Corollarium.

QVando inter pondera inæqualia, ex inæqualibus diſtantijs reciprocè ſuſpenſa (factâ ſcilicet ſuſpenſione majoris ponderis ex minori diſtantia, & minoris ponderis ex majori diſtantia) non eſt eadem proportio reciprocè ſeu permutatim ponderis ad pondus, quæ diſtantiæ ad diſtantiam; pondera non ſuſtinent ſe mutuò, nec æquilibrium cauſant, ſed ſequitur motus, unumque aſcendit, & alterum deſcendit. Et quidem quando major eſt proportio diſtantiæ longioris ad breviorem, quàm ponderis majoris ad minus; deſcendit minus pondus, & majus aſcendit: quando verò major eſt proportio ponderis majoris ad minus, quàm diſtantiæ longioris ad breviorem; deſcendit majus, & minus aſcendit.

Annotatio.

QVod diximus hactenus de pondere & pondere comparatis ad diſtantias, intelligi etiam debet de vi motiva ſeu potentia & pondere comparatis ad eaſdem diſtantias, ut ſuprà etiam initio hujus cap. monuimus. Idem etiam intelligi debet in ſequentibus.

Propoſitio VIII.

Gravium ex diſtantiis ſuſpenſorum motus circa idem centrum, ſunt ut diſtantiæ, quoad ſpatium, & velocitatem.

ESto linea A B C, diviſa in B in duas partes A B, C B, ſive æquales, ſive inæquales, horizonti parallela, cujus extremitatibus A & C appenſa ſint pondera, ſive æqualia inter ſe, ſive inæqualia. Concipiatur hæc linea cum ponderibus moveri circa punctum B, velut circa centrum motus, deſcendatque extremitas A cum ſuo pondere uſque in D, extremitas verò C cum ſuo pondere aſcendat uſque in E. Deſcribent ambæ extremitates, amboque pondera, arcus A D, C E, ex eodem centro B; qui arcus erunt ſpatia quæ motu ſuo percurrunt pondera, metienturque eorum velocitates. Dico nunc, ſpatium & velocitatem motus A D, ad ſpatium & velocitatem motus C E, eſſe ut diſtantiam A B ad diſtantiam C B. Nam anguli A B D, E B C, ſunt inter ſe æquales, *per 15. pri. Euclid.* utpote ad verticem; ergo arcus A D, & E C, ſimiles ſunt; qui proinde eandem inter ſe proportionem habent, quàm ſemidiametri A B, C B, à quibus deſcribuntur, *per ea quæ demonſtrat Pappus Alexandr. lib. 8. collect. Mathem. Propoſit. 2 &c.* Ergo ut diſtantia A B ad diſtantiam C B, ita ſpatium A D motûs ad ſpatium C E motûs. Et quoniam eodem tempore utrumque mobile percurrit ſuum ſpatium, erit etiam velocitas per ſpatium A D, ad velocitatem per ſpatium C E, ut diſtantia A B, ad diſtantiam C B; quod erat demonſtrandum.

Gravium ex diſtantiis ſuſpenſorum motus eſt ut diſtantia. Iconiſm. XVIII. Fig. 426.

Corollarium I.

HInc colligitur I. eorundem gravium motus, quoad ſpatium & velocitatem, eſſe reciprocè inter ſe ut pondera, hoc eſt, arcum A D habere eandem proportionem ad arcum E C, quam habet pondus C ad pondus A. Nam arcus A D ad arcum E C, eſt ut diſtantia A B ad diſtantiam C B, ut oſtendimus: eſt autem A B ad C B ut pondus C ad pondus A, *per 5. hujus*; ergo idem arcus A D ad arcum E C, eſt ut pondus C ad pondus A, *per 11. Quinti.*

Gravium ex diſtantiis ſuſpenſorum motus eſt reciprocè ut ponderum. Iconiſm. XVIII. Fig. 426.

Corollarium II.

COlligitur II. Etiam perpendicula motuum eſſe inter ſe ut diſtantias, hoc eſt, perpendiculum G D, motus A D, ad perpendiculum F E motus C E, eſſe ut diſtantias eorundem perpendiculorum à puncto B. Nam anguli ad B ſunt æquales, *per 15. pri. Euclid* utpote ad verticem; & anguli ad G & F ſunt recti, utpote à perpendicularibus cauſati; ergo & reliqui æquales ſunt, *per 32. pr. Euclid.* Ergo *per 4. Sexti Euclid.* ut B G ad G D, ita B F ad F E; & convertendo, ut G B ad B F, ita G D ad F E.

PORISMA.

SI ergo diſtantiæ ſunt æquales, & ſpatia, & velocitates, & perpendicula motuum æqualia ſunt; ſi inæquales diſtantiæ, & illa inæqualia ſunt.

Anno-

Annotatio.

Diſtantiarum, è quibus gravia ſuſpenduntur, æqualitas & inæqualitas ſumi debet à puncto ſuſtentationis uſq; ad perpendicula motus gravium ſuſpenſorum.

Gravium ſuſpenſorum diſtantia unde ſumantur.

P*Ro explicatione ſit recta linea AB, è cujus extremis punctis A & B pendeant æqualia gravia. Si ſuſpendatur linea è medio puncto C, æquiponderant gravia & æquilibrium cauſant,* per 1. Poſtulatum, *quoniam diſtantiæ CD, CA, ſunt æquales ideo, quod perpendiculares BH. AG, per quas gravia deorſum tendunt, æqualiter diſtant à puncto ſuſpenſionis C. At ſi brachium CB intelligatur elevatum in D, ut fiat libra DCA, tametſi brachia DC, AC, æqualia ſint ut antea, gravia tamen æqualia ſuſpenſa è punctis D & A, non æquiponderabunt circa punctum ſuſpenſionis C ſed grave ex A ſuſpenſum præponderabit, quia diſtantia AC major eſt quam diſtantia DC, eoquòd perpendicularis AG magis diſtat à puncto C, quam perpendicularis DF. Quoniam igitur grave A nititur deorſum, atque adeo premit, ſecundùm rectam AG, & grave D, ſecundum rectam DF, grave A præponderat gravi D, quia momentum in A majus eſt quam in D, propter majorem à centro ſuſpenſionis remotionem illius, quam hujus.*

Vide Iconi. XVIII Fig. 427.

Propoſitio IX.

Temporum & intervallorum proportio, in quo, & per quod, idem pondus ab inæqualibus potentiis movetur, permutata eſt proportionis potentiarum.

Proportio temporum & intervallorũ, per quæ moventur pondera.

IN appoſita figura pondus ſit F, potentia major D, minor E. Utraque ſeorſum elevet pondus in C, deſcendet D in A, & E in B. Dico ſicut ſe habet potentia major A ad minorem B, ita tempus & intervallum EB, intra quod potentia minor idem pondus movet, ad tempus & intervallum AD majoris ſe habere. Nam ut A ad B, ita eſt BG ad AG, hoc eſt, ad CG, *per 5. hujus.* Sed ut BG ad AG, ſeu CG, ita eſt EB ad DA, *per præcedentem*: Ergo etiam ut A ad B, hoc eſt, potentia major ad minorem, ita EB intervallum & menſura temporis potentiæ minoris, ad AD intervallum & menſuram temporis potentiæ majoris.

Vide Iconi. [illegible] II Fig. 428.

Propoſitio X.

Unicum & univerſale principium ſeu modum augendi vires potentiarum per machinas, ad magna onera movenda, indicare.

Principiũ univerſale augendi vires potentia per machinas.

OMnium machinarum, quarum conſtructionem Mechanica præſcribit, & vires, aliaſque proprietates conſiderat, vis atque utilitas in eo conſiſtit, quod potentia de ſe inſufficiens ad pondus aliquod movendum, reddatur per machinas potens ac ſufficiens ad id movendum. Modus portò unicus & univerſalis ad id efficiendum conſiſtit in eo, ut pondus & potentia ita applicentur machinæ, ut dum ſimul moventur, *per XIV. Poſtulatum*, potentia moveatur velociùs quàm pondus (hoc eſt, eodem tempore majus ſpatium percurrat potentia quàm pondus) tali exceſſu, ut major ſit proportio motus potentiæ ad motum ponderis, quàm gravitatis ſeu reſiſtentiæ ponderis ad vires potentiæ. Hoc autem ut fiat, ita debent applicari machinæ pondus & potentia, ut major ſit proportio diſtantiæ potentiæ ad diſtantiam ponderis à communi centro motus, quàm reciprocè ponderis ad potentiam. Colligitur ex dictis. Nam quando eſt ut pondus ad potentiam, ita reciprocè diſtantia potentiæ ad diſtantiam ponderis, habetur conſiſtentia ſeu quies, *per VI. hujus*: ergo ut ſequatur motus, major debet eſſe proportio diſtantiæ potentiæ ad diſtantiam ponderis, quàm reciprocè ponderis ad potentiam. Quotieſcunque autem hoc habetur, & conſequenter habetur motus tam potentiæ, quàm ponderis, neceſſario motus potentiæ major eſt quàm motus ponderis, quoniam motus utriuſque ſunt ut diſtantiæ utriuſque, *per 7. hujus.* Sed de hac re plura vide in Magia noſtra par. 3. lib. 2.

Corollarium.

QUo velociùs movetur potentia, eò tardiùs movetur pondus, & è converſo. Item, quò velociùs movetur potentia, eò faciliùs movetur pondus, & è converſo. Item, quò faciliùs movetur pondus, eò majus eſt tempus quo movetur: & quò difficiliùs movetur pondus, eò minus eſt tempus quo movetur: & è converſo.

CAPUT V.

De quinque Machinis fundamentalibus in genere, earumque viribus, & virium cum moto aut ſuſtentato pondere proportione.

TAmetſi infinitæ machinæ ſint hactenus excogitatæ, & etiamnum quotidie ab ingenioſis Machinatiis Mathematicis excogitentur, quibus potentia ſeu vis motrix juvetur ad pondera alioquin vires ſuas longè ſuperantia aut movenda, aut in æquilibrio ſuſtentanda, omnes tamen ad quinque revocantur, quæ ſunt Vectis, Axis in Peritrochio, Trochlea, Cuneus, & Cochlea, quoniam aut ab illis non differunt niſi figura, aut ex pluribus illarum in unam conflatis ſunt compoſitæ, ut infra ſuis locis oſtendetur. Hac de cauſa meritò quinque hæ Machinæ dici poſſunt fundamentales, ſeu principales. Alii eaſdem vocant quinque Potentias Mechanicas. *Machinæ fundamentales ſunt quinque.*

Harum quinque Machinarum tanta eſt vis, ut quælibet earũ, data quavis potẽtia exigua, quodlibet pondus maximũ, ac vel ipſe Terrarum Orbis, ſi conſiſtendi locus eſſet, moveri queat. Unde Pappus Alexandrinus extremo Mathematicar. Collect. libro de iis breviſſimè agens, eas vocat *Quinque facultates, per quas datum pondus data po-*

tentia movetur. Tanta etiam neceſſitas atque utilitas earundem eſt, ut nulla ars iis carere poſſit, ut oſtendimus Par. 3. Magiæ lib. 2. in Proœmio.

Monitio ad Lectorem, & Mechanicos.

ANtequam autem dictarum quinq; Machinarum (& quarumcunque aliarum) conſiderationem adgrediatur Lector, & conſtructionem Machinarius, monendus generaliter eſt, quando proportio potentiæ ad pondus conſideratur in uſu Machinarum, communiter ſolam gravis molis reſiſtentiam ſeu gravitatem conſiderari, & cum viribus potentiæ conferri, perinde ac ſi Machina ipſa non reſiſteret motui. In praxi tamen ſemper obſervanda etiam eſt reſiſtentia quæ ex ipſius Machinæ materia & compagmatione oritur: hæc enim perinde ſe habet, ac ſi ponderi gravitas adderetur. Quare cavendum eſt, nè tales adhibeantur Machinæ, quarum reſiſtentia orta ex materia, abſorbeat totas aut præcipuas vires motoris ſeu potentiæ.

CAPUT IV.

De Vecte, ejuſque viribus, & virium cum moto & ſuſtentato pondere proportione.

Vectis. A Vecte incipimus, tum quia ſimplicior ac facilior intellectu eſt inter omnes Machinas ponderum motrices, tum quia nonnullarum ſequentium Machinarum compoſitio ac virtus à vecte dependet. Ingens & ferè infinita eſt ejus vis adeo ut Terrarum Orbis eo moveri queat, ut videbimus.

Propoſitio I.

Vectis naturam, & uſum, explicare.

Vectis natura & uſus. VEctis eſt palus ligneus, aut ferreus, uno ſuorum extremorum acutus, altero obtuſus, ad commovenda & attollenda onera aptus. Talem repræſentat Figura A B, cujus extremum A obtuſum, B verò acutum eſt. Pars obtuſa caput, acuta vocatur lingula. Vectem Græci appellant τὸν μοχλὸν, Latini palum, ſudem, palangam, Itali *la leva*, aut *lieva*, & *la ſtanga*, Galli *Levier*, Germani ein Hebel / vel Hebſtangen. (Vide Iconiſ. XVIII Fig. 429.)

Uſus vectis triplex præcipuè eſt. Primus, cum lingula B ſubditur oneri commovendo, & vecti ipſi ſubjicitur prope lingulam fulcimentũ ſeu ſuſtentaculum ſolidum ac firmum, cui vectis incumbat, tandemque prope caput applicatur potentia quæ vectem deprimit, ut in Figura 430 apparet, in qua C eſt pondus movendum, BA eſt vectis, cujus lingula B eſt ponderi ſuppoſita, DE eſt lapis, aut lignum, vecti non procul à lingula ſubjectum, cui vectis incumbit, quod ob id ὑπομόχλιον (hypomochlium) vocatur, eò quòd τῷ μοχλῷ, id eſt, vecti ſubjicitur, F eſt potentia capiti A applicata: quæ dum vectis extremum A deprimit, attollitur neceſſario extremum B, & conſequenter pondus C ipſi incumbens. (Vide Iconiſ. XVIII Fig. 430.)

Secundus uſus vectis eſt, cum lingula B, aut pars aliqua vectis lingulæ proxima, oneri C ſupponitur, & nullo hypomochlio vecti ſuppoſito, alterum ejus extremum A à potentia D attollitur: tunc enim quia omnes vectis partes, excepto extremo puncto B, quod terræ innititur, attolluntur ſurſum, neceſſario etiam pondus C movetur, atque attollitur. In hoc tamen caſu terra ipſa, aliudvè planum, cui vectis lingula B innititur, habet rationem hypomochlii. (Vide Iconiſ. XVIII Fig. 431.)

Tertius uſus vectis eſt, quando ſubjicitur uni ejus extremo B fulcrum, aut loco fulcri ſolum ſeu area, alteri verò extremo A imponitur onus ſublevandum, inter utrumque denique media applicatur potentia motrix D, quæ vectem una cum onere ſublevet in altum, immoto manente extremo B terræ innixo. Hic uſus tametſi ordinariè non occurrat, quia non juvat potentiam ad onus facilius attollendum, utilis tamen aliquando, imò & neceſſarius eſt, quoties nimirum abundamus virtute ſeu potentia, & egemus velocitate motus in pondere: nam in hoc uſu pondus velocius movetur quàm potentia, quia plus diſtat à centro communi motus, ſeu à fulcro, ideoque majus ſpatium eodem tempore percurrit, quàm potentia. (Vide Iconiſ. XVIII Fig. 432.)

Annotationes.

SI in prima uſu vectis, ſuſpenderatur palus AB circa eã partem, cui hypomochlium D E ſubjectum eſt, haberet eundem uſum. Ex quo, & ex duobus ſequentibus uſibus patet, hypomochlii rationem habere, quidquid aut ſuſpendit vectem, aut ſuſtentat unum ejus extremũ, impeditq; quò minùs cedat in emotione ponderis facta à potentia. Si pondus vecti non imponatur, ſed appendatur, perinde eſt. Poteſt & ſolet vectis etiam adhiberi, ad onera in æquilibrio ſuſtentanda, ſed tunc potiùs habet rationem libræ, quàm vectis. (Vide Iconiſ. XVIII Fig. 430.)

Propoſitio II.

Tria ſunt vectis genera ſeu differentiæ, deſumpta ex triplici ejus uſu.

Vectis tria ſunt genera. TRia in quolibet vecte ad movendum aut ſuſtentandum onus adhibito conſiderari poſſunt loca ſeu puncta, ſcil. punctum oneris movendi, punctum potentiæ motricis, & punctum fulcri ſeu hypomochlii. Quæ tria puncta tribus modis inter ſe diſponi, combinari, ac variari poſſunt, ex quibus tribus modis tria vectium genera ſeu differentiæ oriuntur. Vel enim unum extremum vectis obtinet põdus, alterum potentia, & fulcrum eſt intermedium, ut in vecte A B C, ubi A eſt pondus, B fulcrum, C potentia, & oritur primum genus: vel unum extremum obtinet fulcrum, alterum potentia, & pondus eſt intermedium, ut in vecte D E F, ubi D eſt fulcrum, E pondus, F potentia, & oritur ſecundum genus: vel denique in uno extremo eſt fulcrum, in altero pondus, inter utrumque verò potentia, ut in vecte GHI, ubi G eſt fulcrum, H potentia, I pondus, & oritur tertium genus. Neque eſt alia poſſibilis combinatio utilis. (Vide Iconiſ. XVIII Fig. 433.)

Tria

Tria ergo tantum ſunt vectis genera. Primus vectis habet fulcimentum inter pondus & potentiam, ſecundus habet pondus inter fulcimentum & Potentiam, tertius habet potentiam inter fulcimentum & pondus. *Vbicunque ergo applicatur in vecte potentia ibi poteſt applicari pondus, & è contrario; quia pondus & potentia ſibi mutuò reſiſtunt, & ſe mutuò vincunt aut vincuntur,*

Propoſitio III.

Si potentia vecti applicata eandem ad applicatum pondus proportionem habet, quam reciprocè diſtantia ponderis ab hypomochlio, ad diſtantiam potentiæ ab eodem; fit equilibrium ſeu quies, & potentia ſuſtinet pondus.

Exempli gratiâ, in primo genere vectis, ſi eſt ut diſtantia A B ad diſtantiam C B, ita potentia C ad pondus A; & in ſecundo genere vectis, ſi ut ſe habet diſtantia E O ad F D, ita ſe habet potentia F ad pondus E; & in tertio genere, ſi qualem proportionem habet diſtantia I G ad H G, talem habet potentia H ad pondus I: tunc potentia ſuſtinet pondus in æquilibrio, & ambo in eodem ſitu quieſcunt, nec unum fertur deorſum, alterum ſurſum. Colligitur *ex Propoſit. 5. & 6. cap. 4 præced.* Si enim loco potentiæ vecti applicatæ appenderetur pondus aliud, quod potentiæ eſſet æquale, hoc eſt, ut daretur reciproca proportio inter pondera & diſtantias; fieret æquilibrium, & pondus poſterius ſuſtineret prius; Ergo idem fieri debet, ſi loco ponderis applicetur potentia ponderi æqualis.

Fig. 433.

Propoſitio IV.

Si potentia vecti applicata ſuſtinet in æquilibrio pondus eidem vecti applicatum; potentia ad pondus eandem habet proportionem, quam habet reciprocè diſtantia ponderis ab hypomochlio ad diſtantiam potentiæ ab eodem.

Colligitur ex dictis lo. cit. Si enim loco potentiæ poneretur aliud pondus, quod cum priore faceret æquilibrium; haberet ſe poſterius ad prius, ſicut reciprocè diſtantia prioris ad diſtantiam poſterioris: Ergo &c.

Corollaria.

Colligitur ex duabus præced. I. Si diſtantia A C minor eſt diſtantiâ B C, potentiam B ſuſtinentem pondus F eſſe minorem ipſo pondere; ſi æqualis, æqualem; ſi major, majorem.

Fig. 434.

Colligitur II. Quò fulcimentum E in vecte A B præcedentis Figuræ erit propius ponderi F, eò minorem ad idem pondus ſuſtinendum requiri potentiam in B; quò verò remotiùs, eò majorem, Ratio eſt, quia creſcit aut decreſcit proportio inter diſtantias.

Colligitur III. In ſecundo genere vectis potentiam ſuſtinentem pondus, ſemper eſſe minorem ponderе, in tertio, ſemper majorem; in primo, poſſe eſſe minorem, majorem, æqualem.

Annotatio.

Diſtantia in vectis longitudine ſumuntur à puncto cui vectis libere innixus innititur, & circa quod liberè elevatur aut deprimitur; & à puncto à quo pondus liberè ſuſtinetur ſive appenſum ſit, ſive vecti incumbat (quod quidem ſemper eſt in linea directione tranſeunte per centrum gravitatis ponderis;) denique à puncto cui applicatur potentia.

PORISMA.

Ut potentia quæ antea vecti applicata ſuſtinebat pondus in æquilibrio, idem moveat, major proportio requiritur inter diſtantiam potentiæ ab hypomochlio, & ponderis ab eodem, quam reciprocè inter pondus & potentiam. Colligitur ex præcedentibus Propoſitionibus. Nam major potentia requiritur ad pondus movendum quàm ad pondus tantùm ſuſtentandum per vectem: quia ut potentia ſuſtineat pondus ſufficit ut illius reſiſtentia ſit æqualis vel ratione virium ſuarum vel ratione applicationis ad vectem; at ut moveat, debet eius reſiſtentiam ſuperare, ac proinde major debet eſſe vis potentiæ quam ponderis, ratione applicationis: Atqui ad pondus ſuſtinendum, proportio inter diſtantiam potentiæ ab hypomochlio, & ponderis ab eodem, debet eſſe æqualis proportioni inter pondus & potentiam; Ergo ad pondus movendum eadem proportio debet eſſe major. Unde formo ſequentem Propoſitionem: Vecte ut pondus moveatur, quid requiratur.

Propoſitio V.

Si in Vecte diſtantia potentiæ à fulcimento, ad diſtantiam ponderis ab eodem, habuerit majorem proportionem, quàm pondus ad potentiam; potentia movet pondus.

Sit vectis primi generis A B, cujus hypomochlium O, pondus applicatum in A, potentia in B, & diſtantia B O ad diſtantiam A O habeat majorem proportionem, quàm reciprocè pondus A ad potentiam B. Dico, pondus A à potentia B moveri ſurſum. Fiat enim B E ad A E, ut pondus A ad potentiam B; erit punctum E inter diſtantiam B O, quia B E ad A E minorem proportionem habere debet, quàm B O ad A O. Jam ſic. Supposito hypomochlio ſub E, potentia B ſuſtinet pondus A, *per Propoſit. 3. præced.* ergo minor potentia in B, quàm data, idem pondus A ſuſtinebit, ſi fulcimentum ſupponitur puncto O, & fiat propius ponderi, *per Coroll. 2. Propoſit. 4. præced.* Data ergo potentia in B applicata, non tantum ſuſtinet, ſed movebit pondus A ſurſum in vecte A B, cujus hypomochlium O. *Vecte quando movetur pondus.* Iconiſm. XVIII. Fig. 435.

Sit iterum vectis ſecundi generis A B, in quo hypomochlium ſit A, pondus in D, potentia in B; & B A ad D A habeat majorem proportionem, quàm pondus D ad potentiam B. Dico, pondus D à potentia B moveri. Demonſtratio eſt eadem. Nam ſi fiat B A ad E A, ut pondus D ad potentiam B; erit ſimiliter punctum E inter B O; ergo &c. Iconiſm. XVIII. Fig. 436.

Sit tertiò vectis tertii generis A B, cujus fulcimentum

Iconiſm. XVIII. Fig. 437. mentum A, pondus applicatum in B, potentia in C; & C A ad B A majorem habeat proportionem, quàm pondus B ad potentiam C. Dico, pondus B à potentia in C moveri. Fiat enim ut pondus B ad potentiam C, ita diſtantia D A ad diſtantiam B A; erit C A major quàm D A, cùm major ſit proportio C A ad B A, quàm D A ad B A. Jam ſi potentia data applicetur in D, poterit pondus B ſuſtinere, *per Propoſit. 3. præced.* minor autem potentia, quàm data, ſuſtinet idem pondus B in C, *per Coroll. 2. Propoſit. 4. præced.* data ergo potentia in C pondus in B applicatum movebit.

Propoſitio VI.

Si potentia pondus per vectem movet, ſpatium potentiæ motæ ad ſpatium ponderis moti eſt, ut diſtantia potentiæ à fulcimento ad diſtantiam ponderis ab eodem.

SEquitur ex dictis *cap. 4. Propoſit.* 8. ubi id demonſtratum fuit univerſaliter; quæ demonſtratio etiam huc applicari debet. Vide quæ diximus parte 3. Magiæ lib. 2. Syntagm. 2. cap. 1. Propoſit. 5. ubi iterum demonſtramus præſentem Propoſitionem.

Corollaria.

SEquitur I. Spatium potentiæ moventis ad ſpatium ponderis moti, habere majorem proportionem, quàm pondus ad potentiam. Nam ſpatium potentiæ ad ſpatium ponderis habet eandem proportionem, quam habet diſtantia potentiæ ab hypomochlio ad diſtantiam ponderis ab eodem, *per Propoſit. 6. hujus*: at proportio hæc major eſt, quàm ponderis ad potentiam, *per Propoſit. 4. hujus*; Ergo &c.

Sequitur II. Etiam velocitatem motus potentiæ ad velocitatem motus ponderis, eſſe ut diſtantiam potentiæ ab hypomochlio ad diſtantiam ponderis ab eodem: nam potentia eodem tempore conficit majus ſpatium quàm pondus.

Sequitur III. Quando potentia & pondus ſe mutuò ſuſtinent in vecte, non poſſe ſequi motum, quin potentia ad pondus acquirat majorem rationem, quàm habet diſtantia ponderis ad diſtantiam potentiæ ab hypomochlio, in quibus fit æquilibrium.

Sequitur IV. Etiam perpendiculum motus potentiæ, ad perpendiculum motus ponderis, eſſe ut diſtantias eorum à fulcimento. Patet ex demonſtratis *cap. 4. Propoſit. 8. Coroll. 2.*

PORISMA.

UT ergo potentia vecti applicata moveat pondus eidem vecti applicatum, neceſſarium eſt applicationem fieri ita ut dum ſimul moventur, motus potentiæ ad motum ponderis habeat majorem rationem, quam pondus ad potentiam. Hoc autem fit, ſi diſtantia potentiæ ab hypomochlio ad diſtantiam ponderis ab eodem, habet majorem rationem, quam reciprocè pondus ad potentiam. Verum ergo eſt principium noſtrum univerſale machinalium motionum in uſu vectis, de quo *cap. 4. Propoſit. 10.*

Propoſitio VII.

Pondus diverſis modis applicari poteſt vecti: quibus variatis, variatur aliquando reſiſtentia, cæteris manentibus.

NAm I. Poteſt unum extremum vectis infigi ponderi, ita ut tranſeat per centrum gravitatis ponderis, adeoque centrum gravitatis ipſius ponderis ſit in ipſo vecte, ut apparet in vecte A B, Figuræ 438, cujus extremum A infixum eſt ponderi, tranſiens per centrum gravitatis D. Iconiſm. XVIII. Fig. 438. *Vectis diverſis modis applicari poteſt pondus.*

II. Poteſt uni extremo appendi pondus, ut apparet in vecte F E, Figuræ 439. cujus extremo E appenſum eſt pondus H. Iconiſm. XVIII. Fig. 439.

III. Poteſt uni extremo pondus imponi, ita ut centrum gravitatis ponderis ſit ſupra vectem, ut apparet in vecte D E, Figuræ 440, cujus extremo E impoſitum eſt pondus. Iconiſm. XVIII. Fig. 440.

IV. Poteſt pondus ſupponi uni extremitati vectis, ita ut centrum gravitatis ponderis ſit infra vectem, ut apparet in vecte T X, Figuræ 441. Iconiſm. XVIII. Fig. 441.

V. Poteſt pars tantùm ponderis imponi uni extremitati vectis, ut apparet in vecte M N, Figuræ 442. Iconiſm. XVIII. Fig. 442.

Hi quinque modi ſunt uſitatiores in vecte primi generis. Alios modos in aliis vectis generibus omitto. Pondus diverſis hiſce modis applicatum, aliquando eandem, aliquando diverſam habet gravitatem & reſiſtentiam, ut ex ſequentibus patebit, ſi retineatur eadem ab hypomochlio diſtantia ponderis & potentiæ, & reliqua maneant eadem.

Propoſitio VIII.

Quando centrum gravitatis ponderis eſt in ipſo vecte, horizonti æquidiſtante: eadem ſemper potentia ſufficit ad illud ſuſtinendum, ſive attollatur pondus ſive demittatur.

Iconiſm. XVIII. Fig. 438. SIt vectis A B, horizonti æquidiſtans, cujus hypomochlium C, potentia in B, pondus in A, ita ut centrum gravitatis D ſit in ipſo vecte, ſeu vectis in ipſo centro gravitatis. Moveatur vectis ſupra hypomochlion, ut vel ſit in ſitu FG, & centrum gravitatis in I; vel ſit in ſitu H N, & centrum gravitatis in M. Dico, eandem potentiam B, ſive in G transferatur cum vecte, ſive in N, eâdem ubique facilitate pondus ſuſtinere, & hoc eandem in omni ſitu reſiſtentiam retinere. Ratio eſt, quia centrum gravitatis ponderis eandem ſemper diſtantiam retinet à fulcimento C; ſemper ergo & in omni ſitu manet eadem proportio diſtantiæ potentiæ à fulcimento ad diſtantiam ponderis ab eodem, *per dicta Propoſit. 4. præced. in Annotat.* ac proinde eadem vis potentiæ, & eadem reſiſtentia ponderis.

Eadem ratio militat in vecte ſecundi & tertii generis, ut conſideranti patebit.

Propoſitio IX.

Quando pondus ſuſpenſum eſt à vecte, idem dicendum eſt quod antea de pondere habente centrum gravitatis in vecte.

Iconiſm. XVIII. Fig. 443. ESto vectis H I, cujus hypomochlium K, pendeatque pondus L à puncto H, potentia verò ſuſtentans ſit in I. Dico, ſi moveatur vectis, conſtituatur in ſitu PQ, aut alio quocunque, manente hypomochlio in K, eandem potentiam ſufficere ad pondus ſuſtinendum. Nam diſtantia ponderis & potentiæ ab hypomochlio ſumitur à perpendicularibus P M, N Q, ductis à puncto ſuſpenſionis P ponderis, & à puncto applicationis potentiæ, ut ſuprà notavimus *c.4. poſt Propoſit. 8 & cap. 5. poſt Propoſit. 4.* Sicut autem eſt I K ad HK, hoc eſt, Q K ad P K, ita eſt N K ad MK, in quocunque ſitu vectis, ut patet ex dictis ibidem, Ergo, &c.

Propoſitio X.

Quando pondus habet centrum gravitatis ſupra vectem horizonti æquidiſtantem, quo magis pondus ab hoc ſitu vecte elevatur, eò minori indiget potentia, ut ſuſtineatur, ſi verò deprimitur, majori.

Iconiſm. XVIII. Fig. 440. SIt vectis DE, horizonti æquidiſtans, cujus fulcimentum C, & extremo ejus E impoſitum pondus I G, habens centrum gravitatis I ſupra vectem, potentia denique ſit applicata in D. Moveatur deinde vectis DE in MK. Dico, in hoc ſitu minorem potentiam requiri ad pondus ſuſtinendum, quàm antea. Ducatur enim in primo ſitu linea directionis è centro gravitatis I ad centrum Mundi, & horizonti perpendicularis, erit GC diſtantia ponderis ab hypomochlio: in ſecundo verò ſitu linea directionis non erit amplius I G, ſed I S, perpendicularis horizonti, ac proinde diſtantia ponderis ab hypomochlio non erit amplius G C, ſed S C, quæ minor eſt quàm GC. Ergo M C ad S C habet majorem proportionem, quàm DC ad G C, ergo minor potentia requiritur in M, quàm in D, *per Propoſit. 5. hujus cap.* Quò magis autem elevatur pondus, eò magis creſcit proportio inter M C & S C.

Moveatur iterum vectis D E in RO. Dico, in hoc ſitu majorem potentiam requiri ad pondus ſuſtinendum, quam antea. Nam in primo ſitu linea directionis erat I G, in ſecundo hoc ſitu eſt IS, ideoque in primo ſitu diſtantia ponderis ab hypomochlio eſt G C, in ſecundo S C, quæ major eſt quàm G C, minorem ergo proportionem habet R C ad S C, quàm R C ad G C, hoc eſt, quàm D C ad G C, & conſequenter quàm pondus ad potentiam, Ergo, &c.

Propoſitio XI.

Quando pondus habet centrum gravitatis infra vectem horizonti æquidiſtantem, quo magis ab hoc ſitu vecte pondus elevatur, eo majori opus eſt potentia ut ſuſtineatur; ſi vero deprimitur, minori.

SIt vectis X T, horizonti parallelus, cujus fulcimentum A, pondus infra extremum X, potentia in T. Moveatur, & acquirat ſitum K S. Dico, in hoc ſitu majorem requiri potentiam in S, quàm in T. Sit enim in utroque ſitu centrum gravitatis ponderis punctum O, à quo ducatur perpendicularis horizonti. Erit hæc in primo ſitu linea O V, in ſecúdo linea OK, diſtantia verò ponderis ab hypomochlio erit in primo ſitu V A, in ſecundo K A, quæ major eſt quàm V A, majorem ergo proportionem habet T A ad V A; quam S A ad K A. Ergo potentia in T facilius ſuſtentabit pondus, quam in S, ergo in S majori opus eſt potentia, quàm in T. Et quò magis elevatur pondus, eò majori opus eſt potentia, quia ſemper minor fit proportio inter SA & KA, quàm inter TA & VA, & conſequenter quàm inter pondus & potentiam. Contrarium contingit, quando deprimitur pondus, ut conſideranti patebit. Iconiſm. XVIII. Fig. 441.

Propoſitio XII.

Figura hypomochlii confert aliquid ad facilitandum aut difficultandum motum ponderis per vectem.

SI enim fulcrum eſt ſphæricum, aut cylindricum, cùm non in eodem ſemper puncto tangatur quando pondus elevatur, potentia deprimitur, variatur ratio diſtantiarum utriuſque à puncto, in quo fulcrum à vecte premitur. Tangat enim vectis EC, horizonti æquidiſtans, ſphæram aut cylindrum in F, erunt diſtantiæ EF, & C F, & potentia C ad pondus E habebit proportionem, quam habet E F ad CF. Accedat major potentia, & vectem premat deorſum, ita ut habeat ſitum LI. non tanget ampliùs ſphæram aut cylindrum in F, ſed in H, fietque minor ratio L H ad HI, quàm CF ad FE, tantoque minor fiet illa ratio, quanto magis deprimitur vectis, ideoque ſemper creſcit reſiſtentia ponderis. Eadem, & potior eſt ratio, ſi fulcrum ſit planum, ut in figura patet. *Hypomochlii figura confert ad motum ponderis.* Iconiſm. XVIII. Fig. 444.

Procurandum ergo ut hypomochlium, qua parte à vecte primi generis tangitur ac premitur, minimum ſit minimamq́; latitudinem habeat. Iconiſm. XVIII. Fig. 443.

Propoſitio XIII.

Linea per quam potentia movet vectem, confert aliquid ad facilitatem aut difficultatem motus.

NAm quando potentia movet, trahit, pellit vectẽ ita, ut linea ſecundũ quã movet, &c. conſti- *Linea per quã potẽtia move*

vectem, facit ali quid ad motum ponderis.

conſtituat eum vecte ſemper angulum rectum, qualis eſt linea AI, tota vis exeretur ad pondus movendum: quando verò motio, tractio, pulſio fit ita, ut linea motionis, &c. conſtituat cum vecte angulum acutum, aut obtuſum, quales ſunt lineæ AE, AF, tunc vectis urgetur verſus fulcrum, vel ab eo quaſi retrahitur, ac proinde aliquid virium abſumitur in tali motu, & non tota vis exeretur erga motum deorſum. Lege quæ dicimus Par. 3. Magiæ lib. 2. Syntag. 2. cap. 4.

Iconiſ. XVIII. Fig. 446.

Propoſitio XIV.

Vecte primi & ſecundi generis quodvis pondus moveri poteſt quavis potentia.

Iconiſ. XVIII. Fig. 447. *Vecte primi & ſecundi generis quodvis pondus quavis potentia moveri poteſt.*

SIt primò vectis primi generis AB. Quò magis elongatur diſtantia DB ſupra diſtantiam DA, eò minor potentia ſufficit ad pondus movendum, ut ex dictis patet. Cùm ergo poſſit diſtantia DB ſemper eſſe major & major, poterit potentia ſemper eſſe minor & minor. Ergo, &c.

Sit iterum vectis ſecundi generis FG. Quò magis elongatur diſtantia HG ſupra diſtantiam HF. Ergo, &c. Lege quæ dicimus lo. cit. cap. 5. Propoſit. 1. & 2.

Vide Iconiſ XVIII Fig. 448.

Propoſitio XV.

Vecte tertii generis non poteſt moveri quodvis pondus quavis potentia.

Vecte tertii generis non poteſt quodvis pondus moveri quavis potentia.

RAtio eſt, quia in vecte tertii generis potentia ſemper debet eſſe major quàm pondus, quia major eſt diſtantia ponderis à fulcimento, quàm potentiæ ab eodem, ut patet ex dictis.

EPILOGUS CAPITIS VI. De Vecte.

Vectis vires & uſus varius.

QVi plura volet de admirabili vi & infinita quaſi virtute vectis, legat quæ diximus 3. Par. Magiæ lib. 2. Syntagm. 2. cap. 6. & 7. ubi probavimus, vecte primi generis datum quodvis pondus ſine ulla potentia moveri poſſe. Item, vecte primi generis etiam minimo, quavis potentia data moveri poſſe quodvis pondus. Item, vecte primi generis dimoveri poſſe Orbem Terrarum è ſuo loco quovis pondere, & quavis potentia, ſi Orbis à vecte ſuſpendatur, nullo verò pondere quantumvis magno, ſi vectis extremo ſuperponatur. Item, vecte ſecundi generis poſſe quamlibet potentiam movere Terraquam, ſurſum pellendo. Capite deinde 8. explicavimus varia Erotemata Molcho-Mechanica, in quibus apparet uſus & potentia mirabilis vectis in variis inſtrumentis & machinis, aliiſque rebus: ut cur haſta longa plus ponderant, ſi in uno extremorum, quàm ſi in medio arrepta elevantur à terra? Cur longior haſta faciliùs curvatur, quàm brevis, ſi extremitas illius manu tenetur? Cur baculi extremo utroque manibus apprehenſo, ſi circa ejus medium ad genu applicatur, eò faciliùs ille frangitur, quò magis à medio diſtant manus? Cur quando baculi alterum extremum manu tenemus, alterum applicamus terra, & circa medium baculi allidimus cum impetu pedem, eò faciliùs ille frangitur, quò fuerit longior? Cur baculus duobus vitris aqua plenis, extremitatibus ſuis ſuperpoſitus, illæſis vitris, & aqua non effuſa, frangitur, ſi alio baculo in medio validè feritur? An duo pondus ferentes, æqualiter gravantur? Unde oriuntur forcipum & forficum vires? Qua virtute remiges remis propellunt navim: Cur plus promovent eandem remiges qui in media navi ſedent? Cur modico gubernaculo magnæ naves exiguâ potentiâ tam facilè moventur? Cur quanto ſublimior eſt antenna in malo navis, eò celeriùs movetur navis? Cur in collenone ligno tranſverſo adjicitur pondus, ut aqua faciliùs è puteo hauriatur? Horum omnium ſolutionem à vecte deduximus.

CAPUT VII.

De Axe in Peritrochio, Succula, & Ergata, eorumq; viribus in attollendis ac trahendis ponderibus, ponderumque cum pontentiis motricibus proportione.

AXis in perithrochio immediatè à vecte dependet, imò aliud nihil eſt quàm perpetuus quidam vectis, ut patebit. Huic non abſimilis eſt Succula & Ergata; imò aliud nihil ſunt quàm Axis in peritrochio ſine peritrochio ſeu rota, ut etiam patebit. De his agemus, ſed breviùs quàm cap. præced. de Vecte, quoniá quæ ibi de proportione inter pondus & potentiam, interque utriuſque motum, & motuum velocitates ac ſpatia diximus, hic etiam locum habent.

Propoſitio I.

Formam, & uſum Axis in peritrochio explicare.

Axis in peritrochio.

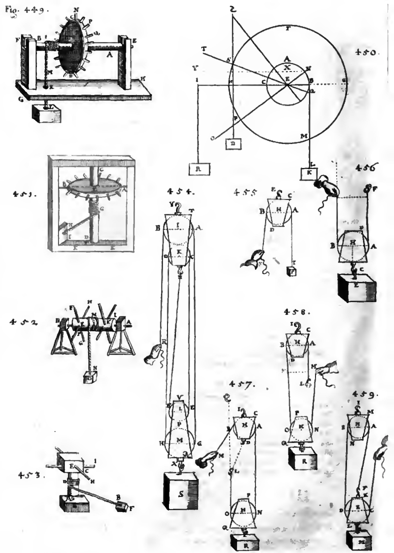
FOrma ejus eſt, quam figura monſtrat, in qua AB eſt axis, hoc eſt, cylindrus ſeu columna rotunda; E & F ſunt clavi ferrei teretes & fortes, centro baſium axis profundè & immobiliter infixi, & crenis ſeu foraminibus pegmatis FGHE inſerti, ut ſitum horizonti parallelum habeat axis. CD eſt tympanum ſeu rota lignea axi circumpoſita, quam perittochium Græci appellant, unde & tota Machina appellatur Axis in perittochio. Radii NC, PR, QS, &c. ſunt baculi teretes, tympani peripheriæ in æquali inter ſe diſtantia infixi, quos Ariſtoteles collopes, alii ſcytalas appellant. Axi aligatur funis IK (quam ductarium vocant) & ad pondus uſque L demittitur, eique circum ligatur.

Vide Iconiſ. XIX. Fig. 449

Uſus ipſius.

Uſus hic eſt. Potentia movens, v. g. manus hominis applicatur ſucceſſivè radiis QS, PR, NC, &c. iiſque depreſſis circumdit tympanum CD, & cum tympano infixum firmiter axem AB; quo circumducto, funis IK circa axem convolutus aſcendit, ſecumque trahit pondus L ſibi alligatum.

Iconiſmus XIX. *Ponatur e regione pag. 437.*



Annotatio.

PEgma poteſt aliâ etiam ratione conſtrui, dummodò extremitates axis, aut clavi toretes extremitatibus infixi; duobus hinc & inde fulcrorum foraminibus inſerantur, ut in iis facilè verti poſſint. Prodeſt & axis extremitates dictas, & foraminum cavitates, ferro veſtiri, ut oleo inſici ad motum facilitandum queant. Omnia etiam pro ratione ponderum attollendorum debent eſſe valida axis nimirum, fulcra, funis ſcytala, aliaq́ue. Firmari debet machina, ne à pondere ſublato in præceps trahatur.

Propoſitio II.

Axis in peritrochio eſt vectis primi generis, & quidem perpetuus.

Axis in peritrochio eſt vectis primi generis perpetuus.

Iconiſm. XIX. Fig. 450.

PRimum oſtendo. Sit in appoſita figura Axis, ſeu potiùs baſis axis, ABC, cujus diameter ſit BC, & centrum E. Sit præterea tympanum ſeu rota circa Axem, FGH, circa idem centrum E, in cujus circuitu infixæ ſint ſcytalæ HI, PO &c. Tandem ex Axe dependeat funis BL, cum pondere *K*; ſcytalæ verò HI ſit applicata potentia in I, aut ex I dependeat alius funis cum pondere R. Concipiatur nunc recta linea BECHI, horizonti parallela, & potentia in I deprimat deorſum radium HI, & conſequenter totum tympanum & Axem circa centrum E convertat, donec linea BECHI habeat ſitum NEO. Utique funis circa Axem convolutus attolletur, & punctum B funis erit in N, & conſequenter pondus K aſcendet, & punctum L promovebitur uſque ad M. Linea ergo BEI, atque adeo totus Axis in peritrochio, habet rationem vectis primi generis, in quo pondus eſt in extremo B, potentia in extremo I, hypomochlium in E inter potentiam & pondus: nam BEI dividitur à puncto E in duas diſtantias, BE, & IE, & tota BEI convertitur circa immobile punctum E, & in tali converſione brachium EI cum potentia deſcendit, brachium verò BE aſcendit; quod proprium eſt vectis primi generis.

Secundum etiam oſtendo. Dum recta BEI, circa immobile punctum E tanquam circa hypomochlium convertitur, & transfertur in ſitum NEO; pondus K elevatur per ſpatium LM, tantum ſcilicet, quantus eſt arcus BN, & non ultra: quare ſi eodem vecte BEI, hoc eſt, NEO ulteriùs elevari deberet, neceſſarium foret ut pondus ad M, hoc eſt, ad N uſque translatum firmaretur ibidem, & hypomochlium E ſimiliter promoveretur uſque ad punctum X, & vectis iterum ſupponeretur puncto N, ut acquireret ſitum NXY. Eadem operatio ſæpius ac ſæpius iteranda foret, ut tandem pondus K per iteratas vices elevaretur ad deſtinatum locum. Quod incommodum foret. Huic incommodo occurrit hæc Machina, in qua infiniti quaſi vectes uniuntur, & perpetuatur operatio ſine ulla interruptione. Nam poſt quàm recta BEI, quæ eſt veluti unus ac primus vectis in operationis initio, eſt in ſitu NEO, & pondus eſt jam ad aliquod ſpatium elevatum, linea QET acquirit ſitum BEI, & conſtituit alium vectem, ſupponendo extremum ſuum punctum Q puncto B; & dum potentia in altero extremo applicata deprimit ſcytalam, ut dicta linea acquirat etiam ſitum NEO; aſcendit pondus iterum ad tantundem ſpatii, idque continuò, & ſine ulla interruptione, per depreſſionem aliarum ſcytalarum. Patet ergo Axem in peritrochio eſſe vectem perpetuum. *Lege quæ dicemus 3. Par. Magiæ lib. 2. Syntag. 3. cap. 1. memb. 2. in Annot.*

Propoſitio. III.

Potentia pondus ſuſtinens Axe in peritrochio, ad pondus, eandem habet proportionem, quam ſemidiameter Axis ad ſemidiametrum tympani unà cum ſcytala tympano infixa, quoties potentia & pondus ſunt applicata in eadem recta linea horizonti parallela.

VT in præcedenti figura ſi pondus K ex puncto B ſuſpenſum ſuſtinetur in æquilibrio à potentia I, aut à pondere R ex I ſuſpenſo: potentia in I ad pondus in B ita ſe habet, ut BE ad IE. Conſtat ex dictis cap. præced. Propoſit. 4. Dixi, *quoties potentia & pondus &c.* nam ſi potentia eſt applicata in Z, aut alio quocunque radio diſtincto à radio HI, & ſuſtinet pondus; tunc potentia ad pondus habet eam proportionem, quam ſemidiameter Axis BE ad rectam EH, deſignatam à perpendiculari ZHD. nam potentia in Z applicata tantam ſolum vim habet, ac ſi applicata eſſet in H, & pondus in B ſuſtineret, *per dicta cap. 4. Propoſit. 8. in Annotat. & cap. 6. Propoſit. 4. in Annot.*

Proportio potentiæ ad pondus ſuſtinentis eum axem in peritrochio.

Annotationes.

IN primo caſu potentia ſemper eſt minor pondere, quia major eſt EI, quàm EB. In ſecundo caſu non ſemper eſt minor potentia quàm pondus. quia perpendicularis ZH poteſt cadere intra ipſum Axem, & fieri minor diſtantia HE, quam BE.

Datis potentia I, vel Z, ſemidiametro Axis BE, & diſtantiâ EI, vel EH, invenientur vires potentiæ in I vel Z applicandæ ſi notum eſt pondus, ſi fiat, ut EI ad BE, ita pondus ad aliud.

Si potentia in Z applicata premit deorſum perpendiculariter, vera ſunt quæ diximus, potentiam ad pondus eſſe ut EB ad HE. At ſi circumducit ſcytalam circulariter, ſe habet ad pondus, ut BE. ad IE.

Propoſitio IV.

Ut potentia per axem in peritrochio moveat pondus ſurſum, debet eſſe major quam potentia ſuſtinens.

NAm plùs requiritur ad motum ponderis, quàm ad ſuſtentationem tantum: potentia enim movens debet vincere reſiſtentiam ponderis, potentia verò ſuſtinens debet eandem tantùm adæquare.

Proportio potentiæ ad pondus moventis axem in peritrochio.

Propoſitio V.

Deducere varia ex dictis circa Axem in peritrochio.

I. VT potentia minor pōdere illud moveat, debet eſſe major proportio diſtantiæ potentiæ à centro Axis ad ſemidiametrum Axis, quàm ponderis ad potentiam. Conſtat ex dict. cap. 4. & 6.

II. Ut potentia quæ ſuſtentabat pondus, idem moveat, debet creſcere diſtantia ejus à centro Axis. Sequitur ex priori.

III. Si funis convolutus circa Axem, in attractione ponderis, excipit ſequentes ſpiras in ulteriori attractione, creſcit difficultas movendi, quia creſcit ſemidiameter Axis (nam axis craſſitiem tunc componit & ipſe axis, & funis circa ipſum convolutus) & conſequenter minuitur proportio IE ad BE.

IV. Motus potentiæ ad motum ponderis, & ſpatium motus potentiæ ad ſpatium motus ponderis, & velocitas motus potentiæ ad velocitatem motus ponderis, majorem proportionem habent, quàm pondus ad potentiam.

V. Quò major eſt diſtantia potentiæ à centro Axis ſupra diſtantiam ponderis ab eodem, & conſequenter quò faciliùs movetur pondus, & quò celeriùs potentia, eò tardiùs aſcendit pondus.

VI. Rotæ molendinorum, in quorum circuitu diſpoſitæ ſunt pinnæ ſeu palmulæ prominentes, in quas aqua impetum imprimit (& aliæ ſimiles machinæ) ſunt Axis in peritrochio.

Propoſitio VI.

Formam & uſum axis in peritrochio perpendiculariter erecti explicare.

Axis in peritrochio perpendiculariter erectum.

Vide Iconiſm. XIX. Fig. 451.

AXis in peritrochio hactenus deſcriptus requirit in uſu ſitum horizonti parallelum, & pondus elevatur ſurſum. Poteſt idem diſponi ut habeat ſitum horizonti perpendicularem, & pondus trahatur vel per planum horizontale, vel per inclinatum, puta clivum montis, aut aggeris. Talem repræſentat præſens fig. ubi circa Axem CD horizonti perpendicularem, & intra foramen trunci KK volubilem, diſpoſitum eſt tympanum AB, cum ſcytalis ſuis, & axi alligatus eſt funis GH, funiq; pondus I; quod cum potentia animata (inanimata enim hic locum non habet) arreptis radiis, aut aliâ ratione, vertit rotam, & cum rota cylindrum, attrahitur verſus cylindrum. Hic etiam Axis in peritrochio conſtituit vectem primi generis, in quo hypomochlium eſt centrum E cylindri & rotæ, diſtantia major EB, minor CE. Quare ſi proportio BE ad CE major fuerit quàm ponderis ad potentiam, ſequitur motus ponderis, tantò faciliùs, quantò longior fuerit diſtantia EB ſupra diſtantiam CE.

Propoſitio II.

Succulam, eiuſque uſum in attollendis ponderibus explicare.

Succula, eiuſque uſus.

Vide Iconiſ. XIX. Fig. 452.

SUccula eſt axis ſine peritrochio, & conſtat cylindro KE, cum polis A & B, intra binorum fulcrorum foramina aut crenas volubilibus. Cylindro adnectitur funis MN, & funi pondus O; qui funis ex cylindri converſione circumvolvitur eidem cylindro, & pondus elevatur. Sed ad augendas vires trahentis, infiguntur cylindro circa unam aut utramque extremitatem radii HE, FE &c. quibus manu arreptis & circumvolutis, circumvolvitur cylindrus, & pondus attollitur, eò faciliùs, quo longiores radii ſunt: intervenit enim & hic uſus vectis primi generis. Poteſt etiam ac ſolet loco radiorum aptari in B manubrium curvum BCDH. *Machina hæc à Latinis Succula, à Græcis ὄνος appellatur, fortaſſis quia aſini ſpeciem refert.*

Propoſitio VIII.

Ergatam, ejuſque uſum in promovendis ponderibus explicare.

Ergata ejuſq. uſus.

Vide Iconiſ. XIX. Fig. 453.

ERgata eſt Succula perpendiculariter erecta, ejus formæ; quam præſens figura monſtrat, in qua EA eſt cylindrus, clavo terete ferreo A infixus trunco G, habens adjunctos radios EH, EI &c. & alligatum funem ductarium DF, cui adnectitur pondus B, quod circumvoluto cylindro attrahitur. Succulæ poſſunt applicari potentiæ etiam non animatæ, & pondera deprimentia; & Ergatæ ſolùm animatæ, ut homines, & jumenta. Hic eadem eſt ratio proportionis inter potentiam & pondus, interque motum utriuſque, ſpatium, & velocitatem, quæ in præcedentibus eſt explicata.

Propoſitio IX.

Vires Axis in peritrochio, Succulæ, & Ergatæ explicare.

Vires axis in peritrochio, ſucculæ, & ergatæ.

EAdem eſt omnium ratio, ideo quod de una dicitur, de omnibus intelligi debet. Et quoniam in omnibus apparet ratio primi generis vectis, ideo vires ad movenda onera ſunt eædem in his, quæ in vecte. Quare in omnibus hiſce tribus datum pondus à data potentia ſuſtentari & moveri poteſt. Infinita ergo quaſi vis eſt dictatum Machinatum. Vide quæ dicimus 3. Par. Magiæ lib. 2. Syntagm. 3. cap. 4.

Annotatio I.

AD Axem in peritrochio revocatur Machina illa quâ Germani & Hollandi paſſim utuntur juxta fluvios navigabiles ad exonerandas naves, aliaq; pondera attollenda; in qua rota ab hominibus calcata circumvolvitur &c. quam deſcribo loc. cit. cap. 5.

Annotatio II.

QVoties unq; per Axem in peritrochio, Succulam, & Ergatam fit motus, potentia velociùs movetur quam pondus, & inter motum potentiæ & ponderis major eſt proportio, quàm reciprocè inter pondus & potentiam, idq; ideo, quia major eſt proportio diſtantiæ potentiæ ad diſtantiam ponderis à communi centro motus, quàm permutatim inter pondus & potentiam. Verum ergo eſt etiam in his Machinis principium noſtrum Univerſale augmenti virium potentiæ per Machinas.

CAPUT VIII.

De TROCHLEA, ejuſque in ſuſtinendo ac movendo pondere viribus: nec non de proportione potentiæ ad pondus in ejus uſu.

TErtia fundamentalis Machina eſt Trochlea & ipſa ingenium in attollendis ponderibus virium, ideoque apud omnes Mechanicos uſitatiſſima. De hac ſequentia dicam.

Pro-

Propoſitio I.

Trochleæ formam, & uſum in attollendis ponderibus explicare.

Trochleæ forma & uſus.

TRochlea eſt machina tractoria conſtans uno aut pluribus orbiculis ſeu rotulis, circa axiculos ſuos alicubi fixos, aut in loculamento quodã ſuſpenſos, verſatilibus, quibus circumducto intra excavatum in circumferentia ipſorum canaliculum fune pondus trahitur. In appoſita fig. orbiculi ſeu rotulæ (ex ligno ſolido ac duro, aut ex orichalco) ſunt AB, CD, EF, GH; axiculi ſeu clavi teretes, ferrei aut ænei, per orbiculorum centra adacti, ſunt I, K, L, M, ſuſpenſi in loculamentis ſeu capſis, TN, & VX; ita ut orbiculi circa dictos axiculos velut circa polos verti ac gyrari in orbem poſſint. Singulorum orbiculorum peripheriæ habent excavatos canaliculos, ut funem intra ſe, ſaltem aliquò uſque, excipere poſſint. Funis in præſenti figura eſt affixus puncto N loculamenti TN, indeq; deſcendit, & circumvolvitur orbiculo FE, tranſiens infra P, ab E aſcendit, & circumvolvitur orbiculo CD, tranſiens ſupra K; à D iterum deſcendit, & circumvolvitur orbiculo HG, tranſiens infra Q; à G iterum aſcendit, & circumvolvitur orbiculo AB, tranſiens ſupra I, à B denique deſcendit in R, & apprehenditur à potentia trahente deorſum. Et quoniam ſuperius loculamentum TN eſt affixum unco Y, inferiori vero VX affixum eſt pondus S, ipſum vero loculamentum unà cum pondere affixum, eſt ſuperiori mediante fune orbiculis circumducto, & alligato in N; ideo dum potentia R trahit deorſum funem RB, ſequitur ex altera parte funis AGQHDKCEPFN, & conſequenter loculamentum inferius VX unà cum pondere S attollitur. Hæc eſt Trochleæ forma, & uſus in ponderibus attollendis.

Iconiſm. XIX. Fig. 454.

Propoſitio II.

Varias Trochleæ diviſiones adſignare.

Trochleæ diviſiones variæ.

IN uſu Trochleæ pro attollendis ponderibus ſolet aliquando unicus tantùm orbiculus adhiberi; & tunc Machina appellatur Trochlea ſimplex, & Monoſpaſtos: aliquando verò adhibentur duo, tres, quatuor, quinque, aut plures orbiculi; & tunc pro orbiculorum numero Machina appellatur Diſpaſtos, Triſpaſtos, Tetraſpaſtos, Pentaſpaſtos &c. & uno verbo Polyſpaſtos; quaſi dicas; Machina ſeu Trochlea bitraha, tritraha, quadritraha, multitraha, à Græco verbo σπάζω aut σπάω, quod trahere ſignificat. Et hæ vocantur Trochleæ compoſitæ.

Propoſitio III.

Formam & uſum Monoſpaſti ſeu Trochleæ ſimplicis explicare.

Trochlea ſimplex ſeu Monoſpaſtos.

IN uſu ſimplicis Trochleæ aliquando unicũ orbiculum AB, mobilem circa axiculum ſuũ H, & incluſum intra loculamentum CD, supernè appendimus ex unco aut trabe E; & funem ductarium IABG orbiculo circumducimus, unique ejus extremitati I appendimus pondus F, alteri verò extremitati G applicamus potentiam deorſum trahentem, aut etiam aliud pondus deorſum nitens. *Et hic vocatur Monoſpaſtus primi generis.*

Iconiſm. XIX. Fig. 455.

Aliquando verò eundem orbiculum AB, capſulæ ſuæ CD incluſum, alligamus infernè ad pondus, & funis CBAI orbiculo circumpoſiti unum extremum I alligamus supernè alicubi, ut in clavo F, alterum verò extremum G apprehendimus, & ſurſum trahimus, ut ſequatur trochlea cum pondere alligato. *Et hic vocatur Monoſpaſtus ſecundi generis.*

Iconiſm. XIX. Fig. 456.

Propoſitio IV.

Vires Monoſpaſti primi generis explicare.

Monoſpaſti primi generis vires.

SIt in priori figura præcedentis Propoſit. orbiculus AB, inſertus capſæ CD, & circa axiculum H centro orbiculi inſertum volubilis, & funis circumpoſiti extremo I ſit appenſum pondus F, alteri verò extremo G ſit applicata potentia deorſum nitens. Dico, trochleam illam habere rationem vectis primi generis, & potentiam nihil per eam juvari, ſed ad ſuſtinendum pondus E requiri potentiam æqualem ponderi; ad trahendum verò pondus ſurſum requiri potentiam majorem pondere. Nam recta AHB, vel potiùs totus orbiculus ex axe ſuo ſuſpenſus, conſtituit vectem æqualium brachiorum, quoniam HA, HB, ſunt æquales, & axiculus H habet rationem fulcri, ab extremo A dependet pondus, extremo B applicata eſt potentia (licèt enim pondus & potentia ſint in I & G, perinde tamen eſt ac ſi eſſent in A & B.) ut igitur potentia ſuſtineat pondus, debet eſſe ad ipſum, ut eſt reciprocè diſtantia AH ad diſtantiam BH, hoc eſt, debet eſſe ponderis æqualis, *per Propoſit. 3. cap. 6.* Ut verò potentia prævaleat ponderi, illudque moveat ſurſum debet eſſe major quàm pondus, ut ex ſe patet, & colligitur ex 1 *Poſtul. Mechanic.* Adhibetur tamen paſſim hæc Machina, quia potentia in attollendo pondere nititur deorſum, cùm alioquin ſine Machina niti deberet ſurſum.

Iconiſm. XIX. Fig. 455.

Corollaria.

COlligitur hinc I. pondus æquè velociter moveri ſurſum ac potentia deorſum, *per Propoſit. 8 cap. 4.*

Colligitur II. Monoſpaſtum prædictum eſſe vectem primi generis æqualium brachiorum perpetuum: licèt enim deſcendente potentiâ, & pondere aſcendente, gyretur orbiculus; ſemper tamen diſtantiæ à centro H uſque ad duo utrinque puncta contactus A & B ſunt æquales, & Hypomochlium manet ſemper inter utramq; extremitatem mediũ.

Propoſitio V.

Vires Monoſpaſti ſecundi generis explicare.

Monoſpaſti ſecundi generis vires.

SIt in poſteriori fig. Propoſit. 3. orbiculus AB, incluſus capſæ CD, & volubilis circa axem ſuum per centrũ H adactũ, religeturq; vel axis utrumq; extremũ, vel capſa ponderi E, & funis circũmducti extremum I alligetur ſuperius in F, alterũ verò ex-

Iconiſm. XIX. Fig. 456.

tremum G teneat potentia ſurſum nitens. Dico, trochleam fieri vectem ſecundi generis, & potentiá ſuſtinentem pondus eſſe duplo minorem pondere; ut verò moveatur pondus ſurſum, ſufficere potentiam paulò majorem ſubdupla ponderis. Nam linea AHB, vel potiùs totus orbiculus, habet rationem vectis, cujus hypomochlium eſt in A, potentia in B, pondus in H; ac proinde ut diſtantia AH ad AB, ita potentia ſuſtentans in B ad pondus ſuſtentatum in H. Cùm igitur AH ſit ſubdupla ipſius AB, erit etiam potentia ſuſtentans ſubdupla ponderis. Si ergo ſubdupla potentia poteſt ſuſtentare pondus, major quàm ſubdupla poterit illud elevare.

Corollaria.

COlligitur I. etiam hanc machinam eſſe vectem perpetuum; nam quia chorda in iiſdem ſemper punctis A & B tangit orbiculum, ſemper manet eadem diſpoſitio & ordo punctorum A, H, B, ac proinde nunquam perditur ratio vectis, ſed perpetuatur.

Colligitur II. Potentiam moveri duplo velociùs quàm pondus, *per Propoſit. 8. cap. 4.*

Propoſitio VI.

Formam & uſum Diſpaſti ſeu duarum Trochlearum explicare.

Diſpaſti forma & uſus. Iconiſm. XIX. Fig. 457.

IN uſu duarum Trochlearum aliquando (ut apparet in fig.) unus orbiculus AB, cum capſula ſua CD, alligatur supernè alicubi in I; alter verò orbiculus NO, cum capſula ſua PQ, alligatur infernè ad pondus R; & funis ductarius circumpoſitus utriq; orbiculo, unâ ſuâ extremitate alligatur in L, aut in K, aut ipſi loculamento D, alterâ verò extremitate M trahitur deorſum à potentia; & dum funis deorſum trahitur, pondus R aſcendit. *Et hic vocatur Diſpaſtus primi generis.*

Iconiſm. XIX. Fig. 458.

Aliquando verò unus orbiculus AB, cum capſula ſua CD, alligatur, ut antea supernè in I; alter verò orbiculus NO, cum ſua capſa PQ, alligatur ad pondus R; & funis ductarius utrique orbiculo circumvolutus, alligatur, unâ ſuâ extremitate in L, alterâ verò extremitate M trahitur ſurſum à potētia. *Et hic vocatur Diſpaſtus ſecundi generis.*

Iconiſm. XIX. Fig. 459.

Aliquando denique orbiculus ſuperior AB alligatur supernè alicubi in I, inferior verò CD alligatur ponderi M; & circumducto circa utrumq; fune, alligatur una ej⁹ extremitas F inferiori capſulę KL, altera verò extremitas G ſurſum trahitur à potentia, ſequente tam Trochleâ, quàm pondere alligato Trochleæ. *Et hic vocatur Diſpaſtus tertii generis.*

Propoſitio VII.

Vires Diſpaſti primi generis explicare.

Diſpaſti primi generis vires. Iconiſm. XIX. Fig. 457.

PEr Diſpaſtum primi generis potentia non juvatur plus, quàm per Monoſpaſtum ſecundi generis. Nam ſuperior orbiculus nō juvat potentiam aliter, niſi quod efficit ut deorſum moveatur; quæ alioquin ſurſum deberet moveri ad pondus inferiori orbiculo alligatum attrahendū per Diſpaſtum ſecundi generis. Non plus ergo poteſt potentia in M deorſum trahens, quam in F trahens ſurſum.

Subdupla ergo debet eſſe potentia ut ſuſtineat pondus; & major quam ſubdupla, ut pondus attollat. Præterea motus potentiæ eſt duplo major, quam motus ponderis. Ex quibus conſtat, prædictum Diſpaſtum reduci ad vectem ſecundi generis: nam inferior orbiculus in motu ponderis ſurſum efficitur vectis ſecundi generis, ſuperior verò orbiculus nihil juvat motum ſurſum niſi modo explicato.

Propoſitio VIII.

Vires Diſpaſti ſecundi generis explicare.

Diſpaſti ſecundi generis vires. Iconiſm. XIX. Fig. 458.

DIſpaſtus ſecundi generis non plus juvat potentiam, quàm primi generis Diſpaſtus, & ſecundi generis Monoſpaſtus. Nam orbiculus AB ſuperioris trochleæ eſt penitus inutilis ad potentiam juvandam reſpectu ponderis ex inferiori trochlea pendentis, & idem eſt ac ſi funis religatus eſſet in F, & potentia in M ſuſtineret pondus, aut ſurſum traheret, ſolâ trochleâ ponderi alligata; adeoque non plus facit hic Diſpaſtus, quàm Monoſpaſtus ſecundi generis.

Subdupla ergo requiritur potentia ad onus ſuſtinendum; & major quàm ſubdupla ad movendum. Præterea, motus potentiæ duplus eſt motus ponderis. Ergo & hic diſpaſtus reducitur ad vectem ſecundi generis, & quidem perpetuum.

Propoſitio IX.

Vires Diſpaſti tertii generis explicare.

Diſpaſti tertii generis vires. Iconiſm. XIX. Fig. 459.

DIſpaſtus tertii generis requirit potentiam ſuſtinentem ſubtriplam ponderis, moventem verò majorem quàm ſubtriplā. Nam quia inferioris trochleæ diameter CD, vel potius totus orbicul⁹ inferior, eſt vectis ſecundi generis, ut ex præcedentibus patet, in cujus extremo D eſt fulcimentum, in altero extremo C potentia G ſurſum tendens, è medio puncto E ſuſpenſum eſt pondus M, & eidem medio puncto applicata eſt altera potentia F ſuſtinens una cum potentia G pondus; ſequitur unamquamque duarum potentiarum eſſe ſubtriplam ponderis, & tantum niti ac laborare, ac ſi tertiam ponderis partem ſuſtineret. Lege quæ diximus 3. Par. Magiæ lib. 2. Syntag. 4. cap. 2. Memb. 2. Propoſit. 5.

Potentia ergo movetur triplo velocius quam pondus. Item, cùm pondus dependeat à tribus funibus, quilibet ſuſtinet tertiam ejus partem. Item, diſpaſtus tertii generis non differt à diſpaſto primi generis, niſi ſitu aut ordine; eſt enim diſpaſtus primi generis inverſus.

Propoſitio X.

Formam & uſum Triſpaſti ſeu trium Trochlearum explicare.

Triſpaſti forma & uſus. Iconiſm. XIX. Fig. 460.

IN uſu trium Trochlearum aliquando ſuperiori loculamento DE includuntur duo orbiculi, AB major, & CD minor; inferiori verò loculamento IK includitur unus ſolùm GH. Deinde ſuperius loculamentum alligatur alicubi in F, infe-

inferius verò alligatur ponderi L. Demum circumducto fune, alligatur una ejus extremitas M inferiori loculamento in I, altera verò extremitas N deorſum trahitur à potentia, & pondus trahitur ſurſum. *Et hic Triſpaſtus vocetur primi generis.*

Vide Iconiſm. XX. Fig. 461.

Aliquando verò ſuperiori loculamento D E includitur unus tantùm orbiculus AB, & inferiori loculamento I K includuntur duo, G H major, & CD minor. Superius loculamentum alligatur alicubi in F, inferius verò alligatur ponderi L. Demum circumducto omnibus tribus orbiculis fune, una ejus extremitas alligatur in M, altera verò extremitas N trahitur à potentia ſurſum, ſimulque aſcendit tam trochlea, quàm pondus ipſi adhærens. *Et hic Triſpaſtus vocetur ſecundi generis.*

Omitto aliam diſpoſitionem triſpaſti (ſi nim. in triſpaſto primi generis extremum M funis non alligaretur loculamento, ſed alibi) quia omnino inutilis eſt, quandoquidem non plùs præſtat quàm diſpaſtus primi & ſecundi generis, imò quàm monoſpaſtus ſecundi generis, ut mox patebit.

Propoſitio XI.

Vires Triſpaſti primi generis explicare.

Triſpaſti primi generis vires. Vide Iconiſm. XX. Fig. 460.

TRiſpaſtus primi generis requirit potentiam ſuſtinentem ſubtriplam ponderis, moventem verò majorem quam ſubtriplam. Nam non differt à Diſpaſto ſecũdi generis, niſi in hoc, quòd chorda ſit circumducta alteri tertio ac ſuperiori orbiculo A B; qui tamen nihil juvat potentiam, niſi quòd deorſum moveatur, cùm alioquin moveret ſurſum.

Corollaria.

PAtet hinc I. potentiam applicatam in N in quocunque polyſpaſto, nunquam plùs poſſe quàm in O. Itaque ſi in O eſt ſubdupla, ſubtripla, &c. etiam in N non erit major. Patet II. potentiam in N, non ſecus ac in O, triplo velociùs moveri quàm pondus L.

Propoſitio XII.

Vires Triſpaſti ſecundi generis explicare.

Triſpaſti ſecundi generis vires. Vide Iconiſm. XX. Fig. 461.

TRiſpaſtus ſecundi generis requirit potentiam ſuſtinentem ſubquadruplam ponderis, moventem verò majorem quàm ſubquadruplã. Nam duo inferiores orbiculi CD, G H, ſunt duo vectes ſecundi generis, ut ex præcedentibus patet, quorum hypomochlia ſunt in D & H, potentiæ in R & N, hoc eſt, in C & G, pondus eſt appenſum in medio illorum ex linea I L.

Quadruplo ergo velociùs movetur potentia quàm pondus.

Propoſitio XIII.

Formam, uſum, & vires aliarum Polyſpaſtorum explicare.

Polyſpaſtorum forma & vires.

EX dictis intelligitur forma, uſus, & vires reliquorum Polyſpaſtorum ultra Triſpaſtos. Nam ſi tribus orbiculis triſpaſti ſecundi generis addatur alius quartus ſuperiùs, eique circumducatur funis, ut potentia movens poſſit niti deorſum, ut patet ex appoſita fig. conſtituitur Tetraſpaſtus primi generis, ac potentia ſuſtinens non juvatur, ſed debet eſſe ſubquadrupla, aut major, ut antea, quia orbiculi ſuperiores non juvant potentiam.

Vide Iconiſm. XIX. Fig. 454.

Quòd ſi invertatur præſens fig. & pondus cogitetur ſuſpenſum ex T, & trochlea ſuperior ex clavo X, & unum funis extremum eſſe alligatum inferiori trochleæ in N, & alterum à potentia R ſurſum trahi; conſtuetur Tetraſpaſtus ſecundi generis, & potentia in R erit ſubquintupla ponderis, quia funis circumductus ſuſtinet pondus in quinque punctis, nempe in A, in B, in C, in D, & in N, & idem eſt ac ſi eſſent applicatæ quinque potentiæ, quarum ſingulæ æquales eſſent potentiæ R.

Si huic Tetraſpaſto inverſo addatur ſuperiùs alius orbiculus, cui funis circumducatur, ut potentia deorſum trahere poſſit; conſtituetur Pentaſpaſtos primi generis, ſed potentia nihil ampliùs juvatur, quoniam ſuperiores orbiculi nihil juvant potentias.

Si autem talis Pentaſpaſtus invertatur, ita ut inferiùs ſint tres orbiculi, ſuperiùs duo, & potentia trahat ſurſum; erit hæc ſubſextupla ponderis.

Idem judicium eſto de Hexaſpaſto, Heptaſpaſto, Octoſpaſto, & quocunque alio Polyſpaſto.

Propoſitio XIV.

Aliam Trochlearum diſpoſitionem indicare.

Trochlearum alia diſpoſitio. Iconiſ. XXI. Fig. 462.

POſſunt etiam plures trochleæ diſponi prout in appoſita figura apparet. Nam ſi trochleæ A B circumducatur funis, religatus in C, & ſuſtineatur in D, eidem trochleæ AB alligetur inferiùs in T pondus; erit potentia D ponderis T ſubdupla. Si inferiùs alius funis uno extremo T alligetur trochleæ A B, & circumducatur orbiculo EF, ſuperiùs verò in H alligetur; potentia D ſuſtinens ſubquadrupla erit ponderis G. Quòd ſi in H diſponatur alius orbiculus H I, & funis circa ipſum ductus deſcendat, & circumvolvatur orbiculo KL, & ſuperius ligetur in M; erit potentia D ponderis alligati ad V ſubquintupla. Si denique funis V N circumducatur alteri orbiculo N O, & aſcendens in Q alligetur; erit eadem potentia D reſpectu ponderis P ſubſeptupla. Eandem ſubſeptuplam proportionem habebit D ad pondus S, ſi ad Q diſpoſito alio orbiculo Q R deſcendat funis ad pondus S, eique alligetur. Ratio ex dictis patet.

Quoties igitur rotula ſeu orbiculus inferiùs circumligato fune adjectus fuerit, toties potentia ſubdupla oneri movendo ſufficiet.

Propoſitio XV.

Indicantur varia Analecta de Trochleis.

Analecta varia de trochleis.

EX hactenus dictis conſtat I. Non tam ex orbiculorum numero, quàm ex vario ſitu, oriri trochleas majoris potentiæ, ita ut unu tantundem, quantum duobus, & tantundem duobus, tribus, quatuor, quinque, &c. effici queat orbiculis.

Digitized by Google

II. Orbiculum ſuperiùs additum, & ad vires potentiæ augendas inutilem, non eſſe contemnendum, ſed magno commodo, cùm propter ipſum potentia meliùs applicetur, ut quæ deorſum trahere queat, cùm alioquin ſurſum trahere deberet.

III. In polyſpaſtis orbiculos ſuperiores aſcendendo, & inferiores deſcendēdo debere creſcere quo ad magnitudinem intra ſua loculamenta ſeu capſas, ut funis commodiùs ſine confuſione & implicatione poſſit iis circumduci.

IV. Quo fuerint axiculi per centra orbiculorum tranſeuntes graciliores, & quò eorum ſuperficies cylindricæ duriores, et politiores, eò melius eſt, & eò faciliùs orbiculi circa illos convertentur, & pondera minori difficultate attollentur, quia tunc minor pars axiculorum premitur ab orbiculis, & minor fit affrictio.

V. In uſu omnium trochlearum obſervandum diligenter eſt, ut id cui ſuperior trochlea adnectitur, ita firmum ſit, ut totum pondus unà cum trochleis & funibus ſuſtinere queat.

VI. Quando ultra trochleas adhibetur Ergate, orbiculus ille per quem prope terram tranſit inferne funis, indeque ad Ergatam venit, nullum addit momentum potentiæ, ſed ideo adhibetur, ut funis commodius Ergatæ circumducatur.

VII. Quando in attractione magni ponderis ad magnam altitudinem periculum eſt, nè ex attritu funis cum rotulis flamma enaſcatur, madefieri ſubinde debent rotularum canales cum fune.

Propoſitio XVI.

Trochleis datum pondus à data potentia moveri poteſt.

Trochleis datum pondus à data potentia moveri poteſt.

Vel enim data potentia eſt major dato pondere, vel æqualis, vel minor. Si major, fieri poteſt per quamlibet trochleam, ut ex dictis patet. Si æqualis, fieri poteſt iterum per quamlibet, excepto Monoſpaſto primi generis, ut ex iiſdem dictis patet. Si denique minor, inveniatur proportio inter datum pondus & datam potentiam, & adhibeatur trochlea tot rotularum, ut motus potentiæ ad motum ponderis habeat majorem rationem, quàm reciprocè pondus ad potentiam. Sit datum pondus 600, & potentia data 130. Proportio inter ea eſt minor quàm 5 ad 1, nam 130 continentur in 600 quater, & remanent 80. Adhibeatur ergo tetraſpaſtus ſecundi generis inſtructus quatuor orbiculis, ejuſque loculamento inferiori applicetur pondus, & unum extremum funis, &c.

Propoſitio XVII.

Quodlibet pondus à qualibet potentia moveri poteſt per trochleam.

Nam ſicuti pondus creſcere, & potentia decreſcere in infinitum poteſt, ita trochlearum virtus per multiplicationem orbiculorum augeri in infinitum poteſt.

Annotationes.

I. *In omnibus trochleis & uſu earum, numerus ductuum funis circa orbiculos ſuperat unitate orbiculos. Habito itaque numero orbiculorum, habetur numerus ductuum.*

II. *Si trochleæ, cui alligatur extremum funis, alligatur etiam pondus, motus potentiæ ad motum ponderis eſt in ratione, quàm habet numerus ductuum pondus ſuſtinentium, ad unitatem. Si verò non eidem trochleæ, cui funis extremum adnectitur, adnectatur etiam pondus, deme unitatem ex numero ductuum.*

III. *In trochleis multitudo funium pondus ſuſtinentium in æquilibrio, eſt ad unitatem, ut pondus ad potentiam. Itaque data trochlea, & dato pondere, invenitur potentia, ſi fiat, ut numerus funium ad unitatem, ita numerus ponderis ad aliud. Si augeatur vel orbiculorum numerus, vel potentia, attolletur pondus.*

PORISMA.

In Trochlea etiam locum habet principium noſtrum univerſale mechanalium motionum, quòd potentia moveatur velociùs pondere,

CAPUT IX.

De CUNEO, ejuſque viribus in divellendo.

Cuneus, ſimpliciſſimū licet inſtrumentū ſit, & vix Machinæ nomine dignum, ab Ariſtotele tamen, Pappo, & aliis Mechanicæ Scriptoribus inter fundamentales Machinas numeretur, propter ingentes vires in corporibus ſolidis divellendis, adeo ut quod magnæ alioquin Machinæ, & magno hominum conamine applicatæ, efficere nequeunt, ſimpliciſſimus cuneus, & ab unoquoque ſtatim ac nullis impenſis parabilis, efficiat. De hoc nunc agendum, ſed paucis, quoniam quæ dicenda ſunt, vel facillima ſunt, & omnibus nota, vel difficilima explicatu, & ſilentio premenda.

Propoſitio I.

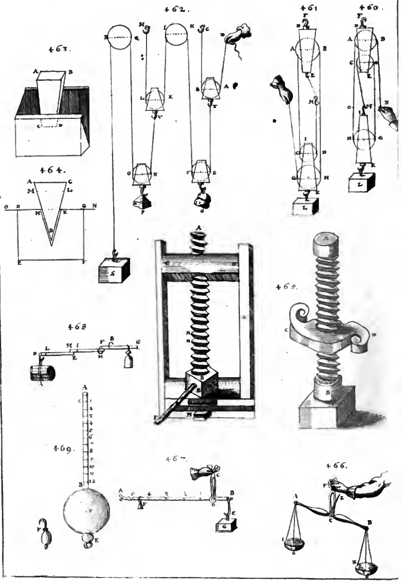
Formam & uſum Cunei explicare.

Cuneus eſt lignum, aut ferrum, aliudve ſolidum, formæ ferè pyramidis quadrangulæ ad unam rectam lineam faſtigiatæ. Talem repræſentet præſens fig. in qua AB baſis quadrangulares, CD vertex faſtigiatus in lineam rectam: latus enim ACD, & latus oppoſitum, paulatim coëunt, donec in CD conveniant ac terminentur in lineam CD. *Cunei forma & uſus.* Iconiſ. XXI fig. 463.

Uſus Cunei eſt in findendis lignis, divellendis lapidibus, aliiſque corporibus ſolidis ac fiſſilibus violenter dividendis. Dum enim, aut ſectæ in fiſſili corpore rimæ intruditur aliquouſque cunei apex, baſi verò illiditur vehementi percuſſione malleus, aliudve inſtrumentum ad percutiendum aptum, qua percuſſione adactus cuneus paulatim magis magiſque ingreditur, magnaque violentia corpus in partes divellit, ut in appoſita figura apparet.

Pro-

Iconiſmus XX. *Ponatur è regione pag.* 441.



Digitized by Google

Propoſitio II.

Cauſam virium Cunei explicare.

Cunei virium cauſa. ARiſtoteles Quæſt. 17. aut 18. Mechan. aſſerit, cuneum in corpore fiſſili divellendo gerere vicem duorum vectium primi generis ſibi invicem oppoſitorum; & ideo accedente percuſſione eſſe tantarum virium. Sit enim cuneus A B C, *Iconiſ. XX. Fig. 464.* cujus pars K B H ſit jam intruſa intra corpus findendum G F E C Dum percutitur cuneus malleo in A C, latus A B ſit vectis primi generis, cujus hypomochlium eſt in H, potentia movens in A, pondus vertici B impoſitum G K P F. Eodemque modo latus C B ſit vectis primi generis, cujus hypomochlium eſt in K, potentia in C, pondus vertici B impoſitum D H P F.

Guidubaldo in Mechanicis non placet hæc Ariſtotelis opinio, ſed putat, ſi cuneus ad vectem reducendus eſt, potiùs debere reduci ad vectem duplicem ſecundi generis, quorum commune fulcimentum ſit in B, pondus in punctis K & H, potentia A & C, ita ut pars H D E P moveatur à vecte A B verſus O, & pars K G F P à vecte C B verſus N.

Ipſe nihilominùs *Guidubaldus*, & cum eo *Merſennus* in Phænom. Mechan. Propoſit. 12. & alii, reducunt Cuneum ad planum inclinatum horizonti, ajuntque utramque corporis findendi partem moveri ſupra cuneum vi percuſſionis ingredientem, tanquam ſuper duo plana inclinata. Explicationem vide apud ipſos, & apud nos in Magia 3. p. lib. 2. Syntag. 5. cap. 3.

Ariſtotelis ſententia diſplicet aliquibus, quia non videntur qua ratione cunei vertex B trudat ac divellat corpus fiſſile in duas contrarias partes, ita ut potentia in A, vecte A B, trudat vertice B partem K B verſus N, & potentia in C, vecte C B, trudat eodem vertice B partem H B verſus O.

Ego libenter recedo ab Ariſtotelis opinione. In 3. Par. Magiæ lib. 2. Syntagm. 5. cap. 4. dixi. Cauſam cur per cuneum exigua potentia divellit ingentia corpora, eorumque partes fiſſas in contraria movet, eſſe, quia potentia in uſu cunei velociùs movetur quam pondus divellendum, ſeu divulſum; ſemper enim ſpatium quod cuneus in ingreſſu ſuo conficit, majus eſt, quam ſpatium quod conficiunt partes divulſæ, dum in contraria moventur. Hinc cauſam deſumpſi, cur quò acutior eſt angulus cunei, eò faciliùs ſcindit (quod Ariſtoteles advertit, & experientiâ conſtat) quia nim. potentia cum eo plùs movetur, quàm pondus. Sed cum hoc ſtare poteſt quòd Cuneus fungatur officio duplicis vectis primi generis, ut Ariſtoteles volebat, & cum eo Baldus, aliique Interpretes.

PORISMA.

Ergo in hac etiam Machina locum habet principium noſtrum univerſale de mechanicis motionibus.

CAPUT X.

De COCHLEA, ejuſque viribus in premendis ac movendis corporibus.

HÆc ultima eſt fundamentalium quinque Machinarum, tantarum etiam virium, ut domus ligneæ integræ ejus ope in altum levari queant. Uſus ejus eſt frequentiſſimus, & paſſim obvius.

Propoſitio I.

Formam & uſum Cochleæ explicare.

COchlea eſt cylindrus in unam aut plures helices ſeu ſpiras ſolidas & exuberantes inſtar helicis eidem circumvolutas elaboratus, ut apparet in appoſitis figuris, ubi cylindro A B circumvoluta eſt ſpira ſolida à ſummo deorſum. *Cochleæ forma & vires. Iconiſ. XX. Fig. 465.*

In uſu ejus inditur uni aut pluribus tignis, aut manubriis, in ſpiras concavas intus elaboratis, ut apparet in C D; quæ ſpiræ convexis cylindri ſpiris accuratè convenire, & ipſas intra ſe recipere debent. Hæ cavæ ſpiræ nuncupantur communiter matrices, ſeu matres; quæ quidem aliquando ſtabiles ſunt, & intra eas cylindrus convolutus aſcendit ac deſcendit; aliquando verò mobiles, & ipſæ circa cylindrū convolutæ aſcendunt ac deſcendunt.

Uſus Cochleæ eſt frequentiſſimus, tum in preſſionibus, tum in ponderibus trahendis, attollendis, removendis. Ad convertendum ſtriatum cylindrum A B immitti eidem ſolet vectis E F. Qui quidem vectis aliquando eſt immobilis, ut in prælis typographicis; aliquando verò mobilis, ut è foramine E eximi, & intra foramen L, aliaque in circuitu baſis aut capitis cylindri facta immitti queat. Poſſunt etiam ac plures vectes adhiberi, ut plures homines applicentur.

Si baſi B cylindri A B appendatur pondus M, & machina erigatur perpendiculariter ſupra horizontem, uti figura monſtrat; manubrium ſeu vectis E F converſione ſuâ attollens cylindrum ſurſū, elevat ſimul pondus. Si autem machina ſit proſtrata, & horizonti parallela; idem pondus appenſum moveri poteſt ſuper planum horizontale, & inclinatum. Si ſupra A ponatur pondus, attollitur ſimul cum cylindro A B aſcendente.

Propoſitio II.

Vires Cochleæ, earumque cauſam explicare.

VIs Cochleæ communiter reducitur à Mechanicæ Scriptoribus ad cuneum, & conſequenter ad vectem; ab aliquibus verò ad motum ſuper planum inclinatum, quia helices convexas cylindri concipiunt tanquam plana inclinata circa cylindrum revoluta, ideoque motum ponderis per cochleam explicant per motum ſuper planum inclinatum. *Cochleæ vires.*

Nos generali & communi omnibus Machinis principio noſtro vim Cochleæ explicamus, quia nim. per eam potentia applicata multò plùs movetur quam pondus, aliudvè reſiſtitivum. Nam quando potentia eſt immediatè applicata cylindro, in una cylindri converſione deſcribit integrum circulum æqualem circumferentiæ cylindri; quando verò eſt applicata extremitati F vectis E F, tantum circulum percurrit, quantum deſcribit punctum F circa axem cylindri: at pondus in utroque caſu ſolùm movetur per tantum ſpatium, quanta eſt perpendicularis à principio unius ſpiræ ad finem ejuſdem, v. g. ab N uſque ab H. Hinc eſt, quòd quò

ſpiſſiores ſunt ſpiræ, & minùs inter ſe diſtantes, vectis autem qui ad convertendum cylindrum adhibetur, longior eſt, eò velociùs potentia movetur; pondus verò eò tardiùs, ac proinde eò plùs momenti habet potentia. Quæ etiam cauſa eſt, cur ad movendum ac premendum efficaciſſima ſit cochlea inter omnes machinas, quia potentia per eam cum multò majori ratione ſeu proportione movetur velociùs quàm pondus, quàm per alias machinas: unde etiam tardiùs per hanc, quàm per alias movetur pondus.

Ergo etiam in hac Machina locum habet principium noſtrum univerſale machinalium motionum.

EPILOGUS LIBRI.

Machinæ compoſita ex fundamentalib.

Quinque fundamentales Machinæ hactenus explicatæ, poſſunt ac ſolent variè inter ſe componi ad unam aliquam Machinam compoſitam conſtituendam, dum nunc duæ, nunc tres, nunc plures, modò uno modo inter ſe combinantur, modò alio. Hinc ortum habent tam mirabiles & innumerabiles Machinæ, quas varii Scriptores integris voluminibus graphicè depingunt, & ingenioſe deſcribunt. Aliquas nos dedimus in Magia noſtra Thaumaturga Par. 3. Magiæ lib. 3. toto, inter quas ſunt Machinæ quæ conſtant rotis ac tympanis dentatis; Gloſſocomum Heronis & Pappi, quod datum pondus data potentia movetur, Gloſſocomum noſtrum, quo talenti potentia moveri poſſet Terraqueus globus, etiamſi aureus foret; Gloſſocomum alia forma conſtructum; Pancratium infinitæ potentiæ Simonis Stevini; Pancratium aurigarum, Memnonia ſtatua ſonans, & harmonicè cantans; Machinæ ſeu Inſtrumenta quibus iter & locorum diſtantia menſurantur: Quadriga ſine hominum aut jumentorum trahentium ope per vias agitata: Sphæra, aliaque Machinæ, ſiderum motus varios exhibentes: Archimedea ſphæra, Architæ columba lignea volitans: Regiomontani aquila; Dædali ſtatua: Apollonii tripodes. Horologia rotata, Vectes breves multiplicati immenſarum virium: Kircheriana Machinula, qua minimo digito talenti pondus elevatur: Trochlea ſimplex, qua quis ſeipſum ſurſum attrahere poteſt, Machinamentum Dantiſcanum, quo mons extra urbem ſitus, translatus fuit in urbem: Scytala Ariſtotelis, qua veteres terra ingentes ſaxorum moles vehebant; Cteſiphontis & Methagenis Machina ad gravia onera deducenda, &c. Trochlea cum tignis & Succula ſeu Ergata: Machina qua Obeliſci Romani fuerunt translati atque erecti, tandemque Machina Ferdinandea, juſſu Ferdinandi III. Cæſaris pro Chinenſi Miſſione Societatis IESV conſtructa. Plures dabimus in Mechanica Univerſali.

LIBER

LIBER XVI.

DE STATICA.

Procemium.

PLerique Authores Staticam cum Mechanica confundunt, & utramque pro eadem ſumunt ſeu Arte, ſeu Scientia. Ego ſejungo, & Mechanicam gravium movendorum, Staticam verò eorundem ponderandorum ſcientiam appello: aliud enim eſt, gravia movere ex arte, efficereque ut exigua potentia magno æquiponderet aut etiam præponderet ponderi; aliud gravium pondus explorare, & notum facere: primum ad Mechanicam, ſecundum ad Staticam ſpectat. De hac agemus breviſſimè, ac primò trademus Statica Elementa, ſecundò Statica ſeu Ponderatoria Inſtrumenta, tertiò Staticas praxes. Eadem tradidimus in 3. Par. Magiæ lib. 4. Breviores erimus in hoc libro, quia multa quæ in præcedenti tradidimus, ſunt etiam Staticæ communia. Statica quid ſit.

CAPUT I.

De Staticæ Elementis.

STaticæ Elementa vocamus, Definitiones ſeu terminorum explicationes, Axiomata, & Poſtulata ſeu Hypotheſes.

Propoſitio I.

Definitiones Staticas, ſive terminos in statica uſitatos explicare.

Statica Definitiones. I. S*Tatica eſt ponderandi ſcientia.* Ponderare autem, eſt gravium pondera ſeu gravitates in nota ponderum menſura explorare. Quemadmodum Staticæ officium. verò Mechanica, quæ gravium movendorum eſt ſcientia, non ſolùm gravia corpora movet, ſed etiam Machinas præſcribit quibus moveantur, & gravium rationes, ac cum potentijs motricibus proportiones ſcrutatur; ſic Statica non ſolùm gravia ponderat, ſed etiam Inſtrumenta præſcribit quibus ponderentur, & ponderum rationes ac affectiones varias conſiderat. Quid porrò ſit grave, quid gravitas, per quam lineam ſeu viam ad gravium centrum tendant gravia, aliaque ſimilia; jam libro præcedenti explicatum fuit.

II. *Corpora ejuſdem aut æqualis ponderis ſeu gravitatis ſunt quæ in eodem medio æquali niſu deorſum tendunt, ſublatis impedimentis.* Hæc libro præcedenti appellavimus æquiponderantia, & diſtinximus à corporibus æquilibribus. Aliqui ejuſdem aut æqualis ponderis corpora appellant, quæ in eodem medio deſcendendo, æquali tempore æquale ſpatium conficiunt. Non placet, quia lamina plumbea librilis, & ſphæra plumbea librilis, æqualis ſunt ponderis, nec tamen per aquam deſcendendo conficiunt æquali tempore æquale ſpatium, ut experientiâ conſtat. Idem ſine dubio in aëre contingit, licèt minùs ſenſibiliter. Eadem corpora æqualis ponderis aliqui vocant corpora æqualis potentiæ, quia pondus ſeu gravitas corporum eſt potentia eorum quâ deorſum nituntur ac moventur. Corpora æqualis ponderis.

III. *Corpora diverſi aut inæqualis ponderis ſeu gravitatis ſunt, quæ in eodem medio inæquali niſu deorſum tendunt, ſublatis impedimentis.* Explicatio patet ex proximè dictis.

IV. Cor-

Corpora ſpecie ponderoſiora.

IV. *Corpora ſpecie ponderoſiora ſeu graviora ſunt, quæ ſub minori mole æquiponderant aut præponderant aliis majoris molis.* Sic plumbum dicitur ponderoſius in ſpecie ſua quàm cera, aut lana, quia minor maſſa plumbi eſt æqualis, imò majoris ponderis, quàm major maſſa ceræ aut lanæ.

Corpus noti ponderis.

V. *Corpus noti ſeu dati ponderis aut gravitatis eſt, cujus ponderoſitas certo numero exprimitur.* Ut cùm dicimus, corpus ſex librarum, duorum centenariorum &c: Hæc dicuntur etiam definitæ ponderoſitatis ſeu gravitatis. Ex quo patet, quid ſit data ſeu definita gravitas, datum ſeu definitum pondus; de qua re etiam in Definitionibus Mechan.

Corpora æquilibria.

VI. *Corpora æquilibria ſunt, quæ ſuſpenſa ex diverſis libræ, ſtateræ, vectis &c. brachiis, faciunt æquilibrium, hoc eſt, conſtituunt ſcapum libræ &c. horizonti parallelum.* Differunt ergo æquiponderantia, & æquilibria corpora, quia æquiponderantia poſſunt eſſe non æquilibria, ut ex dictis in Mechanica patet.

VII. *Pondus elevare dicitur, quidquid eſt cauſa ponderis in ponderatorio Inſtrumento ſuſpenſi in altum evati.* Tale non ſolùm eſt corpus aliud ponderoſum, ſed impetus etiam, & quidquid impetum Inſtrumento ponderatorio imprimit.

Huc pertinent etiam quæ libro præcedente inter Definitiones Mechanicas diximus de centro gravitatis, linea directionis, jugo, anſa &c. quæ vide.

Propoſitio II.

Axiomata ſtatica adſignare, & explicare.

Statica Axiomata.

AXiomata Mechanica, quæ libro præcedenti cap. 2. attulimus, & explicavimus, ſunt etiam Axiomata ſtatica, & huc pertinent.

Propoſitio III.

Poſtulata ſtatica adſignare, & explicare.

Statica Poſtulata.

NOnnulla ex Poſtulatis Mechanicis libro præced. cap. 3. allatis, & explicatis, ad ſtaticam etiam pertinent: quare explicatio eorum, ſi quæ hic repetentur, inde eſt petenda.

I. *Æqualia pondera æquali utrimque brachio ponderatorii Inſtrumenti appenſa, ſunt in æquilibrio.* Quia nulla eſt ratio cur unum alteri præponderet, cùm æquiponderantia ſupponantur.

II. *Inæqualia pondera æquali hinc inde brachio appenſa, non æquiponderant,* ſed gravius præponderat. Si enim æqualia dicto modo ſuſpenſa æquiponderant, neceſſe eſt inæqualia non æquiponderare.

III. *Æqualia pondera inæquali diſtantia ſuſpenſa, non æquiponderant, ſed ſuſpenſum ex majori diſtantia præponderat.* Explicatum eſt lo. cit. Poſtulato 2.

VI. *Si ponderum ex quibuſcunque diſtantiis æquiponderantium alteri adjiciatur aliquid, non æquiponderant ampliùs, ſed præponderat id cui adjectum eſt aliquid.* Explicatum fuit ibidem Poſtulato 3.

V. *Si gravium ex quibuſcunque diſtantiis æquiponderantium alteri demitur aliquid, æquilibrium perdunt, & præponderat id cui nihil eſt ablatum.* Explicatum eſt ibidem Poſtulato 4.

VI. *Si pondera ex quibuſcunque diſtantiis æquiponderant, etiam ipſis æqualia ſeu revera ſeu ſecundùm proportionem, ex iiſdem æquiponderant.* Explicatum eſt cit. loco Poſtulato 5. quoad diſtantias æquales; ſed eadem eſt ratio quoad quaſcunque.

VII. *Inæqualia pondera inæqualibus brachiis librata faciunt æquilibrium, ſi ſit eadem proportio brachiorum, quæ ponderum, permutando.* Explicatum ac demonſtratum fuit libro præcedente cap. 4. Propoſit. 3. & 4. Multa alia eodem cap. 4. explicata ac probata, huc referri poſſunt tanquam Poſtulata, aut Hypotheſes, ideo nolo eſſe longior.

CAPUT II.

De ſtaticis ſeu Ponderatoriis Inſtrumentis.

DUo ſunt præcipuè ſtatica ſeu ponderatoria Inſtrumenta, Libra, & Statera. Utriuſque formam, uſum, & proprietates trademus.

Propoſitio I.

Formam & uſum Libræ ordinariæ explicare.

Libræ ordinariæ forma & uſus. Iconiſ. XX Fig. 456.

LIbra eſt organum ſeu inſtrumentum, ad examinandam corporum gravitatem aptum, aſſumpto alio notæ gravitatis corpore. Alia eſt ordinaria, alia extraordinaria.

Forma Libræ ordinariæ, quoad ſubſtantiam ſaltem (variis enim modis, pro artificum libitu, formari ſolent) eſt, qualem monſtrat appoſita fig. in qua AB vocatur librile, jugum, & ſcapus libræ: AC, & BC, brachia, librilia, radii; C, centrum: CE, lingula, trutina, examen, argumentum: CF, anſa, ſpartum, agina: G & H, lances: AI & BK, pendula, funiculi. Lingula CE connexa eſt ſcapo immobiliter ad angulos rectos. Anſa CF ſuſtinetur axiculo trajecto per centrum C, & per foramina anſæ utrimque centro correſpondentia. Bilances G & H, cum pendulis AI, & BK, ſolent eſſe æqualis ponderis; & præterea pendula æqualis longitudinis. Brachia AC, BC, æqualis ſolent eſſe longitudinis, craſſitiei, & gravitatis. F eſt annulus, aut ligaculum, quo vel manibus apprehenditur, vel è clavo ſuſpenditur totum Inſtrumentum in ejus uſu.

Uſus Libræ notus eſt: nam uni lancium imponitur merx, cujus gravitas quæritur, alteri pondus aliud notæ gravitatis. Si notum pondus uni lanci impoſitum, & corpus examinandum alteri lanci commiſſum, Libram conſtituunt in æquilibrio; tunc arguitur eorum æqualitas ſecundùm gravitatem, ſi Libræ brachia ſint æqualia, & reliqua omnia ritè ordinata, omniſque fraus abſit. Si verò non conſtituunt in æquilibrio, ſed una lanx magis deprimitur quàm altera; inæqualitas arguitur. Signum porrò, quòd Libra ſit in æquilibrio conſtituta, eſt, quando lingula jugo ad angulos rectos affixa, ſtat immota intra anſam, in neutram partem propendens. Ratio eſt, quia grave ſuſpenſum liberè non quieſcit, niſi linea directionis tranſeat per centrum gravitatis corporis ſuſpenſi, ſimulque per punctum ſuſpenſionis, *per Poſtul. 10. libri præced.* Quando ergo liberè ſuſpenſum quieſcit, ſignum eſt,

eſt, lineam directionis tranſire per dicta puncta. Quando itaque in Libra ſunt omnia æqualia, brachia, pendula, lances, tam quoad longitudinem, quàm quoad gravitatem, & conſequenter quando vacua Libra ſuſpenſa liberè ſtat in æquilibrio; ſi & onerata in æquilibrio ſtat, ſignum eſt pondera impoſita utrinque eſſe inter ſe æqualia, quia linea directionis per centrum gravitatis totius compoſiti ex libra & ponderibus impoſitis tranſiens, dividit totum compoſitum grave in duas æqualiter graves partes, *per Definit.* 5 *libri præced.*

Annotatio.

Librarum tres ſpecies.

Libra, ut & alia gravia, liberè ſuſpenſa, non poteſt quieſcere, ut jam inſinuavimus, niſi punctum ſuſpenſionis & gravitatis ſint in eadem linea directionis. Quoniam verò hæc duo puncta tripliciter ſe poſſunt habere, ideo triplex ſpecies ſeu differentia librarum oritur, diverſas proprietates habentium. Poteſt enim punctum ſuſpenſionis vel coincidere cum centro gravitatis, vel eſſe ſupra, vel infra centrum gravitatis. Hinc libra aliqua à paralleliſmo dimota ad ipſum redeunt, aliæ non redeunt; de qua re in 3. Par. Magiæ lib. 4. Syntagm. 2 cap. 1 Propoſit. 3 fusè egimus. In Libra ordinaria centrum gravitatis ſemper eſt infra punctum ſuſpenſionis, ideo à paralleliſmo dimota ſemper ad eum redit.

Propoſitio II.

Fallacias Libra doloſæ, quæ tamen juſta videatur, explicare, atque detegere.

Libra fallax.

MUltis modis contingere poteſt, ut Libra aliqua ſit fallax, quæ tamen juſtiſſima alioquin appareat. *Primò* ratione inæqualitatis brachiorum quoad longitudinem. Conſtat enim ex dicto libro præced. grave ex longiori brachio pendens habere plùs momenti, quàm ex breviori. Itaque ſi merx brachio breviori, ſacoma ſeu contrapondium breviori attribuatur, fraus committetur. *Secundò* ratione inæqualitatis funiculorum. Etiamſi enim libra habeat brachia exactiſſimè æqualia, & trutinam perpendicularem, & lances æqualis gravitatis, & funiculorum pondera æqualia; ſi habeat tamen funiculum alterum altero longiorem, incumbatque plano horizontali impoſitis æqualibus ponderibus; non apparebit æquilibrium, ſi punctum ſuſpenſionis fuerit in centro gravitatis, vel infra, ſed videbitur præponderare ad illam partem, quæ habuerit breviorem funiculum. *Tertiò* ratione plani inclinati cui incumbunt lances. Etſi enim libra ſit exactiſſimè facta, & omnia planè ſint æqualia in pondere, & in longitudine, incumbat tamen plano non horizontali; impoſita pondera æqualia non conſtituent æquilibrium, ſed videbitur præponderare lanx quæ incumbebat parti depreſſiori plani. *Quartò*, ſi lances libræ ſint ferreæ, & infra tabulam ſubtilem cui lances incumbunt, abſcondatur magnes robuſtus, cuique incumbat lanx cum mercibus. Lege quæ diximus fusè 3. Par. Magiæ lib. 4. Syntag. 3, Pragm. 3.

Propoſitio III.

Formam & uſum Stateræ communis explicare.

Stateræ communis forma & uſus.
Iconiſ. XX. Fig. 467.

STatera communis eſt quaſi libra inæqualium brachiorum. Ejus forma eſt, qualem præſens fig. repræſentat. Partes ejus ſunt quatuor: AB ſcapus, ſeu teres, ſeu in tria, quatuor, & quotquot artifici placuerit, latera efformatus; CD anſa ſeu ſpartum, dividens ſcapum inæqualiter, eique affixum non ſecus ac in libra; BE harpago, ſeu uncus, ſeu etiam lanx: F pondus ſeu æquipondium, appendiculumve, ſcapo appenſum, & huc atque illuc mobile, unde & curſor appellatur, & ſacôma, vel antiſacôma. Centrum ſtateræ eſt, ubi anſa eſt, per cujus foramina & centrum ſtateræ tranſit axiculus. Immediatè ſupra centrum, intra anſam, erigi poteſt perpendiculariter trutina; quamvis id in majoribus ſtateris fieri non ſoleat. Scapi longitudo major dividitur in partes varias, æquales minoris longitudini; & quælibet illarum ſubdividitur iterum.

Uſus ſtateræ hic eſt. Unco BE appenditur res cujus pondus inquiritur; aut ſi ibidem loco unci eſt lanx, imponitur lanci; deinde pondus F movetur verſus anſam, & ab illa removetur, donec ſcapus in æquilibrio ſit. Numerus ſub quo pendet ſacôma F, indicat pondus rei unco BE appenſæ; quod quidem ſacôma ſe habet ſemper reciprocè ſeu permutatim, ut diſtantia à ſacomate uſque ad anſam, ad diſtantiam ab unco ad anſam, quia ſtatera, cùm libra ſit inæqualium brachiorum, idem eſt ac vectis, in qua axis per centrum tranſiens eſt hypomochlium. Sacoma F debet eſſe notæ gravitatis, v.g. unius libræ. Quod pondus ſi ſub numero 1 facit æquilibrium cum mercibus appenſis, pendunt hæ unam libram; ſi ſub numero 2, duas; ſi ſub numero 3, tres &c; Quò autem longius erit majus brachium ſupra minus, eò majori ponderi in unco appenſo æquivalere poteſt idem ſacôma, atque adeo ad eò majora pondera ponderanda adhiberi poteſt ſtatera.

Annotatio.

SOlent in Statera ſcapo fieri duæ trutinæ, una ſurſum altera deorſum tendens; & duo unci, unus ſimiliter ſurſum, alter deorſum tendens; & tam latus ſcapi ſurſum reſpiciens, quàm latus deorſum tendens, dividi ſolet in certas ac determinatas partes, ſed differentes inter ſe, in uno nimirum latere majores, in altero minores. Et majores quidem diviſiones, cum trutina & uncino ſuo, ſerviunt pro majoribus ponderibus explorandis; minores verò pro minoribus.

CAPUT III.

De varijs & ingenioſis ponderandi modis.

VAtios & valde ingenioſos ponderandi modos, etiam ſine ponderatorijs Inſtrumentis: attuli Par. 3. Magiæ lib. 4. Syntagm. 3. ex quibus paucos qui ſequuntur, excerpſi.

Pro-

Propoſitio I.

Magna pondera communi & mediocri ſtatera examinare.

Statera mediocri ponderare magna pondera. Iconiſm. XX. Fig. 468.

DEtur ingentis ponderis dolium A, cujus gravitas ſit examinanda per ſtateram communem F G. Accipiatur tigillus ponderi ferendo proportionatus D E, in cujus extremo D ſit uncus, cui adnectatur dolium A, & aſſumatur valde parva diſtantia D L, ſitque L punctum ex quo tigillus ſuſpendatur; ac fiat D L ad L E, ut v. g. 1. ad 20. alius item tigillus M H aſſumatur, & in eo prope punctum M, quod reſpondeat puncto E prioris tigilli, infigatur axis in I, circa quem converti poſſit, ſitque M I ad I H, ut 1 ad 10. v. g. demum ſtateræ uncus H ſubjiciatur extremo H tigilli M H, & æquipondium à ſparto B paulatim removeatur, donec fiat æquilibrium v. g. in puncto G notâ librarum 12. Dico, dolium ponderare in tali caſu libras 2400. Nam ſi punctum G deberet moveri deorſum, deſcenderet duodecuplo velociùs, quàm F, hoc eſt, quàm H aſcenderet; H verò decuplo velociùs aſcenderet, quàm M, hoc eſt, quàm E deſcenderet; at E vigecuplo velociùs deſcenderet, quàm D, hoc eſt, quàm A aſcenderet: Ergo velocitas motus ipſius G ad motum A eſſet, ut 2400 ad 1. Cùm igitur ſit conſiſtentia, & æquilibrium, neceſſario erit ut momentum ipſius G ad momentum ipſius A, ita pondus A ad pondus G.

Quòd ſi æquipondium G magis à ſparto removeatur, jam præponderabit, & attollet pondus A, ac proinde jam majus pondus eidem ſtaterâ examinari poterit. Æquipondium in ſtatera F G ſupponitur eſſe tantùm unius libræ. Procurandum ut omnia ſint proportionata ponderi ferendo. In ſumma ineunda debet haberi ratio impedimentorum quæ motum trabium circa axes ſuos reddunt difficilem; & funium alligatorum.

Propoſitio II.

Aliter communi ſtaterâ examinare magna pondera.

Iconiſm. XX. Fig. 462.

SIt communis Statera A B, cujus anſa C D, & æquipondium in extremo A poſſit ſolùm 8 libras ſuſtentare. Sit datum pondus G, & notum ſit præter propter quàm multiplum ſit reſpectu totius ponderis ab æquipondio in B ſuſtentabilis, quod ſuppoſuimus eſſe 8 librarum. Accipiatur pondus aliud, quod ad æquipondium habeat eandem rationem, ſed unitate mulctatam. Ut ſi notum ſit, pondus G datum eſſe ferè ſextuplum ponderis ab æquilibrio ſuſtentabilis, accipiatur pondus æquipondij quintuplum, & in extremo A appendatur: deinde æquipondium adducatur ad illud jugi punctum, ubi fit æquilibrium. Nam ſi ratio ponderis in A ad æquipondium, ducatur in numerum librarum à ſtatera examinabilium (ut ſi in caſu poſito ducantur 5 in 8, fiunt 40) & producto addatur numerus librarum quas æquipondium notat, & ſint v. g. 7; tota ponderis G gravitas librarum 47 innoteſcet.

Ratio eſt, quia pondus in extremo A poteſt quinquies pluſ quàm æquipondium, ac proinde poteſt 40; æquipondium verò ad notam num. 7 promotum poteſt 7. libras; ergo ſimul cum pondere in A appenſo poteſt 47. Quòd ſi in nullo puncto collocato æquipondio fieret æquilibrium ſed pondus G præponderaret; deberet aſſumi majus pondus, quod ad æquipondium haberet majorem rationem, quia ſignum eſſet etiam ponderis G ad pondus à tota ſtatera ſuſtentabile habere majorem, quàm aſſumpta fuerat, rationem.

Propoſitio III.

Paucis ponderibus ſeu ſacomatis magnæ gravitatis pondera ponderare.

FIant pauca pondera excedentia ſe in tripla proportione, quorum primum ſit libræ 1, ſecundum librarum 3, tertium 9, quartum 27, quintum 81, ſextum 243 &c. Poterunt ijs ponderari corpora tot librarum, quot unitatum eſt ſumma collecta ex additione numerorum qui dicta pondera exprimunt. Sic tribus ponderibus librarum 1, 3, 9. quorum ſumma eſt 13, poſſum ponderare 13 libras; quatuor ponderibus librarum 1, 3, 9, 27, quorum ſumma eſt 40, poſſum ponderare 40, libras; quinque ponderibus librarum 1, 3, 9, 27, 81, quorum ſumma eſt 121, ponderare poſſum 121, libras; ſex ponderibus lib. 1, 3, 9, 27, 81, 243, quorum ſumma eſt 364, ponderare poſſum 364 libras. Eâdem ratione ulteriùs progredi poſſum. Praxis conſiſtit in hoc. Si unam libram mercium volo, impono uni lanci pondus unius libræ, alteri lanci merces; & æquilibrium dat unam libram. Si duas volo libras, impono uni lanci pondus 3 librarum, alteri pondus unius libræ, & huic addo merces donec æquilibrium fiat. Tres mercis libras dat pondus 3 librarum; Quatuor mercis libras, pondus 3 & 1; pro quinque libris impono uni lanci 9, alteri 3 & 1, & hiſce addo merces donec æquilibrium fiat. Et ſic de reliquis.

Ponderibus paucis ponderare multa.

Aliter idem efficere.

FIant pauca pondera excedentia ſe mutuò in proportione dupla, ſic: 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. &c. Poteris horum tribus, quatuor, quinque &c. ponderare tot libras, quot exprimit ſumma ponderum additorum. Sic quatuor ponderibus ponderabis libras 15; quinque ponderibus libras 31; ſex ponderibus libras 63 &c: Praxis non eſt diverſa à præcedenti: nam unam, & duas libras dant pondera 1 & 2 ſingulatim; tres libras dant 1 & 2 ſimul; quinque libras Pondera 1 & 4 &c.

Uno etiam pondere notæ gravitatis, v. g. unius libræ, unciæ, ſemiunciæ &c: idem quod ante fieri poteſt. Nam pondere unius libræ ponderare poſſum integrum cumulum ſalis, a terra five res, ex ſe ondo ex eo quotquot libuerit libras, ſic. Si unam libram volo, pono in una lance libram in altera ſaltem donec æquilibrium fiat: ſi duas libras pono in una lance pondus & ſalem unius libræ, & in altera lance habebo duas libras ſalis, quando erit æquilibrium. Et ſic ulteriùs.

Propoſitio IV.

Magnetis vim attractivam ad libram expendere.

POne in una lance magnetem, ita ut polus reſpiciat fundum lancis: in altera lance colloca pondus,

Magnetis vim attractivam ponderare.

dus, donec fiat æquilibrium. Deinde infra lancem in qua magnes, applica ferrum, ſtante interim librâ in æquilibrio; & alteri lanci infunde paulatim & ſine impetu tantum arenæ, donec lanx cum magnete à ferro ſuppoſito abripiatur. Pondus arenæ dat pondus virtutis magneticæ. *Multos alios modos dedimus Par. 3. Magia lib. 4. Syntagm. 3. Pragm. 8. & ſeqq.*

Propoſitio V.

Aeris gravitatem libra aut ſtatera expendere.

Aeris gravitatem ponderare.

VAriis modis id fieri poteſt. I. Si veſica priùs flaccida, deinde bene inflata, ponderetur librâ: differentia enim ponderis inter utramq; erit pondus aëris inflati. II. Si ponderetur Æolopila primùm aëre in ſtatu ſuo naturali plena, & deinde calefacta & aëre rariſſimo plena. III. Si ſclopera pneumatica, aliaq; ſimilia inſtrumenta, primùm aëre non conſtipato, deinde conſtipato plena ponderentur. Sed omnibus his, aliiſque praxibus, quas attuli lo. cit. Pragm. 10. nulla eſt certior, luculentior, & ingenioſior, quàm illa quæ fit per Experimentum Magdeburgicum novum, de quo in Mechanica noſtra Hydraulico-pneumatica: in aliis enim ponderatur aër non in ſuo ſtatu naturali, ſed violento conſtitutus; in illo verò aër in ſtatu naturali.

Monitio ad Lectorem.

INnumera alia ad Staticam pertinentia huc adduci poſſent, quæ fusè explicat Simon Stevinus, *& ex parte* Herigonus; *ſed quoniam in ſola Theoria ſiſtunt, & ad nullam praxin diriguntur, omittimus, contenti adduxiſſe Definitiones, & Hypotheſes, è quibus illorum explicatio ac demonſtratio pendent.*

P p LIBER

LIBER XVII.

De

HYDROSTATICA.

Procœmium.

Hydroſtatica.

STaticæ ſubjungimus Hydroſtaticam, quæ ars eſt, ſeu ſcientia tam liquida librandi, quàm ſolida in liquido ponderandi; ſpeciem loco generis ſumendo, & aquæ vocabulo (hanc enim ὕδωρ in compoſita Hydroſtaticæ voce ſignificat) quævis liquida intelligendo. Partes habet præcipue duas: quarum unam, quæ de gravibus aquæ innatantibus agit, Boreocolymbicam; alteram, quæ de iiſdem in aqua merſis tractat, Boreodyſiam vocant. Utraque ſua habet elementa, ſeu principia propria: utraque innatantium & merſorum cauſas, effectus, menſuram, aliaque phænomena conſiderat. Nos pauca, quæ ſequuntur, damus.

CAPUT I.

De Hydroſtaticis Elementis.

HYdraſtatica Elementa ſunt Definitioues, & Hypotheſes. Urrarumqne paucas afferam, explieabo.

DEFINITIONES.

Hydroſtatica definitiones.

I. *Materiâ æquiponderantia corpora ſunt, quæ in aere magnitudine & ponderitate æquantur.* Tales ſont duo eobi palmares aqoei, lapidei, plumbei, &c. ejuſdem aquæ, lapidis, plumbi, &c.

II. *Materiâ ponderoſius corpus eſt, quod magnitudine æqualibus præponderat.* Tale eſt cubus plumbeus palmaris reſpecto eubi lignei palmaris. Hoc aliqui voeant ſpecie gravius eorpus.

III. *Materiâ levius corpus eſt, quod æqualibus magnitudine cedit pondere.* Sic eera levior eſt lapide, lapis levior ferro, ferrum levius auro, &c. Hoc aliqui vocant ſpecie levius corpus.

IV. *Liquidum corpus eſt, cujus materia eſt fluxa, & partes invicem permeabiles.* Talis eſt aqua, & omnis liquor, item eera & metalla quævis liquefacta.

V. *Solidum corpus eſt, cujus materia non eſt fluxa.* Itaque ſolidum hîc non idem eſt ae id quod trinam haber dimenſionem.

VI. *Vas ſuperficiarium eſt ſuperficies corporis, ab eo cogitatione ſeparabilis.* Philoſophi eum Ariſtotele voeant loeum, ſeu ubi extrinſecum.

VII *Fundum (ſeu fundus) eſt ſuperficies quævis, quæ ſubnixa eſt aqua,* ſive ea ſit vaſe clauſa, ſive nō.

VIII. *Regulare fundum eſt planum omni diametro biſectile.* Tale eſt quadratum, circulare, &c.

HYPOTHESES.

Hydroſtatica hypotheſes.

I. O*Mne humidum habet fundus.* Doceut hoc ſenſus. Humidi porrò nomine hîc intelligimus omne liquidum & permeabile ab alio corpore, etiam argentum vivum, plumbum liquefactum; & ſimilia.

II. *Non omnia humida ſunt ejuſdem gravitatis.* Quod intellige de humidis tam ejuſdem, quam diverſæ ſpeciei. Eſt enim aqua gravior vino, vinum gravius oleo, & aqua marina, ac quælibet ſalſa, gravior quàm dulcis: frigida ejuſdem fontis aut fluvii, gravior quàm ealida. Idem judicium eſto de aliis humidis.

III. *Solida cum liquidis comparata quoad gravitatem, & ipſa etiam liquida cum aliis liquidis, poſita paritate molis, aut ſunt æqualis ponderis inter ſe, aut*

pon-

ponderoſiora, aut leviora. Sic unus aquæ cubus palmaris eſt æqualis ponderis cũ alio cubo palmari ejuſdem aquæ, unus autem cubus lapidis gravior, & unus cubus ligni abiegni levior, quàm aquæ cubus, uti experientiâ conſtat.

IV. *Aqua data datum ſibi intra aquam homogeneam locum ſervat.* Quia alioquin daretur motus perpetuus: nam ſicut ejuſdem aquæ homogeneæ pars una expelleretur ab alia aqua circumaſſiſtente, ſic etiam pars ſubſequens primæ, & pars ſubſequens ſecundæ, & ſic in infinitum, cùm non ſit major ratio cur pars una potiùs ſervet locum ſibi datum, quàm alia. Quod dixi de aqua, de quovis alio liquore homogeneo intelligi debet.

V. *Aqua conſiſtens omnibus partibus eſt ponderoſitatis homogeneæ.* Neque enim in aqua conſiſtente partes ſuperiores premiunt actu inferiores, ut latè probavimus in Mechanica Hydraulico pneumatica Par. 1. Procheoria 4. cap. 1. Propoſit. 5. & Parte 3. Magiæ lib. 5. Syntagm. 3. Erotem. 3.

VI. *Corpora gravia, ſive ſolida, ſive liquida ejuſdem rationis, ſeu homogenea, habent ſe adinvicem in mole, ſicut in pondere, & è contrario.* Itaque ſi duo ejuſdẽ ferri v. g. fruſta ſunt æqualia in mole, ſunt etiam æqualia in pondere, & ſi in pondere ſunt æqualia, ſunt etiam æqualia in mole. Ex quo ſequitur: *Si duorum gravium corporum ejuſdem generis, alterum alterius fuerit multiplex, quotuplex majus fuerit minore, totuplex erit majoris gravitas gravitatis minoris.*

VII. *Cum ſuis aqua intra vas conſiſtentis ſuprema ſuperficies, eſt plana & horizonti parallela,* ad ſenſum: nam mathematicè loquendo ſphærica eſt.

CAPUT II.

Theoremata Hydroſtatica, ab aliis demonſtrata.

Hydroſtatica theoremata. ARchimedes lib. de Inſidentibus in humido, *Simon Stevinus* in Hydroſtaticis, *Marinus Ghetaldus* in Archimede promoto, & alii, multa ac præclara demonſtrant theoremata hydroſtatica. Nos ad prolixitatẽ, & ſchematum multitudinem fugiendam, ex multis pauca & ſine ulla demonſtratione adducemus. Itaque Poſtulatorum aut Hypotheſium loco nobis erunt.

Theorema I.

C*Orpus ſolidum in aquam conſiſtentem demiſſum, ſi gravius eſt quàm aqua æqualis molis, mergitur, & ad fundum uſque deſcendit: ſi levius eſt, partim mergitur, partim aliqua ſui parte emineet: ſi eſt æquè grave, deſcendit uſque dum ſuprema ipſius ſuperficies coæquetur cum ſuprema ſuperficie aquæ.* In idem recidit, ſi dicas, ſolidum corpus ſpecie ſeu materia levius quàm aqua, non omnino mergi, ſed eminere ſui aliqua parte, ſpecie verò ſeu materia gravius ad fundum uſque demergi, ſpecie denique ſeu materia æquè grave, mergi quidem totum, ſed non ſubmergi. Patent hæc experientia, & demonſtrantur ab Archimede lo. cit. Propoſit. 3. 4 & 7. Idem contingit, ſi ſolidum ponatur in aliis liquoribus.

Theorema II.

C*Orpus ſolidum æquè grave ac aqua molis æqualis, datum in aqua locũ ſervat.* Sequitur ex Hypotheſi 4. ſi enim tale corpus intra aquam ponitur, tandem eſt ac ſi loco ipſius tantæ molis aqua poneretur.

Theorema III.

C*Orpus ſolidum levius aqua æqualis molis, in aquam demiſſum, uſque eò mergitur, ut tanta pars ſit intra aquam, quanta eſt moles aquæ æqualem habens gravitatem cum toto corpore.* Demonſtratur ab Archimede loco cit. Propoſit. 5. quibus verbis eam proponit. *Solidarum magnitudinum quæ aliquæ leviores humido fuerit, demiſſa in humidũ, uſque eò demergetur, ut tanta moles humidi, quanta eſt pars ejus demerſa, eandem quam tota magnitudo gravitatem habeat.* Idem porrò ſolidum aquâ in ſpecie levius, plùs mergitur in aqua leviori, quã in graviori. Hinc naves è mari in flumina tranſeuntes aliquando ſubmerguntur, quia aqua fluvialis levior eſt quàm marina.

Theorema IV.

C*Orpus ſolidum materiæ levioris quàm aqua cui innatat, ponderitate æquale eſt tantæ aquæ moli, quanta ſui parte demergitur.* Demonſtratur à *Stevino* lib. 4. Staticæ Propoſit. 5. & ſequitur ex præced. Propoſit. Unde fit, ut corpore ſolido ſui parte nota magnitudinis in aquam cognitæ ponderitatis immerſo, totius ſolidi pondus inveniri poſſit, ut benè deducit ac demonſtrat Stevinus lo. cit. Propoſit. 6. Exempli gratiâ, ſi pars navis immerſa ſit 10000 pedum cubicorum, & pes aquæ cubicus ſit 70 librarum, ſi 10000 multiplicentur per 70, habebis libras 700000 pro pondere totius navis cum omnibus in navi contentis, vel illi innixis. Idem dicendum eſt de reliquis ponderibus, & idem de reliquis humidis eſt intelligendum. Ex iiſdem fit, ſi ſumatur aqua æqualis molis cum parte corporis ſolidi demerſâ, aquam illam æquè gravem eſſe ac totum corpus ſolidum aquæ ex parte immerſum. Fit denique, onus materiæ imponendæ navi, ſumptum cum onere totius navis, debere eſſe minus quàm onus ſeu gravitas aquæ, cujus moles æqualis ſit ſoliditati ſeu capacitati totius navis.

Theorema V.

S*I idem corpus ſolidum materiæ levioris quàm aqua, mergatur intra aquas ponderitatis heterogeneæ, erit ut ponderitas materiæ aquæ gravioris ad ponderitatem materiæ aquæ levioris, ita pars corporis ſolidi in aquam materiæ levioris immerſa, ad partem ſolidi ejuſdem in aqua graviore demerſam.* Demonſtrat Stevinus lo. cit. Propoſit. 7. & ſequitur ex dictis: nam in utraque aqua tanta pars ſolidi mergitur, quanta eſt aqua toti ſolido æqualis, cùm autem aquæ ſint heterogeneæ, major pars in leviori quàm in graviori mergetur, & tantò major in una quàm in altera, quantò levior eſt una quàm altera.

Theorema VI.

C*Orpus ſolidum in aqua levius eſt quàm in aere, pondere aquæ magnitudine ſibi æqualis.* Prima pars patet experientiâ; ſecundã demonſtrat Archimedes lo. cit. Propoſit. 7. In idem recidit, ſi dicas, grave intra aquam tantò minùs ponderare, quantum ponderat aqua cujus locũ occupat. Ut ſi pes cubicus lapidis alicujus penderet in aere li-

bras 40 & pes cubicus aquæ cui immerſus eſt lapis, punderet libras 20, ponderabit lapis intra aquam 20 libras minùs, hoc eſt, viginti libras tantùm. Hinc ſequitur, lapidem illum deſcendere ſulùm vi ponderis 20 librarum.

Theorema VII.

Corpus ſolidum aqua levius, infra aquam vi demerſum, fertur ſurſum tanta vi, quanto aqua molem habens corpori demerſo æqualem, gravior eſt ipſo corpore. Demonſtrat Archimedes loc. cit. Propoſit. 6. In idem recidit, ſi dicas, corpus ſolidum minùs grave intra humidum magis grave vi detentum, ſi liberum dimittatur, aſcendere ſurſum vi ponderis, quo exceditur ab humido magis gravi æqualis molis. Ut ſi pes cubicus ligni ponderans quinque libras, detineatur vi intra aquam, cujus pes cubicus ponderet 20 libras, & dimittatur liber, aſcendet vi 15. librarum quâ gravitas ejus exceditur à gravitate aquæ.

CAPUT III.

Problemata Hydroſtatica breviter inſinuata.

Hydroſtatica problemata.

Hydroſtatica Problemata hoc præ aliis Mathematicis Problematis habent, quòd pleraque ingenioſa ſimul & mirabilia ſunt, atq; ad varios humanæ vitæ uſus utilia. Multa dedimus in Magia noſtra Hydroſtatica 3. Par. Magiæ lib. 5. Syntagm. 2. ex quibus ſequentia decerpſimus.

Propoſitio I.

Propoſitio quocunque corpore ſolido quod ſit gravius aqua, invenire gravitatem aquæ eidem in magnitudine æqualis.

Aquarū gravitates ponderare hydroſtaticè.

Exploretur bilance aut ſtatera in aëre propoſiti corporis pondus. Deinde idem ſuſpendatur crine equino ex una lance libræ, aut uno ſtateræ brachio, & demittatur in aquam, ita ut fundum non attingat, & iterum ejus pondus exploretur. Quantum eſt decrementum ponderis intra aquam, tantum eſt pondus aquæ æqualis in mole, *per theor. 6.*

Annotatio I.

Eadem ratione exploratur pondus omnium aliorum liquorum. Crinem equinum adhiberi juſſi, quia is ferè æqualis eſt ponderis cum aqua, ac proinde nihil in aqua ponderat.

Annotatio II.

Si corpus totum ponderari non poteſt intra aquam, nota tamen eſt ipſius gravitas v. g. 4000 librarum, ponderetur parva v. g. 10. librarū particula illius, aut alterius ejuſdem rationis corporis, primò extra, deinde intra aquam, & inventa differentia v. g. 2. librarum, fiat, ut 10 ad 4000, ita 2. ad aliud, & habebitur pōdus aquæ toti corpori æqualis, per 6. Hypotheſin. *Quid faciendum, quando pondus ſolidi magni dati non eſt notum, nota tamen eſt magnitudo, dicetur poſtea.*

Propoſitio II.

Differentiam inter gravitates aquarum quarumcunque invenire.

Differentiam inter gravitates aquarum invenire hydroſtaticè.

Inquiratur, *per præcedens Probl.* omnium propoſitarum aquarum gravitas, & conferantur adinvicem pondera ſingularum. *Et hæc praxis longe certior eſt, quam ſi diverſæ aquæ in eodem vaſe ponderentur in aere.*

Annotatio.

Quod dixi de aquis collatis ad invicem, intelligendum eſt etiam de quibuſcunque liquoribus tam ejuſdem ſpeciei collatis adinvicem, quàm diverſæ ſpeciei adinvicem etiam collatis. Apud Ghetaldum & alios extant tabellæ, quibus liquores diverſi inter ſe conferuntur; quibus tamen ego non fido ſine ſcrupulo, quia non omnium locorum liquores ejuſdem generis, ſunt inter ſe æqualis ponderis.

Propoſitio III.

Mixtionem argenti in aurea corona, ad imitationem Archimedis, invenire.

Mixtionē argenti in auro invenire hydroſtaticè.

Fiat maſſa aurea æqualis ponderis cum corona, & alia argentea æqualis etiam ponderis cum eadem corona. Tria hæc corpora demittantur ſingulatim intra vas aquâ plenum, & notetur differentia aquæ à ſingulis ejectæ, ſeu in menſura, ſeu in pondere. Et quoniam moles auri minor eſt quàm argenti, & coronæ, & coronæ minor quàm argenti, major tamen quàm auri; ideo corona plus aquæ ejiciet quàm aurum, minùs quàm argentum. Ex aquarum differentiis cognoſcetur quantum argenti ſit auro mixtum, idque vel per Regulam proportionum, aut falſæ poſitionis, aut Mixtionis, aut Algebræ. Vide quæ diximus 3. Parte Magiæ lib. 5. Syntagm. 2. Pragmatia 3.

Annotatio.

Melius erit, ſi pondus aquarum reſpondentium maſſis auri, argenti, & coronæ, exploretur modo dicto Problem. 1. quoniam enim tria illa corpora leviora ſunt in aqua, quam extra, per 6. Hypotheſin, *diminutio ponderis ſingulorum dabit præciſum pondus aquæ quæ æqualis eſt magnitudine ſingulis illis corporibus, quæque ab iiſdem corporibus ejiceretur è vaſe exactiſſimè pleno in ſingulis immerſionibus, ſi ea fierent. Sufficit autem adhibere quantumvis parvam particulam auri, & argenti, juxta dicta Problem. 1. Alias praxes huic ſimiles vide loc. cit. Magia noſtra.*

Propoſitio IV.

Ex gravitate auri cognoſcere ejus qualitatem hydroſtaticè.

Aurū quale ... item e...

Aurum aliud dicitur purum, aliud non purū, ſed aliis metallis mixtū, nim, argento & æri.

Parum

gravitate cognoſcere hydroſtaticè.

Purum appellatur 24 partium; non purum, paucioruum, tot videlicet, quot ex 24 partibus quib. totum mixtum conſtat, auri partes admixtas habet, v.g 20, 18, &c. Aurum non purum cum ſolo argento & ære miſceri ſolet, ut dixi, ita tamen, ut argenti & æris partes ſemper ſint æquales in pondere. His ſuppoſitis,

Ponderetur in aëre aurum propoſitum non purum, & accipiatur maſſa puri auri, item maſſa corporis mixti æqualiter ex argento & ære, quarum utraque ſit æqualis omnino ponderis cum auro non puro propoſito. Deinde tres hæ maſſæ ſeparatim ponderentur in aqua, & inveniantur gravitates trium aquarum tribus prædictis maſſis æqualium in mole. Poſtea inveniatur primò differentia inter gravitatem aquæ puri auri, & corporis ex argento & ære mixti; ſecundò differentia inter gravitatem aquæ auri non puri, & corporis ex argento & ære mixti. Tandem adhibeatur Regula Trium & fiat, ut differentia inter gravitatem aquæ puri auri, & aquæ mixti corporis ex argento & ære, ad gravitatem auri non puri propoſiti, ita differentia inter gravitatem aquæ auri non puri, & aquæ mixti ex argento & ære, ad aliud; & quartus numerus indicabit partes auri puri in auro propoſito; quæ reductæ ad partes vigeſimas quartas, dabunt qualitatem auri. Exemplum. Sit aurum non purum propoſitum unciarum, aliarumvè partium, 24 in pondere, ſimiliterquè aurum purum, & mixtum ex argento & ære ſit totidem unciarum, aut aliarum partium in pondere. Sit præterea aqua auri puri unciæ 1, aqua auri non puri unciarum 2, aqua denique mixti ex argento & ære unciarum 3. Erit differentia inter primam & tertiam aquā 2. differentia verò inter ſecundam & tertiam aquā erit 1. Fiat ergo, ut 2 ad 24, ita 1 ad aliud; prodibit aurum 12 partium.

Propoſitio V.

Differentiam ponderis inter corpora ſolida, quæ aqua ſunt graviora, invenire hydroſtaticè.

Differentiam ponderis inter corpora ſolida invenire hydroſtaticè.

SUme quotcunque corpora, ferrum, æs, ſtannum, argentum, &c. pura tamen in ſua ſpecie, cujuſcunque ſint figuræ, & bilance exactiſſima adhibita fac, ut corpora illa ſint inter ſe omnino æqualia pondere. Pone autem pondus eſſe, 100 v. g. unciarum, aut ſcrupulorum, aliarumve minutiſſimarum partium, in quas libra diſtingui ſolet. Tum ſingula corpora ex crine equino ſuſpenſa, & in aquam vaſe aliquo contentam demerſa aliquouſque, iterum examina eadem librâ inter aquam, & obſerva quantū minuatur uniuscujuſque pondus, dum in aqua eſt. Imminutio illa ponderis erit menſura ponderis aquæ quæ æqualis ſit in magnitudine demerſo corpori, & conſequenter indicabit quanta ſit cujuſque corporis moles & magnitudo V. G. appenſum aurum in aere ſit 100 unciarum, in aqua verò 95 unciarum: ex hoc colliges, aquam æqualem magnitudine & mole illi auro, eſſe quinque unciarum. Iterum plumbum in aere ſit 100 unciarum, in aqua verò 92 unciarum, ex hoc ſimiliter colliges, molem aquæ plumbo æqualem eſſe 8 unciarum. Aurum ergo & plumbum, æqualia in pondere extra aquam, in mole ſe habentur 5 ad 8. Ex quo ſequitur, idem aurum & plumbum mole æqualia, in pondere eſſe ut 5 ad 8. Eadem eſt ratio de aliis corporibus.

Annotatio.

NOn omnia metalla ejuſdem ſpeciei, nec fortaſſis æquè pura, æqualia pondere, ſunt etiam æqualia mole, unde non licet ex uno metallo ferre judicium de omnibus ejuſdem ſpeciei. Diſcrimen tamen, quod eſt inter illa, minutiſſimum eſt.

Propoſitio VI.

Pondus cujuſque corporis quod in aqua demergitur, invenire hydroſtaticè, cognita corporis magnitudine.

Pondus corporis invenire hydroſtaticè, cognita ejus magnitudine.

FAc ex quacunque materia quæ gravior ſit aquâ, nempe ex ferro, plumbo, lapide, &c. cubum perfectum palmarem (aut ſemipalmaré, aut etiam uncialem, &c.) ejuſque pondus explora accuratiſſimè primò extra aquam, deinde intra aquam, *juxta Probl.* 1. & nota quantum diminuatur pondus in aqua. Diminutio ponderis dabit pondus cubi aquei magnitudine æqualis ſolido tuo cubo; *per 6. Theor.* Sit v. g. ſolidus tuus cubus in aëre 100 partium determinati ponderis, ſcil librarum, unciarum, drachmarum, &c. in aqua verò 88 tantùm, ita ut diminuatur pondus ipſius in aqua 12 partibus: erit cubus aqueus æqualis mole tuo cubo ſolido 12 partium. Quotieſcunque igitur habes fruſtum aliquod cujuſcunque ſolidi aquâ gravioris, cujus pondus extra aquam inventum diminuatur intra aquam 12 partibus ejuſdem denominationis, quibus diminutus eſt tuus ſolidus cubus; certum eſt, aquam æqualem illi fruſto, eſſe etiam æqualem cubo aqueo, ac proinde & cubo tuo ſolido, ideoque certiſſimè concludes, fruſtum illud eſſe æquale, & mole & pondere, cubo ejuſdem materiæ cujus eſt fruſtum.

Hoc poſito, ſi ſolidi cujuſcunque propoſiti, cujus notam habes magnitudinem in cubis, pondus exploraveris, exſcinde ex corpore illo, aut materia ejuſdē rationis cū tali corpore, fruſtum aliquod cujuſcunque figuræ, illudque imminuendo aut augendo paulatim eò redige, donec differentia ponderis illius, dum in aëre primùm, deinde in aqua appenditur, ſit 12 partium. Hoc autem facilè obtinebis per Regulam Trium, ubi ſemel exploraveris differentiam illius fruſti, dum appenditur in aëre & aqua, ſi enim invenias prima vice in aëre partes v.g. 100, in aqua 80, ita ut differentia ſit 20, ſi dicas 20 oriuntur ex 100 in aëre, 12 ex quo oriuntur? ſtatim habebis pondus in fruſto quod extra aquam appenſo requiritur ad hoc, ut diminutio in aqua fiat 12 partium. Inventâ hac differentiâ, conſtat ex modò dictis, fruſtum illud, licèt non ſit cubicæ figuræ, eſſe tamen omnino æqualis magnitudinis cum cubo tuo ſolido. Multiplica jam numerum ponderis talis fruſti in aëre appenſi cum numero cuborum quos in ponderando corpore reperiſti, & habebis pondus totius corporis propoſiti, v.g. ſi corpus propoſitum eſt 100 cuborum, & fruſtum eſt 20 librarum; multiplica 100 per 20, & invenies corpus propoſitum eſſe 2000 librarum.

Propoſitio VII.

Ex noto pondere alicujus ſolidi corporis aqua gravioris, notam facere ipſius magnitudinem.

Magnitudinem corporis invenire hydroſtaticè, cognito ejus pondere.

SIt ſaxi ingentis nota gravitas, cujuſcunque ſit figuræ. Si ex ipſo ſaxo, aut ex ſimili, fruſtum abſcindas, & per dicta Problem. præcedenti efficias, ut fruſtum hoc ſit æquale in magnitudine tuo cubo ſolido, hoc eſt, ut pondus ipſius in aqua ſit 12. partibus minùs quàm in aëre; & deinde pondus talis fruſti examines in aëre, invenìaſque eſſe, v.g. 66 librarum: ſi totum ſaxi pondus dividas per 66, ſcies quot cubos æquales tuo cubo contineat ſaxum illud.

Propoſitio VIII.

Datis duobus aut pluribus corporibus aqua gravioribus, ejuſdem aut diverſæ ſpeciei, æqualibus in pondere, invenire utrum ſint æqualia in mole.

Monetam adulteratā deprehendere hydroſtaticè.

SInt duo corpora metallica, v.g. duo monetæ, æquales in pondere, ſed vel ex diverſo metallo, vel ex diverſa ligatura, vis ſcire, num, & quantum una ſit major altera? Appende ſingulas trutinæ ad bilancem in aqua, & nota quantum diminuatur ipſarum pondus. Si enim æqualiter diminuitur, ſunt æquales in magnitudine, quia tanta erit utriuſque moles, quanta moles aquæ ipſis æqualis; quas in caſu poſito æquales eſſe neceſſe eſt, *per 6 Theor.* Si verò inæqualiter diminuitur utriuſque pondus in aqua, inæquales erunt in magnitudine; illaque erit major, cujus pondus magis diminuitur; nam ſignum eſt, huic reſpondere molem majorem aquæ quam alteri.

Annotatio.

HAc arte ſcies, utrum moneta ſit adulterata: ſi nimirum deprehendas hanc eſſe majorem non adulteratâ.

Propoſitio IX.

Invenire gravitatem cujuſcunque aquæ hydroſtaticè, mediante corpore quod ſit levius aqua.

Aquarū gravitates invenire hydroſtaticè.

POne corpus levius aquâ in diverſis aquis, & nota quantum in unaquaque mergatur: in qua enim plùs mergitur, illa aqua levior eſt; in qua minùs, illa eſt gravior. Ratio patet ex dictis *Theor.* 3. Si quis igitur cylindrulum concavum æneum, aut argenteum (ligneus enim aquam imbibit) vel meliùs parallelepipedum conſtrueret, eâ ſymmetriâ cum aqua, ut in ea ad horizontem perpendiculariter erectus nataret, & aliquâ ſui parte ſupernataret; pars ejus immerſa, vel emerſa, doceret aquæ, vel alterius humidi, cui imponeretur, gravitatem; ſi tamen ſemel quis illo inſtrumento exploraverit, quantæ ſit humidū aliquod gravitatis, vel ipſius inſtrumenti gravitatem in aëre noverit. Nam ſi tota inſtrumenti longitudo dividatur crebris lineis per circuitum ductis, & baſi parallelis, in partes æquales parum inter ſe diſtantes, & notetur uſque ad quam lineam immergatur; certum eſt, humidum illud cui immerſum eſt, æquale toti inſtrumento quoad molem, eam in gravitate rationem habere ad totum inſtrumentum, quam habet totum inſtrumentum ad partem ſui merſam: Si igitur inſtrumenti pōdus in aëre eſt unius unciæ, v.g. & mergatur dimidiâ ſui parte; aquæ moles toti inſtrumento æqualis erit duarum unciarum: ſi mergatur ad tertiam ſui partem, aqua toti æqualis erit trium unciarum, &c.

Propoſitio X.

Diverſorum liquidorum gravitatum differentiam invenire hydroſtaticè, corpore quod æquè grave ac liquorum unus.

GLobulo cereo, vel meliùs cereo cubo, aut parallelepipedo, adde tantum plumbi, ut in humido propoſito nec ſupernatet, nec deſcendat, ſed ubique in eo uſque ad ſupremam ſuperficiem mergatur: tunc enim ſignum eſt, tantum aquæ, quantum eſt aggregatum ex cera & plumbo, eſſe æqualis ponderis cum tali aggregato. Jam ſi in alio quovis humido poſitum tale cereum corpus deſcenderit, id erit priori humido levius: ſi verò ſupernataverit, erit id gravius: ſi denique mergatur uſque ad ſupremam ſuperficiem, erit æque grave.

Propoſitio XI.

Quantum ſalis contineat qualibet aqua ſalſa, hydroſtatico artificio cognoſcere.

Salis quantum contineat aqua hydroſtaticè invenire. Iconiſ. XX. Fig. 469.

FIat tubus ſeu fiſtula gracilis A B ex ebore, palmaris circiter longitudinis, in cujus extremo ſit ſphærula concava D. Accipe deinde aquam puriſſimam, in qua certò ſciatur nihil ſalis ineſſe: in eamque inſtrumentum perpendiculariter erectum impone, ac paulatim adjunge ad ſphærula pondus aliquod, ſive extrà appendendo ubi E, ſive intus infundendo, donec adjunctum pondus ita deorſum trahat inſtrumentum (clauſo priùs orificio A) ut ſolum ſummum fiſtulæ orificium emineat ſupra aquam. Poſthæc ſume vas plenum aquâ puriſſimâ, in qua totum inſtrumentum perpendiculariter erectum demergi uſque ad ſummum orificium A poſſit, & inquire exactiſſimè pondus totius aquæ, totumque pondus divide in partes 1200: ſic enim aqua iſta, cujuſcunque ſit ponderis, ſupponetur eſſe librarum 100, & una pars illarum 1200 cenſebitur eſſe una uncia illarum 100. librarum. Sume prætereà ſal benè præparatum, exſiccatum, & in pulverem ſubtiliter redactum; atque ex illo exactè repone particulas unciales ad rationem tuæ aquæ, id eſt, divide in particulas ſalis, quarum pondus ſit æquale uni ex illis 1200. partibus aquæ. His factis, impone inſtrumentum A B E in puriſſimam illam

aquam

aquam explorati ponderis, & in fiſtola nota exactè aliquam uſque partem demergatur, notando circulum C, ita ut deleri non poſſit: mox in aquam injice unam unciam ſalis, hoc eſt, unam ex paratis particulis 1200, & exſpecta donec in aqua diſſolvatur; videbis ſtatim inſtromentum aſſurgere, ita ut major jam pars fiſtulæ emineat ex aqua. Nota igitur diligentiſſimè in fiſtula ſignum partis eminentis ex aqua, ita ut deleri non poſſit. Aliam ſimiliter unciam ſalis tui impone in eandam aquam, ut diſſolvatur; & iterum magis aſſurget inſtrumentum, & major pars fiſtulæ eminebit, quam ſimiliter notabis ſigno ut deleri non poſſit. Mox tertiam injice ſalis unciam in aquam, eoque diſſoluto nota ut antea ſignum magis eminentis fiſtulæ. Eodem modo procede ulteriùs, quamdiu inſtrumentum manebit in aqua erectum pondere ſphærulæ. Ubi eò deveneris, ut vel tota fiſtola A B emerſerit ex aqua, vel certè ut inſtrumentum non maneat ampliùs erectum, appende pondus plumbeum Funcinulo E, & paulatim immiouendo dictom poodus, pone inſtrumentum iterom in aquam illam, in quam hactenus ſalem injeciſti, & fac ut poodus ipſum detrahat præcisè uſque ad C; & iterum uncias ſalis addendo, aſſurget de novo pondus, novoſque circellos in circuitu fiſtulæ deſignabit, quos notabit ſuis numeris diſtinctis à prioribus.

Hæc eſt inſtrumenti fabrica. Uſus hic eſt. Quotieſcunque ipſum in aquam aliquam pones, ſtatim ex parte fiſtolæ emergētis ex aqua cognoſces quantum ſalis ſit in ſingulis 100 libris illius aquæ. Sive enim aqua ſit in magna quantitate, ſive in parva, aſſurget pro ratione ſalis in aqua exiſtentis. Infallibiliter ergo ſcies, quot ſalis unciæ ex 1200. aquæ unciis extrahi queant.

Annotatio.

Hoc eodem inſtrumento deprehendes, quænam aqua potabilis ſit levior, quæ gravior: quantò enim magis aut minùs emerget collum fiſtulæ ex aqua, tantò erit levior aut gravior, juxta dicta Propoſit. 9. præcedenti.

Monitio ad Lectorem.

Omitto multa alia Problemata, hydroſtatica, de quibus egi 3. Par. Magiæ lib. 5. Syntag. 2. Ut qua ratione poſſimus ſuper aquas ambulare; naves, aliaq́ magni ponderis in mari aut fluminibus demerſa extrahere, navem ſub aquis natantem fabricari, ſaltem ex aliorum phantaſia; maris profunditatem metiri; vitreas avicuias, aliaſq́ cujuſcunq́ formæ icunculas ex vitro in aqua librare, ſurſumque ac deorſum pro libitu motitare; quatuor humores intra ſphæram vitream ita librare, ut mundum elementarem referant; globulum ſolidum in medio liquore libratum ſuſpendere; diſcumbentes illudere, ut pro vino aquam bibant; efficere ut quis putet aquam in vinum converti; aquam è vino ſeparare; utrum vino admixta ſit aqua, cognoſcere, & ſimilia alia. Omitto item quàm plurima Erotemata hydroſtatica; ut utrum navigari poſſit in aere; cur nubes in media regione aeris hæreant ſuſpenſæ; utrum in aqua conſiſtente partes inferiores premantur à ſuperioribus; cur hominis corpus aqua immerſum non ſentiat aquæ ſuperpoſitæ pondus; cur glacies ſupernatet aquæ; cur corpora hominum viva mergantur, & poſt duos aut tres dies enatent, & alia multa.

LIBER XVIII.

DE

HYDROTECHNIA,

Sive

De Machinis Hydraulicis.

PROOEMIUM.

Hydrotechnia.

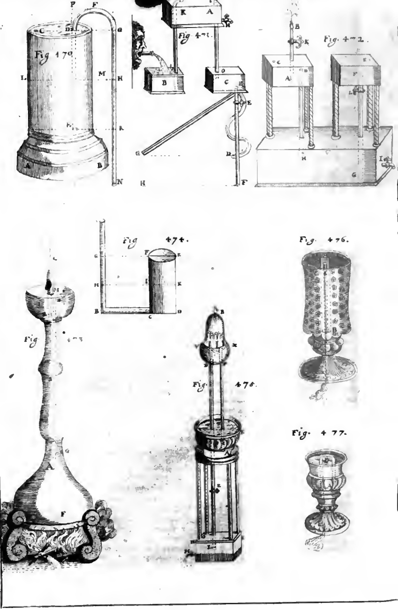
HYdrotechniæ, hoc eſt, Artis aquariæ ſeu aquaticæ, quæ tam mira paſſim artificia, ſpectacula tam jucunda, tam utilia, & hominum uſui neceſſaria Inventa ubique excitari videmus, tria præcipuè ſunt officia, aquas nimirum vel e profundo haurire, vel deducere per planitiem, vel educere in altũ per fiſtulas ac tubos, ac deinde in fontes aliaque hydraulica technaſmata, humano uſui aut oblectationi accommodata formare. Qua de cauſa Machinæ aquaticæ triplicis ſunt generis.

Hydraulicæ machinæ triplicis generis ſunt.

Aliæ enim jumentorum, hominum, ponderum, ventorum, fluviorum ope, rotis varie inter ſeſe implicatis, quin & ſine rotis ſimpliciſſimo artificio, moventur. & aquas è puteis, lacubus, fluviis, in altum educunt, cujuſmodi ſunt tympana, antliæ ſeu Cteſibicæ Machinæ, cochleæ, tollenones, globulorum catenæ, hauſtrorum rotæ, aliaque ſimilia, quæ paſſim multis in locis ſpectantur, & à variis Auctoribus graphicè depinguntur, ac deſcribuntur. Et hiſce machinis elevantur aquæ, ac ſurſum evehuntur, vel per vaſa ſeu hauſtra, vel per tubos, & vaſa vel ſunt unica in ſingulis machinis, vel multiplicata & ſimul invicem connexa in modum perpetuæ vaſorum catenæ, vel ita diſpoſita, ut ſubinde ex uno in aliud vas aqua effundatur: donec tandem ad deſtinatum locum perveniat. Aliæ ſolo aquarum lapſu naturali fontes exhibent amœniſſimos, & aquas per ſippones tuboſque variè configuratos protruſas nunc expandunt in ſubtiliſſimum lucidiſſimumque velum, nunc diffundunt in radios, figurant in ſtellas, effingunt in flores, intendunt in jacula, criſpant in pluvias, conglobant in grandines; aliaque generis omnis hydraulica ſpectacula, ſeu ludrica ad oculorum oblectamentum, ſeu ſeria ad hortorum domorumque privatos ac publicos uſus exhibent. Aliæ denique aquaticæ machinæ incluſi intruſive aëris violentia, ejuſdemq́, aut aquæ rarefactionis ope, vel alterius ab altero vehementi preſſione,

Digitized by Google

Iconismus XXI. ponatur è regione pag. 457.



preſſione, ejaculantur aquas in altum, tibias ac tubas inflant, volucrum cantus exhibent, tonitrua æmulantur, aliaque tam mira præſtant, atque exotica, vix ut ab humano ingenio præſtari poſſe credantur. Primi generis Machinæ appellari poſſunt Tractoriæ, quoniam plerumque tractione aquas attollunt; ſecundi generis Hydraulicæ, quoniam per ſiphones ac tubos, quos Græci αὐλοὺς appellant, aquas in altum attollunt: tertii deniq; generis Hydraulico pneumaticæ, quaſi dicas, Aquatico ſpiritales, quoniam aquæ & ſpiritus ſeu aëris ope conſtruuntur. De poſterioribus duobus, præcipuè tamen de tertio, egimus non negligenter in Mechanica noſtra Hydraulico-pneumatica; è qua ſequentia decerpſimus.

CAPUT I.

De Machinarum Hydraulicarum principiis, ſeu fundamentis.

Hydraulicarum machinarum fundamenta.

DE Tractoriis machinis nihil hoc loco agimus, quoniam ad Mechanicã propriè ſpectant, ſed de ſolis Hydraulicis, & Hydraulico-pneumaticis; quas tamen omnes unicâ & breviori nomenclatura Hydraulicas appellare nunc placet. Harum quatuor reperio principia ſeu fundamenta. Primum eſt Vis Attractiva, ſeu Attractio ad evitandum vacuum: quâ vi aqua, quantumvis gravis alioquin, & humi repens, tracta accurrit, & ſuæ oblita naturæ in ſublime nititur, amœniſſimosque in fontes ſpargitur. Secundum eſt Vis expulſiva, ſeu Expulſio, ad corporum penetrationem fugiendam: quâ vi eadẽ aqua, dũ aëri alteri ve corpori validè incumbenti cedere cogitur hoſpitio, expulſa fugam protipit eò celeriorem, excelſioremq; quò vehementioribus ſe ſtimulis agitatam ſenſerit. Tertium eſt Vis Rarefactiva, ſeu Rarefactio, ad majorem locum occupandum: quâ vi obſeſſum elementum aqueum tantas in ſubinde redigitur anguſtias, ut dum ſeſe, quâ data porta, ſubducit, alas induiſſe videatur, abjectis gravitatis propriæ cumpedibus. Quartum denique eſt Fluxus aquæ naturalis, ad æquilibrium obtinendum: quo fluxu dum ad loca tendit decliviora, accedente arte tanto aſſurgit altiùs, quantò depreſſa antea fuerat profundiùs.

Hæc quatuor principia qui applicare ritè noverit, & ingenioſè combinare, quaslibet Hydraulicas Machinas fabricari poterit, facilitate ſummâ, ſucceſſu infallibili, cùm nulla ſit, quæ non unâ aut pluribus harum facultatum inſtituatur, uti ex ſequentibus patebit. Sed antequam ad Machinarum conſtructionem progrediamur, hæc ipſa quatuor principia paulò diſtinctiùs explicemus.

CAPUT II.

De primo Machinarum Hydraulicarum principio, quod eſt vis Attractiva, ſeu Attractio, ad evitandum vacuum.

Hydraulicarum machinarum fundamentũ primum.

NOn aërem ſolùm ſed aquam etiam, & alia graviora corpora, in altum trahi ad vacuũ vitandum, fatentur non ii tantùm qui vacuũ è terum Natura cum Ariſtotele & tota Peripateticorum Schola proſcribunt, ſed alii etiam qui corporibus omnibus vacuola quædam (ita loquuntur) interſperſa eſſe cum Democrito & Epicuro exiſtimant: illi quidem, ad vacuum impediendum, hi verò ad idem implendum. Innumera Experimenta attulimus ex utrorumque ſententia, in Mechanica Hydraul. Protheoria 1. & 4. & in Par. 3. Magiæ lib. 7. Syntagm 1. Unum aut alterum hìc reponimus, ex Ariſtotelis & veriori ſententia.

Experimentum I.

De ſiphone inverſo non interrupto.

Sipho inverſus non interruptus.

ESto vas aquâ plenum ABCD, cui inverſi ſiphonis crus unum FE immergatur, alterum FN foris maneat. Vocetur autem crus FE internum, crus verò FN externum; & ſipho vocetur non interruptus, quia crura inter ſe continuantur. Si crus externum FN eſt longius quàm internum, & ex ore N exſugatur aër, ſequitur aqua vaſis, ob vacui metum, & ceſſante ſuctu continuatur fluxus quàmdiu cruris interni os E immerſum eſt aquæ. Si totus ſipho aquâ impleatur, & utrumque orificium claudatur, ac deinde minus crus E F aquæ immergatur, majori foras prominente, & ſimul utrumque orificium aperiatur, idem continget. Non tamen ſufficit ut crus externum ſit quacunque ratione longius crure interno, ſed neceſſarium omnino eſt ut perpendiculum externi cruris longius ſit perpendiculo interni, juxta explicationem quam dabimus ſequenti experimento.

Vide Iconiſm. XXI. Fig. 470.

Experimentum II.

De ſiphone inverſo interrupto.

Sipho inverſus interruptus.

SIt ciſterna, piſcina, aut vaſe quocunque B, aqua pleno, elevanda ad pedum aliquot altitudinem aqua in vas KA, quod ſit conſtitutum in parte aliqua ſuperiori, & habeat epiſtomium H. Fiat vas C, ex eoque derivetur ad vas KA tubus OI utrimque apertus, qui in vaſe C incipiat immediatè infra operculum. Derivetur præterea ex vaſe B, ad vas KA; tubus BK, utrimque etiam apertus, qui in vaſe B incipiat paulò ſupra fundum ipſius, in vaſe verò KA deſinat paulò infra operculum, ubi etiam nonnihil incurvetur. Tandem ex vaſe C demittatur tubus EF utrimque apertus, cum epiſtomio E, habens longitudinem paulò majorem longitudine tubi BK. Debent autem omnes tres tubi diligentiſſimè ad-

Vide Iconiſm. XXI. Fig. 471.

fer-

ferruminari ſeu coarctari plumbo, aliâvè materia, ſuis vaſis in loco tranſitus, & tam vas C, quàm vas KA, debet claudi & obturari undique ſtudioſiſſimè, nè aliunde aërem, quam per tubos, recipere aut ejicere valeant. Vocetur autem hæc Machina ſipho inverſus interruptus, quia crura BK, & EF, per quæ aqua fluit, non continuantur inter ſe, ſed interrupta ſunt. His ita præparatis, impleatur vas C aqua per foramen O, & ubi repletum fuerit, claudatur ut dictum. Deinde clauſo epiſtomio H, aperiatur epiſtomium E tubi EF, defluetque aqua ex vaſe C, & in locum ipſius, ne vacuum in vaſe C admittatur, ſequetur tubum O I. ëris in vaſe KA contentus, in locum verò ëris extracti è vaſe KA, ſequetur, propter vacui metum, aqua vaſis ſeu ciſternæ B: per tubum BK, & tam diu durabit aſcenſus aquæ per BK, in vas KA, quàmdiu deſcendet aqua per EF ex vaſe C. Repleto vaſe KA, depromatur aqua per epiſtomium H, & operatio inſtituatur ut antea. Ut depleri poſſit vas KA per epiſtomium H, debet aquæ effluenti ſuccedere aër, quare vel aperiendum eſt alicubi vas KA (ſi in B adhuc eſt aqua, eique immerſum os inferius tubi B K) vel vas G, vel epiſtomium E depleto vaſe C.

Dixi, tubum EF debere eſſe paulò longiorem tubo BK. Cauſa eſt, quia perpendiculum aquæ cadentis debet eſſe longius perpendiculo aquæ aſcendentis metu vacui, ut dicetur infrà cap. 5. Unde non ſufficit ut tubus EF ſit quacunque ratione longior tubo BK, ſed neceſſarium eſt ut perpendiculum ipſius EF ſit longius quàm perpendiculum BK, hoc eſt, ut tubus EF perpendiculariter aſcendat profundiùs infra vas C, quàm tubus BK aſcendat perpendiculariter ſupra vas B. Quare ſi tubus EF longior, quàm tubus BK, inchoaretur infra vas C, aut convolveretur in helicem, ut in Figura apparet, ita ut perpendiculum ipſius non pertingeret ab E uſque ad F, ſed ſolùm uſque ad lineam DG, neutiquam ſufficeret, ſed omnino neceſſarium eſt, ut pertingat ad minimùm uſque ad F, aut uſque ad lineam FH. Cauſam dedimus in Mechanica Hydraul. Et hoc obſervandum eſt in omnibus Machinis quæ vi attractiva, ob vacui metum, aquam attollunt, ut nimirum perpendiculum tubi per quem aqua deſcendit, ſit longius quàm perpendiculum per quem aſcendit, in reliquis verò tubis, per quos ſolùm aër commeat, ut eſt tubus CA, non requiritur dicta proportio.

Ex his patet, quomodo aqua, ad vacuum impediendum, aſcendat contra naturalem ſuam inclinationem, & quomodo propter eandem cauſam aër deſcendat. Vis ergo Attractiva, ſeu Attractio, ad vacuum evitandum, eſt principium ſeu fundamentum Machinarum Hydraulicarum.

CAPUT III.

De ſecundo Machinarum Hydraulicarum principio, quod eſt Vis Expulſiva, ſeu Expulſio, ad corporum penetrationem fugiendam.

Hydraulicarum machinarum ſecundum fundamentum.

NOn minùs corporum penetrationem mutuam, quàm vacuû, Natura abhorret ac fugit. Quare ut vacui metus omnium Univerſi corporum ſoter ſe contiguitatē mutuam, ita penetrationis metus eorundem ex eodem loco mutuam expulſionem inducit. Et corpus quidem unû expellere alterû è ſuo, quem occupat, locu, ſi ei ſuperveniat (ni ſponte excedat) tam eſt evidens, quàm eſt manifeſtum dari motum localem eorundem corporum. Idque verum eſt non tantùm in duris ſolidisvè, ſed liquidis etiam ac fluidis corporibus, aere dico, & aqua. Videmus enim quotidie, aquam vaſi aëre pleno illabentem, expellere aerem, ſi exeundi locum habet, & ſi non habet, aquam infundi nec velle, nec poſſe. Videmus item, aerem inflatum vaſi per os unum, expellere aquam per alterum, aut etiam per idem, ſi elabendi detur locus, qui ſi non datur, nec aeri patere ingreſſum. Taceo centum alia exempla. Atque hæc mutua corporum expulſio alterum eſt Machinarum Hydraulicarum principium, quo innumera, & non minus jucunda, quàm admiranda exhibentor ſpectacula paſſim, ut ex ſequentibus apparebit. Interim ſequens accipe Experimentum.

Experimentum, quo oſtenditur Vis Expulſiva, propter corporum impenetrationem, ad aquas in altum elevandas.

Hydraulica machina ex pulſ. inſtituta.

FAc ex ſtanno, cupro, aliavè materia quacunq; aquis reſiſtente, tria vaſcula, A, & F, & G H, columnis inter ſe diſtincta, ut monſtrat Figura, aut aliâ ratione, prout placuerit: ſintque hæc vaſcula undique clauſa quàm diligentiſſimè, nè aer poſſit aut ingredi, aut elabi, ſaltem ex A, & GH. Vas inferius GH habeat epiſtomium I, per quod aqua effluere poſſit. Vaſa A, & F, habeant in operculis foramina C & E, ut per ea infundi poſſit aqua, & iterum obturari. Ex vaſe A egrediatur tubulus AB utrinque apertus, qui inferiùs fundum vaſis non attingat, ſuperiùs verò habeat oſculum ſtrictiſſimum B, & epiſtomium K. Ex eodem vaſe A deſcendat intra vas GH alius tubulus DH utrinq: apertus, qui ſuperiùs non attingat operculum vaſis A, ſed tantum ab illo diſtet, ut poſſit egredi aer, inferiùs verò tranſeat ſolum operculum vaſis GH, & non extendatur ulteriùs. Ex vaſe denique F deſcendat intra vas G H alius tubulus F G utrimque apertus, qui ſuperiùs tranſeat ſolùm fundum vaſis F, & non progrediatur ulteriùs, inferiùs verò diſtet tantum à fundo vaſis GH, ut aqua effluere poſſit habeatque epiſtomium L. Hi tres tubi debent ita ſtanno, aliâvè materiâ coarctari & adferruminari vaſis in loco tranſitus, ut nullus aer penetrare intra vaſa, aut elabi ex iiſdem poſſit. Debet præterea tubus FG longior eſſe, quàm tubulus AB, quare præſtat hunc quàm minimum extra vas A protendi.

Iconiſm. XXI. Fig. 47.

His præparatis, repleantur aquâ duo vaſa A, & F per foramina C & E (clauſo priùs epiſtomio L,) vas verò GH maneat vacuum. Deinde clauſis reliquis epiſtomiis, & obturato foramine C, altero verò E relicto aperto, aperiatur epiſtomium L, ut aqua vaſis F defluere poſſit intra vas GH, & poſtquàm defluxit aliquantulum, aperiatur epiſtomium K. Erumpet maximo impetu aqua vaſis A per tubulum A B, proſilietque in altum, vi expulſivâ, propter corporum impenetrabilitatem. Nam aqua vaſis F deſcendens intra vas GH, expellit inde aerem per tubum HD intra vas A, qui aër expellit

pellit inde aquam per tubulum AB, qooniam neque in GH, neq; in A, aër & aqua ſimul in eodem loco manere poſſuot, ſed neceſſario unum corpus expellit alterum, propter eorum impeoetrabilitatem. Ubi deſcenderit aqua vaſis F iotta vas GH, & exſiliverit aqua vaſis A per tubulum AB, depromi poterit aqua vaſis GH per epiſtomium I, & repleri iterum vaſa A & F ut antea, & inſtitui idem luſus.

Vides igitur, quomodo vis Expulſiva, ſive Expulſio, propter corporum impenetrabilitatem, ſit principium & cauſa Machinarum Hydraulicarum.

Notanda circa prædictum Experimentum.

CIrca prædictum Experimentum ootanda ſunt ſequentia. *Primum* eſt, expedire ut vas A ooo ſit minùs capax quàm vas F, & tubus FG noo ſit amplior tubo AB, ſic enim fiet, ut quàmdiu aqua ex vaſe F deſceodit intra GH, tamdiu ſaliat aqua ex vaſe A per tubum AB. *Secundum* eſt, non eſſe neceſſarium ut fiat vas F, ſed ſufficeret ſolus tubos FG habens in F infundibulum, ut aqua infundi aut influere poſſet. *Tertium* eſt, omnioo neceſſarium eſſe ut tub. FG longior ſit, quàm tubulus AB, quia hîc etiam, ut ubique in Hydraulicis; perpeodiculum aquæ deſcendentis debet eſſe longius, quàm perpendiculum aquæ deſcendeotis. Perpendiculum autem tubi FG computatur ab F uſque ad ſupremam ſuperficiem aquæ deſcendeotis & quieſceotis in vaſe GH. Quò verò longius fuerit perpeodiculum FG ſupra perpendiculum AB, eò altiùs ſalit aqua ex oſculo B. Quare cùm in principio, quando iocipit deſcendere aqua intra vas GH, loogius ſit perpendiculum FG, quam poſtea dum vas paulatim repletur, conſequens eſt ut in principio altiùs ſaliat aqua ex B, quàm poſtea. *Quartum* eſt, tubulum AB non debere eſſe laxiorem tubu FG, tum ob cauſam indicatam Notabili I, tum quia alioquin gravior erit aqua iotra AB, quàm ut elevari poſſit ab aëre modico intra vas A pulſo à modica aqua cadente intra vas GH. Nec laxior ſit tubus FG, quàm AB, nè nimis citò repleatur vas GH, & antequam tota aqua vaſis A ſit expulſa per AB. *Quintum* eſt, nihil referre quantæ ſit altitudinis tubus HD, per quem aër defertur, quia nihil coofert ad perpendiculum. Nè ſit tamen nimis longus, aut laxus, aliàs multùm aëris iotra ipſum abſorbetur, quia alioquio expelli deberet intra vas A.

Annotatio.

PRadictum artificium elevandi aquam vi expulſivâ propter corporum impenetrabilitatem, ſemper debet haberi præ oculis in ſimilibus Machinis fabricandis, & machinæ quæ huic non conformantur, defectuoſæ ſunt.

CAPUT IV.

De tertio Machinarum Hydraulicarum principio, quod eſt Vis Rarefactiva, ſeu rarefactio, ad majorem locum occupandum.

RArefactionem ingentes ſuppeditare vires, aliis corporibus, ita aquæ & aëri, ad ea in omnem ſitus differentiam impellenda, multoque magis ad hydraolica omnis generis technaſmata molienda: is ſolus ignorare poteſt, qui ſtupendos ejus affectus ignorat. Videmus quotidie, miramurq; ac plangimus etiam ſtragem quam nitratus ac ſulphureus pulvis intra bombardarum militariũ anguſtias rarefactus edit in ſterneodis non hominum corporibus tantùm, ſed ædibus, turribus, propugnaculis, atq; adeo urbibus integris. Nun minorem edit ſtragem idem pulvis intra cuniculos ſubruendis propugnaculis & arcibus excavatos accenſus ac rarefactus. Notum eſt quod ſcripſimus cũ aliis Par. 3. Magiæ lib. 2. de auro fulminante, & pulvere magni ſtrepitus; & in Mechanica Hydraulicopnevmat. Par. 1. Protheoria 3. de globulis vitreis iotus cavis, & pauculis aceti guttulis aliquò uſque repletis, atque ad ignem vitriariâ arte iterum concluſis, qui carbonibus aut calido cineri impoſiti, ac vi rarefactionis in mille partes rupti, tantum edunt fragorem ut minores bombardulas æmulentur. Alia exempla invenies cit. loc. Mechanicæ. Nunc unum accipe Experimeotum, quod rem, de qua agimus, luculentius confirmat.

Experimentum, quo oſtenditur vis Rarefactiva, ad Machinas Hydraulicas efficiendas.

FIat ex axe, ferro, aliâve materiâ igni reſiſtente, vas quodpiam in duo vaſcula, ED, & AF, mediâ columnâ B diſcriminatum, & in præſentem aut aliam formam elaboratum, intus cavum, & operculo M optimè clauſum, aëriſque tranſpirationi prorſus imperviom. Intus ab operculo M per columnâ B, ad inferioré partem derivetur tubus DBA utrimque apertus, qui operculum M nón attingat, ſed tantum diſtet, ut aëri ſeu vapori tranſmiſſo exitum concedat. Per ipſum verò operculum tranſeat alius tubulus CE, utrimque etiam apertus, & roſtrictiſſimum oſculum C deſinens, qui fundum vaſculi ED oon attingat, ſed tantum diſtet, ut aquæ ingreſſum permittat. His præparatis, vaſculum ED per foramen M liquore aliquo repleatur, aqua videl. communi, aut odorifera, & nè tranſpirare poſſit, arctè claudatur. Vas etiam AF aqua comuni, aliuvè liquore aliquò uſque tantùm repleatur (nè videlicet oſculum A liquori immergatur) per oſculum G, quod ſimiliter arctè deinde claudatur. Tandem machinæ ſubjice ignem; & paulò pòſt aër ac vapor vaſis AF vi caloris rareſactus, & ex nimia raritate dilatatus, majuſque quærens ſpatium, aſcendet per tubum ABD in vaſculum ED, ibique concluſæ aquæ ſuperincombens in tantas eam rediget angustias, ut, quia alium effugiendi locom non invenit, magna vi per tubulum EC erumpat, atque in altum exſiliat tantò vehementiùs, quantò major fuerit rarefactio aëris & aquæ io vaſculo AF. [*Hydraulica machina vi rarefactivâ inſtituta.*] [Iconiſm. XXI. Fig. 473.]

Ex his patet, quam vim habeat rarefactio ad machinas hydraulicas efficiendas.

CA-

CAPUT V.

De quarto Machinarum Hydraulicarum principio, quod eſt fluxus aquæ naturalis, ad æquilibrium obtinendum.

Hydraulicarum machinarum fundamentũ quartum.

AQua dum naturaliter fluit, aut liberè fluit, aut aquæ ductibus, canalibus, tubis, ſiphonibus, fiſtulis, quibuſcunque aliis meatibus, velut vinculis conſtricta. De utriuſque fluxus proprietatibus fusè egimus in Mechanica Hydraul. Par. 1. Protheoria 4. ex quibus hæc paucula excerpſimus.

Proprietates aquæ fluentis libere.

I.

Aqua fluentis liberè proprietates

AQua & omnis alius humor, fluens liberè, tendit ad loca decliviora, hoc eſt, centro gravium ſublunarium (quod credimus eſſe centrum Terraquei globi, & totius Univerſi) propinquiora, ſi liber patet aditus, ſive rectus ac perpendicularis, ſive obliquus. Patet experientiâ quotidianâ, nec indiget probatione.

II.

Aquæ conſiſtentis ſuperficies ſuperior eſt ſphærica. Sequitur ex præcedenti Proprietate. Si enim ceſſante fluxu, & conſiſtente ſeu quieſcente jam aquâ; ſuperficies ſuperior non eſſet ſphærica, & conſequenter non omnes dictæ ſuperficiei partes æqualiter diſtarent à centro Mundi, ſed una eſſet altior, altera humilior: non omnes aquæ partes, ſublatis impedimentis, fluerent ad loca decliviora, ſed in ſtatu violento detinerentur. In exiguis tamen vaſis cenſeri poteſt horizonti parallela ſuprema aquæ ſuperficies.

III.

Aqua fluens naturaliter non aſcendit ad locum altiorem ſuâ origine, ſive liberè fluat, ſive non liberè, ſed meatibus conſtricta. Patet experientiâ, & ſequitur ex duabus præcedentibus Proprietatibus.

IV.

Aqua non fluit naturaliter ab uno ad alterum locum, niſi terminus à quo altior ſit quàm terminus ad quem, ſive liberè fluat, ſive non. Patet ſimiliter experientiâ, & ſequitur ex dictis. Hinc aqua ut fluat, requirit declivitatem aliquam ſpatii per quod fluit.

Proprietates aquæ fluentis per ſiphones erectos.

V.

Aqua fluentis per ſiphones erectos proprietates. Iconiſm. XXI. Fig. 474.

AQua uni ſiphonis erecti cruri infuſa, deſcendit primum, deinde aſcendit per alterum crus, donec ſupremæ ſuperficies in utroq; crure ſint in eadem linea horizontali ad ſenſum. Sint ſiphones erecti ABCDEF, ſive æqualium, ſive inæqualium crurium, tam quoad longitudinem; quàm quoad capacitaté, uniq; crurium, ſive longiori, ſive breviori, ſive æquali, & ſive largiori, ſive ſtrictiori, v.g cruri AB infúdatur aqua. Deſcédet ea primũ uſq; ad B, indeq; per C & D aſcendet, donec ſupremæ aquæ ſuperficies ſint in utroque crure in eadẽ linea horizontali, v.g. in linea HIK ad ſenſũ, hoc eſt, donec revera omnes dictarum ſuperficierum partes diſtent æqualiter à centro Terræ. Patet experientiâ, & ratio ſumitur ex dictis Propriet. 1. & 2. Idem contingit in omnibus incurvatis canalibus, alveis, & meatibus quibuſcunque.

VI.

Si uni crurium, ſive longiori, ſive breviori, ſive æquali, & ſive capaciori, ſive minùs capaci, addatur aliquid æquæ, v.g. cruri AB; attolletur etiam alterius cruris aqua, donec rurſus ſuperficies diſtent æqualiter à centro Terræ, ſeu ſint ad ſenſum in eadem linea horizontali, v. g. in linea GFE. Ratio eſt eadem.

VII.

Si cruri longiori non pleno, ſive id capacius ſit altero jam pleno, ſive non, addas plùs aquæ, v. g. cruri AB; deſcendet ea per B, elevabitque aquam cruris CDEF. & expellet per os EF, donec ceſſante infuſione ſit iterum utraq; ſuperficies in linea GFE. Patet experientiâ, & ratio eſt eadem, alioquin ſuperficies unius cruris plùs diſtaret à centro Terræ, quàm alterius.

VIII.

Si cruri breviori, licèt capaciori, nempe cruri EFCD, jam pleno addas plùs aquæ; ea non attollet aquam cruris longioris ultra punctum G, ſed effluet ex ore EF, licet aqua cruris EFCD ſit longè major & ponderoſior, quàm aqua cruris AB. Patet itidem experientiâ, & ratio eſt eadem, ne videl. ſuperficies unius ſit altior quàm alterius.

Corollaria.

COlligitur hinc I. aquam majoris perpendiculi premere ac pellere aquam minoris perpendiculi, non obſtante majori copiâ ac pondere hujus; quàm illius: ideo enim aqua cruris longioris AB, etiam primæ figuræ, expellit aquam cruris brevioris CDEF, licèt longè majorem ac ponderoſiorem, quia perpendiculum illius eſt majus ſeu longius, quàm perpendiculum hujus.

In hydraulicis pugnatur ac vincitur per perpendiculum.

Colligitur II. In ſiphonibus erectis, atque adeo in hydraulicis, non aquarum copiâ, ſed perpendiculis pugnari, ac vinci: illa enim aqua pellit ac vincit alteram, cujus perpendiculum eſt majus

Proprietates aquæ fluentis per ſiphones inverſos.

IX.

Aqua fluentis per ſiphones inverſos proprietates. Iconiſm. XXI. Fig 470.

SI in figura appoſita, quàm ſuprà c. 2. explicavimus, crus extremum FN maneat integrum, hoc eſt, ſit longius quàm internum EF, & ex ore N ex ſugatur aër: ſequitur aqua vaſis, ob vacui metũ, ut ibi diximus, & ſuctu etiã ceſſante continuatur quàmdiu os E aquæ immerſum manet. Idem contingit, ſi totus ſipho aquâ impleatur & utrumque orificium claudatur, ac deinde minus crus EF aquæ immergatur, majus verò foras promineat: & ſimul utrumq; orificium aperiatur. Conſtat experientiâ, & ratio eſt, quia perpendiculum aquæ cruris externi longius eſt, quàm perpendiculum aquæ cruris interni, ideoq; illud fortiùs premit deorſum, & vincit, alterútque aquam ſecum trahit, ob vacui metum. Effluit tamen aqua cum perpetuo celeritatis decremento, quia perpendiculum aquæ cruris interni, altitudo nimirum aquæ à puncto P uſque ad ſuperficiem ſupremam aquæ vaſis (hæc enim ſola premit actu deorſũ) ſẽper magis ac magis creſcit, ac proinde

ſemper

ſemper magis magiſque reſiſtit perpendiculo aquæ cruris externi, quod immutatum manet, quàmdiu aqua effluit.

X.

Si crus externum F N decurtetur in K, & internum tangat ferè fundum in E vaſis pleni,& ex ore K extrahatur aër, anr ſi utrumque crus eſt aquâ plenum, aperiatur ſimul utrumque orificium; effluit ſimiliter aqua quàm diu os E immerſum manet. Ratio eſt, quia perpendiculum aquæ cruris externi longius eſt quàm interni. At poſtquàm vas evacuatum eſt uſque ad E, nihil amplius effluit ex K, ſed aqua hæret in æquilibrio in utroque crure. Ratio eſt, quia perpendicula E F, KF, ſunt æqualia; ergo neutrum vincit.

XI.

Si crus externum decurtetur in H, & internum ſit infra lineam LM, aut pertingat ſolummodò uſque ad dictam lineam, vas tamen ſit plenum, effluit aqua per os H, donec ſuprema aquæ vaſis ſuperficies perveniat uſque ad lineam L M, & non ampliùs. Ratio eſt, quia antequàm dicta aquæ ſuperficies perveniat ad lineam L M, perpendiculum cruris externi eſt ſemper longius perpendiculo cruris interni: quando verò deſcendit jam ad dictam lineam, ambo perpendicula ſunt æqualia.

XII.

Si crus externum decurtetur in G, ut ſit ejuſdem altitudinis ſuprà Horizontem cum ſuperficie humidi C D, & aqua attrahatur in G, nihil effluit, quia perpendicula ſunt æqualia. Aqua ergo hæret in æquilibrio in utroque crure.

Corollaria.

In hydraulicis pugnatur ac vincitur perpendiculis.

COlligitur hinc, etiam in ſiphonibus inverſis, atque adeo in hydraulicis pugnari ac vinci perpendiculis, non aquarum copiâ. Unde etiamſi crus externum ſit longè capacius quàm internum, ſi tamen non eſt longiùs, non vincit & trahit ejus aqua aquam interni.

Ex his patet, quomodo fluxus naturalis aquæ per canales, alveos, tubos, & ſiphones, poſſit eſſe principium fontium & Machinarum Hydraulicarum.

CAPUT VI.

De Machinis Hydraulicis quæ fiunt vi attractivâ, ob metum vacui.

Hydraulicæ machinæ quæ fiunt vi attractivâ.

HUjus generis multas dedimus in Mechanica Hydraul. Par. 2. Claſſe 1. cap. 1. & nonnullas 3. Par. Magiæ lib. 7. Syntagm. 1. ex quibus paucas, quæ ſequuntur, deſumpſimus, ut ſumptibus parcamus, & Operis moli.

Machina I.

Fonticulus phiala vitrea incluſus.

Fonticulus phiala vitrea incluſus.

FIant tria vaſa; H I ex ære, aut cupro, clauſum, cum epiſtomio M, & foramine O aperto; K F ſimiliter ex ære, aut cupro, apertum; & D B ex vitro, cum fundo æreo aut cupreo VX, optimè ipſi vitreæ phialæ adglutinato. Ex hoc fundo tubum D F E L, per fundum vaſis K F, uſque in vas H I deduces; qui & epiſtomio E ad laxandum cohibendumque aquæ fluxum inſtructus ſit, & tam fundo V X, quam vaſis KF, & HI, in tranſitu optimè adferruminatus. Alium tubum A P ex fundo vaſis K F per fundum vaſis DB deduces, qui fũdo VX optimè adferruminetur, & intra phialam in tres aut plures tubulos ſtrictiſſimos divaricetur fundumque vaſis K F non attingat. His paratis, imple aliquò uſque vas DB, per foramen in B, aut in fundo V X factum, & foramen obtura diligentiſſimè, nè aër ingredi aut egredi poſſit. Imple ſimiliter totum vas KF, vas verò HI maneat vacuum. Demum laxa epiſtomium E, & aqua vaſis D B deſcendet per tubum D F E L; & nè detur vacuum, aſcendet aqua vaſis KF per tubum AP, & per divaricatos tubulos jucundiſſimo ſpectaculo in altum exſiliet intra phialam, nec ceſſabit ſaltus, quàm diu vas KF aquam continebit. Quare ſi dicto vaſi ſemper aqua affundatur, & interim aqua vaſis HI per epiſtomium M effluat; ſemper durabit ſaltus aquæ intra phialã.

Annotatio.

T*Ubus D F E L ſit ſtrictus, nè nimiùm aqua defluat, & vas D B deſtituatur aqua. Pars F L tubi D F E L ſit longior quàm tubus A P unà cum tribus tubulis ſuis, ut perpendiculum aquæ cadentis ſit longius perpendiculo aquæ aſcendentis.*

Machina II.

Scyphus plenus per fundum effundens liquorem, non plenus retinens.

Scyphus plenus per fundum effundens aquam, non plenus retinens.

FIat ſcyphus, aut vaſculum cujuſcunque figuræ oblongæ, ex vitro, creta, ſtanno, &c. per cujus fundi medium tranſadigatur fiſtula ſeu tubus I K utrimque apertus, ita tamen, ut extremitas K abſcondatur intra pedem ſcyphi, extremitas verò I adæquet ferè altitudinem ſcyphi. Huic fiſtulæ ſeu tubo ſuperimpone alium ampliorem AB veluti thecam, ſuperiùs in A clauſum, inferiùs in B apertum, ita tamen, ut ſummitas A non attingat ſummitatem I tubi KI. In vas ita præparatum infunde quemcunque liquorem; qui ſeſe per foramen B inſinuans, tantum aſcendet intra thecam B A, quantum extra ipſam attollitur in vaſe; quamprimùm verò pervenerit uſq; ad foramen I, intra ipſum ſeſe inſinuans effluet ex K, nec ceſſabit fluxus donec totus liquor effluxerit, attractus per foramen B, quod foramen neceſſario ſubit, ut laboranti Naturæ ad vacuum vitandum ſuccurrat. Vide Iconiſ. XXI. Fig. 476.

Aliter & faciliùs idem effectus ſequetur, ſi intra ſcyphum fiat ſipho recurvus ABC, cujus pars AB fundum non attingat, pars verò BC ſit longior quàm AB. Quamdiu enim infuſus liquor, & intra ſiphonem per A ſeſe inſinuans, non pertinget uſque ad B, non effluet: at ubi ad B pertingit, ipſumque tandem tranſcendit, innato pondere deſcendet verſus C, & effluet. Vide Iconiſ. XXI. Fig. 477.

Annotatio.

I*Nutraque machina poteſt internus tubus ac ſipho tegi icuncula aliquâ intus cava.*

Machina III.

Sipho inverſus interruptus, elevans aquam in quamvis altitudinem.

Sipho inverſus interruptus, elevans aquam ad quamvis altitudinem.

SUpra cap. 2. Experim. 2. dedimus ſiphonem inverſum interruptum, elevantem aquam in determinatam altitudinem vi attractivâ, ob vacui metum. Nunc damus alium, elevantem aquam in quamlibet altitudinem. Poteſt eſſe uſui, quando elevanda eſt aqua è loco inferiori in altum, & infra non poteſt deſcendi ad efficiendum tubum æqualem altitudini ad quam educenda eſt aqua.

Vide Iconiſ. XXII. Fig. 478.

Fiant ergo quotlibet vaſa, A, B, C, D, aquis recipiendis ac retinendis apta, diſpoſita horizontaliter, ſuiſque inſtructa tubis & epiſtomiis B*a*, C*a*, D*a*. Fiant deinde alia totidem vaſa, uno minus, E, F, G, diſpoſita altioribus locis eo modo, quo Figura oſtendit, & æqualis capacitatis cum vaſis B, C, D. Nectantur ſuperiora cum inferioribus vaſis, tubis AE, HI, KF, LM, NG, OP. Tubis AE, KF, NG, longiores debent eſſe, quoad perpendiculum, tubi B*a*, C*a*, D*a*, hoc eſt, tubus B*a* longior tubo AE, & tubus C*a* longior tubo KF, & tubus D*a* longior tubo NG. His paratis, impleantur vaſa inferiora aquis ex perenni fonte, aut fluvio, aliavè aqua præterlabente, per canales X, laxatis eorum epiſtomiis, quæ deinde, dum plena fuerint vaſa, claudi debent, nè amplius aqua in illa influat: vas autem A ſit ſemper plenum, & vaſa ſuperiora E, F, G, ſint vacua. Deinde aperiatur epiſtomium tubi B*a*, & claudatur epiſtomium tubi KF, & effluente ex vaſa B aqua, ſequetur per H I aër vaſis E, in quo ne detur vacuum, ſequetur ex vaſe A, per tubum AE, aqua vaſis A. Repleto igitur vaſe E (cujus ſignum eſſe poteſt, ſi effluxerit tota aqua vaſis B æqualis capacitatis cũ vaſe E) aperiatur tubus C*a*, & KF, & claudatur tubus N G, & effluente aqua ex vaſe C. ſequetur per tubum LM, ex vaſe F, aër ejuſdem vaſis F, ex vaſe verò E ſequetur aqua per tubum KF. Repleto igitur vaſe F, aperiatur tubus D*a*, & NG, & claudatur KF, & trahetur ex vaſe G aër per tubum OP, ex vaſe verò F trahetur aqua per NG. Eodem modo procedes ulteriùs, ſi plura adſint vaſa. Tandem ex ſupremo vaſe G derivari poteſt aqua, per epiſtomium R, in quos volueris uſus.

Annotatio.

PRæter has tres Machinas, quæ vi attractiva aquas in altum tollunt, plures damus alias in Mechanica Hydraul. Par. 2. Claſſe 1. cap. 1. & alibi, & in 3. Par. Magiæ lib. 7. inter quas ſunt Fons Cæſareus, Cancer vomitor, Sphæra vitrea aquiſuga, Navis horologa, Sipho inverſus horologus, Bina vaſa, quorum uni ſi aqua infundatur, alterum reddit vinum; Experimentum Magdeburgicum.

CAPUT VII.

De Machinis Hydraulicis quæ fiant vi expulſiva ob corporum impenetrabilitatem.

Hydraulica machinæ, vi expulſiva inſtitutæ.

PRincipium harum Machinarum poteſt etiam appellari Vis Compreſſiva, ſeu Compreſſio, quia expulſio ob corporum impenetrabilitatem, non fit ſine compreſſione.

Machina IV.

Fons Heronis, ejectum liquorum reſorbens.

Fons Heronis.

FIant ex cupro, ſtanno, aliavè materia ſolida, duo vaſa affabrè elaborata FAH, & GLK, una, duabus, pluribusvè columnulis innixa & inter ſe diſtincta, ſitque inferiùs paulò majus & altius quàm ſuperius. Operculum AO vaſis ſuperioris F A H, ſit aliquantulùm concavum inſtar conchulæ, aut pelvis. Ex ſuperiori vaſe FHA, per operculum & fundum deducatur tubus A E utrimque apertus, qui operculum inferioris vaſis penetrans pertingat ferè uſque ad fundum ejuſdem, tantumque ab eo diſtet, ut aqua commodè effluere poſſit. Ex vaſe inferiori GLK, per ejus operculum deducatur alius tubus D C, per fundum vaſis FAH, qui deſinat paulo infra ejus operculum ubi C, nec ipſum attingat. In medio vaſis ſuperioris fiat tubulus BM, qui incipiat paulò ſupra fundum FH, & tranſeat per operculum AO, habeatque orificium M minutiſſimum. His factis, per os A imple vas KG aqua, & inverte Machinam, ut aqua vaſis GK per tubum DC defluat in vas FAH, donec impleatur penitus. Quo facto, iterum inverte Machinam, & ſuperfluum aquæ vaſis GK, ſi quod eſt, deprome per epiſtomium N, quod iterum claude. Tandem operculo concavo A O affunde ſcyphum aquæ, per A influens, & per E effluens in vas GK, premet aërem ibi detentum, eumque per tubum D C expellet in vas FAH, qui preſſam ibi aquam, cui ſuperincumbit, ejiciet magna vi per tubulum B M.

Iconiſ. XXII Fig. 479.

Annotatio.

POteſt vas FAH impleri etiam per foramen O in operculo AO factum, quod deinde diligenter obturari debet. Poteſt item impleri per foramen O in latere vaſis alicubi factum. Finito aquæ ſaltu ex BM, poteſt verti Machina, ut aqua vaſis inferioris GK deſcendat in vas ſuperius FH. Vel poteſt deprimi aqua per epiſtomium N, & iterum infundi per foramen O operculi. Poteſt vas ſuperius F A eſſe in aliquo conclavi ſuperiori, & inferius G K in alio inferiori, & utrumque connecti intermediis tubis A E & DC. Ad imitationem hujus Machinæ conſtrui poteſt ſcyphus, qui vinum ejiciat, & recipiat.

Machina V.

Fonticulus compreſſione aquam ſpargens in altum.

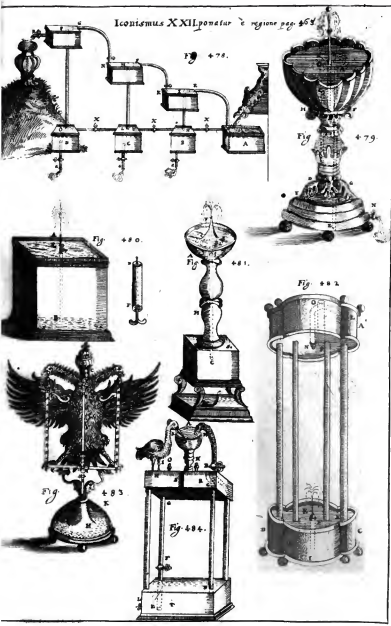
Fonticulus compreſſione aquam ſpargens in altum.

IN vaſe aliquo cupreo, aut ſtanneo, alteriusvè materiæ ſolidæ fiat tubus AB, qui fundum non attingat (aut ſi attingit, habeat à latere prope fundum foramen unum aut alterum) & per operculum vaſis tranſiens deſinat in oſculum A ſtrictiſſimum, habeatque epiſtomium E. In ejuſdē vaſis operculo fiat foramen C, quod interiùs habeat platiſmatium ſeu ventile (ita nunc appellant) ex corio, aut lamina, aliqua, ſimile illi quod

Vide Iconiſ. XXII. Fig. 480.

intra

Iconiſmus XXII. ponatur è regione pag. 468



intra folles fit. His factis, impleatur ſyringâ D F vas, aquâ primùm uſque ad medietatem circiter per foramen C; deinde aëre, eâdem ſyringâ violenter intramiſſo. Si jam aperiatur epiſtomium E, exſiliet vi maximâ per tubum B A aqua: aër enim compreſſus, & aquæ violenter incumbens, expellit ipſam, quòd aliorſum non poteſt, per fiſtulam B A.

Annotatio I.

Poteſt Machinula conſtrui ad modum ſphæræ. Poteſt præterea tubi B A pars ſuperior A coaptari reliquæ per helicem fœmininam & maſculinam ita, ut pro libitu poſſit auferri & reponi. Et tunc ablatâ illâ parte, & aperto epiſtomio E, poteſt primò infundi aqua, & deinde ſyringâ intrudi aër, & claudi donec exhibendus ſit ſaltus aquæ.

Annotatio II.

Omitto brevitatis gratiâ plures alias Machinas huc pertinentes, quas dedi in Mechanica Hydraul. Par. 2. Claſſ. 1. cap. 2. cujuſmodi ſunt Clepſydra Heroniana, Fonticulus ſimilis fonti Heronis, fons novus Polyſiphonius, Fons perennis alto in loco aquam è puteo profundo ſubminiſtrans, Speculator coram inſtans, Baculus aquivomus, Catellus mingens, Infundibulum pneumatico-hydraulicum aquam in determinatam altitudinem attollens, Infundibulum alterum aquam attollens in quamlibet altitudinem, Fons eâdem fiſtulâ diſcolores ejiciens liquores, Sedes aquivoma, Hydria Cana Galilææ, Hydraconſtiterium antiquum, & Hydraconſtiterium novum.

CAPUT VIII.

De Machinis Hydraulicis quæ fiunt Rarefactione.

Hydraulica Machina, vi rarefactionis conſtituta.

Rarefactione inquam aut aëris extrudentis aquam, aut aquæ majorem nitentis occupare locum. Quæ condenſatione fiunt, pertinent ad caput 6. utpote vi attractivâ ob metum vacui inſtitutæ.

Machina VI.

Fons pyrobolus, projectum liquorem convertens in aërem, aut ignem.

Fons pyrobolus.

Iconiſ. XXII. Fig 481.

Flant duo vaſa ſolida è ſtanno, cupro, ære, aliove metallo, I A, & C S, undique clauſa, & columnâ concavâ M inter ſe diſcriminata. Intra columnam lateat tubus C I, ductus è vaſe C S per fundum vaſis I A, & paulò infra operculum deſinens in utroque vaſe. Vas verò I A, habeat tubulum A F, qui operculo S adglutinatus non attingat fundum vaſis, & per operculum in F deducatur. Si autem hic tubulus A F multò ſubtilior tubo I C, atque in F habeat foramen ſubtiliſſimum. His paratis, repleatur aliquò uſque vas C S aquâ, aut quovis alio liquore, per foramen S, atque ita obturetur, ut aëri ſit penitus impervium: vas autem I A repleatur per foramen S ſpiritu vini ter rectificato, & prædictâ ratione obturetur. Deinde Machina exponatur fervido aëri, aut ſoli, aut ponatur in aliquo hipocauſto calido; vaſique C S ſubjiciatur ignis, aut lampas accenſa: & paulo pòſt aqua vaſis C S cum aëre incluſo vehementer rarefacta, amplioremque quærens locum, aërem ejuſdem vaſis vapidum attenuatumque propellet per tubum C I, in vas I A: hic propulſus, & ſpiritui vini incluſo ſuperincumbens, eum per tubulum A F in altum ad inſtar ſubtiliſſimi fili projiciet: tenuia verò ſpiritus, aërem fervidum ſentiens, ob proximam diſpoſitionem quam ad ipſum habet, in eundem convertetur antequam penitus deſcendat.

Annotatio I.

Hic fons non differt ab illo Experimento, quod dedimus ſupra cap. 4. Si per ſalientis ſpiritus vini aſperginem traduces titionem, aut ferrum candens, is ſubito flammam concipiet, & igneas meteorologicas impreſſiones exhibebit. Poteſt hæc Machina formari in formam leonis aut draconis, erecti in pedes, & aquam, aërem, ignem ſpirantis.

Annotatio II.

Omitto alias Machinas vi Rarefactionis inſtitutas, quas magno numero dedi in Mechanica Hydraul. Par. 2. Claſſe 1. cap. 3. cujuſmodi ſunt, Thermoſcopium hybernum & æſtivum, Inſtrumentum novum gradus humidi & ſicci indicans, Cacabus ejiciens & retrahens eandem aquam, Memnonia ſtatua cithara & humanæ vocis ſonum ad orientem ſolem edens, Memnoniæ aves voce & motu animatæ, Aracum aſpide ſibilante, & Iſide atque Oſiride ſacrificantibus vinum & lac, Horologium horarum æqualium, Fonticulus horarius, &c.

CAPUT XI.

De Machinis Hydraulicis quæ fiunt naturali lapſu aquæ.

Ex hoc principio innumeræ Machinæ, & innumerabilium formarum conſtrui poſſunt. Ex eodem constructi ſunt omnes fontes, & alia hydraulica technaſmata, quæ in hortis Principum paſſim per totam Europam viſuntur. Unam aut alteram tantùm dabimus.

Hydraulica machina vi aquæ labentis naturaliter

Machina VII.

Clepſydra quæ fontis inſtar ejaculatur aquam, & inverſa iterum fluit.

Clepſydra aquaria.

Flant ex cupro, ſtanno, aut quavis materia aquæ reſiſtente, duo vaſa ſubitæ figuræ, A B, & C D, quotquot libuerit columellis diſcriminata, quorum opercula P N; & F E ſint non nihil concava inſtar pelvis. Per columellas B D, & C A, diducantur tubi H G F, & K L N, qui intra prædicta vaſa recurventur, ubi G & L, & emineant aliquantulùm extra vaſorum opercula in locis F & N, habeantque oſcula F & N quàm ſtrictiſſima. Per utrumque operculum jam memoratum inſinuentur alii duo canaliculi, E I, & P O, qui inferiùs ſeu prope fundum, ubi I & O, aperti ſint, nec fundum contingant. His factis, impleatur aquâ alterutrum vas, nempe A B (invertendo primùm totam machinam) per foramen P canaliculi P O: quod vas A B ubi impletum fuerit, ſtatuatur iterum Machina in eum ſitum, quem Figura monſtrat, deſcendetque aqua per tubum H G, & per anguſtum orificium F magno exſiliens impetu, relabetur ſupra operculum concavum

Vide Iconiſ. XXII. Fig. 482.

vaſis inferioris CD, tamdioque fluet, donec tota deſcenderit aqua ex vaſe AB. Ubi effluxerit, vertatur clepſydra, & aqua intra vas CD jam recepta deſcandet per tubum KL, perque orificium anguſtum N exſiliens, inſinuabit ſe per foramen P intra prius vas AB. Si igitur à principio tantum aquæ infuderis, quantum intra horæ ſpatium deſcendere atque effluere poteſt, habebis clepſydram horariam.

Machina VIII.

Aquila Cæſarea Horodictica.

Aquila horodictica.

Fiat tubus cupreus AB, ſuperiùs ad A deſinens in vas C, inferiùs ad B, primùm in duos ramos tubiformes BD & BE, deinde in baſim cavam IH. Epiſtomia aptata ſint illis locis, quæ Figura monſtrat. Bina brachia BD, BE, binos ſuſtentent tubos vitreos DF, EG, diviſos in duodecim horaria ſpatia, & ita brachiis inſertos, ut continuatos cum ipſis tubos conſtituant. Vas C tantæ ad minimū capacitatis aquæ ſit, ut implere poſſit tubum AB, utrumque brachium, & utrumque vitreum tubum. Ejuſdem capacitatis ſit baſis IH. Debent præterea vitrei tubi ſupra in F & G paululū eſſe aperti, ad aërē exſpirandū inſpirandūq; Hujus Machinæ uſus hic eſt. Aperitur epiſtomium B, itáque temperatur fluxus ſeu deſcenſus aquæ per ipſum ex vaſe C, & tubo CB, ut aſcendendo per tubos vitreos horatim tranſcendat diviſiones dodecamorias jam antea ex obſervatione ſignatas in alterutro, v. g. in DF. Aperitur deinde epiſtomium I (clauſo priùs epiſtomio B) itáque temperatur aquæ fluxus per ipſum ex vitreis tubis, ut deſcendendo horatim tranſgrediatur diviſiones eaſdem dodecamorias, at contrario ordine notatas in tubo GE. Ceſſante fluxu, exempta è Baſi IH aqua refunditur intra vas C, & redit eadem operatio. *Baſis IH debet in operculo habere ſpiraculum K, ut aquâ delabente intra ipſam exſpiret aër.*

Videl econ Iconiſmum XVII. Fig. 48.

Annotatio.

IN Mechanica Hydraul. Par. 2. Claſ. 1. c. 4. invenies multas alias Machinas huc ſpectantes, ut ſunt Multimammia Deorum Mater lac ex uberibus promens, Rota verſatilis aquam fundens, Cynocephalus ex veretillo aquam ad horas monſtrandas ſpargens, Hydrologium Bettinianum, Hercules clava draconem percutiens (hæc tamen ad mixtas Machinas pertinet) Chorea ſerpentum aquivomorum (hæc potiùs ad Machinas vi attractivâ inſtitutas ſpectat) Columber volitans, Nauta Hydro-horologus, Libra hydraulica horodictica, Hydraulicum horolabium facillimum, Incubus hydro horologus, Hydrologium magneticum.

CAPUT X.

De Machinis Hydraulicis quæ habent principium mixtum.

Hydraulica machina habens principium mixtum.

Multis modis combinari poſſunt principia hydraulica, ad unam Machinam conflandam. Multas dedimus cit. lo. Mechanicæ noſtræ cap 5. Hîc unicam afferimus.

Machina IV.

Avis exſputam à ſerpente aquam ſorbens è cratere.

Avis reſorbens aquam à ſerpente exſputam.

Fiant ex materia quacunque ſolida, duo vaſa, RS, & TE, columnis ſuis interſtincta; quorum ſuperius RS habeat in medio diaphragma ſeu interſtitium, quo in duo diſtinguatur receptacula R, & S; & horum unumquodque habeat ſuperiùs in operculis foramen, & obturamentum N & O, ut impleri aquâ, & obturari poſſit. Fiat præterea tubus GE, cum epiſtomio F, cujus orificium F incipiat ſupra fundum vaſis S, intra verò terminetur ferè uſque ad fundum vaſis TE. Fiat item alius tubulus HK, qui tranſeat per crura, corpus, & roſtrum alicujus fictitiæ volucris, alteriuſvè animalis. Tandem fiat tertius tubus CD, cujus pars C pertingat ferè uſque ad operculum, ubi B, & alius tobulus OBA, cujus pars BO pertingat ferè uſque ad fundum, ubi O, habeatque epiſtomium B. Vas TE habeat ſimiliter epiſtomium L, ad deplendam aquam. His ita præparatis, claude epiſtomia F. & L, & B, & imple penitus vaſa R & S, per foramina N & O eaque diligenter obtura, appoſito cratere KM aquâ pleno, cui aliquò uſque immerſum ſit roſtrū K; vas verò TE maneat vacuum. Si jam exhibere vis ſpectaculum avis craterem ebibentis, laxa epiſtomium F; & aqua vaſis S deſcendet per tubum GE, in vas vacuum TE, in ejus verò locum, ad vitandum vacuum in vaſe S, ſubſequetur aqua crateris KM per tubulum KH. Nè verò deficiat aqua crateris KM, laxa epiſtomium B, & aqua deſcendēs per tubum GE in vacuum vas TE; premensque aerem ibidem contentum, expellet ipſum per tubum DC, in vas R, qui aër comprimens aquam ibidem contentam, urgebit ipſum per tubulum OBA, in craterem KM, ſicque fiet ut quantum ſorbet avis è cratere, tantundem ſerpens refundat, nec deficiat ſorbitio, donec tota aqua vaſis S deſcenderit.

Annotatio I.

ELucet in hac Machina Vis Attractiva, & Compreſſiva ſeu Expulſiva. Si ſolam avem bibulam exhibere vis, ſufficit ſolum vas S, & recipiens TE, & tubus GFE, cum tubulo HIK.

Annotatio II.

HUc ſpectant alia Machina lo. cit. data., nimirum Vas hydro-pneumaticum omnis generis jocos exhibens, Triton buccinâ inflatâ curſum fluminum ſiſtens, Atlas cœlum humeris impoſitum torquens in gyrum, Lucerna Grunbergeriana, Hydrotechnicus tubus varia ludentis Naturæ ſpectacula exhibens, &c.

Atque hæc ſufficiant de Hydrotechnia, plura enim addere anguſtia Operis futuri non permittit. Legat, qui plura volet, Mechanicam noſtram Hydraul. & Partis 3. Magiæ lib. 6. & 7.

Monitio ad Lectorem.

ANimus erat, poſt Hydrotechniam agere etiam de Aërotechnia ſeu Pneumatica, & de Pyrotechnia; hoc eſt, de Arte conficiendi Machinas artificioſas ope aëris aut compreſſi, aut dilatati, aliter quam in præcedentibus, & de Arte conciendi artificioſos ignes omnis generis, tam ſerios, quam recreativos. At Libri moles ſub manibus creſcens conſilium mutare cogit, & Lectorem remittere ad alios Auctores, noſtraque Magiæ partem 3. lib. 7. Par. 4. lib. 2. Ad alia ergo pergimus.

LIBER

LIBER XIX.

DE OPTICA.

Procœmium.

Optica.

OPtica eſt ſcientia, quæ conſiderat radios viſuales ſub ratione linearum, ſuperficierum, angulorum, conorum, pyramidum, aliarumque proprietatum Mathematicarum, modosque & cauſas variæ objectorum projecturæ atque apparentiæ demonſtrat. Et quoniam triplex eſt radius viſualis, Directus, Reflexus, & Refractus, ideo Optica in tres dividitur ſpecies, Opticam videlicet propriè dictam, quæ radium directum, Catoptricam, quæ reflexum, & Dioptricam, quæ refractum conſiderat. Omnes tres ſubdividuntur in Speculativas, quæ nuda cognitione contentæ ſunt, & Practicas, quæ operi ſunt intentæ. Optica ſpeculativa retinet generis vocabulum, nec aliam quàm Opticæ nomenclaturam ſortitur. Practica verò communiter nunc appellatur Perſpectiva. Et hæc notitiam à Speculativa hauſtam applicat variis uſibus, interq; alia innumera corporum, ſuperficierum; linearum projectiones ſeu delineationes in planis quibuſcunq; molitur ac perficit, ſeu eorum ſolùm veſtigia ſint exhibenda, ſeu frontes erigendæ, ſeu cum frontibus abſcedentia latera monſtranda. Atque huic originem ſuam debet Ichnographice, Orthographice, & Sciagraphice. De tribus Opticæ ſpeciebus nunc agendum, ac primò de Optica propriè dicta. De iiſdem jam egimus in Par. 1. Magiæ noſtræ: quare quæ ibi fuſiùs ſumus proſecuti, hic breviùs repetemus & quæ omiſſa, addemus.

Perſpectiva.

CAPUT I.

De oculi ſtructura, ac partibus.

NEc ſpeculativa Optica, nec Practica explicari ac percipi poteſt ſine aliquali ſaltem ſtructuræ humani oculi inſpectione. Ab hac igitur inchoandum.

Partes oculi generatim.

Oculi humani ſtructura, & partes.

PArtes oculi generatim, ad viſionem neceſſariæ, ſunt nervus opticus, tres tunicæ ſive membranæ, & tres humores, reliquæ partes, ut adnata, muſculi, glandulæ, pinguendo, palpebræ, cilia ac ſupercilia, pertinent vel ad motum oculi, vel ad externam tutelam. Tunicæ hîc ſunt involucra, quæ ſe mutuò ambiunt, humoresque oculi claudunt, & cum ipſis nervoq; optico, oculum conſtituunt. Tunicarum partes anteriores à poſterioribus nomine differunt, nam prima vocatur retrò Σκληρότης, Sclerotes ſive dura, antè κερατοειδής Cornea, ſecunda retrò χοροειδὴς Choroides, antè ῥαγοειδὴς Uvea: tertia retrò ἀμφιβληστροειδὴς Retina, antè ἀραχνοειδὴς Aranea: Has ambit ac veluti tuetur Adnata: unde ſeptem aliqui tunicas oculi numerant. Humores oculi ſunt Aqueus, Cryſtallinus, & Vitreus.

Vide Iconiſm. XXIII Fig. 48.

Nervus Opticus.

IN appoſita figura, quæ repræſentat oculum ſectum per axem & nervum opticum, OPQR eſt nervus opticus, qui ex cerebro immediatè, tanquam ea comuni ſentiendi principio derivatus, conſtat duabus pelliculis & ſubſtantia quadam medullari intra dictas pelliculas incluſa. Exterior pellicula CC, quæ craſſior eſt, & à dura meninge ſeu matre cerebri propagatur, vocatur & ipſa dura meningis, interior verò D D, quæ tenuior eſt, & à pia cerebri meninge derivatur, vocatur tenuis meningis. Et intra hanc continetur medullaris ſubſtantia.

Sclerotes, & Cornea.

Oculi tunica. EX tribus bis nervi optici partibus, propagantur tres nominatæ antea tunicæ. Ab exteriori pellicula CC, quæ firmior eſt quàm altera, propagatur prima & extima tunica P E S B O, quæ totum oculum circumdat; eſtque longe adhuc craſſior & firmior quàm in ipſo nervo. Hæc in parte poſteriori, à P & O, uſque ad E & B, appellatur Sclerotes, ſive Sclerotica, hoc eſt, dura & conſolidativa, quia revera dura eſt, totumq; oculum conſolidat, atque conſervat in ea, quam à principio accepit, figura: in parte verò anteriori, ubi E S B, appellatur Cornea, quia ibi durior eſt reliqua parte, penituſque terſa pellucida inſtar bracteolæ corneæ. Hæc non nihil protuberat.

Choroides, & Uvea.

AB interiori nervi pellicula DD, propagatur ſecunda & media oculi tunica X Y, priori ſubtilior. Hæc etiam totum ferè oculum circumdat interiùs ſub Sclerotide & Cornea, & ipſi Sclerotidi implicatur quibuſdã fibris, ideoq; & implexa tunica appellatur: ex parte tamen anteriori, ubi ferè Sclerotes in Corneam tranſit, ab illa ſeparatur, & procedit introrſum verſus N, ſubſiditque in planitiem, habentem in medio, ubi N, foramen quoddam ad recipiendum intus lumen & ſpecies rerum, quæ per Corneam pellucidam tranſmittuntur. Hoc foramen dicitur Pupilla oculi, & dilatatur atque conſtringitur identidem loculorum inſtar, prout majori aut minori lucis & ſpecierum viſibilium copia indiget oculus. Secunda hæc tunica appellatur in parte poſtica & latente Choroides ſive Impleaa, in parte verò antica & patente dicitur Uvea. Spatium Uveæ inter pupillam & album oculi comprehenſum dicitur Iris oculi, quod Iridi ob varios colores aſſimiletur. Pupilla apparet nigra, quia per ipſam videtur nigredo interior Choroidis in fundo oculi ubi T & V.

Retina, & Aranea.

A Parte medullari nervi propagatur tertia & intima oculi tunica; quæ in poſteriori parte Retina ſeu Retiformis vocatur (innumeris enim venulis inſtar retis eſt conſperſa) in anteriori Aranea. Hæc tunica à nervo optico incipiens circumdat totum oculum à parte poſteriori uſque ad I H, ubi ex ipſa procedit membrana quædam delicatiſſima, aranearum telæ inſtar, quæ intro converſa humorem Cryſtallinum LNKM circumdat, liberèque inter Aqueum & Vitreum humorem tenet ſuſpenſum. Araneam aliqui vocant Ciliarem tunicam, ſeu Ciliares Proceſſus.

Humores Oculi.

TUnicas hactenus explicatas replent tres humores ſuprà nominati. *Aqueus* replet totam partem anteriorem inter Corneam E S B, & Araneam IKLH. In iſto liberè natat pars Uveæ X & Y. Appellatur aqueus, quia aquæ puræ ſimilis eſt. Albugineus etiam dicitur, quia eſt aliquo modo ſimilis albumini ovi. *Cryſtallinus* humor continetur ab Aranea HLMKIN. Propriè non eſt humor, ſed veluti gemma cryſtallina, ſolida, & perfectè pellucida. Ejus figura in homine eſt lenticularis, & obtuſior tamẽ antè quã retrò. Nõ tamen in omnibus hominibus, nec in omnibus ejuſdem hominis ætatibus eſt ejuſdem figuræ: nam in aliquibus tendit magis ad rotunditatem, in aliis minùs, in ætate integra eſt turgidus, in fracta quaſi planus. Tam exceſſus, quàm defectus à debita lenticulari figura inducit vitium in videndi perſpicacia: cui tamen vitio medentur conſpicilla, in presbytis quidem convexa, in miopibus verò concava. *Vitreus* humor explet totam reliquam oculi partem internam, ab IKML H uſque ad T V. Hic non eſt omnino fluidus, ſed inſtar vitri fuſi corpulentus, unde & nomen accepit. *Oculi humores.*

Adnata.

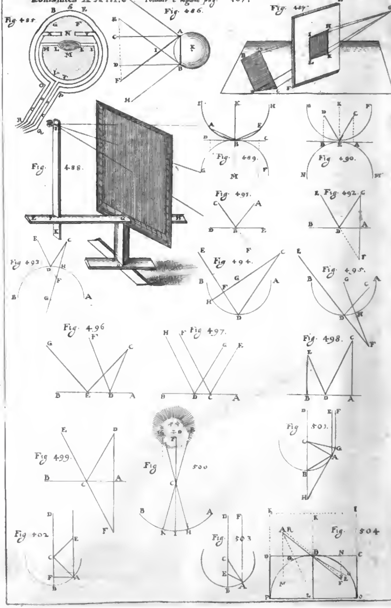
PRæter tres oculi tunicas explicatas eſt & alia, quæ Adnata appellatur, & ab aliquibus Alba. Hæc porrigitur à pericranio, & ſupra Sclerotidem conſiſtit, totumque exterius oculum ad Corneam uſque inveſtit, quo loco in eam inſeritur, atque ei in orbem adnectitur. Hæc eadem alligat firmatque oculum. Exteriùs, qua ſpectabilis eſt, habet inſignem albedinem, quæ ad Corneæ ambitum terminatur.

Figura Oculi.

FIgura oculi externa ex dictis humoribus & tunicis compoſiti, rotunda eſt, non tamen perfectè, quia pars anterior Corneæ nonnihil protuberat. *Situs partium oculi hic eſt.* Centra omnium humorum & tunicarum repletarum collocata ſũt in una recta linea, quæ axis opticus dicitur, & extenditur ab S per N, M, verſus T. Nervus opticus non jacet in axe optico, ſed in oculo dextero vergit ſiniſtrorſum, in ſiniſtro dextrorſum. Sclerotes, Uvea, & Choroides, ſunt opacæ, Cornea, Aranea, Retina perſpicuæ, Humores omnes ſunt perſpicui. Uvea ideo eſt opaca, ut luci & ſpeciebus nimium ingreſſum intra oculum prohibeat, ſinumque internum oculi tenebroſum reddat, relicto ſolùm foramine. Choroides una cùm Sclerotide opacæ ſunt, ut cameram oculi interiorem obſcurando ſpeciebus recipiendis adaptent. Retina habet nonnihil opaci albi, ut ſpeciebus imbibendis habilior evadat. Choroides eſt præterea lævis, ut convexam Retinæ ſuperficiem, ac proinde & concavam, ab omni inæqualitate vindicet, ut ſic ſpecies appulſæ ſitum inconfuſum ſervent, tum etiam ut ultra progreſſæ retundantur, & quodammodo ſepeliantur.

CA-

Iconiſmus XXIII. Ponatur è regione pag. 467.



CAPUT II.

De oculi objecto, ejuſque radiatione.

Oculi objectum.

OBjectum oculi ſeu viſus aliud eſt proprium, quod nullo alio ſenſu percipitur; aliud commune, quod percipitur etiam ab aliis ſenſibus. De utroque agemus breviter ſequentibus Propoſitionibus.

I.

Objectum viſus proprium eſt lumen, & color; ſeu lucidum, & coloratum. Lumen quidem, ſeu lucidum, per ſeptimò, quia ſine alterius adjutorio movet ſenſum, color verò, ſeu coloratum, acceſſione lucis, ſine qua non movet ſenſum.

II.

Objecta viſus communia ſunt novem, nimirum 1. Quantitas, ſub qua continetur magnum, parvum, craſſum, tenue, longum, latum, æquale, & ſimilia. 2. Figura; ſub qua rectum, curvum, aſperum, læve, obtuſum, acutum, convexum, concavum, planum, &c. 3. Locus ſeu Ubi, ſub quo ſupernum, infernum, dexterum, ſiniſtrum, anterius, poſterius, &c. 4. Situs, ſub quo ſeſſio, ſtatio, ordo, diſpoſitio, &c. 5. Diſtantia, ſub qua longinquum, propinquum, altum, profundum, &c. 6. Continuitas, ſub qua unitas. 7. Diſcretio, ſub qua numerus, multitudo, paucitas. 8. Motus, ſub quo duratio, & tempus. 9. Quies.

III.

Tam lucida, quàm colorata illuſtrata, profundunt à ſe repræſentativa ſui, quas ſpecies viſibiles appellant. Conſtat experientiâ, & probatur rationibus à Philoſophis. Et hæ ſpecies viſibiles appellantur ab Opticis radii optici ſeu viſuales.

IV.

Lumen & Species, lineis rectis profunduntur, niſi aut à corpore ſpeculari reflectantur, aut in medio diverſo refringantur. Patet experientiâ, nam umbræ corporum opacorum luminoſis oppoſitorum ſemper ſunt in illis locis tantùm, ad quæ non pertingunt radii recti à corporibus luminoſis profuſi: & oculus non percipit coloratum, niſi poſitus in eo loco, ad quem ſpecies à colorato profuſæ per lineas rectas nullo opaco corpore impeditas tranſmitti poſſunt.

V.

Lumen, & Species, circumquaque in modum ſphæræ diffunduntur, ſublatis impedimentis. Expoſito enim corpore luminoſo, è quocunque per circuitum loco ad illud convertitur oculus, ejus lumen percipit, niſi interpoſitum corpus opacum impediat aſpectum, Idem dicendum de colorato.

VI.

In qualibet parte medii, ad quam à corpore luminoſo & colorato duci poſſunt lineæ rectæ, exiſtit lumen, & ſpecies, dummodò pars illa medii ſit intra ſphæram activitatis luminoſi, & colorati, & dummodò profuſio luminis & ſpecierum non impediatur occurſu corporis opaci. Sequitur ex præcedenti.

VII.

Quodlibet punctum objecti luminoſi, & colorati, propagat lumen & ſpecies intra ſphæram propagationis in totum medium, & totum objectum in quodlibet medii punctum. Nam ſi in cubiculum obſcurum ingrediantur per foramen aliquod ſpecies objecti extrà exiſtentis, & obverſâ chartâ candidâ excipiantur, apparet in charta quodlibet objecti punctum à quo ad chartam per foramen duci poteſt linea recta, & tota objecti obverſi facies, ita ut licèt in ipſo foramine omnium partium ac punctorum objecti ſpecies confundantur inter ſe, in propagatione tamen ultra foramen ita diſtinguantur, ut in proportionata diſtantia totam objecti obverſam faciem cum ſua figuratione & partibus ritè diſtributis in charta depingant; & ſi aliquæ obverſæ faciei partes auferantur, aut tegantur, manent reliquarum imagines. Idem dicendum proportionaliter, ſi foramini objectum luminoſum exponatur.

VIII

Radii à luminoſo & colorato profuſi, alii æquidiſtant, alii ſeſe interſecant, alii in diverſa abſcedunt. Sit enim corpus luminoſum aut coloratum K, cujus duo puncta, A & B, connectat recta AB. Cùm igitur quodcunque punctum corporis luminoſi & colorati profundat radios ſuos rectos verſus quamcunque partem, neceſſe eſt radios omnes ex A & B profuſos facere cum recta AB angulos, aut rectos, aut acutos, aut obtuſos, exceptis illis qui cum AB utrimque protenduntur in directum. Qui radii efficiunt angulos rectos ut AC, BD, ſunt paralleli, *per 28 pri. Euclid.* Qui acutos, ut AF, BE, conveniunt tandem in aliquo puncto, ut in I, *per 13. Axioma pri. Euclid.* & ulteriùs producti interſecant ſeſe in eodem puncto I, *per undec. Axio. lo. cit.* Qui obtuſos, ut AG, BH, ſemper magis ab invicem diſcedunt, quia non poſſunt æquidiſtare, alioquin efficerent angulos duos rectos, aut æquales duobus rectis, *per 29. pri. Euclid.* neque poſſunt concurrere, quia alioquin efficerent duos angulos minores duobus rectis, *per converſum Axio. 13. cit.* Vide Iconiſ. XXIII Fig. 486.

IX.

Si in medio repleto lumine, aut ſpeciebus, aſſumatur quodcunque punctum, reperiuntur in illo unitæ vertices duorum radioſorum conorum, aut pyramidum, quorum unus habet baſim in corpore luminoſo aut colorato, appellaturque Conus rectus, alter in corpore poſito poſt illud punctum è directo corporis luminoſi aut colorati, & appellatur conus everſus. Sequitur ex præcedenti. Tales duos conos repræſentant in præcedenti figura duo triangula AIB, EIF. Duo hi coni invertice conjuncti, appellantur ab Opticis modernis penicilla, ob ſimilitudinem cum penicillis pictorum.

CAPUT III.

De Viſione, & modo videndi.

POſt explicatum viſus organum, & objectum, explicanda eſt viſio, & modus quo fit. Quam rem multi multis explicant, ſeu potiùs implicant. Ego hæc ſtatuo.

Propoſitio I.

Phænomenon ſpecierum viſibilium in locum obſcurum intromiſſarum, eſt typus viſionis, & modi videndi. Viſio, & modus videndi.

PHænomenū inſinuavi cap. præced. & conſiſtit in hoc. In cubiculi undiq; clauſi & obſcurati porta aut feneſtra fit foramen exiguū, cui digitus Species viſibiles in cubiculum

obſcurum quo modo intromittenda.

gitus aut pollex intrudi queat ; & foraminis intus vel inſeritur , vel cerâ adglutinatur vitrum convexum lenticulare ex eorum numero , quibus presbytarum perſpicilla conſtant : poſt vitrum verò , in debita diſtantia (quam experientia docebit) oppanditur foramini charta aut tela candida. & ecce, ſimul cum lumine ingrediuntur ſpecies viſibiles omnium rerum extrà è regione poſitarum ita , ut radii earum recti per foramen penetrare poſſint , quæ ſpecies in objecta charta pingunt earum rerum imagines, unà cum earundem coloribus, motu, ſitu, & lineamentis omnibus, ſed ſitu inverſo , quia ſpecies ſeu radii in foramine decuſſantur. Lege quæ ſcripſimus Par. 1, Magiæ lib. 2. Prælus. 3. Hoc phænomenum eſt typus perfectiſſimus viſionis, & modi quo ea fit. Oculus enim gerit vicem cubiculi, tunicæ oculi vicem parietum, humores oculum replentes vicem aëris replentis cubiculum : uvea eſt inſtar feneſtræ clauſæ: pupilla inſtar foraminis, humor cryſtallinus inſtar vitri lenticularis poſt foramen applicati , retina inſtar chartæ foramini oppanſæ. Sicut autem feneſtra cubiculi clauſi ſecernit aërem externum ab interno, eumque dividit in anteriorem & poſteriorem, & præterea lumini ac ſpeciebus non permittit ingreſſum niſi per foramen : ita uvea dividit humorem aqueum in anteriorem & poſteriorem , unumque ab altero ſecernit, tanquam externum ab interno, luminique ac ſpeciebus non dat ingreſſum niſi per pupillam. Deinde ſicut lumen & ſpecies , aperto foramine cubiculi , ingrediuntur majori vel minori copia , prout majus vel minus eſt foramen, ita aperta pupilla ingreditur in oculum lumen cum ſpeciebus, magis aut minùs, prout dilatatur aut conſtringitur pupilla. Præterea ſicut poſt foramen & vitrum fit undique decuſſatio radiorum in cubiculo , ita poſt pupillam & humorem cryſtallinum fit decuſſatio eorundem radiorum in oculo. Et ſicut in puncto decuſſationis poſt foramen & vitrum concurrunt vertices duarum pyramidum aut conorum radioſorum , recti nimirum & everſi, quorum rectus habet baſim in corpore radiante, everſus verò in charta foramini oppanſa, ita in puncto decuſſationis poſt pupillam & humorem cryſtallinum conveniunt vertices ſimilium duarum pyramidum aut conorum, quorum rectus habet baſim in corpore radiante extra oculum, everſus in retina intra oculum. Et hic conus everſus pingit imaginem objecti in retina oculi (ſicut alter everſus pingit ſimilem imaginem objecti in charta cubiculi) quam dum percipit vitaliter anima , ſeu potentia ejus viſiva, fit viſio objecti , hoc eſt, perceptio vitalis imaginis objecti. Ex his ſequitur

Propoſitio II.

Viſio non fit per extramiſſionem radiorum ex oculo, ſed per intromiſſionem eorundem intra oculum.

EſSt contra antiquos Opticos , qui videntur velle, ab oculo exire radios, qui ad objectum viſibile vel directè, vel reflexè ferantur, vel refractè , ſemper enim ſic loquuntur, & ſic ſuas demonſtrationes conficiunt : imò ideo radios illos appellant viſuales , quòd ab oculo egrediantur, hoc eſt, à viſu. Sed ex dictis patet , non ab oculo prodire radios, qui ferantur ad objectum viſibile. ſed potiùs radios tranſmitti ab objectu ad oculum.

CAPUT IV.

De Hypotheſibus Opticæ practicæ.

Optica practica ſeu Perſp. & ejus hypotheſes.

QVæ diximus hactenus , ad Speculativam pertinent Opticam , quæ dicemus, præcipuè ad Practicam , quamvis nonnulla etiam ad Speculativam ſpectent. Eſt autem, ut initio libri dictum, Optica practica, quæ regulas præſcribit delineandi in planis quibuſcunque, res qualeſcunque viſas, aut viſibiles , eo modo, quo apparent oculo ipſas ex determinato loco inſpicienti , & quo ſpecies ab objectis ad oculum propagatæ intermediam tabulam ſecare concipiuntur, prout infrà meliùs explicabitur. Hanc Latini Optici, maximè recentiores , appellant Perſpectivam. Hujus nonnulla Elementa nunc trademus, quæ ideo Hypotheſes appellamus, quia ferè ſine demonſtratione admitti poſſunt ac ſolent.

I.

Viſibile radiat è quolibet ſui puncto , in quodlibet medii punctum , ad quod recta linea duci poteſt non impedita intermedio corpore opaco. Patet ex dictis cap. 2. & ex natura radiationis objectorum.

II.

Id omne & ſolum videri poteſt , à quo ad oculum radioſus conus extendi poteſt. Patet ex dictis ibid. & cap. 3. ſequiturque ex præcedenti Hypotheſi.

III.

Viſio fit per modum picturæ in retina oculi. Patet ex dictis cap. 3. Hinc ſequitur , quòd res omnis apparet in radiis , quibus ipſius ſimulacrum ad retinam porrigitur : & quòd omne aſpectabile eò majus apparet , quò major eſt ipſius imago in retina : eòque minus , quò minor eſt imago.

IV.

Quidquid videtur, ſub aliquo angulo videtur. Patet ex dictis cap. 3. & ſequitur ex præcedenti Hypotheſi. Nam viſio fit, ut diximus, dum potentia viſiva præcipit vitaliter imaginem objecti propoſiti impreſſam retinæ in fundo oculi : quæ quidem imago ſemper ſubtendit angulum (ſolidum) coni inverſi , æqualem angulo coni recti, *per 15 pri. Euclid.* habentis pro baſi objectum ipſum viſum. Et in hoc ſenſu dicitur , quòd omnis viſio fiat ſub aliquo angulo : & quòd omne quod videtur , ſub aliquo angulo videatur.

V.

Quæ videntur ſub angulo majori, apparent majora , quæ ſub minori, minora , quæ ſub æquali, æqualia. Sequitur ex Hypotheſi præced. Nam objecta quæ efficiunt in oculo per ſpecies diffuſas angulum majorem , efficiunt etiam in retina imaginem majorem, quæ verò angulũ minorem, etiam minorẽ imaginem: quæ denique angulum æqualem, æqualem imaginem efficiunt , *per. 24. pri. Euclid.* Objecti autem magnitudo apparens ſequitur magnitudinem imaginis in retina expreſſæ, non ſecus ac claritas , diſtinctio , & ſimiles cõditiones apparentes objecti, ſequuntur claritatem , diſtinctionem , & cæteras conditiones imaginis ejuſdem objecti.

VI. *Eadem*

Digitized by Google

VI.

Eadem aut æquales res procul ab oculo poſita, apparent minores, quam poſita minùs procul. Sequitur ex præced. Hypotheſi. Nam procul poſita res efficit minorem angulum in oculo, quàm poſita minùs procul, ſive ipſa res appropinquet oculo, ſive oculus rei. Hinc *colligitur*, cur æquales magnitudines, inæqualiter ab oculo diſtantes, appareant inæquales, ſemperque illa appareat major, quæ oculo eſt vicinior.

VII.

Quæ ſub radiis ſublimioribus videntur, apparent altiora, quæ ſub depreſſioribus, depreſſiora, quæ ſub dexterioribus, dexteriora, quæ ſub ſiniſterioribus, ſiniſteriora. Nam objectum apparet in illis radiis, quibus ipſius ſimulacrum ad retinam porrigitur, & in illis locis, ad quæ potentia viſiva per radios receptos veluti manuducitur, *per 3. Hypoth.*

VIII.

Æqualia intervalla in eodem plano, & in eadem recta linea, apparent inæqualia, nempe remotiora ab oculo minora, viciniora oculo majora, ſive oculus ſit ſupra planum illud, ſive infra. Ratio eſt, quia remotiora videntur ſub minori angulo, viciniora ſub majori, ut in 1. Par. Magiæ lib 2. demonſtravimus. Hinc *patet*, cur turris aut columnæ altiſſimæ partes æquales, appareant inæquales, ſcilicet remotiores à viſu minores. *Patet* præterea, cur arborum & columnarum longo ordine in eadem recta linea æquali intervallo diſtantium extremæ videantur conjunctæ, aut quaſi conjunctæ.

IX.

Lineæ parallelæ in longum protractæ, eò apparent viciniores inter ſe, quò magis protrahuntur. Nam quò magis removentur ab oculo, eò ſub minori angulo apparet ſpatium inter utramque interjectum, *per 6. Hypoth.* Hinc longæ plateæ & porticus inſpectæ ab una extremitate, videntur conſtringi verſus alteram.

X.

Planorum ſub oculo jacentium remotiores à viſu partes, videntur altiores, contrà verò planorum quæ ſupra viſum incumbunt, remotiores partes ad ima prolabi videntur. Nam quæ videntur ſub radiis altioribus, apparent altiora &c. *per 7. Hypoth.* ſed partes remotiores ſub altioribus radiis videntur, ergo, &c. Idem ſequitur ex præcedenti Hypotheſi.

XI.

Viſibile obliquatum à viſu, minus apparet ſeipſo perpendiculariter erecto. Nam obliquatum videtur, ſub angulo minori, quàm erectum.

XII.

Æqualium magnitudinum infra viſum erectarum, remotiores, apparent altiores. Nam apparent ſub altioribus radiis, quàm propiores.

XIII.

Æqualium magnitudinum ſupra viſum erectarum, remotiores apparent decliviores. Nam apparent ſub radiis inferioribus, quàm viciniores.

XIV.

Manente eâdem quantitate anguli optici, eâdemque plagâ radiorum opticorum, aſpectabile, quamvis moveatur, apparet immobile. Hinc qui navi vehitur, aſpiciens navim aliam eâdem celeritate verſus eandem plagam tendentem, putat illam quieſcere.

XV.

Mutatâ anguli optici quantitate, vel radiorum opticorum plagâ, aſpectabile videtur moveri, etiamſi quieſcat. Hinc qui navi vel curru vehitur, exiſtimat vicina littora & arbores in contrariam partem moveri.

Hypotheſes ad lumen & umbram ſpectantes.

XVI.

LUminis per foramen in oppoſitum directè planum tranſfuſi perimetrus ambitu foraminis eſt major, ſi luminoſum majus eſt foramine, & minus ab eo diſtat quàm oppoſitum planum. Ratio eſt, quia luminis radii poſt foramen divaricantur, & quò magis diſtat planum à foramine, eò amplior fit baſis coni radioſi inverſi. *Semper autem luminis imago in plano oppoſito ſitum habet inverſum reſpectu ſui corporis luminoſi*, propter dictam divaricationem radiorum. Hypotheſes ad lumen & umbram ſpectantes.

XVII.

Si planum foramini parallelum fuerit, lumen corporis luminoſi plano exceptum, ſervabit figuram foraminis: at ſi planum obliquum fuerit figura luminis erit obliqua ſectio coni, vel pyramidis: ſi denique foramen & corpus luminoſum diverſa fuerint figuræ, lumen foraminis ac corporis figuram imitabitur, eritque figura mixta. Quod ſimiliter continget, ſi diverſum habeant ſitum, licet ejuſdem figuræ fuerint. Patet experientia.

XVIII.

Radius umbroſus cum radio luminoſo, à quo procedit interjecto opaco, in directum extenditur. Patet experientiâ, & ex natura radiationis luminis.

XIX.

Opacum tot projicit umbras, quot luminaribus opponitur, quas in adverſam luminis partem projicit. Patet ſimiliter experientiâ.

XX.

Opacum quò plures radios luminoſi intercipit, eò denſiorem umbram producet, & maius opacum majorem umbram projicit, cæteris paribus. Experientia docet.

XXI.

Umbra intendi aut remitti poteſt: quæ cum multiplicatur, obſcurior redditur. Umbra ſecunda obſcurior eſt quàm prima, & tertia obſcurior quàm ſecunda, & ſic porrò. Umbra corpori opaco propinquior, eſt obſcurior. Omnia conſtant experientiâ.

XXII.

Si ſphæra luminoſa ſphæræ opacæ æqualis fuerit, umbra illius erit cylindrus interminatus: ſi major, umbra erit conus baſim habens circulum ex radiorum contactu deſcriptum, verticem autem in radiorum concurſu. ſi minor, umbra continuò aucta, tum longitudine, tum latitudine, in infinitum abibit. Prima umbra appellatur κυλινδροειδὴς cylindroides, ſecunda κωνοειδὴς conoides, tertia καλαθοειδὴς calathoides.

XXIII.

Umbra motum corporis opaci imitatur. Ad ſolius luminoſi motum etiam movetur. Si luminoſum circa opacum movetur, umbra contrariis motibus cietur, idque pari velocitate cum luminoſo. Experientia hæc docet.

XXIV.

Luminoſum ſphæricum illuminat ſphærici æqualis dimidium, minoris plus dimidio, majoris minus. Patet ad ſenſum in his inferioribus.

XXV.

Umbra opaci æqualis luminoſo, æqualis eſt opaco, minoris minor, majoris major. Experientia conſtat, & ſequitur ex natura radiationis.

XXVI. *Um-*

XXVI.

Umbra opaci tantò brevior eſt, quantò luminoſum altius, & è contrà. Experientiâ conſtat.

CAPUT V.

De optica rerum delineatione in genere.

Optica delineatio rerum. Opticæ practicæ ſeu perſpectivæ officium eſt, delineare in planis res qualeſcunque viſas, aut viſibiles, eo modo, quo apparent, aut apparere poſſunt ac ſolent, oculo ipſas ex determinato loco aſpicienti, ut initio etiam dixi.

In omni porrò delineatione, inter alia multa, hæc interveniunt. Primò res delineanda, quæ vel eſt punctum, vel linea, vel ſuperficies, vel corpus. Quæ quidem omnia ut variis modis, & vario ſitu objici poſſunt oculis, ita & diverſimodè projici in planum ac delineari. Secundò oculus, ad quem radii optici ex omnibus rei delineandæ partibus emicant. Tertiò planum in quo debet fieri delineatio, quod alii vocant velum, alii tabulam, alii parietem, alii ſectionem, quòd interſecet conum radioſum ab objecto ad oculum procedentem, ut paulò pòſt explicabitur, alii vitrum, quòd res delineanda per ipſum tranſparere, & radios ſuos per idem tranſmittere concipiatur. Nos meritò vocabimus planum meſopticum, quoniam fingitur eſſe diaphanum, & tranſitum dare ſpeciebus ſeu radiis objecti delineandi.

Iconiſm. XXIII. Fig. 487. Hoc ut intelligatur, Supponendum eſt, *ibi eſſe rei viſæ locum in plano meſoptico ante rem viſam conſtituto, ubi radius opticus à re ad oculum rectà ductus, ipſum planum tranſit.* Eſto objectum aliquod A B C D, jacens in plano horizontali, & oculus ſit in G, inter oculum verò & objectum ſit planum meſopticum ſeu tranſparens EF. Radient omnia puncta objecti ABCD, per planum EF, in oculum G, & omnes radii tranſeuntes planum illud imprimant illi ſua veſtigia. Imprimet radius BG veſtigium I, radius AG veſtigium H, radius DG veſtigium L, radius CG veſtigium K, & alii radii alia veſtigia. Locus ergo punctorum A, B, C, D, viſorum per planum, erit in punctis H, I, K, L, in quibus radii optici priorum punctorum attingunt planum E F.

Dupliciter autem fieri poteſt rerum delineatio, ſeu in planum projectio, organicè ſeu per inſtrumenta, & geometricè ſeu per regulas ex Geometria deſumptas. De priori tantùm, utpote faciliori, & naturis rerum magis conformi, agemus.

CAPUT VI.

De organica rerum delineatione.

Delineatio rerum organica. Plurima ſunt à diverſis excogitata organa ſeu inſtrumenta ad rerum delineationes opticè peragendas, cujuſmodi ſunt Portula Dureri, Inſtrumentum duplex Ignatii Dantis, Menſa optica Maruloyſii, Parallelogrammum Scheineri, & alia. Nullum tamen facilius, & naturis rerum conformius mihi videtur, quàm Velum ſeu Planum Meſopticum, quod nihil eſt aliud quàm velum ſericum delicatiſſimum atque tranſparens, incluſum inſtrumento compacto ex quatuor tigillis, pede, curſore, & baculo tranſverſo cum foramine oculari, quale deſcripſimus ac

Iconiſ. XXIII. Fig. 488. delineavimus ſuprà lib. 14. par. 4. propoſit. 5. pro horologiis delineandis, & hic iterum reponimus. Hujus inſtrumenti uſus faciliimus eſt, & tam amplus, ut nullum ſit objectum, ſive id ſit figura plana ſive corpus, ſive imago, ſtatua, domus, templum, urbs, campus, ſylva, mons, &c. quod ipſius ope delineari non poſſit, juxta naturalem ſitum quo objicitur oculo. Demonſtrat præterea ad oculum radiorum opticorum naturam, & omnem projectionis opticæ rationem.

Quatuor autem modis rerum delineatio optica inſtitui hoc inſtrumento poteſt, nempe vel ichnographicè, vel ſcenographicè, vel ſciagraphicè. *Ichnographica delineatio rerum.* Ichnographicam delineationem appello, quando delineantur figuræ planæ habentes ſitum horizonti parallelum, cujuſmodi ſunt horti, campi, urbes & imagines ac figuræ planæ quæcunque in plano horizontali conſtitutæ. Propriè tamen loquendo, ichnographica delineatio eſt, quando plantæ ſeu veſtigia alicujus ædificii, alteriuſvè rei horizontali plano inſiſtentis deſcribuntur. *Orthographica delineatio rerum.* Orthographica delineatio eſt, cùm res delineanda habet ſitum parallelum ad planum meſopticum; & ſic frontiſpicia domorum, turrium, templorum, & quidquid conis radioſis rectis in oculos noſtros fertur, delineamus. *Scenographica delineatio rerum.* Schenographica delineatio eſt, cùm objectum delineandum habet ſitum obliquum ad velum meſopticum, cujuſmodi ſunt illa quæ horizonti non inſiſtunt ad angulos rectos; & illa quæ licèt ad rectos inſiſtant, ſuperficies tamen non convertunt directè ad velum, ſed obliquè. *Sciagraphica delineatio rerum.* Sciagraphica delineatio eſt, cùm projectionem umbræ alicujus corporis delineamus ope hujus Inſtrumenti. In ſciagraphica delineatione objectum debet collocari ante velum, inter tigillum KI & ipſum velum, in aliis delineationibus poſt velum. In omnibus præterea delineationibus depingenda eſt primò opticè figura in ipſo velo, deinde verò transferanda in chartam, telam, aut tabulam.

Uſus inſtrumenti hic eſt. *Primò*, ſi vis objectum aliquod ichnographicè delineare, colloca ipſum horizonti parallelum poſt velum meſopticum, ſi verò orthographicè, ſtatue ipſum velo parallelum, ſi denique ſcenographicè, da ipſi ſitum vel inchoatum, vel declinantem, prout res exigit, aut lubitum fuerit. Quòd ſi objectum habuerit ſitum immobilem, ſtatue velum contra ipſum objectum aut in ſitu parallelo, aut declinante, prout ſcilicet deſideras objectum delineare orthographicè, vel ſcenographicè. Eò autem major aut minor evadet figura in velo delineata, prout hoc magis aut minùs fuerit ab objecto remotum. *Secundò*, tigillum exemptile E H extrahe, aut retrahe, tigillum verò tranſverſum KI eleva, aut deprime, prout ex altiori aut humiliori loco inſpicere volueris objectum: creſcit enim ac decreſcit imago, mutatque apparentiam, tam ex oculi, quâ ex veli translatione, ut poſtea dicetur. His factis, inſtrumentum ita firma loco ſuo cochleolis F & G, ut moveri ab eo inter operandum non poſſit. *Tertiò*, applica oculum ad foramen I, tigilli KI, ac per ipſum, ſimulque per velum inſpice objectum retrò collocatum, manuq; quieſcente ſupra lignum duobus fulcris innixum, juxta ductum viſus in objectum poſt velum poſitū directi, deſcribe in ipſo velo figuram rubrica, creta, vel aliâ quavis materiâ telā colorante, quæ

tamen

tamen facilè deleri poſſit ; & habebis figuram optice deſcriptam , quam deinde transferes in chartam aut tabulam.

Quòd autem figura dicto modo delineata in velo , ſit optice delineata , ita oſtendo. Si inter objectum radians , & oculum radios excipientem , ponatur planum diaphanum & radius pervium (quale eſt velum noſtrum) ſecatur conus radioſus in illo loco, in quo planū interponitur ; & ſi radii planum penetrantes haberent vim relinquendi veſtigium ſui , remaneret plano impreſſa figura objecti apparentis poſt planum , eo prorſus modo, quo apparet oculo : hoc autem in caſu noſtro contingit, quia veſtigia quæ radii tranſeuntes imprimere non poſſunt , imprimit color, ergo &c.

Ex his patet , qua ratione procedendum ſit in delineatione imaginum planarum , corporum ſolidorum, domorum, urbium, camporum , & quarumcunque aliarum rerum : idem enim in omnibus eſt operandi modus.

Monitio ad Lectorem.

AGendum nunc eſſet de geometrica rerum delineatione ; ſed quoniam omnes perſequi quæ ad illam pertinent , non poſſumus , tum ut ſumptibus parcamus in tot figuris incidendis tum nè Opus in nimiam molem excreſcat : pauca autem dicere , nihil eſt dicere , præſtat penitus abſtinere , Lectoremque ad varios Auctores , qui de ea retractarunt , remittere : quorum quidem lucubrationes facilè intelliget , qui organicam noſtram deſcriptionem intelliget De Optica practica ſeu Perſpectiva inter alios agit Guidubaldus , Maraloyſius , Dantes , Serlius , Vignola , Herigonus , & alii multi. De rerum transformationibus multa ſcripſimus in Magia 1. par. lib. 3.

LIBER

LIBER XX.

DE

CATOPTRICA.

Prooemium.

Catoptrica.

Catoptrica, hoc eſt, Specularia ſcientia, verſatur circa radios viſuales è ſpecularibus corporibus reflexos, circaque illa quæ ope ſpeculorum & hujuſmodi radiorum efficiuntur; quæ tam ſunt mira, ut fidem humanam excedant, tam multa ut integris voluminibus comprehendi vix queant. Itaque duplex eſt Catoptrica, ſpeculativa, & practica. De utraq; non pauca diximus in Magia noſtra Parte 1. lib. 6. & 7. ex quibus pauca huc transferimus, potius ut introductionem ad Catoptricam demus, quàm ut illam pro dignitate tractemus.

CAPUT I.

Definitiones Catoptricæ.

I.

Catoptricæ definitiones.

Corpus radioſum vocamus omne illud, quod vel lumen, vel ſpecies colorum diffundit per medium diaphanum. Tam autem lumen, quam ſpecies colorum appellamus radios. Et corpus quidem profundens lumen, vocamus luminoſum, corpus vero profundens ſpecies, coloratum. Explicatio petatur ex dictis libro præcedenti.

II.

Radii corporis luminoſi & colorati, non ſunt lineæ mathematicæ omnis latitudinis expertes, ſed ſunt lumen ipſum, ipſaque ſpecies, diffuſa per medium diaphanum ſparsò, & viis rectis. Concipimus tamē in hujuſmodi lomine, & ſpeciebus, lineas mathematicas, & ſupetficies, & ſolidas figuras, ut pyramides, conos, cylindros, &c. & iis ut talibus utimur in explicandis ac demonſtrandis ſpeculorum phænomenis.

III.

Radius directus, & reflexus.

Radius rectus ſeu directus (ſive luminis, ſive ſpecierum) eſt, qui ab aliquo corpore luminoſo aut colorato profuſus, propagatur per medium diaphanum rectà, & nec refringitur, nec reflectitur. Radius reflexus eſt, qui a corpore radiante profuſus, & per medium diaphanum aliquant iſper rectà progreſſus, impingit in corpus opacum aptum ad ipſum reflectendum, & ſic impactus, & ulteriùs progredi prohibitus, reflectitur ac revertitur in idem medium diaphanum, per quod antea tranſierat. Eſto in appoſita fig. corpus ſeu punctum radians A, radius rectus ſeu directus AB, corpus opacum in quod radiat, CD, punctum in quod incidit radius, & à quo reflectitur, B, linea per quam reflectitur, BE, erit radius directus AB, reflexus BE. Iconiſm. XXIII. Fig. 429.

IV.

Corpus ſpeculare, ſeu ſpeculum, eſt omne corpus politum, ſive ab arte, ſive à natura. Politio autem corporum eſt partium ſuperficiei politi corporis continuitas perfecta, ſine ulla pororum, aſperitatis, inæqualitatis, ac diviſionis ſenſibilitate. Speculum porrò omne aut planum eſt, aut convexum, aut concavum, aut ex his miſtum. Et tam convexum, quàm concavum, aut eſt ſphæricum; aut cylindricum, aut conicum, aut pyramidale, aut ellipticum, aut parabolicum, aut hyperbolicum, aut aliarum figurarum in quibus concavum & conveanm dari poteſt. In præcedenti figura, linea recta CBD repræſentat ſpeculum planum, curva FBG convexum Iconiſm. XXIII. Fig. 429.

xum ſphæricum, altera curva HBI concavum ſphæricum. Reliquorum figuras dedimus in Magia loco citato.

V.

Linea incidentiæ dicitur illa, juxta cujus directionem radius rectus corporis ſeu puncti radiantis incidit in politi corporis ſuperficiem. Talis eſt recta AB in præcedenti fig.

VI.

Linea reflexionis dicitur illa, juxta cujus directionem radius rectus in ſuperficiem politi corporis receptus, & propter corporis opacitatem ulterius in directum progredi non permiſſus, reflectitur in medium diaphanum, & ad viſum in ipſo exiſtentem. Talis eſt recta BE in eadem figura.

VII.

Punctum incidentiæ, & punctum reflexionis, dicitur illud, in quo linea incidentiæ incidit in ſpeculi ſuperficiem, & à quo linea reflexionis revertitur in medium. Tale eſt punctum B præced. fig. idem enim eſt utriuſque punctum, quia radiorum reflexio ſemper fit à puncto incidentiæ.

VIII.

Perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, à quo fit reflexio, dicitur linea orthogonaliter erecta in puncto incidentiæ ſuper ſuperficiem ſpeculi illius, à quo fit reflexio, ſi ſpeculum ſit planum. Si verò ſpeculum ſit convexum, aut concavum, tunc dicitur perpendicularis ſuper ipſum linea illa quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem planam, ſpeculum in puncto incidentiæ contingentem. Talis eſt in præcedenti figura recta KBM, quæ perpendicularis eſt, ut ſuppono, rectæ ſeu plano CD, contingenti tam ſpeculum convexum FBG, quàm concavum HBI, in puncto B. Et hæc perpendicularis in ſpeculis ſphæricis, tam convexis, quàm concavis, ſemper tranſit per centrum ſpeculi.

IX.

Superficies reflexionis dicitur illa ſuperficies imaginaria ſupra ſpeculum erecta, quæ continet & lineam incidentiæ, & reflexionis, & perpendicularem jam dictam. Talem in ead. fig. repræſentat ſuperficies EBA, in qua ſunt rectæ AB, BE, BK, ſi imaginemur CD, vel HBI, vel FBG, eſſe ſpeculum, & ſuperficiem EBA ſupra ipſum erectam.

X.

Cathetus incidentiæ dicitur linea illa, quæ ex puncto aliquo corporis in ſpeculum radiantis ducitur normaliter ad planam ſpeculi ſuperficiem (etiam productam) aut ad planum contingens ſpeculum convexum aut concavum in puncto incidentiæ. Talis eſt recta AD reſpectu rectæ CD, contingentis tam ſpeculum HBI, quàm ſpeculum FBG, in puncto B.

XI.

Cathetus reflexionis dicitur linea illa, quæ à puncto illo, ad quod terminatur linea reflexionis (ut à centro viſus, aut ab alio puncto ad quem reflexio terminatur) ducitur normaliter ad planam ſpeculi ſuperficiem, aut ad planum contingens ſpeculum ſphæricum in puncto reflexionis. Talis eſt EC reſpectu lineæ CD.

XII.

Superficies incidentiæ dicitur illa ſuperficies imaginaria ſupra ſpeculum erecta, quæ continet cathetum incidentiæ, & lineam incidentiæ. Talis eſt ſuperficies ABD.

XIII.

Iconiſmo XXIII. Fig. 48. *Angulus incidentiæ dicitur ille quem ſubtendit cathetus incidentiæ in ſuperficie reflexionis: aut quem conſtituit linea incidentiæ cum linea illa, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi plani, aut plani ſpeculum ſphæricum in puncto incidentiæ contingentis.* Talis eſt angulus ABD.

XIV.

Angulus reflexionis dicitur ille, quem ſubtendit cathetus reflexionis, aut quem conſtituit linea reflexionis una cum prædicta communi ſectione. Talis eſt angulus EBC.

XV.

Triangulus incidentiæ eſt, quem ſuper ſpeculi plani ſuperficiem, aut ſuper planum contingens ſpeculum ſphæricum, fundat radius incidentiæ una cum ſuo catheto. Talis eſt triangulus ABD.

XVI.

Triangulus reflexionis eſt, quem ſuper prædictam ſuperficiem conſtituit radius reflexionis una cum ſuo catheto. Talis eſt triangulus EBC.

XVII.

Linea ſuperficiei reflexionis eſt illa, quam efficit ſuperficies reflexionis ſecans planum ſpeculi aut planum contingens ſpeculum. Vel eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & plani prædicti. Talis eſt recta CBD.

XVIII.

Imago dicitur forma illius objecti, quod in ſpeculo, aut intra vel extra ſpeculum apparet. Explicatio patebit ex dicendis.

XIX.

Locus imaginis dicitur locus viſionis prædictæ formæ, ſcilicet: locus in quo apparet illa forma in ſpeculo, aut intra vel extra ipſum.

XX.

Inclinatio radii ſupra ſuperficiem ſpeculi, eſt angulus acutus, quem obliquus radius incidentiæ & reflexionis efficit cum perpendiculari. Talis eſt angulus ABK, EBK, reſpectu ſuperficierum ſpeculi plani CD, convexi FBG, & concavi HBI. Et hi etiam dicuntur ſæpe anguli incidentiæ & reflexionis.

CAPUT II.

Hypotheſis Catoptricæ.

I.

OMne ſpeculum, cujuſcunque figuræ ſit, reflectit lumen, & colorum ſpecies, ſecundum lineas rectas, & à quolibet puncto in quod incidunt. Catoptricæ hypotheſes. Patent hæc experientiâ. Nam ſi oppones ſpeculum lumini forti, & colori vivaci illuminato, manifeſtè fit ad parietem vicinum reflexio luminis, & coloris; & moto ſpeculo movetur radius reflexus; & ſi à loco cui incidit radius reflexus, ducatur manus vel aliud corpus mundum ſecundùm rectam lineam verſus ſuperficiem ſpeculi, ſemper apparet in illo lumen & color; ergo &c. Et quia omnia ſpeculi puncta habent eandem vim, ſequitur quòd à quolibet fiat reflexio, in quod lumen aut ſpecies cadunt: cadunt autem in omnia, ut patet ex dictis libro præced. ergo &c.

II.

Si objectum radians transfertur ad locum oculi, & oculus ad locum objecti, adhuc objectum eodem, quo antea, tramite radiat in oculum, tam in viſione directa, quàm reflexa. Patet experientiâ. Et ratio eſt, quia ubicunq; ponatur objectum radians, ſi omnia cætera manent eadem, radiat in orbem, & per lineas rectas, per dicta libro præcedenti.

Rr III. In

III.

In ſpeculo objectum, non ſpecies objecti videtur. Quidam putant, in ſpeculis videri idola ſeu imagines rerum, non res ipſas. Sed hoc falſum eſt. I. Si quis videt ſe in aliqua ſpeculi parte, motus ad alium locum non videt ſe ampliùs in illa parte ſpeculi, ſed in alia, & tamen projicit adhuc ſpecies ſui in priorem illam partem, quia in totam ſpeculi ſuperficiem eas projicit, *per 1. Hypoth.* II. Si quis vidit in ſpeculo aliquod corpus, & mutat ſitum, poteſt accidere ut non videat ampliùs in ſpeculo illud corpus, licèt videat totam ſpeculi ſuperficiem, & corpus antea viſum non mutet locum, mittatq; adhuc formam ſui in ſpeculum. III. Res non apparet ſemper in ſuperficie extima ſpeculi, ſed vel intra ſpeculum, vel extra, ut patet experientiâ, & ratio dabitur poſtea. Et quò magis corpus viſum removetur à ſpeculo, aut ſpeculum à corpore, eo magis apparet intra, aut extra. IV. In uno eodemque puncto ſpeculi à diverſis viſibus diverſa conſpiciuntur objecta. V. Si quis moveat ſpeculum, immoto manente oculo; oculus nihil videt ampliùs in ſpeculo, etiamſi objectum adhuc mittat in ipſum ſpecies.

IV.

Radius incidentiæ, & reflexionis, & quatuor puncta, nempe oculum viſibilis ſeu aſpectabilis, incidentiæ, imaginis, & oculi, ſunt in eodem plano. Demonſtratur à Vitellone, & ab omnibus Catoptricis admittitur.

V.

Si extrema puncta objecti radiant in ſpeculum quodcunque, etiam radiant intermedia puncta, niſi hæc tegantur.

VI.

Res omnis apparet in radio, quo ipſius ſimulacrum ad retinam porrigitur. Hoc idem exprimit Keplerus in ſua Dioptrica num. 19. aliis verbis. Hoc idem vult Euclides in Catoptrica, dum ait Hypotheſi 2. viſionem fieri per lineam rectam, ſeu ſecundùm lineam rectam. Lege quæ dicimus in Magia Par. 1. lib. 6. Proluſione 2. Propoſit. 4.

CAPVT III.

Proprietates omnibus ſpeculis communes.

Proprietas I.

In omnibus ſpeculis radij obliquè incidentes reflectuntur ad angulos æquales angulis incidentiæ.

Communis proprietates. Iconiſ. XXIII. Fig. 490. Sit primò ſpeculum planum AB, radius incidentiæ CE, reflexionis ED, objectum in C, oculus in D. Quoniam igitur objectum eſt in C, ſi ponamus angulum incidentiæ eſſe majorem angulo reflexionis, angulus CEA, erit major angulo DEB. Ponatur jam objectum in D, & oculus in C; radiabit objectum D eodem tramite in oculum C, quo antea radiabat, *per 2. Hypoth.* ac proinde ſi ponamus angulum incidentiæ eſſe majorem angulo reflexionis, erit angulus DEB major angulo CEA, ac proinde idem angulus CEA erit major & minor altero; quod eſt abſurdum. Sit *Secundò* ſpeculum convexum MEN, & punctum incidentiæ ac reflexionis ſit E, ducaturque recta AB contingens ſpeculum in puncto E. Quoniam igitur angulus DEB æqualis eſt angulo CEA, ut demonſtratum eſt; & etiam anguli contingentiæ MEA, NEB, *ut ex 16. Tertii Euclid.* colligitur; erit totus angulus CEM, æqualis toti angulo DEN. Sit *tertiò* ſpeculum concavum FEG, & reliqua ut antea. Quoniam igitur angulus DEB æqualis eſt angulo CEA, & angulus contingentiæ GEB, angulo FEA; erit etiam reliquus DEG æqualis reliquo CEF.

Proprietas II.

In omnibus ſpeculis, radii perpendiculariter incidentes reflectuntur in ſeipſos.

Sit planum ſpeculum AB præcedentis fig. cadatque ſupra ipſum radius KE perpendiculariter in puncto E, & faciat angulos KEA, KEB æquales. Iconiſm. XXIII. Fig. 490. Dico, radium hunc redire in ſeipſum per eandem lineam EK. Reflectatur enim, ſi fieri poteſt, in C, ita ut radius reflexionis efficiat duos angulos CEA, CEB. Quoniam igitur in omni reflexione angulus incidentiæ æqualis eſt angulo reflexionis, *per 1. huius*; erit angulus CEA æqualis angulo KEA, pars toti; quod eſt impoſſibile. Non ergo reflectetur radius KE in C, nec ad aliud punctum extra rectam EK protractam. Eadem eſt ratio de aliis ſpeculis.

Corollaria.

Colligitur I. *radium obliquè incidentem in ſpeculum, non reflecti in ſeipſum, neq; cadere ad partem anguli minoris quem facit cum plano ſpeculi, alioquin angulus incidentiæ non eſſet æqualis angulo reflexionis.*

Colligitur II. *ſi radius in quodcunque ſpeculum cadens, æquales faciat hinc inde angulos, eum in ſeipſum reflecti, alioquin incidentiæ & reflexionis anguli inæquales forent.*

Proprietas III.

Res viſa per ſpeculum reflexè, non videtur ibi ubi eſt, ſed ubi non eſt, nempe in radio reflexionis protracto ab oculo verſus ſpeculum.

Sit ſpeculum planum ED, ſupra quod objectum ſeu punctum objecti A mittat radium AB, ad punctum B, qui radios ab illo puncto reflectatur ad oculum C. Iconiſm. XXIII. Fig. 491. Dico, oculum C non videre objectum A in A, nempe ſupra ſpeculum, & ſecundùm directionem lineæ fractæ CBA, ſed intra ſpeculum, ſecundùm directionem radii CBF. Patet experientiâ. Et ratio eſt, quia viſio fit ſecundùm lineam rectam ſecundùm quam ducitur oculus à ſpecie immediatè recepta: quoniam igitur radius reflexus recipitur immediatè in oculo, ab illo & ſecundùm rectam illius viam ducitur in objectum. Lege quæ diximus Parte 1. Magiæ lib. 6. Præluſ. 2. Propoſit. 3.

Proprietas IV.

In quolibet ſpeculo res viſa apparet in concurſu catheti incidentiæ & radii reflexi protracti per punctum reflexionis.

Iconiſm. XXIII. Fig. 492. SIt ſpeculum planum A B, Figuræ 492æ, objectum C, radians in D, à quo reflectatur radius C D in oculum E. Deſcendat à C in ſpeculum perpendicularis ſive cathetus incidentiæ C A protracta verſus F, radius verò reflexus E D protrahatur directè, donec occurrat cum catheto in puncto F. Dico, objectum C apparere in F. Sit iterum ſpeculum convexum aut concavum A B, Figuræ 493. & 494, cujus centrum G, objectum verò C radiet in D, & inde in E oculum. Deſcendat à C ad centrum G cathetus C G, & protrahatur radius reflexus E D, occurrens catheto in F. Dico, objectum C apparere in F. Demonſtrat hoc Euclides in Catoptr. Propoſit. 16. 17. & 18. ex eo quòd viſio fit per lineam rectam, *per 6. Hypoth.* & quia in ſpeculis occupato loco, in quem cathetus incidentiæ cadit, res, quæ aliàs videbatur, videri ampliùs non poteſt; nempe in figura 492ª occupato puncto A, & in reliquis occupato puncto H. Ex hoc infert, neceſſariò videri C in catheto C F. Lege quæ dicimus lo. cit. Propoſit. 4.

Iconiſm. XXIII. Fig. 493. 494.

Proprietas V.

Impoſſibile eſt, ſimul duo puncta ejuſdem rei viſæ, ab eodem oculo cujuſcunque ſpeculi, reflecti ad idem punctum oculi; vel è duobus punctis ejuſdem ſpeculi reflecti formam unius puncti ejuſdem rei viſæ.

RAtio eſt, quia alioquin angulus reflexionis non eſſet æqualis angulo incidentiæ.

Proprietas VI.

Ab uno puncto ſuperficiei ſpeculi cujuſcunque, reflecti formam unius puncti rei viſæ ad duos viſus, non eſt poſſibile.

RAtio eſt eadem quæ antea, cùm alioquin angulus reflexionis & incidentiæ inæquales forent, ut patet.

Proprietas VII.

Ab uno puncto reflexionis cujuſcunque ſpeculi, ad diverſos viſus, poſſibile eſt reflecti formas plurium punctorum; & à diverſis unam.

RAtio eſt, quia ſicut radii diverſi poſſunt incidere in idem punctum ſpeculi ſecundùm diverſos angulos, ita etiam poſſunt reflecti ſecundùm diverſos angulos, atque adeo in diverſos viſus. Et ſicut unius puncti radii poſſunt incidere in puncta diverſa ſpeculi, ita ab iis poſſunt reflecti in diverſos viſus. Alias rationes vide lo. cit. Propoſit. 7.

Proprietas VIII.

Specula penitus opaca, ſemel tantùm reflectunt ſpeciem; at ſecundùm quid diaphana, bis.

PEnitus opaca ſunt marmor lævigatum, & chalybæa ſpecula. Secundùm quid diaphana, ſunt vitrea, & cryſtallina, & quæ à prima ſuperficie ad alteram uſque, ubi terminatum eſt ſpeculum, diaphana ſunt, ideoque intra ſe ſpecies recipiunt. Hæc igitur, propter duplicem ſpecierum incidentiam, unam in anteriori ſuperficie ſine refractione, alteram in poſteriori cum refractione duplicem dant ſpecierum reflexionem: nam ſpecies in primam ſuperficiem incidentes, à puncto incidentiæ ſtatim reflectuntur ad angulum æqualem incidentiæ directæ; illæ eædem penetrant ſpeculum uſque ad ultimam opacam ſuperficiem, ſed refractæ, & inde reflectuntur ad angulum æqualem angulo incidentiæ refractæ. Et hæc eſt cauſa, cur in hujuſmodi ſpeculis objectum appareat duplex, & aliquando triplex. In opacis verò ſpeculis unica apparet imago, quia unica fit reflexio.

Proprietas IX.

Moto oculo, objectum in alia ſpeculi parte conſpicitur.

MUtato enim oculi loco, ab aliis partibus ſpeculi ſpecies reflexæ ad oculum veniunt, quàm antea, ergò &c.

CAPUT IV.

Proprietates ſpeculorum planorum.

Proprietas I.

Radii ejuſdem puncti radiantis à planis ſpeculis reflexi, neque paralleli ſunt, neque convergentes, ſed divergentes.

ESto ſpeculum planum AB, punctum radians C, radii incidentes CD, CE, radii reflexi DF, EG. Dico, hos neque parallelos eſſe, neque concurrere, ſed divergere. Quoniam enim angulus CDA major eſt angulo CEA, *per 16. pri. Euclid.* & angulus FD æqualis angulo CDA, *per 1. præced. capit.* erit etiam angulus FDE major angulo CEA, *per 1. Axioma pri. Euclid.* Eſt autem GEB angulus æqualis angulo CEA, *per 1. præcedentis*; ergo & FDE angulus major erit angulo GEB, *per 1. Axiom. pri. Euclid.* ac proinde radii reflexi DF, EG, non ſunt paralleli, *per Contrar. 28. pri. Euclid.* neque convergentes, *per Contrar. undec. Axio. pri.* ergo divergentes.

Speculorum planorum proprietates. Iconiſm. XXIII. Fig. 496.

Proprietas II.

Specula plana faciunt radios reflexos diverſorum punctorum ejuſdem generis, cujus eſſent, ſi radii illi fuiſſent continuati, parallelos, ſi paralleli fuiſſent, concurrentes, ſi concurriſſent, recedentes, ſi receſſiſſent.

Iconiſm. XXIII. Fig. 497. ESto ſpeculum planum AC; puncta radiantia E & G, radii incidentes EC, GD, paralleli inter ſe, qui ſi continuarentur ultra puncta C & D, paralleli manerent, *per 34. Definit. pri. Euclid.* radii verò reflexi ſint CF, DH. Dico, hos etiam parallelos eſſe. Quoniam enim rectæ EC, GD, parallelæ ſunt, erit angulus ECA æqualis angulo GDC, *per converſ. 28. pri. Euclid.* Sed angulus FCD æqualis eſt angulo ECA, & angulus HDB æqualis angulo GDC, *per 1. præcedentis.* Ergo æqualis eſt angulus HDB angulo FCD, *per 1. Axio. pri.* ergo parallelæ ſunt rectæ FC, HD, *per 28. pri.* Reliqua vide demonſtrata in Magie Catoptr.

Proprietas III.

In omni reflexione à ſpeculis planis facta, lineæ incidentiæ & reflexionis proportionales ſunt cathetis à punctis ſuorum terminorum demiſſis, & ipſis baſibus in ſpeculorum ſuperficie, etiam protracta, ſi opus fuerit, interjectis.

Iconiſm. XXIII. Fig. 498. SPeculum ſit AB, linea incidentiæ CD, reflexionis linea DE, cathetus incidentiæ CA, reflexionis EB. Quoniam igitur anguli ad A & B recti ſunt, *ex ſuppoſitione*, & anguli ad D æquales inter ſe, *per 1. præcedentis*, erunt etiam anguli C & E æquales, *per 32. pri. Euclid.* Æquiangula ergo ſunt triangula CAD, EBD, ac proinde latera circa æquales angulos proportionalia ſunt, *per 4. Sex. Euclid.*

Proprietas IV.

Eadem eſt diſtantia loci imaginis à ſuperficie ſpeculi plani ſub ſpeculo, quæ eſt puncti viſi ab eadem ſuperficie ſupra ſpeculum planum exiſtentis.

Iconiſm. XXIII. Fig. 499. SPeculum ſit AB, punctum viſum D, radians in C, radius incidentiæ DC, cathetus incidentiæ infra ſpeculum productus DAF, radius reflexionis infra etiam ſpeculum prolongatus ECF. Erit itaque, *per 4. præcedentis*, locus imaginis puncti viſi in F, ſcilicet in concurſu radii reflexi producti cum catheto incidentiæ producto. Dico, diſtantiam AF eſſe æqualem diſtantiæ AD. Quoniam enim anguli ad A recti ſunt, *ex ſuppoſitione*, & anguli ad C æquales, *per 1. præcedentis, & per 15. pri. Euclid.* uti & anguli D & F, *per 32. pri.* erunt duo triangula DAC, FAC, æquiangula, ac proinde *per 4. ſex.* ut DA ad AC, ita FA ad AC. Ergo, *per 9. Quin.* DA, AF, æquales ſunt. Idem contingit, ſi punctum D cadat in ſpeculum perpendiculariter.

Proprietas V.

In omni reflexione à ſpeculis planis facta, linea à centro viſus ad locum imaginis producta, æqualis eſt lineæ incidentiæ & reflexionis ſimul ſumptis.

DEmonſtrationem vide in Magie noſtra Catoptr. Par. 1. Magiæ l. 6. par. 2. Syntagm. 1. cap. 1. Propoſit. 5.

Proprietas VI.

In planis ſpeculis altitudines & profunditates apparent everſa, obliqua, ut reipſa ſunt, dextera apparent ſiniſtra, & è contrario, & imago apparet æqualis rei viſæ.

DEmonſtravimus hoc lo. cit. Propoſit. 6. 7. & 8. patent experientia.

Proprietas VII.

Quando in ſpeculo plano diaphano repræſentatur imago, ejuſdem objecti bis, una apparet profundiùs intra ſpeculum quàm altera.

DEmonſtratum fuit lo. cit. Propoſit. 9. ideo hîc non repetitur.

Proprietas VIII.

Per plura ſpecula plana certo modo diſpoſita, repræſentari poteſt res eadem; ita ut in omnibus appareat.

DEmonſtravimus lo. cit. Propoſit. 11. & 12.

Proprietas IX.

Fracto ſpeculo plano, ſi partes omnes maneant in eodem plano, unius rei unica imago apparet ut antea, ſi verò ſint in diverſis planis, plures.

PAtet experientia, & ratio eſt, quia in primo caſu non niſi ex uno puncto ſpeculi fracti poſſunt reflecti radii unius puncti radiantis, ad angulos æquales angulo incidentiæ: in ſecundo verò caſu ex diverſis punctis id fieri poteſt, propter diverſum ſitum partium ſpeculi. *Idem etiam contingit in aliis ſpeculis.*

Monitio ad Lectorem.

PRæmiſſis hiſce proprietatibus, cum nonnullis problematibus lo. cit. Magiæ, agimus deinde c. 2. de rerum exhibitione per ſpecula plana, ubi mirabiles ac jucund[...]

jucundiſſimas praxes præſcripſimus, cujuſmodi ſunt 1. Speculum planum ita ſituare, ut intuens nec ſuâ, nec objecti ſpeculo expoſiti, & à ſe viſi, imagine viſâ, videat alterius rei non viſæ imaginem. 2. Machinam catoptricam conſtruere, in qua homo ſpeculum planum intuens videat vultum aſini, bovis, accipitris, aut cujuſcunque animalis. 3. Aliter ſpeculum planũ ita ſituare, ut repræſentet imaginem ab inſpiciente non viſam. 4. Uno ſpeculo plano repræſentare in cubiculo ea, quæ extra ſunt, & directâ viſione videri nõ poſſunt. 5 Duobus aut tribus ſpeculis planis repræſentare objectum extra cubiculum poſitum. 6. Theatrum catoptricum è ſpeculis planis conſtruere. 7. Perſpectivam Catoptrico-architectonicam ſpeculis planis repræſentare. 8. Duorum ſolummodò planorum ſpeculorum ope rem eandem multiplicare multis modis. 9. Ciſtam catoptricam conſtruere, in qua quæcunque volueris, ad Naturæ exemplar exhibeantur. 10. Conclave catoptricum, ſeu Protheitheatrum conſtruere. 11 Polyedrum catoptricum, Gazophylaciũ catoptricum, ſpecum catoptricam conſtruere. 12. Per ſpecularè vitrum in cubiculo repræſentare ea, quæ non ſunt in illo. 13 Duo ſpecula plana ita ſtatuere, ut intuens in uno videat imaginem ſuam venientem, in altero recedentem. Omitto alia ibidem dicta.

CAPUT V.

De ſpeculis ſphæricis, tam convexis, quàm concavis.

Specula ſphærica. LOngè mirabiliores ac prodigiis ſimiliores ſunt Proprietates atque effectus ſpeculorum ſphæricorum, quàm planorum. Ex multis quæ fusè tractavi Par. 2. Magiæ lib. 6. Syntagm. 2. paucula huc tranſcribam.

DEFINITIONES.

I.

Speculorũ ſphæricorum definitiones. C*Onvexum ſpeculum ſphæricum eſt exterior alicujus ſphæræ ſuperficies polita & ſpecularis, atque ad reflectendas rerum imagines apta; aut ſegmentum quodcunque hujuſmodi ſphæricæ convexæ ſuperficiei, ſive magnum, ſive parvum.*

II.

C*Oncavum ſpeculum ſphæricum eſt interior alicujus ſphæræ intus cavæ ſuperficies polita ac ſpecularis; aut ſegmentum aliquod hujuſmodi interioris & concavæ ſuperficiei.*

III.

M*Ajus ſpeculum ſphæricum, tam convexum, quam concavum, eſt, quod eſt ſegmentum majoris ſphæræ; minus, quod minoris, æquale, quod æqualis.* Itaque magnitudo & parvitas ſpeculorum ſphæricorum non deſumitur à magnitudine & parvitate ſegmentorum, ſed ſphærarum quarum ſunt ſegmenta.

IV.

C*Entrum & diameter ſphærici ſpeculi convexi & concavi, eſt centrum & diameter ſphæræ cujus ſegmentum eſt.* Itaque diameter ſpeculi ſphærici concavi, non eſt linea ab extremo ambitu ad extremum ambitum per medium ſpeculi extenſa; nec centrum ejus, eſt punctum medium cavitatis ipſius.

V.

RAdius & punctum incidentiæ, ac reflexionis, quid ſit in ſpeculis ſphæricis, conſtat ex dictis *cap.* 1.

VI.

C*Athetus incidentiæ in ſpeculis ſphæricis, eſt linea recta, à puncto radiante per centrum ſpeculi ducta. Cathetus reflexionis eſt linea recta, ab oculo per centrum ſpeculi ducta.* Hæc vocatur etiam diameter viſualis.

VII.

L*Inea recta ſpeculo ſphærico convexo æquidiſtare dicitur, quæ ſecundùm ejus punctum medium æquidiſtat lineæ aliquem arcum circuli magni illius ſpeculi ſecundùm medium ejus punctum contingenti.*

VIII.

F*Inis contingentiæ dicitur punctum, ubi altera cathetorum ſecat lineam in puncto reflexionis ſpeculum contingentem.*

IX.

M*Eta locorum imaginis dicitur punctum, vel linea, ultra quam imago non videtur.*

PROPRIETATES
Speculi Convexi.

I.

I*N convexis ſpeculis ſiniſtra apparent dextera, & contra. Et imago intra ſpeculum apparens, minùs diſtat à ſpeculi ſuperficie, quàm aſpectabile; tantoq́ minor apparet, quantò minus eſt ſpeculũ; tantò verò major, quantò aſpectabile eſt propinquius ſpeculo.* *Speculi convexi proprietates.*

II.

Altitudines & profunditates perpendiculariter incidentes ſpeculis convexis, inverſæ apparent, obliquarum verò longitudinum idola apparent diſpoſita juxta diſpoſitionem objectorum.

III.

In ſpeculis convexis aſpectabilium imagines apparent convexæ ſeu curvæ, eoque convexiores, quo ſpecula convexiora fuerint.

IV.

Locus imaginis viſæ in ſpeculis convexis ponitur ab antiquis in concurſu lineæ reflexionis cum catheto incidentiæ. Alii aliter, ego cum antiquis ſentio.

V.

Radii ab objecto lucido vel colorato procedentes, à convexis ſpeculis diſgregantur.

PROPRIETATES
Speculi Concavi.

I.

O*Bjecto radiante conſtituto in centro ſpeculi, omnes radii in ſpeculum cadentes reflectuntur in ſeipſos.* Ratio eſt, quia omnes radii è centro in ſuperficiem ſpeculi cadentes, recti ſunt, ob naturam radiorum, & perpendiculares lineis puncta incidentiæ tangentibus, *per* 18. *Tertii Euclid. & Definit.* 8. *Capitis* 1. ideoque in ſeipſos reflectuntur, *per* 2. *Capitis* 3. *Speculi concavi proprietates.*

II.

Locus imaginis rerum à ſpeculo reflexarum quãdoque eſt in ipſo puncto reflexionis, quandoq; ultra ſpeculum, quandoque inter viſum & ſpeculum, quãdoque in ſuperficie ipſius viſus, quandoq; retro viſum. Hæc omnia ſequuntur ex *Propoſit.* 4. *capitis* 3.

III.

Idem objectum poteſt in ſpeculo habere duas, tres, & quatuor imagines. Ratio eſt, quia poteſt ita collocari objectum & oculus, ut à pluribus punctis ſpeculi reflexio fiat ad oculum.

Res aliquando apparent confuſè & dubie. Ratio eſt, quia aliquando apparent in oculo, vel retro oculum, *per 2. hujus*, quod cum ſit, neceſſario fusè apparent.

V.

Imago apparet aliquando æqualis objecto, aliquando major, aliquando minor. Ratio eſt, quia catheti incideotiæ extremitatum objecti varie ſe habent, & nunc quidem appatent paralleli, nunc coovergunt, nunc divergunt.

VI.

Altitudines & profunditates aliquando apparent everſa, aliquando ut ſe habent. Demonſtrat Euclides in Catoptr. Propoſit. 2.

VII.

In concavis ſpeculis radii reflexi convergunt in centro, & inter ſuperficiem & centrum ſpeculi. Oſtendetur infra, quando de ſpeculis uſtoriis agetur. Omitto alias proprietates.

Monitio ad Lectorem.

Mira ac jucunda phanomena, quæ ſpeculi concavi ſubſidio exhiberi poſſunt, dedimus lo.cit. ſuprà Propoſit. 12. cujuſmodi ſunt 1. Omnia majora exhibere. 2. Ut gladius è ſpeculo, aliave objecta, egrediantur, & imagines rerum in aere pendeant, efficere. 3. Hominem in aere ſuſpenſum, pedibus ſurſum verſis, exhibere. 4. ſpecies rerum per foramen in cubiculum obſcurum intromiſſas erigere. 5. Calorem, frigus, vocem, & alia ſimilia reflectere. 6. Noctu ea quæ longè ſunt remota, videre. 7. Laternam catoptricam præparare. 8. Noctu aut interdiu in loco obſcuro litteras longè diſſitas legere. 9. Notas alicui procul diſſito clam ſignificare. 10. Plures ejuſdem rei imagines repræſentare.

CAPUT VI.

De ſpeculis columnaribus, & conicis, tam convexis, quàm concavis.

Specula cylindrica. & conica. Simul conjungo colomnaria & conica, ſeu cylindracea & pyramidalia, ut alii vocant, ſpecula, quia eædem ſunt ferè utrorumque proprietates.

DEFINITIONES.

I.

Columnare ſeu cylindraceum ſpeculum convexum vocamus, rotundam columnam ſeu cylindrum ſpecularem. Nec ſolum integræ columnæ, ſed partes etiam & ſegmeota earum ſecùndum longitudinem ſectarum conſtituunt hujuſmodi ſpecula.

II.

Conicum ſeu pyramidale ſpeculum convexum vocamus, conum ſeu pyramidem ſpecularem, cujus nim. ſuperficies polita & apta eſt ad imagines rerum reflectendas.

III.

Majus ſpeculum columnare & conicum convexum eſt, quod baſes habet majores; minus, quod minores. Baſes ſpeculorum columnarium ſunt baſes ſuarum columnarum, baſes conicorum ſunt baſes ipſorum conorum.

IV.

Axis ſpeculi cylindracei & conici convexi, eſt axis illius cylindri aut coni, quem ſpeculum format, aut cujus pars eſt ſpeculum. Hic in columnis eſt recta coonectens centra baſium, in conis eſt recta à centro ad verticem ducta.

V.

Cathetus incidentiæ hic dicitur linea perpendicularis ducta à puncto rei viſæ ſuper lineam, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, nempe vel ſuper lineam rectam ſecundum longitudinem ſpeculi ductam, vel ſuper circulum, vel ſuper oxygoniam ſectiooem, prout ab aliqua ipſarum linearum reflexio procedit.

VI.

Cathetus reflexionis dicitur linea à centro viſus perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi & ad axem productam. Vocatur etiam diameter viſualis.

PROPRIETATES.

I.

Si ſpeculum columnare vel conicum convexum orthogonaliter erectum opponatur viſui, ita ut viſus non ſit in ſuperficie ſpeculi, aut ei contiguus, illa ſolùm ſpeculi pars reflectit rerum formas ad oculum, quam comprehendit baſis radioſo pyramidis habentis verticem in oculo: hoc eſt, ſolùm illa pars ſpeculi reflectit ſpecies, quæ ab oculo videtur. *Speculorū cylindraceorum & conicorum proprietates.*

II.

Radii viſuales à centro oculi ad extremos terminos ſuperficierum ſpeculorum columnarium & conicorum convexorum apparentium viſui, tangunt ſpecula.

III.

Ad quodcunque punctum ſignatum in ſuperficie apparente ſpeculi cylindracei & conici ducatur linea recta à centro viſus, illa producta neceſſario ſpeculum ſecabit. Sequitur ex antecedeoti.

IV.

Speculo cylindraceo convexo viſui oppoſito, ita ut viſus non ſit in ſuperficie ſpeculi, & punctus rei viſa radiantis in ſpeculum ſit cum viſu in eadem ſuperficie imaginaria æquidiſtante baſibus columnæ, erit circulus æquidiſtans baſibus columnæ.

Omitto alias proprietates tum convexi, tum concavi ſpeculi columnaris ac pyramidalis, de quibus fusè Vitello lib. 7. & 9. & nos breviter Par. 1. Magiæ lib. 6. Syntagm. 3. cap. 1. Eodem loco cap. 2. egimos fusè de mirabilibus effectibus ſpeculorum columnarium, & pyramidalium convexorum, & non negligenter diſcuſſimus. Utrum poſſibile ſit, ſpeculum columnare vel pyramidale convexum taliter ſiſti, ut intuens videat in aere extra ſpeculum imaginem rei alterius non viſæ. Propoſuimus deinde binas praxes Portæ idolum è ſpeculo educendi, ita ut in aere pendiculum videatur. Hoc idem, & melius, quomodo efficiatur ſpeculo columnari concavo aut ſolo, aut adjuncto ſpeculo plano, oſtendimus ibidem cap. 4. Syntagmate deinde 4. fusè egimus de ſpeculis metamorphoticis ſeu transformativis, eorumque prodigioſis effectibus.

CAPUT VII.

De ſpeculis cauſticis, ac primum de ſphærico concavo.

Specula cauſtica. Causticis ſeu uſtoriis ſpeculis Soli expoſitis, & ejus radios excipientib. ac reflectentib. accendi

cendi poſſe ac ſolere ignem, conſtat experieotia antiquis & noſtris remporibus. Dubium eſt, cujus formæ eſſe debeant. De toto hoc negotio fusè egimus Par.3. Magiæ lib. 7.

Et coocava quidem ſpecula ſphætica vim urendi habere, ſi Soli directe opponantur, ut radios illius excipere, atque reflectete verſus eundem Solem queant, dubium nullum eſt. Difficultas tamen eſt, ubi ſit foeus hujuſmodi ſpeculotum, hoc eſt, in quo loeo fiat confluxus radiorom ſolarium reflexorum, aptus ad cauſandam uſtionem. Alii putarunt locum uſtionis eſſe io eentro ſpeculi; alii in quarta parte diametri ſpecoli, hoc eſt, io medio loeo inter eeorrum & ſuperficiem ſpecoli, alii inter quartam & quiotam partem diametri.

Pro iotelligentia ſequentium ſuppono, propter infinitam ferè diſtantiam Solis à nobis, radios ab eodem puocto Solis in diverſa ſpeculi ſphætici eoocavi puncta incidentes, ceoſeri poſſe parallelos, & eundem effectum habere ac ſi revera paralleli foteut. Conſequenter igitur iidem radii cenſendi ſunt paralleli eum axe ſpeculi per eentrum ejus uſque ad Solis ceotrum producto.

Propoſitio I.

Radii Solis tranſeunt per centrum ſpeculi ſpharici concavi Soli rectà oppoſiti, & in idem centrum reflectuntur.

Specularii conflictorum reflexiones, aliaque proprietates.

Iconiſm. XXIII. Fig. 500.

ESto ſpeculum ſphæricum concavum AB, cujus centrum C, oppoſitum Soli D, in quo aſſumantur quæcunque puncta E, F, G, radiabuot hæc etiam per ceotrum ſpeculi, ut patet ex natura radiationis explicata lib. XIX. quooiam omnia puncta radiant in orbem, & intra ſpeculi concavitatem mittunt conum radioſum ac luminoſum, cujus vertex eſt in Sole, baſis in ſpeculo, ideoque in omnibus punctis inter Solem & ſpeculum interjectis omnium puoctorum radiaotium radii concotrunt, ac proinde etiam in centro C. Punctum ergo E radiat per C in K, & punctum F per C io I, & punctum G per C io H. Et quoniam radii per centrum tranſeuntes, ſunt ſpeculo perpendiculares, reflectuntur omnes in ſeipſos, & io centro iterum coojunguntur, *per dicta ſupra cap. 1.* Quod autem dixi de punctis E, F, G, intelligi etiam debet de quibuſeunque punctis, à quibus per centrom C ad ſpeculum uſque duci poſſunt lineæ rectæ.

Propoſitio II.

Radii Solis inflexi in ccutro ſpeculi ſpharici concavi concurrentes, non producunt ignem, ſi materia combuſtibilis apponatur.

TOrſit hæc difficultas multorum ingenia, cùm dicti radii non minus producant calorem in centro, quàm in aliis punctis in quibus uniontur. Ratio mea eſt, quia collocato combuſtibili io centro, nullus radius incidentium aut reflexorum tranſit ampliùs per centrum, occupato loco centri à combuſtibili. Vide quæ diximus lo. cit. Propoſit. 5.

Propoſitio III.

Radii Solis in ſpeculo ſpharico concavo, cadentes in puncta à ſpeculi polo remota latere hexagoni, reflectuntur ad ipſum ſpeculi polum.

Iconiſm. XXIII. Fig. 501.

SIt ſpeculum AB; cujus centrum C, axis BCD, polus B; radius incidens, & axi æquidiſtans, ſit EA, cadens in punctum A, remotum à polo latere hexagoni, hoc eſt, gradibus 60. Dico, radium EA reflecti ad ipſum polum B. Quoniam enim angulus BCA, æqualis eſt angulo incidentiæ EAC, *per 29. pri. Euclid.* & eidem angulo incidentiæ EAC, æqualis eſt angulus reflexionis, erunt duo anguli CAB, ACB, inter ſe æquales, *per 5. Axio 6 pri. Euclid.* ideoque & latera AB, CB, æqualia, *per 6. pri. Euclid*, At latus AB eſt ſemediameter, ergo & latus CB erit ſemidiameter: Radius ergo reflexus AB eadit ad polum ſpeculi.

Propoſitio IV.

Radii Solis in ſpeculo ſpharico concavo, cadentes in puncta à ſpeculi polo remota plus quàm latere hexagoni, reflectuntur infra polum ſpeculi.

Iconiſm. XXIII Fig. 505

SIt ut antea ſpeculum AB, cujus eentrum, axis, & polus ſint iidem, radius verè incidens FG cadat extra latus hexagoni AB Dico, eum reflecti infra polum, verſus punctum H. Ducatur enim à puncto G, ad centrum C, ſemidiameter GC, fiatque angulus reflexionis CGH, æqualis angulo ineidentiæ FGC. Quoniam igitur angulo FGC. BCG, æquales ſunt *per 26. pri.* & angulus BCG major eſt angulo BCA, *per 9. Axio. pri.* erit etiam major angulo BAC, qui angulo BCA æqualis eſt, ut demonſtravimus. Si ergo radius EA, cadens in latus hexagoni, reflectitur ad calcem diametri DCB, radius FG, eadens extra latus hexagoni, & conſtituens majorem angulum cum ſuo radio reflexionis, debet cadere infra diametrum DCB, nempe io puoctum H, ubi eam interſecat, quandoquidem baſes GC, CA æquales ſunt.

Propoſitio V.

Radii Solis cadentes in ſpeculo concavo ſpharico in puncta à ſpeculi polo remota latere octogoni, reflectuntur perpendiculariter ſuper axem ſpeculi.

Iconiſm. XXIII. Fig. 502.

SIt ſpeculum AB, cujus centrum C, axis DCB. Iocidat radius Solis EA io punctum A, diſtans à polo B latere octogoni, hoc eſt, gradibus 45. Dico, radium reflexum AF, eſſe perpeodicularem axi DCB. Ducantur enim duæ ſemidiametri CE, CA, & angulus reflexionis CAF fiat æqualis angulo incidentiæ CAE, & producatur recta AF uſque ad axem. Quooiam igitur EC, CA, ſunt ſemidiametri quadtaoti circulo inſcriptibilis, ex ſuppoſitiooe, erit angulus ECA rectus (nam diametri quadrati in centro ad re-

ctos angulos decuſſantur, cùm efficiant quatuor angulos, & inter ſe, & quatuor rectis æquales, *per 15. & 26. pri.*) ac proinde reliquorum duorum quilibet ſemirectus, cum inter ſe æquales ſint, *per 6. pri.* Sunt autem & anguli A C F, F A C: ſemirecti, quia uterque æqualis eſt angulo C A E, *per 29 pri.* Rectus ergo eſt angulus E A F, & recta A F perpendicularis ad rectam C B.

Propoſitio VI.

In reflectionibus ſpeculorum ſphæricorum concavorum linea reflexionis nunquam aſcendet uſque ad quartam partem diametri ſpeculi.

Iconiſm. XXIII. Fig. 503.

ESto ſpeculum AB, cujus centrum C, & radius Solis incidens F A, quantumvis diametro D C B vicinus, radius verò reflexus ſit A E. Dico, hunc nunquam aſcendere uſque ad quartam partem diametri D C B. Quoniam enim, quantumvis radius reflexus A E aſcendat verſus centrum C, ſemper duo anguli A C E, C A E æquales ſunt, ut demonſtratum fuit, erunt & latera AE, E C, ſemper æqualia, *per 6 pri.* Eſt autem ſegmentum BE minus quàm latus AE, *per 7. Tert.* ergo & minus quàm ſegmentum E C. Nunquam ergo B E, ſegmentum eſt dimidium ſemidiametri, ac pars quarta diametri: ac proinde nunquàm reflexio aſcendit uſque ad quartam partem diametri.

Corollaria.

COlligitur ex dictis I. Errare qui dicunt, combuſtionem fieri in centro, aut in termino quartæ partis diametri.

II. Locum combuſtionis non conſiſtere in indiviſibili, quia non tantùm circa punctum E uniuntur radii reflexi, ſed etiam infra punctum E verſus polum B, prout ſpeculum eſt ſegmentum magnum ſuæ ſphæræ.

III. Radios reflexos tantò altiùs verſus E coire, quantò radii incidentiæ fuerint viciniores polo B, tantò verò minùs altè aſcendere, quantò remotiores à polo B.

Propoſitio VII.

Speculo ſphærico concavo ignem accendere ante ſpeculum.

Speculo ſphærico concavo accendere ignem.

SOli expone ſpeculum, ita ut ejus radios directè excipiat, tum juſto ſpatio, hoc eſt, eo in loco qui ſpeculi focus appellatur, & à nobis inter quartam & quintam diametri partem eſt conſtitutus, aptum quodcunque ignis pabulum appone. Poſt moram aliquam accendetur ignis; ſi combuſtibilis ſit materia, vel ſi plumbum, &c. liqueſcet ſubinde, prout major aut minor fuerit vis urendi.

Annotatio I.

SI è ſpeculo concavo exſcindatur pars illa fundi, qua latere hexagoni circa polum circumſcribitur, & relinquatur reliquum, ut fiat velut faſcia quædam circularis, ſeu annulus, ſi èque modo dicto directè opponatur, reflectentur omnes radii incidentes a retro ſpeculum, per 4. hujus *, ibique accendent materiam combuſtibilem debito loco appoſitatam.*

Annotatio II.

FOcum porrò ſeu locum incenſionis ante ſpeculum invenies, ſi ſcias diametrum ſpeculi, nonum eſt inter quartam & quintam diametri partem ſitam inter centrum & cavam ſuperficiem ſpeculi. Vel ſic. Oppone ſpeculum Soli, alterivè lumini, & ubi radios è ſpeculo reflexos coire videbis in apicem contradioſi, ibi erit locus quæſitus. Videbis autem radios coeuntes in hyeme facilè, propter aerem craſſum, ac humidum, in æſtate verò, ſi ſuppenas ſpeculo vas aqua calida plenum, ut vaporibus aer condenſetur, vel ſi craſſum halitum efflet ante ſpeculum, aut ventilatione atomos excites.

Focum in ſpeculo ſphærico concavo invenire.

Annotatio III.

UTrum poſſibile ſit, efficere ut combuſtio fiat in centro ſpeculi ſphærici concavi, ita ut ad diſtantiam mille paſſuum fiat, diſſeruimus Par. 1 Magiæ lib. 7. Syntagm. 1. in Digreſſione 1. & 2.

CAPUT VIII.

De ſpeculo cauſtico Parabolico.

UNanimis Catoptricorum conſenſus eſt, inter omnia cauſtica ſpecula aptiſſimum & efficaciſſimum eſſe parabolicum, cujus nimirum cavitas parabolæ figuram referat. Eſt autem parabola, ſectio coni parallela uni ejuſdem lateri, unde ſectio conica appellatur, & fit cùm conus ſecatur plano alteri ejus lateri parallelo. Si jam lamina aliqua in parabolæ figuram aptetur, & circa axem ſuum intra argillam circumvolvatur, fit intra argillam figura concava, quæ etiam parabola dicitur, & ſpecula concava ejuſdem formæ, dicuntur parabulica. In hujus ſpeculi axe ſeu diametro datur punctum aliquod, quod antiqui vocant punctum ex comparatione, moderni punctum ſeu centrum reflexionis, quoniam omnes radii cadentes intra parabolam, & paralleli axi, reflectuntur ad hoc punctum. Vocatur etiam focus, quoniam in illo fit uſtio, propter radiorum concurſum. Plura de hac re, de quemodo conficiendi ſpecula parabolica, lege quæ diximus lo. proximè cit. Syntagm. 2.

Speculum parabolicum.

Annotatio.

IN ſpeculis parabolicis major eſt vis urendi, quàm in ſphæricis, quia in his omnes radii reflexi uniuntur in uno puncto; quod in ſphæricis non fit. An poſſit fieri combuſtio per ſpecula parabolica ad infinitam diſtantiam, diſcuſſimus loco citato cap. 5.

De Hyperbolico, & Elliptico ſpeculo cauſtico, de quibus cit. loco Syntagm. 3. egimus, nihil dicimus, quoniam rarior eſt eorum uſus, nec adeo fortaſſis efficacia ſunt in comburendo.

CA-

CAPUT IX.

De ſpeculis planis cauſticis.

I.

Specula plana cauſtica.

S*Peculum planum Soli oppoſitum, non producit ignem, ſi ſolum ſit.* Quia lumen Solis ab ipſo reflexum, non congregatur in locum unum, ſed diſſipatur: nam qui radii incidunt perpendiculariter; reflectuntur in ſeipſos, qui verò obliquè, in contrariam partem, ut conſtat ex dictis cap. 5.

II.

Si è ſpeculis planis formetur pyramis concava polygona, radii Solis in altera interna incidentes, & ab axe æqualiter diſtantes, reflectuntur ad unum punctum axis, tantò plures, quantò plura erunt latera pyramidis. Poſſunt ergo ignem producere. Ratio eſt, quia hujuſmodi radii faciunt æquales angulos incidentiæ cùm ſuis lateribus, ergo & æquales angulos reflexionis, ergo cùm intus verſus axem reflectantur, neceſſario concurrere debent in uno puncto axis, alioquin non facerent æquales angulos reflexionis.

III.

Plura plana ſpecula poſſunt ita diſponi, ut ignem ad magnam diſtantiam producant. Si nimirum ita diſponantur, ut Solis radios reflectant omnia ſimul in unum locum. Modum diſponendi explicavimus Par. 1. Magiæ lib. 7. Syntagm. 4. Propoſit. 2. Ibidem Syntagm. 5. diſcuſſimus, cujus formæ fuerint ſpecula cauſtica Archimedis, & Procli. De modo verò arcanè per ſpecula abſentibus loquendi & ſcribendi, tractavimus lo. cit. toto libro 8, ubi multa ſcitu digna.

Atque hæc ſufficiant de Catoptrica.

LIBER

LIBER XXI.

DE DIOPTRICA.

Procœmium.

Dioptrica. Radius refractus.

DIoptrica, ſive Meſoptica, conſiderat radios luminis & coloris refractos, ſive infractos, eaque accidentia & phænomena, quæ hujuſmodi radios ſequuntur. Eſt autem radius refractus ille, qui non procedit recta totaliter per totum ſuum medium, ſed frangitur alicubi, & facit angulum, quod fit, quando radius, poſtquam progreſſus eſt recta aliquamdiu per medium diaphanum unius raritatis aut denſitatis, incidit in aliud medium diaphanum diverſæ raritatis aut denſitatis, v g. ab aëre tranſit in aquam, in vitrum, in cryſtallum, aut ab aqua tranſit in aerem, aut ab aere rariore progreditur in denſiorem, vel è contrario. Nam in omnibus hiſce & ſimilibus caſibus, in puncto incidentiæ in diverſum medium frangitur aliquantum radius, & facit angulum, ut explicabimus.

Iconiſm. XXIII. Fig. 504. *Interim conſidera appoſitum ſchema, in quo ICDK eſt medium unius raritatis vel denſitatis, COPD medium alterius raritatis vel denſitatis, CD ſuperficies diverſi medii, A punctum radians, AB radius directus tranſiens irrefractus per medium uniforme ICDK, uſque ad punctum B, à quo puncto ulterius tendit, non in directum uſque ad E, uti faceret, ſi medium COPD eſſet ejuſdem raritatis aut denſitatis cum ſuperiori medio, ſed frangitur in puncto B, & progreditur verſus G vel F, faciens angulum ABG, vel ABF. Sed ut Tyrones naturam refractionis melius intelligant, ſimulque introducantur in Dioptricæ ſeu Anaclaſticæ ſecreta, libet breviter velut Iſagogen ſequentia ex Par. 1. Magiæ lib. 9. deſumpta apponere.*

CAPUT I.

De Definitionibus Dioptricis, ſeu terminis in Dioptrica uſitatis.

I.

Dioptricæ definitiones. Iconiſ. XXIII. Fig. 504. *RAdius incidens, ſeu incidentia eſt, ſecundum quem lumen, aut ſpecies, directè diffunditur per medium diaphanum ejuſdem rationis.* Talis eſt in ſuperiori figura linea AB.

II.

Radius refractus, ſeu refractionis eſt, ſecundum quem lumen aut ſpecies, diffunditur per medium diaphanum diverſæ rationis à priori. Talis eſt linea BG, & BF.

III.

Punctum refractionis eſt illud, in quo fit refractio radii incidentis. Fit autem talis refractio in ſuperficie medii diverſi. Talis ſuperficies eſt repræſentata per lineam CD, & punctum B eſt punctum refractionis. Vocatur etiam punctus incidentiæ.

IV. *Per-*

IV.

Perpendicularis ſeu cathetus incidentiæ eſt linea illa quæ à puncto radiante cadit perpendiculariter ſupra ſuperficiem illam, in qua incipit refractio. Talis eſt linea A M, & I N. Quando medium diverſum eſt ſphæricum, perpendicularis incidentiæ eſt illa linea, quæ à puncto radiante tendit ad centrum illius corporis. Talis eſt A Q L.

V.

Perpendicularis refractionis eſt illa linea, quæ à puncto refractionis erigitur perpendiculariter ſupra ſuperficiem illam, in qua incipit refractio. Talis eſt KBL. In corporibus ſphæricis eſt illa, quæ à puncto refractionis tendit ad centrum. Talis eſt QL, ſi Q ſit punctum incidentiæ, ſeu refractionis.

VI.

Angulus incidentiæ eſt, quem conſtituit linea incidentiæ & perpendicularis refractionis in puncto incidentiæ ſeu refractionis coeuntes. Talis eſt ABK.

VII.

Angulus refractus eſt quem conſtituit linea refracta cum perpendiculari refractionis in puncto refractionis. Talis eſt angulus GBL, & FBL.

VIII.

Angulus refractionis eſt, quem conſtituit linea refractionis cum linea incidentiæ protracta in continuum per corpus diaphanum diverſæ rationis à priori. Talis eſt angulus GBE, & FBE.

IX.

Refractio ad perpendiculum dicitur, cum radius refractionis accedit ad perpendicularem refractionis. Talis eſt refractio radii A B F, quia B F accedit ad BL, recedendo à BE.

X.

Refractio à perpendiculari eſt cum radius refractus recedit à perpendiculari refractionis. Talis eſt refractio radii A B G, quia B G recedit à B L & à B E.

CAPUT II.

De hypotheſibus dioptricis, ſeu Propoſitionibus ab omnibus admiſſis.

I.

Dioptricæ hypotheſes. *Radii perpendiculariter è medio rariori in denſius incidentes, penetrant illud irrefracti: obliqui*

Iconiſm. XXIII. *verò incidentes, in ingreſſu refringuntur, & refracti intra medium denſius accedunt verſus perpen-*

Fig. 504. *dicularem.* Sic in ſuperiori ſchemate, radius KB penetrat irrefractus in L; radius verò A B recedit à via recta BE, & procedit per viam BF, accedendo ad BL.

II.

Radii perpendiculariter è medio denſiori in rarius incidentes, procedunt rectà irrefracti: obliqui verò incidentes, in ingreſſu refringuntur, & recedunt à perpendiculari. Sic radius L B procedit irrefractus verſus K; at radius FB non procedit verſus R per viam rectam, ſed verſus A; recedendo à perpendiculari à K.

III.

Radius obliquè incidens in medium denſius, eò magis refringitur ad perpendicularem, quò denſius eſt medium: incidens verò obliquè in rarius medium, eò magis refringitur à perpendiculari, quò rarius eſt medium. Hinc fit ut, radio obliquè in medium denſius incidente, angulus refractus FBL eò ſit minor, angulus verò refractionis FBA eò ſit major quò denſius eſt medium reſpectu alterius rarioris. Et viciſſim, quò minus denſius eſt medium, eò major fit angulus refractus, & eò minor angulus refractionis. Radio autem obliquè in rarius medium incidente, tam refractus quàm refractionis angulus, nempe A B K, ABR, eò major fit, quò rarius eſt medium; angulo tamen refracto refractionis angulum ſemper ſuperante, cùm hic ſemper ſit pars illius.

IV.

Omnis refractio fit ſecundùm lineas rectas, adeoq; radius refractus in medio refractivo rectà procedit, non ſecus ac radius directus extra medium refractivum. Experimentum hujus rei vide apud Kircherum lib. 8. de Lum. & Umb.

V.

Quò obliquius incidunt radii in medium refractivum, eò magis refringuntur.

VI.

Si radius refractus ex medio denſiore regrediatur per punctum ingreſſus; eodem angulo, quo in ingreſſu fractus fuit, frangetur quoque in egreſſu: ideoque anguli, qui fiunt ad punctum refractionis ex lineis partim directis, partim refractis, in continuum productis, ſemper inter ſe æquales ſunt. Sic angulus A B F, æqualis eſt angulo FBA, & viciſſim. Item, angulus RBK, æqualis eſt angulo FBL, & viciſſim.

VII.

Imago rei refracta viſui occurrens ſuo loco non videtur. Sic imago rei F, occurrens viſui A, non videtur in F, ſed in linea A B E. Ratio eſt, quia viſio fit ſecundùm lineam rectam: cùm ergo oculus A videat objectum F per radium AB, ut ſupponitur, videbit id in eadem linea AB continuata verſus E.

VIII.

Imago refracta videtur in occurſu perpendicularis ſeu catheti refractionis & radii refracti continuati. Sic imago objecti F videtur in S.

IX.

Refractio aliquando cauſat colorem. Patet in iride, coronis, virgis, vitris triangularibus, & aliis rebus.

X.

Res in medio rariori apparet remotior, & minor; in denſiore verò propinquior, & major. Quantò verò rarius eſt medium, tantò minora, & remotiora; & quantò denſius eſt medium, tantò majora, & remotiora apparent objecta.

XI.

Imago cujuslibet rei viſa diverſimodè figuratur ſecundùm figuram ſuperficierum corporum, in quibus fit refractio.

Corollaria.

Hinc patet I. Poſſe aliquid videri viſione refracta, quod directa videri non poteſt, ut patet in nummo qui videtur in certa à vaſe diſtantia.

Patet II. Cauſam, cur pars baculi recti, obliquè aquæ immerſa, non appareat in directum reliquæ partis extra aquam exiſtentis, atque adeo cur baculus appareat fractus, eſſe refractionem.

Patet III. Cauſam, cur Sol, Luna, & ſtellæ infra horizontem reverà demerſa, aliquando appareant ſupra horizontem, eſſe ſimiliter refractionem.

Patet IV. Cur globus ſub aquis delitescens, & perpendiculariter inſpectus, appareat planus, imò & concavus, quia nimirum axis inſpectus perpendiculariter, apparet ſuo loco, reliquæ verò partes inſpectæ obliquè apparent extra ſuum locum, & ſublimiores. Omitto multa alia.

CAPUT

CAPUT III.

De vitrorum refringentium figuris, & nonnullis proprietatibus.

I.

Priorum refringentium proprietates.

CRyſtalla & vitra omnia, radios è medio rariore, nempe aere, in ſe oblique incidentes, refringunt ad perpendicularem; qui radii ex iiſdem egreſſi in aërem, refringuntur à perpendiculari. Patet ex dictis Hypotheſi 1. Sunt autem cryſtalli & vitri refractiones proximè eædem.

II.

Vitra refringentia ſunt vel regularia, vel irregularia, hoc eſt, habent ſuperficies vel regulares, vel irregulares. Regularia ſunt multiplicia. Præcipua, & pro dioptricis inſtrumentis adhiberi ſolita, ſunt plana, convexa, concava: Plana vel talia utrimque, vel plano-convexa, vel plano concava: Convexa vel talia utrimque, vel convexo-plana, vel convexo-concava: Concava vel talia utrimque, vel concavo-plana, vel concavo-convexa. Sunt etiam plana multarum ſuperficierum, quæ polyëdra vocamus. Sunt trilatera & oblonga, quæ priſmata trigona appellamus. Irregularium vitrorum infinitæ ſunt formæ.

III.

Vitra quorum in dioptricis inſtrumentis uſus eſt, elaborata ſunt ut plurimùm in forma orbiculari: convexa quidem ad modum lentis, nempe in medio protuberantia, circa marginem per circuitum depreſſa; concava verò in medio depreſſa, circa marginem per circuitum elata. Prima vocamus lentes convexas, ſecunda concavas. Utræque lentes ſolent etiam eſſe mixtæ, nempe plano-convexæ, plano-concavæ, convexo-concavæ.

IV.

Lens majoris circuli, ſeu majoris ſphæræ eſt, cujus ſuperficies lenticularis eſt portio majoris ſphæræ: id eſt, ſphæræ habentis majorem diametrum.

V.

Lens majoris ſegmenti eſt, quæ majorem partem ſui circuli ſeu ſphæræ continet, id eſt, plures gradus.

VI.

Ex lentibus fiunt Tubi optici, quos vulgò Batavicos ſeu Hollandicos vocant, quia in Hollandia primùm inventi: alii tubos Galilæi, quia ab ipſo perfecti; communiter Teleſcopia, quia ad perfectè videndum conducunt. Parantur in modum cylindri cavi, cujus bina oſtia vitris ſeu lentibus clauduntur, quorum unum reſpicit viſile, aliud oculum. Uſus præcipuus eſt, videre res longinquas cominus, & auctas.

VII.

Vitra convexa, ſive utrimque, ſive unâ ſolùm parte, vitra ſe cogunt radios refractos in unum locum, in quo interſecant ſe, & terminantur in unam baſim communem. Sequitur ex natura refractionum, & radiationum. Locus autem concurſus, ſeu ejus à vitro diſtantia varia eſt, pro varia convexitate vitri, diſtantia objecti radiantis, obliquitate radiorum incidentium, & ſimilium. Nec conſiſtit in indiviſibili. Concurſus tamen duorum quorumlibet radiorum diſtantium in egreſſu è vitro, & concurrentium poſt vitrum, conſiſtit in indiviſibili, nempe in puncto interſectionis.

VIII.

Radii à diverſis punctis objecti radiantis in eâdem ſuperficie denſioris refringentis punctum incidentes, ita ſe mutuò ſecant, ut ſitum mutent, ac ſi eodem fieret ſine refractione.

IX.

Radii penetrando linearem angulum priſmatis trigoni ex triangulo æquilatero vitreo, vel cryſtallino formati, jucundiſſimos colores iridis producunt. Si verò vitrei corporis angulus inter oculum & viſile poſitus, rectus fuerit, non tranſmittet radios viſiles ad oculum.

X.

Priſmatis prædicti angulo ſupino, quæ ſunt, videntur ſupina, prono infra, dextro dextra, ſiniſtro ſiniſtra. Patet experientiâ.

XI.

Radii paralleli incidentes in ſuperficiem convexam lentis plano-convexæ, portionis minoris quàm 30 graduum, perpendiculariter objectam, concurrunt poſt lentem cum radio perpendiculariter incidente poſt ſeſquidiametrum ſphæræ circiter: incidentes verò in planam ſuperficiem prædictæ lentis inverſæ paralleli, & perpendiculares, concurrunt infra ſuperficiem convexam cum perpendiculari radio fere diametro convexitatis.

XII.

Si radii intra prædictam corpus non ſint paralleli, ſed verſus denſum convexi terminum convergant, in breviore diſtantia à convexo, quam eſt diameter convexitatis, ad punctum concurrent: at ſi punctum radians propius fuerit convexo, diametro convexitatis; radii puncti illius refracti divergent in corpore denſo.

XIII.

Radii paralleli in lentem utrimque convexam perpendiculariter objectam incidentes, propiùs poſt lentem concurrunt ad unum punctum, quam ſit diameter circuli qui format averſam ſuperficiem; & propius quam ſeſquidiameter obverſæ. Quòd ſi convexitas utraque ex eodem circulo fuerit, concurſus poſt lentem fiet in puncto, quod abeſt, ſemidiametro obverſi convexi ferè, hoc eſt, in centro ejus.

XIV.

Si fuerint inæquales convexitates concurſus poſt lentem in diſtantia contingit, quæ inter utriuſque convexitatis ſemidiametros verſatur.

XV.

Longinqui radiorum concurſus eſt propinquior lenti, quam remota.

XVI.

Radii tranſeuntes per vitrum utrimque convexum, citiùs poſt egreſſum concurrunt, per vitrum verò unâ parte convexum, alterâ planum, ſi incidant in convexam ſuperficiem, & egrediantur è plana, tardiùs concurrunt.

XVII.

Radii tranſeuntes per vitrum utrimque concavum, diſſipantur in egreſſu; ſi verò vitrum ſit unâ parte cavum, alterâ planum, ſi incidant in cavam ſuperficiem, & egrediantur è plana, poſt egreſſum colliguntur.

XVIII.

Pictura lentis convexa inverſa eſt. Nam radii refracti decuſſant contrariâ via radiis directis.

XIX. *Dia-*

XIX.

Diametri picturæ & rei viſæ, eandem ferè inter ſe proportionem habent, quam earum diſtantiæ à lente. Hinc, quò minùs diſtat objectum à lente, eò major eſt ejus pictura, & quò magis, eò minor.

XX.

Oculo conſtituto extra punctum, ad quod concurrunt radii unius viſibilis puncti, pars viſa objecti per lentem convexam apparet everſo ſitu. Sequitur ex 18. præcedente.

XXI.

Omnis per convexam lentem erecta repræſentatio viſibilis rei eſt major juſto, quia propter radiorum refractionem viderur res ſub majori angulo, quàm ſine refractione ex eodem loco videretur.

XXII.

Quò magis oculus extra punctum concurſus poſt lentem convexam abierit, eò minora videt objecta everſa. Ratio eſt, quia quò magis recedit, eò minus videt ſub minori angulo.

XXIII.

Viſibilia per cavas lentes repræſentantur minora, quia propter refractionem factam in illis, apparent ſub minori angulo. Et quò magis oculus receſſerit à lente, eò minora apparent. *Omitto innumera alia huc ſpectantia, quæ dediſſet Vir doctiſſimus P. Balthaſar Conradus in exſpectatiſſimo ſuo Opere dioptrico jam dudum Reipubl. litterariæ promiſſo, niſi mors immatura eum nuper nobis eripuiſſet.*

CAPUT IV.

De varia rerum per radios refractos in aquis, & vitris, repræſentatione.

Dioptrica non minorem variarum ac mirabilium repræſentationum materiam nobis præbet, quàm Optica, atque Catoptrica. Plurimas adduximus in 1. Par. Magiæ lib. 9. Syntagm. 2. cujuſmodi ſunt, Imaginem ita conſtituere, ut hydromantico artificio ex oculis ſubducatur, & mox reducatur: Hydromanticum ſpectaculum exhibere ut imagines variæ derepentè compareant, & diſpareant: Varia ſpectacula, varioſque colores anaclasticè exhibere per phialam vitream aqua plenam: Iridem per aquæ guttulas in aerem ſparſas formare, Iridem trigono priſmate vitreo exhibere; Ubi cubiculum præſtantiſſimis peripetaſmatis veſtitum videatur, efficere: Item ut omni pretioſo lapide ornatum videatur: Item ut rota ſtellata in cubiculo obſcuro circumgyrata cœlum ſtellatum referat, Varia phaſmata colorigera in obſcuro conclavi repræſentare: In feneſtris colorigerum ſpectaculum exhibere: Vitro polyëdro rem unicam multiplicare: eaſdem imagines ſeu picturas variè diſſipare, & diſſipatas colligere; Repræſentare minima ut maxima ope pylæ cryſtallinæ: aliaque innumera.

Eodem libro Syntagm. 8. egimus fusè de illuminatione & combuſtione dioptrica per vitra, aliaque diaphana corpora, ubi varios & jucundos effectus in medium produximus.

Demum libro 10. nonnulla diximus de fabrica, uſu, & effectu prodigioſo Teleſcopii, tam binoculi, quàm monoculi, & de miris phaſmatis Microſcopii: quæ omnia brevitatis cauſa omittere cogimur. Accuratiùs de iis tractaſſet paulò antè laudatus P. Balthaſar Conradus.

LIBER XXII.

DE ARCHITECTURA MILITARI.

Prooemium.

Architectura Militaris.

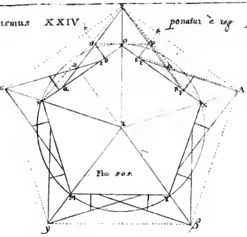
ARchitectura, alia eſt Civilis, alia Militaris. Illa Ædificiorum, hæc Munitionum fabrica eſt. Civilis enim Ædificiis, qua publicis, qua privatis, ad Urbium utilitatem atque ornatum, Militaris Munimentis ſeu Munitionibus ad earundem urbium, aliorumque locorum ſecuritatem ac tutamen, ſecundùm artis regulas excitandis intendit. Utraque mathematicarum diſciplinarum ſubſidio eget, Militaris præcipue, ut quæ tota, quanta quanta eſt, è Mathematicæ præſcripto & nata, & propagata fuit, atque ad illam, in qua nunc floret, perfectionem perducta. De hac igitur jure noſtro agimus, & muniendi regulas jam antea à præſtantiſſimis mathematicis præſcriptas, à ſagaciſſimis Belliducibus approbatas, ab experientia deniq; diuturna, ſi unquam, hac noſtra ætate, qua Mars tota tot jam annis furit Europa, ſtabilitas in medium producimus. Habebunt Tyrones non introductionem tantum in Militarem Architecturam, ſed ſufficientem quoque inſtructionem, ac talem fortaſſis, qualem è copioſis multorum, qui ea de re ſcripſerunt, commentariis vix multo labore hauriant. Si cui tamen noſtra non placent, legat alios qui ea de re

Architecturæ Militaris Scriptores.

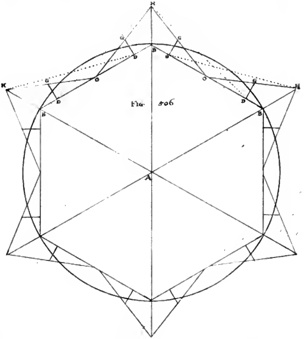
ſcripſerunt, Italos, Gallos, Germanos, Belgas, aliarumq; nationũ, cujuſmodi ſunt (quos ego quidem vidi atq; evolvi) Petrus Sardi, Everhardus Barleduc, Bonajutus Lorini, Galaſſus Alchiſi, Hieronymus Magi, Jacobus Caſtriottus, Carolus Theti, Joannes Baptiſta Bellici, Vincentius Scammozzi, Daniel Spekel, Bartholomæus Pitiſcus, Hugo Sempilius, Adrianus Metius, Joſephus Barca, Eugenius Gentilini, Auctor Amuſſis Ferdinandeæ, Matthias Dogen, Petrus Herigonus, Theodoricus Beck, Abdias Trevv, Nicolaus Foreſtus, Georgius Andreas Bockler, Joannes Faulhaber, Samuel Marlois, Nicolaus Goldman. Præter hos de eodem argumento ſcripſere Adamus Freytag, Martinus Eylend, Franciſcus de Marchi, Conradus Dietrich, Joſephus Furtenbach, Henricus Hondius, Honoratus de Meynier, Joannes Henricus Sadler, Michael Potiers, Baro de Groto, & alii.

PARS

Iconismus XXIV ponatur e reg. pag. 487.







PARS I.

De regularium Munimentorum delineatione.

Militaris architectura, quam munitionum fabricam appellavimus, finis ſeu officium eſt, datum locum ita artificioſè, ſecundùm regulas è militari experientia, & Mathematica fontibus hauſtas, munire, ut pauci contra multos & illum, & ſeipſos; ſecurè ac diu defendere poſſint. Munitiones porrò aliæ ſunt regulares, aliæ irregulares. Regulares ſunt, quæ habent omnes angulos, & omnia latera (ejuſdem generis ſeu ſpeciei) æqualia. Irregulares, quæ non omnes angulos & omnia latera (ejuſdem generis) æqualia habent. Utrarumque conſtruendarum ſcientia quatuor habet partes, Delineationem, Orthographiam, Ichnographiam, & Scenographiam. Delineatio eſt linearum, à quibus valli exterius latus ſeu baſis incipit, deſcriptio. Orthographia eſt valli, & foſſæ, aliarumque Munimenti partium plano ad Horizontem perpendiculari diſſectarum repræſentatio. Ichnographia eſt planta ſeu veſtigii totius Munimenti exhibitio. Scenographia eſt ejuſdem munimenti frontis & laterum optica projectio. De primis tribus ordine agemus, ac primùm de Delineatione.

CAPUT I.

De terminis ſeu vocabulis in Munimentorum delineatione uſitatis.

Architectura militaris termini ſeu vocabula. IN tota Architectura militari, & in ſingulis ejus partibus, multa, & plerùmque exotica in uſu ſunt vocabula, partim à Mathematicis, partim à militibus, belliducibus, & polemicis architectis introducta: quorum quidem alia ſunt uſitata apud Latinos, alia apud Italos, alia apud Gallos, alia apud Belgas & Germanos. Horum rurſus alia ſignificant lineas Munimentorum, alia angulos, alia ſuperficies, alia partes ſolidas. Vocabula ad delineationem ſpectantia ſignificant lineas, & angulos. Hæc igitur priùs explicanda ſunt. Quod ut faciam, ipſaſque Munimentorum lineas & angulos ob oculos Tyronum ponam; propono rudem ac ſimplicem Munimenti pentagoni regularis delineationem, appoſitis variis litteris: ſic enim melius, faciliùs, clariùs, ac breviùs explicare potero quod propoſui, quàm multis verborum ambagib. Quæ autem de pentagono Munimento regulari dicuntur, intelligi etiam & accommodari debent cuivis alteri, ſive regulari, ſive irregulari, quantum hujus irregularitas permittit. Singulos terminos exprimam vocabulis Latinis, Italicis, Gallicis, & Germanicis: Belgica vocabula omitto, quia eadem ferè ſunt cum Germanicis.

§. I.

Lineæ ſeu Latera Munitionum, eorumque appellationes.

ONMYX, Polygonum internum quinque laterum & angulorum æqualium, ſeu pentagonum regulare, ac proinde circulo circumſcriptibile. Vocatur internum, ad differentiam alterius externi quod ſequitur, Italicè *Poligono interiore*; Gallicè *Polygone interieur*, Germanicè Innere Seiten des Vielecks. *Munitionum lineæ ſeu latera.* Iconiſm. XXVI. Fig. 505.

HGYβA, Polygonum externum quinque laterum & angulorum æqualium, ac proinde ſimiliter regulare, ac circulo circumſcriptibile. Vocatur externum, ad differentiam prioris quod includit; Italicè *poligone exteriora*; Gall. *polygone exterieur*; Germ. Euſſere Seiten des Vielecks.

ON, NM, MY, YX, XO, Latus polygoni interni, ſeu latus munimenti; Ital. *Lato de poligono interiore*; Gall. *coſtè du polygone interieur*; Germanicè, Die Seite der Feſtung von einem Winkel zum andern, vel die Weite der Kehl-Puncten.

HG, GY, Yβ, βA, AH, Latus polygoni externi, ſeu diſtantia propugnaculorum, Italicè *Latò del poligono exteriore*, Gall. *coſte du polygone externe*, Germ. Die Weite der Bolwercks-Puncten.

K, Centrum polygoni utriuſque, tam interni, quàm externi; Italicè *centra del poligono*, Gall. *centre du polygone*; Germ. Mittel-Punct der Feſtung.

KO, KN, KM, KY, KX, Semidiameter polygoni interioris, ſeu munimenti; Ital. *ſemidiametro del poligono interno*, Gall. *Le petit demidiametre*, Germ. Der Feſtung halbe Mittel-Zeil.

KH, KG, KY &c. Semidiameter polygoni exterioris, diſtantia centri ab extremitate propugnaculi. Ital. *ſemidiametre del poligono externo*, Gall. *Le grand. demidiametre*; Germ. des euſſerſten Vielecks halbe Mittel-Zeil.

BDHPE, &c. Propugnaculum; Ital. *Baloardo*, vel *Baſtione*; Gall. *Boulevart*, vel *Baſtion*; Germ. Bollwerck.

O, N, M, &c. Centrum propugnaculi; *il centro del baloardo*; Gall. *centre du boulevart*, Germ. Mittel Punct des Bollwercks.

OB, OE, &c. Linea colli, & linea faucium, vel ſimpliciter collum, fauces; Italicè *Recinto*; Gallicè *Ligne de gorges*, *Gorge du baſtion*; Germ. Kehl-Linien, oder Kehl.

EP, BD, &c. Ala propugnaculi, humerus propugnaculi, Ala prima ſeu primaria; Ital. *Fiãco primo ò primario*, Gall. *Le flanc*, *Ligne du flancq*, *Eſpaule*, Germ. Flügel, Schulter, die Streich.

HP, HD, &c. Facies propugnaculi, Ital. *Faccia del baloardo*; Gall. *Face du baſtion*, *face*, Germ. Geſicht, Geſicht-Linie.

OH, &c. Linea capitalis, ſeu principalis, Ital. *Linea capitale*, Gall. *Ligne capitale*, Germ. Haupt-Linie.

EF, &c. Cortina, ſeu Chorda, Ital. *Cortina*, Gall. *Courtine*, Germ. Die Cortin. Hæc eſt agger, ſive vallum, aut murus, inter duo propugnacula extenſus.

EZ, BZ, &c. Ala cortinæ, Ala ſecunda ſeu ſecundaria; Ital. *Francho ſecundo ò ſecundario*; Gall. *Second flanc*; Germ. Streich-Platz

RH, QH, AZ, Linea defenſionis radentis, ſeu ſtringentis, Linea radens ſeu ſtringens, Linea defenſiva radens ſeu ſtringens, Linea defenſionis mobilis, Defenſio radens ſeu ſtringens, Defenſio minor; Ital. *Linea radente ò ſtringente, Defenſione radente è ſtringente*; Gall. *Ligne de defenſe razante, Ligne de defenſe flanquante* Germ. Bevvegliche Streich-Linie, oder Wehr-Linie.

FH, EA, &c. Linea defenſionis figentis, ſeu fixæ, Linea figens, Linea defenſiva fixa, Defenſio figens ſeu fixa, Defenſio major; Ital. *Linea ficante, Defenſione ficante*; Gall. *Ligne de defenſe fichente*; Germ. Beſtändige Streich-Linie, oder Wehr-Linie.

Ea, Bb, &c. Ala propugnaculi producta, ſeu continuata, Alæ ſeu humeri continuatio; Ital. *Fiancho primo prolongato, ò continuato, Traverſa*; Gall. *Flancq prolongè*; Verlängter Flügel oder Schulter, verlängte Streich.

§. II.

Anguli Munitionum, eorumque appellationes.

Munitionum anguli. GKH, &c. Angulus centri ſeu ad centrum polygoni; *Angolo del centro*; *Angle du centre*; der Winckel oder Eck des Mittel-Puncts.

MNO, NOX, &c. Angulus polygoni ſive figuræ, angulus ad circumferentiam polygoni, Angulus faucium; *Angolo del poligono, ò della figura, Angle du polygone*; Winckel oder Eck der Kehl-Puncten, Kehl-Winckel.

DHP, &c. Angulus propugnaculi, angulus defenſus, angulus à latere propugnatus, *Angolo difeſo*; *Angle flanquè*, Bollwercks-Winckel oder Eck.

HRO, HQO, &c. Angulus defenſionis (*ſeu defendens*) interior, vel minor, Angulus Alæ propugnaculi ſubtenſus, Angulus Cortinæ & Stringentis; *Angolo della difeſa interiore, ò minore*; *Angle flanquant interieur*; der innere oder kleine Streich-Winckel.

HRX, HQN. Angulus defenſionis (*ſeu defendens, ſeu à latere propugnans*) exterior, vel major, Angulus Stringentis & Alæ cortinæ; *Angolo della difeſa exteriore, ò maggiore*; *Angle flanquant exterieur*; der euſſere oder groſſe Streich-Winckel.

HVG, HVA, &c. Angulus defendens, Angulus defenſionum decuſſatarum, Ital. *Tenaglia*; Gall. *Tenaille* (forceps,) der Schütz-Winckel, der Winkel der Streicher.

HPE, &c. Angulus faciei & alæ ſeu humeri propugnaculi; *Angolo della faccia & ala del baſtione*, *Angle del' eſpaule*, vel *Angle du flancq & de la face*; der Winckel des Geſichts und Flügels.

EPR, &c. Angulus lineæ defenſionis & alæ propugnaculi; *Angolo dell' ala e difenſione*; *Angle de la ligne de difenſe e flancq*; Winckel des Flügels und Streich-Linie.

AHO, &c. Angulus diminutus; *Angolo diminuto*; *Angle diminue*. Hunc format capitalis & latus polygoni exterioris. Apud Germanos non habet peculiare nomen, quod ſciam. Alii angulum AHF ita vocant.

HOR, &c. Angulus lineæ capitalis & lateris polygoni interioris. Hic eſt complementum medietatis anguli propugnaculi, ſeu anguli defenſi, eſtque æqualis angulo diminuto, ideoque aliis peculiaribus nominibus apud alias nationes non exprimitur, quod ſciam.

PER, &c. Angulus alæ propugnaculi & cortinæ. Hic in munitionibus Hollandicis ſemper eſt rectus, & non habet alia nomina apud alias nationes, quod ſciam.

HOD, HOP, &c. Angulus determinans alam, Angulus determinationis; *Angolo di determinatione*, *Angle forme flanc*; der Streichen Mas-Winckel.

Hi ſunt anguli & nomina angulorum quæ apud diverſos Auctores uſitata ſunt. Et licet nos non omnium, uti nec omnium linearum in hoc libro mentionem ſimus facturi, referre tamen voluimus ut Tyronum gratiam.

CAPUT II.

Axiomata Architecturæ Militaris, in Munimentorum delineatione ante oculos habenda.

I.

Architecturæ militaris axiomata. M*Unimenti partes debent eſſe ita inter ſe ordinata, atque connexa, ut ab inſtrumentis bellicis, quorum hodie uſus eſt, defendi queant, & quidem à paucis contra multos; & ut quàm minimo propugnantium detrimento hoſtis ubicunque conſiſtentis illis pateat, & minoribus oppoſitis viribus repellatur.* Arma præcipua, quibus munitiones hodie defenduntur, ſunt bombardæ majores, & ſclopeta manualia. Bombardæ variæ ſunt, & ideò variæ magnitudinis globos ejiciunt, atque ad varias diſtantias. Uſus earum ferè triplex eſt, hoſtem arcere à mœnibus, foſſores impedire ab opere, & opera ab ipſis erecta disjicere. Sclopeta manualia glandes plumbeas emittunt recto curſu, ita ut collimata ſigna feriant, ad diſtantiam pedum geometricorum (qui iidem ſunt [illegible] Romanis antiquis, nec multùm differũt à R[illegible]landicis, ſeu Rhenanis, quibus in toto Belg[illegible] ferè Germania utuntur Militares Architecti in Munimentorum fabrica) 750 circiter. Horum pedum duodecim faciunt virgam Rhenanã, ſeu Rhynlandicam, & quilibet pes dividitur in 10 digitos. His pedibus & virgis toto hoc libro utemur. Alii virgam Rhenanam ſeu Rhynlandicam dividunt in 10 pedes.

II.

Qualibet munimenti pars debet poſſe defendi ab alia ejus parte. Ob hanc cauſam partes quæ ſe mutuò defendere poſſunt ac ſolent, non debent eſſe remotiores à ſe invicem, quàm ut ſclopetis manualibus ab una ad alteram pertingi queat: nam ſub aſſultum hoſtilem certior & efficacior eſt uſus ſclopetorum, quàm bombardarum, quæ tardiùs onerantur, & globos ut plurimum elapsâ jam occaſione rei feliciter gerendæ emittunt, & ferè etiam in incertum, cùm contrà ſclopetorum grando in omnem partem facilè, certò, & efficaciter deſæviat.

III.

Fortius eſt munimentum, quod non tantùm in propugnaculo, ſed etiam in cortina alas habet. Sic enim propugnacula, quæ hoſtium inſultibus præcipuè, imò unicè, expoſita ſunt, defendi poſſunt non ſolùm ex aliis vicinis propugnaculis, ſed etiam ex cortinarum alis, ut conſideranti patet.

IV. Ex-

Regulares munitiones præſtant irregularibus, cæteris paribus. Habent enim ſuas partes magis ordinatas, ac proportionatas, & omnia latera æqualiter munita, ideoque melius defendi poſſunt. Hinc quo magis irregulares munitiones accedunt ad regulares, eo ſunt meliores. Regulares munitiones aliqui vocant regales ſeu regias (*Royal Gall.*) & dividunt in Magnas, Mediocres, & Parvas. Nos uno vocabulo Regales ſeu Regias Munitiones appellamus, in qua defenſio ictu ſclopeti terminatur.

V.

Ala cortinæ ſit quàm fieri poteſt maxima, ut facies propugnaculi à quàm plurimis defendatur, ſic tamen, ut

VI.

Angulus propugnaculi tantus maneat, ut tormentis facile dirui nequeat: in hunc enim illa potiſſimum diriguntur. Hic autem angulus eò redditur minor, quò major fit ala cortinæ; eò major ille, quò hæc minor fit. Quò autem minor ſeu acutior eſt propugnaculi angulus, eò facilius à tormentis diruitur, quò major, eò difficilius. Itaque

VII.

Idem angulus propugnaculi non ſit minor gradibus 60, nec major gradibus 90: minor enim nimis debilis eſt, major majores ſumptus requirit ſine cauſa, cum rectus angulus ſatis ſit fortis.

VIII.

Facies propugnaculorum in regularibus munimentis non ſit minor dimidio cortinæ. Quia enim ſe ipſa etiam defendere debent propugnacula contra inſultus hoſtium, quo majores erunt facies, eò plures defendentes capient.

IX.

Ala propugnaculi non ſit minor quarta parte faciei, nec major ejuſdem medietate. Nè tamen Alis cortinæ ab his præjucetur.

X.

Linea colli ſit ſpatioſa, neq; minor unquam ſit quam ala, ne propugnaculum anguſtius reddatur quam ut ſufficientem militem capiat.

XI.

Defenſio figens, ſeu linea defenſionis fixa, in nullis munitionibus ſit longior 750 pedibus: ulterius enim glans plumbea ſclopeto emiſſa vix rectum curſum tenet uſque ad metam deſtinatam.

XII.

Defenſio ſtringens quo brevior, eò melior: ſic enim certior ac fortior erit propugnatio ex ala cortinæ. *Nec tamen ſit brevior quam 120 pedum, nec longior quam 500.*

XIII.

Cortina in regiis munitionibus nec minor ſit 300 pedibus, nec major 500. In minoribus caſtellis non ſit minor 120 pedibus.

XIV.

Angulus polygoni in regularibus munitionibus non debet eſſe minor 90 gradibus, Quia minimum polygonum regulare, quod commode muniri poteſt, eſt quadratum, cujus angulus eſt 90 graduum. Tametſi enim triangulum etiam æquilaterum & æquiangulum muniri queat, minus tamen commodè id fit. Quò autem plurium laterum eſt polygonum ordinatum ſeu regulare, eò majores habet angulos. Quò majores ſunt hi anguli, eò prolixiores ſunt propugnaculi facies, & eò longiores fieri poſſunt alæ primariæ ac ſecundariæ, atque adeo eò fortius redditur munimentum. Ex quo ſequitur,

XV.

Quo plura munimentum regulare habet latera, angulos, & propugnacula, eo eſt robuſtius, ſi cætera reſpondeant. Hinc quadratum præſtat trigono, pentagonum quadrato, ſexagonum pentagono, & ſic deinceps, hoc ipſo nimirum, quòd cum numero laterum & angulorum creſcat etiam amplitudo angulorum, longitudo faucium, prolixitas alarũ, & capacitas propugnaculorum, & quæ omnia quò majora ſunt, eò & hoſtem offendunt gravius, & ejus conatibus reſiſtunt facilius, ac diuturnius. Accedit quòd quò plura ſunt propugnacula, eò melius hoſtis detegi, atque repelli poteſt, utpote è pluribus ſimul locis.

XVI.

Quo major eſt polygoni regularis ſemidiameter, eò plura poſſunt ac debent fieri latera, & anguli, & propugnacula. Cùm enim defenſio non poſſit excedere pedes 750, & ambitus circuli ſit magnus, neceſſe eſt ut in multa dividatur latera.

XVII.

Alæ propugnaculorum ſemper ſint perpendiculares cortinæ. Intellige, in munitionib. Hollandicis, nam in Gallicis uſque ad octogonum incluſivè, ſunt perpendiculares lineis defenſionum, in reliquis verò figuris perpendiculares cortinis. Nos Hollandicas præferimus Gallicis.

CAPUT III.

De calculo præcipuorum angulorum, ad Munitionum regularium delineationem neceſſariorum.

IN Munitionum delineatione tam in charta, quàm in campis, & in earundem conſtructione, attendere maximè oportet ad juſtam angulorum ac linearum magnitudinem; nè contra eam per exceſſum peccetur, aut per defectum. *Munitionum angulos calculare.* Hinc ſummum artificium, ſummaque cura Polemici Mathematici in eo conſiſtit, ut legitimam utrimque determinet atque præſcribat rationem, congruentem Axiomatibus ſeu principiis præcedenti capite allatis. Qua in re tam ſunt aliqui ſcrupuloſi, aut accurati, ut toti ſint in angulorum omnium, etiam minimorum, qui uſpiam in Munitionibus effigiantur aut effinguntur, inveſtigatione & calculo, ut ex his deinde lineas determinent. Nos trium angulorum, qui præcipui in hoc negotio ſunt, inveſtigatione contenti erimus, quoniam ad illos ſolùm in Munitionum delineationibus ex linearum tabulis attendimus, reliqui verò ad horum formationem per ſe ſequuntur.

I. Angulum centri polygonorum invenire.

NUmerus graduum totius circuli polygono circumſcriptibilis, qui eſt 360, dividatur per numerum angulorum vel laterum dati polygoni, quotus dabit gradus anguli quæſiti. Sic pro angulo centri

centri tetragoni invenies grad. 90. pentagoni 72, hexagoni 60, &c.

II. Angulum polygoni, ſeu ad circumferentiam invenire.

S*Ubtrahatur angulus centri repertus à ſemicirculo, hoc eſt, à 180 gradibus; reſiduum dabit gradus anguli quæſiti.* Sic pro tetragoni angulo reperies grad. 90. pro pentagoni angulo grad. 108, &c.

III. Angulum propugnaculi invenire.

D*Imidio anguli polygoni adde 15, ſumma inventa, ſi non excedat 90, rejecto exceſſu retine 90 pro angulo quæſito.* Hanc nos viam tenemus. Alii dimidio anguli polygoni addunt 20, alii ejuſdem anguli ſumunt $\frac{2}{3}$, quamdiu ſumma non ſuperat 90 gradus, alii aliter procedunt. Omnes eò collimant, ut angulum propugnaculi habeant vel rectum, vel quàm maximum infra rectum, & ſupra $\frac{2}{3}$ unius recti.

Ex his, & aliis angulis quos omitto, per trigonometricum ratiocinium repertæ ſunt lineæ ſeu latera ſequentis Tabulæ, quam brevitatis cauſa ſolùm à quatuor ad novem laterum polygonum extendo (licet in infinitum queat extendi) quoniam nunquam Munitiones regulares fiunt plurium laterum.

CAPUT IV.

Tabula Angulorum ac Laterum, ad Munimenta regularia conſtruenda neceſſaria.

Tabula I. Angulorum.

1	POLYGONA.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
2	Angulus centri.	90.	72.	60.	51. 26.	45.	40.
3	Angulus polygoni.	90.	108.	120.	128. 34.	135.	140.
4	Angulus propugnaculi.	60.	69.	75.	79. 17'.	82. 30'.	85.

Tabula II. Linearum ſeu Laterum.

A	POLYGONA.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
B	Radius.	494. 5.8.8.	595. 2.9.3.	713.4.8.6.	833.8.5.8.	955. 6.6.1.	1078. 5.0.8.
C	Latus Polygoni.	699. 4.1.2.	699. 8.0.4.	715. 4.8.6.	723. 3.8.6.	731. 4.4.6.	737. 7.4.0.
D	Gollum.	109.9.0.2.	109 7.4.3.	116.7.9.3.	121.0.	125. 7.1.3.	128. 8.7.0.
E	Ala propugnaculi.	60.0.	80.0.	90.0.	100.0.	110. 0.	120. 0.
F	Capitalis linea.	172. 6.9.9.	197.9.1.1.	209.9.7.6.	212.0.5.6.	233. 9.6.4.	245. 6.2.8.
G	Facies propugnaculi.	240. 0.	240 0.	240.0.	240.0.	240.0.	240. 0.
H	Ala Cortinæ.	256.0.7.7.	254.0 8.7.	262.7.2.1.	246.0.1.1.	254. 9.4.2.	249. 4.8.2.
I	Cortina.	480.0.	480.0.	480. 0.	480.0.	480.0.	480. 0.
K	Defenſio ſtringens.	471.8.2.2.	479. 6.5 9.	475.1.8.2.	479.8.3.1.	488.7.0.7.	499. 8.8.2.
L	Defenſio figens.	722.2.2.2.	724.1.5.7.	720 9.0.9.	726 2.4.5.	728.0.7.4.	730. 3.1.7.

Explicatio Tabularum.

TAbula I. continet in prima columna tranſverſali Polygona à tetragono uſque ad enneagonum: ſecunda angulos centri dictorum polygonorum: tertia angulos ipſorum polygonorum, ſeu angulos ad circumferentiam circuli polygonis circumſcripti, quos nimirum angulos conſtituunt duo quælibet polygoni latera: quarta angulos propugnaculorum in prædictis polygonis extruendorum.

Tabula angulorum ac linearum ſpectantium ad munitionem. Tabulæ II. conſtructio ſeu diſpoſitio patet ex ipſa tabula, & ex numerorum ejus inter ſe collatione. Ex qua etiam patet hanc tabulam conſtructam eſſe juxta Militaris Architecturæ Axiomata ſeu principia c. 2. allata. Columna tranſverſalis A continet figuras regulares à quadrato uſq; ad nonagonum tantùm, quoniam ut ſuprà dixi, triangulum eſt minùs aptum ut muniatur; & polygona plurium, quàm novem laterum raro muniuntur. Columna B continet longitudinem radiorum ſeu ſemidiametrorum pro prædictis polygonis circulo inſcribendis, idque in pedib. Romanis antiquis (qui à Rhenanis ſeu Rhynlandicis non multum diſcrepant, ut conſtat ex dictis lib. 1. Pantometri noſtri, quamvis pleríque alii cum Snellio exiſtiment Romanum pedem cum Rhynlandico prorſus congruere) quorum duodecim faciunt unam virgam, apud Belgas, à quibus præcipuè muniendi ars profluxit, uſitatam. Columna C exhibet itidem in pedibus Romanis latus polygoni interni, nim. à centro unius propugnaculi ad centrum alterius. Reliquæ columnæ in iiſdem pedibus continent lineas ſeu latera quæ adſcripta nomina indicant. In omnibus tabulis numeri poſt primum punctum ſignificant minutias pedum Romanorum in decem, centum & mille partes diviſorum; nempe numerus poſt primum punctum ſignificat decimas pedum, ſeu digitos, numerus poſt ſecundum punctum centeſimas pedum, ſeu decimas digitorum, numerus deníque poſt tertium punctum milleſimas pedum,

ſed

Iconiſmus XXV. *ponatur è reg. pag. 491.*

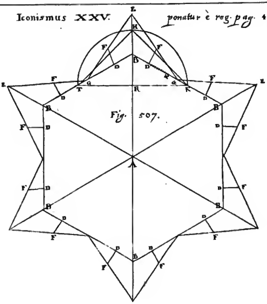


Fig. 507.

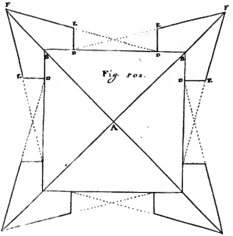


Fig. 508.

ſeu decimas centeſimarum partium unius pedis. Et licèt hæ minutiæ aliquando omitti queant in munimentorum delineatione, ſeu in chartâ, ſeu in campo, præſtat tamen earum habere rationem, quantum fieri poteſt. Quinque priores columnæ, nempe B, C, D, E, F, ſufficiunt pro praxi; reliquæ, quarum numeri reliquarum munimenti partium proportionem ex conſtructione juxta priorum quinque laterum numeros factâ reſultantem indicant; ſpectant ad Theoriam, & ut appareat quàm aptè omnia congruant principiis Artis Militaris ſuprà cap. 2. allatis.

CAPUT V.

De uſu præcedentium Tabularum in delineatione Munimentorum in charta.

Munitionem in charta delineare ex tabula. ANtequam Munimenta in campis deſignentur, delineari ſolent in charta. Varii varios, ac ſæpe difficiles præſcribunt modos, ego omnium facillimum ac breviſſimum trado qui ſequitur. Ex quo etiam patet uſus noſtrarum Tabularum, præſertim ſecundæ; nam prima non niſi in campis neceſſaria eſt apud nos.

Sit igitur delineandum Munimentum regulare Hexagonum ſeu ſex laterum, angulorum, ac propugnaculorum.

Iconiſ. XXIV. Fig. 506. I. Conſtrue ſcalam K L, cujus ſingulæ partes æquales K I, I N, N O, &c. 100 pedes ſignificent, particulæ verò æquales K E, E F, &c. ſignificent 10 pedes, & quælibet in alias decem ſubdiviſa intelligatur.

II. In tabula ſecunda quære in columna A tranſverſali numerum VI, numerum nimirum qui indicat Polygonum ſex angulorum & laterum; & juxta numeros in perpendiculari columna ſubjectos operare ut ſequitur. Nimirum

III. Pro radio ſeu ſemidiametro Hexagoni quære in columna tranſverſali B, ſub numero VI, numerum 713. 4. 8. 6. & ſume circino ex ſcala K L pedes 713. $\frac{4}{10}$, $\frac{8}{100}$, $\frac{6}{1000}$, atque ex A centro deſcribe circulum occultum. Deinde pro latere Polygoni (quod in Hexagono æquale eſt radio) quære in columna C ſub numero VI numerum lateri Hexagoni competentem (qui in caſu noſtro eſt idem cum præcedenti) & ſume totidem pedes circino ex ſcala, ac circulo inſcribe latera B B.

IV. Pro collo in columna tranſverſali D quære ſub numero VI, numerum collo competentem, nim. 116. 7. 9. 3. & ex ſcala ſume circino pedes 116. $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{100}$, $\frac{3}{1000}$, atque hos, circini pede uno fixo in punctis B, abſcinde utrimque in orbem ex lateribus figuræ, ſintque B D.

V. Pro alis propugnaculi quære in columna E, ſub numero VI, numerum alæ propugnaculi competentem, nim. 90, & ex ſcala K L ſume circino eosdem pedes, eoſque ex punctis D in orbem perpendiculariter erige, ſintque D G.

VI. Pro lineis capitalibus quære in columna F numerum 209. 9. 7. 6, capitali lineæ competentem, & ex ſcala ſume pedes 209, $\frac{9}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{6}{1000}$, eaſque ex ſemidiametris A B protractis abſcinde, ſintque B H.

VII. Denique jungantur puncta H G, & protrahantur uſque ad O; eritque Munimenti hexagoni delineatio perfecta, in qua rectæ H O ſunt Defenſio ſtringens, rectæ H D Defenſio figens, D D cortina, O D alæ cortinæ.

Annotatio I.

SI ex data linea velut ex radio ſeu ſemidiametro delineanda ſit Munitio ſexangularis (& eadem eſt ratio de aliis) in charta, quære in columna B, ſub numero VI, numerum 713. 4. 8. 6. & ex data linea fac ſcalam pedum 713. $\frac{4}{10}$, $\frac{8}{100}$, $\frac{6}{1000}$, atque eàdem lineâ velut radio deſcribe circulum occultum, ac procedent priùs; & habebis quod petitur.

Annotatio II.

ALITER, ET UNIVERSALIUS.

SI data ſemidiameter pro polygono aliquo cum ſuis lineis delineando, v. gr. pro hexagono, ſit minor aut major quam ſemidiameter Tabulæ noſtræ, hoc eſt, contineat pauciores aut plures pedes, quam in Tabula præſcribuntur, aſſumatur ſemidiameter è Tabula, & per Regulam proportionum inquiratur magnitudo omnium reliquarum linearum, dicendo: ut ſemidiameter in Tabula adſignata, nempe 713, &c. ad ſuum latus polygoni, collum, alam propugnaculi, lineam capitalem, &c. in Tabula præſcripta, ita ſemidiameter data, v. g. 600. pedum, ad ſuum latus polygoni, collum, alam, &c. Numeri inventi notentur; & cum illis procedatur ut dictum.

CAPUT VI.

Munimentum regulare abſque præſidio Tabulæ delineare.

MOdus ſuperiori capite non minus accuratus eſt, quàm facilis, ac proinde quantum fieri poteſt adhibendus, præſertim in delineandis Munitionibus majoribus ac durabilibus. Si tamen in promptu non ſit tabula, procedi poteſt hoc pacto. *Munitionem delineare ſine tabulis.*

I. Deſcribe polygonum regulare petitum, v. g. hexagonum ut antea, cum ſuis etiam diametris extra figuram productis, ejuſque latus unum B B quintiſeca, eritque $\frac{1}{5}$, ſcil. B D, collum propugnaculi. *Iconiſ. XXV. Fig. 507.*

II. Unam harum quinque partium, v. g. D K, ſeca in 10. partes æquales, & ex iis ſume partes unitate plures numero laterū figuræ datæ, nempe in caſu noſtro partes ſeptem. Hæ ex D erectæ normaliter, dabunt alam propugnaculi, quæ ſit D F.

III. Cortinam D D, quæ eſt $\frac{3}{5}$ totius lateris B B, biſeca in G, & ex G per F duc rectam G F E, donec occurrat radio A B producto, in E. Erit E F facies propugnaculi, E G Defenſio ſtringens. Eadem conſtructio continuetur in orbem, & delineata erit Munitio petita.

Qui angulum propugnaculi volet obtuſiorē, id obtinebit alam cortinæ faciendo minorē, non mutatâ ala propugnaculi. Qui volet rectum, ita operetur. Deſcribat figuram quæſitam, & unum latus quintiſecet, ſitq; una quinta D B, pro collo,

 altera

altera verò quinta D K pro ala cortinæ, atque ex K ad AB ducatur normalis KRT, quæ biſecabitur in puncto R, è quo velut centro fiat ſuper K R T ſemicirculus, qui ſecabit AE in H. Junguntur TH, KH, eritque angulus K H T rectus, *per 31. Tertii Euclid.* Quòd ſi propugnaculum ſit nimis parvum, ſumatur minus quàm una quinta pro ala cortinæ, v. g. $\frac{1}{6}$, & reliqua operatio fiat eodem modo.

Hic modus eſt longè facilior quàm varii aliorum modi plerumque valde intricati.

CAPUT VII.

Caſtella minora ſeu campeſtria, ut vocant, delineare ſine Tabula.

Caſtella Campeſtria delineare ſine tabulis. Hla opus eſt in campis, & obſidionibus, ubi nempe ad tempus tantùm permanere debent. Serviunt item defenſioni fluminum, pontium, aquæductuum, &c.

TETRAGONUM.

Vide Iconiſ. XXV. Fig. 508. D*Eſcribendum igitur ſit Tetragonum ſeu Quadratum munimentum minus.*

I. Deſcribe quadratum, cum ſuis diametris productis extra latera quadrati. Latus unum BB quintiſeca, ſitque $\frac{1}{5}$ BD pro collo, $\frac{3}{5}$ D D pro cortina. Ex diametro producto ſume B F æqualem duabus quintis lateris B B, & junge FD.

II. Ex D erige normales occurrentes ipſi FD in E. Erunt D E alæ, FE facies propugnaculorum. In hâc conſtructione ala D E erit $\frac{1}{4}$ cortinæ, facies FE $\frac{2}{5}$ lateris BB.

PENTAGONUM.

Vide Iconiſ. XXV. Fig. 508. & cogita eſſe Pentagonum D*Eſcribendum ſit iterum Pentagonum minus.*

I. Deſcribe pentagonum cum ſuis diametris, & unum latus quintiſeca: eritque $\frac{1}{5}$ collum DB; Ala quoque propugnaculi DE erit $\frac{1}{5}$ normaliter ex D erecta, & $\frac{3}{5}$ dabunt cortinam DD.

II. Cortinam DD quintiſeca; & $\frac{2}{5}$ ipſius dabunt capitalem BF, rectæ verò EF dabunt facies propugnaculi. Eodem modo in orbem operare.

Si caſtellum minus hexagonum volueris, eodem modo operare ut in quadrato, eò ſolum mutato, quòd pro linea capitali BF ſumi debeant $\frac{2}{5}$ cortinæ BB.

Annotatio.

IN hiſce minoribus Munimentis illud univerſim obſerva, ut latus figuræ non ſit minus ſepedibus, quòd alioquin nimis anguſta eſſet defenſio.

Inter hæc minora Munimenta maximus uſus quadrati, rarior pentagoni, rariſſimus hexagoni integri. Dimidium tamen aliquando fluminibus & pontibus cuſtodiendis adhibetur. Parum etiam in his curatur ut alæ in cortina habeant, eò quòd propugnacula ſint viciniſſima, ob totius operis parvitatem: ac majorem, quàm fieri ſolet in majoribus, ad planum areis habeant proportionem, adeoque militem capiant qui defenſioni ſufficiat.

PARS II.

De regularium Munimentorum Orthographia.

Munimentorum Orthographia. M*Unimenti orthographia, ut diximus ſuprà initio Partis I. eſt valli, foſſæ, & aliarum ejus partium plano verticali diſſectarum repræſentatio. Ab aliis vocatur valli, foſſa, &c. ſectio, ſeu interſectio, ab Italis* Profilo, *à Gallis* Profil, *à Germanis Durchſchnitt, eò quòd ſi plano aliquo verticali ſecarentur dictæ partes ab intima uſque ad extimam, talis reſultaret figura, qualem orthographica deſcriptio exhibet.*

CAPUT VIII.

De partibus Munimenti regularis, earumque appellatione.

Munitionum partes orthographica. PArtes ad Munitioné regularem ſpectantes, & orthographica deſcriptione exhiberi ſolitæ, ſunt vallum cum ſuo ſcamno & thorace, ſuccinctus valli cum ſuo ſimiliter ſcamno & thorace, foſſa cum ſua ſcarpa & contraſcarpa (ſic vocant,) via operta cum thorace ſuo, & ſi quæ ſunt aliæ. Has omnes appoſita figura exhibet, in qua

A B C D E F eſt vallum cum ſua lorica ſeu thorace, & ſcamno ſeu ſuppedaneo. Vallum Itali vocant *Terrapieno*, Galli *Rempart*, Germani Wall. *Iconiſ. XXVI. Fig. 509.*

AB eſt pes ſeu baſis valli, & latitudo ejus inferior, Italis *Baſe del terrapieno*, Gall. *Pied ou Baſe du rempart*, Germ. Anlag, Grundt, oder Fus des Walls.

AF eſt acclivitas interior valli, Itali *Scarpa del terrapieno di dentro*; Gall. *Talud interne du rempart, Le penchant ou La montée interieure du rempart*, Germ. des Walls innere Auffdachung, oder innerliche Böſchung.

BC eſt acclivitas exterior valli, *Scarpa del terrapieno di fuori, Talud externe, Le penchant ou La montée exterieure du rempart*, Germ. des Walls euſſere Auffdachung, oder euſſer Böſchung.

GF & HC eſt altitudo valli, *Altezza del terrapieno, Hauteur du rempart*, Höhe des Walls.

A G & H B eſt menſura acclivitatis ſeu inclinationis internæ & externæ, *La miſura della ſcarpa di dentro e di fuori dal terrapieno, Le miſure du talud interieure & exterieure du rempart*; die Mas der innern und euſſern Auffdachung des Walls.

IYEC eſt Lorica ſeu thorax valli, *Parrapetto del rempart*, Bruſt-Wehr des Walls.

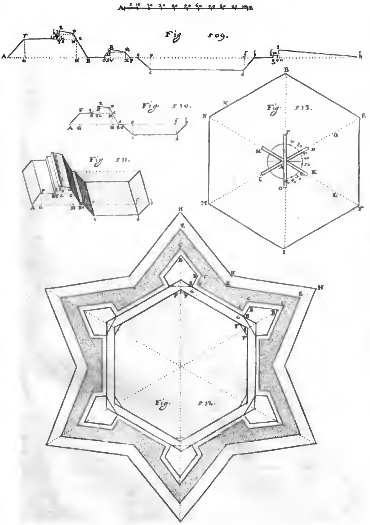
IK eſt ſcamnum ſeu ſuppedaneum loricæ, *Banco ò Banchetto, Banquette*, Banck.

Y C eſt pes ſeu baſis loricæ, & latitudo ejus inferior, *La baſe ò groſſezza inferiore del parapetto, Baſe du parapet*, Anlag, Grundt, oder Fus der Bruſt-Wehr.

ZD eſt latitudo ſuperior loricæ, *La latitudine ò groſſezza ſuperiore del parapetto, Sommet du parapet, Son eſpeſſeur en haut*; Obere Breite der Bruſtwehr.

VE eſt

Iconismus XXVI. *ponatur è reg. pag. 493.*



V E eſt loricæ aeclivitas interior, *La ſcarpa interiore del parapette*, *Talud interieur du parapet*, inherè Auffdachung der Bruſt-Wehr.

C.D eſt loricæ aeclivitas exterior, *Là ſcarpa eſteriore del parapette*, *Talud exterieur du parapet*, euſſere Auffdachung der Bruſt-Wehr.

MD & LZ eſt altitudo loricæ, *Altezza del parapetto*, *Hauteur du parapet*, Hôhe der Bruſt-Wehr.

FI eſt ambulacrum valli ſuperius, *Piazza ò ſtrada ſuperiore del terrap enno*, *Le plan*, *ou Chemin du rempart*, oberer Wallgang.

BO eſt Succinctus valli, ſeu Ambulacrum valli inferius, *Piazza ò ſtrada inferiore del terrapieno*, *Chemin des rondes*, unterer Wallgang.

ORSQP eſt Lorica promuralis, Antemurale, *Parapette inferiore del terrapiene*, *Parapet des rondes*, *ou La fauſſe braye*, unter Bruſt-Wehr des Walls. Hæc vocatur etiam Lorica horizontalis.

OT eſt ſcamnum loricæ inferioris, SR aeclivitas ejus interior, QP acclivitas exterior, SP baſis ſeu latitudo inferior, Q*b* latitudo ſuperior, V*b* & XQ altitudo, SV menſura aeclivitatis interioris, XP menſura aeclivitatis exterioris.

P*a* eſt Margo interior foſſæ, *Margine interiore della foſſa*, *Liſiere, Berne, Relais*, der Randt des Grabens.

acdb foſſa, *La foſſa*, *Le foſſe*, der Grabe. *ab* Foſſæ latitudo ſuperior, *cd* latitudo inferior, *ec* & *fd* profunditas.

ac Declivitas interior foſſæ, ſive Tunica, *La ſcarpa della foſſa*, *Eſcarpe du foſſe*, des Grabens Niederdachung gegen der Feſtung.

bd Declivitas exterior foſſæ, *La Contraſcarpa della foſſa*, *Contreſcarpe du foſſe*, des Grabens Niederdachung gegen dem Feldt.

ac & *fb* eſt menſura declivitatum prædictarum.

bg eſt Margo exterior foſſæ, ſeu Via cooperta, *Margine eſteriore della foſſa*, *è ſtrada coperta*, *Corridore*, *Chemin convert*, Grabens-Lauff, bedeckter Weg.

gih eſt Lorica viæ coopertæ, ſeu Lorica ſuburbana, *lm* ejus ſcabellum ſeu ſcamnum, *os* aeclivitas interior, *eh* baſis, *ns* altitudo. *Il parapetto e bancho &c. della ſtrada coperta*, *Parapet & banq &c. du Chemin couvert l'Eſplanade*, des bedeckten Wegs-Bruſt-Wehr, &c.

CAPUT IX.

De prædictarum Munimenti partium menſura.

Munitionum regularium menſura.

CIrca menſuram prædictarum Munimenti partium, quæ ſunt præcipuè altitudo & latitudo, varii varia ſtatuunt. Omnes tamen conveniunt, non unam atque eandem eſſe pro omnibus Munitionibus menſuram, ſed aliam pro majoribus, aliam pro minoribus. Ego ex optimis Auctoribus, atque ex ipſa Belliducum experientia, ſtatuo ſequentia.

I. Valli altitudo, latitudo, & acclivitas.

VAllum nec nimis altum ſit, nec nimis humile: nam ſi valde altum eſt, hoſtem tegit propiùs accedentem, ſi valde humile, non protegit defenſores, præſertim ſi loco non nihil elevato hoſtis conſiſtat. Quare ſit mediocris altitudo ejus, varia tamen in variis polygonis, prout ſequens tabola docet; & quod decedit altitudini, accreſcat latitudini. Latitudo etiam valli varia ſit in diverſis polygonis: ſuperior tamen nunquam ſit minor 30 pedibus, nec major 60, quòd illa vim tormentorum non ſuſtineat, nec militibus ordinatim ultrò citròque commeantibus locum præſtet; hæc verò expenſas nimias requirat. Aeclivitas interior ſemper ſit æqualis altitudini valli, ut miles commodè undequaque poſſit aſcendere, & ut ſtructura ſit firmior. Aeclivitatem exteriorem alii faciunt æqualem altitudini, alii duabus tertiis altitudinis, alii altitudinis dimidio. Determinatio dependet à conditione materiæ: ſi enim terra ſit arenuſa, quæ facile decidat, locum habet prima opinio; ſi ſirma & ſaxoſa, valet ſecunda, vel tertia.

II. Loricæ ſuperioris altitudo, latitudo, & acclivitas.

VAllo extructo lorica imponitur, cujus altitudo interior eſt pedum 6, æqualis juſtæ hominis ſtaturæ; exterior pedum 4, ut habeatur inclinatio. Craſſitudo ſeu latitudo loricæ ſuperior & inferior proportionari debet Munimenti magnitudini, ut docet tabula: ordinariè tamen ea eſt, quæ tormento bellico eſt impervia; quanquam negligi ea etiam ſæpe ſoleat, quòd eâ poſitâ difficile ſit ita loricam inclinare ſecundum lineam ED, ut hoſtes ad vallum accedentes detegi poſſint. Aeclivitas loricæ interior ſemper unius eſt pedis; exterior CM eandem ſemper habet rationem ad MD, quam acclivitas exterior valli BH habet ad HC. Quando igitur aeclivitas valli exterior eſt dimidium altitudinis ipſius, erit quoque acclivitas loricæ dimidium altitudinis ipſius &c. Scabellum IK loricæ ſit latum pedes 3, altum pedem 1½.

III. Lorica inferior valli.

EAdem cum lorica ſuperiore habet omnia. Hæc frequenter non adhibetur in Munitionibus, ad vitandas fortaſſis expenſas. Ingens tamen ejus eſt non modò utilitas, ſed etiam neceſſitas: ſit enim ſubinde ut tam propè accedat hoſtis, ut ipſa cum valli altitudo tegat, & foſſam ſine magno ſuo periculo ſuperet. Aliqui volunt, hanc loricam ſuperiori altiorem fieri debere, ut ex ea non tantum foſſa, ſed & lorica foſſæ, & ſi quæ ſunt alia opera exteriora, defendi poſſint. Verùm hæc ſatis ex vallo defenduntur, defenſio autem foſſæ eò melior & certior eſt, quo ictus magis ſunt horizontales.

IV. Margo foſſæ.

MArgo foſſæ ſex pedes habeat in latitudine, nè terra in foſſam recidat.

V. Foſſa.

QVò profundior, & latior, eò melior. Profunditas tamen 10, aut 12 pedum videtur ſufficere. Latitudo pro diverſitate Munimentorum eſt varia, & uſque ad Munimentum decem propugnaculorum non ſolet 132 pedes excedere.

Tabu-

Tabula Orthographica pro Monimentis majoribus.

In Munimento laterum	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
Valli altitudo interior A B,	45.	60.	66.	72.	78.	84.
Valli acclivitas interior A G	12.	14.	15.	16.	18.	18.
Valli acclivitas exterior B H	6.	7.	7½.	8.	9.	9.
Valli altitudo G F	12.	14.	15.	16.	18.	18.
Valli latitudo ſuperior F C	36.	39.	43½.	48.	51.	57.
Valli ambulacrum F I	21.	22.	25½.	27.	28.	30.
Loricæ latitudo inferior Y C	12.	14.	15.	18.	20.	24.
Scabelli latitudo I K	3.	3.	3.	3.	3.	3.
Scabelli altitudo I *b*	1½.	1½.	1½.	1½.	1½.	1½
Loricæ altitudo interior Y E	6.	8.	6.	6.	6.	6.
Loricæ altitudo exterior D M	4.	4.	4.	4.	4.	4.
Loricæ acclivitas interior S V	1.	1.	1.	1.	1.	1.
Loricæ acclivitas exterior M C	2.	2.	2.	2.	2.	2.
Loricæ latitudo ſuperior D Z	9.	11.	12.	15.	21.	12.
Via recta B O	22.	15.	15.	17.	21.	21.

Lorica valli inferior, ſeu falſa braya, eodem modo quoad omnia fit, quo lorica ſuperior.

Margo P *a*	6.	6.	6.	6.	6.	6.
Foſſæ latitodo *a b*	72.	84.	96.	108.	120.	132.
Foſſæ declivitas *a e* & *f b*	10.	10.	10.	12.	12.	12.
Via recta poſt foſſam *b g*	12.	15.	15.	17.	21.	21.
Foſſæ profunditas *e c*	10.	10	10.	12.	12.	12.
Baſis Loricæ poſt foſſam *g h.*	69.	69.	69	70.	74.	79.

Loricæ poſt foſſam ſcabellum & altitudo eſt ut ſupra.

Diſputant Polemici; num expediat foſſam eſſe ſiccam, an aqua plenam. Et prior quidem opinio rationes habet non inidoneas: Solet tamen præferri: ut debet, poſterior, quòd hoſtia magis remoretur foſſa aquis plena, quàm ſicca.

VI.

Via cooperta.

HAbeat latitudinem in Tabula expreſſam. Loricæ poſt foſſam eadem habet quæ ſuperior. Ejus inclinatio talis ſit, ut ex vallo ſclopetis radi poſſit. Declivitas ſolet deſinere in planum horizontale. Hanc poſtremam loricam quidam minori foſſa cingunt, quæ quamvis neceſſaria non ſit, quin tamen Munimenti robur augeat, non eſt dubium. Cætera patent ex Tabula. Sed modum ſecundùm Tabulam procedendi, in Orthographica Munimentorum deſcriptione, monſtremus exemplo.

CAPUT X.

Munimentum quodcunq; orthographice ex præcedenti Tabula deſcribere.

SIt deſcribendum Munimentorum quotcunque laterum, v.g. hexagonum. I. Fiat ſcala A B centum & amplius pedum, cujus pars A C ſubdividatur in 10 æquales particulas. Debet autem ſcala proportionari magnitudini; quod fiet, ſi ſcalæ longitudo ſit ⅓ latitudinis chartæ. *Orthographice Munimentis deſcribere.* Iconiſm. XXVI. Fig. 509.

II. Du-

II. Ducatur recta linea A *b*, quæ dicatur horizontalis, & quæratur in Tabula columna orthographiæ Hexagoni, illa nimirum columna, cui in vertice adſcriptus eſt numerus VI. Juxta hanc columnam ſi procedas, habebis intentum. Sic autem procedes. Primò pro latitudine inferiori valli accipe circino ex ſcala 66 pedes, eoſque transfer in lineam horizontalem A*b*, ab A uſque in B. Deinde pro acclivitate interiori A G accipe ex eadem ſcala 15. pedes, pro acclivitate verò exteriori H B 7½ pedes, eoſque transfer in eandem horizontalem ab A in G, & à B in H. Tum ex G & H erige normaliter 15 pedes G F, H C, ſumptos ex ſcala, pro altitudine valli, & junge rectas A F, F C, C B, eritque vallum deſcriptum. Eodem prorſus modo deſcribes reliquas partes ex eadem Tabula. Orthographiam ſimul cum Schenographia exhibet Figura 511.

Iconiſ. XXVI. Fig. 511.

CAPUT XI.

Orthographiam Munimenti minoris ſeu Caſtelli deſcribere ex ſequenti Tabula.

INter minora ſeu campeſtria Caſtella pro ratione loci & temporis unum altero fortius eſt. Nos loco prolixioris diſcurſus tres proponimus Tabulas, A, B, C, quarum præſidio deſcribi poſſunt tria Caſtellorum geoera eodem proſus modo, qoo in præcedenti capite deſcripſimus majora Munimenta. Columna prima A orthographiam Caſtellorom, quorum 10 obſidionibus uſus eſt, docet: altera B eſt pro Caſtellis quæ iis locis exſtruuntur, ubi major eſt hoſtium vis: tertia pro Caſtellis quæ perpetuò manere debent. Sequitur Tabula.

Orthographiam Munimenti minoris deſcribere.

Iconiſ. XXXI. Fig. 510.

Tabula Orthographica pro minoribus Munimentis.

Valli altitudo interior A B,	24.	31.	40.
Valli acclivitas exterior B H	2.	3.	4.
Valli acclivitas interior A G	4.	6.	8.
Valli altitudo G F	4.	6.	8.
Valli latitudo ſuperior F C	18.	23.	28.
Valli ambulacrum F B	7.	10.	12.
Loricæ latitudo inferior Y C	8.	10.	12.
Scabelli latitudo I K	3.	3.	3.
Scabelli altitudo B I	1½.	1½.	1½.
Loricæ altitudo interior YL	1.	1.	1.
Loricæ acclivitas exterior C M	2.	2.	2.
Loricæ altitudo interior L E	6.	6.	6.
Loricæ altitudo exterior D M	4.	4.	4.
Loricæ latitudo ſuperior D Z	5.	7.	9.
Margo B O	3.	3.	3.
Foſſæ latitudo *a b*	30.	36.	54.
Foſſæ declivitas *ae* & *bf*.	6.	6.	8.
Foſſæ profunditas *ec*.	6.	6.	8.
.	A.	B.	C.

Harum igitur Tabularum ſubſidio deſcribes orthographicè tria dicta Caſtellorum genera eodem prorſus modo, quo capite præcedenti majora, ſi nimirum facias ſcalam A B, horizontalem A*b*, & reliqua præſtes ut ſuprà.

PARS III.

De regularium Munimentorum Ichnographia.

Ichnographia Munitionum.

ICHnographia Munimentorum quid ſit, diximus ſuprà initio Partis I. De hac nunc agimus breviſſimè &, praxin totam oſtendimus unico exemplo.

CAPUT XII.

Ichnographiam cujuſcunque Munimenti regularis deſcribere.

I. DElinea praxi tradita ſuprà c. 5. vel. 7. Munimentū quodvis, v.g. hexagonū BBBB. Iconiſ. XXVI.

II. Quæ- Fig. 512.

II. Quære in Tabula Orthographica Capitis 9 latitudinem valli inferiorem hexagoni, reperies 66 pedes: ſume ergo circino ex ſcala totpedum pedes 66, atque hac diſtantia circiter ab ambitu exterior. BBBB introrſum verſus duc parallelas FFF, quæ vel coëant in punctis I, vel jungantur lineolâ FF, eritque ſpatium intermedium GGG veſtigium valli.

III. In Tabula capitis 9. prædicti quære viam rectam, ſcabellum, & latitudinem interiorem loricæ horizontalis: reperies numeros 15, 3, 15, quos conſla in unam ſummam, & habebis 33, ſume ergo iterum circino ex ſcala pedes 33, atque hac diſtantia duc circumquaque rectas CCC, parallelas rectis BBB, & habebis veſtigia viæ rectæ, ſcabelli, & loricæ interioris, ſeu fauſſæ brayæ.

IV. Ex Tabula prædicta ſume latitudinem foſſæ, quæ in hexagono eſt pedum 96, atque hanc diſtantiam circino ex ſcala acceptam duc rectas EEE, parallelas ad CCC, & habebis veſtigium foſſæ.

V. In tabula quære viam rectam poſt foſſam, ſcabellum, & baſim loricæ extimæ, invenies numeros 15, 3, 69, quos ſi confles, habes 87, ex ſcala igitur ſume pedes 87, atq; hac diſtantia duc rectas HHH, parallelas ad EEE, & habebis veſtigium viæ rectæ, ſcabelli, & loricæ poſt foſſam.

Annotatio.

Quod ſi minores Munimenti ſeu Caſtelli ichnographiam deſideres, procede eodem modo, ſed ex Tabula capitis undecimo. Hæc breviter inſinuaſſe ſufficiat, quæ alii fusè proſequuntur.

PARS IV.

De praxi exſtruendi Munimenta regularia in campo.

Qui Munimenta in campo exſtruere deſiderat, delineet illa primùm in charta, deinde in campo. Ad hoc ſecundum opus eſt Inſtrumento aliquo Geometrico. Inter omnia facillimum ac jucundiſſimum habet uſum Pantométrum noſtrum Kircherianum, de quo lib. 6. egimus, ubi etiam Propoſit. ultima docuimus modum delineandi in campis Munitionum ichnographiam. Commodus etiam eſt circulus, aut ſemicirculus, aut Quadrans Geometricus (de quo eodem lib. 6.) in gradus diviſus, & regula dioptrica centro affixa inſtructus. Qui inſtrumentis caret, uti poterit ſimplici tabella loco Pantometri, ut dicemus.

CAPUT XIII.

Quamcunque figuram regularem in dato campi loco delineare.

Munitionem in campo delineare. Delineandum ſit in dato campi loco Pentagonũ, & accedi poſſit ad centrum loci, ubi inſtaruendum eſt centrum figuræ delineandæ. Utere methodo præſcripta lo. cit. Propoſit. ultima. Si Pantometro careas, adhibe ſimplicem tabulam pedi ſuo impoſitam, eique adglutina Pentagonum in charta delineatum, ſingulisque lineis ſuppone regulam cum dioptris. Ingenioſus Tyro rem facilè intelliget.

Si circulo, aut ſemicirculo, aut Quadrante etiam Geometrico uti placet, ſic procede. Sit delineandum Hexagonum in campo, quod antea in charta delineavimus.

I. Conſtitue te in centru loci, in quo figura eſt delineanda, v. g. in A, ibique fige pedem inſtrumenti, & pedi impone Semicirculum (aut Quadrantem, &c.) ita ut planum ejus ſit horizonti parallelum. Deinde verſus eam partem, ubi angulorum aliquem figuræ vis eſſe, v. g. verſus B, metire d[illegible] lineam AB tantam, quantam cupis ſemidiametrum eſſe figuræ, nim. in caſu noſtro pedes 713, quod fiet, ſi funem ex A in B extendas & diſtantiam inter A & B menſura aliqua in pedes diviſa metiaris. Icon. VI. Fig. 13.

II. Fixo baculo in B, reſpice per diopteras lateris OP in B, & immoto manente inſtrumento quære in Tabula capitis 5. angulum centri figuræ quam delineas, qui in Hexagono eſt 30 graduum poſitaque regula dioptrica CAD ſupra 30.mum gradum inſtrumenti, reſpice verſus G & E, & fixo inter G & E baculo, metire ut antea ab A uſque ad E pedes 713, & relinque alium baculum in E.

III. Move regulam diopricam CD in HK ad gradum uſque 60um (ſi Semicirculo uteris) & per dioptram ipſius reſpice ut priùs verſus L & F, atque ab A uſque ad F metire pedes 713, relicto alio baculo in F. Eodem modo procedes in orbem, figendo baculum in I, in M, in N, &c. donec tot baculos fixeris æqualiter ab A diſtantes, quot angulos habet figura quam delineare cupis. Si Quadrante uteris, debes illum poſt primam aut ſecundam operationem movere in orbem, & per diopteras lateris reſpicere in E, per dioptras verò regulæ diopricæ in F; &c.

IV. Signa junge lineis rectis BE, EF, FI, IM, MN, NB, & habebis figuram quæſitam in campu delineatam.

Quòd ſi ad centrum loci acceſſus non pateat, ita operare per Circulum, aut Semicirculum. *Primò* fac in terra lineam BE tantam, quantum vis eſſe figuræ latus, nempe in caſu poſito pedum ſimiliter 713. *Secundò* fixis baculis in B & E, & conſtituto Inſtrumento horizontaliter ſuper baculum B, & ſuper pedem ſuum fixum in B, ita ut per dioptras lateris OP videri poſſit baculus E, quære ex Tabula capitis 5. angulum polygoni quod delineare vis, qui in caſu noſtro eſt grad. 120, ac regulam diopricam CD ſtatue ſupra gradum 120 inſtrumenti, perque ejus dioptras reſpice verſus X & N, atque ex B uſque ad N metire longitudinem BN æqualem lineæ BE, & fixo baculo ſigna punctum N. *Tertiò* transfer Inſtrumentum in N, & per latus reſp[illegible] B, per regulam poſitam ſupra grad. 120 reſpice in M, & metire NM æqualem rectæ BN. Sic [illegible] reperies & ſignabis reliqua puncta I, F, quæ ſi rectis lineis in terra factis conjungas, de[illegible] erit figura quæſita.

Simili modo operaberis per Pantometrum aut aſſerculum, quando ad centrum A accedi non poteſt. Sit [illegible] ſuper planum Pantometri, aut aſſerculi, delineatum Hexagonum BEFIMN. Colloca Inſtrumentum in B, & poſito Curſore aut regula primo ſupra BE, & [illegible] verſus E ſignum a[illegible] quod in campo, ſit recta BE 713 pedum: transfer deinde inſtrumentum in N, in M, in I, in F, & operare ut antea

CA-

CAPUT XIV.

Quodvis Munimentum regulare in campo exſtruere.

Munitiones in campo exſtruere.

I. MUnimentum in campo exſtructurus habeat in charta ichnographiam juxta modum jam traditum cap. 12. ſingularum partium proportione adſcripta per numeros pedum ex tabula capitis 9 ſumptos.

II. Delineet in campo figuram illam regularem quam in charta habet, juxta modum capite præced. traditum.

III. Ex lateribus figuræ delineatæ abſcindat lineas colli tot pedum, quot charta monſtrat, ea quarum extremis punctis erigat normales tot pedum, quot rurſus habet in charta, atque ita habebit alas, & cortinam.

IV. Ductis dein ex Munimenti centro, ſinium præſidin, ſemidiametris per ſingulos angulos figuræ, eaque ultra figuram protractis abſcindet lineas capitales tot pedũ, quot habet charta; tum connectat extremitates linearum capitalium & alarum, & habebit propugnaculorum extimas lineas.

V. Quòd ſi ad centrum Munimenti non poſſit accedere, ad ſemidiametros ducendas, biſecet angulos circumferentiæ, rectæ lineæ enim illas biſecantes, ſunt ſemidiametri. In lineis itaque biſecantib. ultra figuram protractis abſcindat lineas capitales.

VI. Reliquas ichnographiæ partes, juxta proportionem quam habet in charta, ſimili modo in terra delineet.

Denique abſoluta ichnographia, ſingulas Munimenti partes jubeat aggeſta terra aſſurgere eo ordine ac proportione tum latitudinis, tum altitudinis, quam orthographicum prototypum in charta expreſſum monſtrat.

PARS V.

De operibus externis Munimentorum.

Munitionum operæ externæ

INter opera externa, quæ adhibentur ad hoſtem longiùs à Munitione arcendum, præcipua ſunt Ravelinus, Semiluna, Opus cornutum, Opus coronatum, Forceps. De ſingulis breviter tractabimus.

CAPUT XV.

De Parmulis ſeu Ravelinis.

Munimentorum parmula ſeu ravelini.

PArmula, ſeu Ravelinus, ſic dictus à Gallica voce *Ravelin*; eſt moles terrea, ferè ſimilis propugnaculo, à cortinis abſciſſa. Solet conſtitui è adverſo cortinæ mediæ inter utrumque propugnaculum, ſic ut inter ipſum & cortinam tota latitudo Foſſæ interjaceat. Sua denique peculiari foſſa verſus hoſtem cingitur, ut inſtar Inſulæ aquis undique circumdetur, unde & Inſula vocari ſolet. Non deſunt qui Ravelinum tanquam inutilem, & ſubinde etiam damnoſum rejiciant. Rationes illorum ſunt, quòd ipſi difficulter ſuccurri poſſit, quòd interceptus ab hoſte, in nocumentum Munitionis convertatur. Sed ad primum reſpondeo, pontibus & naviculis emiſſitiis ſuccurri poſſe. Ad ſecundum dico, eum poſſe cuniculo deſtrui, cùm eſt neceſſarium. Et verò tota adhuc foſſæ latitudo interjacet. Demum ipſo uſu compertum eſt quantum valeat ad hoſtem retardandum. Sanè in Sylvæducenſi obſidione ſimile opus hoſti plurimùm negotii faceſſiviſſe fertur.

Parmulæ ſeu Ravelini conſtructio diverſis fit modis. *Primus modus eſt.* Centris A & B in terminis cortinæ, intervallo ipſius cortinæ, deſcribe duos arcus ſe ſecantes in E, & ex C ac D terminis alarum duc rectas C E, D E, & foſſæ margines produc, dum ſibi occurrant in H, & habebis Ravelinum F E G H, cujus linea capitalis eſt E H, quæ producta normaliter biſecat cortinã in S, facies E F, & E G, collum F H, & G H. *Parmularum ſeu Ravelinorum conſtructio.* *Iconiſm. XXVII. Fig. 514.*

Secundus modus eſt. Lineas colli A R, B Z, biſeca in O & P, atque ex O & P, per C & D terminos alarum duc rectas, ſe ſecantes in E, & foſſæ margines protrahe ut priùs, & habebis Parmulã.

Tertius modus eſt. Biſeca cortinam in S, atque ex puncto S duc normalem, cui occurrant margines foſſæ in H, atque ex normali à puncto H abſcinde H E ¾ faciei T C, tum ex puncto E, ad C & D duc rectas occurrentes margini foſſæ in F & G, & habebis rurſum quæſitam Parmulam.

Hæc Ravelinorum forma ſervit Munimentis regularibus.

Pro irregularibus forma conſtructionis accommodanda eſt loco, & fit in his ſubinde, ut Parmulæ alas habere debeant, ut defectum propugnaculorum ſuppleant.

Ravelinorum ichnographiam & orthographiam dabit ſequens Tabula, in qua numerus primæ columnæ eſt pro fortiori, ſecundæ pro minùs forti Munimento. *Tabula pro Ravelinis exſtruendis.*

Tabula ichnographica & orthographica pro Ravelinis.

Valli latitudo inferior.	40.	36.
Valli acclivitas exterior.	3.	2.
Valli acclivitas interior.	6.	4.
Valli latitudo.	6.	4.
Valli latitudo ſuperior.	31.	30.
Loricæ baſis.	18.	15.
Loricæ acclivitas exterior.	2.	2.
Loricæ acclivitas interior.	1.	1.
Loricæ altitudo exterior.	2.	2.
Loricæ altitudo interior.	6.	6.
Loricæ latitudo ſuperior.	15.	12.
Scabelli altitudo.	1½.	1½.
Scabelli latitudo.	3.	3.
Valli ambulacrum.	21.	10.
Margo.	3.	3.
Foſſæ latitudo.	48.	30.
Foſſæ acclivitas exter. & inter.	10.	8.
Foſſæ profunditas.	10.	8.
Foſſæ fundi latitudo.	28.	14.

CAPUT XVI.

De Semi-Lunis.

Semilunæ Munimentorum. SUnt qui confundunt Semi-lunas cum Parmulis ſeu Ravelinis; ſed imperitè: differunt enim à Parmulis, quòd hæ inter duo propugnacula fiant, & alis careant; illæ verò ex adverſo propugnaculi conſtruantur, & habeant alas, ſed ſine vallo & lorica. Dicuntur Semi-lunæ, ſeu Lunæ dimidiatæ (Gallicè, *demy Lunes*) quòd eâ parte, quâ propugnaculum reſpiciunt, inſtar falcatæ Lunæ excavantur in arcum.

Iconſ. XXVII. Fig. 514. Harum conſtructio ita ſe habet. *Primè* producatur linea capitalis ZV, verſus X, & centro V (angulo ſcil. marginis propugnaculum ambientis) deſcribatur arcus *bag* intervallo marginum foſſæ. *Secundò* ex linea capitali abſcindantur $\frac{2}{5}$ faciei PV, incipiendo à puncto *a* uſque ad X, & à puncto X ducatur ad H punctum colli ipſius parmulæ recta XH, ab alterius quoque Parmulæ puncto L ducatur recta XL. *Tertiò* producantur facies propugnaculi, quæ ſecantes arcum in *b* & *g*, & rectas XH, & XL, in *z* & *d*, dabunt Semilunam, cujus facies erunt *z*X, *d*X, alæ *zb*, & *gd*, collum *bag*. Deinde foſſa circumducatur ut monſtrat figura.

Alii paululùm variant conſtructionem, & lineas ex quibus facies Semi-lunæ ſumuntur, ducunt non ex collis Parmularum, ſed ex puncto medio alæ vel colli duorum propugnaculorum circumſtantium. Sed res eòdem ferè recidit.

Inter Opera externa hoc cæteris infirmius eſt, & caret defenſione, ſi ſolum ponatur, non enim defenditur à propugnaculo cui obiicitur, ut patet, à propugnaculis verò vicinis aut vix, aut omnino non, ob nimiam diſtantiam. A Ravelinis tamen defendi poſſunt.

Alæ Semi-lunarum vallo & loricâ carent, ne hoſtes potiti loco, à lateribus ſint tuti.

CAPUT XVII.

De Operibus Cornutis.

Cornuta opera Munitionum. OPus cornutum (Gallicè *Pièce à cornes*, vel *Ouurage à cornes*) eſt Munimenti genus nomen habens à cornibus, quæ duo illius dimidiata propugnacula verſus hoſtem prominentia referunt. Frequens in Belgio uſus eſt, ubi & natum. Conſtructio variat. Unum modum proponam cæteris, ut videtur, meliorem.

Iconiſ. XXVII. Fig. 514. I. Duc duas lineas IE, KF, quæ partes ſint alarum propugnaculorum productarum, ad eam longitudinem, quam via habere Opus cornutum, & junge puncta EF. II. Fac angulos FEG, EFH, graduum 25, & biſeca angulum FEG per rectam EL, ſecantem FH in C. III. Abſcinde ED, æqualem ipſi FC, & junge DC, atque ex punctis D & C duc normales DA, CB, jungeque AB.

Habebis conſtructum Opus quæſitum, cujus facies ſunt ED, FC, alæ DA, CB, cortina AB, lineæ colli AN, BN.

Orthographia & ichnographia eſt ordinariè eadem quæ Parmularum. Vide præcedentem Figuram, & lege quæ ſequuntur.

Muniri ſolent ſubinde Opera cornuta Parmulâ inter duo cornua interjectâ, ſed operis levioris quàm eæ, quæ inter cortinam arcis exſtruuntur. Quin & Opere coronato ſubinde circumducantur, ut Bredæ ab Hollandis eſt factum.

Operum cornutorum latitudo EF ordinariè æqualis eſt cortinæ arcis, latera IE, KF, parallela. Horum longitudinem loci naturæ accommoda. Diſtantia tamen punctorum E & F major non ſit quàm ut commodam ab arce ſeu Munitione defenſionem admittant.

Locus eſt inter duo propugnacula, ſic, ut cortinam tegant. Nunquam ſtatuuntur ex adverſo propugnaculi, quia ob nimiam diſtantiam ægrè defenderentur. Inter cornua & cortinam Operis hujus mediat ſæpe Parmula cum ſua foſſa, item lorica extima. Multum roboris ad Opus cornutum accedit, ſi ſemel aut ſæpius reſcindatur, ut jam non ſimplex, ſed compoſitum evadat.

CAPUT XVIII.

De Coronis ſeu Operibus Coronatis.

MUnitiones illæ exteriores, quæ in medio unum aut plura habent propugnacula, utrimque verò duo dimiata, Coronæ ſive Opera Coronata vocantur, *Gallicè Ouurages à couronnes*, quòd in coronæ ſpeciem arcis partem aliquam cingunt. Fortiora ſunt Operibus Cornutis, & loco majori cingendo apta. Exſtruuntur ex adverſo propugnaculi, & ex adverſo cortinæ. Hoc Opus eſt pars Munimenti regularis, unde & conſtructio ejuſdem conſtructioni regularium eſt ferè ſimilis. Accipe exemplum. *Coronata opera Munitionum.*

Si arcis alicujus propugnaculum EBF, cui Coronam oporteat circumdare. Producatur linea capitalis AB verſus D, & circa eam conſtituatur propugnaculum GDH (per praxin aliquam Parte 1. traditam) cum duobus utrimque dimidiatis Pentagoni regularis, vel Hexagoni, prout ratio loci exiget. Deinde punctis I & K verſus alas arcis ducantur rectæ IM, KL, uſque ad loricam extimam, & habebis Coronam dato propugnaculo circumductam. Iconiſ. XXVII. Fig. 515.

Circa hoc Munimenti genus inſuper *Nota* I. angulos PIM, OKL, non eſſe ſemper dimidiam præcisè partem anguli propugnaculi GDH, quòd latera Coronæ KL, IM, ita duci debeant, ut quàm optimam defenſionem habeant. Curari nihilominus debet, ut non ſint minores 60, nec majores 90 gradibus. II. Propugnacula Coronæ ſolere fieri minora quàm arcis. III. Orthographiam eandem eſſe quæ Parmularum. IV. Latera IM, KL eam habeant longitudinem, ut commodè ex arce defendi poſſint.

Solent Coronæ Operibus Cornutis aliquando præponi, & tunc aliter fit conſtructio earum, quæ tamen ex dictis facilè colligi poteſt.

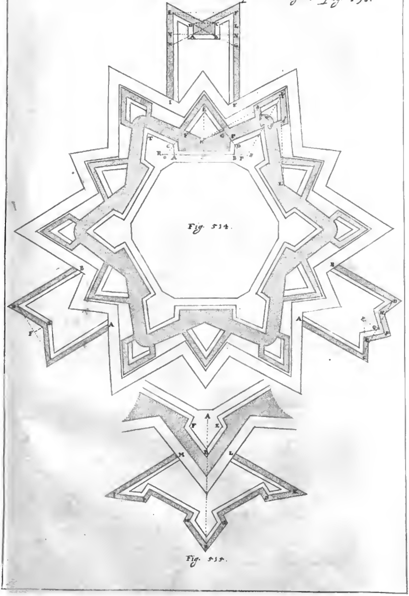
CAPUT XIX.

De Forcipulis & Traverſis.

FOrcipes ſeu Forcipulæ, Gallicè *Tenailles*, cedunt robore Cornutis Operibus, ſed operæ & ſumptus ſunt minoris, quare cùm aut deſunt expenſæ, aut temporis premunt anguſtiæ, omiſſis Cornutis operibus, cortinæ obiiciuntur. Earum duæ ſunt ſpecies, una ſimplex, altera duplex appellatur. *Forcipes Munitionum.*

Sim-

Iconiſmus XXVII. ponatur è regione pag. 498.



Iconiſ. XXVII. Fig 514. Simplex Forcipula ita conſtruitur. Alæ propugnaculorum ultra loricam extimam producuntur, ad minus tamen intervallum quàm in Opere Cornuto, ex iiſque abſcinduntur A C, B D, ejus longitudinis, quam locus exigit. Puncta C & D ſint intra ſclopeti ictum. Ducitur deinde C D, & biſecatur in F, atque inde erigitur normalis F E, æqualis $\frac{1}{4}$ ipſius C D. Tum junctis C E, D E, habebis Forcipulam ſimplicem. Quæ fortior adjecto Ravelino reddi poteſt.

Duplex Forcipula conſtruitur in hunc modũ. Ex alis propugnaculis productis abſcinde rurſus A C, B D, junctamq; C D biſeca in G, & fac normalem G E, æqualem $\frac{1}{4}$ ipſius C D, eamque produc in F ſic, ut G F dimidia ſit ipſius G E. Tum junge C E, D E, eaſque biſeca in K & H. Junctis jam F K, F H, figura A C K F H D B eſt forcipula duplex. Validior eſt ſimplici, quia majorẽ defenſionẽ habeat & ipſa nihilominus Cornutis cedit.

Orthographia utriuſque Forcipulæ eadem eſt quæ Palmularum ſeu Ravelinorum.

Tranſverſa opera Munitionum. Tranſverſa opera, Gallicè *Travers*, appellantur univerſim omnia illa Opera, quæ varius hinc inde in locis raptim conſtruuntur in formam loricarum. Fieri ſolent ad viarum anguſtias, ad ſylvas, ad paludes & loca aquoſa, ac ſimilia. Item in ipſis vallis, ac plateis urbium obſeſſarum, ut

PARS VI.

De Munitionibus Irregularibus.

Munitiones irregulares. *HActenus breviter de Regularibus Munitionib. egimus, nunc eadem brevitate de Irregularib. agendum, quæ regularibus conformari debent, quantum fieri poteſt. Major eſt harum, quàm illarum neceſſitas, quoniam ſæpius urbes jam exſtructas muniri, quam novas Munitiones excitari contingit, quæ tamen urbes ut plurimùm aptæ non ſunt ut regulari Munitione cingantur. Quæ etiã cauſa eſt, ut difficiliores ſint irregulares, quã regulares Munitiones.*

CAPUT XX.

De munitione linearum rectarum.

Munitio irregularis linearum rectarum. LInea recta muniri dicitur, quando ſuper eam exſtruuntur propugnacula. Pro lineæ rectæ munitione inſerviunt ſequentes tres Tabulæ, & prima quidem pro munitione lineæ rectæ Sexanguli, ſecunda pro Octanguli, tertia pro Nonanguli, Decanguli, &c. adhibenda.

Tab.	Cortina	Collum	Ala	Facies	Alæ cortinæ	Defenſio Stringens.	Defenſio, figens.	Angulus propug
I.	480. 0.0.0.	169. 7.0.6.	90. 0.0.0.	240. 0.0.0.	390. 1.0.0.	367. 2.7.9.	699 6.8.9.	90.
II.	480. 0.0.0.	169. 7.0.6.	110. 0.0.0.	240. 0 0.0.	370. 0.0.0.	395. 5.6.8.	707. 3.5.7.	90.
III.	480. 0.0.0	169. 7.0.6	120. 0.0.0	240. 0.0.0	360. 0.0.0	409. 7.0.5	711. 3.7 0	90.

jactis in urbem granatis obſeſſi retro hujuſmodi opera ſecuri ſint ab ictibus.

Data ſit recta linea A H munienda juxta primum modum. Iconſ. XXVIII. Fig. 516. Fac ſcalam 1000 pedum Rhenan. & I. quære in Tabula Ima cortinam, quæ eſt 480 pedum: hos ex ſcala ſumptos abſcinde ex A H, ſintque A B. II. quære in Tabula eadem lineam colli 169 ped. & $\frac{7}{10}, \frac{0}{100}, \frac{6}{1000}$, & ſumptos ex ſcala totidem pedes abſcinde ex B H bis, & ſint B C, C D. III. abſcinde cortinam D E, & bis lineam colli E F, F G, ut priùs, quoties opus eſt. IV. quære alas in Tabula, reperies 90 ped. hos ſumptos ex ſcala erige normaliter B K, D L, E K, G L, ac junge K L, atque ex C & F normales erige C I, F I, ſecantes K L in N, & ſume N I æqualem ipſi B C, ſeu K N. V. Junge K I, L I, & perfecta erit Munitio. Quanta autem poſita hac conſtructione ſit facies, ala, cortina, defenſio ſtringens, & figens, patet ex Tabula. Angulus propugnaculi K I L ſemper eſt rectus, quia K N, N L, N I ſunt æquales ex conſtructione, ac proinde circulus ex N intervallo K N deſcriptus tranſit per I & L, ergo angulus K I L eſt in ſemicirculo, ideoque rectus, *per 31. tertii Eucl.d*

Propugnacula jam exſtructa vocantur plana, *Propugnacula plana quæ ſint.* Gallicè *Plata forme*, non quòd plana ſint, & minimè ſolida, ſed quòd ad rectam & planam lineam ſint conſtituta.

Munitio lineæ rectæ locum habet, cum ripæ fluminum, aggeres, & cortinæ urbium ictum ſclopeti longitudine excedentes, muniri debent. Quando tamen cortinis nimis longis adhibentur, quædam immutanda ſunt, ut poſtea dicetur.

CAPUT XXI.

De munitione locorum quæ habent latera & angulos aptos.

Munitio irregularis locorũ habentiũ angulos & latera apta. ANgulum aptum voco, non minorem 90 gradibus, ineptum, qui eſt minor, quòd ei propugnaculum ſuperſtrui nequeat, niſi cujus angulus ſit minor 90 gradibus, contra Axioma 3. c. 2.

Latus aptum eſt, quod abſciſſis utrimque lineis colli ſecundùm minorem angulum figuræ, minus non eſt 300 pedibus, nec majus 500, minus enim 300 haberet alas cortinæ nimis parvas, majus 500 lineam defenſionis nimis longam. Cùm autem linea colli in regiis munimentis nunquam minor ſit 109 pedibus, neque major 163, ut patet ex Tabula cap. 5. latus aptum nunquam minus eſt 518 pedibus, nec majus 826.

Datus ſit igitur locus irregularis, latera & angulos aptos habens, muniendus. Iconiſm. XXVIII. Fig. 517. Delinea figuram ſimilem in charta, per praxin. lib. 6. Part. 7 Propoſit. 6. in qua minimus angulus ſit A. Quoniam hic aptus eſt, ex hypotheſi, erit non minor 90 gr. Sit ergo 94. Vide in Tabula cit. cap. poſita, ad cujus figuræ angulũ circumferentiæ propiùs accedat angulus A 94 gr. Accedit proximè ad angulum Quadrati, is n. eſt graduum 90; Pentagoni autem eſt gr. 108. Itaq; ad ſingulos angulos A, B, F, E, D, C, &c. conſtitue ex Tabula capitis 5. lineas colli, alas, & capitales (quæ angulos biſecare debent) Quadrati. Quòd ſi abſciſſis lineis colli circa aliquem angulũ cortina notabiliter ſit mi-

nor 300 pedibus: latus erit ineptum. Deinde à capitalium extremitate ad alarum extremitates duc rectas, eruntque ſinguli datæ figuræ anguli ſuo propugnaculo muniti. Quòd ſi ala cortinæ ſit nimis parva, minuatur vel linea capitalis, vel angulus propugnaculi, ſic tamen, ut debitam magnitudinem utraque retineat. Si ala cortinæ ſit valde magna, augeri poterit angulus propugnaculi.

Alia quoque ratione eundem locum munies, ſuper ſingulis figuræ angulis faciendo propugnacula deſumptis lineis colli, alis, & capitali ex figura quæ habet angulum circumferentiæ æqualem, vel proximè minorem. Exempli gratia, angulo A proximè ſit minor angulus Quadrati: ad illum igitur conſtrue propugnaculum Quadrati ex Tab. cap. 5. Deinde angulo B proximè ſit minor angulus Hexagoni: ad hunc exſtrue propugnaculum Hexagoni, & ſic deinceps.

Circa hunc ſecundum modum Nota, ſi ad angulos B & F v. g. factis propugnaculis Septanguli, & Nonanguli, cortina ſit notabiliter minor 300 ped. fac ad B propugnaculum Sexanguli, & ad F Octanguli, orieturque cortina major, cùm lineæ colli in figuris paucorum laterum minores ſint. Si tamen adhuc minor ſit 300 ped. fac ad B propugnaculum Quinquanguli, ad F Septanguli, & ſic, ſi opus eſt, ad Quadratum uſque deſcendendo. Quòd ſi ad B & F exſtructis Quadrati propugnaculis, adhuc cortina ſit notabiliter minor 300 pedibus; latus BF, erit ineptum.

CAPUT XXII.

De munitione figurarum irregularium quæ non habent latera & angulos aptos.

Munitio irregularum locorū habentiū angulos & latera inepta. Iconiſ. XXVIII. Fig. 517.

I. QVando latera non ſunt apta ratione longitudinis, ſic procede. Si biſecta AB v. g. in G, & abſciſſis lineis colli GI, GH Quadrati v. g (cùm minimus angulus A ad Quadratū accedat) reſidua IO, HN ſint nō minora 300, nec majora 500 pedibus, exſtrue in medio propugnaculum planum hoc modo. Lineas colli GI, GH, & alas HL, IK, ſume ex figura ad quam proximè minimus angulus A accedit: faces verò ducito ut cap. 20 dictum.

Quòd ſi latus aliquod (ut hic AC) in tres, aut plures partes dividi poſſit, ſic ut abſciſſis lineis colli ſecundùm minimum angulum figuræ, cortinæ intermediæ ſint inter 300 & 500 pedes, duo aut tria propugnacula plana conſtitue, juxta methodum jam traditam.

II. Quando latera ſunt inepta ratione parvitatis, ſic procede. Si unum vel plura latera ſint minora 300 ped. figura videtur immutanda. Si immutari non poſſit, cortinæ præſtruatur Parmula, vel angulus Coronæ. Si latus minus eſt quàm ut abſciſſis lineis colli ſecundùm minimū angulum figuræ, cortina ſit 300 ped. tunc etſi apti ſint anguli, ſupra eos tamen propugnacula non fiant, ſed Opera exteriora præſtruantur, quod Cornutum ſit, ſi angulus ſit inter 90 & 120 gradus: ſi major 120 gradibus, propugnaculum abſciſſum ſuper ipſa foſſa ſtatuatur.

III. Quando anguli apti non ſunt, ſic procede. Si fuerit inter 80 & 90 gradus, Opera Cornuta præſtruantur: ſi minor 60, immutandus eſt. Cæteris caſibus Architectus Polemicus ingenio ſuo occurrat, nam omnes præceptis complecti, infinitum eſt.

CAPUT XXIII.

De munitione anguli externi.

Munitio anguli externi. Iconiſ. XXVIII. Fig. 518.

SI angulus externus talis ſit, ut punctorum A & C diſtantia ſit inter 518 & 807 (quantum eſt latus internum figuræ 60 angulorum) pedes anguli A & C muniantur propugnaculis juxta praxin cap. 21. & 22. traditam. Neque alia munitione opus erit: cùm enim ex hypotheſi puncta A & C habeant diſtantiam juſtæ defenſionis: propugnacula angulis A & C impoſita optimè ſeſe mutuò defendent.

Immeritò igitur omnes anguli externi rejiciuntur; nam propugnacula ſic conſtructa validiora ſunt, quàm ſi ſuper rectam A C conſiſterent: nam ala cortinæ QP, PG, multo ſit major.

Iconiſm. XXVIII. Fig. 519.

Si diſtantia punctorum A & C major ſit 807 pedibus, angulis A & C propugnacula imponantur, & angulo externo B præſtruatur Ravelinus, ſeu Opus Cornutum.

Si diſtantia punctorum A & C minor ſit 518 pedibus, fiant ad A & C duo dimidiata propugnacula pro defenſione laterum AS, CR, angulo autem externo Parmula major præſtruatur.

CAPUT XXIV.

De urbibus flumini adjacentibus muniendis, & de caſtellis urbi adjungendis.

Munitio urbium fluminib. adjacentium.

URbes flumini adjacentes muniuntur verſus terram ut alia loca, verſus aquas ſufficit vallum cum dimidiata defenſione ſine propugnaculis ullis. Ad latera tamen, ubi dimidiata propugnacula, exſtruuntur Opera Cornuta.

Si fluminis latitudo ictum ſclopeti non excedat, ad alteram fluminis ripam fiat Ravelinus major, aut dimidiata Stella ſeu Corona. Si excedat, ex adverſo fiat Munimentum majus, dimidia nempe pars Hexagoni, aut Heptagoni, &c. & latera utrimque Operibus Cornutis muniantur; verſus urbem pateat, aut levem defenſionem habeat.

Caſtella urbibus apponenda.

Arces ſeu Caſtella urbibus hunc in modum apponenda. Eo loci arx poni debet, unde & urbi, & campo, & flumini, ſi urbem alluit; imperare poſſit. Unde nunquam in medio, verùm ad latus urbis collocanda, & una pars urbem, altera flumen, tertia campum, è quo miles in arcem mitti poſſit, reſpiciat. Urbem inter & arcem ſit ſpatium medium, ut cives facilè non poſſint ſe contra arcem vallo tegere, utque ſuperſit locus pro Operib. externis, ſi neceſſitas urgeat, contra urbem ab hoſte occupatam erigendis. Vallum urbis ita ſit exſtructum, ut tormentis arcis planè ſu[illegible] Ferè Pentagonæ eſſe conſueverunt arces, ſic [illegible]uo propugnacula urbem, tria campum reſpiciant. Figura quadrata debilior eſt, hexagona, & hanc ſequentes, majores ſunt quàm hic ſit neceſſarium. Ideam arcis urbi junctæ ſuis numeris abſolutam præbet Antuerpia.

Iconiſmus XXVIII. *Ponatur e regione pag. 500.*

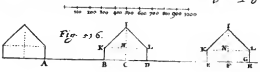


Fig. 516.

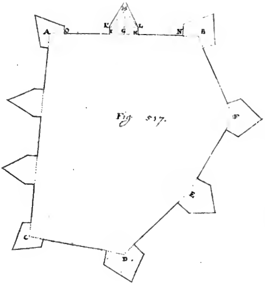


Fig. 517.

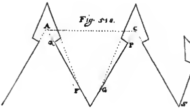


Fig. 518.

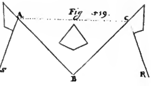


Fig. 519.

CAPUT XXV.

Varia ad Munitiones pertinentia.

I.

MUnitiones, cæteris paribus, utiliùs excitantur circa Regioouin limites, quàm alibi.

II.

Temerè multiplicari non debent, nè diſtractis in diverſæ Reipublicæ curis ac ſumptibus, à præſidio, machinis, commeatu, &c. non ſatis inſtructæ, cedant in emolumentum hoſtium, & damnum patriæ. Laudant tamen Arees montanæ (die Berg-Häuſer) præſertim quæ ad Provinciarum aditus conſiſtunt, & habent neceſſariam fontanæ copiam, hæ enim nō magnis exſtruuntur ſumptibus, & commeatu ac præſidio modico contentæ, multis ſæpe menſibus, & annis, hoſtem fatigant, nec facilè ſine ejus damno capiuntur, non magno Provinciæ detrimento.

III.

Locus Munitionis univerſim aptiſſimus eſſe creditur, ad quem acceſſus hoſti quidē eſt difficilis, aditum tamen unum alterumve ſemper habet apertum, ſubvehendo commeatui, ac ſubſidiis aliis oportunum. Talia loca ſunt ferè plana regularia, ex una parte montibus, aut paludibus inacceſſis cincta, ex altera mari, lacui, magno flumini adſita. Contra locus ineptus habetur, qui ad pedem montis poſitus, aqua deſtruitur, habetq; alios circa ſe colles, glebamq; pinguem, operibus & cuniculis agendis accommodam.

EPILOGUS.

MUlta alia ſuperſunt dicenda, præſertim methodus ſupputandi angulos omnes, & omnes lineas Munimentorum regularium, dimetiendique tam areas, quàm ſolidas partes omnes, nempe vallum, loricam, foſſam, &c. at Operis brevitas quam affectamus, ulteriùs nos progredi non ſinit. Ingeniosus Tyro ſubſidium petat è Trigonometria & Geometria practica, quas ſuis locis ſuprà tradidimus, & quod deeſt, ſuppleat. Ad alia igitur pergimus.

LIBER XXIII.

DE

POLEMICA OFFENSIVA AC DEFENSIVA.

Procœmium.

Polemica. *POlemica, ſeu Ars Militaris, conſiſtit præcipuè in urbium obſidione, oppugnatione, ac defenſione, in caſtrorum metatione, in ordinatione exercituum, in bellicorum tormentorum onératione, ac directione, aliiſque ſimilibus. De ſingulis breviter agemus, quoniam ſine Matheſeos ſubſidio peragi non poſſunt, hoc quidem libro de urbium obſidione, oppugnatione, defenſione, tormentorumque directione (quæ Polemicæ offenſivæ ac defenſivæ nomine comprehendimus:) de reliquis verò in ſequenti libro.*

PARS I.

De Obſidione ac Oppugnatione urbium.

VRbium munitarum obſidio & oppugnatio; juxta Militaris Artis regulas, in eo conſiſtit, ut obſidentes atque oppugnantes quàm minimo ſuo periculo hoſtile Munimentum adgrediantur, obſideant, oppugnent, ac tandem obtineant.

CAPUT I.

Generaliſſima pro obſidione urbium inſtructio.

Obſidio urbium quomodo inſtituenda. POlemicæ offenſivæ præcipuus actus eſt obſidio, quæ hoc ferè modo à ſupremo Polemarcho eſt inſtituenda.

I. Obſeſſurus urbem ſciat illius ſitum, fortificationem, circumſtantias, copiam annonæ, militum, armorum, &c.

II. Ubi exercitum urbi admovet, prima ſit cura excludere omne auxilium, tam militum, quàm annonæ: ſecunda, nè hoſtis rerum neceſſariarum in exercitum invehendarum vias occludat.

III. Prima nocte exercitum urbi admoveat tam propè, quàm poſſit, nè obſeſſi ulla Operata poſſint exſtruere, aut exſtructis addere, vel nè dejiciant & evertant illa quæ obſidentibus favere ullo modo poſſunt.

IV. Deliberet, quot & quibus locis caſtra ſeu ſtationes (*Quarteria* vulgò nunc appellant) collocet. Qua in re his axiomatibus dirigetur.

Axiomata obſidionalia.

I.

CAſtra ſeu Stationes (*Quarteria*) iis maximè locis ſtatuenda, ubi facilior hoſti obſidionem ſolvere volenti eſt aditus. Axiomata obſidionalia.

II. Cavendum quam maximè, nè loco tam humili ſint, ut inundari facilè poſſint.

III. Tot ſint, ut lineis ſive *trencheis* (ut nunc vulgò vocant) caſtra ſeu *Quarteria* connectentibus, & Operibus quæ inter lineas ſunt poſita, facilè & citò ſuccurri poſſit.

IV. Tantum diſtent ab urbe, ut tormenta obſeſſorum non multùm noceant.

V. Ad flumen, ſi fieri poteſt, ſiant.

VI. Caſtra lineis ſeu trencheis connectantur ſic, ut nullus ad urbem tranſitus pateat.

VII. Flumina minora deriventur in foſſas linearum & caſtrorum; majora ponte navali claudantur.

VIII. Si clivi aut tumuli non adeo magni impedimento ſunt, includantur.

IX. Tam lineæ, quàm caſtra, omnis generis Operibus, de quibus infra, muniantur. *Totus autem ille ambitus, qui ex lineis, caſtris, & operibus componitur, & Circumvallatio dicitur.*

X. Circumvallatione perfecta, finguli ſuos acceſſus ad urbem (*Approches* nunc vocant) incipiant: quibus cùm ſatis appropinquarunt, ſic ut ſclopeti ictu tantùm diſtent; ſuggeſtus tormentorum (*Batteries*) exſtruantur, ex quibus non vagè in omnem urbis partem ejaculentur, ſed primo tormenta omnia è mœnibus dejiciant; aut exarment, deinde propugnaculorum facies & alas: tertio Caſamattas (ſic vocant loca cava in propugnaculorum alis olim exſtructa, & tormentis bellicis inſtructa) & partes alias quibus tormenta imponi poſſent.

XI. Acceſſus ad partes Munimenti debiliores dirigantur.

CAPUT II.

De Lineis, ſeu Vallo obſidionali.

Vallum obſidionale.

LInearum ſive valli obſidionalis (Trencheas nunc vocant) partes præcipuæ ſunt, ſcabellum, lorica, margo, foſſa. Non eſt ergo aliud vallum obſidionale, quàm lorica quædam perpetua, omnibus ſuis partibus completa. Duplex fieri ſolet, aliud exterius objicitur hoſti obſidionem ſoluturo, aliud exterius arcet obſeſſorum eruptiones. Hoc communicationis dicitur, illud continuationis. Exemplar illuſtre utriuſque ſuppeditarunt geminæ obſidiones. Bredana, & Sylvaducenſis. Poſterioris duplicem Orthographiam adjungo, quæ inſtar idearum erunt cæterorum.

Orthographia duplicis Valli obſidionalis ad Sylvaducum.

	I.	II.
Loricæ baſis.	7$\frac{1}{2}$.	7.
Declivitas exter.	2$\frac{1}{2}$.	3.
Declivitas inter.	1.	1.
Altitudo exter.	5.	6.
Altitudo inter.	6.	6.
Latitudo ſuperior.	4.	3.
Scabelli latitudo.	3.	3.
Scabelli altitudo.	$\frac{1}{2}$.	$\frac{1}{2}$.
Margo.	3.	3.
Foſſæ latitudo.	12.	8.
Foſſæ declivitas exter. & inter.	4.	2.
Foſſæ profunditas.	5.	2.
Latitudo fundi foſſæ.	4.	4.

Conſtitutis his vallis, cum Batavi audiviſſent regium advenire exercitum ad ſolutionem obſidionis tentandam, vallum exterius roborarunt hunc in modum. Baſim loricæ auxerunt ad 9 pedes, cui appoſuere tria ſcabella, quorum tres baſes faciebant 9 pedes. Altitudo primi ſcabelli erat pedum 4$\frac{1}{2}$, ſecundi 3, infimi 1$\frac{1}{2}$. Declivitas exterior erat 4$\frac{1}{2}$, interior $\frac{1}{2}$. Altitudo loricæ 9, foſſæ latitudo 15, declivitas foſſæ exterior 5, interior 3, latitudo fundi 5.

Orthographiæ priores adhiberi poſſunt ordinariè, poſterior, quando gravius imminet ab hoſte periculum.

Lineæ & caſtra ſeu Quarteria ad ſingulos minimùm 750 pedes variis Operibus confirmari debent. Adhiberi ſolent Reductus, Forcipulæ, Stellæ, Caſtella cum dimidiatis propugnaculis, Propugnacula plana integra, Propugnacula plana dimidiata, Ravelini, Opera cornuta, Coronæ, &c.

CAPUT III.

De Reductibus, & Stellis.

Reductus.

REductus (*Redoutes*) ſunt opera quadrata, aut parallelogramma, ſine alis & propugnaculis, hinc inde in caſtris exſtructa, in quos ſe milites ac foſſores recipere, & contra obſeſſorum excurſiones defendere poſſunt. In obſidionibus nihil eſt frequentius his Reductibus. Eorum locus præcipuus eſt, tam vallum exterius, quàm interius. Fiunt etiam ad acceſſus (*Approchen*) ut foſſores habeant quò ſe recipiant obſeſſis erumpentibus, ut dixi. Delineatio facilis eſt. Delineatur enim in campo linea 48, aut 60, aut ad ſummum 72 pedum, ſupra quam fit quadratum, & habetur propoſitum. Fiunt quandoque oblongi, & ſubinde etiam dimidii.

Stellata munitiuncula.

Stellæ, ſeu Munitiunculæ ſtellatæ, fortiores ſunt quàm Reductus, quia meliorem habent defenſionem. Non ſolent majores eſſe quàm quadrangulæ aut quinquangulæ. Conſtructio quadrangulæ eſt hæc. Fit quadratum A B F C, cujus latus A B eſt 48, aut 50, pluriumvè pedum; biſecatur AB in E, & ex E ducitur normalis ED, æqualis uni quartæ ipſius AE, junganturq; AD, BD. Similiter proceditur in reliquis quadrati lateribus, & habetur Stella quadrangularis, cum quatuor propugnaculis ut in Figura apparet. Pro Stella pentagona fit pentagonum regulare, & perpendicularis E D eſt una tertia ipſius AE, reliqua fiunt ut in quadrata.

Iconiſ. XXIX. Fig. 120.

Reductuum & Stellarum eadem eſt Orthographia. Baſis ferè eſt 14 aut 20 ped. altitudo 8 aut 10, ſuperior latitudo 4 aut 6. Loricæ adduntur duo aut tria ſcabella gradatim ſtructa. Margo eſt 2 aut 3 ped. Foſſæ latitudo 15 aut 14. profunditas 5 aut 6. Quando majus imminet ab hoſte periculum, Orthographia augeri poteſt.

CAPVT IV.

De Caſtellis omnis generis cum dimidiis propugnaculis.

Caſtella cum dimidiis propugnaculis.

SUnt quidem hujuſmodi Caſtella iis debiliora, quæ integra habent propugnacula; cùm dimidiatas tantùm habeant defenſiones, dimidia tamen laborisetiam ſunt, & expenſæ: unde frequens in obſidionibus eſt eorum uſus. Solent plerumque eſſe quadrangula; quamvis etiam triangula fiant. Conſtructio patet ex appoſitis figuris, his tantùm obſervatis; quòd caput AL, BL, &c. & collum AM, BM, &c. ſint $\frac{1}{5}$, ala MN $\frac{2}{5}$ lateris AB, &c. quòd in quadratis latus AB neque minus ſit 120 ped. nec majus 180, quòd in triangularibus conveniat latus eſſe minus, quàm in quadratis. Aliquando fiunt à parte anteriori A ad modum Operis Cornuti, à parte verò oppoſita B ad modum forcipulæ cum dimidiis propugnaculis à latere, ubi altitudo forcipis EF eſt $\frac{1}{5}$ lateris CD. Multas alias caſtellorum formas omitto. Prædicta omnia Caſtella fieri etiam poſſunt cum integris propugnaculis.

Iconiſm. XXIV. Fig. 521. & 522.

Iconiſm. XXIX. Fig. 523.

CAPUT V.

De Suggeſtibus tormentorum bellicorum.

Suggeſtus tormentorum bellicorum.

SUggeſtus, ſeu Batteriæ, ut nunc vocant, ſunt duplices, offenſivi, & defenſivi. Offenſivi ſub initium obſidionis à loco obſeſſo diſtare ſolent ictu ſclopeti, hoc eſt, pedibus 750, imò etiam obſidione formata in hac diſtantia poſſunt manere, ad impediendas excurſiones, & defendos acceſſus ad urbem faciendos: ſed tunc præterea alii propiùs admoveri debent pro dejiciendis mœnibus.

Longitudo A, B, &c. numero & magnitudini tormentorum proportionatur. Intervalla tormentorum ſint pedum 12, inter loricam ſuggeſtus & poſtrema duo tormenta utrimque ſit ſpatium 6 pedum: itaque ſuggeſtus ſex tormentorum habebit præter loricam 84 pedes longitudinis. Pro latitudine ad longitudinem tormentorum cum curru ſuo addantur 10 ad 12 pedes, ut commodè tormentum poſſit retrocedere: item 5 aut 6 pedes, ut adhuc ſit ſpatium ad circumeundum. Verſus campos planum Suggeſtus inclinari ſurſum debet, ut tormenta retracta facilè ad locum ſuum reduci poſſint. Sterni item debet aſſeribus ſpatium 12 aut 14 pedum, eandem ob cauſam.

Iconiſm. XXIX. Fig. 524.

Ne autem tormenta hoſtibus ſint obnoxia, lorica Suggeſtus eſt erigenda. Loricæ ea parte, quâ hoſtem ſpectat, baſis eſt 12, 15, 18, pedum, altitudo 6, ad latera minor altitudo ſufficit. Interſecta ſit oportet tot foraminibus, quot ſunt tormenta. Foraminum altitudo ED ſit 3 pedum; latitudo verſus hoſtem exterior 4, interior 2, ſi ad unum ſolum locum collimare debent, ſi ad diverſa, major debet eſſe utraque latitudo, ut dirigi in illa poſſint.

Atque hæc eſt conſtructio Batteriæ remotioris. Propinquiores, ob periculum cui tormenta illarum ſunt expoſita, fiunt duplices hoc modo. Conſtruatur ut ante dictum eſt, Batteria ABCD, ſpatio dein intercepto 20 aut 30 pedum verſus caſtra fiat ſecunda Batteria ejuſdem longitudinis, ſic ut hujus ſiſſuræ directè reſpondeant ſiſſuris primæ. In ſecunda ponantur tormenta. Quæ ut meliùs ab hoſtilibus tormentis defendantur, oportet primam eſſe ejus craſſitiei, quæ tormentis reſiſtat, & majoris altitudinis quàm ſecunda. Præterea ut ſecunda meliùs tegatur; ſolent ramos & cannas paluſtres per modum ſepis denſiſſimæ coacervatas circa primam Batteriam figere. Ligna verò & aſſeres, quibus illi rami affiguntur & alligantur, dicuntur *des chandeliers*, candelabra: tegmentum verò ipſum dicitur *des blindes*, occultationes. Loco ſecundæ Batteriæ aliquando ſolent corbes extruere terra plenos, ea altitudine, quæ hominem ſtantem tegant, 5, vel 6 pedum. Retrò aditus modicè acclivis ſit, per quem tormenta & neceſſaria advehi & avehi poſſint. Poſt ſuggeſtum ſit ſpatium ſuggeſtui æquale, ad cujus latus unum ſit foſſa quadrata 10 aut 12 pedibus longa, profunda verò 3 aut 4. In ea pulvis aſſervetur; quem oportet corio tegere, ne ſcintilla vento allapſa infortunium creet. Deinique tam ſuggeſtus, quàm ſpatium retrò relictum, jungitur cum foſſa 8 aut 10 pedes lata, profunda 6.

Defenſivi Suggeſtus, qui campum ſpectant, levioris ſunt operis, quod adverſus oppoſitum hoſtis ſuggeſtum defendi plerumque [illegible] ant. Lorica vel ex terra extruitur, vel ex corbibus terra repletis. Ex terra ſtructæ craſſities ſit pedum 6 aut 7, altitudo non minor quàm tormenti vehiculo ſuo impoſiti. Foſſa frontem ſolùm & latera ambit.

CAPUT VI.

De Acceſſibus ſeu Reductibus.

Acceſſus [illegible]

IN A, mille circiter pedibus ab urbe, aut paulò propiùs, effodiunt ductum BC, terrâ verſus hoſtem ejectâ; qui non rectà, ſed obliquè ad urbem tendat. Qui ductus cùm ita proceſſerit, ut patere incipiant foſſores, novum in altera parte incipiunt flexum CD, terrâ rurſus verſus hoſtem rejectâ. Atque has obliquas foſſas (*Approches* vocant nunc) ad loricam horizontalem continuant, ubi demum acceſſus perficiuntur duobus longioribus lineis FK, HI. Hæc in genere Acceſſuum theoria eſt; nunc ſpeciatim ſingula proponamus.

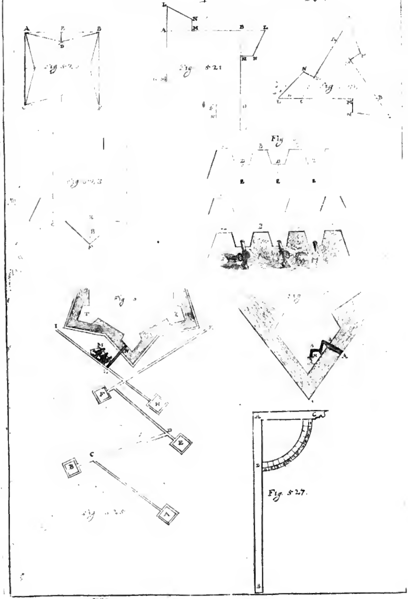
Iconiſm. XXIX. Fig. 525.

Acceſſuum ars conſiſtit in eo, quòd ita ad urbem obliquentur, ut nulla ab urbe recta linea duci poſſit quæ longitudinem eorum [illegible] [illegible] ictui pateſcant foſſores. Orthographia hæc eſt. Foſſæ latitudo inferior eſt 6 ped. ſuperiori 8 [illegible] unam, duo, aut ſubinde tria adduntur; profunditas variat, minima ſit, quâ ſimul cum terra rejecta hominem tegat; latitudo etiam augetur quandoque, quando materia, aut quid neceſſaria curribus per foſſam eſt advehenda. Quò propiùs ſit eundum, eò foſſa profundior, & lorica ſit altior; quæ inſuper prope urbem corbibus ſuperimpoſitis melius munitur.

Singulis ferè lineis Reductus adduntur loca ferè militum capacia, in quæ [illegible] feſſis ſeſe recipiant foſſores, & defendant, [illegible] ne quid ſimile adveniat. Optimus Reductuum ſitus videtur, ſi utrimque Acceſſuum latus ſtringant. In figura appoſita Reductus ſunt E, E, F, &c.

Cum

Digitized by Google


Fig. 521
Fig. 527

Cùm propter vicinitatem ad urbem foſſæ obliquæ ſine periculo ampliùs duci non poſſunt, unica linea recta L N (quam *Sappam* vocant) ita eſt ſuperius cooperienda, ut inferiùs ambulanti vallum hoſtile non appareat. Interim ad loricam ipſam Suggeſtus M fit, ut tutior ſit Sappæ conſtructio.

Quando terra paludoſa eſt, virgultis admixtâ terrâ fundamentum ſive agger ducitur, cui utrinque corbes loricales 7 pedes craſſi & 10 alti, duplici ordine apponuntur. Per arenas quoque ſimilibus corbibus Acceſſus fiunt.

Quando terra paludoſa & humida eſt, ita ut per exiguam foſſionem aqua effluat: Acceſſus fiunt per Reductus continuo ordine inter ſe connexos.

Si terra bona quidem eſt, ſed ſpatium obliquandi deeſt, per unam rectam lineam Acceſſus perficitur eadem ratione, qua Sappam ducendam diximus.

Acceſſus nunquam ad cortinam dirigi debent, quæ omnium eſt fortiſſima, utpote ab utroque propugnaculo lateraliter defenſa: neque etiam ad angulum propugnaculi, qui etiam à duobus propugnaculis T & Z ſtringitur, quamvis ex longiori intervallo: ſed dirigi debent ad faciem propugnaculi, quæ cæteris infirmior, quòd ſimplicem tantùm habeat defenſionem, quæ ſtructâ in M Batteriâ, facilè impeditur, aut debilitatur.

CAPUT VII

De Vineis, ſeu ut nunc vocant, Galeriis.

Vinea ſeu Galeria obſidionalis.

Quando ultimus Acceſſus ſive Sappa L N ad loricam attigit (quæ vi & numero militum, uti & contraſcarpa, expugnari debet) *Primò*, eadem Sappa per loricam & viam rectam ad foſſam uſque producitur. *Secundò*, per foſſam injectis ruderibus & faſcibus agger duci debet, qui ut laboris & periculi minimum ſubeant; perpendicularis ad faciem propugnaculi eſſe debet, cùm hæc ſit via omnium breviſſima: Atque hic agger baſis erit Vineæ ſuperſtruendæ: quæ ut firma ſit, faſces temerè injecti, ab uno vel plurib. qui ſeſe magno lucro propoſito huic periculo voluerint exponere, noctu ordinandi & componendi ſunt. *Tertiò*, foſſa repleta, per Sappam magna terræ copia advehitur, quæ verſus propugnaculum ſuper aggerem, in foſſa exſtructum projicitur in collis figuram, qui ictus obſeſſorum ex adverſa propugnaculi facie jaculantium intercipiat. Ima deinde collis illius pars longis lignibus ultra ſuperiorem projicitur; atque ita quaſi in gyrum actus ſenſim verſus propugnaculum provolvitur. *Quartò*, interim porta lignea, cujus latitudo 9 aut 10 ped. eſt, altitudo 10, craſſities trabium 7 pollicum, aut pedis dimidii, ad initium foſſæ erigitur: rurſus mole terrea ulterius ad aliquod ſpatium promota, altera erigitur priori ſimilis, 4 aut 5 pedum intervallo, & quàm celerrimè aſſeribus latera utrumque & pars ſuperior clauditur. Qui hæc perficiunt, à fronte tuti ſunt mole terrea, à latere ſaltem uno ſubeunt periculum, quod minuetur, ſi *Quintò*, quàm primùm aſſeres ſunt affixi, lateri quod hoſtis poteſt impetere, tantum terræ affundatur, ut ictum tormenti ferat: alterum latus aut nulla, aut rariori terra tegatur, pro ratione periculi. Superior etiam pars terra uno aut ſeſquialtero pede alta muniatur, nè incendi ab hoſte poſſit. *Sextò*, ſimili ratione provoluto continuò colle, Vinea uſque ad faciem propugnaculi perducitur.

Iconiſm. XXIX. Fig. 525.

CAPUT VIII.

De Cuniculis.

Cuniculi obſidionales.

Vineâ ad Vallum productâ, vide ſub qua parte propugnaculi pulverem velis recondere, quæ v.g. ſit G. Hujus itaque diſtantiam & ſitum à termino Vineæ explora. Tum in B perforetur murus, ſi quis eſt, & ſemita verſus G fodiatur, alta pedes 4, vel 4½, lata verò 3½, aut 4, cujus ſuperior pars pilis ſuppoſitis & aſſerib. ante in eum uſum comparatis fulciatur. Terra quæ effoditur, ſilentio verſus Vineam coriaciis embolis efferatur. Si aqua repetiatur, canalis in medio ſemitæ fiat, in quem aqua defluat, ſitque verſus B modicè declivis.

Iconiſ. XXIX. Fig. 526.

Semita porro illa non recta verſus G, ſed per flexum BCDEG fodiatur, quia ſic & pulvis accenſus difficilius per orificium Cuniculi [*Mine*] erumpet, & faciliùs obſeſſi Cuniculum quærentes decipiuntur. Ut verò per flexus illos rectà ad locum deſtinatum perveniatur, neceſſe eſt ut is, qui Cuniculum fodit, acu magnetica ſeſe norit dirigere, ad eum ferè modum quo nautæ. Quò propiùs acceditur, ſemita anguſtior fiat, ut pulvis tanto validiùs in terram ſuppoſitam agat. Receptaculi G magnitudo, quamvis pro magnitudine molis deſtruendæ varia ſit, eò tamē erit melior, quò anguſtior, modo pulveris vaſculis recipiendis ſufficiat. Ordinariè altum eſt 6 aut 7 pedibus, latum 5.

In Receptaculo pulvis reconditur: cujus quantitas definiri debet ex molis, quam cupis diſtringere, gravitate. Cæterum experientia conſtat, vaſculum pulveris 12 pedibus terræ ruinam inferre, ex quo licet colligere quantum eſſe debeat. Vaſcula debent ita diſponi, ut ſimul accendantur, quò validior ſit effectus. Impoſito pulvere, aditus Receptaculi H quam arctiſſimè clauditur trabibus appoſitis: in quibus exiguum ſit foramen, per quod tubulus per totam ſemitam ſubterraneam ducitur uſque ad B, ut pulvis accendi poſſit. Omnia deinde ſumma diligentia terra obſtruuntur; nè quà pulveri per Cuniculum erumpendi via laxetur.

Cuniculos autem aguot plures, ut uno deficiente ſuccedat alter: atque adeo triplici via tentet in urbem evadere, nimirum recta & ruinæ oppoſita & ex utroque latere, ut ex omni parte illos, qui ruinam & Abſciſſiones (*les Retranchementes*) defendunt, poſſint impetere.

PARS II.

De Defenſione Urbium obſeſſarum.

Hoc modo urbes nunc obſidentur, oppugnantur, & expugnantur. Iam de defenſione earundem contra obſidentes & oppugnantes aliquid breviſſimè dicamus.

CA-

CAPUT IX.

Breviſſima pro defenſione Obſeſſarum urbium inſtructio. I.

Defenſio urbium obſeſſarũ quomodo fiat.

SI quis collis, ſylva, aut aliud vicinum hoſti favere poſſit, ſtatim ſolo æquetur, Cararactis remiſſis (ſi quidem id fieri poſſit) loca omnia inundentur. Ad partes urbis debiliores fortalitia, aut Opera Cornuta exſtruantur, & ſi quid in Operibus externis debile aut dirutum erit, ſtatim omni ex parte roboretur, atque adeo tota præſidiariorum manus, paucis exceptis, Opera externa defendant: his enim amiſſis, actum eſt de urbe.

II. Sub initium obſidionis crebrò, ſed prudenter, explodant obſeſſi, ita ut obſidentium Opera impediant, aut retardent, nè ipſi tamen abſumpto pulvere citiùs (quod ſæpe accidit) ad deditionem compellantur.

III. Intelligat Gubernator per exploratores hoſtis conſilia, in quas urbis partes præcipuè intendat, & quò verſus ducat foſſas, in quas crebro erumpat, & repleat, vel contrariis Acceſſibus (*Contrapproches*) ab urbe inſtitutis eas impediat, in quo præcipuum ſtudium Gubernatoris eſſe debet: cùm enim omnis hoſtium appropinquatio fiat per illos Acceſſus, fit ut, dum illis ſtrenuè occurritur, hoſtis ulteriùs progredi, & ad ipſa Opera accedere non poſſit. Huc tamen obſervandum, nè obſeſſi foſſas ſuas, quibus hoſti occurrũt, niſq; adeo promoveant, ut facilè ab hoſte circumveniri, aut à reliquis poſſint ſeparari: hinc ultra 800 pedes extendi non poſſunt. Obſervandum præterea, ut Acceſſus ſuos ita dirigant, ut à civitate ſtringi poſſint, nè deinde hoſti occultando ſerviant.

IV. Præcipuum verò quod tormentis ſuis tam ex urbe, quàm ex Operibus exeternis impedire debent obſeſſi, eſt primò nè Batteriæ ullæ extruantur: hinc ſicubi moles terreas, aut *des blindes* erigi advertunt, continuò dejiciant. Secundò nè hoſtis poſſit in campum prodire: alias enim qui foſſas hoſti contraductas defendunt, poſſent opprimi.

V. Excurſiones pro numero militum faciat frequentes. Finis earum eſt, hoſtem è foſſis ſuis abigere, illas deſtruere, tormenta hoſtilia clavis inutilia reddere.

VI. Ubi Opera externa fuerint intercepta, & Batteriæ exſtructæ, primò tormenta ſua tuta reddat, fiſſuras in lorica, & ulteriùs in vallo faciendo, in quas demiſſa tormenta tutò poſſint explodere. Hoc vocant *enterrer les canons.* Secũdò, partes illas mœniorum, quæ tormentis quatiuntur, cuniculis ſuffodiuntur, aut intercipiendæ videntur, reſcindat, id eſt, faciat reſciſſiones, *retrenchements.*

VII. Hoſte propugnaculum ſeu Cortinam ſuffodiente, omni cura indaget Cuniculum. Pro quo variæ ſunt praxes. *Primò* variis locis, quæ ſuſpecta ſunt, tympana fortiſſimè tenſa conſtituantur, quibus piſa imponantur, quæ ſi ſubſiluerint, indicium eſt iſtic infrà hoſtem moliri cuniculum. *Secundò* terra variis locis longâ terebrâ perforetur, quæ nè longitudine ſua impediat, ex variis partibus componitur: aurem deinde ad ejus extimum applica, & facilè hoſtiles foſſiones percipies. Pars modo ſi baculo aliùs terræ impreſſo aurem applices, equitum ex longinquo advenientium pulſus diſtinctè audies. Cuniculo reperto, pulvis effeiatur, ſi tempus non ſinat, madefiat, & aditus igni patefiat.

VIII. Ruinâ factâ hoſtis totis viribus invadenti reſiſtat, primò tormentis, glandibus emiſſis ex reſciſſionibus, *retrenchements.* Ante ipſam, & in ipſam ruinam injiciat aliquot granatas, ferramentis, clavis, &c. immiatis. Per ipſam ruinam hoſti occurrat obviam, & tam diu ſuſtineat, donec ſuccurri ruinæ, & ſuggeſtâ terrâ ac trabibus poſſit occludi.

PARS III.

De Tormentis bellicis.

INter arma offenſiva ac defenſiva, quorum in obſidione, oppugnatione, ac defenſione urbium eſt uſus, præcipua ſunt tormenta bellica, de quibus breviter aliquid dicendum.

CAPUT X.

De variis Tormentorum generibus.

Tormentorum bellicorũ varia genera.

OMiſſis aliorum diviſionibus, ajo duas eſſe univerſim loquendo tormentorum nunc temporis uſitatorum ſpecies, Canònes ſive Carthaunas, & Colubrinas ſive longiora tormenta. Charthauna integra, ſive Canon integer, qui nunc paſſim in bellis adhibetur, habet longitudinem pedum $11\frac{1}{2}$, ponderat 6000 librarum, emittit pilam 40 librarum, oneratur 26, libris pulveris boni, aut 27 libris pulveris communis, requirit equos 20, exploditur per horam novies aut decies.

Eſt aliud inſuper genus conônum integrorum, qui globum ejaculantur 48 librarum, longi ſunt 12 pedes.

Carthauna dimidia, ſeu dimidius Canon longus eſt pedes $10\frac{3}{4}$, appendit 4000 lib. fert pilam 24. lib. requirit 12 lib. pulveris, equos 18, exploditur decies per horam.

Quadrans Carthaunæ ſeu Canònis longus eſt pedes 10, appendit 2600 lib. fert pilam 10 l.b. requirit 6 lib. pulveris, equos 15, dat ictus 14 per horam.

Colubrina integra, ſive Serpentina, longa eſt pedes 14, ponderat 5000 lib. fert pilam 12 lib. requirit equos 13.

Colubrina dimidia, ſive Aſpis, longa eſt pedes 10, ponderat 2000 lib. pilam ferr 5 lib. requirit equos 9, dat ictus per horam 13 ferè.

Quadrans Colubrinæ (*Falconet*) longus eſt pedes 10, ponderat 1600 lib. fert pilam 2 l.b. equos requirit 5, dat ictus per horam 20.

Tormenta prædicta, & alia quævis, poſt quatuor horarum explosionem quieſcere debent, niſi velis periculo rupturæ exponere.

Olim tormentis multò majoribus utebantur, quæ licet ruinam multò majoré faciant, mole tamen ſuâ & minùs tractabilia, & vecturæ fũt difficillimæ. Hujuſmodi eſt Canon duplex, lõgus pedes 14, fert pilam 96 librarum ferri, requirit pro pulvere $4\frac{2}{3}$ pilæ, id eſt, libras $38\frac{2}{3}$. Item Colubrina duplex,

duplex,quem Droconem ſeu Baſiliſcum vocant, fert 40 libras ferri. Fundebantur etiam quæ jaculabantur 36 libras,& longa erant 22 pedes.

CAPUT XI.

De elevatione tormentorum, & ictus longitudine in qualibet elevatione.

Tormentorum ejaculatio. PRimus & naturalis tormenti ſitus eſt horizontalis,quando ſcilicet tormentum ita conſtitutum eſt , ut axis ejus ſit horizonti parallelus. Poſtrema & maxima ejus elevatio eſt , cùm axis ad horizontem eſt normalis. Porrò tormentum à prima ad poſtremam elevationem motum, deſcribit quadrantem ; quare omnis elevationum quantitas & varietas in quadrante continetur. Ut igitur diverſæ tormentorum elevationes diſtingui & menſurari poſſint , ligneum aut æneum Quadrantem , in appoſita Figura expreſſum , excogitarunt , cujus unum latus altero longius eſt per duos vel tres pedes , ut tormenti ori poſſit inſeri. At cum CD dividunt in 12 partes æquales ; aliqui in 24, ſed id non eſt neceſſarium , cùm plerumque plures tormenti elevationes quàm 12 diſtingui non ſoleant. Latus ſeu ictus longius AB Galli vocant *l'eſquere.* (*Iconiſm. XXIX, Fig. 527.*)

Hoc inſtrumento datam tormenti elevationem reperies ſic. Ori tormenti inſere latus longius. Si perpendiculum ex A demiſſum congruat lateri AB, tormentum habet ſitum horizonti parallelum : nam licet tormentum craſſius ſit circa baſim, concavitas tamen ſive tubus eſt cylindricus. Si perpendiculum eadat ſupra 1. tormentum habet elevationem primam, quæ etiam elevatio communis dicitur ,ſi ſupra 2, habet elevationem ſecundam , ſi ſupra 6. habet elevationem mediam, in qua longiſſimè ejaculatur.

Canon integer cujus globus 48 librarum eſt, in ſitu horizontali emittit pilam ad 500 paſſus, ſive 2500 pedes geometricos : in elevatione prima ſeu communi, 1000 paſſus, in media, 5964 paſſus.

Canon integer cujus globus 40 librarum eſt, ad diſtantiam paulò minorem ejaculatur globum ſuum,quàm præcedens.

Canon dimidius in ſitu horizontali ad 425 paſſus,in ſitu communi ad 500, in media ad 570.

Canonis quadrans globum defert in horizontali ſitu ad 375 paſſus, in communi ad 750,in medio ad 4480 paſſus.

Colubrina duplex in elevatione horizontali ad 714 paſſus, in communi ad 1429, in media ad 8504.

Colubrina cujus globus eſt 20. lib. in horizontali ſitu ad 630 paſſus, in communi ad 1260, in medio ad 7497. Similis ferè eſt ictus in Colubrina cujus pila eſt 12 librarum.

Experimento compertum eſt, Falconetam emittentem pilam librarum 3, ejaculari in ſitu horizontali ad diſtantiam paſſuum 268,in prima elevatione ad 594, in ſecunda 794, in tertia 954, in quarta 1010, in quinta 1040, in ſexta 1053.

In elevationibus ſextam ſequentibus iterum decreſcit longitudo emiſſionis globi, uſque ad elevationem perpendicularem.

Regulam univerſalem ad longitudinem ictus dati tormenti in elevatione data inveniendam, tradit Jacobus Uſanus,in hunc modum. Inquire longitudinem ictus dati tormenti in elevatione communi , ſitque exempli gratia numerus paſſuum A,hunc divide per 50.& quotum multiplica per 11, & productum ſit E, eritque hæc maxima digreſſio. Tum E adde ipſi numero A, ſcilicet longitudini ictus in elevatione communi , habebis longitudinem ictus tormenti , quando elevatum eſt ad 2. grad. quadrantis, hoc eſt, ad proximum gradum poſt elevationem communem , qui ſecundum ipſum reſpondet primò gradui : maximam deinde digreſſionē E divide per 44.& quotus ſit F, hunc ſi ſubtrahas à maxima digreſſione E , & reliquum addas ad longitudinem ſecundi gradus , habebis longitudinē ictus in elevatione trium graduum. Rurſus quotum F ſubtrahe bis ex digreſſione maxima E, ſi reſiduum addas longitudini gradus tertii , habebis longitudinem gradus quarti. Ad gradum quintum quotus F à digreſſione maxima E ſubtrahendus eſt ter , ad gradum ſextum quater, & ſic deinceps.

A - - E - - - - F - - -

Hoc de tormentis , nunc verò longitudinum proportionem quæ eſt in mortariis, exhibeo ex mente laudati Jacobi Uſani in ſuo de Artilleria tractatu.

In ſitu horizontali longitudo ictus eſt paſſuum communium (pedum ſcilicet duorum cum dimidio) 220. In elevatione prima [ſcilicet in 12] paſſuum communium 487, in ſecunda 755, in tertia 937, in quarta 1065, in quinta 1132, in ſexta 1170, in ſeptima 1132, in octava 1065, in nona 937, in decima 755, in undecima 487.

Notandum tamen, variationem ex multis circumſtantiis contingere , ut puta ex pulvere, ex aëre , &c. itaque porportio prædicta locum tantùm habet quando omnia ſunt patia , quæ tamen ipſa non conſiſtit in indiviſibili.

CAPUT XII.

De collimatione jaculantis.

Tormentorum bellicorũ collimatio. SUppono I. Rectitudinem lineæ quam deſcribit globus ex tormento excuſſus , totam oriri ab impetu quo globus ex tormento excutitur. Itaque ſi impetus erit major, linea erit rectior, ſi minor , minùs recta. II. Globum tormento excuſſum ad nullum ſpatium ferri recta linea. III. Globum in initio ſemper ferri ſupra lineam animæ ſeu axis tormenti. His ſuppoſitis

Dico I. Si ſupra orificium tormenti erigatur dimidium differentiæ oris & baſis, & imponatur regula lignea habens dioptras , perque eas collimetur, ita ut linea viſualis ſit parallela lineæ animæ, ſi etiam ſcopus fuerit in linea viſuali, globus tormenti duobus locis poteſt ſcopum attingere , in duplici videlicet interſectione lineæ globi cum linea viſuali, quarum una ſit in aſcenſu globi in initio, altera in deſcenſu ſive fine volatus globi. Sequitur ex dictis.

Dico II. Si ſcopus fuerit in linea animæ, poterit globus tantùm ſemel ſcopum attingere. Linea enim globi tantùm ſemel , nimirum in deſcenſu, ſeu fine, ſecat lineam animæ, cùm initio, tam in tormento, quàm extra, feratur ſupra lineam animæ.

Ex his ſequitur, globum nunquam attacturum ſcopum, niſi in communi interſectione lineæ globi & lineæ directionis, ſive illa ſit linea animæ, ſive viſualis. Puncta verò illa interſectionis variantur ex pluribus caſibus. Primò, ſi anima tormenti non ſit ubique ſibi æqualis, aut certè in medio tormenti declinet ad alterutrum latus. Secundò, ſi globus ſit nimis parvus: tunc enim libratur in canali tormenti, nec certa via procedit. Tertiò, ſi nimis multum vel parum pulveris ſit, quo enim plus pulveris eſt, eò globus magis ſurſum rapitur, & longiùs fertur, adeoq; mutantur puncta interſectionum.

Ut igitur quis bene in ſcopum poſſit collimare, hæc erunt obſervanda. Primo, diſtantia ſcopi. Secundo virtus pulveris quo utitur: nam pro illius diverſitate varianda eſt illius quantitas, quã tormentum requirit. Tertiò, quanta ſit ſphæra tormenti maxima, quanta dum horizontaliter jaculatur.

Pro mortariis hoc obſervandum, ut menſura pulveris ſit tertia pars globi ſeu granatæ quam ejaculatur.

CAPUT XIII.

Alia quadam de tormentis.

Tormenta bellica quando rumpantur.

PEricula rupturæ tormenti ſunt, quando fortiter tormentũ recedit, quando ſphæra nimis magna eſt, ac proinde violenter intruditur, quando tubus æruginem contraxit, quando nimium pulveris, aut tennior pro craſſiori adhibetur, quando materia tormenti fuerit ſquamoſa, & minimè tenax, plena veſicis, ac rimas agens.

Univerſaliter non eſt verum, quò tormenta æqualis orificii longiora ſunt, eò globum longiùs ejicere: nam experientia conſtat, ab 8 uſque ad 12 pedes incluſive aucta longitudine tormenti, augeri quoque vim & longitudinem ictus, ultra verò 12 pedes ſi augeatur longitudo tormenti, decreſcere longitudinem ictus.

Globus tormenti majori excuſſus conficit duobus minutis unius horæ unum milliare Germanicum, ſeu quatuor Italica, quorum unum continet 1000 paſſus geometricos, ſeu 5000 pedum, obſervante id Landgravio Haſſiæ, & Tychone Brahe. Ex quo colliges, quantum quis temporis habeat in data diſtantia ad declinandum ictum poſt viſam flammam & fumum. Diſtet enim quis 3000 pedibus. Quoniam igitur 2 minutis percurruntur 20000 pedum: Fiat ut 20000 ped. ad 2 minuta, ita 3000 ped. ad aliud, habebis quæſitum.

Dati globi ferrei gravitatem explorant ſic. Circino cujus extremitates crurium intus curvantur, metiuntur globi diametrum, & illius diametri quantitatem applicant regulæ colibiſticæ, & inveniunt quod quærunt. Hæc ſufficiant hoc loco.

LIBER XXIV.

DE

TACTICA HODIERNA,

Sive

De Caſtrametatione, & acierum Inſtructione.

PROOEMIUM.

Tactica. *TActicam hic appello diſtributionem ac ordinationem exercitus, tam in caſtris, quàm in acie, ideo duplicem illam ſtatuo, aliam caſtrorum, aliam acierum, quarum illam voco Caſtrametationem, hanc acierum Inſtructionem. De utraque breviſſimè agam, & quidem de hodierna tantum apud præcipuos Europæos uſitata. Antiquam Græcorum ac Romanorum qui noſſe volet, legat Polybium, Vegetium, Aelianum, Iuſtum Lipſium, Ioannem Antonium Valtrinum, & alios. Et ne mihi occinatur quod Magnum Alexandrum neſcio cui Philoſopho de rebus Militaribus æquo audacius ac liberius differenti occinuiſſe ferunt, nihil toto hoc libro de meo, ſed quę alii cum plauſu & approbatione ſummorum Polimarchorum ſcripſere, afferam. Aequi ergo ac boni, ut in aliis, ſic in hoc quoque laborem meum, Lector, conſule.*

PARS I.

De Tactica Caſtrorum, ſeu Caſtrametatione.

Caſtrametatio. *TActica caſtrorum idem eſt ac Caſtrametatio. Caſtra autem metari nihil aliud eſt, quàm locum in campo deſignare, ac in partes dividere, ut totum exercitum cum omnibus impedimentis ordinatè capiat. Quod ut exactè fiat, noſſe prius oportet caſtrametatorem, quæ in caſtris capi debeant: tum numerum legionum, & cohortium, tam peditum, quàm equitum: & quantum loci ſingulæ cohortes requirant: Si enim quantum loci uni cohorti debeatur, ſciat: ignorare non poterit, quantùm uni legioni, atque adeo toti debeatur exercitui.*

CAPUT I.

Catalogus eorum quibus diverſa Caſtra ſeu Quarteria in caſtrametatione attribui debent.

1. GEnerali. 2. Singulis nationibus, & inter has ſingulis legionibus, & ſingulis cohortibus peditum. 3. Singulis legionibus & cohortibus equitum. 4. Tormentis bellicis. 5. Curribus & impedimentis. 6. Foro in quo annona, & alia venalia exponantur. 7. Annonæ militari, pulveri nitrato, globis ferreis, naviculis, ſcalis &c.

His cognitis, intelligat Caſtrametator ſingularum legionum & cohortium numerum, uti & tormentorum, curruum &c. dein ſingulis aptum locum deſignet.

Sed ante omnia tutum pro caſtris, aptumque eligat ſitum, præſertim hoſte vicino, ubi & lignorum, & pabulorum, & aquarum ſuppetat copia; & ſi diutius ſit commorandum, loci ſalubritatem non negligat. Caveat etiam nè mons aut collis ſit vicinus, qui ab hoſte captus, poſſit officere ſuis. Talis tandem ſit locus, in quo electa caſtra muniri queant. Muniuntur autem vel ſitu ſeu naturâ loci, vel arte. Græci olim ſitum munitum quærebant; Romani verò non tam ſitu, quàm arte caſtra muniebant. Hinc licebat his ſemper eandem caſtrorum formam ſequi: ſiquidem ipſi ſitum ſibi obedire, non ad ſitum ipſi ſe accommodare ſtudebant: quod Græcis minùs ſuccedebat, dum ſitum ſequi neceſſe haberent. Recentiores noſtri hac in re Romanos potius quàm Græcos imitantur, ut ex ſequentibus patebit.

CAPUT II.

Locum ſingulis cohortibus ac legionibus peditum adſignare.

Iconiſm. XXX. Fig. 528. COhorti peditum 100 militum locus detur per modum rectanguli A B, longus 200 ped. latus 30; quo juxta latitudinem diviſo trifariam, medium relinquatur plateæ, duo lateralia caſis militum, & tentoriis.

Si capitaneus ſeu tribunus cohorti velit cohabitare, fiat ipſi ad caput prædicti rectanguli A B quadrangulum C, 30 pedes latum, 40 longum, interſtitio 20 pedum relicto inter ipſum & militum rectangula. Ad finem ejuſdem rectanguli A B adſignetur locus D pro caupone, longus pedes 20, latus 30, relicto iterum ſpatio 20 pedum inter D & rectangula militum. Tuguria militum ita ædificantur, ut oſtia reſpiciant plateam intermediam, exceptis duobus primis A & F, quorum unum vexilliferi eſt, alterum locum-tenentis, & oſtia reſpiciunt verſus locum C capitanei: ultimorum verò E & B oſtia reſpiciunt locum D. Non ſunt contigua inter ſe tuguria, ut exorto incendio unum ſine altero deſtrui facilè queat. Itaque totum ſpatium pro cohorte 100 peditum eſt 300 pedum in longitudine, & 30 in latitudine, ut patet ex numeris Figuræ 528 adſcriptis. Latitudo tentoriorum militarium manet ſemper eadem; longitudo ſingulorum poteſt ac ſolet eſſe major, aut minor, prout ſolis aut aſſociatis habitare placet.

Si cohors continet plures quàm 100 milites, plures fiunt ſeries tuguriorum, & plures plateæ intermediæ, & conſequenter latitudo rectanguli A B augetur, uti & latitudo loci C pro capitaneo; at longitudo ſemper manet eadem.

Hinc ſi ſcitur numerus cohortium alicujus legionis ſeu regimenti, facilè deſignatur toti legioni ſuus locus. Sit enim legio 10 cohortium, quarum ſingulæ 100 capita numerent. Ponantur 10 rectangula A, B, C, D, E, F, G, H, I, K eâ quantitate, quam antè dedimus, ſic tamen, ut & quinque ſint ab una, quinque ab alia parte; & relinquatur ſpatium S, M, R, intermedium 60 pedum in latitudine. Interſtitium verò inter ſingula rectangula ſit 8 pedum. Ad frontes ſingularum cohortium ſint quadrangula L L L tribunorum ſeu capitaneorum, quorum medium P occupet Colonellus ſeu Dux legionis. Singula quadrangula L habeant in latitudine pedes 30, in longitudine 40. Intervallum inter illa ſit 8 pedum. Ad tergum deſignetur locus N O, latus 20 pedes, pro cauponis annona, & curribus &c. inter quem locum & tuguria iterum relinquatur ſpatium 20 pedum vacuum. In R habitat Locum-tenens Ducis; poſt ipſum in M, Secretarius, Concionator, Chirurgus, aliique ſimiles. Spatium S manet vacuum pro curribus & impedimentis Ducis, aliorumque in R & M habitantium. Iconiſm. XXX. Fig. 529.

Annotatio.

ALii loco P quem Dux legionis ſeu Colonellus occupat, dant 64, alii 68. pedes in latitudine, & 40 in longitudine: locis verò L L, ſ. tabernaculis Tribunorum dant nobiſcum in longitudine quidem 40 pedes, at in latitudine ſolum 24. atque adeo ſingulis rectangulis A, B, C &c. non niſi totidem in latitudine pedes adſignant, adeo ut tam militum tabernacula, quam plateæ intermediæ inter duas tabernaculorum ſeries, non niſi 8 in latitudine pedes occupent. In longitudine tamen eorundem tabernaculorum nobiſcum conveniunt, dando unicuique 10. pedes, toti vero ſeriei omnium tabernaculorum in longitudine pedes 200. Sunt igitur in qualibet ſerie tabernacula 20, & è regione uniuſcujuſque Tribuni L tabernacula 40.

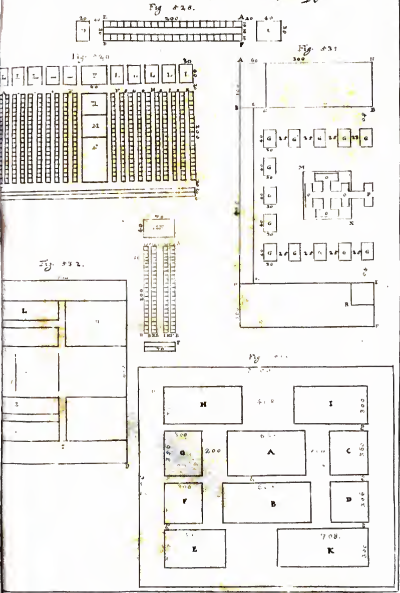
CAPUT III.

Locum ſingulis cohortibus ac legionibus equitum adſignare.

PRo cohorte equitum 100 capitum fit rectangulum A B C D, 200 pedes longum, 70 latum. Iconiſ. XXX. Fig. 530.
Hinc utrinque ad A B & C D abſcinduntur rectangula B F, & D E, 10 pedum pro caſis militum: tum à reſiduo rurſus duo abſcinduntur rectangula F H, & K E, 5 ped. pro plateis: rurſus à reſiduo abſcinduntur utrinque rectangula H I, & K L 10 pedum pro equis: reſiduum ſpatium I L 20 pedum ſervit pro ingreſſu & egreſſu equorum, pro ſtabulo &

ſimo

Iconiſmus XXX. ponatur è regione pag. 511.



10

ſimo eorundem. Itaque in B F & D E ſunt tuguria pro equitibus; in H I & K L tuguria equorum. In fronte pro Magiſtro equitum datur ſpatium M N, longum pedes 40, latum 70; inter quod & tuguria militum intercedit ſpatium 20. pedum. Ad pedes datur pro cauponibus, eorumque annona & impedimentis, ſpatium O P longum pedes 20, latum 70; inter quod & tuguria relinquitur ſpatium 20 pedum. Itaque totum ſpatium pro cohorte 100 equitum, eſt longum pedes 300, latum 70.

Si cohors equitum pauciora numerat capita, idem ſpatium occupat, ſed tunc inter quælibet, aut ſaltem inter aliqua tuguria relinquitur ſpatium vacuom; aut ea fiunt laxiora quoad longitudinem, non quoad latitudinem. Si plura capita quàm 100 continet cohors, fiunt plures ſeries tuguriorum, id eſt, ſpatium quoad latitudinem creſcit, at non quoad longitudinem.

Singulis itaque cohortibus equitum adſignatur ſpatium quantum diximus, & inter ſingularum cohortium ſpatia relinquitur locus 20 pedum in latitudine. Hinc ſi ſcitur numerus cohortium alicujus legionis, ſcitur totus locus legioni debitus.

CAPVT IV.

Locum Generali exercitus adſignare.

Iconiſm. XXX. Fig. 531. PRo Principe ſeu Generali exercitus (Polemarcho) fiat rectangulum A H F, 300 pedes latum, 400 (aut aliquando pauciores) longum, utrimque abſcindantur rectangula A B, D F, lata 100 ped. & ex A B abſcindatur rectangulum A G longum 60 ped. pro ſtabulo equorum principis; reliquum G H ſit pro impedimentis & famulis. Rectangulum B C D E eſt pro equis aulicorum & nobilium. Rectangula G G G, quæ 50 pedibus diſtant à B H, D F, rectangulis, à ſe invicem verò 25 pedibus, & lata ſunt 30 pedes, longa 40, ſunt pro habitatione aulicorum, nimirum pro Secretario, Cubiculario, Oeconomo, reliquisque nobilibus Principis. Rectangula O O O ſunt cubicula, antecameræ &c. Intermediæ verò diſtantiæ ſunt tranſitus, per quos ab uno in aliud itur. Rectangulum P eſt locus vigiliarum; & R I *le corps de gardes*; reliquum D F eſt pro curribus, reliquisque impedimentis. In ſpatio vacuo circa M N congregantur Tribuni, aliique officiales exercitus, qui quotidie Generalem conveniunt.

CAPVT V.

Locum pro tormentis bellicis, & ſpectantibus ad illa adſignare,

Iconiſm. XXX Fig. 532. PRo tormentis bellicis parallelogrammum O P, ſit latum 300, longum 480 pedes. A, pro Generali Artilleriæ. B, pro Locumtenente, & reliquis nobilibus. C, armamentarium tormentorum, D, Armamentarium annonæ tormentariæ. E, Ignarii, cum ſuis adhærentibus. F, Directores tormentorum (*conestables*) cum reliquis. G, Magiſter currum, cum omnibus aurigis, fabris ferrariis, lignariis &c. H, Milites qui tormentis adſunt ut de loco in locum moveant. I, Foſſores &c. Menſuræ ſingulis loculamentis ſunt adſcriptæ.

CAPUT VI.

Locum pro curribus & aurigis, ac pro foro adſignare.

PRo curribus & aurigis rectangulum 300 pedes latum, 400 longum datur, quod pro numero curruum augetur & diminuitur. Ponuntur currus longo ordine juxta ſe invicem. Pro ſingulis unà cum equis dantur pedes 12 in longum, 18 in latum, nimirum 12 pro longitudine curruum, & 6 pro latitudine, reliqui pro equis. Inter duos quosque ordines curruum ſit ſpatium 24 pedum. Aurigæ communiter in curribus ſuis moſantur.

Pro foro rectangulum 300 pedes latum, 400 longum ſumitur; quod dividitur in rectangula 40 pedes lata, ſpatio 300 pedes longo relicto. Iconiſm. XXX. Fig. 533.

Subjicio ſchema totius caſtrametationis; in quo A eſt locus Principis ſeu Ducis exercitus. B ſunt tormenta bellica, C forum, D currus, E Hiſpani, F Germani, G vigiliæ Principis, H Valones, I Angli & Helvetii, K Itali.

PARS II.

De Tactica acierum, ſeu aciei inſtructione.

TActica acierum idem eſt ac inſtructio aciei militaris, ſive ad præliandum, ſive ad progrediendum. Pro ea damus ſequentia. Aciei inſtructio.

CAPUT VII.

Explicantur termini ſcitu neceſſarii pro acie inſtruenda.

ANte aciei inſtructionem termini aliqui ſunt explicandi, quid nimirum ſit ordo, quid manipulus, quid acies, quid exercitus.

Ordo eſt numerus militum in longitudinem fili inſtar porrectus. Italis dicitur *Filo*, Gallis *Fil*, Germanis Glidt. Ordo duplex eſt, frontalis, & lateralis. Frontalis eſt, in quo latus militis unius reſpondet lateri alterius. Lateralis eſt, in quo frons unius alterius tergo reſpondet. Extrema ordines alicujus Manipuli militaris ſunt frons, tergum, dexterum, ſiniſtrum; Italis *teſta, coda, fianchi*. Ordo militum.

Manipulus, qui Italis *Squadra* vel *Squadrone*, Gallis *Eſquadron* dicitur, eſt numerus militum formâ quadrilaterâ inſtructus. Eſtque vel quadratus, vel rectangularis alterâ parte longior. Manipulus militum.

Acies eſt numerus manipulorum certâ formâ diſpoſitus. Differt itaque à manipulo in magnitudine, in figura, in qualitate militum. In magnitudine, quia componitur ex pluribus manipulis: in figura, quia poteſt eſſe ejuſdem, & diverſæ figuræ, ut quadratæ, oblongæ, triangularis, rotundæ, polygonæ: in qualitate militum, quia conſtat ex militibus diverſæ armaturæ; cùm manipulus plerumque unius armaturæ militem contineat. Acies militaris.

Aciei partes ſunt, Cornua, Alæ, Frons, Tergum, Corpus. Corpus eſt aciei pars media. Frons, ſive *Avangarde* Gallis, *Antiguardia* Italis, eſt Aciei militaris partes.

pars aciei anterior. Tergum, ſive *Arrieregarde* Gallis, *Retroguardia* Italis, eſt poſterior pars. Cornua ſunt manipuli militum ad frontem corporis extantes. Alæ ſunt partes laterales aciei, quæ corporis latera defendunt.

CAPUT VIII.

De forma Aciei.

Aciei formæ quales eſſe debeant.

ACiei forma nulla eſt certa; mutatur enim ad diverſitatem circumſtantiarum, & ad cujusque Ducis libitum. Cogunt aliqui totum exercitum in unam formam regularem, nimirum quadratam, parallelogrammam, triangularem, polygonam &c. Sed vitium in his eſt multiplex. *Primò*, quòd totum corpus ſimul prælium inchoet; quod tamen maximè evitandum: ſi enim primò pars alterutra deficere incipiat, mox acies declinat, nec modus eſt ſine ſtrage aciem ſubducendi. *Secundo*, quòd parte unâ deficiente, altera auxilio eſſe non poſſit, niſi ordo regularis frangatur, adeoque acies turbetur. *Tertiò*, quòd deletâ unâ parte aciei, reliqua ſe contrahere non poſſit, niſi rurſus ordo turbetur, aut fiat planè irregularis.

Melior igitur, & plerumque uſitatior eſt acies, quæ in plures partes dividitur, & non tota ſimul, ſed ſingulatim prælium init.

CAPUT IX.

Ordo præliandi, acie jam instructa.

I.

Prælicandi ordo.

ANtequam intra ictus ſclopetorum ventum eſt, tormentis certatur, & alterutrum plerumque Cornu conantur debilitare. Tum paulatim procedendo committuntur leves velitationes, tam peditum, quàm equitum. Deinde Frons ſive Antegnardia in hoſtem procedit, cornua manent immota, & non niſi cum reliquo corpore procedunt. Defenſivè tantùm ſe gerunt Cornua, & Corpus.

II. Equitatus partes ſeu officia ſunt; primò, hoſtilia cornua, aut alas, adeòque totam aciem conari infringere; Secundò, equitatui hoſtili reſiſtere; Tertiò, conari alas & cornua à corpore dividere, & diviſos opprimere.

III. Tormenta bellica plerumque ceſſant dum ad ſclopeta & manus ventum eſt, ne mixtos utriuſque aciei milites dejiciant.

IV. Ducis locus eſt plerumque medium aciei, ibique habeat plurimos curſores, qui ſinguli ei referant quid tali vel tali parte aciei contingat. Si cornu unum audiat debilitari, aut vehementer impeti, eò ſtatim per curſorem jubeat unam alteramvè legionem procedere; & hac ratione partibus ſingulis aciei adſit, ſuccurrat, jubeat procedere, conjungi, ſeparari &c.

V. Currus & impedimenta à tergo ſunt, aut in caſtris, ſub cuſtodia militum, ne hoſtis, pugnantibus aliis, poſſit illa invadere.

CAPUT X.

Axiomata quædam ad aciem bene instruendam.

Axiomata pro acie militari.

TOta aciei conſtructio proportionari debet & accommodari circumſtantiis rerum præſentibus. Hinc ut aciem bene quis inſtruat,

I. Sciat neceſſe eſt quâ parte hoſtis adveniat; & an ex una tantum parte, aut ex pluribus poſſit accedere.

II. Vires peditatus & equitatus hoſtilis cognitas habeat. Et ſi in aperto ſit campo, exploret quali acie inſtructus ſit; quales ordines habeat &c. quæ ala, aut quod cornu debilius, aut fortius; quomodo ſint animati; quæ agitent conſilia; an nullæ lateant inſidiæ &c.

III. Conſideret omnino omnia quæ ſibi obeſſe, aut prodeſſe, vel præjudicare poſſint. Galli vocant *les avantages, & les deſavantages*; Itali *Li avantagi & diſavantagi.*

Les avantages (liceat hoc uti vocabulo) ſunt duplices, aliæ permanentes, aliæ tranſeuntes. Permanentes *avantages* ſpectant locum ſeu campos ſibi in pugna faventes; quia altiores per modum collium multum proſunt. Deinde illo loco aciem ponat, ad quem hoſtis unicâ tantùm viâ accedere poſſit. Hinc conetur ad latera, vel à tergo habere ſylvas, aut paludes, ut tutò, ſi acies incipit declinare, illam poſſit ſubducere. Quare nunquam ſic aciem in apertum campum ducat, ut ex omni parte poſſit impeti, aut circumveniri. Tranſeuntes *avantages* ſunt, aura pugnæ favens, ventus propitius; Sol ex latere, vel à tergo, ne oculi perſtringantur.

Les deſavantages etiam duplices ſunt: aliæ dicuntur poſitivæ, aliæ negativæ. Poſitivæ ſunt, locus demiſſus, undique hoſti patens. Negativæ ſunt inſultæ, ex circumſtantiis locorum, temporis &c. ortæ.

IV. Nunquam totum exercitum è caſtris in apertum campum ducat, tametſi numero hoſtem multum ſuperet, aut multa hoſti præjudicent: præſtat enim ex omni capite caſtris ſuis inhærere, & hoſtem exſpectare, quàm in apertum campum deſcendere.

V. Nunquam hoſtem in caſtris ſuis hærentem aggrediatur, niſi ſtratagemate illius vires poſſit dividere, vel partem exercitus cædere, aut multa hoſti præjudicent.

VI. Imperator ſemper invigilet omni ſtudio, quomodo hoſti poſſit illudere, ejus conſilia explorare, ſua nulli, aut paucis innoteſcant; hoſtem ſemper ſuſpenſum teneat, varia attentando, ſimulando &c.

CAPUT XI.

Regulæ ad Tacticam manipulorum ſpectantes.

Aciei inſtruendæ regula.

NOtandum, in peditatu eſſe potiſſimum haſtatos, moſchettarios, & ſclopetarios. Haſtato tribuuntur 3 pedes geometrici in latum, ſive in ordine frontali; & 7 in longum, ſive in ordine laterali. Moſchettario 4 pedes in latum, 5 in longum.

Selope-

Digitized by Google

Sclopetario $3\frac{1}{2}$ in latum, & 4 in longum. In neceſſitate, nè opus ſit uti paſſibus geometricis, & unicuique diverſæ armaturæ militi tribuere ſpatium particulare; aliqui ad explorandum quàm citiſſimè ſpatium, menſurant greſſibus communibus parvis, quorum unus non excedat duos pedes, latitudinem & longitudinem ſoli: deinde uni militum in communi, cujuſcunque ſit armaturæ, tribuunt in latum duos greſſus, & in longum quatuor; ſpatio verò ſive viæ inter alas ſeu manicas diverſas talem adſignant latitudinem, ut per eam ſine impedimento tranſiti queat. Nos adſignamus Regulas juxta primum modum: ex quibus etiam patet, quid faciendum juxta ſecundum modum.

Regula I.

Dato numero militum alicujus manipuli diſpoſiti, invenire quot pedes quadratos occupent.

SI ſunt haſtati, duc numerum militum in 21; Si Moſchetarii, in 20. ſi Sclopetarii, in 14. in omnibus caſibus productum dabit numerum pedum.

Regula II.

Dato numero pedum quadratorum quos occupat manipulus, invenire numerum militum.

SI ſunt haſtati, numerus pedum dividatur per 21. ſi moſchettarii, per 20. ſi ſclopetarii, per 14. in omnibus caſibus quotus dabit numerum militum.

Regula III.

Dato numero militum occupantium frontem, invenire pedes frontis.

SI ſunt haſtati, multiplicetur numerus militum per 3. ſi moſchettarii, per 4. ſi ſclopetarii, per $3\frac{1}{2}$. in omnibus caſibus productum dabit quæſitum.

Regula IV.

Dato numero pedum quos occupat frons, invenire numerum militum.

SI ſunt haſtati, dividatur numerus pedum per 3. ſi moſchettarii, per 4: ſi ſclopetarii, per $3\frac{1}{2}$: in omnibus caſibus quotus dabit quæſitum.

Regula V.

Dato numero militum occupantium ſpatium, invenire pedes ſpatii, & viciſſim, dato numero pedum ſpatii, invenire numerum militum.

PRo primo, multiplicetur numerus militum vel per 21, vel per 20, vel 14: & habebis pedes. Pro ſecundo, dividatur numerus pedum per 21, vel 20, vel 14: & habebis milites. *Hac regula non differt à prima & ſecunda.*

Regula VI.

Dato numero militum occupantium, latus, invenire numerum pedum lateris, & viciſſim, datis pedibus lateris, invenire milites occupantes latus.

PRo primo, multiplicetur numerus militum vel per 7, vel per 5, vel per 4; productum dabit quæſitum. Pro ſecundo, dividatur numerus pedum vel per 7, vel per 5, vel per 4; quotus dabit quæſitum.

Regula VII.

Dato numero militum formantium manipulum, & numero eorum qui frontem occupant, invenire numerum occupantium latus: & viciſſim, dato numero occupantium latus, invenire numerum occupantium frontem.

PRo primo, dividatur numerus militum per numerum frontis; & habebitur latus. Pro ſecundo, dividatur numerus militum per numerum lateris, & habebitur frons.

Regula VIII.

Dato numero militum frontis, & datâ in numeris proportione frontis ad latus, invenire latus: vel dato numero militum lateris, & proportione ejus ad frontem, invenire frontem.

SIt frons ad latus, ſicut numerus A ad numerum B. Fiat ut A ad B, ita numerus frontis ad aliud; & habebitur latus. Item fiat ut B ad A, ita numerus lateris ad aliud; & habebitur frons.

A.	B.
4.	2.
9.	3.
16. &c.	4

Regula IX.

Datâ fronte & latere, invenire numerum omnium militum.

MUltiplicetur frons per latus, & producetur numerus quæſitus.

Corollaria.

SImili ratione, dato numero pedum frontis, & ſpatio quod occupat totus manipulus, aut numero omnium militum, invenitur numerus pedum lateris; aut numerus frontis per numerum lateris, *per Regul. 7.* Item, dato numero pedum frontis, & proportione frontis ad latus, aut è contrario, invenitur & frons, & latus, *per Regul. 8.* Item dato numero pedum frontis & lateris, invenitur numerus pedum totius ſpatii, *per Regul. 9.*

CAPUT XII.

Aliæ Regulæ ad Tacticam manipulorum ſpectantes.

LIBER XXV.

DE
HARMONICA, SEU MVSICA.

Prooemium.

Muſica ſive Harmonica.

DE Harmonica, ſeu Muſica, quam ſcientiam contemplandi & exercendi concentum definit Euclides, tam multis ac variè ſcripſerunt priſci, ſemipriſci, ac recentiores plurimi, quos inter eſt Euclides, Ptolemæus, Ariſtoxenus, Alipius, Boëthius, Stapulenſis, Zarlinus, Merſennus, Keplerus, Kircherus, alijque multi, inſignes Mathematici, ut meritò quis ſuſpicetur, eam non ultimam eſſe Mathematicarum Diſciplinarum; nec oſcitanter tractandam, quæ tantâ ab illis eſt accuratione pertractata. Nihilominùs ſi quis Græcorum ſcripta evolvat, reperiet totam eorum Muſicam (quę quidem ſcriptis eſt conſignata) in alio non conſiſtere, quàm in conſideratione ſonorum, intervallorum, conſonantiarum, tetrachordorum, ſyſtematum, generum, aliorumque ſimilium. Nec ab his diverſa tradunt Latini ingentibus voluminibus, niſi quòd Latinorum etiam ſeu Modernam Muſicam utcunque explicent, inſuperque Melopœiam ſeu componendi artem adjungant. In utramque Muſicam, Græcorum inquam, & Latinorum, nè nihil de illa ſcripſiſſe videamur, ſequentem damus Introductionem; reliqua quę longioris ſunt indaginis, Tyro ex citatis Auctoribus petet. Nonnulla ex his tradidimus etiam Par. 2. Magiæ lib. 6.

CAPUT. I.

De Muſica Græcorum, in quo conſiſtat, quomodo nata, & propagata.

Muſica Græcorum in quo conſiſtat.

TOta Græcorum Muſica conconſiſtebat præcipuè, ut dixi, in conſideratione ſonorum, intervallorum, conſonnatiarum, ſyſtematum, generum, tonorum, aliorumque ſimilium.

I. De Sonis Muſicis.

Muſicus ſonus.

SOnus omnis qui in Muſica adhibetur, aut gravis eſt, aut acutus. Gravis eſt, quando depreſſius ſeu profundus eſt; acutus, quando altus ſeu elatus. Uterque φθόγγος Græcè, hoc eſt, Phtongus appellatur à Boëthio, & alijs: qui ſi melodiæ aptus eſt, dicitur ἐμμελὴς; ſi ineptus, ἐκμελὴς. Melodiæ aptum ſonum ſeu phtongum Euclides vocat *concinnum vocis caſum ad unam extenſionem*; Prucliis verò, *ſonum carentem intervallo*; quod Herigonus bene ſic interpretatur: *Le ſon eſt la voix qui tient ferme ſur une meſme note.* Quod qua ratione intelligendum ſit, ex mox ſequentibus parebit.

II. De Intervallis Muſicis.

Muſica intervalla. SOnus qui in Muſica adhibetur ad harmoniam efficiendam, non manet ſemper ſibimet ipſi æqualis, nec ſemper retinetur idem, ſed variatur, nunc ex gravi in acutum aſcendendo, nunc ex acuto in gravem deſcendendo, ut fiat varia & concinna gravium & acutorum ſonorum permixtio. Diſtantia igitur, quæ eſt inter gravem & acutum ſonum, appellatur Intervallum, græcè διάστημα. Unde Boëthius ſic illud definit: *Intervallum eſt ſoni acuti, graviſque, diſtantia.* Et Euclides in ſua Muſica: *Intervallum*, inquit, *eſt, quod continetur duobus ſonis, acumine & gravitate differentibus.* Ex diverſa igitur ſonorum gravium & acutorum mixtura, naſcuntur diverſa διαστήματα, ſeu Intervalla: de quorum numero, diviſione, ordine, conſonantia, diſſonantia, aliiſque affectionibus, tanta eſt apud Auctores varios, tam antiquos, quàm modernos, ſententiarum diverſitas, ut vix unus cum altero conveniat. De intervallis Muſicis mox plura dicemus, ubi & Tabulam præcipuorum Intervallorum dabimus.

III. De conſonantiis ac Diſſonantiis Muſicis, iterumque de Intervallis.

Muſica conſonantia ac diſſonantia. EX varia acutorum & gravium ſonorum ac vocum, quocunque intervallo diſtantium, permixtione oritur varius concentus, ex occurſu ſeu concurſu ſonorum acuti & gravis compoſitus, quorum alius naturaliter eſt gratus auribus, alius ingratus. Illum Muſici Conſonantiam, hunc Diſſonantiam appellant. *Conſonantia* igitur (quam Græci appellant συμφωνίαν,) *eſt acuti ſoni graviſque mixtura, ſuaviter auribus accid ns. Diſſonantia* (quam Græci διαφωνίαν vocant) *eſt eorundem ſonorum mixtura, aſpere & injucundè auribus accidens.* Ex his colligitur, Uniſonum non eſſe conſonantiam: eſt enim uniſonus (græcè ἰσόφωνος) ſonus ſibi aut alteri omnino æqualis, aut geminus æqualium chordarum aut vocum ſonus, ſine remiſſione ac intenſione. Colligitur præterea, Intervalla Muſica alia eſſe conſona, alia diſſona. *Uniſonus non eſt intervallum Muſicum.*

Conſonantiam ſonorum quomodo deprehenderint Græci. Qui porrò ſoni ſeu phtongi conſonantiam efficerent, qui diſſonantiam, primi Græcorum didicerunt ex judicio aurium, hac, ut reor, viâ. Multas chordas, ſeu ejuſdem, ſeu diverſæ craſſitiei ac longitudinis, extenderunt ſuper eandem tabulam inſtar ciſtæ aut chelys majoris concavam, eaſque ita tendiculis quibuſdam traxerunt, ut, cùm digito aut plectro tangebantur, una acutiùs ſonaret quàm altera, aſcendendo ab infima ſeu graviſſima, uſque ad ſupremam ſeu acutiſſimam. Atque hoc totum ſyſtema chordarum vocarunt ſcalam harmonicam; ſingulas verò chordas, & conſequenter ſingulos ſonos, appellarunt gradus, quoniam ex iis veluti gradibus ſcala chordarum effecta erat. Incitarunt deinde ſimul duas quaſlibet chordas, combinando nunc infimas cum mediis, & ſupremis, nunc medias cum his atque illis. Et quarum ſimul concitatarum ſonus accidebat gratus auribus, eas conſonantiam efficere aſſeruerunt; quarum ingratus, diſſonantiam. Ac priorum quidem intervallum appellarunt conſonum, poſteriorum diſſonum. Præterea intervallum inter duas proximas chordas, hoc eſt, inter primam & ſecundam, appellarunt διὰ δυοῖν, *per duas*; intervallum verò inter tres, hoc eſt, inter primam & tertiam omiſsâ ſecundâ, appellarunt διὰ τριῶν, *per tres*; inter quatuor, διὰ τεσσάρων, *per quatuor*; inter quinque, διὰ πέντε, *per quinque*; inter ſex, διὰ ἕξ, *per ſex*; inter ſeptem, διὰ ἑπτὰ, *per ſeptem*; intervallum inter octo chordas, non appellarunt διὰ ὀκτὼ, *per octo*, ſed διὰ πασῶν, per omnes (ſubintellige chordas) ideo fortaſſis, quia initio octo tantùm chordas extenderunt. Quas quidem octo chordas ita concinnarunt, ut ſonus octavæ à ſono infimæ diſtaret eâ ratione, qua pueri aut mulieris vox à voce viri, cùm ſimul eundem ſeu æqualem ſonum edere cantando volunt, diſtat; intermediæ verò ab infima uſque ad octavam paulatim & ferè paribus intervallis in acumen declinarent. Quod idem deinde ſervarunt, quando extenderunt quindecim chordas, ita ut decima quinta diſtaret ab octava tantum, quantum à prima diſtabat octava, niſi quòd octo ſecundæ à primis octo diſcreparent acumine. Idem prætereа ſervarunt, ſeu primi, ſeu ſubſequentes Græci, in adjectione aliarum octo, incipiendo incluſivè à decima quinta uſque ad vigeſimam ſecundam.

Quod diximus de chordis, intelligi etiam debet de fiſtulis, vocibus, & quibuſcunque corporibus ſonantibus ejuſdem rationis.

Hæc ratio dijudicandi conſonantias à diſſonantiis, & intervalla conſona à diſſonis diſcernendi, duravit uſque ad Pythagoræ tempora, qui primus advertit, judicium aurium eſſe fallax, quoniam nec omnibus eadem ſentiendi vis, nec eidem homini ſemper æqualis, nec ullis inſtrumentis fidendum, utpote penes quæ ſæpe multa varietas & inconſtantia naſcitur, ob aëreo nunc humidiorem, nunc ſicciorem, chordam modo craſſiorem, modo ſubtiliorem, aliaſque ob circumſtantias. Idem contingit in aliis quibuſvis inſtrumentis, ac etiam vocibus hominum. Diu igitur cogitavit, quanam ratione firmiter & conſtanter conſonantiarum momenta perdiſceret, earumque rationem non ſenſui, ſed rationi ac judicio committeret; donec fabrorum officinas aliquando præteriens, exaudivit malleos incodi illiſos ex diverſis ſonis unam quodammodo concinentiam perſonare, deprehenditque, examinatis malleorum ponderibus, quæ erant pondo 12, 9, 8, 6, deprehendit inquam, malleos qui erant in proportione dupla, nempe ut 12 ad 6, efficere conſonantiam διὰ πασῶν; malleos verò qui erant in proportione ſeſquitertia, nempe ut 12, ad 9, ut 8 ad 6, efficere conſonantiam διὰ τεσσάρων; & malleos qui erant in proportione ſeſquialtera, nempe ut 9 ad 6, & ut 12 ad 8, efficere conſonantiam διὰ πέντε; denique malleos qui erant in proportione ſeſquioctava, nempe ut 9 ad 8, efficere conſonantiam διὰ τόνου. Idem deprehendit poſtea contingere in nervis, in calamis, cyathis, aliiſque corporibus: unde tam ipſe, quàm omnes poſtea Muſici alii, ſtatuerunt univerſale illud Axioma, *ut magnitudo ad magnitudinem in eadem ſpecie materiæ, ita ſonus ad ſonum.* Senſus eſt, ut chordarum ejuſdem craſſitiei, & eâdem vi tenſarum longitudo ad longitudinem, ita ſonus unius ad ſonum alterius: ut chordarum ejuſdem longitudinis, & eodem ſeu æquali pondere tenſarum craſſities ad craſſitiem, ita ſonus unius ad ſonum alterius: ut malleorum ejuſdem materiæ pondus ad pondus, ita ſonus ad ſonum. Idem de reliquis corporibus ſonantibus judicium eſto. *Pythagoras quomodo invenerit conſonantias Muſicas.*

Atque

Atque hæc eſt cauſa, cur conſonantia Diapaſon vocetur dupla, Diateſſaron ſeſquitertia, Diapente ſeſquialtera, Tonus ſeſquioctava.

Conſonantia & intervalla muſica.

IV. Iterum De Conſonantijs & Intervallis Muſicis.

Porrò inter plures conſonantias quas Pythagoras prædicto artificio invenit, eas tantum acceptavit, quæ ſimpliciſſimæ ſunt, & oriuntur ex proportione multiplici, aut ſuperparticulari, uſque ad quadruplam incluſivè, & non ultra; nempe illas quæ ſunt inter 2 & 1, inter 3 & 2, inter 4 & 3, inter 3 & 1, & inter 4 & 1, vocanturque ab antiquis Diapaſon, Diapente, Diateſaron, Diapaſon, Diapente, & Diſdiapaſſon; à modernis verò, Octava, Quinta, Quarta, Duodecima, & Decimaquinta. Alij tamen ſubſequentes Muſici plurimas alias acceptarunt Conſonantias, ſeu Intervalla coſona, uti ex ſequentibus Tabulis patet; quorum aliqua vocant majora, alia miaora.

Tabula I. Intervallorum majorum apud Muſicos uſitatorum.

Nomina Græca	Nomina Græcolatina.	Nomina Latina	Proport. termini	Proportionum ſpecies.
Διὰ τόνου	Tonus major.	Secunda perfecta.	ut 9 ad 8.	Seſquioctava.
Διὰ τριῶν	Ditonus.	Tertia major.	ut 5 ad 4.	Seſquiquarta.
Διὰ τεσσάρων	Diateſſaron, Tetrachordum.	Quarta.	ut 4 ad 3.	Seſquitertia.
Διὰ πέντε	Diapente.	Quinta.	ut 3 ad 2.	Seſquialtera.
Διὰ ἕξ.	Hexachordum majus, ſeu Tonos cum Diapente.	Sexta major, ſeu dura,	ut 5 ad 3.	Superbipartiens tertias
Διὰ πασῶν.	Diapaſon.	Octava.	ut 2 ad 1.	Dupla.
Διὰ πασῶν Διτόνου.	Diapaſon cum Ditono.	Decimamajor	ut 5 ad 2.	Dupla ſeſquialtera
Διὰ πασῶν διὰ τεσσάρων.	Diapaſoo Diateſſaron.	Undecima.	ut 8 ad 3.	Dupla ſuperbipartiens tertias.
Διὰ πασῶν διὰ πέντε.	Diapaſon Diapente.	Duodecima.	ut 3 ad 1.	Tripla.
Διὰ πασῶν διὰ ἕξ.	Diapaſon cum Hexachordo majore.	Decima Tertia.	ut 10 ad 3.	Tripla ſeſquitertia.
Δισδιαπασῶν	Biſdiapaſoo.	Decima quinta. ſeu duplex octava.	ut 4 ad 1.	Quadrupla.
Δισδιαπασῶν διτόνου.	Biſdiapaſon cum Ditono.	Decima ſeptima	ut 5 ad 1.	Quintupla.
Δισδιαπασῶν διὰ τεσσάρων	Biſdiapaſon Diateſſaron.	Decima octava.	ut 16 ad 3.	Quintupla ſeſquitertia.
Δισδιαπασῶν διὰ πέντε.	Biſdiapaſon Diapente.	Decima nona.	ut 6 ad 1.	Sextupla.
Δισδιαπασῶν διὰ ἕξ	Biſdiapaſon cum hexachordo.	Vigeſima.	ut 20 ad 3.	Sextupla ſuperbipartiens tertias.
Τρισδιαπασῶν.	Triſdiapaſon.	Vigeſima ſecunda.	ut 8 ad 1.	Octupla.
Τριημιτόνιον	Semiditonus.	Tertia minor.	ut 6 ad 5.	Seſquiquinta.
Ἑξάχορδον μικρόν	Hexachordum minus, ſeu Semitonium cum Diapente.	Sexta minor, ſeu mollis.	ut 8 ad 5.	Supertripartiens quintas.
Διαπασῶν καὶ ἡμιδίτονος.	Diapaſon cum Semiditono.	Decima minor.	ut 12 ad 5.	Dupla ſuperbipartiens quintas.
Διαπασῶν καὶ ἑξάχορδον μικρόν.	Diapaſon cum Hexachordo.	Decima tertia minor.	ut 16 ad 5.	Tripla ſeſquiquinta.
Ἡμι διὰ πέντε	Semidiapente.	Quinta falſa.	ut 40 ad 45.	Superdecunono partiens quadrageſimas quintas
Δίτονος καὶ διὰ πέντε.	Ditonus cum Diapente.	Septima major.	ut 15 ad 8.	Super ſeptupartiens octavas.
Ἡμιδίτονος καὶ διὰ πέντε.	Semiditonos cum Diapente.	Septima minor.	ut 9 ad 5.	Supra quadrupartiens quintas
Τρίτονος.	Tritonus.	Quarta dura.	ut 45 ad 32.	Super quintudecupartiens trigeſimas ſecundas.

Nô-

Nomina Græco-Latina	Proportionum termini.	Proport. ſpecies.
Tonus minor, ſecunda imperfecta. Eſt differentia inter Diateſſaron & Semitonium; vel inter Diapente & Hexachordum majus.	ut 10 ad 9.	Seſquinona.
Semitonium majus. Eſt differentia inter Diateſſaron & Ditonum, vel inter Diapente & Hexachordum minus.	ut 16 ad 15.	Seſqui decimaquinta.
Semitonium minus. Eſt differentia inter Ditonum & Semiditonum, vel inter Hexachordum majus & minus.	ut 25 ad 24.	Seſquivigeſima quarta.
Comma. Eſt differentia inter Semitonium majus & minus.	ut 81 ad 80.	Seſquioctogeſima.
Skiſma eſt dimidium Commatis. *Diaſchiſma* eſt dimidium Dieſis		

Dieſis ab aliquibus vocatur ſemitonium minus, ab alijs ſonus minor ſemitonio. Practici Muſici nunc ubi volunt dimidium vocis ſeu ſoni à Cantore adhiberi, apponunt notam Dieſis ſic, ♯

V. *De Tetrachordis Græcorum, eorumque numero, ordine, & appellatione.*

Tetrachor. da Græco rum.

ADeo ſimplex principio apud Græcos erat Muſica, ut quatuor ſolùm nervis ſeu chordis conſtiterit. Erant hi itaque inter ſe ordinati quoad intenſionem, craſſitiem, & longitudinem, ut primus & quartus Diapaſon conſonantiam reſonarent; medij verò ad ſe invicem quidem tonum, ad extremos verò Diapente, ac Diateſſaron. Atque hoc ex quatuor chordis dicto modo ordinatis Inſtrumentum (ſeu lyra id fuerit, ſeu cithara) Tetrachordon ſeu Quadrichordum appellabatur, ejuſque inventor Mercurius fuiſſe creditur. Deinde paulatim in Pentachordon, Hexachordon, Heptachordon, Octochordon, Enneachordon, Decachordon, Hendecachordon, ulteriùſque in Triſdecachordon, & Teſſaradecachordon excrevit, quod quatuordecim conſtabat chordis; quibus deinde addita fuit decima quinta & infima chorda, quæ ob id προσλαμβανομένη, hoc eſt, aſſumpta ſeu adjuncta appellatur. Infertæ fuerunt poſtea aliæ tres chordæ, & in univerſum octodecim chordarum Inſtrumentum eſt conſtitutum; quod ob antiquitatis reverentiam in quinque Tetrachorda (initio facto à prima poſt προσλαμβανομένην) dividitur, eò quòd ultima primi Tetrachordi chorda ſit prima ſecundi, & ultima ſecundi prima tertij &c. exceptâ prima quarti Tetrachordi; quæ non communicat cum ultima tertij.

Horum quinque Tetrachordorum primum appellatur ὑπάτων, graviſſimum, vel ὑπατῶν, graviſſimarum, ſeu principalium; ſecundum, μέσων, medium, vel μεσῶν mediarum; tertium, συνήμμενον, conjunctum, vel συνημμένων, conjunctorum; quartum, διεζευγμένον, disjunctum, vel διεζευγμένων, disjunctarum; eò quòd, ut dixi, prima ejus chorda cum ultima tertij non communicat, ſed disjuncta eſt; quintum, ὑπερβόλαιον, acutiſſimum, vel ὑπερβολαίων, acutiſſimarum, ſeu excellentium. Cæterum quatuor quælibet horum quinque Tetrachordorum chordæ longè aliter ordinatæ atque intenſæ ad ſonos edendos ſunt, quàm in primo Mercurij Tetrachordo: hic enim Tetrachorda nihil aliud ſunt, quàm quatuor chordæ juxta quatuor Diateſſaron ſeu Quartæ ſonos extenſæ.

Chordarum nomina Græca, & Græcolatina, earumque ſignificata, & numerum ſeu ordinem habes in ſequenti Tabula; in qua ſcripſimus ὑπατῶν cum Glareano, non ὑπάτων ut quidam alij.

Tabula Chordarum in Græcorum quinque Tetrachordis.

Ordo	Græca nomina.	Latino-græca Nomina.	Significatio
18	νήτη ὑπερβολαίων	Nete hyperbolæon	Ultima acutarum ſeu excellentium.
17	παρανήτη ὑπερβολαίων	Paranete hyperbolæon.	Penultima acutarum ſeu excell.
16	τρίτη ὑπερβολαίων	Trite hyperbolæon	Tertia acutarum, ſeu excellent.
15	νήτη διεζευγμένων	Nete diezeugmenon	Ultima disjunctarum.
14	παρανήτη διεζευγμένων	Paranete diezeugmenon	Penultima disjunctarum.
13	τρίτη διεζευγμένων	Trite diezeugmenon	Tertia disjunctarum.
12	παραμέση.	Parameſe.	Vicina mediæ.
11	νήτη συνημμένων	Nete ſynemmenon	Ultima conjunctarum.
10	παρανήτη συνημμένων	Paranete ſynemmenon	Penuluma conjunctarum.
9	τρίτη συνημμένων	Trite ſynemmenon.	Tertia conjunctarum.
8	μέση	Meſe	Media.
7	λιχανὸς μεσῶν	Lichanos meſon	Iodex. ſeu extenſa mediarum.
6	παρυπάτη μεσῶν	Parhypate meſon.	Subprincipalis, ſeu ſecunda mediar.

ὑπά-

5	ὑπάτη μέσων	Hypate meſon.	Principalis ſive gravis mediarum.
4	λιχανὸς ὑπατῶν	Lichanos hypaton.	Index principalium ſeu gravium.
3	παρυπάτη ὑπατῶν	Parhypate hypaton	Secunda ſeu ſubprincipal. grav.
2	ὑπάτη ὑπατῶν	Hypate hypaton	Principalis principalium, ſeu gravis gravium.
1	προσλαμβανόμενος	Proslambanomenos	Aſſumpta, ſeu acquiſita.

VI. De ſyſtematibus, & Generibus Muſicis Græcorum.

Syſtemata muſica. CHordarum, & conſequenter etiam vocum ac ſonorum quorumlibet ordinationem prædictam per Tetrachorda, Græci vocant Syſtema Muſicum, Latini Scalam ſeu Manum Muſicam, ut dicemus poſtea. Quoniam igitur varia fuit hujuſmodi chordarum ordinatio, nunc ſcilicet pauciorum, nunc plurium; conſequens eſt etiam varia fuiſſe Syſtemata, quædam minora, quædam verò majora, prout plura aut pauciora tetrachorda in unum fuerunt coordinata.

Præterea in quovis Syſtemate quatuor cujuſlibet Tetrachordi chordæ diverſimodè à diverſis Muſicis fuerunt ſecundùm gravitatem & acumen ſonorum ordinatæ: nam in aliquibus in aſcenſu ac deſcenſu procedebatur per majora, in alijs per minora intervalla, variè permixta: Atque hos aſcendendi ac deſcendendi modos vocarunt Græci Genera modulandi, ſeu Genera Muſica. Itaque Genus Muſicum hic nihil aliud eſt, quàm certa quædam habitudo ſeu convenientia ſonorum, qui inter ſe componunt Diateſſaron ſeu Quartam. Vel, eſt relatio quædam quam ad invicem habent quatuor ſoni, vel tria intervalla, alicujus Quartæ.

Triplex porrò ab antiquis ac modernis adſignatur modulandi Genus, Diatonicum, Chromaticum, Enharmonicum. *Diatonicum Genus eſt*, quod per duos tonos & ſemitonium incedit in aſcenſu, contrariâ verò ratione in deſcenſu. *Chromaticum Genus* (ſic dictum à coloribus, quòd veteres hoc à præcedenti diverſis coloribus diſtinguebant) eſt, quod per duo ſemitonia & ſemiditonum incedit. *Enharmonicum Genus* eſt, quod per duas dieſes & ditonum procedit. Piget diutiùs his inhærere.

CAPUT II.

De Muſica Latinorum ſeu Moderna.

Muſica Latinorum ſeu Moderna. DIfficillima erat Græcorum Muſica, tum ob chordarum numerum & nomina multiplicia, tum verò maximè ob notas multiplices & intricatiſſimas, quibus vocis ac ſoni variationem quoad aſcenſum ac deſcenſum, ſeu gravitatem & acumen, denotabant. Notæ illæ extant apud Alipium, & alios antiquos, & videntur eſſe litteræ Græcæ variè transformatæ. Latini ergo ut faciliorem redderent Muſicam à Græcis acceptam, varia jam inde à Boethij, Sanctorum Ambroſij, Auguſtini, & Gregorij Magni temporibus adhibuerunt compendia, donec tandem Guido Aretinus, ex Aretio Hetruriæ oppido oriundus, Monachus Benedictinus, circa Annum Domini 1024 excogitavit novum cantandi, & cantum diſcendi atq; docendi genus facile ac jucundum, quo etiamnum tota utitur Europa.

Hæc autem præcipuè præſtitit Guido circa Muſicam reformatam. *Primò* cùm videret, inter octo lineas à prædeceſſoribus adhibitas (tot enim in Eccleſiaſtico cantu adhibebant, tanquam octo chordas, paribus intervallis inter ſe diſſitas, quarum initia litteris Græcis aut Latinis A B C D E F G H inſignita erant, & in illis lineis notabantur puncta, ut nunc notæ muſicæ, omiſſis ſpatijs intermedijs) ſpatia otioſa eſſe, ac punctis ſeu notis vacantia; reſtrinxit eas lineas ad quinque, & medijs interſeruit etiam notas, ut ſic paucioribus lineis plura intervalla comprehenderet. Harum quinque linearum ſchema Neoterici Muſici vocant Pentagrammum.

Secundò, pro vocum ſignis quibus antea uſi fuerant ad voces exprimendas, ſubſtituit ſex hasce ſyllabas, *Ut*, *Re*, *Mi*, *Fa*, *Sol*, *La*; à quarum prima, *Ut*, per reliquas aſcenſus fieret à voce graviſſima ad acutiſſimam, & ab ultima, *La*, per easdem deſcenſus ab acutiſſima ad graviſſimam. Deſumpſit has ſyllabas ex prima Hymni de S. Joanne Baptiſta ſtropha illa.

> *Ut* queant laxis *Re*ſonare fibris,
> *Mi*ra geſtorum *Fa*muli tuorum;
> *Sol*ve polluti *La*bii reatum, &c.

Tertiò, retinuit ſeptem litteras Alphabeti à S. Gregorio Magno antea pro vocum ſignis inſtitutas, easq; in linearum ac ſpatiorum ſui Pentagrammi initijs diſpoſuit, ideoque eas vocavit Claves cantus, quoniam aditum aperiunt ad cantum inchoandum, ac proſequendum.

Quartò, has litteras, & prædictas ſyllabas, in ordinem tanquam in ſcalam quandam, ad Græcorum Tetrachordorum ſimilitudinem, redegit, ductis, in plano multis lineis inter ſe parallelis, ſcalæ formam referentibus. Et in primo quidem ſcalæ grado, ſeu in infima linea, poſuit vocem *Ut*. præfixâ tertiâ Græci Alphabeti litterâ majuſcula Γ. deinde in ſpatio inter primam & ſecundam lineam poſuit vocem *Re*, cum littera A præpoſita: in ſecunda linea vocem *Mi*, cum littera B, & ſic ulteriùs, ut apparet in Syſtemate ſeu ſcala Guidonis, quæ paſſim extat apud Muſicos theoricos; qui tamen non in lineis & ſpatijs, ſed in ſolis ſpatijs inter duas quasque lineas comprehenſis prædictas litteras ac ſyllabas, uti & numeros vocum ſeu ſonorum proportiones ſignificantes, ſcripſerunt. Et quoniam Guido ſyſtema ſuum, ſeu ſcalam Muſicam, ad 22 chordas ſeu gradus extendit, in ijs litteras ſeptem prædictas ita diſtribuit, ut poſt græcum Γ in infimo gradu collocatum, ſequantur ordine ſeptem majuſculæ A B C D E F G; deinde eædem ſeptem minuſculæ *a b c d e f g*, cum ♮ quadrato inter *b* & *c* poſito; tertiò quinque geminatæ ſic, A a, B b, C c, D d, E e, cum gemino B ♮ quadrato inter B*b* & C*c* collocato. Easdem litteras & ſyllabas hactenus dictas diſtribuit Guido memoriæ causâ in manûs ſiniſtræ digitis, ideoque & Guidonianum hoc ſyſtema vocatur Manus Muſica.

CAPUT

CAPUT. III.

De Muſica Figuratæ Elementis.

Muſica figurata elementa. MUſica Latinorum quæ ſit, & cur ita dicatur, patet ex capite præcedenti. Dividitur in planam, & figuratam. Plana eſt, in qua omnes notæ vocum ſeu ſonorum ſunt ejuſdem figuræ & valoris, & proinde eum eâdem temporis morâ omnes in aſcenſu ac deſcenſu voces cantantur. Vocatur etiam Muſica Gregoriana, Eccleſiaſtica, Choralis, Monaſtica, quia à S. Gregorio Magno vel inventa, vel reſtaurata, & in Eccleſia, in Choro, à Monachis præcipuè, uſurpatur. Figurata eſt, in qua diverſarum figurarum notæ, diverſique valoris quoad moram temporis, adhibentur. De hujus ſecundæ Elementis potiſſimùm hîc agitur (quanquam nonnulla quæ dicentur, etiam priori ſint communia) cujuſmodi ſunt Claves, Voces, partes, Pentagrammata cum eorum ſignificatione, Cantus, Notæ & earum valor, Tactus ſeu Menſura, Pauſæ, Ratio triplæ, Intervalla, Modi ſeu Toni, & ſimilia.

Muſicæ claves. I. *Claves Muſicæ* ſunt ſeptem primæ Alphabeti Latini litteræ, A B C D E F G, ut ſuprà dixi; quæ aſcendendo antogrado, deſcendendo verò retrogrado ordine numerantur. Vocantur claves, quia ijs veluti clavibus porta ad modulationem inchoandam ac proſequendam, tum in cantando, tum in componendo aperitur, ut poſtea meliùs dicetur.

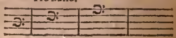
Muſicæ voces. II. *Voces Muſicæ* ſunt ſex ſuprà recenſitæ: Ut, Re, Mi, Fa, Sol, La; quibus addunt aliqui Bi, vel Si, ſed ſine neceſſitate. His vocibus aſcenditur ab Ut in Re, Mi &c. & deſcenditur à La in Sol, Fa &c. idque vel continuato aſcenſu ac deſcenſu, vel interrupto: quem quidem aſcenſum ac deſcenſum Solmiſationem, ſeu Solmiſationem appellant. Omnes prædictæ voces inter ſe tono uno æqualiter diſtant, præter Mi & Fa, quæ ſemitonio. Sed de his iterum poſtea.

Muſicæ partes. III. *Partes Muſicæ* ſunt diverſæ cantantium voces, acumine & gravitate inter ſe differentes, & ſecundùm varias conſonantias permixtæ, ex quibus tanquam ex partibus harmonia componitur. Hæ poſſunt eſſe 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, & quotquot demum ſymphoniurgus voluent. Principales tamen ſunt quatuor, dicunturque Cantus ſeu Diſcantus, Tenor, Altus ſeu Contratenor, & Baſſus ſeu Baſis. Harum aliquando concinunt duæ tantùm, aliquando tres, aliquando quatuor, aliquando plures, ſeu ejuſdem, ſeu diverſæ denominationis, ut poſtea patebit.

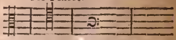
Muſicæ Pentagrammata. IV. *Pentagramma* ſunt quinque lineæ parallelæ, quibus inſcribuntur & claves, & voces, & notæ muſicæ, & pauſæ. Auctor earum cenſetur fuiſſe Guido Aretinus, ut ſuprà dixi. Cùm enim Græci ac Latini antiqui in ſuis cantibus per claves ſignandis, & per notas exprimendis, uterentur pluribus lineis inter ſe parallelis, quas chordas vocabant; Guido prædictus judicavit quinque ſufficere, ſi notæ muſicæ non ſolùm in ipſis lineis, ſed in intervallis etiam vacuis inter quaſlibet duas interjectis, uti & ſupra ac infra lineas, notarentur. Has quinque lineas nos Pentades lineares ſeu Pentagramma appellamus. Muſici abſolutè lineas vocant. Hiſce, earumvè intervallis, attribuunt Muſici unam è ſeptem prædictis clavibus ſeu characteribus muſicis, quamvis non omnes ſeptem notentur, ſed tantùm C, F, & G; nec C & F ponuntur expreſsè, ſed pro C ſignum hoc, pro F verò ſignum hoc; G autem per ſe collocatur, licet ſubinde aliquantùm deformatum. Signum hoc, ſemper ponitur in Pentagrammo Baſſi, & aliquando in Pentagrammo Tenoris. Et in Baſſo quidem collocatur vel in linea media, vel in quarta ab infima, vel in quinta, ut in ſequenti ſchemate apparet.

Signatio Pentagrammorum Muſicorum pro Cantu Duro.

Pro Baſſo.



Pro Tenore.



Pro Alto.

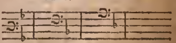


Pro Cantu.

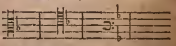


Signatio Pentagrammorum Muſicorum pro Cantu Molli.

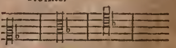
Pro Baſſo.



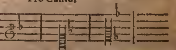
Pro Tenore.



Pro Alto.



Pro Cantu.

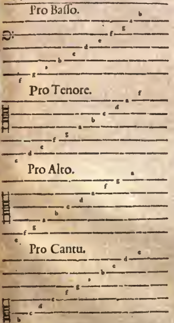


In tranſponendis cantionibus ut plurimùm ponitur in media, & tunc Baſſus altius intonat. Quãdo ponitur in quarta linea, mediocrem, & vocibus huma-

humanis maximè naturalem intonationem, prioreq; ſemiditono inferiorem indicat. In quinta linea collocatum (quod rarò fit) profundiſſimã, & ſemiditono præcedente inferiorem denotat intonationem. Baſſi ſignationem ſequuntur reliquarum vocum ſignationes, eo prorſus modo, quo in prædicta fig. apparet. Eſt autem duplex ſignatio; quarum altera, quam prima diagrammatis columna exhibet, appellatur Dura ſeu Naturalis, altera verò, quàm exhibet ſecunda columna, appellatur Mollis ſeu Ficta, & à præcedenti ſolùm in hoc differt, quòd ſingulis Vocib. ſeu Partibus in convenienti linea ſeu ſpatio Pentagrammi ponitur b, ut in Diagrammate apparet. Poſſent quidem & aliter pro aliis cantionum tranſpoſitionibus ſignari Pentagramma, ſed tunc nimis altam aut profundam denotarent vocem.

A prædictis tribus figuris ſi ſurſum ac deorſũ per lineas ac ſpatia Pentagrammorum numeres, invenies ſedes aliarum ſeptem principalium Clavium ſeu Characterum, A B C D E F G, prout in ſequenti Diagrammate clarè patet.

Diſpoſitio Clavium in Pentagrammis Muſicis.



Simili modo diſponũtur Claves in cæteris Pentagrammis paulò ante datis, tam pro Cantu Duro, quàm pro Molli ut n. hîc, ita ubique à ſigno , aut , aut , hoc eſt, ab F, à C, à G, aſcenditur ſurſum, vel deorſum deſcenditur, donec ſingulis lineis ac intervallis ſua Clavis reſpondeat.

Muſicus cantus. V. *Cantus duplex eſt*, Mollis, cui B præfixum eſt; & Durus, cui B præfixum non eſt. Mollis dicitur cantus, qui non eſt adeo gravis; durus qui eſt gravis: unde priorem aliqui fictum, poſteriorem verò vocant naturalem. Uterque notatur in Pentagrammis modis antea dictis. In Cantu Molli in F aſcendendo canitur *Ut*, & conſequenter in A canitur *Mi*, deſcendendo verò *La*, deinde in D canitur aſcendendo *Re*, deſcendendo *La*. In Cantu Duro in A aſcendendo canitur *Re*, deſcendendo *La*, in E canitur aſcendendo *Mi*, deſcendendo *La*, & cõſequenter in C aſcendẽdo *Fa*.

VI. *Notas Muſicas* quod attinet, erant illæ antiquis temporibus primò quidem puncta nigra, deinde circelli albi, demum quadrangulares notulæ nigræ aut albæ, iiſque ſolæ lineæ octogrammi, quod tunc loco pentagrammi uſurpabant, inſigniebantur, & non intervalla linearum, indicabantque Cantori, ibi ubi poſitæ erant, vocem ſeu ſonum eſſe aut elevandum, aut deprimendum. Omnes erant ejuſdem valoris quoad moram temporis, & tantâ cum morâ ſeu duratione ſonus ac vox in lineis inſignitis protrahebatur, quantum cantori lubebat, aut chori moderator permittebat, qui tactu, hoc eſt, manus elevatione ac depreſſione, ut nunc etiam, vocum moras moderabatur. Atque hic cantandi mos duravit uſque ad annum Chriſti circiter 1320, quando Joannes de Muris dicitur inveniſſe notulas diverſi valoris, quibus nunc utimur, ad diverſam vocum ac ſonorum moram exprimendam. Notarum ſpecies omnes exhibet appoſita Tabella, una cùm earum valore, nomine, ac proprietate. Ex quibus apparet, antecedentem ſemper eſſe duplam ſubſequentis, quoad valorem ſeu moram temporis. *Muſicæ notæ.*

Poſt notas muſicas ponitur aliquãdo unũ punctũ, quod ſẽper valet dimidiũ notæ quã ſequitur.

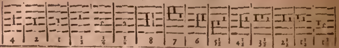
Tabula valoris, nominum & proprietatum notarum Muſicarum.

Notæ.	Tẽpora.	Nomina.	Proprietates
	8.	Maxima.	Dormit.
	4.	Longa.	Cubat.
	2.	Brevis.	Sedet.
	1.	Semibrevis.	Ambulat.
	$\frac{1}{2}$	Minima.	Properat.
	$\frac{1}{4}$	Semiminima.	Currit
	$\frac{1}{8}$	Chroma, Fuſa, Caudata.	Volat.
Caudata. Bicaudata	$\frac{1}{16}$	Semichroma, Semifuſa, Bicaudata.	Avolat.
Tricaudata.	$\frac{1}{32}$	Bichroma, Tricaudata.	Evaneſcit.

VI. *Tactum ſeu Menſuram* inter cantandum quod attinet, conſtat Muſicos ſeu Cantores in cantu figurato non eodem ſemper motu inter cantandum procedere, ſed aliquando tardo, aliquando veloci, aliquando medio inter utrumque. Motus hos præſcribit Choragus elevatione ac depreſſione manus, nunc tarda, nunc celeri, nunc media inter tardam ac celerem. Elevationem Græci vocant *ἄρσιν*, depreſſionem *θέσιν*. Ex utraque componitur una menſura temporis muſici, quam Latini *Tactum*, Itali *La Battuta*, Boëthius *Plauſum*, alii *Menſuram*, Kircherus *Chronometron* appellat. *Muſicus tactus.*

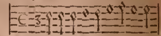
Muſicæ pauſa. VIII. *Pauſa* ſunt certa ſignaio pentagrammis poſita, quibus phonaſci ſeu cantores inonentur, quando, & quanto tempore paoſare dabeant, & à cantro ceſſare, aliis interim cantum proſequentibus. Sigoa pauſarum, unà cum earum valore, hoc eſt, quanto tempore, ſeu quot menſuris aut menſuræ partibus quieſcendum ſit, ob oculos ponit ſeqoeos Tabula; in qua lineæ aliaque ſigos in pentagrammo poſita ſignificant pauſas, numeri infrà ſcripti menſuras, & menſuratū partes.

Tabula Pauſarum, & Valoris earum.



Muſica tripla. IX. *Triplam* quod attioet, ſciendum eſt, valorem prædictarum notarom muſicarum aliquando murari; quod fit, quando pentagrammum notatur certis figuris, aut numeris, ſive in principio cantionum, ſive io progreſſu. Quæ quidem mutatio valde varia eſt, maximè apud antiquiores Muſicos, quorum vix unus cum altero convenit. Uſitatiora ſigna apud modernos ſunt numeri 3 & 2 ſimul poſiti, aut numerus 3 ſolus poſitus, ut ſequitur.





Io primo modo Triplæ, quæ communis vocatur, tres quilibet communes integri tactus faciunt unum ſolum tactum, tam in notis, quàm in pauſis, in ſecundo verò modo tres dimidii tactus faciunt unum tactum in notis, & in paoſis.

X. *Intervalla muſica quid ſint & quotuplex*, diximus ſuprà cap. 1. ubi & duplicem eorum Tabulam dedimus, ex quibus patet in qua proportione qoælibet conſiſtant.

Muſicus modus ſeu Tonus. XI. *Modus, ſeu ut alii vocant, Tonus Muſicus*, eſt certa quædam concentus ſormandi ratio in cantilenæ principio, medio, & fine, ad certam tum intenſionis remiſſioniſque, tom aſcenſus ac deſcenſus meoſuram, tum concentus ad affectus varios movendos efficaciam, inſtituta. Varii à variis tum veteribus, tum modernis adſignantur. Oriuotur omnes ex ſeptem Diapaſon ſeu Octavatum ſpeciebus, pro varia Diateſſaton ac Diapeote, ſeu Quartæ ac Quintæ inius connexione, qoâ Octavæ ipſæ dividuntur. Varietas tota oritur ex variis ſemitoniorum ſedibus, quæ ex Quartarum & Quintarum connexione proficiſcuntur. Sunt totius harmonicæ varietatis cauſa, & origo.

Moderni docti duudecim admittunt Modos ſeu Tonos, ex ſeptem Diapaſnn ſpeciebus deſumptos; quorum ſex appellant authentos ſeu heriles principales, ſex alios plagales ſeu ſervilea ac minùs principales. Cùm enim videant, Diapaſon ſeu Octavas conſtitui ex Quarta & Quinta, ex variis autem Quartarum & Quiotarum ſpeciebus naſci quatuordecim diverſas ſemitonii diſpoſitiones (ſeptem oimirum in quibus aſcendendo Quinta præcedit, Quarta ſubſequitur) atque ex his oriri quatuurdecim diverſas modulationes, quarum tamen duæ, ob tritonom ac ſemiditonum occurrentes, illegitimæ ſunt; ideo rejectis doabus retinuerunt 12 hujuſmodi modulationes, quæ totidem Modos ſeu Tooos moſicos conſtituuot, ita dictos, quòd apti ſint ad variandas cantilenas, eaſque diverſis affectibus concirandis aptas reddaut.

Quis dictorum 12 Modorum ſeu Tonorum primus ſit, quis ſecundus, tertius, &c. longa eſt, & nondum dirempta lis. Moderni ſenſatiores vocant primum, qoi ex prima Diapaſon ſpecie oritur; ſecundum, qui ex ſecunda, &c. Primam autem Diapaſon ſpeciem vocant, quæ oritur ex prima Diapeote ac Diateſſaroo ſpecie. Sed cùm primatus Diapente ac Diateſſaron ſpecierum ab hominum arbitrio dependeat, nec apud omnes eadem ſit mens atque ſententia, indefinitalis manet. Duodecim Tonos, cum eorum nominibus antiquis, qualitatibus, ſignationibos, &c. dedimus in Magia Par. 2. lib. 7. in Menſa Tonographica, & nunc ſeterum ex parte damus.

Menſa Tonographica.

SExtantùm tonos, eaſque præcipuos in hac Menſa proponimus. Singulis adſcribimus nomina, qualitates, ſignationem, & an Cantui duro vel molli congruant. Ducem ſequimur P. Athanaſium Kircherum, tametſi ab aliis nonnihil diſcrepet.

Ordo Tonor	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
Signa. Tonor.	*Durus*	*Mollis.*	*Durus*	*Durus*	*Mollis.*	*Mollis.*
Nomi Tonor.	*Dorius*	*Hypodorius.*	*Phrygius.*	*Hypophrygius*	*Lydius*	*Hypolydius.*
Quali. Tonor.	*Pius.*	*Latus*	*Querulosus*	*Triſtis.*	*Hilaris.*	*Incitatus.*
F	3	✳ 7	6	2	5	8
E	2	b 6	5	1 8	4	7
D	1. 8	5	4	7	3	6
C	✳ 7	4	3	6	2	5
B	b 6	3	2	5	1. 8	4
A	5	2	1. 8	4	7	3
G	4	1 8	✳ 7	✳ 3	6	2
F	3	✳ 7	6	2	5	1. 8

Unde cognoſcatur cujus toni ſit quælibet cantilena, multi multas præſcribont regulas, ſed tam inter ſe diverſas, ut quid ſtatuendum ſit, diſcernere nequeas. Malo itaque nihil dicere, quàm incerta in medium proferre.

CAPUT IV.

De Regulis in Melopœja ſervandis.

PIget plura addere ex iis quæ ſuſiſſimè ab aliis tractantur circa Muſicam, ſeu veterē, ſeu mo- *Melopœjæ regula.*

det-

ternam, præſertim circa harmonicorum numerorum doctrinam, eorumque ad invicem proportionem, additionem, ſubtractionem, multiplicationem, diviſionem, de intervallorum item geneſi, exceſſuque mutuo; de harmonico algorithmo, & Arithmetica muſica, de diviſione toni, aliorumque intervallorum muſicorum hemioſi ſeu dimidiatione, de triplici genere Muſicæ, & varia in unoquoque tetrachordorum diſpoſitione, de conſonantiarum diviſibilitate ac diviſione ope Monochordi, Dichordi, Hexachordi, Enneachordi, Heliconis Ptolemaici, deq; aliis ingenioſis quidē, ſed ferè inutilibus, ſaltem planè ſterilibus inventi, quibus nec ſymphonaſci ſeu cantores, nec ſymphoniurgi ſeu compoſitores unquam utuntur. Solùm libet Regulas nonnullas in Melopœja ſeu Practica compoſitione plurium vocum ſervandas ſubjicere, ac deinde paucis componendi artem, ſaltem quoad Contrapunctum ſimplicem, inſinuare.

Regulæ itaque in practica ſymphoniurgia, id eſt, plurium vocum in concinnam & auribus ſuavem conſonantiam compoſitione ſervandæ, ſunt vel generales, vel particulares. Generales in omni compoſitione ſunt ſervandæ, particulares in particularibus caſibus.

Regulæ Generales.

Regulæ generales pro melopœja.

I. Conſiderentur verba textus cantilenæ futuræ, ac verborum proprietates, & quos exprimant affectus, gaudii, doloris, triſtitiæ, timoris, iræ, riſus, miſerationis, amoris, &c. Alii enim affectus alium requirunt tonum, aliamque notarum diſpoſitionem quoad tarditatem, celeritatem, fugam, ſyncopationem, ligaturam, &c.

II. Eligatur tonus affectui verborum congruus. Qui autem tonus quibus affectibus congruat, diſcetur ex Menſa tonographica, ubi ſingulis tonis adſcripti ſunt competentes affectus.

III. Pentagramma ſignentur prout tonus exigit, id eſt, vel ſignatura cantus duri, vel ſignatura cantus mollis: & alterutra ſignatura vel tranſpoſititia, vel non tranſpoſititia.

IV. Baſis ſeu Baſſus, utpote fundamentum cæterarum partium, primò juxta textus exigentiam conſtituatur, & in ſuo pentagrammo notetur. Et hic ſit gravis, intervallis gaudeat majoribus, ut quartis, quintis, octavis, præſertim in fine, uniſonum ac tertias fugiat quantum fieri poteſt, qualis enim baſſus eſt, tales reliquæ erunt voces.

V. In cantu quocunque nunquam duæ, tres, aut plures perfectæ conſonantiæ, ut ſunt quartæ, quintæ, octavæ, ſe immediatè aſcendentes aut deſcendentes ſequantur ſine intermiſtione aliarum: imò nec duo uniſoni. Imperfectæ autem tertiæ poſſunt ſe mutuò immediatè ſequi. Item diverſæ ſpeciei conſonantiæ ſe ſequi immediatè permittuntur, tam in aſcenſu, quàm deſcenſu, ut quinta, & octava, &c.

VI. In eadem linea aut eodem ſpatio pentagrammi plures conſonantiæ, ſive perfectæ, ſive imperfectæ, ſe immediatè poſſunt ſequi. Item plures ejuſdem ſpeciei conſonantiæ permittuntur, ſi ex eadem chorda, aut eodem ſpatio migraverint per contrarios motus in diverſas partes. Et hoc in octonis vocib. frequentiſſimum eſt.

VII. Caveatur nè *Fa* ponatur contra *Mi*. In certis tamen caſibus, & cum certis cautelis id permittitur.

VIII. Baſſo conſiſtente in aliqua clavi aliquo tempore, aliarū vocum una vel plures per quintam aſcendere aut deſcendere poterit, aut una aſcendere, altera deſcendere, tertia cum baſſo quieſcere.

IX. Cadentiæ ſextarum, ſeptimarum, nonarum, ſimileſque, non permittantur, nec ſonent niſi certo cum artificio adhibeantur.

X. Diligenter obſerventur motus harmoniæ: Sunt autem varii notarum per voces expreſſarum motus: quædam enim voces recto ordine procedunt, quando nim. notæ duarum vocum ſunt in eadem chorda, aliæ motu recto per gradus conjunctos, quando fixa baſi, altera gradatim aſcendit vel deſcendit: aliæ recto motu per disjunctos gradus, quando fixâ unâ voce, altera per disjunctos gradus aſcendit vel deſcendit interruptè: aliæ motu obliquo per gradus conjunctos, quando utraque non aſcendit vel deſcendit gradatim: aliæ motu obliquo per disjunctos gradus, quando una voce obliquè & per ſaltus aſcendente, altera per ſaltus ſive gradus interruptos pariter aſcendit vel deſcendit: aliæ per contrarios motus, quando duæ voces in contrarias partes aſcendendo vel deſcendendo per gradus conjunctos aut disjunctos tendunt; aliæ per ſaltus, quando utraque vox per ſaltus incedit: aliæ aliter.

XI. A conſonantiis perfectis ad imperfectas tranſeatur motu contrario, obliquo, recto, conjuncto, disjuncto, dummodò una pars faciat ſaltum per tertiam majorem: è contrà ab imperfectis ad perfectas tranſeatur motibus contrariis, & non ſolo motu recto, vel obliquo.

XII. Cavendum maximè, nè vocabulis textus tales notæ alligentur, ut inter cantandum ſyllaba longa efferatur ut brevis, & è contrariò, magnum enim vitium eſſet, ſi pronunciaretur āmārē, pro amārē, fīlĭūs, pro fīlĭŭs.

XIII. In compoſitione plurium vocum poſſunt duæ voces in uniſono convenire, dummodò diſcretè & cum judicio fiat.

Regulæ Particulares De Semitoniis,

Regulæ particulares pro melopœja.

I. Semitonium (quod in cantilenis ſignari ſolet ſic ✱) in certis tonis ac conſonantiis tantum adhiberi ſolerà peritioribus Muſicis.

II. Semitonium nunquam apponitur niſi tertiæ in genere Diatonico, ſeu ſimplici cantu, in genere tamen Chromatico & Enharmonico nullum certum ſervat locum.

III. Semitonium nunquam ponitur in genere Diatonico in deſcenſu notarum, ſed in aſcenſu.

IV. In Tonis, primo, ſecundo, tertio, quarto, ſeptimo, locum habet ſemitonium, in aliis tonorum cadentiis non ita crebrò ponitur: in primo enim tono tertia, nimirum C, requirit ſemitonium, ſi ſequens immediatè aſcendit, vel ſi deſcenderit pauſá immediatè ſequente. Similiter & in aliis tonis prædictis.

Regulæ Particulares de b molli.

I. Tum in cantu duro, tum in b molli, nunquā ponitur b molle, niſi in primo tono cantus duri in genere Diatonico, in baſi quidem toties,

quoties nota tangit lineam b Fa b Mi, in vocibus verò quoties Baſſus percurrit G, toties reliquarum vocum una habebit b Fa b Mi molle.

II. In cantu verò molli in Baſſo extra b Fa b Mi ordinariè ponitur b molle in ſecundo tono in E, in reliquis verò vocibus baſſo conſtituto in G, b molle ponitur ſemper in E.

Innumeras alias regulas circa conſonantias licitas & illicitas, circaque alia multa, omitto, quia non perfectum Melothetam inſtruere, ſed ſolùm Tyronem in Melopœjam introducere eſt animus.

CAPUT V.

De Melopœja ſeu Compoſitione practica Contrapuncti ſimplicis.

Contrapunctus muſicus. MUſicus Contrapunctus vel potiùs Contrapunctatio eſt, quando voci cuicunque datæ (, ſive Baſis ſit, ſive Cantus, ſive alia) notiſq; muſicis in pentagrammo ſuo expreſſæ, contraponimus in aliis pentagrammis aliarum vocum notas, conſonantiam inter ſe & cum prioribus efficientes. Dicitur Contrapunctus, ſeu Contrapunctatio hujuſmodi componendi modus, quia contra notas datas ponuntur primò tantùm puncta, & earum deinde loco notæ muſicæ, ut in ſequentibus patebit.

Dividitur Contrapunctus in naturalem, & artificialem. Naturalis fit ex tempore, nulla præeunte arte, ſed ſola Natura ductrice ac directrice: & hoc ſæpe utuntur paſtores, ſartores, foſſores, aliique opifices ſimul laborantes, & tribus quatuorvè vocibus concinentes. Artificialis eſt, qui ſecundùm regulas artis fit. De hoc ſolo loquimur. Hic dividitur in Simplicem, Floridum, & Coloratum. Simplex eſt, in quo nulla notularum muſicarum, & conſequenter nulla temporis ſeu menſuræ varietas eſt, ſed punctus contra punctum, ſeu nota contra notam æqualis in omnib. vocib. valoris ac menſuræ ponitur. Floridus eſt, in quo contra notas datas in una voce, aliæ notæ diverſæ ſpeciei & menſuræ ponuntur in aliis vocibus, vel omnibus, vel ſaltem aliquibus. Coloratus eſt, qui conſtituitur ex diverſorum ſignorum notularumque contrapoſitione, ita ut non ejuſdem menſuræ notæ contra notas tantum, ut in ſimplici, nec diverſarum menſurarum notæ contra alias, ut in florido, ponantur, ſed per diſcretas concordantias pro multiplici ſignorum ac proportionum varietate, ex diverſis figuris ſeu notis artificioſa harmonia, velut ex variis coloribus, conſtituatur. His præmiſſis, ſit

Propoſitio I.

Dato Baſſo reliquas tres voces componere per conſonantias ſimplices.

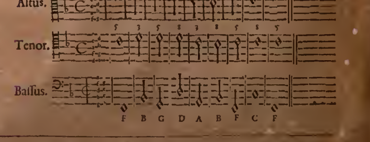
SImplices conſonantias voco tertiam, quintam, & octavam. Has ut Baſſi notis ſuperſtruas, ſic procede.

I. Reliquarum vocum pentagramma ſigna eo modo, quem baſſi ſignatura requirit, juxta methodum ſignandi ſuprà cap. 3. traditam.

II. In pentagrammi Baſſi initio adſcribe ſingulis lineis ac ſpatiis ſuas competentes claves, notas ſingulas ejuſdem Baſſi in pentagrammo ſuis deſcriptas diſtingue, clavibus ſive litteris infra aut ſuprà appoſitis.

III. Reliquarum etiam vocum pentagrammis appone in principio ſuas competentes claves ſeu litteras.

IV. Compoſitionem ipſam auſpicare, ſingulis Baſſi notis correſpondendo aliarum vocum notas ſeu puncta loco notarum, incipiendo à prima, ſic: Clavem F primæ notæ Baſſi adſcriptam quære in reliquarum vocum pentagrammis ſingulis, & ab ipſa ſurſum gradatim per ſingulas claves aſcendendo quære in una voce tertiam, in altera quintam, in tertia octavam, hoc eſt, quære claves quæ à clavi F abſunt ſurſum verſus unâ tertiâ, unâ quintâ, & unâ octavâ, & loca inventa ſigna punctis ſeu notis ejuſdem valoris cum prima nota baſſi, & habebis in reliquis vocibus notas primæ Baſſi notæ ſuperſtructas. Eodem modo procede cum aliis notis Baſſi, donec omnibus congruentes ac conſonantes notas ſuperſtruxeris. Inſpice ſequens paradigma, in quo omnia clarè patent quæ diximus ſervanda.



Simili prorſus methodo dato Baſſo, aut etiam data quavis alia voce, ſuperſtrues unam aliam ſolam, aut duas, aut quatuor, quinque, ſex, ſeptem, ac octo. In omnibus tamen ſerventur regulæ ſupra poſitæ.

Propoſitio II.

Datis quibuſcunque duabus vocibus, reliquas adjungere.

SCiendum eſt, duas voces ſemper convenire vel in uniſono, vel in tertia, vel in quarta, vel in quinta, vel in ſexta, vel in octava. Datis igitur quibuſcunque duabus vocibus in una prædictarum conſonantiarum concordantibus, ut reliquas ſuperſtruas voces, has obſervabis regulas.

I. Cantu & Tenore uniſonante, ſi Baſſus infra Tenorem habeat 3, Altus ſupra baſin habeat 5, aut 6, ſi ille 5, hic 3, vel 10: ſi ille 6, hic 3, vel 10: ſi ille 8, hic 5, 6, 10, 12: ſi ille 10, hic 5, vel 12: ſi ille 12, hic 3, vel 5: ſi ille 15, hic 10, 12, 13.

II. Cantu cum Tenore concordante in 3, ſi Baſſus infra Tenorem habet 3, Altus habeat ſupra Baſſũ uniſonum, vel 8: ſi ille 6, hic 3, vel 10: ſi ille 8, hic 5, vel 6: ſi ille 10, hic uniſonum, vel 12.

III. Cantu cum Tenore concordante in 4, ſi Baſſus habet infra Tenorem 12, Altus habeat ſupra Baſſum 10: ſi ille 5, hic 10.

IV. Cantu cum Tenore concordante in 5, ſi Baſſus habet infra Tenorem 8, Altus ſupra Baſſum habet 3, vel 10: ſi ille 6, hic uniſonum, vel 8.

V. Cantu concordante cum Tenore in 6, ſi Baſſus habet infra Tenorem 5, Altus habeat ſupra Baſſum uniſonum, vel 8: ſi ille 3, hic 5: ſi ille 10, hic 5, vel 12.

VI. Cantu concordante cum Tenore in 8, ſi Baſſus infra Tenorem habet 3, Altus ſupra Baſſum habeat 10, 12, 13: ſi ille 5, hic 3: ſi ille 8, hic 10: vel 12, ſi ille 12, hic 10, vel 17.

Monitio ad Lectorem.

CIrca Contrapuncti ſimplicis compoſitionem multa alia dicenda forent, ut qua ratione conſonantiæ ac diſſonantiæ ſint artificioſe interſerendæ, quæ cautela in compoſitione adhibenda ad vitandos proceſſus illicitos, conſecutionemque octavarum, quis uſus ſit conſonantiarum imperfectarum, nempe decimarum, ſextarum, &c. quis diſſonantiarum uſus, & quomodo collocandæ, ut reddantur conſonæ, de ſyncopiſi ſeu ſyncopatione diſſonantiarum, aliaque multa: quæ quia paucis comprehendi non poſſunt, omittere cogimur.

De ſymphoniurgia ſeu compoſitione Contrapuncti ſimplicis per bacillos muſurgicos; per abacum melotheticum, tam contractum, quam expanſum, per Muſarithmos Melotheticos, per plectru Muſurgica, fuſe egimus in Parte 2. Magiæ lib. 7.

Eadem de cauſa omittimus quæ dicenda reſtarent de compoſitione Contrapuncti Floridi, & Colorati.

LIBER XXVI.

DE
ALGEBRA.

Procemium.

Algebra quid ſit.

ALgebra, quam Divinam appellare ob ſubtilitatem & excellentiam audet nonnemo, obſcurè licèt ab antiquioribus tradita, adeo non difficilis, contra ac plerique exiſtimant, mihi videtur, præſertim ſi quæ de vulgari Arithmetica, ac de Geometria Eelementari & Practica tradidimus, mediocriter ſaltem intelligantur, ut vel ipſis eam Tyronibus hoc loco proponendam exiſtimen. Eam definio Arithmeticam (hoc eſt, Artem numerandi) quæ verſatur circa numeros figuratos, aſſumendo quæſitum numerum tanquam notum, & conſtituendo inter eum alioſque numeros datos æqualitatem, ad inveniendum numerum qui quæritur: qua etiam de cauſa ab aliquibus Analytica nuncupatur. Hoc quid ſit, quavè ratione intelligendum, patebit ex dicendis: explicari enim non poteſt, niſi quid numeros figuratos appellemus, & qua in operationibus ſuis methodo procedat Algebra, priùs explicemus. Cur porro Algebram antiquis Artem prædictam nuncupare placuerit, non omnium una eſt opinio. Sunt qui à præcellentia ſupra alias ſcientias ac artes ita dici autument, derivato videlicet Algebræ vocabulo à radice Hebraica גבר, quod prævalere interpretantur. Alii melius Arabicum agnoſcunt etymon, ajuntque ideo ab Arabibus, ſeu primis inventoribus, ſeu præcipuis cultoribus, vocatam Algebram, hoc eſt, inſtaurationem, (ut ipſi quidem exponunt) quia in quæſtionibus hac Arte ſolvendis ſemper deveniendum eſt ad aliquam æquationem ſive æqualitatem, in qua quidquid aut ablatum, aut diminutum hinc & inde fuit, reſtaurari oportet. Latinorum multi Regulam Cenſus & Rei, hoc eſt, Regulam Radicis & Quadrati eandem dixerunt Artem; quòd magna ex parte quæſtiones in ea propoſitæ, ſolvuntur per calculationes Radicum, quas ipſi Res, & Quadratorum, quos Cenſus vocant; ut inquit Clavius cap. 1. ſuæ Algebræ. Agnoſco atque approbo appellationem, at non appellationis cauſam: neque enim Cenſus apud Latinos Quadratum ſignificat, neque Res apud eoſdem Radicem. Potiùs crediderim, Arabes doctos Quadratum dixiſſe Zenſum, ipſamque Artem quæ figuratos numeros (quorum primus, ac velut cæterorum baſis eſt quadratus) conſiderat, Artẽ ſeu Regulam Zenſi, pro quo deinde Latini ſcripſere Cenſus, eandemq; Regulam Cenſus appellarunt.

Algebra unde nomen traxit.

Algebra cur dicatur Regula Cenſus, & Rei.

Quare

Quare verò Latinorum nonnulli eandem vocent Regulam Rei, hanc puto genuinã eſſe cauſam Radix, hoc eſt, numerus qui in ſe ductus producit Quadratum, appellatur etiam Latus, ob cauſam lib 2 par. 1. c. 3. art 5. inſinuatam Algebra igitur eodem jure, eademque de cauſa Regulæ Lateris ac Regulæ Radicis nomen apud Latinos fuerat ſortitum. Hos imitati Itali, vocarunt eam primùm Regulam de la Coſta, *hoc eſt, Lateris: pro quo Latini Scriptores primum ſcripſere Regulam* Coſtæ, *tum corrupte Regulam* Coſſæ, *demum corruptiſſime Regulam* Coſæ. *Quoniam igitur quod Italis* Coſa, *Latinis res dicitur, Regula Rei ſucceſſu temporis appellari cœpit. Errat igitur, qui Coſſæ vocabulum, quod Algebræ plerique Scriptores nunc attribuunt, derivari credit ab radice Hebraica* כסס, *quæ ſupputare ſignificat.*

Hæc de nomine ac ſignificatione Algebræ dicta ſufficiant. Quæ ſi quam præclara eſt (ut cum Clavio cit. lo loquar) quàm jucunda ſtudioſis ſui, quam omnibus ſeſe præſtat admirabilem, tam etiam perſpicuè tradita eſſet, nec in Arithmeticorum, qui eam docuerunt, obſcuritate declaranda magis, quam in ejuſdem præceptis explicandis laborandum; coleretur etiam ipſa inter primas, ſuamque dignitatem pariter, & nominis ſplendorem integrum retineret, nec tam multi ejus addiſcendæ avidi, ſcriptorum, præſertim antiquorum, vel ambagibus impediti, vel obſcuritate, (adde, & characterum figurarumque quibus utuntur, monſtris) deterriti, relato repente veſtigio, ante diſcendæ Algebræ voluntatem, & ſpem perdiſcendi abjicerent, quam eam à primo, ut ajunt, limine ſalutarent. Mirum enim dictu eſt, quam plerique omnes ſcriptores eam olim, neſcio an ſtudio, an ignorantia, obſcurarint ac defœdarint. Primus Clavius ea methodo illam tradidit, difficultatumque moles omnes adeo explanavit, ut quivis mediocriter tantum in Arithmeticæ vulgaris præceptis verſatus, & in Elementari ac Practica Geometria non prorſus hoſpes, eam aggredi ac pervincere non magno labore queat, ut initio dicebam. Clavii veſtigiis inſiſtam, & quod ipſe fuſius, ego brevius, in Tyronum gratiam, tradam, tali tamen ordine ac modo, ut ipſos ſperato fructu minimè defraudandos ſperem. Ordo tractandorum hic erit. Quoniam duo genera numerorum occurrunt in Algebra, rationales ſcilicet, & irrationales (hi quid ſint, ſuis locis dicetur) & rationalium tractatio facilior eſt, quàm irrationalium, ideò prius agam de rationalibus, quàm de irrationalibus. Itaque primò tradam Elementa Algebræ quoad numeros rationales, ſecundò explicabo ejus Regulam: tertio, monſtrabo ejuſdem uſum & praxim per varia exempla, ſed in numeris rationalibus tantum, quarto tradam Elementa Algebræ quoad numeros irrationales, eorumq́; uſum per exempla explicabo.

Algebra obſcurè tradita ab antiquis.

PARS I.

De Elementis Algebræ in numeris rationalibus.

Numeri rationales & irrationales quinam ſint.

Numeri rationales, ſeu rectius, effabiles (Euclidi lib. 10. Element, ῥητοὶ) ſunt quorum valor numeris poteſt exprimi, cujuſmodi ſunt omnes numeri quos paſſim exprimere ſolemus. Numeri irrationales ſeu ineffabiles (Euclidi ἄλογοι) ſunt, quorum valor non poteſt exprimi, cujuſmodi eſt radix quadrata numeri 20, qui quadratus non eſt. De primorum numerorum Elementis in Algebra ſcitu neceſſariis, hoc primo parte agemus, de irrationalium Elementis infra parte quarta, ubi etiam meliùs, quid numerus irrationalis ſit, intelligetur.

Elementa porrò Algebræ in numeris rationalibus voco numerorum Algebraicorum Denominationem, Notationem, Expoſitionem, Numerationem, Additionem, Subtractionem, Diviſionem, & Extractionem radicum. De ſingulis ordine agam, ubi prius quid numeri Algebraici ſint, explico vero. Radicum tamen extractio commodius par. 2. cap. 5. poſt Algebra Regulam pertractabitur.

CAPUT I.

De Numeris Algebraicis.

Numeri algebraici

NUmeri algebraici, hoe eſt, io Algebra oſitati: ſunt vel oumeri abſoluti, vel numeri cujoſcunque Progreſſionis Geometricæ, ab unitate iocipientis. Numeri abſoluti ſive ſimplices ſunt, qui ſolas & nudas unitates ſimplices ſignificant, & repræſentant: Numeri verò Progreſſionis geometricæ ſunt, qui unitatibus ſuis certo modo diſpoſitis ſignificant & repræſentaot figuras geometricas, unde & Figurati numeri appellantur. Hæc ot intelligat Tyro, explicandum breviter eſt, quid ſit progreſſio Arithmetica, & Geometrica.

Progreſſio arithmetica.

Progreſſio Arithmetica eſt ſeries plurium numerorum ſe mutuo eodem exceſſu ſuperantium. Tales ſunt tres ſequentes ſeries.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	&c.
1.	3.	5.	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.	&c.
3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.	24.	27.	30.	&c.

quarum prima & ſecunda incipit ab 1, tertia à 3. In prima omnes oumeri ſe ordine ſuperant unitate: in ſecunda binario, in tertia ternario. Ad hunc modum fieri poſſuot infinitæ aliæ ſeries aliorum numerorum. Primus cujuſq; ſeriei terminus poteſt eſſe quicunque, hoc eſt, ſive 1, ſive 2, ſive 3, ſive 4, &c. Exceſſus quoque terminorum poteſt eſſe quilibet, ſive ſit æqualis primo termino, qualis eſt in prima & tertia prædicta ſerie; ſive inæqualis, qualis eſt io ſecunda.

Progreſſio geometrica.

Progreſſio Geometrica eſt ſeries plurium numerorum ſe mutuò eâdem proportooe ſuperantium. Tales ſunt ſequentes,

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	&c.
1.	3.	9.	27.	81.	243.	729	2187	6561.	&c.
3.	6.	12.	24.	48.	96.	192.	384	768.	&c.

qoarum prima incipit ab 1, & progreditur per proportiooem duplam, ita ut quilibet numerus ſit duplo major aut minor numero ſe proximè præcedente aut ſubſequente: ſecunda incipit ſimiliter ab 1, & progreditur per triplam proportionem, ita ut quilibet numerus ſit triplo major, aut minor eo, qoi proximè præcedit, aut ſequitur: tertia denique incipit à 3, & per duplam proportionem procedit. De utriuſque Progreſſionis natura & proprietatibos agit *Clavius* in Arithmeth. pract. cap. 24. & 25. *Tacquet.* in Arithm. ſua pract. l. 5. per totum, & alii Arithmetici paſſim.

Omnes hi numeri in prædictis & quibuſcunque aliis Progreſſionibus Geometricis ab unitate incipientibus, qoacuoque proportione ſe mutuò ſuperent, & quantumcunque progreſſiones extendantur (poſſunt enim extendi quantum libet) unà cum quibuſcunque numeris abſolutis, appellantur Algebraici, quia in Algebra ſunt uſitati, ut patebit; qoamvis plerique ſolos numeros progreſſionis geometricæ vocent algebraicos, non verò ſimplices; quod & oos ſubinde faciemus. Alii algebraicos numeros vocant Coſſicos, quia Algebram vocant Coſſam, ſeu Regulam Coſſæ, ut diximus. Alii oumeros Denominatos nuncupant, quòd varias geometricarum figurarum denominationes ſuſcipiant, ut mox dicemus.

CAPUT II.

De Denominatione numerorum Algebraicorum.

Denominatio numerorum algebraicorum.

SIngulis cujuſcunque Progreſſioois Geometricæ ab unitate incipieotis numeris, ſeo terminis, certas ac determinatas denominatioues, à Geometricis figuris petitas (primo termino, qui eſt unitas, excepto) attribunt Mathematici, quibus & Algebræ Scriptores utuntur. Hæ igitur denominationes ante omnia explicandæ, & à Tyrone diligenter ſunt perdiſcendæ. Varii varias tradunt deoominationes: Ego omnium facillimas ac maximè proprias ſelegi, quas primò tradam, ac deinde aliorum quoque denominationes ſubjungam.

Primus igitur in qualibet progreſſiooe geometrica ab unitate initium ſumente, terminus appellatur Unitas, quia revera talis eſt, & ideo nullam geometricam figuram conſtituit, aut repræſentat.

Secundus terminus unitatem proximè ſequens, vocatur Radix, quia eſt omnium ſequeotium io eadem Progreſſione numerorum radix & origo, cùm ex ejus multiplicatione in ſeipſum procreetur, tertius, & ex multiplicatiooe ejuſdem io tertium producatur quartus, & ſic deinceps, ut conſideranti patet, & demonſtrat *Clavius* in Scholio Propoſit. 10. lib. 8. Element. Euclidis, meliuſque infra par. 2. cap. 5. §. 1. dicetur.

Tertius

Tertius terminus, qui producitur, ut dictum, ex ductu ſecundi in ſeipſum, dicitur Quadratus, quia ſecundùm ſuas unitates in longum & latum diſpoſitas repræſentat Quadratum geometricum.

Quartus terminus appellatur Cubus, quoniam fit ex multiplicatione Radicis, hoc eſt, ſecundi termini, in ſuum quadratum, nimirum in tertium terminum, ut diximus, ac proinde ſuis unitatibus ſecundùm longitudinem, latitudinem, & altitudinem ſeu profunditatem diſpoſitis, repræſentat cubum geometricum. Similis eſt ratio denominationis reliquorum ſequentium omnium terminorum cujuſcunque Geometricæ progreſſionis. Nam

Quintus terminus appellatur Quadrati quadratus, ſive Biquadratus, quia fit ex ductu Quadrati præcedentis, hoc eſt, tertii termini, in ſeipſum, ſive (quod idem eſt) ex ductu Radicis in Cubum, & ſecundùm ſuas unitates diſpoſitas in longum ac latum, repræſentat aliud quadratum geometricum, cujus quodlibet latus tot habet unitates, quot habet totum præcedens Quadratum.

Sextus terminus appellatur Surdeſolidus, quia cum fiat ex ductu Radicis in Quadratiquadratum, repræſentat ſuis unitatibus diſpoſitis figuram geometricam, quæ nec Quadratum eſt, nec Cubus (niſi quando ſecundus terminus ab unitate quadratus eſt, vel cubus, ut ex Propoſit. 10. lib. 9. Elem. Euclidis conſtat) ideoque ſurdeſolidus, hoc eſt, qui audiri & conſequenter exprimi non poſſit nomine aliquo figuris geometricis conveniente, dicitur.

Septimus terminus vocatur Cubi quadratus, quia fit ex ductu cubi præcedentis in ſeipſum, ſive (quod idem eſt) Radicis in præcedentem Surdeſolidum.

Octavus terminus vocatur Surdeſolidus ſecundus, & fit ex ductu Radicis in Cubiquadratum, eademque de cauſa ſurdeſolidus appellatur ut ſextus præcedens terminus.

Nonus dicitur Quadratiquadratiquadratus, ſive Triquadratus, quia fit ex ductu Biquadrati in ſeipſũ, ſeu Radicis in Surdeſolidum ſecundũ.

Decimus dicitur Cubicubus, quia fit ex cubica multiplicatione primi Cubi in ſeipſum, ſive Radicis in Triquadratum.

Simili ratione ulterius progredi licet in Geometrica Progreſſione, & cuilibet termino convenientem aſſignare denominationem, prout paſſim faciunt Algebræ Scriptores: at quoniam rarò in operationibus Algebraicis proceditur ultra quintum, ſextumve terminum, nedum ultra decimũ: ideo iſto labore ſuperſedeo, & ejus loco, prædictas Denominationes noſtras, unà cũ aliorum Denominationib. brevi ſynopſi propono.

Reliqui numeri qui non ſunt ex prædictis, id eſt, qui nullam figuram geometricam ſuis unitatibus diſpoſitis certo modo repræſentant, vocantur, ut initio capitis dixi, abſoluti ſeu ſimplices, & non minùs quàm priores in Algebra uſurpantur. Sequuntur Denominationum Tabulæ geminæ.

TABULA I.

Algebraicorum numerorum Denominationes noſtræ.

Progreſſio geometrica duplex.		*Terminorum Denominationes.*
Prima.	Secunda.	
1	1	1. Unitas.
2	3	2. Radix.
4	9	3. Quadratus
8	27	4. Cubus.
16	81	5. Biquadratus.
32	243	6. Surdeſolidus,
64	729	7. Cubiquadratus.
128	2187	8. Surdeſolidus ſecundus.
256	6561	9. Triquadratus.
512	19683	10. Cubicus.

TABULA II.

Earundem numerorum Denominationes noſtræ, & aliorum.

Denom. noſtræ.	*Denominationes aliorum.*
1. Unitas.	Numerus abſolutus, ſive ſimplex.
2. Radix.	Latus, Res, Coſa.
3. Quadratus.	Zenſus, Cenſus
4. Cubus.	Cubus.
5. Biquadratus.	Zenſizenſus, ſive Cenſicenſus.
6. Surdeſolidus.	Surſolidus, ſuperſolidus, Relatum primom.
7. Cubiquadratus.	Cubizenſus, Zenſicubus, Cubiquadratus, Quadraucubus.
8. Surdeſolidus, ſecundus,	Surſolidus ſecundus, Superſolidus ſecundus, Relatum ſecundum.
9. Triquadratus.	Zenſizenſus, Quadratusquadratiquadrati.
10. Cubicubus.	Cubus cubi.

CA-

CAPUT III.

De Notatione numerorum Algebraicorum.

Notatio numerorũ algebraicorum.

UT numeri abſoluti à figuratis, & hi inter ſe, in operationibus Algebraicis diſcernantur, ſolent ſingulis apponi ſuæ denominationes, non verbis, ſed notis ſeu characteribus quibuſdam expreſſæ. Qua in re nonnulli valde exoticis utuntur notis, & quæ Tyrones abſterreant, atque à progreſſu avertant. Nos ſimpliciſſimis utemur, nec aliis quàm initialibus vel litteris, vel ſyllabis denominationum præcedenti capite expoſitarum. Harum igitur notarum ſeu characterum expreſſionem & abbreviationem appellamus Notationem numerorum Algebraicorum. In ſubjecta Tabula, prima columna continet Notationes, ſecunda Significationes.

Algebraicorum numerorum

Notatio.	*Significatio.*
N.	Numerus abſolutus, vel ſimplex,
R. vel r.	Radix.
Q. vel q.	Quadratus.
C. vel c.	Cubus,
Biqq. vel qq.	Biquadrat⁹, vel Quadriquadratus
Ss.	Surdeſolidus.
Cq.	Cubiquadratus.
SsB.	Surdeſolidus ſecundus.
Triq. vel qqq	Triquadratus.
Cc,	Cobicubus.

Primus itaque character N, ſignificat numerũ abſolutum ſeu ſimplicem, ideoque numerus, cui apponitur, pro abſoluto & ſimplici habetur. Sic 4. N. ſignificat quatuor unitates ſimplices & abſolutas, nulla figuræ geometricæ denominatione affectas. Plerumque tamen hic character non ſolet apponi numeris, quando pro abſolutis habendi ſunt, alii verò characteres numeris ſuis, quos ſignificare debent, ſemper apponuntur: Itaque ſive numerus aliquis in operationibus Algebraicis appoſitum habeat ſignum hoc N. ſive non, accipiendus eſt pro numero abſoluto, aliud ſignum non habet adjunctum.

Secundus character R. vel r. ſignificat Radicem ita ut numerus cui appoſitus eſt, à Radicibus denominetur. Sic 4 R. vel 4 r. ſignificant quatuor Radices. Unde ſi in progreſſione geometrica Radix eſt 2; erunt 4 R, octo unitates: ſi verò Radix 3, ſunt 4 r. duodecim unitates: Eadem eſt ratio de cæteris.

Tertius character Q. vel q. ſignificat Quadratum: Itaque 4 Q. vel 4 q. denotat quatuor Quadratos Unde ſi Quadratum in progreſſione geometrica eſt 4; erunt 4 Q. vel 4 q. ſexdecem unitates: ſi autem Quadratum eſt 9; ſunt 4 q. triginta ſex unitates. Et ſic de cæteris.

Quartus character C. vel c. denotat Cubum. Itaque 4 C. vel 4 c. ſignificat quatuor Cubos. Itaque ſi cubus in progreſſione geometrica ſit 8; erunt 4 C. vel 4 c. triginta duæ unitates: ſi Cubus ſit 27; ſunt 4 c. centum & octo unitates, &c.

Simili modo exponendæ ſunt ſignificationes reliquorum characterum ſeu notationum. Et ſi progreſſio geometrica ulteriùs extenditur, denominationes numerorum ſimilibus characteribus exprimi debent, initialibus videlicet litteris aut ſyllabis. Sed his non immoror, quia nunquam aut raro extenditur ultra decem terminos, ut ſupra dixi. Lege tamen quæ habentur infrà par. 2. cap. 5. §. 2.

Characteres ſeu Notæ hactenus expoſitæ, ſolent poni poſt numeros quos afficiunt, ut videbimus cap. 5.

CAPUT IV.

De Expoſitione numerorum & characterum algebraicorum, eorumque Exponentibus.

Expoſitio numerorum & characterum algebraicorum.

EXpoſitio numerorum & characterum algebraicorum, eſt ſignatio illorum per numeros abſolutos, ad cognoſcendum quotum locum obtineant in progreſſione geometrica, quantumque valeant. Fit tali pacto: Scribuntur duæ progreſſiones, una arithmetica ſuprà, incboata à cifra, & progrediens ordine naturali ad unitatem, per binarium, ternarium, &c. altera geometrica infrà, inchoata ab unitate, & progrediens ſecundùm quamcunq; proportionem; & in medio collocantur characteres algebraici, ſic

0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	&c.
N.	R.	Q.	C.	Biq.	Ss.	Cq.	SsB.	Triq.	Cc.	&c.
1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	

Loco progreſſionis geometricæ prædictæ, quæ creſcit ſecundum duplam proportionem, ſcribi poteſt quævis alia ſecundum quamcunq; proportionem creſcens.

Exponentes numerorum algebraicorum.

Numeri progreſſionis Arithmeticæ vocantur *Exponentes*, quoniam & ſubſcriptos numeros geometricæ proportionis, & characteres algebraicos interjectos exponunt. Hæc autem expoſitio in hoc conſiſtit. Prima figura 0, habens ſub ſe N, & 1, indicat numerum abſolutum ac ſimplicem, ſive is ſit unitas (quæ propriè numerus non eſt, ſed initium numeri) ſive ex unitatibus compoſitus, nullam tamen figuram geometricam denotantibus: qua etiam de cauſa nullum alium exponentem habet præter . Secunda figura, 1, poſita ſupra R, & 2, oſtendit numerum ſeu terminum ſecundum progreſſionis geometricæ eſſe primam denominationem in numeris algebraicis, appellarique Radicem.

Tertia

Tertia figura, 2, poſita ſuprà Q, & 4, oſtendit tertium numerum, ſeu terminum geometricæ progreſſionis eſſe ſecundam denominationem, vocarique Quadratum. Idem dicendum eſt de reliquis.

Prædicti numeri Exponentes progreſſionis naturalis numerorum, poſiti ſupra characteres & numeros algebraicus, docent, quot propo.tiones progreſſionis geometricæ interjiciantur inter quemlibet numerum ejuſdem geometricæ progreſſionis, & unitatem. Ut 1 ſupra R & 2 ſignificat, inter Radicem progreſſionis geometricæ, atque unitatem, contineri unicam proportionem 2 ad 1. At 2 ſupra Q & 4 indicant, inter Quadratum & unitatem intercedere duas proportiones, nimirum 4 ad 2, R a ad 1. Item 3 ſupra C & 8, oſtendit, inter Cubum & unitatem cadere tres proportiones, nimirum 8 ad 4, 4 ad a, & 2 ad 1. Et ſic de cæteris. Vide quæ dicimus infra part. 2. cap. 5. §. 2.

CAPUT V.

De Numeratione algebraicorum numerorum, & de ſignis algebraicis.

Numeratio algebraicorũ numerorũ

NOtandum eſt, algebraicorum numerorum alius vocari Compoſitos, alios Simplices. Compoſiti ſunt, qui ajunctum habent vel hoc ſignum, †, vel hoc, -, vel utrumque. Simplices ſunt, qui nullum horum ſignorum habent adjunctum. Signum hoc, †, ſignificat *Plus*, vel *Additionem*, ideoque vocatur ſignum additorum, vel auctorum, & numeri illud habentes adjunctum, vocantur *Aucti*. Signum vero hoc, -, ſignificat *Minùs*, vel Dimnutionem, ideoque vocatur ſignum diminutorum, aut ſubtractorum; & numeri illud habentes adjunctum, vocantur *Diminuti*. Qui utrumque ſignum adjunctum habent, dicuntur numeri *Mixti*.

Numeri algebraici compoſiti alii, alii ſimplices.

Signa Algebraica.

His notatis, facilis eſt Numeratio (ſeu Lectio, & expreſſio) numerorum Algebraicorum. Nam ſimplices, & qui ſoli ponuntur ſine prædictis ſignis ut 3 R, vel 6 Q, vel 8C, &c. exprimuntur hoc modo: tres Radices, vel ſex Quadrati, vel octo Cubi, &c. compoſiti verò, & qui adjunctum habent alterutrum, aut utrumque ſignum, ut hi, 5 R † 8 Q; item hi, Q 3 - 2 R; item hi, 12 C † 7 Q - 3 R; ſic exprimuntur, quinque radices, plus octo quadrati, item tres quadrati, minùs duæ radices, item duodecim cubi, plùs ſeptem quadrati, minùs tres radices. Hic verò numerus, 3 qq † 8 C - 19, effertur ſic: tres biquadrati, plùs octo cubi, minùs novendecim: nam, ut dictum cap. 2. numerus qui non habet characterem algebraicum, ſignificat numerum abſolutum ex unitatibus compoſitum.

Obſervandum hîc eſt, hæc ſigna, † & - referri ad numeros qui ea ſequuntur, nunquam autem ad præcedentes. E contrario characteres algebraici referuntur ad numeros qui eos præcedunt, nunquam autem ad ſequentes, ut diximus cap. 3. in fine.

Obſervandum præterea, numeros qui neutrum horum ſignorum, † & -, habent, intelligi habere ſignum additorum †.

Valor numerorum algebraicorum.

Valor porrò numerorum algebraicorum, tam ſimplicium, quàm compoſitorum, dependet ex valore radicis progreſſionis geometricæ. Unde ſi radix progreſſionis eſt 2; cùm dicitur, 5 R † 8 Q, intelliguntur quinque radices unà cum octo quadratis, hoc eſt, unitates 42: nam 5 R ſunt 10 unitates, & 8 Q ſunt 32 unitates. Item cum dicitur, 8 Q - 5 R intelliguntur ex 8 quadratis detractas eſſe 5 radices: unde ſi radix eſt 2, & quadratus eſt 4; continebit prædictus numerus diminutus unitates 22: nam 8 quadrati ſunt 32 unitates, à quibus ſi ſubtrahantur 5 radices, hoc eſt, decem unitates, remanent 22 unitates. Eodem modo interpretandus eſt valor aliorum numerorum, tam ſimplicium, quàm compoſitorum; & horum tam auctorum, quàm diminutorum, & mixtorum.

Annotatio,

TAm notæ algebraicæ R, Q, C, qq, &c. de quibus cap 3. quàm hæc ſigna, †, & -, de quibus hoc capite, appellari poſſunt ac ſolent ſigna algebraica. Ad confuſionem tamen vitandam priores notas nos imposterum vocabimus characteres algebraicos, poſteriores verò ſigna algebraica.

CAPUT VI.

De Additione numerorum algebraicorum.

Additio numerorũ algebraicorum.

NUmeri algebraici addendi, vel ſunt ſimplices, vel compoſiti. Simplices, vel ſunt ejuſdem denominationis ſeu characteris, vel diverſi Compoſiti, vel aucti aut diminuti tantùm, vel mixti. Singuli caſus habent ſuas regulas, ſed facillimas.

§. I.

Additio numerorum ſimplicium.

I. ADditio ſimplicium algebraicorum ejuſdem denominationis ſeu characteris fit eodem modo, quo abſolutorum, & ſummæ productæ apponitur idem character quem habent addendi. Ut ſi addendæ ſunt 10 R ad 8 R; ſeribuntur, adduntur, & ſignantur ut in Exemplo A apparet.

A	Addendi	8 R.
		10 R
	Summa	18 R.

II. Additio ſimplicium diverſæ denominationis ſeu characteris fit mediante ſigno †, & ſumma producta fit numerus compoſitus auctus. Ut ſi addendæ ſunt 8 unitates ad 6R, adduntur, & ſignantur ut in exemplo B apparet. Item ſi addenda ſunt 6 N, 8 R, 10 Q, 3 C; additio & ſignatio fit hoc modo: 6 † 8 r † 10 q † 3 c; vel potiùs ſic: 3 C † 10 Q † 8 R † 6.

B	Addendi	6R, & 8N.
	Summa	6R † 8.

§. II.

§. II.

Additio numerorum compoſitorum.

III. QVando numeri compoſiti inter ſe addendi habent eadē ſigna † vel -; ponitur alter ſub altero ita, ut numeri ejuſdē denominationis inter ſe reſpondeant. Quòd ſi in alterutro eorum non repetiatur numerus reſpondens alicui in altero numero; ponitur loco ejus zerus cum ſigno †. His factis, adduntur numeri ejuſdem appellationis, & ſummæ ſubſcriptæ apponuntur eadem ſigna † vel -, quæ in numeris addendis reperiuntur.

Exempla.

Primum.	Secundum.
6 R † 8.	7 Q † 8 R - 5.
7 R † 10.	3 Q † 9 R - 8
13 R † 18.	10 Q † 17 R - 13.

Tertium.	Quartum.
7 C † 8 - 3 R.	4 C † 11 Q † 0 R - 6
4 C † 11 - 5 R.	3 C † 0 Q † 8 R - 4.
11 C † 19 - 8 R.	7 C † 11 Q † 8 R - 10

Quintum.

4 qc † 3 ſs † 8 c † 10 q - 12 r † 20.
7 qc † 6 ſs † 4 c † 12 q - 7 r † 16.

11 qc † 9 ſs † 12 c † 22 q - 19 r † 36.

In additione horum, & omnium aliorum exemplorum, poteſt incipi vel à ſiniſtra, ut in ordinaria additione, vel à dextera, dicendo in primo exemplo, 6. & 7 faciunt 13, &c.

In omnibus prædictis exemplis ſcripſimus characteres algebraicos ad latus numerorum. Poſſunt etiam ſcribi ſupra numeros, ſic:

Ss.		qq.		r.		N.		q.
7	†	0	†	8	--	5	†	4.
4	†	9	†	6	--	9	†	0
11	†	9	†	14	--	14	†	4.

IV. Quando alter numerorum addendorum habet ſignum †, alter verò ſignum -; mutatur additio in ſubtractionem, & minor ſubtrahitur ex majori, reſiduo verò numero tribuitur ſignum majoris numeri à quo facta eſt ſubtractio, ſive illud fuerit †, ſive --. At quando numeri addendi ſunt æquales inter ſe, ſed unus habet ſignum †, alter --; reſiduo zero apponi poteſt, vel †, vel -.

Exemplum.

8 Cq † 3 Ss † 10 qq † 0 C -- 4 R † 7.
7 Cq - 6 Ss † 4 qq -- 3 C † 8 R † 0.

15 Cq -- 3 Ss † 14 qq -- 3 C † 4 R † 7.

Annotatio.

SI in numeris addendis non correſpondeant ordine characteres characteribus, ſeu ſpecies ſpeciebus, ſcribantur ita ut correſpondeant, & fiat additio. Ut ſi hi duo numeri 6 Q -- 8 R, & 12 R -- 3 debeant addi, ſcribantur numeri ut

† 6	Q	-- 8	R.
-- 3	Q †	12	R.
3	Q †	4	R.

ſingula ſpecies reſpondeant ſingulis, prout in paradigmate appoſito apparet, & fiat additio juxta præcedentem Regulam.

§. III.

Examen Additionis.

EXamen ſive Probatio Additionis in omnibus caſibus prædictis, fit per Subtractionem, de qua capite ſequenti: ſi enim alteruter additorum ſubtrahatur à ſumma producta, & remaneat additorum alter, legitima fuit operatio, propter Axioma illud: *Si ab æqualibus auferas æqualia, remanent æqualia.*

CAPUT VII.

De Subtractione numerorum algebraicorum.

HIc etiam vel ambo numeri ſunt Simplices, vel Compoſiti. Simplices, vel ejuſdem appellationis, vel diverſæ. Compoſiti, vel aucti aut diminuti, vel mixti. Numerum, à quo fit ſubtractio, vocamus Integrum, alterum, qui ſubtrahitur, Subtrahendum, quod remanet, Reſiduum. *Subtractio numerorum algebraicorum.*

§. I.

Subtractio numerorum ſimplicium.

I. QVando numerus algebraicus ſubtrahendus eſt ex altero numero algebraico ejuſdem characteris, ſubtrahitur numerus à numero, ut in vulgata Subtractione, & reſiduo apponitur idem character qui antea erat. Ut ſi ex 9 R ſubtrahendæ ſunt 4 R, ſcribuntur numeri ut hîc apparet, & reſiduum ſcribitur infrà cum charactere R.

Integ.	9 R.
Subtrah.	4 R.
Reſid.	5. R.

Eodem modo ſi 8 Q ex 20 Q ſubtrahendi ſunt, ſcribuntur 20 ſuprà, 8 infrà; & ſubtractione facta remanent 12 Q.

II. Quando numerus algebraicus ſubtrahendus eſt ex altero numero algebraico diverſi characteris, abſolvitur ſubtractio mediante hoc ſigno, --, fitque numerus diminutus. Ut ſi 6, R, ex 8 Q. ſubtrahendæ ſint, erit reſiduum 8 Q. -- 6 R, ut in exemplo appoſito apparet. Item ſi 12 N, ex 6 R ſubtrahendi ſunt, remanet 6 R -- 12. Eadem eſt ratio de cæteris.

Integ.	8. Q.
Subtrah.	6. R.
Reſid.	8 R - 6 R

§. II.

§. II.

Subtractio numerorum compoſitorum.

III. QVando tam Integer, quam Subtrahendus, habent eadem ſigna † vel -; ponitur alter ſub altero ita, ut numeri ejuſdem denominationis inter ſe reſpondeant. Quod ſi in alterutro eorum non reperiatur numerus reſpondens alicui in altero numero: ponitur zerus loco ipſius, cum ſigno †. Quibus conſtitutis, alter ab altero ſubtrahitur, & Reſidua ſcribuntur infra in propriis locis, una cum iiſdem ſignis † vel -, quæ in numero Integro & Subtrahendo reperiuntur.

Exempla.

Primum.	Secundum.
10 C † 8 Q † 7 R - 8.	7 Qq † 8 C - 9 Q † 8 R - 3
7 C † 0 Q † 7 R - 4.	3 Qq † 3 C - 0 Q † 2 R - 0
3 C † 8 Q † 0 R - 4.	4 Qq † 5 C - 9 Q † 6 R - 3.

Annotatio.

IN primo Exemplo ſumma reſidua debent ſic ſcribi: 3 C † 8 Q - 4: quia † 0 R debet omitti, cum ſupervacaneum ſit. Idem obſervandum eſt in aliis ſimilibus exemplis.

IV. Quando alter duorum numerorum habet ſignum †, alter verò ſignum -, mutatur ſubtractio in additionem, & ambo numeri ſimul adduntur, ſummæ verò productæ apponitur ſignum ſuperioris numeri, à quo fieri debeat ſubtractio, quodcunque illud fuerit, ſive †, ſive -.

Exempla.

Primum.	Secundum.
12 Cq † 8 Ss - 6 Qq - 4 R † 3.	10 q 2 R † 4.
5 Cq † 2 Ss † 1 Qq - 4 R † 1.	6 q † 8 R - 3.
7 Cq † 6 Ss - 7 Qq - 0 R † 2.	4 q - 10 R † 7.

Annotatio.

IN primo exemplo, quando ſubtrahuntur 4 R *à* 4 R, *& relinquitur* 0 R; *poteſt ſcribi vel* - 0 R, *vel* † 0 R, *quia nec* - 0 R *minuit ſummam reſiduam, nec* † 0 R *auget eandem. Quia igitur ſupervacaneum eſt utrumque, poteſt utrumque omitti, & ſumma reſidua ſcribi ſic*: 7 Cq † 6 Ss - 7 Qq † 2.

V. Quando uterque duorum numerorum habet ſignum †, vel -, ſed Subtrahendus major eſt quam Integer cui ſubſcriptus eſt, ſubtrahitur præpoſtero ordine ſuperior ab inferiori, & numero reſiduo apponitur ſignum contrarium, ita ut ex ſigno † fiat -, & ex - fiat †.

Exempla.

Primum.	Secundum.
8 Q † 5 R -- 5.	7 C † 5 Q -- 3 R † 3.
4 Q † 7 R -- 8.	8 C † 8 Q -- 5 R † 8.
4 Q -- 2 R † 3.	-- 1 C - 3 Q † 2 R - 5.

Annotatio.

IN poſteriori exemplo quoniam 7 C, & 8 C, intelliguntur habere ſignum †, juxta dicta cap. 5 ideo reſiduum (quod eſt 1, juxta hoc quintum præceptum) acquiſivit ſignum -: unde, quia non rectè primus numerus in aliqua ſerie afficitur ſigno -, ita ſcribi deberet reſiduum illud: 3 Q 1 C † 2 R - 5.

§. III.

Examen Subtractionis.

EXamen ſive Probatio Subtractionis in omnibus prædictis caſibus, fit per additionem, de qua capite præcedenti: ſi enim reſiduum addatur Subtrahendo, & reſultat Integer: legitima fuit operatio: ſin minus, certum eſt, fuiſſe erratum, propter Axioma illud: *Totum eſt æquale omnibus partibus ſimul ſumptis.*

CAPUT VIII.

De Multiplicatione numerorum algebraicorum.

IN Multiplicatione algebraica vel interveniunt numeri ſimplices, vel compoſiti. Uterque caſus habet ſuas Regulas.

§. I.

Multiplicatio numerorum ſimplicium.

I. QVando numerus algebraicus multiplicatur per numerum abſolutum: multiplicatio quoad numeros fit eodẽ modo, quo abſolutorũ, & producitur numerus ejuſdẽ denominationis algebraicæ quæ antea erat. Ut ſi multiplicentur 4 R, per 3, producuntur 12 R, ut apparet in exemplo A. Item ſi multiplicentur 8 Q per 3, producuntur 24 Q. ut apparet in exemplo B. Eadem eſt ratio de cæteris.

	A		B
	4 R.		8 Q.
	3.		3
	12 R.		24 Q

II. Quando numerus algebraicus multiplicatur per numerum algebraicum; multiplicatio quoad numeros fit ut antea: deinde adduntur numerorum Exponentes, & character ſummæ Exponentium additur producto ex multiplicatione. Ut ſi multiplicentur 3 Q, per 4 R, producuntur 12 C, ut apparet in exemplo C. Item ſi in 10 C, ducantur 6 Q. producuntur 60 Ss, ut apparet in exemplo D. Eadem eſt ratio de aliis. *Vide quæ diximus cap. 4. de Exponentibus numerorum & characterum algebraicorum.*

	C		D
	3 Q.		10 C
	4 R.		6 Q.
	12 C.		60 Ss.

Annotatio.

EX his patet, quidnam producatur, ſi numerus algebraicus ducitur in ſeipſum quadratè, cubicè, &c, Nam 6 C in ſe quadratè ducti faciunt 36 Cq, quia 3 & 3 (qui ſunt Exponentes Cubi) faciunt 6,

qui eſt Exponens Cq. Item 6 C in ſe cubicè multiplicati faciunt 216 Cc: nam primò 6 C in ſe ducti, faciunt 36 Cq, ut diximus, ob rationem adſignatam: deinde 6 C in 36 Cq ducti, faciunt 216 Cc. quia 3 & 6 (qui ſunt Exponentes C, & Cq) faciunt 9, qui eſt Exponens Cc.

§. II.

Multiplicatio numerorum compoſitorum.

III. QVando numerus algebraicus compoſitus multiplicatur vel per numerum abſolutum, vel per algebraicum, tam ſimplicem, quam compoſitum: ſervantur quoad numeros & characteres eædem regulæ jam traditæ, at in ſignis † & - fit variatio. Nam quando numeri ſe mutuo multiplicantes habent idem ſignum † vel -, apponitur producto ſemper ſignum †: quando vero alter illorum habet ſignum †, & alter ſignum -, apponitur producto ſemper ſignum -. *Hoc alii ſcriptores docent his verbis: In multiplicatione † per †, vel - per -, producit †: at † per -, vel - per † producit -.* Alii his aliis verbis idem explicant: *Eadem ſigna ponunt ſignum †, diverſa verò ſigna ponunt ſignum -.*

Exempla.

Primum.	*Secundum.*
8 Q † 4 R.	8 Q - 4 R.
9 N.	9
72 Q † 36 R.	72 Q - 36 R.
Tertium.	*Quartum.*
8 Q † 4 R.	4 C 3 R.
9 R.	6 R.
72 C † 36 Q.	24 Biq. - 18 Q.
Quintum.	*Sextum.*
8 Q † 8	8 Q - 8
6 Q † 4	6 Q - 4
32 Q † 32	- 32 Q † 32
48 Biq † 48 Q.	48 Biq. - 48 Q
48 Biq. † 80 Q † 32	48 Biq. - 80 Q † 32

Septimum.

In præcedentibus exemplis duximus Multiplicatorem in Multiplicandum, incipiendo à dextima figura Multiplicatoris. In hoc exemplo incipiemus à ſiniſtima figura: poteſt enim utroque modo fieri operatio. Sint itaque multiplicanda 6 qq - 5 C † 4 Q † 10, per 10 Q † 8 R: procede ſecundum regulas prædictas, & ſic ſtabit paradigma.

A. 6 qq - 5 C † 4 Q † 10.
B. 10 Q † 8 R.

D. 60 Cq - 50 Ss † 40 Biq. † 100. Q.
E. † 48 Ss - 40 Biq. † 32 C † 80 R.

In hoc paradigmate, numerus A eſt Multiplicandus, numerus B multiplicator, numeri D & E ſunt ſummæ productæ. Hæ ut in unam ſummam F colligantur, debent ſic diſponi juxta præcepta de Additione

D. 60 Cq - 50 Ss † 40 Biq. † n C † 100 Q.
E. 0 Cq † 48 Ss - 40 Biq. † 32 C † 0 Q † 8 R.

F. 60 Cq - 2 Ss - 0 Biq. † 32 C † 100 Q † 8 R.

§. III.

Examen Multiplicationis.

EXamen Multiplicationis fit per Diviſionem, de qua capite ſequenti agemus: ſi enim ſumma ex multiplicatione producta, dividatur per Multiplicandum, & in quoto repetiatur Multiplicator; aut è contrario ſi eadem ſumma dividatur per multiplicatorem, & pro Quoto reſultet Multiplicandus: certum eſt, operationem fuiſſe legitimam.

CAPUT IX.

De Diviſione numerorum Algebraicorum.

UT in Multiplicatione, ita & in Diviſione algebraica, interveniunt vel numeri ſimplices, vel compoſiti. Utriuſque caſus Regulæ ferè conveniunt cum Regulis Multiplicationis. *Diviſio numerorum algebraicorum.*

§. I.

Diviſio numerorum ſimplicium.

I. QVando numerus algebraicus dividitur per numerum abſolutum; diviſio quoad numeros fit eodem modo, quo abſolutorum, & Quotus productus habet eundem characterem, quem Dividendus habebat. Ut ſi dividantur 12 R per 3, producuntur pro Quoto 4 R, ut apparet in exemplo A. Item ſi dividantur 24 Q per 3, producuntur pro Quoto 8 Q, prout apparet in Exemplo B. Eadem eſt ratio in aliis exemplis.

A. 12 R. / 3 (4 R.

B. 24 Q. / 3 (8 Q

II. Quando numerus algebraicus dividitur per numerum algebraicum; diviſio quoad numeros fit ut antea, Quotus autem productus alium characterem adquirit: qui ſic reperitur. Vide quos characteres gerant Dividendus & Diviſor: ſume eorum Exponentes, minoremque à majori ſubtrahe; reſiduum erit Exponens characteris Quoto adſcribendi. Ut ſi dividantur 20 C per 5 Q, proveniunt 4 R. Si 40 Biq. per 5 Q, proveniunt 8 Q. Eodem modo ſi dividantur 36 C, per 4 R, proveniunt 9 Q.

C. 20 C. / 5 Q. (4 R.

D. 40 Biq. / 5 Q (8 Q.

§. II.

Diviſio numerorum compoſitorum.

QVando numerus algebraicus cōpoſitus dividitur vel per numerum abſolutum, vel per algebraicum, tam ſimplicem, quam compoſitum: ſervantur Regulæ prædictæ, at in ſignis † & - fit variatio. Nam quando numeri ſe mutuò dividentes habent idem ſignum †, vel -: apponitur Quoto producto ſemper ſignum †: quando vero alter illorum habet ſignum †, & alter ſignum -, apponitur Quoto ſemper ſignum -.

Exem-

EXEMPLA.

Primum.

$$\begin{array}{l} \quad 12\ Q \dagger 4\ R. \\ \text{per}\ 3\ R \quad 3\ R.\ (4\ R \dagger 1\tfrac{1}{3}\ N. \end{array}$$

Annotatio.

O*Mitto exempla in quibus diviſor eſt numerus compoſitus: quia cum tunc diviſio non niſi in exemplis arte factis locum habeat, ut plurimum per hujuſmodi Diviſores compoſitos non poteſt fieri, vel ſaltem non fit diviſio, ſed ſubſcripto Diviſore ipſi Dividendo, interjectaque linea, fit fractio: ut ſi dividenda ſint 12 qq. per 2 Q † 4 R: fit hæc fractio.* $\frac{12\ qq.}{2Q \dagger 4R}$ *Quid autem faciendum ſit cum hujuſmodi fractionibus, dicemus infra ſuo loco.*

Fractio quoque conſtituitur, quando numerus algebraicus ſimplex, vel compoſitus, dividendus eſt per algebraicum numerum ſimplicem majoris denominationis, ut 8 Q, per 2 Cq: fit enim hæc fractio: $\frac{8\ Q.}{2\ Cq}$

§. III.

Examen Diviſionis.

EXamen Diviſionis fit per multiplicationem, de qua capite præcedenti. Nam ſi Diviſor ducatur in Quotum, aut viciſſim Quotus in Diviſorem, & redeat numerus Dividendus: certum eſt legitimam fuiſſe diviſionem.

CAPUT X.

De fractionibus ſive Minutiis numerorum algebraicorum.

Fractiones numerorum algebraicorum.

QVi abſolutarum Fractionum ſeu Minutiarum calculum, de quo lib. 2. par. 1. cap. 2. egimus, probè novit, nullam ſentiet difficultatem in calculo Fractionum ſeu Minutiarum algebraicarum: nam eædem ferè operationes ſunt in his, quæ in illis, dummodo habeatur ratio characterum algebraicorum, & ſignorum † ac -, juxta traditas hactenus regulas.

§. I.

Numeratio fractionum algebraicarum.

Fractionum algebraicarum numeratio.

FRactiones algebraicæ ſcribuntur ut abſolutæ, nimirum Numerator ſupra, Denominator infra lineam, ſic, $\frac{3\ N.}{8\ R}$ Significat hæc fractio, tres unitates eſſe diviſas per 8 R. Hæc autem, $\frac{7\ Q.}{9\ N.}$ denotat, 7 quadratos eſſe diviſos per 9 unitates. Item hæc, $\frac{9\ qq \dagger 8\ q.}{6\ C}$ indicat, hunc numerum, 9 qq † 8 Q, diviſum eſſe per 6 C. Eadem eſt ratio de aliis.

Secundum.

$$\begin{array}{l} \quad 48\ qq - 42\ Q \\ \text{per}\ 4\ R.\ |\ 4\ R \quad (4\tfrac{2}{4}\ C - 3\ R. \end{array}$$

§. II.

Abbreviatio fractionum algebraicarum.

Fractionum algebraicarum abbreviatio.

ABbreviatio, ſeu reductio ad minores terminos, eundem tamen valorem retinentes, fit ut in vulgaribus fractionibus, abbreviando videlicet numeros, intactis characteribus algebraicis. Sic fractio hæc, $\frac{8\ Q}{2\ Cq}$, reducitur ad hanc, nempe ad dimidium tam Numeratoris, quàm Denominatoris. Sic etiam hæc, $\frac{9Q \dagger 36}{81}$, reducitur ad hanc, $\frac{1Q \dagger 4}{9}$ quia maxima menſura communis, dividens tam Numeratorem, quam Denominatorem, eſt 9.

§. III.

Reductio fractionum algebraicarum.

Fractionum algebraicarum reductio.

REductio fractionum algebraicarum ad eundem denominatorem, ſeu ad eandem denominationem, fit ut in vulgaribus, multiplicando nimirum Numeratores in Denominatores per crucem, & Denominatores inter ſe. Sic ſi hæ fractiones, $\frac{4R \dagger 20}{1R \dagger 5}$ & $\frac{3Q - 10R}{12}$ ſint ad eandem denominationem reducendæ: duco in ſe Denominatores, & produco 12 R † 60, pro novo Denominatore: pro numeratoribus vero novis duco per crucem 4 R † 20, in 12: & 3 Q - 10 R, in 1 R † 5, & produco 48 R † 240, & 3 C † 5 Q - 50 R. Sic itaque ſtabunt fractiones reductæ:

$$\frac{48\ R \dagger 240,}{12\ R \dagger 60.} \quad \& \quad \frac{3\ C \dagger 5Q - 50\ R}{12\ R \dagger 60}$$

§. IV.

Fractionum algebraicarum additio.

SI Denominatores ſunt ſimiles, ſeu iidem in duabus aut pluribus fractionibus, adduntur inter ſe Numeratores, & ſummæ ſubſcribitur idem Denominator qui antea erat: Sic hæ fractiones, $\frac{9R \dagger 2Q}{36C}$ & $\frac{21qq - 8Q}{36C}$ faciunt $\frac{21qq - 6Q \dagger 9R}{36C}$.

Si autem Denominatores ſunt diſſimiles, ſeu diverſi: reducuntur prius fractiones ad eandem denominationem, per præcedens præceptum: deinde Numeratores adduntur, & ſummæ productæ ſupponitur communis Denominator. Sic ſi addendæ ſint hæ fractiones, $\frac{4R \dagger 20}{1R \dagger 5.}$ & $\frac{3Q - 10R}{12}$ reducuntur primo ad eandem denominationem, ut factum eſt in præcedenti §.

Deinde Numeratores reducti adduntur, & conflatur ſumma 3 C † 5 Q - - 2 R - - 240. Huic ſummæ ſupponitur communis Denominator, ſic: $\frac{3\,C \dagger 25\,Q - 2\,R - 240.}{12\,R \dagger 60.}$

§. V.

Subtractio fractionum algebraicarum.

Fractionum algebraicarum ſubtractio. SI Denominationes ſunt ſimiles, ſubtrahitur minor Numerator à majori, & reſiduo ſupponitur communis Denominator. Si Denominatores diſſimiles ſunt, reducuntur fractiones ad eundem Denominatorem, & deinde Numerator minor ſubtrahitur à majori, reſiduoque ſubſcribitur denominator communis reductus. Sic ſi $\frac{9\,Q \dagger 8\,R.}{2\,C - - 6\,N}$ ſubtraham ex $\frac{11\,C \dagger 16\,Q \dagger 8\,R}{2\,C - - 6\,N}$ remanent pro reſiduo $\frac{11\,C \dagger 7\,Q}{2\,C - - 6\,N}$ At ſi hæc fractio, $\frac{4\,R \dagger 20}{1\,R \dagger 5}$ ex hac fractione $\frac{3\,Q - 10\,R.}{12}$ ſubtrahenda eſt: reducuntur prius fractiones; deinde reductus hic Numerator, 48 R † 240, ſubtrahitur ex hoc reducto, 3 C † 5 Q - - 50 R, & reſiduo ſupponitur communis Denominator reductus, ſic: $\frac{3\,C \dagger 25\,Q\ 98\,R - 240}{12\,R \dagger 60.}$

§. VI.

Multiplicatio fractionum Algebraicarum.

Fractionum algebraicarum multiplicatio. DUe tam Numeratores, quam Denominatores in ſe, & erit multiplicatio peracta. Sic ſi ſupradictæ duæ fractiones, $\frac{4\,R \dagger 20}{1\,R \dagger 5}$ & $\frac{3\,Q - 10\,R}{12}$ ſint multiplicandæ; duco tam ſuperiores, quam inferiores numeros in ſe, & produco $\frac{12\,C \dagger 10\,Q - 200\,R.}{12\,R \dagger 60.}$

§. VIII.

Diviſio fractionum Algebraicarum.

Fractionum algebraicarum diviſio. INverte Diviſorem, hoc eſt, ex Numeratore Diviſoris fac Denominatorem, & ex Denominatore Diviſorem: deinde operare ut in præcedenti §. Sic ſi dividenda ſint $\frac{3\,Q - 10\,R}{12}$, per $\frac{4\,R \dagger 20}{1\,R \dagger 5}$ inverto Diviſorem ſic, $\frac{1\,R \dagger 5}{4\,R \dagger 20}$: deinde duco tam ſuperiores, quam inferiores numeros in ſe, & produco $\frac{3\,C \dagger 5\,Q - 50\,R.}{48\,R \dagger 240.}$

§. VIII.

Examen præcedentium operationum.

ADditio probatur per ſubtractionem, & viciſſim: item Multiplicatio per Diviſionem, & viciſſim quoque.

Annotatio I.

SÆpe in operationibus algebraicis reperiuntur integra æqualia fractis, aut integris addenda ſunt fracta, vel ab illis ſubtrahenda. In omnibus his caſibus ſupponitur integris unitas, & reliqua fiunt ut jam dictum in præcedentibus Regulis.

EXEMPLUM habet P. Lantz; ad cujus imitationem plura formare poteſt Tyro. Sit hæc fractio, $\frac{8\,Q \dagger 5\,R\ 10}{2\,R \dagger 4}$, *inventa æqualis huic numero integro,* 24 *(in quo conſiſtat hæc æqualitas, intelligetur paulo poſt, cum de invenienda æquatione agetur) aut eadem fractio ſit huic integro addenda, aut ab illo ſubtrahenda. Suppono integro unitatem, hoc modo,* $\frac{24}{1.}$ $\frac{8\,Q \dagger 5\,R\ 10.}{2\,R \dagger 4.}$ *Pro communi Denominatore duco inferiores in ſe, & produco* 2 R † 4 *pro Numeratoribus verò duco per crucem,* 24 *in* 2 R † 4, *&* 8 Q † 5 R - 10, *in* 1, *producoq́;* 48 R † 96, *&* 8 Q † 5 R - 10: *quibus aut ſuppono communem Denominatorem hoc modo,* $\frac{48\,R \dagger 96.}{2\,R \dagger 4}$ *&* $\frac{8\,Q \dagger 5\,R - 10}{2\,R \dagger 4}$; *aut addo inter ſe* 48 R † 96, *&* 8 Q † 5 R - - 10. *& conflo* $\frac{8\,Q \dagger 53\,R \dagger 86}{2\,R \dagger 4}$: *aut ſubtraho* 8 Q † 5 R - - 10, *ex* 48 R † 96, *& reſtant* 8 Q † $\frac{43\,R \dagger 106.}{2\,R \dagger 4.}$

ANNOTATIO II.

De Abbreviatione characterum Algebraicorum.

Abbreviatio characterum algebraicorum. *ABbreviatio fractionum algebraicarum poteſt fieri duobus modis: primò, abbreviando ſolum numeros, ut in minutiis vulgaribus fit, intactis characteribus adjunctis: ſecundo, abbreviando etiam characteres. Illa fit, ſi tam Numerator, quam Denominator, eadem communi menſura maxima dividatur. Abbreviatio characterum algebraicorum fit per ſubtractionem Exponentis minoris characteris ab exponentibus aliorum characterum: nam ſi numeris reſiduis proprii characteres tribuantur, juxta dicta cap 3. peracta erit abbreviatio quoad characteres. Ex hoc conſtat, numerum minoris characteris algebraici fieri in hac abbreviatione abſolutum.*

Monitio ad Lectorem.

AGendum hic eſſet de Elementis ſecundarum Radicum, ut vocant, quarum uſus ſubinde in Algebraicis operationibus occurrit, at ne multitudine aliorum præceptorum, antequam hactenus tradita in uſum ac praxin reducantur, obruantur Tyrones, libenter eam tractationem differimus uſque ad tertiam ſequentem partem; ubi cum dictarum Radicum notitia fuerit neceſſaria, eam breviter tradimus.

tradenus. Pergimus igitur ad Regulam Algebræ.

PARS II.

De Regula Algebræ, ejuſque partibus.

ABſolutis Elementis numerorum algebraicorum, explicandus eſt modus operandi per Algebram, ejuſque auxilio varias, & quantumvis difficiles atque obſtruſas quæſtiones ſolvendi. Quem modum antiquiores ad hujus ferè ſeculi initium uſque in varias diſtraxerunt Regulas: primus verò (quòd ſciam) Clavius ad unicam omnes reduxit; quem nos quoque ſequemur. Primò itaque celeberrimam Algebræ Regulam tradenus, breviterque univerſim explicabimus: deinde ſingulas ejus partes enucleatiùs exponemus, & quidquid ad perfectam ejus cognitionem pertinere fuerit viſum, declarabimus.

CAPUT I.

De Regula Algebræ generatim.

REgula igitur Algebræ, quam alii Scriptores ante Clavium in plures diſtraxerunt, ut dixi, hæc eſt.

Algebræ Regula.

Primò. *Pro numero abſcondito qui quæritur, ponatur una Radix hoc modo, 1 R; & cum ea procedatur juxta quæſtionis propoſitæ tenorem, donec perveniatur ad aliquam æquationem.* Secundò. *Inventa æquatio reducatur, ſi reductione opus ſit.* Tertiò. *Per numerum characteris Algebraici majoris dividatur reliquus æquationis numerus, & proveniet numerus abſconditus in Quoto.* Quartò. *Si Quotus non manifeſtat numerum abſconditum, extrahatur ex eo radix illa, quam character algebraicus Diviſoris indicat; eritque hæc numerus abſconditus quæſitus.*

Habet itaque Regula Algebræ quatuor partes. Prima eſt, Inventio æquationis, poſitâ ſeu aſſumptâ 1 R loco numeri ignoti qui quæritur: Secunda, Reductio æquationis inventæ, ſi opus fuerit: Tertia, Diviſio alterius numeri æquationis per numerum majoris characteris algebraici: Quarta, Extractio radicis alicujus ex Quotiente, ſi fuerit neceſſaria.

Harum duæ, nimirum Inventio æquationis, & Diviſio, ſunt omnino neceſſariæ, quia in omni quæſtione per hanc Regulam ſolvenda inquiri atque inveniri debet æquatio ſive æqualitas inter duos numeros, & Diviſio inſtitui. Reliquæ duæ, ſcilicet Reductio æquationis, & Extractio radicis alicujus ex Quotiente, non ſunt omnino neceſſariæ, ut videbimus, cum multæ quæſtiones ſolâ Inventione æquationis & Diviſione ſolvi queant. Quando verò Quotus inventus indicet numerum quæſitum, & quando non, ſed extrahenda ſit radix aliqua; quæ item radix extrahi debeat; dicemus in ſequentibus. Nunc ſingulas prædictæ Regulæ partes ſingulatim ac diſtinctè explicemus, & exemplis illuſtremus.

ANNOTATIO.

POſſunt etiam pro numero incognito poni plures Radices hoc modo, 2 R, vel 3 R, &c. ſed quando id fit, debet numerus abſolutâ totâ operatione per Algebræ Regulam inventus, multiplicari per illam aliam Radicem aſſumptam. Præſtat ergo accipere 1 R, quàm plures.

CAPUT II.

De prima parte Regulæ Algebraicæ, quæ eſt inventio æquationis.

PRima pars Regulæ Algebraicæ jubet pro numero abſcondito qui quæritur, aſſumere hypotheticè unam Radicem hoc modo, 1 R, & cum illa procedere ſecundùm quæſtionis tenorem, non ſecus ac ſi illa eſſet numerus inveniendus; donec inter Radicem aſſumptam, & juxta quæſtionis propoſitæ ſententiam ſeu tenorem examinatam, & inter alium quempiam numerum, inveniatur æquatio, ſeu æqualitas aliqua. Sed rem hanc meliùs exemplis aliquot declaremus: quæ exempla quia ficta eſſe ſolent & ab omni materia abſtrahere; perinde eſt ſive nos fingamus, ſive ab aliis ficta mutuemus, & meliùs atque ad captum Tyronum accommodatiùs diducamus. Sit igitur

Æquationis inventio in algebra.

Primum Exemplum. Numerum invenire, à quo ſi auferatur dimidium, & tertia pars, remaneant 7. Pono hunc numerum ignotum qui quæritur, eſſe 1 R ſumo hujus $\frac{1}{2}$, & $\frac{1}{3}$, hoc eſt, $\frac{1}{2}$ R, & $\frac{1}{3}$ R, & addo inter ſe (juxta præceptum de Additione fractionum traditum cap. 10 §. 4.) habeo $\frac{5}{6}$ R: aufero $\frac{5}{6}$ R, ex 1 R (juxta præceptum de Subtractione fractionum traditum ibidem §. 5.) remanet $\frac{1}{6}$ R. Æqualitas ergo inventa eſt inter $\frac{1}{6}$ & hunc numerum, 7. Sic enim ratiocinor. Quoniam 1 R poſita eſt æqualis toti numero abſcondito qui quæritur; erit $\frac{1}{2}$ R æqualis dimidio totius illius numeri abſconditi, & $\frac{1}{3}$ R erit æqualis tertiæ partis ejuſdem totius numeri. Et quoniam dimidio ac tertia parte ex toto abſcondito numero detractis, reliquus numerus eſt 7; fit, ut $\frac{1}{2}$ R, & $\frac{1}{3}$ R, hoc eſt $\frac{5}{6}$ R detractis ex 1 R, reliquus numerus, nimirum $\frac{1}{6}$ R, æqualis ſit reliquo numero 7: quia ſi ab æqualibus ablata ſint æqualia, quæ relinquuntur, ſunt æqualia.

Secundum Exemplum. Inveniendus ſit numerus, qui ſi ducatur in 3, & ex producto demantur 24, reſiduique $\frac{1}{3}$ ducatur in 5, pro 12. Pono numerum inveniendum eſſe 1 R: cum hac procedo juxta quæſtionis tenorem, nimirum duco 1 R in 3 (juxta præcepta de Multiplicatione ſuprà cap. 8. tradita) & produco 3 R: ex his ſubtraho 24 (juxta præcepta de Subtractione ſuprà cap. 7. tradita) & remanent 3 R - 24: hujus reſidui ſumo $\frac{1}{3}$, hoc eſt, divido per 3 (juxta præcepta de Diviſione tradita c. 9.) & produco 1 R - 8: hunc numerum duco in 5, & produco 5 R - 40. Hic ultimus numerus, juxta quæſtionis propoſitæ ſenſum, debet eſſe æqualis huic, 20. Inventa ergo eſt æquatio ſive æqualitas inter 5 R - 40, & 20.

& 20. Nam quia 1 R poſita fuit æqualis numero abſcondito qui quæritur, etiam 1 R ducta in 3, erit æqualis toti numero ducto in 3, &c.

Tertium Exemplum. Inveniendi ſint tres numeri, hac lege, ut primum ſecundus excedat hoc numero, 4, ſecundum tertius hoc 6, ſitque id quod fit ex ductu primi in ſecundum, minus eo quod fit ex ductu primi in tertium, hoc numero, 42. Quæritur, qui ſint hi tres numeri? Pono primum eſſe 1 R: erit ergo ſecundus 1 R † 4, & tertius 1 R † 10: horum primus & ſecundus in ſe ducti, faciunt 1 Q † 4 R: primus verò & tertius in ſe ducti, faciunt 1 Q † 10 R: quia itaque 1 Q † 4 R minùs eſt quàm 1 Q † 10 R, hoc numero 42; ſi addantur 42 ad productum ex primo in ſecundum, fiet 1 Q † 4 R † 42.; erunt hi duo numeri, 1 Q † 4 R † 42, & 1 Q † 10 R, inter ſe æquales. atque adeo inventa erit æquatio ſive æqualitas inter hos duos numeros.

Quartum Exemplum. Dividatur numerus 24 in duas inæquales partes ita, ut ſi ducatur major pars in 3, minor in 5, addantur producto minoris 20, majoris 4; ſummæ fiant æquales. Pono majorem eſſe 1 R: erit ergo minor 24 - 1 R: major ductus in 3, facit 3 R; minor in 5, facit 120 - 5 R: ſi huic addantur 20, illi verò 4; erunt hi duo numeri, 3 R † 4, & 140 - 5 R, æquales inter ſe, atque adeo inventa erit inter illos aliqua æquatio ſeu æqualitas.

Quintum Exemplum. Dividatur numerus 20 in duas partes ita, ut partes illæ in ſe ductæ, producant 91. Pono primam partem 1 R: erit ergo ſecunda pars 20 - 1 R: hæ partes in ſe ductæ, faciunt 20 R - 1 q: æqualitas ergo eſt inter 20 R - 1 q, & 91.

Annotatio I.

Ex his quinquè exemplis (plurima alia habebis infrà) patet, qua ratione juxta tenorem quæſtionis propoſitæ procedendum ſit cum 1 R hypotheticè aſſumpta tanquam æquali toti numero abſcondito qui inquiritur, ſeu quomodo ſecundùm quæſtionis propoſitæ ſententiam ſit examinanda 1 R aſſumpta.

Patet præterea, quid ſit æquatio in Algebræ Regula; nihil nimirum aliud, quàm proportio æqualitatis inter duas quantitates ſive res diverſæ denominationis: qualis eſt in primo exemplo inter $\frac{1}{6}$ R & $7\frac{1}{3}$ quæ ſunt res diverſæ denominationis, cùm una ſignificet partes Radicis, altera partes numeri abſoluti. Eadem eſt ratio in aliis exemplis. Dixi, æquationem de qua hic ſermo eſt, eſſe proportionem æqualitatis inter res diverſæ denominationis, non verò inter res ejuſdem denominationis. Nam æqualitas inter duas res ejuſdem denominationis, aut falſa eſt (ut cùm dico æqualitatem ſeu æquationem eſſe inter 5 & 7, aut inter $\frac{1}{6}$ R, & $\frac{1}{2}$ R) aut vera (ut cùm dico, æquationem eſſe inter 6 & 6, aut inter 4 R & 4 R:) utraque harum inutilis eſt ad Regulam Algebræ, quia falſa parit falſum numerum abſconditum; vera verò nugatoria eſt, quia identica, & quæſtio tunc per quemvis numerum ſolvi poteſt.

Annotatio II.

Patet quoque ex his, Regulam Algebræ quoad hanc primam partem convenire cum Regula Falſi (de qua lib. 2. par. 1. cap. 3. art. 3.) quia æquè ut illa docet ex numero falſo hypotheticè aſſumpto elicere numerum verum. Differt tamen quoad cæteras partes. Quare tametſi aliquæ quæſtiones quas Algebra ſolvit, æquè ſolvi queant per Regulam falſi, infinitæ tamen aliæ per illam ſolvi nequeunt.

CAPUT III.

De ſecunda parte Regulæ Algebraicæ, quæ eſt Reductio æquationis.

Æquationum reductio in algebra.

SEcunda Algebraicæ Regulæ pars præcipit æquationem inventam reducere, ſi opus ſit reductione. Tunc autem opus eſt reductione, quando per operationem juxta primam præcedentem partem ejuſdem Regulæ deventum fuit ad talem æquationem inter duos numeros diverſæ denominationis, ut per numerum majoris characteris algebraici reliquus æquationis numerus dividi non poſſit, prout tertia pars Regulæ præcipit. Quæ quidem diviſio fieri nequit, quando major character algebraicus, per cujus numerum fieri debet diviſio, vel non ſolus reperitur in una parte æquationis, ſed ei conjunctus eſt alius numerus algebraicus minoris denominationis, vel etſi ſolus ponitur, tamen in reliqua quoque parte æquationis idem character reperitur. Exemplis rem declaro. Sit inventa æquatio inter 9 R - 12, & 42. Hîc non poteſt fieri diviſio per 9 (qui eſt numerus majoris characteris algebraici in una æquationis parte, character enim numeri alterius partis, 42, eſt N, qui minor eſt quàm R) quia non ſolùm 9 R conſtituunt illam æquationis partem, ſed 9 R - 12. Sit iterum inventa æquatio inter 9 R, & 72 - 3 R. Hîc iterum non poteſt fieri diviſio per 9 R, numerum videlicet hujus characteris, R, quia licèt ſolus ipſe character occupet alteram partem æquationis, idem tamen reperitur quoque in altera æquationis parte. Plura exempla occurrent in ſequentibus.

Reductio æquationum algebræ, quando ſit neceſſaria.

Hæ igitur æquationes, & omnes aliæ his ſimiles, in quibus videlicet major character algebraicus vel non ſolus ponitur in altera parte æquationis, vel etſi ſolus ponitur, tamen in reliqua etiam parte reperitur, reducendæ ſunt ad alias æquationes, in quibus major character algebraicus in altera parte æquationis ſolus ſtatuitur, & in altera parte ampliùs non reperitur.

Reductio æquationis in algebra, quomodo fiat.

Hæc autem reductio fit per varias reſtaurationes & tranſpoſitiones particularum in alterutra aut utraque parte æquationis repertarum; hoc eſt, ſi vel utrique termino æquationis idem commune addatur, vel ab utroque idem commune ſubtrahatur (juxta Regulas ſuprà de Additione & ſubtractione traditas, tam in numeris integris, quàm in fractis) idque tam diu, donec major character algebraicus ſolus & ſolùm in una parte æquationis reperitur; ita enim manebit illæſa æquatio ſub terminis mutatis; quoniam *ſi ab æqualibus auferantur æqualia, remanent æqualia*; & *ſi æqualibus adjiciantur æqualia, reſultant æqualia.* Sic æquatio inter 9 R - 12, & 42. reducitur per reſtaurationem hujus diminuti, - 12 (hoc eſt, per additionem numeri 12 ad utramque partem æquationis) ad hanc, 9 R; & 54: nam ſi ad 9 R - 12 addas 12, habebis 9 R: & ſi ad 42 adjicias etiam 12, habes 54. Ita æquatio inter 9 R, & 72 - 3 R, revocatur per reſtaurationẽ hujus diminuti, - 3 R (hoc eſt, per additionem 3 R ad utram-

utramque partem) ad hanc, 12 R, & 72. Pari ratione ſi æquatio inventa ſit inter 9. R † 12, & 78 2 R, reducitur ea primò per reſtaurationem diminuti hujus, - 2 R (ſeu per additionem 2 R ad utramque partem æquationis) ad æquationem inter 11 R † 12, & 78. deinde hæc, per tranſpoſitionem hujus additi, † 12 (hoc eſt, per ſubtractionem 12 ex utraque parte) reducitur ad æquationem inter 11 R, & 66.

Annotatio I.

Reducere æquationem quid ſit. Reductio quando ſit opus. Reductio in quo conſiſtat.

EX his patet primò, *quid ſit reducere æquationem, nimirum idem ac datam æquationem ſub aliis terminis illæſam proponere, ut apta ſit Diviſioni algebraicæ.* Patet ſecundò, *quando opus ſit reductione æquationis inventæ, ad aliam æquationem; quando nimirum major character algebraicus vel non ſolus, vel non ſolum in una æquationis parte reperitur.* Patet Tertiò, *in quo conſiſtat reductio, nempe in hoc, ut vel utrique æquationis ineptæ termino idem commune addatur, vel ab utroque idem commune ſubtrahatur, idque tam diu, donec vel ex una parte tantùm ſit algebraicus character, ex altera tantùm abſolutus; vel ex una ſit ſolus major algebraicus, ex altera minor cum abſoluto.* Patet quartò, *quomodo intelligenda ſit ratio in Proœmio hujus libri adſignata, ob quam nonnulli Algebram vocant reſtaurationē, quoniam videlicet in reductione æquationum intervenit varia reſtauratio & tranſpoſitio, hoc eſt, additio & ſubtractio particularum ab una æquationis parte in aliam.*

Algebra cur vocetur reſtauratio.

His expoſitis, reducamus jam æquationes præcedenti capite quinque Exemplis allatas.

Reductionis algebraicæ varia exempla.

Prima itaque æquatio inter $\frac{1}{8}$ R, & 7, non indiget reductione, quoniam maximus character algebraicus, nempe R, reperitur ſolùm & ſolus in una parte æquationis, in altera verò reperitur abſolutus. Reliquæ verò æquationes aliorum Exemplorum indigent reductione.

Secunda itaque inter 5 R - 40, & 20, reducitur, ſi utrique parti æquationis addantur 40, ut fiant ex una parte 5 R, ex alia parte 60. Quoniam enim prima æquationis pars ſunt 5 R - 40; ſi adjiciam 40, aufero - 40, ac proinde manent 5 R: & ſi alteri quoque parti, quæ eſt 20, adjiciantur ſimiliter 40, fiunt 60. Æquatio igitur erit inter 5 R, & 60, utilis ad Diviſionem algebraicam.

Tertia inter 1 q † 4 R † 24 ex una parte, & 1 q † 10 R ex altera parte, reducitur; ſi primò tollatur ab utraque parte 1 q, ut remaneant hæc, 4 R † 42, æqualia his, 10 R. Deinde ſi rurſus ab utraque parte tollantur 4 R, ut remaneant 42 ex una, & 6 R ex altera parte: tunc enim erit æquatio inter 6 R, & 42, utilis ad Algebræ Diviſionem inſtituendam.

Quarta inter 3 R † 4, & 140 - 5 R, reducitur ſic. Adduntur utrique parti 5 R, & erunt hæc, 8 R † 4, æqualia his, 140: iterum tolluntur ab utraque parte 4, & remanent hæc, 8 R, æqualia his, 136.

Quinta inter 20 R - 1 q, & 91, ſic reducitur. Adduntur utrique parti 1 q, & erunt 20 R ex una, & 91 † 1 q ex altera parte, & inter ſe æqualia. Iterum demuntur ab utraque parte 91, & remanebunt ex una parte 20 - 91, & altera 1 q, eritque inter 20 - 91, & 1 q, æquatio apta ad Diviſionem algebraicam.

Annotatio II.

Reductio æquationum quomodo inſtituenda.

OMnis reductio æquationum, (*ut bene monet Clavius cap. 10. Algebra ſua*) *ut expeditior fiat, initium ſumere debet à reſtauratione diminuti, ſi quod eſt; hoc eſt, numerus ille qui gerit hoc ſignum, -, utrique parti æquationis addi debet. Deinde tranſponendus eſt numerus ſignum † geſtans, ex una parte in alteram, hoc eſt, ex utraque parte eſt detrahendus. Quæ quidem reſtauratio ſeu additio, & tranſpoſitio ſeu ſubtractio, quamvis rectè fiat per regulas Additionis & ſubtractionis, de quibus ſuprà cap. 6. & 7 tota tamen ars reductionis continetur in his duobus præceptis.* I. Quidquid tranſponitur, mutat ſignum. II. Eadem ſigna ſubtrahunt, diverſa verò addunt. *Senſus primi præcepti eſt: Particula æquationis habens ſignum -, tranſpoſita in alteram partem acquirit ſignum †, quia nimirum additur alteri parti. Particula verò gerens ſignum †, tranſpoſita in alteram partem acquirit -, quia nimirum ſubtrahitur. Quod quidem in omnibus præcedentibus reductionibus obſervatum eſt. Quòd ſi particula illa quæ tranſponitur, habuerit ſimilem denominationem in altera parte, in quam eſt tranſponenda; uſurpandum eſt ſecundum præceptum, cujus ſenſus hic eſt. Si particula æquationis tranſponenda, gerens ſignum quodcunque ex his duobus, †, -, habuerit in altera parte æquationis numerum majorem ejuſdem denominationis cum eodem ſigno; ſubtrahendus eſt numerus illius particulæ ab hoc numero, relinquendumque eſt idem ſignum quod habet numerus, a quo fit ſubtractio: unde inchoanda erit tranſpoſitio à minori numero. Si verò in altera parte habuerit numerum ejuſdem denominationis cum oppoſito ſigno; addendus eſt numerus illius particulæ huic numero, relinquendumque eſt idem ſignum quod habet numerus, ad quem fit additio. Hæc autem duo præcepta ſolùm inventa ſunt pro compendio reductionis; quæ fieri commodiſſime poteſt per ſolas regulas Additionis & Subtractionis: quare Tyrones, nè multitudine præceptorum & regularum confundantur, ſolis Additionis & Subtractionis regulis contenti eſſe poterunt.*

Reductionis algebraicæ præcepta duo.

Annotatio II.

Reductio æquationis inter fractiones quomodo fiat.

ÆQuatio quæ inter Minutias ſeu Fractiones reperitur, reducitur ad æquationem integrorum, per multiplicationem in crucem, ducendo Numeratorem prioris in Denominatorem poſterioris, & Numeratorem poſterioris in Denominatorem prioris. Quæ quidem integra interdum abbreviantur per numeros, aut per characteres, & tandem iterum reducuntur. Exempla vide apud Clavium cap. 10. Algebræ.*

Annotatio IV.

De abbreviatione characterum algebraicorum, ut habeatur numerus abſolutus in una parte æquationis.

Abbreviatio characterum algebraicorum.

S*I occurrat æquatio, in qua nullus ſit numerus abſolutus, ita ut Diviſio inſtitui nequeat, abbreviari debent characteres algebraici, juxta dicta par. 1. cap. 10. §. 8. Annot. 2. ut æquatio inter 2. Q, & 12 R, reduci debet ad æquationem inter 2 R, & 12 N. Item æquatio inter 1 Cq. & 1 S ſ † 34560, ad æquationem inter 1 Q, & 2 R † 34560.*

CAPUT IV.

De tertia parte Regulæ Algebraicæ, quæ eſt Diviſio.

Diviſio in algebra Regula.

TErtia pars Regulæ Algebraicæ præcipit, ut inventâ æquatione, eâque reductâ, ſi opus ſit; per numerum maximi characteris Algebraici, abjecto charactere, totus reliquus æquationis numerus dividatur, unà cum characteribus algebraicis, ſi quos habet adjunctos. Quâ diviſione factâ, vel Quotus eſt numerus abſconditus qui quæritur, vel radix aliqua ex quoto extracta.

Diviſionis algebraicæ Quotus quando indicet numerum abſconditum.

Et quidem quando inventâ æquatione, aut factâ reductione, major character algebraicus fuerit R, tunc Quotiens eſt numerus abſconditus qui quæritur: ut ſi 5 R æquales ſint 30 N; factâ diviſione numeri 30 per 5, dabit Quotiens 6 pro numero abſcondito quæſito. Ratio eſt, quia per Diviſionem habetur tunc pretium unius R. Idem contingit, quando numerus algebraicus majoris denominationis æquatur numero algebraico proximè minoris & collateralis denominationis, ſi tunc dividatur numerus minoris denominationis per majoris denominationis numerum: ut ſi 5 Ss æquentur 30 qq; diviſis 30 per 5, fit Quotiens 6, pro numero quæſito. Eadem ratio eſt de cæteris numeris algebraicis collateralibus. Hujus rei cauſa eſt, quia ſi horum numerorum characteres abbrevientur, eo modo quo ſuprà diximus; reducitur æquatio inventa ad æquationem inter R, & N. Hujus verò ratio ulterior eſt, quòd in quacunque progreſſione geometrica incipiente ab unitate, eadem ſemper eſt proportio cujuſque numeri ad proximè antecedentem, quæ ſecundi ad primum, hoc eſt, R ad N.

Radix quando extrahi debeat ex Quoto diviſionis algebraicæ.

Si verò poſt reductionem characterum, maximus character algebraicus æquationis, qui ſolus ex una parte æquationis ſtatuitur, major fuerit quàm R, & numerus abſolutus ſit in altera parte; tunc extrahenda eſt ex Quotiente Radix quam ipſe character indicat, nempe quadrata, ſi character eſt Q; cubica, ſi character eſt C, &c. Sed de hac re plura capite ſequenti. Ratio eſt, quia in hujuſmodi æquationibus ex diviſione invenitur æſtimatio unius Quadrati, vel Cubi, vel Biquadrati, &c. cùm tamen deſideretur æſtimatio unius Radicis.

Itaque in primo quinque Exemplorum, cap. 2. propoſitorum, ſi N 7. dividatur per $\frac{1}{6}$ R, rejecto charactere R; fit Quotiens 42 numerus abſconditus quæſitus: nam ſi hujus numeri ſumatur $\frac{1}{2}$, nimirum 21, & $\frac{1}{3}$, nimirum 14, atque hæ partes ex ipſo numero 42 detrahantur; fit reliquus numerus 7, ut in quæſtione propoſita deſiderabatur.

Si in ſecundo Exemplo dividantur 60 per 5 R, proveniunt 12, numerus nimirum qui in quæſtione erat propoſitus.

Si in tertio exemplo dividantur 42 per 6 R, proveniunt 7; qui eſt numerus primus in quæſtione quæſitus: erit ergo ſecundus 11, tertius 17.

Si in quarto exemplo, 136 per 8 R dividantur, provenient 17, numerus major: erit igitur minor 7.

In quinto exemplo, quia ab una æquationis parte eſt algebraicus maximus, ab altera minor algebraicus cum abſoluto; debet uterque, tam abſolutus nimirum, quàm minor algebraicus, per maximum algebraicum dividi, & ex producto radix quadrata extrahi, eo modo, quo capite ſequenti dicetur.

Annotatio I.

Diviſio algebraica eſt compendium Regulæ Trium.

DIviſio algebraica, de qua hîc ſermo, compendium eſt Regula Proportionum, de qua lib. 2. par. 1. cap. 3 art. 1. Nam dum inventâ æquatione v. g. inter 42 & 7 R. (eadem ratio eſt de aliis exemplis omnibus) divido 42 per 7, & invenio 6, idem facio, ac ſi juxta præſcriptum Regulæ Proportionum ſeu Trium dicerem: ſi 7 R dant 42, quid dat 1 R? & ducto tertio numero in ſecundum, productúmque 42, ea dividerem per primum, nempe per 7, R; invenirem enim 6 N pro æſtimatione unius Radicis, quandoquidem dum algebraicus numerus per algebraicum ejuſdem characteris dividitur, producitur numerus abſolutus, ut conſtat ex dictis ſupra cap. 9. de Diviſione.

Annotatio II.

Characteres algebraici quando abbreviandi.

UT generaliter ſciatur, quænam radix eruenda ſit ex Quotiente, quando duo numeri algebraici non collaterales inter ſe æquantur, quorum neuter eſt numerus abſolutus; abbreviandi ſunt characteres, ut æquatio fiat inter N, & numerum Algebraicum. Ut ſi æquatio ſit inter 10 Cq & 20 C; reducenda eſt ad æquationem 10 C, & 20 N. Qua reductione factâ, colligitur extrahendam eſſe Radicem cubicam. Et ratio eſt, quia in his caſibus, factâ diviſione, reperitur valor unius cubi, vel alterius numeri algebraici, ad quem facta eſt abbreviatio per characterem. nam idem tunc eſt, ac ſi dicas: ſi 10 C dant 20 N, quid dat 1 C? factâ enim multiplicatione ſecundi numeri per tertium, & diviſis 20 N per 10 C; fieret Quotiens 2, valor unius cubi. Eadem eſt ratio de reliquis.

Annotatio III.

Characteres algebraici non neceſſariò ſemper abbreviandi.

NOn tamen eſt neceſſe, quando duo numeri algebraici non collaterales inter ſe æquantur, abbreviare characteres, ut cognoſcatur, quænam radix, factâ diviſione majoris numeri algebraici per minorem, extrahenda ſit ex Quotiente; ſed ſufficit videre quot denominationes in progreſſione geometrica inter propoſitos numeros algebraicos ſint interjectæ. Nam ſi una tantùm eſt inter media, extrahenda eſt radix quadrata; ſi duæ, cubica; ſi tres, biquadrata, &c.

CAPUT V.

De quarta parte Regulæ Algebraicæ, quæ eſt Extractio Radicis.

QVando Quotus per Diviſionem inventus patefaciat numerum ignotum qui quæritur, & quādo non, ſed radix aliqua ex Quoto ſit, & quænam ſit extrahenda, quæ eundem numerū ignotum manifeſtet; diximus capite præcedēti. Nunc de ipſa radicis extractione agendum. Qui quidē, meo judicio, eſt omniū difficillim⁹ & intricatiſſim⁹ in tota Algebra nod⁹, ut ex dicendis patebit. Varii variè procedunt, per cōpendia alii, alii per ambages; utriq; laudabiliter. Ego viam ſectabor quam Tyroni judicavero commodiſſimam. Itaque

que tradam primò nonnulla, quæ omni extractioni radicum (variæ enim ſunt, ut videbimus) communia ſunt: deinde pro aliquibus Regulas peculiares, vel potius unam omnibus communem, ſed variè applicatam adſignabo: tandem omnes Regulas ad unam revocare conabor. Rationem dictorum vel interſecam, vel in finem differam.

§. I. Quid, & quotuplex ſit extractio radicis. Ut hæc explicem, ſciendum eſt I. omnes numeros figuratos cujuſcunque progreſſionis geometricæ oriri ab una radice aliquoties poſita, & vel in ſe ſolam; vel ſimul in productos numeros multiplicata. Sic in ſequenti progreſſione incipiente ab unitate, & progrediente per augmentum triplex, radix eſt *Extractio radicis quid, & quotuplex.*

Exponentes.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Characteres.	N	R	Q	C	QQ	Ss	Cq	SsB	QQQ	Cc
Progreſſio.	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683

numerus 3, ex quo omnes reliqui, quantumvis ulterius extendatur prædicta progreſſio, oriuntur, ſi aliquoties ponatur, & vel in ſe ſolū, vel ſimul in producta ducatur. Sic Quadratus numerus oritur ex radice bis poſita, & in ſe multiplicata; Cubus oritur ex radice ter poſita, ac primo in ſe, deinde in productum Quadratum ducta; Biquadratus oritur ex radice quater poſita, & primo in ſe, deinde in Quadratum, demum in cubum multiplicata. Simili ratione Surdeſolidus oritur ex radice quinquies, Cubiquadratus ex ea ſexies, Surdeſolidus ſecundus ex eadem ſepties poſita, & prædictis modis multiplicata. Quoties porro poni debeat radix, & in ſe primum, deinde in proximè productos numeros multiplicari, ut reſultet numerus aliquis figuratus geometricæ progreſſionis, pulchrè declarant Exponentes iisdem numeris ſuprascripti: toties enim poni debet radix, quot unitates continet exponens numerum de quo eſt ſermo. Sic ad procreandum C q, poni debet radix ſexies, quia ejus Exponens continet ſex unitates: ad Triquadratum poni debet octies, quia octo unitates habet Exponens ipſius, &c.

Ortus Q
3
3
—
9

Ortus C.
3
3
—
9
3
—
27

Ortus Biq.
3
3
—
9
3
—
27
3
—
81

Sciendum eſt II. tametſi una & eadem ſit radix omnium numerorum figuratorum alicujus progreſſionis geometricæ, eam tamen reſpectu diverſorum diverſam ſortiri denominationem: nam reſpectu numeri Quadrati dicitur radix quadrata, reſpectu Cubi cubica, reſpectu Biquadrati biquadrata, &c. adeo ut tot ſint radicum ſeu ſpecies, ſeu differentiæ, quot ſunt numeri qui ex radicibus oriuntur.

Sciendum eſt III. numerum aliquem dici quadratè multiplicari, quando bis ponitur, & in ſeipſum ducitur: cubicè verò, quando ter ponitur, & primum in ſe, deinde in quadratum ducitur; biquadratè, quando quater ponitur, & primum in ſe ducitur, ut fiat quadratus; deinde in quadratum, ut fiat cubus; demum in cubum, ut fiat biquadratus. Et ſic ulterius.

His præmiſſis, Ajo I. Extractionem radicis ex aliquo numero nihil aliud eſſe, quàm inventionem numeri ex propoſito numero, qui multiplicatione aliqua in ſe producat propoſitum, ſi exactè radicem habet. Ut extractio radicis quadratæ, eſt inventio numeri ex numero, qui quadratè multiplicatus ipſum producat, ſi quadratus eſt: extractio radicis cubicæ, eſt inventio numeri ex numero, qui cubicè multiplicatus ipſum producat, ſi cubicus eſt, &c.

Ajo II. Sicut innumeræ ſunt ſpecies multiplicationum numerorum in ſe, ex quibus oriuntur numeri figurati geometricarum progreſſionum; & ſicut innumeræ etiam ſunt radices, ſeu potius ejuſdem radicis denominationes, quæ dictos numeros multiplicatæ procreant; ita innumeræ ſunt Extractiones radicum, nempe Extractio radicis quadratæ, Extractio radicis cubicæ, biquadratæ, cubicubicæ, &c. Rurſus quia alii numeri ſunt abſoluti, iique vel integri, vel fracti: alii algebraici; ſic aliæ quoque ſunt Extractiones radicum ex numeris abſolutis integris & fractis, aliæ ex numeris algebraicis. Algebraicus denuo vel ſimplex eſt, vel compoſitus; & uterque vel rationalis, vel irrationalis. Horum omnium reſpectu mirè variat radicis Extractio. Nos prius agemus de Extractione radicum ex numeris abſolutis, deinde ex algebraicis rationalibus, De irrationalibus infra ſuo loco agemus.

§. II.

Tabula primorum novem Graduum cum eorum Characteribus, & Exponentibus.

NUmeri cujuſcunque geometricæ progreſſionis per certos gradus, tanquam per ſcalam, aſcendunt continuo, atque excreſcunt, à radice, per quadratum, & cæteros in infinitum; ideo non incommodè Gradus appellari poſſunt, quoniam veluti gradus conſtituunt ſcalam. In ſequentibus Radicum Extractionibus ſemper ante oculos habendi ſunt primi novem ſaltem, quoniam ab iis Extractio inchoatur, ut parebit. Eorum igitur tabulam hic damus, unà cum Characteribus, & Exponentibus. *Tabula primorum novem graduum progreſſionis geometricæ.*

Digitized by Google

	A	C	E	N	P	R	T	X	a	p	
G	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	H
I	N.	R.	Q.	C.	Biq.	Ss.	Cq.	SsB.	Triq.	Cc.	K
L	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	M
	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	
	1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
	1	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125	
	1	6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077696	
	1	7	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801	40353607	
	1	8	64	512	4096	32768	262144	2097152	16777216	134217728	
	1	9	81	729	6561	59049	531441	4782969	43046721	387420489	
	B	D	F	O	Q	S	V	Y	b	q	

In hujus Tabulæ colomna G H tranſverſali, ſunt Exponentes numerorum Gradualium ſeu ſcalarium: in columna I K characteres eorum: in L M & reliquis ſequentibus ſunt progreſſiones geometricæ octo, incipientes ab unitate, & extenſæ uſque ad nonum Gradum. Poſſunt omnes extendi in infinitum. In columna perpendiculari A B ſunt unitates, à quibus incipiunt prædictæ geometricæ progreſſiones; in columna C D ſunt Radices, in E F Quadrati, in N O Cubi, in P Q Biquadrati, in R S Surdeſolidi, in T V Cuboquadrati, in X Y Surdeſolidi ſecundi, in a b Triquadrati, in p q Cubocubi, &c.

Progreſſio geometrica quomodo extendatur. Gradus ſingularum columnarum tranſverſalium L M, &c. extenduntur, ſi gradus ultimus uniuſcujusque ducatur continuo in radicem ſibi reſpondentem: ut ſi volo extendere gradus columnæ L M, duco 512 in 2, & productum iterum in 2, & ſic porrò quouſque libet.

Characteres algebraici quomodo extenſis gradibus progreſſionis geometricæ apponantur. Characteres extenſis gradibus convenientes reperiuntur hoc modo. Omnes gradus poſt Surdeſolidum primum, quorum Exponentes ſunt numeri primi (quos videlicet ſola unitas metitur) ac proinde nullam habent communem menſuram præter unitatem, cujuſmodi ſunt 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, &c. ſont Surdeſolidi: ac proinde eorum characteres ſunt S s B, Ss C, S s D, S s E, Ss F, &c. Graduum vero reliquorum, quorum Exponentes non ſunt numeri primi, ſed compoſiti (quos videlicet præter unitatem aliquis numerus ab ipſis diverſus metitur) characteres reperiuntur, ſi accipiantur quicunque duo numeri, qui inter ſe multiplicati producunt Exponentem numerum Gradus oblati, & eorum characteres componantur in unum characterem: hic enim erit character quæſitus. Sic character Gradus, cujus Exponens eſt, 10, eſt QSs, quia ſi 10 dividam in 2 & 5, quæ multiplicatione ſua conſtituunt 10, & characterem Exponentis numeri 2, qui eſt Q, conjungam cum charactere Exponentis numeri 5, qui eſt Ss: habebo QSs pro charactere deſiderato. Eadem eſt ratio de iis. *Aliter.* Divide Exponentem Gradus propoſiti per numerum quemcunque, & conjunge characterem Diviſoris & Quoti, & habebis characterem quæſitum. Sic ſi divido 10 per 2, invenio idem quod antea. Si cupio characterem Exponentis 12: divido 12 per 3, & produco 4, conjungoque characterem Exponentis 3 cum charactere Exponentis 4, qui ſunt C & QQ, & habebo QQ C. Si dividam 12 per 2, & produco 6, characteresque Exponentium 2 & 6, qui ſunt Q & QC, conjungo; idem habeo quod antea.

§. III

De Extractione radicis quadratæ ex numeris abſolutis.

Extractio radicis quadratæ. De hac re egimus lib. 2. par. 1. cap. 3 art. 5. ubi etiam explicavimus quid ſit numerus quadratus, quid radix quadrata, & quid extrahere radicem quadratam. Praxis ibidem tradita, hæc eſt.

Operatio prima, ſemel tantum facienda.

1. Numerum propoſitum divide in certa membra, interponendo punctum aut comma poſt binas quaſque notas, initio facto à dexteris, ut factum vides in paradigmate A. Tot autem figuras habere debet Radix invenienda, quot membra notaſti. Quodlibet membrum conſtat duabus figuris, ultimo excepto, quod unica conſtare poteſt.

2. Radicem poſtremi membri à ſiniſtris, ſi quadratus eſt numerus; ſin minus, quadrati proximè minoris, ex columna E F præcedentis Tabulæ deſume, & pone poſt ſemicirculum: ipſum vero quadratum ſubſcribe dicto membro, ut factum vides in eodem paradigmate A: eumque ab eodem membro ſubtrahe, & deletis numeris reſiduum pone infra, ut vides in paradigmate B factum. Hæc prima eſt operatio, quæ non repetitur amplius.

A. 39, 18, 76 (6
36

Opera-

Operatio ſecunda, toties repetenda, quot membra ſuperſunt poſt ultimum.

3. Ad reſiduum aſſume duos alios numeros penultimi membri, ut factum vides in paradigmate B, & para novum Diviſorem hoc modo. *Primò.* Radicem poſt ſemicirculum ſcriptam duplica, & duplum ſubſcribe notæ ſiniſtimæ ejusdem penultimi membri pro novo Diviſore, ut vides in eodem paradigmate B. *Secundo.* Vide quoties hoc duplum contineatur in numero ſibi ſuperſcripto, & Quotum ſcribe tam poſt ſemicirculum pro nova radicis figura, quam poſt duplum ſubſcriptum, ut factum eſt in paradigmate C. *Tertio* Totum ſubſcriptum multiplica per Quotum modò inventum, ſive per novam radicis figuram; ſtabitque paradigma ut vides in C, *Quarto.* Productum ſubtrahe à numero ſibi ſuperſcripto, & reſiduum pone infra: & ſtabit paradigma ut in D.

```
B.  39, 18, 76
    36            (6
    ----
     3, 18
     1  2
```

```
C.  39, 18, 76
    36            (62
     3, 18
    ------
     1 22
     2 44
```

4. Reſiduo appone alios duos numeros antepenultimi membri (ſi aliud ſupereſt) ut factum vides in E: & denuo inſtitue totam ſecondam operationem: nimirum duplica totum quod eſt poſt ſemicirculum notatum: duplum ſubſcribe notæ ſiniſtimæ dicti membri: vide quoties hoc duplum contineatur in numero ſuperſcripto, & Quotum ſcribe poſt ſemicirculum pro nova radicis figura, ac poſt duplum antea poſitum pro novo Diviſore: totum ſubſcriptum multiplica per Quotum ſeu novam radicis figuram modo inventam: productum ſubtrahe à ſuperſcripto numero, reſiduumque infra ſcribe: ſtabitque paradigma ut in F: Quod ſi plura ſuperſunt membra, eandem operationem ſecundam toties repete, donec totum exhauſeris numerum.

```
D.  39, 18, 76
    36            (62
    ----
     3, 18
     1 22
    ------
     2 44
    ------
       74
```

```
E.  39, 18, 76
    36
    ----
     3 18         (62
     1 22
    ------
     2 44
    ------
       74 76
```

EXEMPLUM.

Sit extrahenda radix quadrata ex numero 391876. *Primo*, incipiendo à dexteris, nota poſt binas quaſque figuras comma, prout factum vides in omnibus Exemplis. *Secundo*, quoniam ultimum ad ſiniſtrum membrum, 39, non eſt numerus quadratus: quære in Tabula §. 2. quadratum proxime minorem, 36, eumque dicto membro ſubſcribe: radicem verò, 6, nota poſt ſemicirculum, ut factum eſt in exemplo A. *Tertio*, ſubtrahe 36 à 39: & reſiduum, 3, ſcribe infra, ut factum eſt in exemplo B. *Quarto*, ad reſiduum prædictum, 3, aſſume duas penultimi membri figuras, 1 & 8, ut in eodem exemplo B factum eſt. *Quinto*, duplica radicem, 6, poſt ſemicirculum ſcriptam; & duplum, 12, ſcribe tanquam novum Diviſorem infra eo ordine, quo vides factum in dicto exemplo B. *Sexto*, vide quoties 12 contineatur in 31: & Quotum 2, ſcribe poſt ſemicirculum tanquam novam radicis figuram, ac etiam poſt 12, ut factum eſt in exemplo C. *Septimo*, duc Quotum ſeu novam radicem, 2, modo inventam in 122, & productum 244 ſcribe infra, ut in eodem exemplo C vides. Idem productum ſubtrahe à 318 ſupraſcriptis: reſiduumque, 74, ſcribe infra, ut factum eſt in D. *Octavò*, huic reſiduo adde reliquas duas tertii membri figuras, 7 & 6, ut factum eſt in E. Deinde duplum numeri 62 poſt ſemicirculum ſcripti, nempe 124, ſcribe infra 747 tanquam novum Diviſorem, & vide quoties 124 contineantur in 747, ſeu 12 in 74; Quotumque, 6, ſcribe poſt ſemicirculum tanquam novam radicis figuram, & poſt 124, ut totus infra ſcriptus numerus ſit 1246. Demum multiplica hoc totum per novam radicem 6: productumque 7476 ſubtrahe à 7476. Et quoniam nihil remanet, ſignum eſt numerum 391876 initio propoſitum, eſſe quadratum, ejuſque radicem eſſe 626.

```
F.  39, 18, 76
    36
    ----
     3, 18     (626
     1 22
    ------
     2 44
    ----------
       74, 76
     1 2 46
    ----------
       74 76
    ----------
       00 00
```

Annotatio I.

Quid faciendum, quando abſoluta tota operatione manet aliquid reſiduum.

Si peracta tota operatione præſcripta manet aliquod reſiduum, ſignum eſt numerum propoſitum, ex quo radix extracta fuit, non eſſe exactè quadratum, ac proinde radicem inventam non eſſe præcisè illius radicem, ſed numeri quadrati proximè minoris numero illo contenti. Propinqua tamen radix prædicti numeri, & quæ à vera modicè differat, tribus modis inveniri poteſt. Primò. *Inventæ radici adjiciatur fractio, cujus Numerator ſit reſiduum poſt extractionem, Denominator verò duplum radicis inventæ, & præterea unitas. Et hæc fractio una cum radice inventa conſtituit radicem propoſiti numeri minorem vera.* Secundo. *Inventæ radici adjiciatur, fractio, cujus Numerator ſit reſiduum prædictum. Denominator verò duplum radicis inventæ. Et hæc fractio una cum radice inventa conſtituit radicem propoſiti numeri majorem vera.* Tertio. *Reſiduo adde vel duas, vel quatuor, vel ſex, vel octo, vel decem, &c. cifras, ſemper tamen binas: & operationem ſecundam toties repete, quoties binas cifras adjeciſti; conſtituaturque fractio radici inventæ adhærens, cujus Numerator ſit novus hic Quotus, Denominator verò unitas cum tot cifris, quot binarios illarum reſiduo adjeciſti. Quo autem plures binarios cifrarum adjeceris, eò propinquior radix invenitur.* Aliter. *Toti numero ab initio propoſito apponantur aliquot binarii cifrarum, & radix extrahatur modo ſupra dicto, donec totus numerus ſit exhauſtus: deinde ex radice inventa abjiciantur tot figuræ ad dexteram, quot cifrarum binarios adjeciſti: & tunc reſiduæ figuræ dabunt radicem integram, abjectæ verò conſtituent Numeratorem fractionis habentis pro Denominatore unitatem cum tot cifris, quot binarios cifrarum adjeciſti: quæ quidem fractio una cum radice integra in-* Radicem quadrata propinquam invenire.

ven-

venta, conſtituet radicem propoſiti numeri eò minorem vera, quò plures binarios adjeciſti. Quodſi Numeratori adjeceris unitatem, habebis radicem vera majorem.

Annotatio II.

QUando in ſecunda operatione numerus, qui ex radice inventa duplicata reſultans, non continetur, ne ſemel quidem, in numero cui velut novus Diviſor ſubſcriptus eſt; ponendus eſt zerus poſt ſemicirculum pro nova radicis figura, & deleto novo illo Diviſore, cæteris vero omnibus relictis, procedendum eſt ulterius ut dicta ſecunda operatio præſcribit, duplicando videlicet totam radicem poſt ſemicirculum ſcriptam, & duplum infraſcribendo, ſed una figura magis verſus dexteram quam antea erat ſcriptum.

Annotatio III. IV. V.

RAdix inventa debet habere tot figuras, quot membra commatibus diſtincta continet numerus e quo extracta eſt. Singula membra continent duas figuras, excepto ultimo ad ſiniſtram, quod poteſt habere tantum unam, ut ſupra etiam dixi. Quod numerus propoſitus, ex quo radix quadrata extrahenda, dividendus ſit in membra modo ſupra dicto, ita ut quodlibet conſtet duabus figuris; indicat Exponens Quadrati in Tabula §. 2. qui eſt numerus binarius.

Examen operationis factæ.

RAdieem inventam multiplica per ſeipſam, & producto adde reſiduum, ſi quod remanſit poſt ſecundam operationem ultimo repetitam: ſi prodit numerus primo propoſitus, operatio fuit legitima: ſin minus, erratum eſt.

Annotatio VI.

ALii in ſecunda operatione, poſtquam duplum radicis poſt ſemicirculum ſcripta ſubſcripſerunt, & ejus quotum inventum prioris radicis notæ appoſuerunt: multiplicant illud per quotum, & ſubtrahunt: deinde ejuſdem Quoti quadratum ſubſcribunt, ſed una nota magis verſus dexteram, quam duplum præcedens, & ſimiliter ſubtrahunt. Sed in idem redit hic operandi modus cum priori. Sed rem exemplo declaremus. Sit ex numero 7298 extrahenda radix quadrata. Quadratum primi membri ad ſiniſtram eſt 64, ejuſque radix 8. Facta ſubtractione quadrati 64 à numero 72, remanent 8. His infraſcriptis, eiſque appoſito altero membro, 98: duplicant radicem, 8, & 16 ſubſcribunt: hæc quia in ſupraſcripto numero 89 continentur quinquies: ſcribunt 5 poſt ſemicirculum, eaſque ducunt in 16, & productum 80 ſubtrahunt à 89, reſiduumque 98 ſubſcribunt: his ſubſcribunt 25, quadratum nimirum numeri 5, & ſubtrahunt; remanent 73. Idem faciunt, quoties ſecundam operationem repetunt. Sed noſter modus compendioſior eſt iſto, quem tamen inſinuare volui, quia ſequentium modorum norma eſt, ut patebit.

˙ ˙ 7298	
64	(85
898	
16	
80	
98	
25	
73	

§. IV.

De Extractione radicis cubicæ [illegible] numeris abſolutis.

PRaxin tradidimus ſupra lib. 2. par. 1. cap. 3. art. 6. quam brevius ac diſtinctius hic repetere placet, ut omnes radicum extractiones unum in caput includamus. Quid autem ſit cubus, quid numerus cubicus, quid cubice multiplicare numerum in ſe; ibidem diximus. *Extractio radicum cubica.*

Operatio prima, ſemel tantum facienda.

1. Numerum propoſitum divide in certa membra, poſt ternas quaſque notas, initio facto à dextris, comma aut punctum interponendo, ut factum vides in A. Radix autem invenienda habere debet tot figuras, quot membra conſtituiſti: & quodlibet membrum conſtat tribus notis, ultimo ad ſiniſtram excepto, quod conſtare poteſt aut duabus, aut una tantum.

2. Radicem poſtremi membri à ſiniſtris, ſi cubicus eſt numerus: ſin minus, cubici proximè minoris in eo contenti, deſume ex columna NO, Tabulæ §. 2. & ſcribe poſt ſemilunulam, ut vides factum in B: ipſum verò cubum radicis ſubſcribe dicto poſtremo membro, ab eoque ſubtrahe, & reſiduum ſcribe infra, ſupraſcriptos vero numeros dele, ut vides factum in C & D. Et hæc prima operatio nou reperitur amplius.

Operatio ſecunda, toties repetenda, quot membra poſt ultimum ſuperſunt.

3. Ad reſiduum aſſume tres alias figuras ſequentis membri, ut vides factum in D. Et hoc appelletur novus Dividendus. Deinde para novum Diviſorem hoc modo. *Primo*, triplica numerum poſt ſemilunulam ſcriptum, & triplum pone ſub ſecunda novi Dividendi figura à dextris inchoando, ſi unica eſt figura, ut vides factum in D A: ſi autem ſunt plures figuræ, ſubjice dextimam ſecundæ jam dictæ, reliquas vero reliquis ſequentibus lævam verſus. *Secundo*, Eundem numerum poſt ſemilunulam duc in triplum jam antea ſubſcriptum, ut habeas novum Diviſorem: & ſummam productam ſcribe infra uno loco remotius verſus ſiniſtram, quam triplum eſt poſitum, ut vides factum in B A. *Tertio*, Vide quoties novus Diviſor contineatur in numero ſibi ſupraſcripto, & Quotum ſcribe in ſemilunula, poſt primam radicis figuram antea inventam, ut vides factum in E. *Quarto*, Quotum illius Diviſoris ter multiplica: primo cubicè in ſe, & productum ſubſcribe dextimæ figuræ Dividendi novi ſuperſcripti, ut vides factum in F: deinde quadratè in ſe, & quadratum in triplum, productumq; triplo ſubjice, ut vides factum in G: poſtremo ſimpliciter in Diviſorem, & productum ſubjice diviſori, ut vides factum in H. Hæc tria producta adde in unam ſummam, ut vides factum in I; eamque ſubtrahe ex ſuperiori cubo, &

reſi-

reſiduum ſcribe infrà, ſi quod eſt, ut vides factum in K. Atque hæc eadem operatio toties repeti debet, quot membra adhuc ſuperſunt.

EXEMPLUM.

Repono atque examino idem exemplum quod loco citato libri ſecundi adduxi, quoniam tametſi ibi conſtet ſibi calculus, numeri tamen non ſunt ſibi mutuò directè, ut oportet, ſuppoſiti, Typographi errore; nec tota operatio fuit ante oculos propoſita. Diſcrimen inter hunc modum, & modum ibi traditum, eſt tantùm in ordine & modo operationes inſtituendi, nullum in reipſa. Hic tamen modus diſtinctior ac facilior eſt.

		b g f p	
I. Operatio.	A.	74,258,630,921	
	C.	27	B)3
II. Operatio.	D.	07,258	Dividendus.
	DA.	9	Triplum Radicis.
	BA	27	Diviſor. E(32
	F	8	Cubicè } multiplicatus Quotus.
	G	36	Quadratè }
	H	54	Simpliciter }
	I	8768	Summa
	K	1490,	Reſiduum
III. Operatio.	L	1490,630,	Divid.
	M	96	Tripl.
	N	3072	Diviſ. O(324
	P	64	cub. mult.
	Q	1536	quad. mult.
	R	12288	ſimpl. mult.
	S	1244224	Summa
	T	246406	Reſiduum
IV. Operatio.	V	246406,921	Divid.
	X	972	Tripl.
	Y	314928	Diviſ. Z(3247
	Aa	343	cub mult.
	Bb	47625	quad. mult.
	Cc	2204496	ſimpl. mult.
	Dd	220926223	Summa
	Ee	25480698	Reſiduum

Sit itaque extrahenda radix cubica ex numero A. Dividitur primò in quatuor membra, b, d, f, p, quorum quodlibet conſtet tribus notis, excepto ultimo ad ſiniſtram. Deinde ex Tabula § 2. quæratur cubus maximus C, in ultimo membro b contentus, eique ſubſcribatur; radix verò cubi ſcribatur poſt lunulam B. Denium ſubtrahatur cubus C à membro ultimo b, & reſiduum, 7, ſcribatur infrà. Hæc eſt prima operatio, nunquam ampliùs repetenda.

Secunda operatio ſic inſtituatur. Ad reſiduum, 7, aſſumatur penultimum membrum d, ut habeatur numerus D tanquam Dividendus. Deinde Primò triplicetur radix B; & triplum D A ſcribatur infrà ſecundam notam Dividendi D. Secundò, eadem radix B, ducatur in triplum D A, & productum B A ſcribatur infra tertiam notam Dividendi D pro novo Diviſore. Tertiò, inquiratur quoties Diviſor B A contineatur in Dividendo D; & Quotus, 2, ſcribatur poſt radicem antea inventam, ut fiat radix E. Quartò, novus Quotus, 2, ducatur primò cubicè in ſe, & cubus F ſcribatur ut vides: ſecundò; quadratè in ſe, & quadratum 4 ducatur in triplum D A, productumque G ſcribatur poſt cubum F, ut vides: tertiò, ſimpliciter in Diviſorem B A; & productum H ſcribatur infrà ut vides. Hæc tria producta, F, G, H, colligantur in ſummam I, & hæc ſubtrahatur à Dividendo D; reſiduumque K ſcribatur infrà ut vides. Hæc ſecunda operatio adhuc bis repeti debet; quia adhuc duo ſuperſunt membra, f & p. Itaque

Tertia operatio ſic inſtituatur. Ad reſiduum K, aſſumatur antepenultimum membrum f, ut fiat novus Dividendus L. Deinde Primò triplicetur tota radix E, & triplum M ſcribatur infrà ut vides. Secundò, eadem radix E ducatur in triplum M, & productum N ſcribatur infrà ut vides, pro novo Diviſore. Tertiò, inquiratur quoties novus Diviſor N contineatur in Dividendo L; & Quotus, 4, ſcribatur poſt notas radicis antea inventas, ut factum vides in O. Quartò, novus Quotus, 4, ducatur primo cubicè in ſe, & productum P ſcribatur ut vides: ſecundò, quadratè in ſe, & quadratum 16 in triplum M, & productum Q ſcribatur ut vides: tertiò, ſimpliciter in Diviſorem N, & productum R ſcribatur ut vides. Hæ tres ſummæ, P, Q, R, colligantur in unam ſummam S; & hæc ſubtrahatur à Dividendo L; reſiduumque T ſcribatur infrà.

Quarta denique & ultima operatio ſic fiat. Ad reſiduum T, aſſumatur primum membrum p, ut fiat novus Dividendus V. Deinde Primò, triplecetur tota radix O, & triplum X ſcribatur ut vides, Secundò, eadem radix O ducatur in triplum X, & productum Y ſcribatur ut vides pro novo Diviſore. Tertiò, videatur quoties hic Diviſor Y contineatur in Dividendo V; & Quotus, 7, ſcribatur poſt radicem antea inventam, ut apparet in Z. Quartò, hic Quotus, 7, ducatur primò cubicè in ſe, & productum Aa ſcribatur infrà Dividendum V, ut vides: ſecundò, quadratè in ſe, & quadratum in triplum X; productumque Bb ſcribatur infrà ut vides: tertiò, ſimpliciter in Diviſorem Y; & productum Cc ſcribatur ut vides. Hæ tres ſummæ, Aa, Bb, Cc, colligantur in unam Dd; & hæc ſubtrahatur à Dividendo V, eritque reſiduus numerus Ee: quod ſignum eſt, propoſitum numerum A non eſſe cubicum; ſed maximum numerum cubicum in eo contentum eſſe numerum Dd, ejuſque radicem eſſe *Z*.

Annotatio.

Quid faciendum, quando abſolutâ totâ operatione manet aliquid reſiduum.

Radicem cubica propinquam invenire.

QUando remanet aliquid poſt totam operationem ſignum eſt numerum propoſitum non eſſe cubicum, nec habere exactè cubicam radicem, ac proinde radicem inventam non eſſe numeri propoſiti ſed maximi cubi in eo contenti. Propinqua tamen propoſiti numeri radix, & quæ a vera inſenſibiliter differat, invenitur, ſi ad numerum adjiciantur aliquot ternarii cifrarum, & extractio fiat ex toto aggregato ex numero & cifris deinde ex radice inventa abjiciantur à dextera tot figuræ quot cifrarum ternarii fuerunt adjecti: reliquæ enim figuræ dabunt radicem integram cui addenda eſt fractio Numeratorem habens figuras abjectas, Denominatorem verò unitatem cum tot cifris quot ternarii fuerunt antea additi. Tanto autem propinquior radix invenitur, quantò plures cifrarum ternarii adjiciuntur.

Examen Operationis factæ.

TOta radix ducatur cubicè in ſe, & producto addatur reſiduum, ſi quod eſt; & ſi quidem reſultat primus numerus propoſitus A, legitima fuit operatio; ſin minùs, fuit erratum. Sic in propoſito exemplo, ſi radix tota z ducatur cubicè in ſe, prodibit cubus 342;3150223; cui ſi addatur reſiduum Ee, redibit numerus A.

§. V.

De Extractione radicis Biquadratæ, Cubiquadratæ, Triquadratæ, Cubicubicæ &c.

Extractio radicis Biquadratæ, Cubiquadratæ, Triquadratæ, Cubicubicæ &c.

EXtractio radicis quadratæ, & cubicæ, quas hactenus explicavimus, norma ſunt omnium reliquarum: omnes enim reliquæ quadam proportione illas imitantur. Nonnulli particularia artificia præſcribunt pro ſingulis in particulari; alii generale pro omnibus: nos, nè Tyrones præceptorum multitudine obruamus, neutrum facimus, ſed eodem artificio hactenus pro radicis quadratæ & cubicæ extractione tradito utemur ad reliquas omnes extractiones è numeris figuratis, quæ denominationem à quadratis, aut cubis, aut utriſque ſimul habent, cujuſmodi ſunt numeri Biquadrati, Triquadrati, Cubiquadrati, Cubicubici &c: Pro quibus omnibus hanc unicam damus Regulam.

Regula generalis.

Extractio radicis Biquadratæ, Triquadratæ, Cubiquadratæ, Cubicubicæ &c: cùm ſit radicum compoſitarum, ſequitur Regulam extractionis quadratæ, & cubicæ.

Itaque qui vult radicem Biquadratam extrahere ex aliquo numero, extrahat primò radicem quadratam è numero propoſito, deinde è radice inventa extrahat iterum radicem quadratam, & habebit radicem biquadratam quæſitam. Qui verò vult radicem Triquadratam, extrahat primò quadratam è numero toto, deinde ex radice primò inventa, demum ex radice ſecundò inventa. Qui vult Cubiquadratam, extrahat primò è numero nato radicem quadratam, deinde ex hac cubicam: vel è contrario primò cubicam extrahat radicem, & deinde ex hac quadratam. Qui vult Cubicubicam, extrahat primò cubicam, deinde ex hac aliam cubicam. Idem intelligetur de cæteris.

Univerſim itaque loquendo, ſi ex propoſito numero figurato illas radices extrahas, quas characteres oſtendunt, erit radix extrahenda inventa.

§. VI.

De Extractione radicis è Surdeſolido primo, ſecundo, tertio &c.

Extractio radicis Surdeſolida primæ, ſecundæ, tertiæ &c.

SUrdeſolidus primus, ut ex dictis conſtat, fit ex multiplicatione radicis quinquies poſita, ducendo illam primò in ſe, deinde in quadratum, tum in cubum, demum in biquadratum: ut ſi radix ſit 2; ducitur primò in ſe, & fit quadratum 4; deinde ducitur in hoc quadratum, & fit cubus 8, tum in hunc cubum, & fit biquadratum 16; demum in hoc biquadratum, & fit ſurdeſolidus primus 32. Ex quo conſtat, Exponentem ſurdeſolidi primi eſſe 5, & numerum ſurdeſolidum ex quo radix extrahenda ſit, diſtinguendum eſſe in membra, quorum quodlibet conſtet quinque notis ſeu figuris, excepto ultimo ad ſiniſtram, quod paucioribus conſtare poteſt, ut quatuor, tribus, duabus, unâ. Praxis autem radicem ex ſurdeſolido primo extrahendi, eſt ut ſequitur.

Operatio prima ſemel tantùm facienda.

1. Numerum propoſitum divide in membra, poſt quinas quaſque notas, initio facto à dextera, ponendo comma, aut punctum. Radix itaque invenienda tot figuras habere debet, quot membra ſunt conſtituta.

2. Radicem ultimi membri à ſiniſtris, ſi ſurdeſolidus eſt numerus; ſin minùs, ſurdeſolidi proximè minoris in eo contenti, deſume ex tabula §.2. eamque ſcribe poſt lunulam pro prima figura radicis inveniendæ; ipſum verò ſurdeſolidum radicis, ex eadem tabula deſumptum, ſubſcribe prædicto ultimo membro; & factâ ſubtractione illius ab hoc, reſiduum ſcribe infra, & ſupraſcriptos numeros dele.

Operatio ſecunda, toties repetenda, quot membra poſt ultimum ſuperſunt.

3. Ad reſiduum aſſume quinque alias figuras ſequentis penultimi membri, ut habeatur novus Dividendus. Deinde para novum Diviſorem hoc pacto. Primò, numeri poſt lunam ſcripti Biquadratum quintuplica, ejuſque primam à dextris figuram ſcribe ſub ultima à ſiniſtris figura penultimi membri; reliquas verò ſub reliquis lævam verſus. Secundò, ejuſdem numeri poſt lunam ſcripti Cubum decupla, productumque ſubſcribe proximè

priori numero unâ figurâ magis verſus dexteram. Tertiò, ejuſdem adhuc numeri ſcripti poſt lunam quadratum decupla, & productum ſcribe ſub proximè priori numero unâ nota magis verſus dexteram. Quartò tandem, eundem numerum poſt lunam ſcriptum quintuplica, & productum ſcribe ſub proximè minori unâ figurâ magis verſus dexteram. Hos quatuor numeros ſub Dividendo ſcriptos collige in unam ſum̃am, & habebis novũ Diviſorem, Dividendo ſubſcribendum ita, ut prima ejus figura ad dexteram ſit ſub ſecunda Dividendi.

4. Vide quoties novus Diviſor contineatur in Dividendo, & novum Quotum ſcribe poſt lunulam pro ſecunda figura radicis inveniendæ. Deinde multiplicationem ad inveniendam ſummam à Dividendo ſubtrahendam, ſic inſtitue. Primò, Novum Quotum duc in quintuplum Biquadrati, & productum ſubſcribe eidem directè. Secundò, Quadratum Novi Quoti duc in decuplum Cubi, & productum ſubſcribe illi directè. Tertiò, Cubum novi Quoti duc in decuplum Quadrati, & productum directè illi ſubſcribe. Quartò, Biquadratum novi Quoti duc in quintuplum Quoti, & productum ipſi ſubſcribe. Quintò, numeris hactenus inventis, ac dicto modo collocatis, adde ſurdeſolidum novi Quoti. Hos quinque numeros ſub Diviſore ſcriptos collige in unam ſummam, eamque à Dividendo ſuprâſcripto ſubtrahe.

Si plura ſuperſunt membra, repetenda eſt hæc eadem ſecunda operatio toties, quot ſuperſunt membra.

E X E M P L V M.

	b	c	
A.	4894,	65024.	
			B (5
C.	3125		

D.	1466, 65024	Dividendus.
E.	3125	Quintupl. Biq.
F.	1250	Decupl. Cubi.
G.	250	Decupl. Quad.
H.	25	Quintupl. Quoti.
I.	525 2525	Diviſor.
L.	1250 0	K (54
M.	200 00	
N.	16 000	
O.	6400	
P.	1024	
Q.	1466 65024	

Sit extrahenda radix ſurdeſolida ex numero A. *Primo*, dividatur numerus in membra b & c; & quia ultimum membrum b non eſt purè ſurdeſolidus numerus, quæratur ex tabula §.2. ſurdeſolidus maximus in eo contentus, nempe numerus C, ejuſque radix, 5. ponatur poſt lunulam B: C verò ſubtrahatur a membro b, & reſiduum ſcribatur infrà. *Secundò*, ad reſiduum aſſumatur alterum membrũ c, ut fiat novus Dividendus D. *Tertiò*, ſumatur quintuplum Biquadrati B, & fiat numerus E; & decuplum Cubi ejuſdem B, & fiat numerus F, & decuplum Quadrati ejuſdem B, & fiat numerus G; ac quantum quintuplum ipſius B, & fiat numerus H. Quatuor hæ ſummæ, E, F, G, H, ſcribantur ut apparet in Exemplo, colliganturque in unam ſummam, ut habeatur Diviſor I, qui ſcribatur infrà ut in eodẽ Exemplo apparet. *Quartò*, Videatur quoties hic Diviſor I contineatur in Dividendo D, & novus Quotus, 4, ſcribatur poſt lunulam K. Deinde, novus Quotus ducatur primò in quintuplum Biquadrati E, & ſumma L ſcribatur infrà ut apparet in exemplo. Secundò, quadratum novi Quoti ducatur in decuplum Cubi F, & ſumma M ſcribatur infrà. Tertio, Cubus novi Quoti ducatur in decuplum Quadrati G, & ſumma N ſubſcribatur. Quartò, B, quadratũ novi quoti ducatur in quintuplum Quoti H, & ſumma O ſimiliter ſubſcribatur, ut in exemplo eſt factum. Quintò denique, Surdeſolidus P novi Quoti addatur prædictis ſummis: & omnes quinque ſummæ; L, M, N, O, P, colligantur in unam ſummam Q, eaque ſubtrahatur à Dividendo D: eritque radix inventa 54.

Annotatio I.

Radicem ſurdeſolidã propinquã invenire.

SI peractâ totâ operatione eſt aliquid reſiduum, ſignum eſt, propoſitum numerũ non eſſe purè ſurdeſolidum, nec habere accuratam radicem ſurdeſolidam. Propinquior autem radix eruetur, ſi toti numero apponantur aliquot quinarii cifrarum, & ex toto aggregato extrahatur radix modo dicto, atque ab inventa radice detrahantur ad dexteram tot figuræ, quot cifrarum quinarii fuerunt adjecti, ex abjectis verò figuris fiat Numerator, & ex quinariis cifrarum Denominator, fractioq; adjiciatur radici inventæ.

Examen Operationis factæ.

TOta radix inventa ducatur ſurdeſolidè in ſe, hoc eſt, primò ducatur in ſe, ut fiat numerus quadratus; ſecundò in quadratum, ut fiat numerus cubicus: tertiò in cubum, ut fiat numerus biquadratus: quartò in biquadratum, ut fiat numerus ſurdeſolidus. Producto ſurdeſolido addatur reſiduum, ſi quod fuit poſt extractionem radicis. Si redit numerus primò propoſitus, fuit legitima operatio: ſin minùs, erratum fuit.

Annotatio II.

RAdicem ſurdeſolidam ſecundam habebis, ſi ex numero propoſito extrahas primò radicem ſurdeſolidam: deinde ex radice inventa iterum eandem radicem extrahas. Simili ratione invenies ſurdeſolidam tertiam, quartam &c. radicem.

CAPUT VI.

De Extractione quarumcunque radicum è numeris fractis abſolutis.

Extractio radicũ quarumcunq; è fractionibus.

RAdicem petitam (nempe quadratam, cubicã, ſurdeſolidam &c.) extrahe tam ex Numeratore, quàm Denominatore fractionis, artifi-

cin hactenus explicato; fractio ex bis compoſita, erit radix quæſita fractionis datæ. Sic radix quadrata hujus fractionis $\frac{64}{25}$, eſt hæc, $\frac{8}{5}$: radix cubica hujus, $\frac{8}{27}$, eſt hæc, $\frac{2}{3}$. Idem eſt operandi modus in omnibus aliis exemplis.

Annotatio I.

SI factâ extractione ſupereſt aliquid tam in Numeratore, quàm denominatore, adjiciantur utrique aliquot binarii, ternarii, quaternarii, quinarii &c: ciſrarum; & continuetur extractio modo dicto in præcedentibus: Si verò in alterutro tantùm fractionis numero aliquid ſupereſt, illi tantùm adjiciantur ciſræ, & operatio continuetur, ut dictum.

Annotatio II.

HOc artificio per adjectionem ciſrarum extrahi poſſunt radices quæcunque ex numeris quantumvis parvis. Ut ſi ex numero, 2, ſit extrahenda radix quadrata, cubica &c: adjiciantur illi aliquot binarii, ternarii &c: ciſrarum, & extractio radicis inſtituatur modo dicto in antecedentibus.

Annotatio III.

QUi tabulas habet numerorum quadratorum & cubicorum cum ſuis radicibus, quales conſtruxit P. Paulus Guldinus in Append. lib. 1. de Centrogravitatis, ubi omnium numerorū ab unitate uſq; ad decimillinarium quadratos & cubos exhibet; magna ex parte radicum quadratarum & cubicarum extrahendarum moleſtia liberatur. Nam ſi numerum datum, cujus radicem quadratam aut cubicam petit, invenit inter quadratos vel cubos tabularum; invenit etiam radicem illi adſcriptam: ſi nō invenit, quærat illi proximè minorem quadratum aut cubū; eritq; radix huic adſcripta maxima; quæ circa fractiones elici ex dato numero poteſt.

Maximus quadratus in tabulis Guldini conſtat novem notis, maximus verò cubus tredecim. Itaq; earum ope obtineri poteſt quadrata radix omnis numeri, qui non pluribus quàm novem notis conſtat, & radix cubica omnis numeri, qui tredecim notas non ſuperat. Quod ſi numerus oblatus conſtat pluribus notis quàm prædictis, poſſunt nihilominus ea unde tabularū ope ex illo expediri quatuor majora membra ad ſiniſtrā; quoad reliquas verò notas continuari poteſt extractio juxta regulas in præcedentib. traditas.

CAPUT VII.

De Extractione radicum ex numeris algebraicis ſimplicibus.

Extractio radicum ex numeris algebraicis ſimplicibus.

EX numeris algebraicis ſimplicibus radix extrahitur eodem modo, quo ex abſolutis numeris, de quibus hactenus egimus. Itaque radix quadrata ex hoc numero, 25 Q, extrahitur non aliter quâ ex numero abſoluto 25; & radix cubica ex hoc, 27 C, non aliter quàm ex hoc, 27 &c:

Ut autem ſciatur, quo charactere afficienda ſit radix inventa, dividatur Exponens characteris numeri algebraici dati, per Exponentem characteris à quo radix extrahenda denominatur; indicabitque Quotus inventus Exponentem characteris, à quo radix inventa denominabitur.

Sit extrahenda radix quadrata ex hoc numero algebraico, 144 Q: quæratur radix abſoluta hujus numeri abſoluti, 144, quæ eſt 12: & quia Exponens numeri 144 Q, eſt 2. & Exponens characteris à quo radix quadrata denominatur, eſt etiam, 2; dividatur Exponens illius per Exponentem hujus, nimirum 2 per 2, proveniet 1 pro Quoto: ergo 1 erit Exponens characteris quem gerere debet radix 12 inventa: Erit igitur 12 R, radix quadrata hujus numeri, 144 Q: nam ſi hic numerus, 12 R, in ſeipſam multiplicetur, producetur numerus antea datus 144 Q.

Sit iterum extrahenda radix quadrata ex 144 Cq. Accepta radice quadratâ numeri 144, nempe 12, dividatur Exponens characteris hujus, Cq. nempe 6, per Exponentem radicis quadratæ, nimirum per 2; reperietur Exponens 3, cujus character eſt 3. Igitur radix quadrata hujus numeri, 144 Cq. eſt 12 C. Eadem eſt ratio de aliis quibuscunque.

Quod ſi ex diviſione Exponentium modo dicto non producatur numerus Exponens integer; vel ſi producatur quidem, numerus tamen algebraicus qui characterem gerit, non habet radicem quæ inquiritur; carebit numerus algebraicus propoſitus radice illâ, quæ deſideratur. Ita hic numerus, 25 C, non habet radicem quadratam, quia etiamſi numerus abſolutus 25 habeat quadratam radicem, nempe 5; tamen ex diviſione Exponentis hujus characteris, C, qui eſt 3, per Exponentem radicis quadratæ, qui eſt 2, provenit numerus 1 $\frac{1}{2}$, cui nullus character reſpondet. Idem numerus 25 C, caret radice cubicâ, quia etſi ex diviſione 3 per 3, nimirum Exponentis characteris C, per Exponentem radicis cubicâ, proveniat 1, qui eſt Exponens hujus characteris R; tamen quia numerus 25 caret radice cubicâ, etiam numerus algebraicus 25 C illâ carebit. Eadem ratio eſt de aliis ſimilibus.

CAPUT VIII.

De Extractione radicum ex numeris algebraicis compoſitis.

Extractio radicum ex numeris algebraicis compoſitis.

IN æquationibus algebraicis juxta Algebræ regulam repertis, aliquando tres ſunt numeri, ut quando uni numero algebraico æquantur duo, cujuſmodi eſt æquatio inventa inter 1 Q & 6 R † 72, vel 1 Q, & 72 - 6 R &c: aliquando plures quam tres, ut quando plures quàm duo numeri algebraici æquantur uni, qualis eſt æquatio inter 1 C † 3 Q † 7 R, & 34. Iterum tres numeri algebraici aliquando habent Exponentes, qui ſervant progreſſionem Arithmeticam, hoc eſt, eundem ſeu æqualem inter ſe exceſſum habent, cujuſmodi ſunt 2, 1, 0; item 4, 2, 0; item 6, 3, 0; item 8, 4, 0 &c: aliquando verò non ſervant Exponentes Arithmeticam progreſſionem, ut ſunt 3, 2, 0; item 3, 1, 0 &c: Arithmeticam progreſſionem ſervant Exponentes ſequentium

tium æquationum: 1 Q.6 R † 72. 2. 1. 0. Item 1. Q. 72-6 R. 2. 0. 1. item 1 Q. 14 R-48. 2. 1. 0. Item 1 Q. 18 R † 648. 4. 2. 0. &c.

Abbreviatio characterum algebraicorum quando fiat. Quando minimus Exponens non eſt 0, ut in omnibus præcedentibus, ſed numerus, ut in hac æquatione, 1 S1 C. 72 S. 5 S B. 4. C c, cujus Exponentes ſunt, 11, 7, 9 &c. tunc abbreviari debent Exponentes; quod fit dum ſubtrahitur minimus numerus tum à ſe, tum ab aliis Exponentibus, & reſiduorum characteres aſſumuntur. Sic in præcedenti exemplo, ſi ſubtrahant 7 à 7, & à 9, & ab 11, remanent 4, 0, 2 pro Exponentibus. Idem de aliis dicendum eſt.

In omnibus prædictis æquationum caſibus, factâ diviſione per numerum majoris characteris algebraici, extrahenda eſt radix aliqua ex Quoto, qui ſemper eſt numerus algebraicus compoſitus, ſive auctus, ſive diminutus. Ante Franciſci Vietæ tempora tunc ſolùm poterant certâ viâ & arte ex compoſitis numeris algebraicis extrahi radices, quando tres tantùm numeri æquationis aderant, quorum Exponentes erant arithmeticè proportionales, hoc eſt, ſervabant Arithmeticam progreſſionem ſeu proportionalitatem; dictus verò Vieta regulam univerſalem invenit pro omnibus radicibus ex quibuſcunque numeris extrahendis, etiamſi plures ſint quàm tres numeri; & etiamſi Exponentes eorum non ſervent Arithmeticam proportionem. Nos hoc loco tantùm explicabimus cum Clavio extractiones radicum ex numeris prioris generis, quando nimirum unus numerus algebraicus æquatur duobus, & Exponentes eorum ſervant proportionalitatem Arithmeticam, quoniam ea facilior eſt pro Tyronibus, & ſufficiens ad pleraſque algebraicas quæſtiones ſolvendas. De Vietæ regula vel infrà ſuo loco, vel alio in opuſculo ſermo erit.

§. I.

De Extractione radicis quadratæ ex numero algebraico compoſito aucto, vel diminuto.

Extractio radicis quadratæ ex numero algebraico compoſito. QUando trium numerorum Exponentes ſunt 2, 1, 0, vel 2, 0, 1; radices quæ factâ diviſione unius æquationum termini per alterum extrahi debent, ſunt omnes quadratæ. Harum extrahendarum hæc eſt regula.

1. *Factâ diviſione ſume dimidium numeri radicum. 2. Ad hujus dimidii quadratum adde, vel ab eodem ſubtrahe numerum abſolutum, prout hic ſigno † vel - fuerit affectus. 3. Ex hoc aggregato, vel reſiduo, extrahe radicem quadratam, eique adde, vel ab eadem ſubtrahe dimidium numeri radicum, prout radicum numerus ſigno † vel - fuerit notatus. Ultima hæc ſumma, vel ultimum reſiduum, dabit numerum ignotum quæſitum, æſtimationem videlicet & pretium unius radicis quadratæ.* Nunc regulam declaramus exemplis nonnullis à Clavio traditis.

EXEMPLUM. Sit itaque æquatio inventa inter 1 Q & 72-6 R; quorum numerorum Exponentes ſunt 2, 0, 1. Factâ diviſione ſecundi æquationis membri per primum, abjecto charactere algebraico, nempe 72-6 R, per 1, ut jubet Regula Algebræ; prodit idem numerus 72-6 R (pretium nimirum unius Quadrati) quoniam unitas non dividit. Hujus radicem ut inveniam; *Primò*, ſumo dimidium numeri radicum, nimirum 3. *Secundò*, ſumo hujus dimidii quadratum, nimirum 9, & illi addo numerum abſolutum 72, quoniam gerit ſignum † (numerus enim qui nullo affectus eſt ſigno, intelligitur habere ſignum †, ut ſuprà 1. par. cap. 5. advertimus) facioque 81. *Tertiò*, ex hoc aggregato 81 extraho radicem quadratam, quæ eſt 9; eique detraho dimidium numeri radicum, puta 3, quoniam numerus radicum affectus eſt ſigno -. Reſiduum, 6, eſt numerus abſconditus quæſitus, nimirum æſtimatio unius radicis quæ quæritur.

EXEMPLUM II. Sit iterum æquatio inventa inter 1 Q, & 6 R † 72, quorum Exponentes ſunt, 2. 1. 0. Factâ diviſione, Quotus eſt hic numerus, 6 R † 72; ex quo radix quadrata ſic eruitur. *Primò*, capio dimidium numeri radicum, puta 3. *Secundò*, ad hujus dimidii quadratum, quod eſt 9, addo abſolutum numerum 72, propter ſignum † quod gerit abſolutus numerus, facioque 81. *Tertiò*, ad radicem quadratam hujus ſummæ 81, nimirum ad 9, adjicio dimidium numeri radicum, nempe 3, propter ſignum †, quo affectus eſt numerus radicum, efficioque 12, pro pretio radicis quæſitæ.

EXEMPLUM III. Sit tertiò inventa æquatio inter 1 Q, & 18 R-72, quorum Exponentes ſunt, 2. 1. 0. Factâ diviſione, reſultat Quotus, 18 R-72; ex quo radix quadrata ſic eruitur. *Primò*, accipio dimidium numeri radicum, nimirum 9. *Secundò*, ab hujus dimidii quadrato, puta ab 81, ſubtraho 72, propter ſignum -, quod præponitur numero abſoluto, & remanent 9. *Tertiò*, ad radicem quadratam hujus reſidui 9, quæ eſt 3, addo dimidium numeri radicum, nempe 9, quia numerus radicum gerit ſignum †, efficioque 12 pro valore radicis quæſitæ, ſeu numeri abſconditi.

Annotatio.

QUando numerus abſolutus notatur ſigno -, duplex radix ex numero algebraico propoſito extrahi poteſt quæ æquationi ſatisfaciat, una major, una, altera minor: (niſi numerus abſolutus æqualis ſit quadrato dimidii numeri radicum, tunc enim radix eſt ipſum dimidium numeri radicum.) Major habetur, ſi radici quadratæ inventæ additur dimidium numeri radicum, ut dictum. Minor verò habetur ſi radix quadrata illius reſidui ex dimidio numeri radicum detrahatur: ut in dato proximè exemplo, ſi 3. radix videlicet quadrata hujus reſidui 9 ſubtrahatur à 9, nempe dimidio numeri radicum remanent 6 pro radice minore hujus numeri algebraici 18 R 72. Itaque in hujuſmodi numeris liberum erit, tertio loco ad radicem quadratam inventam ex reſiduo illo, vel addere dimidium numeri radicum, vel eandem illam radicem inventam, ex dimidio numeri radicum ſubducere. Non tamen ſemper utraque radix propoſitum problema ſolvit, ſed altera tantùm, ut benè notat Clavius cap. 12. Algebræ, & oſtendit cap. 32. ænigmate 25. Quare ſi examen inſtitutum per unam radicum, non reſponderet ænigmati, aſſumenda eſt altera.

§. II.

De Extractione radicis Biquadratæ, Cubiquadratæ &c. ex numero algebraico compoſito aucto, vel diminuto.

Extractio radicis Biquadratæ Cubiquadratæ &c. ex numero algebraico compoſito.

QUando trium numerorum algebraicorum Exponentes ſunt, 4, 2, 0, vel 4, 0, 2, vel 6, 3, 0, vel 6, 0, 3, vel 8, 4, 0, vel 8, 0, 4 &c: tunc major character ſemper componitur ex Q, & alio charactere algebraico, ut ex eorum Exponentibus conſtat; & ideo radices quæ extrahi debent factâ diviſione, non ſunt Quadratæ, vel Biquadratæ, Cubiquadratæ, Triquadratæ &c.

In his itaque caſibus extrahenda eſt priùs radix quadrata, propter characterem Q. juxta præcepta præcedenti §. tradita, accommodando omnia illa quæ de numero radicum præcepimus, illi numero qui affectus eſt charactere algebraico in illa parte æquationis, ex qua radix eruenda eſt, perinde ac ſi æquatio foret inter tres numeros cum characteribus Q, R, N. Deinde ex hac radice quadrata inventa, elicienda eſt alia radix, juxta reliquam partem characteris algebraici majoris, relicto hoc charactere Q. hoc eſt (ut bene explicat Clavius) eruenda eſt radix denominata à charactere algebraico, qui in ea parte æquationis cernitur, in qua duo numeri reperiuntur, & qui medius eſt inter maximum characterem, & minimum, ſive N. Ut ſi æquatio inventa ſit inter 1 Qq, & 18 Q † 648; extrahenda eſt radix quadrata ex hoc numero, 18 Q † 648, propter priorem partem algebraici characteris Q, non aliter ac ſi æquatio eſſet inter 1 Q, & 18 R † 648 quæ radix eſt 36: ex hac deinde rurſus eruenda eſt radix quadrata, nempe 6, ob reliquam partem characteris algebraici Q, qui medium locum tenet inter Qq. & N. Igitur 6 erit radix numeri algebraici propoſiti. Eodem modo, ſi ſit æquatio inter 1 C q, & 5120-16 C; extrahenda eſt priùs radix quadrata hujus numeri, 5120 16 C; & ex hac deinde elicienda eſt radix cubica, quia character C eſt medius inter C q. & N. Eadem ratio eſt de alijs.

CAPUT IX.

De ſecundis Radicibus, earumque Elementis.

Radices ſecundæ, earumque Elementa.

UT per Regulam falſæ poſitionis non omnes quæſtiones ſolvi poſſunt unicâ poſitione factâ, ſed ſæpe opus eſt duabus, aut pluribus poſitionibus, ita etiam per Regulam Algebræ. Nam non rarò quæruntur duo, tres, aut etiam plures numeri abſconditi, quorum uno per unam poſitionem unius aut plurium Radicum cognito, reliqui non facilè cognoſci poſſunt. Quo caſu, poſtquàm pro primo numero inveniendo poſita eſt 1 R (aut etiam plures Radices) pro ſecundo numero ponenda iterum eſſet 1 R, iterumque pro tertio, quarto &c: Sed quoniam Radix pro ſecundo numero inveniendo poſita, plerùmque diverſum valorem habet à radice pro primo numero poſita; & radix pro tertio numero diverſum quoque valorem à radice tam pro primo, quàm pro ſecundo poſita; ideo ad confuſionem vitandam diſtinguunt Algebræ Scriptores radices pro ſecundo, tertio, & reliquis numeris poſitas, appoſitis Alphabeti litteris ſic, 1 A, 1 B, 1 C &c. eaſque uno nomine vocant Radices ſecundas, ad diſtinctionem Radicum pro primis numeris abſconditis poſitarum, quas Radices primas appellant. De his hoc loco agendum, antequam ad exercitationem Algebraicam progrediamur. Poterit tamen Tyro, nè præceptorum multitudine confundatur, differre hujus capitis lectionem uſque ad caput ultimum par. 3. ſequentis, in quo ſecundarum Radicum uſum per exempla declarabimus.

§. I.

Notatio & Significatio Radicum ſecundarum.

Radicum ſecundarum notatio & ſignificatio.

RAdices ſecundæ, ut dixi, ad differentiam primarum, notantur ſic: 1 A. 1 B. 1 C &c: 1 A ſignificat 1 R ſecundam diſtinctam ab ea, quæ primo loco poſita eſt, 1 B ſignificat 1 R ſecundam diſtinctam à duabus, quæ primo, & ſecundo loco poſitæ ſunt. 1 C ſignificat 1 R ſecundam diſtinctam à tribus, quæ primo, ſecundo, & tertio loco poſitæ fuerunt. Simili modo notantur & explicantur aliæ radices ſecundæ alijs litteris expreſſæ.

§. II.

Numeratio Radicum ſecundarum.

Radicum ſecundarum numeratio.

QUando numerus, cui ſubjunctum eſt ſignum ſecundarum Radicum, habet præpoſitum ſignum ſeu characterem algebraicum, ſignificatur numerum cum priore ſigno ductum eſſe in unitatem poſterioris ſigni. Ut 1 R A, ſignificat 1 R, ductam in 1 A; & 3 R A, ſignificat 3 R, ductas in 1 A; Sic 1 QAQ, indicat 1 Q, ductum in 1 AQ &c.

§. III.

Additio & Subtractio Radicum ſecundarum.

Radicum ſecundarum additio, & ſubtractio.

SI numeri addendi vel ſubtrahendi adjuncta habent ſigna ejuſdem generis, adduntur & ſubtrahuntur numeri, & ſummæ vel reſiduo apponitur idem ſignum quod antea gerebant. Ut ſi 3 A ad 4 A ſunt addenda, fiunt 7 A: ſi 3 A ex 7 A ſunt ſubtrahenda, reſtant 4 A.

Si numeri addendi vel ſubtrahendi adjuncta habent ſigna diverſi generis; additio fit per ſignum †, ſubtractio per ſignum -. Ut ſi addendæ ſint 3 R ad 4 A, conſtantur 3 R † 4 A: & ſi addenda 3 A ad 4 B, fiunt 3 A † 4 B. Si verò 4 A ſubtrahenda ſint ex 3 R, reſtant 3 R - 4 A: & ſi 3 A ex 4 B ſubtrahenda ſint, remanent 4 B 3 A.

§. IV

Digitized by Google

§. IV.

Multiplicatio Radicum ſecundarum.

Radicum ſecundarum multiplicatio.

I. Multiplicatio numeri abſoluti cum numero ſecundæ Radicis, facit numerum ſecundæ Radicis. Ut ex 6 in 3 C, fiunt 18 C: & ex 7 in 4 B, fiunt 28 B &c.

II. Multiplicatio numeri Radicis primæ cum numero Radicis ſecundæ ſignatæ ſolùm literâ A, vel B &c. facit numerum cum eiſdem ſignis. Ut ex 2 R in 2 A, fiunt 4 R A, id eſt, 4 R multiplicatæ in 1 A: & ex 2 A in 2 R, fiunt 4 AR, hoc eſt, 4 A multiplicatæ in 1 R. Sic etiam ex 3 Q in 4 B, fiunt 12 QB, id eſt, 12 Q multiplicata in 1 B &c. Sic etiam ex 1 R in 1 A, fit 1 R A, id eſt, 1 R multiplicata in 1 A; & ex 1 Q in 1 A Q, fit 1 QAQ, hoc eſt, 1 Q ductum in 1 A Q.

III. Multiplicatio numeri ſecundæ Radicis cum numero ſecundæ Radicis ejuſdem literæ, facit numerum cum charactere Q, præpoſitâ tamen eâdem literâ. Ut ex 3 A in 4 A, fiunt 12 A Q.

IV. Multiplicatio numeri ſecundæ Radicis in ſe quadratè, vel cubicè, producit numerum cum charactere Q, vel C &c. præpoſitâ eâdem literâ. Ut 1 A in ſe quadratè, facit 1 A Q, hoc eſt, quadratum ſecundæ Radicis. Item ex 1 R A in 1 R A, fit 1 QAQ, id eſt 1 Q primæ Radicis ductum in 1 Q ſecundæ Radicis. Item 3 B in ſe quadratè, faciunt 9 B Q. Sic 3 B in ſe cubicè, faciunt 27 B C.

V. Multiplicatio numeri ſecundæ Radicis cum numero ſecundæ Radicis diverſæ literæ; facit numerum cum iiſdem litteris. Ut ex 3 A in 9 B, fiunt 27 AB, hoc eſt, 27 A multiplicatæ in 1 B.

Nota hic, quando numerus ſecundæ Radicis ducitur in alium numerum ejuſdem ſecundæ Radicis, quæ etiam habet characterem algebraicum; intelligitur primus numerus habere etiam characterem R. Ut ex 1 A in 1 A Q, fit 1 A C, quia ex ductu R in Q, fit C. Item ex 3 B in 4 BC, fiunt 12 B Qq; quia ex ductu R in C, fit Qq.

VI. Multiplicatio numeri algebraici ſimplicis abſque litera ſecundæ Radicis, cum numero ſignato & literâ, & ſigno algebraico, facit numerum habentem eandem literam & ſignum. Ut ex 2 C in 4 AQ, fiunt 8 CAQ, hoc eſt, 8 C multiplicati in 1 A Q. Item ex 1 C in 1 R AQ, fit 1 Qq AQ, id eſt, 1 Qq ductum in 1 A Q. Item ex 1 Q A in ſe quadratè ducto, fit 1 Qq A Q: quia ex 1 Q in ſe, fit 1 Qq; & ex 1 A in ſe, fit 1 A Q.

VII. Multiplicatio numeri poſt literam ſecundæ Radicis ſignum algebraicum gerentis, cum numero gerente ſimiliter poſt litteram ſecundæ Radicis ſignum algebraicum, facit numerum cum charactere algebraico quem Exponentes characterum dant, cui præponenda inſuper eſt litera, vel litteræ ſecundæ Radicis. Ut ex 2 A Q in 5 AC, fiunt 10 A Ss. Item ex 3 A Q in 4 B C, fiunt 12 A B Ss.

VIII. Multiplicatio numeri poſt literam ſecundæ Radicis characterem algebraicum gerentis, cum numero gerente poſt characterem algebraicum litteram quoque ſecundæ Radicis, facit numerum cum poſteriore charactere algebraico, quem inſequitur litteta ſecundæ Radicis; deinde apponitur character algebraicus productus ex priore charactere algebraico in literam ſecundæ Radicis, ac ſi haberet ſignum R. Ut ex 1 A C in 1 QA, fit 1 QAQq. Tantundem quoque fit ex 1 R AQ in ſe quadratè ducta. Item ex 3 AQ in 4 CA, fiunt 12 CAC, id eſt, 12 C multiplicati in 1 AC.

§. V.

Diviſio Radicum ſecundarum.

Radicum ſecundarum diviſio.

I. Quando dividendus eſt numerus ſecundarum Radicum per numerum ſecundarum radicum; fit prius reductio ſignorum algebraicorum per ſubtractionem ſimilium ſignorum; deinde numeri dividuntur. Ut ſi dividendi ſint 8 CAQ per 4 AQ; reductis ſignis, dividuntur 8 C per 4 fitque Quotiens 2 C. Sic etiam 8 CAQ per 4 C diviſi, dant Quotientem 2 AQ.

II. Quando autem dividendus eſt numerus R, per numerum ſecundarum Radicum; fit fractio in Quotiente. Ut 2 R per 4 A, fit $\frac{2\ R.}{4\ A.}$

Monitio ad Tyrones.

Regula pro multiplicatione & diviſione ſecundarum radicum.

Pro Multiplicatione & Diviſione ſecundarum Radicum ſufficit præ oculis habere ſequentes duas Regulas.

Si literæ fuerint eædem, fit multiplicatio & diviſio ut in primis Radicibus. Sic 4 A multiplicata per 6 A, faciunt 24 A Q: & 24 A Q diviſa per 4 A, dant 6 A.

Si literæ fuerint diverſæ, utraque retinetur in producto. Sic 3 R, ducta in 4 A, producunt 12 R A: & 12 A diviſa per 3 R, dant 4 1; tollitur enim diviſoris character.

§. VI.

Extractio radicum ex Radicibus ſecundis.

Extractio radicum ex ſecundis radicibus.

Ex numero ſecundarum Radicum extrahitur radix (ſi habet) ut in extractione radicum ordinaria, eique apponitur litera ſecundæ Radicis, rejecto charactere algebraico. Sic radix quadrata numeri 25 AQ, eſt 5 A: & radix cubica numeri 27 AC, eſt 3 A: & radix Biquadrata numeri 16 D Qq, eſt 2 D.

PARS III.

DE EXERCITATIONE Algebraica: in qua per variorum ænigmatum ſolutionem, Algebræ uſus oſtenditur.

Exercitatio algebraica.

Quotquot fere de Algebra huc uſque ſcripsêre, abſolutis ejus Elementis, explicataque Regulâ, varia proponunt

Digitized by Google

ænigmata, hoc eſt, problemata ac theoremata, eaque juxta tradita à ſe præcepta ſolvunt. Idem nos hoc loco faciemus in gratiam Tyronum, ut habeant in quo ſe exerceant, dum primò ea ad regularum amuſſim examinant, & num rectè ſint ſoluta, inquirunt: deinde ſimilia ſuopte ingenio excogitant, & proprio Marte enodare conantur. Utiliſſimam hac in re operam collocarunt P. Chriſtophorus Clavius, P. Joannes Lantz, Petrus Herigonus, *& alii, quorum ipſiſſima paradigmata ad verbum tranſcribere, & Tyronibus examinanda proponere, inſertis tamen ſubinde clarioribus explicationibus, additiſque Scholiis noſtris, non pigebit. Errores qui ſubinde in Lanzio occurrunt Typographi incuria, ſuſtuli.*

Algebraica Ænigmata. *Ad quatuor capita reducit Clavius ænigmata ſua, ut ipſe appellat. Primum continet varia ænigmata numerorum abſtractorum (eorum nimirum, qui ad res materiales, qualia ſunt commercia, & mercatorum negotiationes, vel ad alias aliarum rerum quæſtiones non contrahuntur) in quibus æquatio inter duos tantùm numeros occurrit. Et hanc vocat æquationem ſimplicem. Secundum continet alia ænigmata numerorum abſtractorum, in quibus æquatio inter tres numeros, quorum unus aliis æqualis eſt, occurrit. Et hanc vocat æquationem compoſitam. Tertium continet ænigmata numerorum ad res materiales contractorum, cum nonnullis exemplis ſecundarum radicum. Quartum denique caput continet ænigmata ad figuras geometricas pertinentia. His adjungit, Appendicis loco, ænigmata quædam Ptolemæi. Alio ordine procedit Herigonus, alio alii. P. Lanzius ſex Exemplorum genera proponit. Primi generis continent illa, in quibus vel diviſor eſt unitas, ac proinde nulla diviſio requiritur: vel nullâ reductione eſt opus: Secundi generis illa quæ ſola diviſio ſolvit: Tertii generis, quæ ſolvit extractio radicum: Quarti, in quibus ſecundæ radices occurrunt: Quinti generis ſunt exempla geometrica: Sexti, exempla quæ contractè propoſita abſtractè ſolvuntur. Nobis placet ſequens methodus, utpote Tyronibus accommodatior. Sed antequàm progrediamur ulteriùs, præmittenda eſt hæc*

Annotatio Catholica.

Quo pacto cognoſcatur, utrum quæſtio propoſita, & per algebræ regulam ſolvenda, poſſibilis ſit ut ſolvatur, necne.

Algebra an propoſitam quæſtionem ſolvere queat necne quomodo cognoſcatur. *Algebræ Regula, ſupra omnes alias Arithmeticæ regulas, hanc habet excellentiam, ut in ipſa operatione nos doceat, num quæſtio propoſita ſolvi queat, necne: quod hac ratione contingit. Quotieſcumque in diſſolvenda per Algebram præcipuè quæſtione aliqua incidimus in æquationem aliquam impoſſibilem, vel ineptam & quaſi nugatoriam; ſignum eſt, quæſtionem nulla ratione ſolvi poſſe, vel certè eſſe ineptam & nugatoriam. Exempla multa adducit Clavius cap.14. Algebræ: ut ſi quæratur numerus, qui ductus in 3, & hoc productum in ſe, tantum faciat, quantum ex ipſo numero in ſe multiplicato, & ex hoc producto in 5. Ponatur enim quæſitus numerus 1 R: quæ ducta in 3, facit 3 R: & hæ ductæ in ſe, faciunt 9 R: qui numerus debet eſſe æqualis ei qui fit ex 1 R in ſe ducta, & ex producto in 5 ducto: fit autem ex 1 R in ſe, 1 Q: & hic numerus in 5 ductus facit 5 Q. Inventa ergo eſt æquatio inter 9 Q & 5 Q: quæ eſt impoſſibilis. Signum ergo eſt, quæſtionem propoſitam eſſe impoſſibilem ut ſolvatur. Sic etiam quando per æquationem aliquam reperitur, 4 Q eſſe æqualia 4 Q: quæſtio eſt poſſibilis quidem, at nugatoria & inepta.*

CAPUT I.

Ænigmata algebraica, in quibus vel nullâ diviſione, vel nullâ reductione eſt opus.

TUnc nullâ diviſione eſt opus, quando diviſor eſt unitas, quia hæc non dividit. Quando autem nullâ æquatione ſit opus; colligitur ex dictis ſuprà par.2. cap.3. de æquatione.

Ænigma I.

Detur numerus cui ſi addantur 11, & ab eodem ſubtrahantur 7, prior ſit duplus poſterioris.

POno numerum illum eſſe 1 R: cui ſi addo 11, & ab eodem ſubtraho 7: habeo ex una parte 1 R † 11, ex altera 1 R-7. Cùm ergo ponatur eſſe duplus poſterioris; ſi duplicetur ſecundus, erunt hæc, 1 R † 11, & 2 R-14 æqualia. Æquatio ergo inventa eſt inter illa duo; quæ tamen reductione opus habet. Tollatur ergo ab utraque parte æquationis 1 R; remanebunt 11 ex una, & 1 R-14 ex altera parte, æqualia. Addantur rurſus utrique parti 14; erunt hinc 25, iſtinc 1 R, iterum æqualia. Quare ſi 25 dividantur per 1 R (quamvis nullâ diviſione ſit opus, cùm unitas non dividat) erit numerus quæſitus 25: nam ſi huic addam 11, fiunt 36: ſi ab eodem ſubtraham 7, remanent 18, ſubduplus prioris 36. *Ex Lanzio.* Algebraica ænigmata in quibus nullâ diviſione eſt opus.

Ænigma II.

Dentur duo numeri differentes ſeptenario, hac lege, ut ſi minor ducatur in 2 & producto addantur 3, & major in 3, producto addatur 1, fiat major duplus minoris.

SIt minor 1 R, erit igitur major 1 R † 7. Si minor ducatur in 2, & producto addantur 3, fient 2 R † 3.

2 R † 3. Si major ducatur in 3. & productu addatur 1; fient 3 R † 22. Cùm ergo major ponatur duplus minoris; ſi minor duplicetur, erunt hæc, 4 R † 6, & hæc, 3 R † 22. æqualia. Si igitur ab utraque parte tollantur 3 R; erunt iterum hæc, 1 R † 6, & hæc, 22; æqualia: & ſi rurſus ab utraque parte tollantur 6; erit ex una parte 1 R, ex altera 16. Æqualitas ergo inventa eſt inter 1 R, & 16: ac proinde quæſiti numeri erunt 16, & 23: nam ſi differunt ſeptenario; & ſi minor ducatur in 2, & producto addantur 3, fiunt 35: ſi verò major ducatur in 3, & producto addatur 1, fiunt 70; quod duplum eſt prioris. *Ex Lanzio.*

Ænigma III.

Detur numerus, ex cujus $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ ſi tollantur 80, *reſtent* 100.

Esto numerus 1 R: dictæ illius partes ſunt $\frac{1}{2}$ R, $\frac{1}{3}$ R, $\frac{1}{6}$ R, ſumma 1 R, tantundem videlicet, quantum totus integer numerus. Ex hac ſumma, hoc eſt, ex toto numero ſi ſubtraham 80, reſtant 1 R - 80, æqualia hiſce, 100. Si igitur reducatur hæc æquatio, & addantur utrique parti 80: erit 1 R æqualis hiſce, 180. Igitur 180 eſt numerus quæſitus: nam ſi ex hujus $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}$, hoc eſt, ſi ex 180 auferam 80; remanent 100. *Ex Lanzio.*

Ænigma IV.

Detur numerus, ex cujus $\frac{3}{4}$ ſi ſubtrahantur 13, *& reſiduum ducatur in* 4, *proveniant* 48.

Numerus quæſitus ſit 1 R: ex cujus $\frac{3}{4}$ ſi tollo 13, reſtant $\frac{3}{4}$ R - 13; hæc ſi duco in 4, proveniunt 3 R - 52, æqualia his, 48. Si igitur hæc æquatio reducatur, addendo utrique parti 52: erit 1 R, æqualis 100. Ergo 100 eſt numerus quæſitus: nam ſi ex ejus $\frac{3}{4}$; quæ eſt 25 ſubtrahantur 13, & reſiduum 12 ducatur in 4: proveniunt 48. *Ex Lanzio.*

Ænigma V.

Duo habent pecunias, ſinguli certam aureorum ſummam. Primus dicit ſecundo, ſi mihi dares unum aureum, haberem quantum tu: infert ſecundus, ſi tu mihi dares unum, haberem duplo plùs te. Quæritur, quantum quilibet habeat.

Pono primum habere 1 R: cui ſi ſecundus det unum, habet 1 R † 1. Cùm ergo inter 1 R † 1, & pecuniam reſiduam ſecundi, ponatur æqualitas: habeat ſecundus 1 R † 2: cui ſi primus det unum, retinet primus 1 R - 1, ſecundus verò habet 1 R † 3. Cùm ergo jam pecunia ſecundi ſit dupla primi: ſi quod primus retinet, nempe 1 R - 1 duplicetur: erunt hæc, 2 R - 2, æqualia his, 1 R † 3; & ſi utrique parti addantur 2, æqualia erunt 2 R, & 1 R † 5: rurſus ſi ab utraque parte tollatur 1 R: erunt 5 æqualia 1 R. Primus ergo, qui ponebatur habere 1 R, habet 5: qui ſi det ſecundo 1, retinet ipſe 4: & quia ſecundus habet jam duplum primi; nempe 8; habebat antea 7. *Ex Lanzio.*

Annotatio.

Algebraicum Ænigma Euclidis.

Poteſt hæc quæſtio etiam ſolvi per ſecundas radices, ut ex infra dicendis patebit. Hæc eadem quæſtio ſimilis eſt ænigmati Geometrico Euclidis, quod Clavius & alii ex Græco tta verterunt. Ibant mulus & aſina vinum portantes: Aſina autem ex dolore ponderis ſui ingemiſcebat: Quâ re viſâ, mulus graviter ingemiſcentem aſinam ſic interrogavit: Mater, cur ita lamentaris? cur puellæ inſtar lacrymas fundis? Menſuram mihi unam ſi dederis, duplo quàm tu plus ſuſtulero: ſin verò tu à me unam acceperis, idem planè, quod ego pondus feres. Menſuram itaque peritiſſime Geometer dicas volo. *Si terminos invertas, & quæſtionem formes ut præcedentem, & juxta quæſtionis tenorem examines; invenies pro aſina menſuras 5, pro mulo 7. Eandem quæſtionem, retentis terminis ſub quibus propoſita hic eſt, ſolvit Clavius hac ratione. Pone pro menſuris muli, 1 R; ac proinde pro menſuris aſinæ $\frac{1}{2}$ R † 1 $\frac{1}{2}$ itaq. ſi mulo dederit 1 menſurã habebit mulus 1 R † 1: quod pondus duplũ eſt reliquo ponderi aſinæ: nimirũ $\frac{1}{2}$ R † $\frac{1}{2}$. At ſi mulus Aſinæ det 1 menſurã, erit reliquũ pondus muli 1 R - 1, æquale ponderi aſinæ, quod tunc erit $\frac{1}{2}$ R † $\frac{5}{2}$. Addatur 1 utrobiq; fietq; æquatio inter 1 R, & $\frac{1}{2}$ R † 3 $\frac{1}{2}$ ablataq; $\frac{1}{2}$ R utrumq; erit æqualitas inter $\frac{1}{2}$ R, & 3 $\frac{1}{2}$. Diviſis igitur 3 $\frac{1}{2}$ per $\frac{1}{2}$, fiet 1 R $\frac{14}{2}$, vel $\frac{7}{1}$, hoc eſt, 7, pro menſuris muli. Aſina ergo habens $\frac{1}{2}$ R † 1 $\frac{1}{2}$; portabit menſuras 3 $\frac{1}{2}$, & 1 $\frac{1}{2}$; nimirum 5: nam ſi mulo det aſina 1 menſuram, habebit mulus 8 menſuras; quæ dupla ſunt 4 menſurarum, quæ aſinæ ſuperſunt: at ſi mulus det aſinæ menſuram 1. portabit uterq; 6 menſuras. Ita Clavius. Hic tamen procedendi modus non pertinet ad hoc caput, quia diviſor non eſt unitas, & æquatio indiget reductione.*

Ænigma VI.

Sunt duo numeri, 20, & 25: & inveniendi ſunt alii duo in quadrupla proportione, ita, ut ſi major ad 25, minor ad 20 addatur, conflati numeri habeant triplam proportionem.

Ponatur primus numerus 1 R: erit ergo ſecundus 4 R. Hi additi prioribus eo quo poſtulitur modo, faciunt, 20 † 1 R, & 25 † 4 R. Hi numeri cùm ponantur eſſe in tripla proportione, hoc eſt, cùm poſterior ponatur eſſe triplo major quàm prior; ducatur prior, nempe 20 † 1 R, in 3, ut fiant 60 † 3 R: erunt 60 † 3 R, & 25 † 4 R, æqualia. Si igitur ab utraque parte demantur 3 R; remanebunt 60, & 25 † 1 R æqualia. Si rurſus ab utraque parte tollantur 25 remanebunt 35, & 1 R, æqualia. Numerus ergo minor, qui ponebatur eſſe 1 R, erit 35; cujus quadruplum, 140, erit alter: nam 20 & 35, faciunt 55: at 25. & 140, faciunt 165 qui numerus cùm ſit triplus numeri 55, bene operati ſumus. *Ex Lanzio.*

Æni-

Ænigma VI.

Detur numerus, ex quo ſi tollantur 3, reſidui $\frac{1}{3}$ addantur 7, ſumma hæc ducatur in 3, rurſusque ex producto tollantur 18, reſtent 21.

ESto numerus quæſitus 1 R; ex quo ſi tollantur 3, reſtant 1 R — 3; tertia pars hujus eſt $\frac{1 R - 3}{3}$; cui ſi addantur 7, juxta præcepta de additione ſuprà de Additione fractorum, fient $\frac{1 R + 18}{3}$: hæc in 3 ducta, faciunt 1 R + 18: hinc ſi tollantur 18, reſtat 1 R æqualis huic numero, 21. Ergo 21 eſt numerus quæſitus. *Ex Lanzio.*

Ænigma VIII.

Detur numerus, cui ſi addam 7, & demam 11, atque ex conflati & reſidui ſumma tollam numerum ipſum, reſiduoque huic addam 4, fiant 27.

POno numerum quæſitum eſſe 1 R: cui ſi addo 7, fiunt 1 R † 7: eidem ſi demam 11, remanent 1 R - 11: ſi addam 1 R † 4, & 1 R - 11, efficio 2 R - 4: ab hac ſumma ſi tollam 1 R numerum ipſum, reſtant 1 R - 4: quibus ſi addo 4, efficio 1 R, æqualem hiſce 27. Ergo 27 eſt numerus quæſitus. Nam ſi illi addo 7, conflo 34: ſi adimo 11, relinquuntur 16; ſumma conflata ex 34 & 16, eſt 50. ex qua ſi tollo 27, reſtant 23: his ſi addo 4, conflo 27, numerum deſideratum. *Ex Lanzio.*

Ænigma IX.

Dentur duo numeri, quorum differentia ſit 12, hac lege, ut ſi quartam partem ſummæ illorum ducam in 2, & ex producto tollam 6, relinquantur 20.

SIt numerus minor 1 R: erit ergo major 1 R † 12, Summa utriuſque eſt 2 R † 12: quarta pars, $\frac{1}{2}$ R † 3; quæ ducta in 2, facit 1 R † 6: ab hac ſumma ſi demam 6, reſtat 1 R, æqualis 20. Ergo 20 eſt numerus quæſitus minor; ac proinde major eſt 32: ſumma utriuſque 52: quarta pars 13, ducta in 2, facit 26: unde ſi tollam 6, reſtant 20. *Ex Lanzio.*

Ænigma X.

Quidam lucratur $\frac{1}{3}$ ſuæ pecuniæ, de ſumma expendit 8, & reſidui lucratur $\frac{1}{4}$: de hac ſumma expendit 15, & reſidui lucratur $\frac{1}{5}$. de hac poſtrema ſumma expendit 5, ac tandem reperit ſe 25 aureos ampliùs habere quam ab initio habuerat: quæritur, quot ab initio habuerit aureos, & quot jam habeat.

POno habuiſſe ab initio 1 R: cui $\frac{1}{3}$ addita, facit $\frac{4}{3}$ R: ex his ſublatis 8, reſtant $\frac{4}{3}$ R - 8. quibus ſi addatur $\frac{1}{4}$, fiunt $\frac{5}{3}$ R - 10: ex his demptis 15, relinquunt $\frac{5}{3}$ R - 25: hujus $\frac{1}{5}$ eſt $\frac{1}{3}$ R - 5: quæ additæ his, $\frac{5}{3}$ R - 25, faciunt $\frac{6}{3}$ R - 30, ſive 2 R - 30: ab his ſi tollantur 5 reſtant 2 R - 35. Hæc cùm hoc numero, 25, ſuperent pecuniam quam initio habuit, erunt hæc, 2 R - 35, his, 1 R † 25, æqualia: & ſi ab utraque parte tollatur 1 R; erunt hæc, 1 R - 35, his 25, æqualia: rurſus ſi utrique parti addantur 35; erunt & hæc 60, huic, 1 R, æqualis. Ab initio ergo habuit 60 aureos, jam habet 85, nempe 25 ampliùs quàm ab initio habuit. *Ex Lanzio.*

CAPUT II.

Ænigmata algebraica, quæ ſola Diviſio ſolvit.

TUnc ſola Diviſio ſolvit propoſitam quæſtionem, quando diviſione factâ non eſt neceſſarium ex Quoto extrahere radicem, ſed ipſe Quotus eſt numerus quæſitus. *Algebraica ænigmata quæ ſola diviſio ſolvit.*

Ænigma I.

Quidam rogatus quot habeat aureos, reſpondet: ſi darem alteri $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{4}$ meæ pecuniæ, tu verò mihi donares 50; haberem 200, Quæritur, quot habeat aureos.

POno habere 1 R: ex qua ſi tollantur $\frac{3}{5}$ & $\frac{1}{4}$, reſtant $\frac{3}{20}$ R; quæ cum 50, faciunt, $\frac{3}{20}$ R † 50. Sunt ergo $\frac{3}{20}$ R † 50, & 200 æqualia: & ſi ab utraq; parte tollantur 50, erunt & $\frac{3}{20}$ R ac 150. æqualia. Diviſis igitur 150 per $\frac{3}{20}$ R, proveniunt 1000. Atque 1000 aureos habebat ille ab initio: nam $\frac{3}{5}$ de 1000, ſunt 600, & $\frac{1}{4}$ de 1000, ſunt 250; hæc ſubtracta de 1000, relinquunt 150: his ſi addantur 50, conflantur 200. *Ex Lanzio.*

Ænigma II.

Dividatur numerus 100 in duas partes, ut $\frac{3}{4}$ majoris ſint æquales minori cum 5.

POnatur major pars 1 R: erit igitur minor 100 - 1 R. Majoris $\frac{3}{4}$ faciunt $\frac{3}{4}$ R; minor verò cum 5 facit 105 - 1 R. Sunt ergo hæc, $\frac{3}{4}$ R, his, 1[illegible] 1 R, æqualia: & ſi utrique parti addatur 1 R; erunt & hæc, $1\frac{3}{4}$ R, his 105 - æqualia. Diviſis ergo 105 per $1\frac{3}{4}$ R, proveniunt 60, pars major; erit igitur minor 40. Majoris $\frac{3}{4}$ ſunt 45: & quia totidem facit minor cum 5, bene operati ſumus. *Ex Lanzio.*

Ænigma III.

Detur numerus, à cujus triplo ſi tollantur 30, reſiduum duplicetur, à producto deducantur 140, reſiduum ducatur in 4, à producto tollantur 100, nihil reſtet.

POno eſſe 1 R; à cujus triplo ſi auferam 30, reſtant 3 R-30, ab hujus duplo 6 R-60, ſi deducam 140, reſtant 6 R-200; hæc in 4 ducta, fiunt 24 R-800; à quibus ſi tollam 100, reſtant 24 R-900. Hæc igitur æqualia ſunt nihilo, ſive uni 0; & ſi utrique parti addantur 900: erunt & hæc, 24 R, æqualia his, 900. Diviſis igitur 900 per 24 R, proveniunt $37\frac{1}{2}$, numerus quæſitus. Si enim ab hujus numeri triplo $112\frac{1}{2}$, tollam 30, reſtant $82\frac{1}{2}$: & ſi ab hujus duplo 165, demam 140, reſtant 25: ac denique ſi à quadruplo hujus, nimirum à 100, tollam 100: reſtat 0. *Ex Lanzio.*

Ænigma IV.

Inveniatur numerus, cui ſi addatur ¼ ſui, & 7, ſumma tantum ſupra 90 excreſcat, quantum ipſe eſt infra 79.

POnatur numerus ille 1 R: cui ſi addatur ¼ R, & 7, fient $1\frac{1}{4}$ R † 7. Hic numerus cum tantum ſit ſupra 90, quantum 1 R eſt infra 79: fit, ut ſi 1 R ex 79, & 90 ex $1\frac{1}{4}$ R-7 ſubtrahantur, reſidua 79-1 R, & $1\frac{1}{4}$ R † 7-90, ſint æqualia. Quare ſi utrique parti addamus 90: erunt & hæc, 169-1 R, his, $1\frac{1}{4}$ R † 7, æqualia. Si rurſus utrique parti addatur 1 R; erunt & hæc, 169, his, $2\frac{1}{4}$ R † 7 æqualia. Denique ſi ab utraque parte demantur 7, erunt & hæc, 162, his $2\frac{1}{4}$ R, æqualia. Diviſis ergo 162 per $2\frac{1}{4}$ R, proveniunt 72, numerus quæſitus: cui ſi ¼ ſui, cum 7 addantur, fiunt 97: qui numerus tantum eſt ſupra 90, quantum 72 ſunt infra 79. *Ex Lanzio.*

Ænigma V.

Duo emunt agrum 100 aureis. Primus ait ſecundo: ſi mihi tuæ pecuniæ ½, & 5 aureos dares, poſſem ſolus agrum emere (id eſt, haberem 100 aureos.) infert alter: ſi tu ⅓ tuæ pecuniæ mihi dares, emerem agrum. Quot quilibet habet aureos?

POnatur primum habere 1 R: habet ergo alter 100 - ⅓ R (quandoquidem cum ⅓ pecuniæ primi habet 100:) cujus dimidium cum 5, additum pecuniæ primi, conficit 55 † ⅚ R: quæ ſunt æqualia his, 100: & ſi ab utraq; parte tollam 55, erunt & hæc, 45, his, ⅚ R, æqualia. Diviſis ergo 45 per ⅚, proveniunt 54, pecunia primi: cujus ⅓, nempe 18, ex 100 ſublata, relinquit 82, pecuniam ſecundi: hujus enim dimidium 41, cum 5, additum pecuniæ primi, facit 100. Pari modo ⅓ pecuniæ primi addita pecuniæ ſecundi, facit 100. *Ex Lanzio.*

Ænigma VI.

Dividatur numerus 10 in duas inæquales partes, ut majore per minorem diviſâ proveniant 20.

POno majorem 1 R: erit igitur minor 10-1R. Diviſo illo per hunc, proveniunt $\frac{1R}{10-1R}$; quę ſunt æqualia his, 20. Ut jam dividantur 20 per $\frac{1R}{10-1R}$, fient hæ fractiones $\frac{1R}{10-1R}$ & $\frac{20}{1}$. Hæ reducantur (per dicta lib. 2. par. 1. cap. 2. art. 5. de reductione fractionum abſolutorum) ad eandem denominationem; eruntq; hæc, $\frac{1R}{10-1R}$, æqualia his, $\frac{200-20R}{10-1R}$; ſublatoque communi Denominatore, hæc, 1 R, his 200-20 R: & ſi utrique parti addantur 20 R: hæc, 21 R, his 200. Diviſis igitur 200 per 21 R, proveniunt $9\frac{11}{21}$ pars major: Erit igitur pars minor $\frac{10}{21}$ diviſis enim $9\frac{11}{21}$ per $\frac{10}{21}$ proveniunt 20; quod erat propoſitum. *Ex Lanzio.*

Ænigma VII.

Viator unus conficit diebus ſingulis 7 milliaria; alter diſcedit 12 diebus poſt ab eodem loco, peragitque quotidie 9 milliaria. Quæro, quoto die poſterior conſequatur priorem.

PRimus in hoc caſu conficit 84. milliaria, antequam poſterior iter inſtituat: ſepties enim 12 ſunt 84, quare inveniendus eſt numerus, qui ductus in 7, productoq; additis 84, tantum fiat, quantum ſi idem numerus ducatur in 9, & nihil addatur. Ponatur numerus ille 1 R. Hæc ducta in 7, facit 7 R, quæ cum 84. faciunt 7 R † 84. Idem numerus ductus in 9 facit 9 R. Sunt ergo hæc, 7 R † 84. æqualia his, 9 R: & ſublatis ab utraque parte 7 R, hæc quoque, 84, his, 2 R. Diviſis igitur 84 per 2 R, proveniunt 42. Atque tot diebus poſterior priorem conſequitur: ductis enim 42 in 7, & producto additis 84, fiunt 378, totidemque fiunt ex 42 in 9 ductis. *Ex Lanzio.*

Ænigma VIII.

Quidam expendit ſuæ pecuniæ ⅗, plus 70 aureos: & reſiduos habet 220. aureos. Quæro, quantum pecuniæ habuerit.

POno habuiſſe 1R, quare ſi expendat ⅗, plus 70; reſtant ⅖-70; quæ ſunt æqualia his, 220. Si igitur utrique parti addantur 70: erunt & hæc, ⅖ R, his, 290 æqualia. Diviſis igitur 290 per ⅖ R, proveniunt $\frac{1450}{2}$, ſeu 725. Atque tot aureos habuit: ex his enim ſi ⅗, & 70 ſubtrahas, reſtant 220. *Ex Lanzio.*

Ænigma

Ænigma IX.

Quatuor dividunt inter ſe 1000 aureos hac lege, ut quoties primus capit 2, toties ſecundus capiat 3; & quoties ſecundus 4. toties tertius 5, & quoties tertius 6, toties quartus 7. Quæro quantum quilibet capiat ex tota ſumma.

POno primum capere 1 R. Quia igitur quoties primus capit 2, toties ſecundus capit 3: dico: 2 | 1 R. | 3 quid? (hoc eſt, ſi qui 2 capit, habet 1 R: qui 3 capit, quid habet?) & invenio pro ſecũdo $\frac{3}{2}$ R. Rurſus quia quoties ſecundus capit 4, toties tertius capit 5: dico: 4 | $\frac{3}{2}$ R, | 5 quid? & invenio pro tertio $\frac{15\ R.}{8}$ Deniq; quia quoties tertius capit 6, toties quartus capit 7: dico: 6 | $\frac{15\ R}{8}$, | 7 quid? & reperio pro quarto $\frac{105\ R}{48}$, ſive $\frac{35\ R.}{16}$ Sum̃a omnium eſt $\frac{105\ R}{16}$, æqualis 1000. Diviſis igitur 1000 per $\frac{105\ R}{16}$, proveniunt 152$\frac{8}{21}$, pecunia primi: quam ſi ducas in 3, productumq; dividas per 2, prodit pecunia ſecundi 228$\frac{12}{21}$: qua ductâ in 5, & producto diviſo per 4, provenit pecunia tertii 285$\frac{15}{21}$: deniq; hâc ductâ in 7, productoque diviſo per 6, prodit pecunia quarti 333$\frac{7}{21}$ Summa omnium eſt 1000: bene ergo operati ſumus. *Ex Lanzio*

Annotatio.

SUmma $\frac{105\ R}{16}$ *ita colligitur. Summa quarti eſt* $\frac{35\ R.}{16}$ *ſumma tertii,* $\frac{30\ R.}{16}$ *ſumma ſecundi* $\frac{24\ R.}{16}$ *ſumma primi,* $\frac{16\ R.}{16}$ *Hæ ſummæ omnes collectæ in unam, efficiunt* $\frac{105\ R}{16}$.

Ænigma X.

Habeo duo pocula & unum operculum quod æſtimatur 90 aureis: additum operculum precio minoris poculi, facit ſummam duplam precio majoris poculi: additum verò precio majoris facit ſummam triplam precii minoris poculi. Quæro quid quodlibet poculum valeat.

POno minus valere 1 R; cui ſi addantur 90, erit ſumma 1 R † 90. dupla precii poculi majoris: majus ergo valet $\frac{1}{2}$ R † 45. Si jam 90. ad majoris poculi precium addantur; erit ſumma $\frac{1}{2}$ R † 135, tripla precii minoris poculi. Ergo cùm precium minoris poſitum ſit 1 R; erunt hæc, 3 R, his $\frac{1}{2}$ R † 135, æqualia: & ſi ab utraq; parte tollatur $\frac{1}{2}$ R; erunt & hæc, 2$\frac{1}{2}$ R, his, 135, æqualia. Diviſis ergo 135 per 2$\frac{1}{2}$ R, proveniunt 54, precium minoris poculi: cui ſi addantur 90, & ſumma per 2 dividatur, invenietur 72, precium majoris poculi.

Ex Lanzio.

CAPUT III.

Ænigmata algebraica, quæ extractio radicis ſolvit.

QUæ & quando radix ſit extrahenda ex Quoto Diviſoris, peractâ operatione Regulæ Algebraicæ, diximus ſuprà par. 2. cap. 4. Quomodo verò extrahendæ ſint omnis generis radices, diximus ibidem cap. 8. *Algebraica ænigmata quæ extractio radicum ſolvit.*

Ænigma I.

Dentur duo numeri in dupla proportione, quorum quadrata in ſe ducta faciant 58564.

POno primum numerum eſſe 1 R: erit ſecundus 2 R. Horũ quadrata ſunt 1 Q & 4 Q: quæ in ſe ducta faciũt 4 Qq. Quare hæc, 4 Qq, æqualia ſunt his 58564. Diviſis ergo 58564. per 4 Qq. proveniũt 14641 quorum radix biquadrata (hæc enim extrahenda eſt, propter characterem Qq) eſt 11, numerus primus: erit igitur ſecundus numerus 22: horum enim duorum numerorum quadrata, 121, & 484, in ſe ducta, faciunt 58564. *Ex Lanzio.*

Annotatio

RAdicem biquadratam ex quote 14641. quam diximus eſſe 11, habebis ſi juxta dicta ſup. par. 2. cap. 8. extrahas primò ex dicto numero 14641 radicem quadratam, quæ eſt 121, & iterum ex hac radicem quadratam, quæ eſt 11.

Ænigma II.

Dentur duo numeri in tripla proportione, quorum cubi conjuncti faciunt 9604.

POnatur primus numerus 1 R; erit ergo alter 3 R, Horum cubi conjuncti faciunt 28 C. Sunt ergo 28 C, & 9604, æqualia. Quare diviſis 9604 per 28 C, proveniunt 343: cujus numeri radix cubica (propter characterem C) eſt 7, numerus primus: erit ergo ſecundus 21. *Ex Lanzio.*

Ænigma III.

Inveniantur duo numeri, quorum differentia ſit 10. faciantq́; numeri illi in ſe ducti 459.

POnatur primus 1 R: erit ergo alter 1 R † 10. Hi numeri in ſe ducti faciunt Q † 10 R. Sunt ergo hæc, 1 Q † 10 R, his, 459, æqualia; & ſi ab utraq; parte tollantur 10 R; erunt & hæc, 1 Q, 459 · 10 R, æqualia. Cùm ergo hi tres numeri, 1 Q 459, 10 R, ſervent proportionem Arithmeticam, eorumq; Exponentes ſint 2, 0, 1: poterit ex illis radix quadrata extrahi. Diviſis igitur 459 · 10 R per 1 Q, proveniunt 459, 10 R. Hujus numeri radix eſt 17: nam ſemiſſis numeri radicum eſt 5, ejus quadratum

25, ad

25, ad quod additus abſolutus (propter ſignum †)facit 484 : ex hujus numeri radice quadrata 22, ſi ſubtrahatur ſemiſſis numeri radicum 5, prodit numerus 17 : erit igitur alter 27. *Ex Lanzio.*

Ænigma IV.

Sit numerus 20 in duas partes dividendus hac lege, ut partes in ſe ducta, gignant 91.

POno primam partem 1 R : erit igitur altera 20-1 R. Hæ duæ in ſe ductæ, faciunt 20 R-1 Q, æqualia his, 91 : & ſi utrique addatur 1 Q, fiunt 20 R, & 91 † 1 Q æqualia : & ſi rurſus ab utraque demantur 91, fiunt 20 R-91 & 1 Q, æqualia. Quibus ex numeris, cum eorum Exponentes 1, 0, 2, ſervent proportionem arithmeticam, poteſt extrahi radix quadrata. Diviſis ergo 20 R-91 per 1 Q, proveniunt 20 R-91 : Ex quibus ſic extrahitur radix quadrata : ſemiſſis numeri radicum eſt 10, ex hujus quadrato 100 ſubtractus abſolutus, propter ſignum -, relinquit 9 hujus radix 3 addita & ſubtracta ſemiſſi, exhibet 13 & 7, quæ ſunt partes in quas numerus 20 dividendus proponebatur. *Ex Lanzio.*

Ænigma V.

Quæratur numerus, qui minor ſit alio quodam numero 6 unitatibus, alio verò major 8 unitatibus, & hi poſteriores duo numeri in ſe ducti faciant 9752.

SIt numerus ille 1 R : major ergo illo 6 unitatibus, erit 1 R † 6; minor verò illo eodem 8 unitatibus, erit 1 R-8. Hi duo numeri in ſe ducti, faciunt 1 Q-2 R-48, quæ ſunt æqualia his, 9752, & facta reductione, erit 1 Q æquale his, 9800 † 2 R. Dimidium numeri radicum eſt 1, ad cujus quadratum 1, abſolutus additus, propter ſignum †, facit 9801; ad hujus verò numeri radicem quadratam 99, additum dimidium numeri radicum, facit 100, qui eſt numerus quæſitus : nam major illo 6 unitatibus eſt 106, minor vero 8 unitatibus eſt 92, & hi duo in ſe ducti faciunt 9752. Ergo quæſtio ſoluta eſt. *Ex Lanzio.*

Annotatio.

REductio horum duorum numerorum, 1 Q-2 R-48, & 9752, fit, ſi primo utrique addantur 48, ut fiant 1 Q-2 R, & 9800, ſecundò deinde utrique addantur 2 R, & fient 1 Q, & 9800 † 2 R.

Duo iſti numeri, 1 R † 6, & 1 R-8, ducti in ſe faciunt 1 Q-2 R-48, ſi operatio inſtituatur prout in appoſito exemplo apparet : nam 1 R ducta in 1 R † 6, facit 1 Q † 6 R, ut apparet in A : iterum -8 ducta in 1 R † 6, faciunt -8 R-48, ut apparet in B : hi duo numeri additi inter ſe, producunt numerum C.

	1 R † 6
	1 R -- 8
A.	1 Q † 6 R
B.	-- 8 R -- 48
C.	1 Q -- 2 R -- 48

Ænigma VI.

Dividatur numerus 12 in duas partes inæquales, ut quod ex multiplicatione partium fit, diviſum per partium differentiam, reddat $17\frac{1}{2}$.

POno primam partem eſſe 1 R : erit ergo ſecunda 12-1 R. Hæ in ſe ductæ faciunt 12 R-1 Q. Differentia harum partium eſt 2 R-12 : nam ſi 12-1 R ſubtrahantur ex 1 R, reſtant 2 R-12 pro differentia : per quam ſi 12 R-1 Q dividantur, erit Quotus $\frac{12R-1Q}{2R-12}$ (juxta dicta par. 1. cap. 9. in Annot.) qui eſt æqualis numero $17\frac{1}{2}$. Hi duo numeri reducti ad eandem denominationem, faciunt $\frac{24R-2Q}{4R-24}$ & $\frac{70R-420}{4R-24}$, quæ ſunt etiam æqualia. Abjecto ergo Denominatore communi, erunt quoq; Numeratores 24 R-2 Q, & 70 R-420, æquales; & facta reductione, erunt hæc 2 Q, his, 420-46 R, æqualia. Diviſis jam 420-46 R per 2 Q, proveniunt 210-23 R. Semiſſis numeri radicum eſt $11\frac{1}{2}$, ad ejus quadratum $132\frac{1}{4}$, additus abſolutus, propter ſignum †, facit $342\frac{1}{4}$: ex hujus radice quadrata $18\frac{1}{2}$, ſi ſemiſſis numeri radicum ſubtrahatur, propter ſignum -, reſtant 7, pars major : erit ergo minor pars 5 : nam ſi numeri in ſe ducti faciunt 35 : qui numerus per illorum duorum differentiam, nempe per 2 diviſus, reddit Quotum $17\frac{1}{2}$. *Ex Lanzio.*

Ænigma VII.

Dentur duo numeri, quorum differentia ſit 8, hac lege, ut ſi differentia quadratorum ipſorum ſubtrahatur ex ipſorum rectangulo, relinquatur 1.

POno primum eſſe 1 R : erit ergo alter 1 R † 8. Quadrata ipſorum ſunt 1 Q. & 1 Q † 16 R † 64. Differentia quadratorum eſt 16 R † 64 : quâ ex rectangulo ipſorum (quod eſt 1 Q † 8 R) ſubtractâ relinquuntur 1 Q-8 R-64, quæ ſunt æqualia 1. Si igitur utrique parti addantur 64, erunt hæc, 1 Q-8 R, his, 65, æqualia. Si rurſus utrique parti addantur 8 R, erit & hoc, 1 Q, his, 65 † 8 R, æquale. Hujus radix 13, eſt numerus minor : erit ergo major 21. *Ex Lanzio.*

Ænigma VIII.

Sunt tres numeri continuè proportionales, quorum ſumma eſt 91, medius 21. Quæro qui ſit primus, & qui tertius.

POno primum eſſe 1 R : ergo cum ſecundus ſit 21, erit tertius 70-1 R, quia omnes ſimul faciunt 91. Quoniam verò quando tres numeri ſunt proportionales, eſt rectangulum extremorum æquale quadrato medii, *per 20 Propoſit. lib. 7. Elem. Euclid.* fit ut hæc, 441 æqualia ſint his, 70 R -- 1 Q : & ſi utrique parti addatur 1 Q, erunt & hæc, 441 † 1 Q, æqualia his, 70 R : rurſus ſi ab utraque parte demantur 441, erit & hoc, 1

 Q, his

Q, his, 70 R - 441, æquale. Semiſſis numeri radicum eſt 35: ejuſque quadratum 1225: à quo ſubtractus abſolutus, relinquit 784: hujus numeri radix quadrata 28, addita ſemiſſi facit 63: ſublata ex eodem, relinquit 7. Sunt igitur hi tres numeri, 7, 21, 63, ſimul facientes 91. numeri quæſiti: ſunt enim, ut quæſtio volebat, continuè proportionales. *Ex Lanzio.*

Ænigma IX.

Duo caupones vendunt vinum, prior 80, poſterior 120 menſuras; vendit autem poſterior pro uno aureo unam menſuram amplius quam prior & venditione peracta, habent ambo ſimul 44 aureos. Quæro, quot menſuras quilibet uno aureo vendiderit:

POno priorem uno aureo vendidiſſe 1 R: ergo alter uno aureo vendidit 1 R † 1, adeoq; prior omnes vendidit $\frac{80}{1R}$ aureis, poſterior omnes $\frac{120}{1R+1}$ aureis. Hæc ſimul faciunt $\frac{200R+80}{1Q+1R}$; quæ ſunt his, 44, æqualia, ſive his, $\frac{44}{1}$. Quæ ſi ad eandem denominationem reducantur, erunt hæc $\frac{200R+80}{1Q+1R}$ æqualia his $\frac{44Q+44R}{1Q+1R}$ ſubtractoque communi denominatore, æqualia quoque erunt hæc, 200 R † 80, his, 44 Q † 44 R. Facta ergo reductione, & diviſione, proveniunt $\frac{39R}{11}+\frac{20}{11}$; cujus numeri radix eſt 4. Vendidit ergo prior 4 menſuras uno aureo, poſterior 5 menſuras. Nam ſi dividas 80; per 4, proveniunt 20: & ſi 120 per 5, proveniunt 24. quæ ſimul faciunt 44, ut quæſtio volebat. *Ex Lanzio.*

Annotatio.

RAdix quadrata ex hoc numero $\frac{39R}{11}+\frac{20}{11}$ ſic extrahitur. Semiſſis numeri radicum eſt $\frac{39}{22}$ R: ejus quadratum $\frac{1521}{484}$ cui ſi addatur abſolutus numerus ſive $\frac{20}{11}$ ſive $\frac{880}{484}$: fiunt $\frac{2401}{484}$ radix eſt $\frac{49}{22}$; quæ ſi ſemiſſi numeri radicum addatur, fiunt $\frac{88}{22}$, ſive 4.

Ænigma X.

Quidam conficit milliaria 1090 hac lege: primo die conficit unum, ſecundo $\frac{1}{5}$ amplius, tertio rurſus $\frac{1}{5}$ amplius, & ſic deinceps eadem differentia ad finem uſque. Quæro, quanto tempore totum iter abſolvat.

POno totum tempus, ſeu numerum omnium terminorū totius progreſſionis arithmeticæ eſſe 1 R. Ab hoc numero ſi tollam 1, & reſiduum ducam in differentiam $\frac{1}{5}$, productoque addā primum terminum, efficio $\frac{1R-1}{5}$ ſive $\frac{1R+4}{5}$ pro ultimo termino, per Regulam in Annotatione adducendam: cui ſi rurſus addo primum, hoc eſt, 1, efficio $\frac{1R+9}{5}$: quo in ſemiſſem numeri terminorū, nempe in $\frac{1}{2}$ R ducto, producto $\frac{1Q+9R}{10}$. ſumma omnium terminorum. Sed & eadem ſumma eſt 1090; ſunt ergo $\frac{1Q+9R}{10}$ & 1090, æqualia; ergo & (facta reductione ad eoſdem terminos, & communi Denominatore abjecto) æqualia ſunt 1 Q † 9 R, & 10900: & ſi ab utraque parte tollantur 9 R, erunt 1 Q. & 10900 - 9 R æqualia: cujus numeri radix 100, eſt numerus dierum, quibus conficit milliaria 1090. *Ex Lanzio.*

Annotatio.

IN progreſſione arithmetica, ſi numerus terminorum unitate mulctatus, ducatur in differentiam terminorum, producto addatur primus terminus; prodit ultimus. Hoc ſervatum eſt in ſolutione ænigmatis.

Præterea ſumma omnium terminorum cujuſcuiſque arithmeticæ progreſſionis habetur, ſi addantur primus & ultimus termini, & ſumma per ſemiſſem numeri terminorum (vel ſemiſſis ſumma per numerum terminorum) multiplicetur. Hoc quoque in ſolutione eadem eſt ſervatum.

CAPUT IV.

Ænigmata algebraica contractè propoſita, & abſtractè ſoluta.

COntractè aliquid proponere eſt illud materialibus rebus conjunctum & ut practicabile proponere. Abſtractè verò proponere aliquid, eſt illud à materialibus rebus ſeparatum proponere. Rem ſequentia exempla declarabunt. *Algebraica ænigmata contractè propoſita, & abſtractè ſoluta.*

Ænigma I.

Quidam herus famulo ſuo promittit quot diebus, ſi laboret, 12 nummos: ſi otietur, imponit mulctam 8 nummorum: finito anno neuter alteri quidquam debet. Quæro quot diebus laborarit famulus, quot fuerit feriatus.

HÆc quæſtio abſtractè ſic proponitur. Dividatur numerus 365 (quot nimirum dies habet annus communis) in duas partes, ut altera ducta in 12, tantum faciat, quantum altera in 8 ducta. Ponatur prior pars 1 R: erit ergo poſterior 365 - 1 R. Si illa in 12, hæc in 8 ducatur, erunt producta 12 R, & 2920 - 8 R, æqualia. Igitur reductione, & diviſione facta, proveniunt 146 dies laboris: qui ex 365 ſubtracti, relinquunt 219 dies otii. *Ex Lanzio.*

Ænigma

Ænigma II.

Hoſpes quidam vendidit 30 urnas vini 210 aureis, quarum aliæ habuerunt album, aliæ rubrum vinum: vendidit autem unam urnam vini albi 5, unam rubri 8 aureis. Quæro quot urnæ fuerint albi, quot rubri vini.

HÆc quæſtio abſtractè ſic proponitur. Dividatur numerus 30 in duas partes, ut ſi una pars in 5, altera ducatur in 8, producantur 210. Ponatur pars prior 1 R: erit ergo altera 30 - 1 R. Si illa in 5, hæc in 8 ducatur, producuntur 5 R, & 240 - 8 R: quæ addita conſtant numerum hunc, 240 - 3 R, æqualem huic, 210. Facta jam reductione, & diviſione, proveniunt 10 urnæ albi vini: erunt ergo vini rubri urnæ 20. Nam quinquies 10, faciunt 50; octies verò 20 faciunt 160: quæ ſimul faciunt 210. *Ex Lanzio.*

Ænigma III.

Sunt duo genera monetarum numero 1000, valentium aureos 80, quorum alterius generis 10, alterius 20 valent unum aureum. Quæro quot ſint quarum 10, quot quarum 20 unum aureum valent.

HÆc quæſtio abſtractè ſic proponitur. Dividatur numerus 1000 in duas partes, ut ſi una per 10, altera dividatur per 20, faciant duo illi Quoti 80. Poſita priore parte 1 R, erit altera 1000 - 1 R. Diviſâ illâ per 10, hâc per 20, proveniunt $\frac{1R}{10}$ & $50 \frac{1R}{20}$: quæ ſimul faciunt $50 \dagger \frac{1R}{20}$ Sunt ergo hæc, $50 \dagger \frac{1R}{20}$ his, 80, æqualia. Factâ reductione, & diviſione proveniunt 600 pro parte priori; erit ergo altera pars 400. Si enim 600 per 10, & 400 per 20 dividantur, proveniunt 60, & 20, quæ ſimul faciunt 80. *Ex Lanzio.*

Ænigma IV.

Duæ civitates diſtant 228 milliaribus, ex quibus duo tabellarii exeuntes occurrunt ſibi die 12, conficitque prior quotidie unum milliare amplius quam poſterior. Quæro quot milliaria quilibet quot diebus conficiat.

HÆc quæſtio abſtractè ſic proponi poteſt. Quærantur duo numeri, quorum exceſſus ſit 1, ut ſi uterque ducatur in 12, fiat ſumma productorum hæc, 228. Numeri ſint 1 R, & 1 R - 1: qui ducti in 12, faciunt 12 R, & 12 R - 12: horum ſumma, 24 R - 12, eſt æqualis his, 228. Facta reductione, & diviſione, reperitur major 10: ergo minor 9: quare prior quot diebus, 10, alter 9 milliaria conficit. *Ex Lanzio.*

Ænigma V.

In qualibet duarum militarium turmarum, quarum altera alteram 300 militibus ſuperat, diſtribuuntur 4000 aurei, & capit quilibet minoris turmæ 3 aureos amplius, quam quilibet majoris. Quæro quot in qualibet turma ſint milites.

HÆc quæſtio abſtractè ſic proponi poteſt. Dividatur numerus 4000 per duas, quarum minor à majore excedatur numero hoc, 300, ſitque Quotus prioris diviſoris major Quoto poſterioris, numero hoc, 3. Poſito Diviſore minore 1 R, erit major Diviſor 1 R † 300: per quos ſi dividatur numer⁹ 4000, proveniunt $\frac{4000}{1R}$, & $\frac{4000}{1R \dagger 300}$. Et quia Quotus prior ſuperat poſteriorem hoc numero, 3: addenda ſunt poſteriori 3, juxta dicta lib. 2. par. 1. cap. 2. art. 7. ut fiant $\frac{3R \dagger 4900}{1R \dagger 300}$. Sunt ergo jam $\frac{4000}{1R}$ & $\frac{3R \dagger 4900}{1R \dagger 300}$ æqualia. & ſi ad eandem denominationem reducantur, communiſque Denominator abjiciatur; erunt & 3 Q † 4900 R, & 4000 R † 1200000, æqualia. Reductione igitur, & diviſione factis, proveniunt 400000 - 300 R; cujus numeri radix eſt 500, turma militum minor: erit ergo major 800. Nam ſi 4000 dividantur per 500, & 800, proveniunt 8 & 5; quorum prior poſteriorem excedit in 3: excedit quoque major turma minorem 300 militibus, & capit quilibet majoris turmæ 5, quilibet vero minoris 8 aureos, ut quæſtio voluit. *Ex Lanzio.*

Ænigma VI.

Quidam emptis centum ulnis panni, rogatur quanti unam ulnam emerit: reſpondet, quanto minoris emi 40 ulnas quam 80 aureis, tanto minoris emiſſem 50 ulnas quam 95 aureis. Quæritur quanti unam ulnam emerit.

HÆc quæſtio abſtractè ſic proponitur. Quæratur numerus, qui ſi ducatur in 40, & 50, atque ex productis rejiciantur 80, & 95, reſidua ſint æqualia. Ponatur numerus ille 1 R: qui ductus in 40, & 50, facit 40 R, & 50 R: ex quibus ſi demantur 80, & 95, reſtant 40 R - 80, & 50 R - 95, quæ ſunt æqualia. Reductione, & diviſione factis, proveniunt $1\frac{1}{2}$. Atque tanti emit unam ulnam. Si enim una conſtat $1\frac{1}{2}$ aureis, conſtabunt 40, aureis 60; & 50 conſtabunt aureis 75. Cum itaque & 60 minus ſint quam 80; & 75 minus quam 95, aureis 20: bene operati ſumus. *Ex Lanzio.*

Ænigma VII.

Quidam teſtamento legat aureos 2625, diſtribuendos inter uxorem filium, & filiam, hac lege, ut filius accipiat duplum matris, & mater duplum filiæ. Quæritur quantum unicuique debebatur.

ABſtractè ſic proponi poteſt quæſtio. Numerum 2625 dividere in tres partes, ut ſecunda ſit dupla primæ, & prima ſit dupla tertiæ. Pono portionem filiæ 1 R: erit ergo matris portio 2 R, & filii 3 R, omnes verò ſimul erunt 6 R, æquales 2625 aureis: quibus diviſis (nulla enim æquatione eſt opus) per 6, proveniunt pro portione filiæ aurei 375, matris 750, filii 1500.

Ænigma. VIII.

Habeo quatuor vaſa argentea valoris 164 aureorum: & valor primi eſt duplus ſecundi, & ſecundi triplus tertii, & tertii quadruplus quarti. Quæritur valor ſingulorum.

ABſtractè proponitur quæſtio, ſi petatur dividi numerũ in quatuor partes, quarum prima ſit dupla ſecundæ, ſecunda tripla tertiæ, tertia quadrupla quartæ. Pono quartum valere 1 R aureorum, ac proinde tertium 4 R, ſecundum 12 R, primum 24 R, omnia ſimul 41 R, quæ æqualia ſunt 164 aureis. Diviſis igitur 164 per 41, invenitur valor ultimi ſeu quarti 4 aureorum, ideoque tertii 16 aur. ſecundi 48 aur. primi 96 aur. quorum aureorum ſumma quia fit 164, rectè operati ſumus.

Ænigma IX.

Quidam fregit tot ova, ut ſi fregiſſet ſeorſim illorum $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$, & $\frac{1}{5}$, & inſuper 6, fregiſſet 100. Quæritur quot fregerit.

QVæſtio ſic proponi poteſt abſtractè. Detur numerus, cujus $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$, & $\frac{1}{5}$, & inſuper 6, faciant 100. Ponatur pro numero ovorum fractorum 1 R. Hujus $\frac{1}{3}$ R, $\frac{1}{4}$ R, $\frac{1}{5}$ R faciunt $\frac{47}{60}$ R juxta dicta l. 3. c. 2. art. 5. & 7. & additis 6. erunt $\frac{47}{60}$ R † 6, æqualia his, 100. Reductiõe facta per ſubtractionẽ numeri 6 ab utraq; parte æquationis, manebit æquatio inter $\frac{47}{60}$ R, & 94. Diviſis igitur 94 per $\frac{47}{60}$, invenietur 120. numerus ovorum fractorum. Nam hujus numeri $\frac{1}{3}$ eſt 40, & $\frac{1}{4}$, eſt 30, & $\frac{1}{5}$ eſt 24, quæ partes omnes ſimul cum 6, faciunt 100.

Ænigma X.

Quidam moriens teſtamento legat uxori prægnanti 6000 aureorum hac conditione, ut ſi filium pariat, accipiat ipſe $\frac{2}{3}$ matris: ſin pariat filiam, accipiat hac $\frac{1}{3}$ matris: parit deinde filium & filiam ſimul, & dividit pecuniam juxta dictam conditionem. Quæro quantum quævis perſona accipiat.

ABſtractè proponitur quæſtio ſic. Aureos 6000 dividere inter tres hac lege, ut primus accipiat $\frac{2}{3}$ totius, ſecundus $\frac{2}{3}$ reſidui, & tertius reliquum. Pono pro filio 1 R: pro matre ergo $\frac{1}{3}$ R, & pro filia $\frac{1}{6}$ R. Omnium ſumma eſt $\frac{3}{2}$ R, æqualis huic numero, 6000. Facta diviſione hujus per illum, proveniunt pro filio 4000, pro matre 1333$\frac{1}{3}$, pro filia 666$\frac{2}{3}$.

CAPUT V.

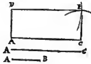
Ænigmata algebraica geometrica.

GEometricarum quæſtionum multæ ſolvi non poſſunt, per Algebræ regulam ſine cognitione & uſu numerorum irrationalium, ac radicum ſurdarum. Harum ſolutionem igitur differam uſque ad ſequentem partem 4: in qua de dictis numeris & radicibus agetur, hic verò illas tantum proponam, quæ ex dictis hactenus regulis ſolvi poſſunt. *Algebraica ænigmata geometrica.*

Ænigma I.

Eſt rectangulum AE, cujus majus latus AC eſt duplum minoris CE, minus 3 pedibus: area vera eſt 209 pedum quadratorum. Quæritur quanta ſint latera.

POno minus latus eſſe 1 R, erit igitur majus 2 R 3. Hæc in ſe ducta, faciunt 2 Q-3 R, æqualia his, 209, & ſi utrique parti addantur 3 R,



erunt 2 Q & 209 † 3 R æqualia. Diviſis igitur 209 † 3 R, per 2 Q, proveniunt 104$\frac{1}{2}$ † 1$\frac{1}{2}$ R, cujus radix ita invenitur. Semiſſis numeri radicum eſt $\frac{3}{4}$, ejus quadratum $\frac{9}{16}$ additum ad abſolutum (propter ſignum †) facit 105$\frac{1}{16}$: ad hujus radicem 10$\frac{1}{4}$, addita ſemiſſis radicum conſtat 11, latus minus: igitur majus eſt 19, tribus unitatibus minus quam 22, duplum minoris. *Ex Lanzio.*

Annotatio.

Diximus, $\frac{9}{16}$ addita ad 104$\frac{1}{2}$, facere 105$\frac{1}{16}$. Nam 104$\frac{1}{2}$ reducta ad $\frac{1}{2}$, faciunt 209: hæc addita $\frac{9}{16}$ faciunt 105$\frac{1}{16}$ ſi operieris juxta regulas de Reductione & Additione fractionum traditas lib. 2. par. 1. c. 2.

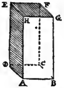
Ænigma II.

Eſt columna rectangula EB, cujus latera baſis AB, BC, habent proportionem duplam ſeſquiquintam, altitudo verò BC eſt tripla lateris majoris BA, & columnæ area ſolida ſeu capacitas eſt pedum cubicorum 14520. Quæro quanta ſint latera baſis, & altitudo.

POno latus minus BC 1 R: erit ergo majus AB 2$\frac{2}{5}$ R, ſeu $\frac{12}{5}$ R altitudo BG $\frac{36}{5}$ R. Ducta latera in ſe faciunt $\frac{12}{5}$ Q: hoc in altitudinem creat

16

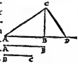
$\frac{361}{25}$C pro atea ſeu capacitate ſolida. Igitur ęqualia ſunt $\frac{361}{25}$C, & 14520: his vero per illa diviſis, proveniunt 1000: cujus numeri radix cubica 10, eſt latus minus BC: erit ergo majus AB 22, & altitudo BG 66. *Ex Lanzio.*



Ænigma III.

Eſt triangulum ACD, in cujus latus maximum AD cadit perpendicularis CB, ducta ab angulo oppoſito C; eſtq; dictum latus maximum AD 21, AC 20, CD 13 pedum. Quæro quot partium ſint AB, & DB.

POnatur AB 1 R: erit igitur DB 21-1 R. Et quia, *per 47. propoſit. lib. 1. Euclid.* quadratum lateris AC æquale eſt quadratis laterum AB, BC, & quadratum lateris CD æquale quadratis laterum CB, BD; ſi ex 400, quadrato lateris AC, ſubtraxero 1 Q, quadratum videlicet lateris AB, reſtabit 400-1 Q, quadratum ipſius perpendicularis BC. Item ſi 441-42 R † 1 Q, quadratum nimirum ipſius BD, ſubtraxero ex 169, quadrato videlicet ipſius CD; reſtabit 42 R--272-1 Q quadratum ipſius CB. Ergo 400-1 Q, & 42 R-272-1 Q, ſunt æqualia: & factâ reductione, æqualia etiam ſunt 672, & 42 R. Diviſis igitur 672 per 42 R, proveniunt 16. pars major AB, quæ ponebatur 1 R: quare minor BD eſt 5. Quod verum eſſe hinc conſtat, quia ſi tam quadratum ipſius AB, ex quadrato ipſius BC: quam quadratum ipſius BD, ex quadrato ipſius CD ſubtraxero, reſtabit quadratum ipſius CD 144. Ergo ipſa CD erit 12 pedum. *Ex Lanzio.*



Annotatio.

QUadratum 1 R, eſt 1 Q: & quadratum 21-1 R, eſt 441-42 R † 1 Q. Hoc ſi notet Tyro, reliqua facile intelliget.

Ænigma IV.

Eſt hortus oblongus rectangulus, cujus area eſt 588 perticarum quadratarum, longitudo verò eſt ad latitudinem ſeſquitertia. Quæruntur latera.

IN Regula Algebræ diximus, poſſe pro 1 R poni etiam alium numerum R. Hoc hîc facilitatis gratia ſervabimus. Ponatur ergo longitudo horti 4 R, & latitudo 3 R; hi enim numeri habent proportionem ſeſquitertiam. Quia igitur area rectanguli cognoſcitur ex laterum multiplicatione mutua; multiplicentur inter ſe 4 R & 3 R, & producentur 12 Q, æquales huic numero 588. Diviſis ergo 588 per 12, oritur Quotus 49: ex quo extracta radix quadrata (propter characterem Q) dat 7. Dic nunc per Regulam Trium bis adhibitam: ſi 1 R valet 7, quid valent 4 R? quid 3. R? Invenies pro longitudine perticas 28, pro latitudine 21: qui duo numeri inter ſe multiplicati, quia reddunt aream 588: rectè operati ſumus.

Ænigma V.

Superficies rectangula habet longitudinem quadruplam latitudinis, & aream 576 pedum quadratorum. Quæruntur latera.

POnatur minus latus 1. R, & majus 4 R. Hæc inter ſe multiplicata producunt 4 Q, aream rectanguli æqualem 576 pedibus quadratis. Diviſis ergo 576 per 4, & ex quoto 144 extracta radice quadrata propter characterem Q: erit minus latus 12 pedum ſimplicium, majus verò erit 48: quæ ſimul addita faciunt 576. *Ex Clavio.*

Ænigma VI.

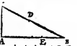
Eſt triangulum rectangulum, cujus latus rectum angulum ſubtendens continet palmos 52: latera autem proportionem habent duplam ſuperbipartientem quintas. Quæruntur reliqua duo latera.

POnatur minus latus 5 R, & majus 12 R, ut ſine fractione proportionem habeant duplam ſuperbipartientem quintas. Quadrata igitur dictorum laterum ſunt 25 Q, & 144 Q: quæ ſimul faciunt ſummam 169 Q, æqualem quadrato lateris rectum angulum ſubtendentis: *per pri 47. Euclid.* numero ſcilicet 2704. per 169, proveniunt pro quoto 16; cujus radix quadrata eſt 4. Minus ergo latus, quod poſuimus 5 R. habebit palmos 20; & majus, quod poſuimus 12 R, erit 28 palmorum. Quod probatur, quia duo quadrata laterum, 400, & 2304. faciunt 2704, quadratum videlicet tertii lateris. *Ex Clavio.*

Ænigma VII.

Trianguli rectanguli ABC latus AC ſit 15 pedum: ſumma verò duorum reliquorum laterum BC, BA, ſit 75 pedum. Quæro quanta ſint latera BC, BA.

POno BC eſſe 1 R: erit igitur BA 75. 1 R. Quadrata laterum AB, AC, æquantur quadrato lateris BC, *per 47 pri. Euclid.* Quadratum lateris AB eſt 5625 - 150 † 1 Q; quadratum vero lateris AC eſt 225, ſumma utriuſque quadrati 5850-150 R † 1 Q; quadratum deniq; lateris BC



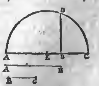
eſt

eſt 1 Q. Æquatio ergo eſt inter 1 Q, & 5850-150 R † 1 Q, & ſi utrique parti addantur 150 R, æquatio erit inter 1 Q 150 R, & 5850 † 1 Q, & ſi rurſus ab otraque parte tollatur 1 Q, erit & æquatio inter 150 R, & 5850. Facta ergo diviſione hujus numeri, 5850, per 150, proveniunt 39 pro latere BC; quæ ſi auferantur à 75, remanebunt 36 pro latere AB. *Ex Lanzio.*

Ænigma VIII.

In diametrum AC circuli, cadit à puncto D peripheriæ, perpendicularis DB, qua qualium diametrus eſt 20, talium ipſa eſt 8 pedum. Quæro in quas partes diametrus in B ſecta ſit.

Recta DB eſt media proportionalis inter AB, BC, *per Schol. Propoſit 13. lib. 6 Euclid.* ideoque rectangulũ ſub AB, CB, æquale eſt quadrato ex DB, *per 17. Sexti Euclid.* Si itaque dividatur



AC 20 ita, ut rectangulum ſub partibus contentum ſit æquale quadrato ipſius DB, habebimos quod quærimus. Pono igitur primam partem AB 1 R, ac proinde alteram BC 20-1 R. Hæ duæ in ſe ductæ, faciunt 20 R-1 Q, æqualia his, 64, quadrato videlicet ipſius DB: & ſi utrique parti addatur 1 Q, fiunt 20 R, & 64 † 1 Q, æqualia: & ſi iterum auferantur ab utraque parte 64, fiunt 20-64, & 1 Q, æqualia. Diviſis igitur 20-64 per 1 Q, proveniunt 20 R-64. Ex his ſic extrahitur radix quadrata: Semiſſis numeri radicum eſt 10; ex hujus quadrato, quod eſt 100, ſubtractus abſolutus numerus 64, relinquit 36, hujus radix 6 addita & ſubtracta ſemiſſi, dat 16 pro AB, & 4 pro CB. Hi duo numeri in ſe ducti cum producant 64, nimirum quadratum ipſius BD; recte operati ſumus.

Ænngma IX.

Datur rectangulum, cujus laterum ſuorum circa rectum angulum quadrata faciunt 1250 pedes, latera verò in ſe ducta, faciunt pedes 527. Quæro quot pedum ſint latera.

Quæſtio hæc *per Propoſit. 4. lib. 2. Euclid.* ſolvitur ſic. Rectangulum laterum inveniendorum eſt 527: ergo duo rectangula eorundem, ſive idem rectangulum bis ſumptum, ſunt 1054, quæ cum ſumma quadratorum faciunt 2304, qui numerus eſt quadratum utriuſque lateris ſimul. Eſt ergo otrumque ſimul 48, cum hæc ſit radix quadrata prædicti numeri. Qui numerus 48 ſi dividatur in duas partes eâ lege, ut partes in ſe ductæ faciant 527: eruot numeri laterum quæſitorum 31, & 17. Dividitur autem prædictus numerus 48 eodem modo, quo in præcedenti ænigmate diviſimus 20.

Alia Solutio.

Per 4am Secundi citatam, rectangulum duorum laterum eſt medium proportionale inter quadrata eorundem duorum laterum. Poſito ergo quadrato primi lateris 1 Q, erit ſecundi 1250-1 Q. Proportionales ergo ſunt hi tres numeri, 1 Q, 527, 1250 1 Q: & cum extremorum rectangulum æquale ſit quadrato medii, *per 20 Propoſit. lib. 7. Euclid.* erunt 1250 Q-1 Qq, & 277729 æquales, factâque reductione, æquales quoque erunt 1 Qq, & 1250 Q-277729. Semiſſis numeri radicum eſt 625: ex cujus quadrato 390625, ſi abſolutus tollatur, propter ſignum -, reſtat 112896: cujus reſidui radix addita ſemiſſi numeri radicum, conſlat 961, ſubtracta relinquit 289, quorum numerorum radices quadratæ 31, & 17, ſunt latera quæſita. Sunt autem ideo ex numeris 961, & 289, radices quadratæ iterum extrahendæ, quod numeri radicum character fuerit Q. *Ex Lanzio.*

Ænigma X.

Eſt parallelepipedum palmorum 3375: altitudo ad longitudinem baſis, & hæc longitudo ad latitudinem baſis habet proportionem ſeſquialteram. Quæruntur menſuræ.

Ponatur altitodo 9 R, longitudo 6 R, latitudo 4 R, in continua proportione ſeſquialtera. Latitudo in longitudinem facit baſem 24 Q, & hæc in altitudinem facit aream parallelepipedi 216 C, æqualem palmis 3375. Diviſis igitur 3375 per 216 fit Quotus $15\frac{135}{216}$ cujus radix cubica eſt $2\frac{1}{2}$: quæ ducta in 9 facit $22\frac{1}{2}$ pro altitudine; & ducta in 6 facit 15 pro longitudine baſis; & ducta in 4 facit 10 pro latitudine ejuſdem. Quæ menſuræ invicem multiplicatæ cum producant 3375: rectè fuimus operati. *Ex Clavio.*

CAPUT VI

Ænigmata Algebraica, in quibus occurrunt Radices ſecundæ.

Multæ quæſtiones quæ per ſecundas Radices ſolvuntur, poſſunt etiam per ſulas primas ſolvi, quare pauca tantum exempla proponam, ut habeat Tyro ad quorum imitationem ſeſe exerceat. *Algebraica ænigmata in quibus occurrunt ſecundæ radices.*

Ænigma I.

Duo habent pecunias: primus dicit ſecundo, ſi dederis mihi $\frac{1}{3}$ tuæ pecuniæ, habebo 110 aureos: ſecundus verò dicit primo, ſi dederis tu mihi $\frac{1}{4}$ tuæ, habebo 110. Quæro quot quilibet habeat.

Pono primum habere 1 R, & ſecundũ 1 A. Si ergo ſecund⁹ dederit primo $\frac{1}{3}$ A, habebit primus 1 R † $\frac{1}{3}$ A, hoc eſt, 110. Igitur facta reductiõe, erunt $\frac{1}{3}$ A, & 110-1 R, æqualia: ergo etiam 1 A, & 330-3 R, erunt æqualia. Quare ſecundus, qui ponebatur habere 1 A, habet 330-3 R: cui ſi primus

dederit

dederit $\frac{3}{4}$ R, habebit ſecundus 330-$2\frac{3}{4}$ R, hoc eſt 110. Facta ergo reductione, erunt 220, & $2\frac{3}{4}$ R, æqualia. Quare diviſis 220 per $2\frac{3}{4}$ R, proveniunt 80, pecunia primi: ergo ſecundus, qui inventus eſt habere 330-3 R, habebit 90. Quæſtionem recte ſolutam eſſe, patet: nam cum pretium 1 R ſit 8; ſi 3 R, hoc eſt, 240 ex 330 tollantur, reſtant 90, pecunia ſecundi. *Ex Lanzio.*

Ænigma II.

Inveniantur tres numeri, quorum primus cum 136, ſit duplex ſecundi, & tertii: ſecundus cum 184, ſit triplus primi, & tertii: tertius cum 176, quadruplus primi & ſecundi.

POnatur primus 1 R, qui quia cum 136, eſt duplus ſecundi, & tertii, erunt ſecundus & tertius ſimul $\frac{1}{2}$ R † 68: quibus ſi addatur 1 R, erunt omnes tres $1\frac{1}{2}$ R † 68. *Ponatur ſecundus* 1 A: qui ſi ſubtrahatur ex $1\frac{1}{2}$ R † 68, reſtant primus & tertius $1\frac{1}{2}$ R † 68-1 A. Quia verò ſecundus cum 184, hoc eſt, 1 A † 184 triplus eſt primi & tertii: ſi $1\frac{1}{2}$ R † 68-1 A in 3 ducantur, erunt hæc, 1 A † 184, bis, $4\frac{1}{2}$ † 204-3 A, æqualia: & ſi utrique parti addantur 3 A, erunt & hæc, 4 A † 184, æqualia bis, $4\frac{1}{2}$ R † 204: iterum ſi ab utraque parte tollantur 184, hæc quoque, 4 A, æqualia erunt his $4\frac{1}{2}$ R † 20. Ergo ſi 4 A æquantur his, $4\frac{1}{2}$ R † 20: æquabitur 1 A his, $1\frac{1}{8}$ R † 5. Secundus ergo, qui ponebatur 1 A eſt $1\frac{1}{8}$ R † 5. *Ponatur tertius* 1 B: ergo primus & ſecundus erunt $1\frac{1}{2}$ R † 68-1 B, & quia tertius cum 176, eſt quadruplus primi & ſecundi; erunt hæc, 1 B † 176, æqualia his, 6 R † 272-4 B, & ſi utrique parti addantur 4 B, erunt & hæc, 5 B † 176, his, 6 R † 272, æqualia, rurſus ſi ab utraque parte tollantur 176, hæc quoque, 5 B, æqualia erunt his, 6 R † 96. Quare ſi 5 B æquantur his 6 R † 96, æquabitur & 1 B his, $1\frac{1}{5}$ R † $19\frac{1}{5}$. Tertius ergo, qui ponebatur 1 B, erit $1\frac{1}{5}$ R † $19\frac{1}{5}$. Cum igitur primus poſitus ſit 1 R, ſecundus & tertius inventi ſint $1\frac{1}{8}$ R † 5 & $1\frac{1}{5}$ R † $19\frac{1}{5}$, erunt omnes tres $3\frac{13}{40}$ R † $24\frac{1}{5}$ ſunt autem & omnes tres $\frac{1}{2}$ R † 64, ergo hæc, $3\frac{13}{40}$ R † $24\frac{1}{5}$ æqualia ſunt his, $1\frac{1}{2}$ R † 68, & ſi ab utraque parte tollantur $1\frac{1}{2}$ R, erunt & hæc, $1\frac{33}{40}$ R † $24\frac{1}{5}$, his 68, æqualia, rurſus ſi ab utraque parte tollantur $24\frac{1}{5}$, hæc $1\frac{33}{40}$ R æqualia erunt his, $43\frac{4}{5}$. Diviſis ergo $43\frac{4}{5}$, per $1\frac{33}{40}$ R, proveniunt 24, numerus primus. Ergo ſecundus, qui inventus eſt $1\frac{1}{8}$ R † 5 erit 32, tertius vero, qui inventus eſt $1\frac{1}{5}$ R † $19\frac{1}{5}$, erit 48. Nam ſi 24 ducantur in $1\frac{1}{8}$ R, proveniunt 27, quæ cum 5 faciunt 32: & ſi 24 ducantur in $1\frac{1}{5}$ R, proveniunt $28\frac{4}{5}$, quæ cum $19\frac{1}{5}$ faciunt 48. Quod autem tres hi numeri, 24, 32, 48, quæſtioni ſatisfaciant, patet ex eo, quod 24 cum 136 ſunt duplum primi & tertii; & 32 cum 184 triplum primi & tertii, & 48 cum 176 quadruplum primi & ſecundi. *Ex Lanzio.*

Ænigma III.

Tres habent pecunias: ſi ſecundus & tertius dent primo $\frac{1}{3}$ ſuæ pecuniæ, habebit primus 100: ſi primus & tertius dent ſecundo $\frac{1}{4}$ ſuæ pecuniæ, habebit ſecundus 100: ſi primus & ſecundus dent tertio $\frac{1}{5}$ ſuæ pecuniæ, habebit tertius 100. Quæro quantum quilibet habeat.

POno primum habere 1 R, ſecundum & tertium 1 A. Si ergo ſecundus & tertius primo $\frac{1}{3}$ ſuæ pecuniæ dederint, habebit primus 1 R † $\frac{1}{3}$ A, quæ erunt æqualia 100: & ſi ab utraque parte tollatur 1 R: æqualia erunt $\frac{1}{3}$ A, & 100-1 R: quare & 1 A æqualis erit his, 300-3 R. Ergo ſecundus & tertius, qui ponebantur habere 1 A, habent 300-3 R. Ergo omnes tres habent 300-2 R.

Pono ſecundum habere 1 B: quo ſubtracto ex 300-2 R, reſtant 300-2 R-1 B, pecunia primi & tertii; cujus $\frac{1}{4}$ addita ad pecuniam ſecundi, facit $\frac{3}{4}$ B † 75-$\frac{1}{2}$ R, quæ ſunt æqualia 100: & ſi ab utraque parte tollantur 75, æqualia erunt $\frac{3}{4}$ B-$\frac{1}{2}$ R, & 25. & ſi rurſus utrique parti addatur $\frac{1}{2}$ R: æqualia erunt $\frac{3}{4}$ B, & 25 † $\frac{1}{2}$ R: ergo & 1 B æqualis erit his, $\frac{2}{3}$ R † $33\frac{1}{3}$. Secundus ergo, qui ponebatur habere 1 B, habet $\frac{2}{3}$ R † $33\frac{1}{3}$.

Pono tertium habere 1 C: ergo primus & ſecundus habebunt 300-2 R-1 C; cujus $\frac{1}{5}$ cum 1 C, facit $\frac{4}{5}$ C † 60-$\frac{2}{5}$ R, æqualia his, 100. Si ab utraque parte tollantur 60: erunt & hæc, $\frac{4}{5}$ C-$\frac{2}{5}$ R, æqualia his 40. Si utrique parti addatur $\frac{2}{5}$ R, æqualia quoque erunt $\frac{4}{5}$ C, & $\frac{2}{5}$ R † 40: ergo & 1 C his, $\frac{1}{2}$ R † 50. Tertius ergo, qui ponebatur habere 1 C, habet $\frac{1}{2}$ R † 50. Cum ergo primus habeat 1 R; ſecundus $\frac{2}{3}$ R † $33\frac{1}{3}$ habebunt omnes tres $2\frac{1}{6}$ R † $83\frac{1}{3}$: ſed & habent 3000-R, hæc ergo, $2\frac{1}{6}$ R † $85\frac{1}{3}$ æqualia ſunt his, 300-2 R; & ſi utriq; parti addantur 2 R; erunt & æqualia $4\frac{1}{6}$ R † $83\frac{1}{3}$, & 300: & ſi rurſus ab utraque parte tollantur $83\frac{1}{3}$: hæc quoque, $4\frac{1}{6}$ R, æqualia, erunt his, $216\frac{2}{3}$. Diviſis ergo $216\frac{2}{3}$ per $4\frac{1}{6}$ R, proveniunt 52 pretium unius radicis, & pecunia primi. Secundus ergo, & tertius, qui inventi ſunt habere $\frac{2}{3}$ R † $33\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{2}$ R † 50 habent 68, 76. Quæſtionem legitimè ſolutam eſſe, ſic probabis. Pretium 1 R eſt 52: ergo $\frac{2}{3}$ R, & $\frac{1}{2}$, erunt $34\frac{2}{3}$, & 26; quæ addita ipſis $33\frac{1}{3}$, & 50, faciunt 68, & 76. *Ex Lanzio.*

PARS IV.

DE ELEMENTIS ALGEbræ in numeris irrationalibus.

N*Umeri irrationales, ſeu ineffabiles, velut alii vocant, numeri ſurdi, ſive inaudibiles, ſunt radices illorum numerorum rationalium, qui non habent radices rationales, ſeu effabiles, & quæ numeris exprimi, atque adeo audiri poſſint; ob quam etiam cauſam appellantur*

 radi-

radices ſurdæ ab Algebræ Scriptoribus. Tales ſunt radix quadrata numeri 6, radix cubica numeri 20, radix ſuperſolida numeri 40. &c. quæ quidem radices ſunt irrationales, ineffabiles, ſurdæ, inaudibiles. quia nullus numerus dari poteſt, ſive ſit integer, ſive fractus, ſive integer cum fracto, qui in ſe quadratè multiplicatus producat 6, aut in ſe cubicè multiplicatus producat 20, aut ſuperſolidè in ſe multiplicatus producat 40, ut conſideranti facile patebit. Cum ergo horum & aliorum ſimilium numerorum adſignantur radices quadrata, cubica, ſuperſolida, &c. eæ vocantur irrationales, ſeu ſurdæ.

Irrationalium numerorum ſignatio. *Signantur autem numeri irrationales, ſive radices ſurdæ hoc ſigno, ℞: quod ſtatim ſequitur character algebraicus Q, vel C, vel Qq, vel Ss, &c. prout radix illa ſurda vel eſt quadrata, vel cubica, vel quadrato-quadrata, vel ſuperſolida, &c. Exempli gratia, radix quadrata numeri 6, ſignatur ſic, ℞ q 6, radix cubica numeri 20, ſic, ℞ c 20, ſuperſolida prima numeri 40, ſic, ℞ Ss 40, & ita de reliquis. Primus numerus ſignificat radicem ſurdam quadratam ex 6, ſecundus radicem ſurdam cubicam ex 20, tertius radicem ſurdam ſuperſolidam primam ex 40. Hanc ob cauſam ſignum hoc, ℞, appellatur ſignum radicale.*

De horum numerorum irrationalium Elementis agendum erat ſupra par. 1. antequam Algebræ Regulam explicaremus, & uſum ejus per variorum ænigmatum ſolutionem traderemus, quoniam plurimæ quæſtiones per Algebram ſolvi non poſſunt ſine interventu prædictorum numerorum: at quoniam non modicam difficultatem adjunctam habent, uti patebit: conſulto in hunc locum eorum tractionem diſtulimus. Sed ante Elementorum explicationem, docendum eſt, quot ſint genera numerorum irrationalium.

BIBLIOPOLÆ

Monitio ad Lectorem.

Amice Lector, ob defectum characteris, quo Radices ſurdas exprimere ſolent Algebræ Scriptores, coactus fui conſtituere hoc ſignum, ℞: ubicunque ergo id repereris toto hoc de Algebra Libro, ſcias Radicis ſurdæ eſſe notam, & vale.

CAPUT I.

De variis generibus numerorum irrationalium, ſive radicum ſurdarum.

Irrationalium numerorum varia genera, nempe ſimplices. NUmeri irrationales (ſive radices ſurdæ) dividuntur in abſolutos, & algebraicos. Abſoluti ſunt qui nullum characterem algebraicum habent; algebraici, qui habent.

Abſoluti iterum dividuntur in ſimplices, & compoſitos. Simplices ſunt, qui non habent ſigna algebraica †, & -: & notantur ut in allatis paulo ante exemplis, Compoſiti ſunt, qui ſignis illis copulantur, aut disjunguntur, & ſignantur ut mox videbimus. *Compoſiti* Simplices à pleriſq; appellantur mediales, quia per illos, inter duos numeros, inveniri poſſunt quotcunque medii proportionales.

Compoſiti numeri irrationales, ſive radices ſurdæ compoſitæ, dividuntur ab aliquibus in Ligatas, Diſtinctas, & Univerſales. *Irrationales compoſiti triplices nempe*

Ligati. Ligatæ radices ſunt, quæ ſignificant numerum collectum vel ex pluribus radicibus, vel ex una pluribusvè radicibus, & uno pluribuſve numeris, ſeu abſolutis, ſeu algebraicis. Talis eſt ℞ q 9 † ℞ q 4, quæ ſignificat numerum 5, collectum ex radice quadrata numeri 9, & radice quadrata numeri 4, nam radix numeri 9 eſt 3, & radix numeri 4 eſt 2, 3 autem & 2, faciunt 5. Sic etiam radix Ligata eſt, ℞ q 7 † ℞ q 4 † 3, quæ æquivalet huic, ℞ q 7 † 5: ſignificat enim ad ℞ q 7 additum numerum 5, collectum ex 2 (quæ eſt radix quadrata numeri 4) & 3. Similiter radix Ligata eſt hic numerus, ℞ q 49 - ℞ c 27: ſignificat enim 4, quoniam denotat, ex ℞ q 49, hoc eſt, ex 7, ablatum eſſe ℞ c 27. id eſt, 3, ideoque remanere 4.

Ex his patet, in radicibus Ligatis particulas numeri per ſigna † aut-copulati, aut disjuncti, ſumi conjunctim, ac prout unam ſummam efficiunt: ut in primo exemplo conjunctim ſumitur & radix quadrata 9, & radix quadrata numeri 4, prout nimirum ſimul efficiunt 5.

Diſtincti. Diſtinctæ radices ſunt, quæ ſignificant radices plurium numerorum ſeparatim ſumptas: vel, in quibus particulæ ſignis † & - conjunctæ aut disjunctæ, ſeorſim accipiuntur, non autem earum ſumma. Ut ſi in hac radice ſurda, ℞ q 16 † q 9, particulæ ſigno † conjunctæ ſignificent per ſe & ſeparatim numerum 4, & 3, (quæ ſunt radices quadratæ numerorum 16, & 9) non autem earum ſummam 7.

Univerſales. Univerſales radices, ſunt radices radicum ligatarum, aut diſtinctarum. Sic hujus radicis ligatæ, 22 † ℞ q 9, radix quadrata, quæ eſt 5, vocatur radix Univerſalis; ſignificat enim radicem numeri 25, collecti ex 22 & radice quadrata numeri 9, quæ eſt 3. Eodem modo radix hujus radicis ligatæ, ℞ q 9 † 22. quæ eſt ſimiliter 5, eſt radix Univerſalis. Vocantur Univerſales, quia ſigna radicalia afficiunt omnes numeros ſubſequentes, qui ideo ab aliquibus includuntur parentheſibus, ut ab aliis radicibus diſtinguantur.

Hæc tria radicum genera aliter appellat Clavius in Algebra c. 16. aliter Joan. Lanzius in Arithmet. lib. 3. initio, aliter alii. Nos radices Ligatas & Diſtin-

Diſtinctas vocabimus Numeros irrationales compoſitos (videlicet abſolutos) radices verò Univerſales vocabimus etiam Radices numerorum irrationalium compoſitorum.

CAPUT II.

De Elementis numerorum irrationalium ſimplicium.

Elementa irrationalium numerorum ſimplicium.

ELementa horum numerorum ſeu radicum ſunt Additio, Subtractio, Multiplicatio, Diviſio. His præmittenda eorundem Reductio ad eandem denominationem, quando opus fuerit.

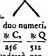
§. I.

De Reductione numerorum irrationalium ſimplicium ad eandem denominationem.

Reductio irrationalium ſimplicium.

SI numeri irrationales ſimplices ſunt diviſæ denominationis, hoc eſt, habent diverſos characteres, ut poſſint addi, ſubtrahi, multiplicari, ac dividi, debent reduci prius ad eandem denominationem, ſeu ad eoſdem characteres: quod fit hoc modo.

Collocentur numeri ſupra, characteres infra, ut hic apparet Deinde per crucem fiat multiplicatio talis, qualem character indicat, ut fiant 16 8 *novi Numeratores. Poſtremò utrique Numeratori novo producto præfigatur uterque character.*



EXEMPLUM. Sint reducendi ad eoſdem characteres hi duo numeri. ℞ C 16, & ℞ Q 8. Collocatione ℞ C, ℞ Q / 256 512 facta ut vides, multiplicentur 16 quadratè, propter characterem ℞ Q per crucem his reſpondentem, 8 verò multiplicentur cubicè propter characterem ℞ C eis reſpondentem per crucem, producentur 256, & 512. His præfigatur uterque character hoc modo, ℞ C q 512, & ℞ C q 256. Quo facto erit ℞ C q 512, æqualis ℞ C 16, & radix ℞ C q 256, æqualis ℞ Q 8.

§. II.

De Multiplicatione, ac Diviſione numerorum irrationalium ſimplicium.

Multiplicatio ac Diviſio irrationalium ſimplicium.

MUltiplicatio ac Diviſio præmittendæ ſunt Additioni ac Subtractioni, quoniam hæ ab illis pendent.

Primò itaque, *Quando duo numeri irrationales multiplicandi, aut dividendi, habent eoſdem characteres, multiplicetur aut dividatur unus numerus per alterum, & producto præponatur idem character quem antea habebant.* Sic ex multiplicatione ℞ q 7, per R Q 10, fit ℞ Q 70 Et ex ℞ Q 3, per ℞ Q 12, fit ℞ Q 36, id eſt, 6. Et ex ℞ Q 2¼ per ℞ Q 8, fit ℞ Q 18 Sic etiam ex diviſione ℞ Q 70 per ℞ Q 7, fit ℞ Q 10. Et ex diviſione ℞ Q 36, per ℞ Q 12, fit ℞ Q 3. Et ex ℞ Q 18, per ℞ Q 8, fit ℞ Q 2¼.

Secundò, *Quando duo numeri irrationales, multiplicandi, aut dividendi, habent diverſos characteres, reducantur priùs ad eoſdem, deinde multiplicentur aut dividantur ut antea.* Sic ſi multiplicandi ſint ℞ C 16, Q 8: reducantur ad eoſdem characteres, & fient ℞ C q 512, & ℞ C q 256, & facta multiplicatione illius per hunc, producentur ℞ C q 131072. Sic etiam dividendi ſint ℞ C 8000, per ℞ Q 16, reducantur ad eoſdem characteres, & fient ℞ C q 64000000, & ℞ C q 4096. & facta diviſione illius numeri per hunc, proveniunt ℞ C q 15625, cujus radix quadrata eſt 125, hujus verò cubica 5. Diviſis ergo ℞ C 8000 per ℞ Q 16, proveniunt 5.

Tertiò, *Quando numerus irrationalis (ſeu radix ſurda) multiplicandus eſt in ſe quadratè, vel cubicè, vel biquadratè vel ſecundum exigentiam alterius cujuſcunque characteris quem gerit; tollitur character, & ipſemet numerus ſumitur pro numero producto.* Sic ℞ Q 3 in ſe quadratè multiplicata, facit 3: & ℞ C 4 in ſe cubicè multiplicata, facit 4 &c. Ratio eſt, quia ℞ Q 3 in ℞ Q 3, facit ℞ 9, hoc eſt, 3, & ℞ C 4 in ℞ C 4, facit ℞ C 16, & ℞ C 4 in ℞ C 16, facit ℞ C 64, hoc eſt, 4.

Quartò *Quando numerus irrationalis (ſeu radix ſurda) multiplicandus eſt in ſe ſecundum exigentiam alterius characteris quem ipſe non gerit: ducitur numerus in ſe ſecundum exigentiam alterius illius characteris: & producto præponitur character numeri multiplicati.* Sic ex ℞ Q 6 in ſe cubicè multiplicata, fit ℞ Q 216. Quod inde patet, quia ex ℞ Q 6 in ſe, fit ℞ Q 36, & ex eadem ℞ Q 6 in ℞ Q 36, fit ℞ Q 216. Unde radix cubica hujus ultimi producti eſt ℞ Q 6.

Quintò, *quando numerus irrationalis multiplicandus aut dividendus eſt per rationalem, reducatur primè rationalis ad ſpeciem irrationalis, hoc eſt, multiplicetur quadratè, cubicè, biquadratè &c. prout irrationalis habuerit characterem ℞ Q, aut ℞ C, aut ℞ Q q &c. & deinde inſtituatur operatio ut in prima Regula.* Sic ſi ducenda ſint ℞ Q 32 in 8, multiplicanda ſunt prius 8 quadratè, propterea quod irrationalis ℞ Q 32, habet characterem Q ac deinde ℞ Q 32 ducenda in ℞ Q 64, ut producantur ℞ Q 2048. Sic etiam ſi ℞ C 12 ſit multiplicanda per 6, multiplicanda ſunt 6 cubicè, ut fiant ℞ C 216, ac deinde ℞ C 12 ducenda ſunt in 216, ut producantur ℞ C 2592. Sic quoque ſi dividenda ſint ℞ Q 32 per 8, multiplicanda ſunt cubicè 8, ut fiant ℞ Q 64: ac deinde ℞ Q 64 ducenda ſunt in ℞ Q 32, ut fiant ℞ Q 2048.

Annotatio I.

I*Taque ſi radix ſurda quadrata eſt duplicanda, id eſt, multiplicanda per 2, multiplicandus eſt ejus numerus per 4, productus enim ℞ Q, eſt dupla radicis data. Ut duplum ℞ Q 3, eſt ℞ Q 12: quia ut ℞ Q 3 multiplicetur per 2, reducendi ſunt numeri ℞ Q 3, & 2, ad eandem denominationem modo predicto, ut fiant ℞ Q 3, & Q 4. Quod ſi radix ſurda quadrata eſt triplicanda, multiplicandus eſt ejus numerus per 9, ſi quadruplicandus, eſt multiplicandus per 16, & ſic ulterius.*

Eodem modo ſi radix ſurda cubica eſt duplicanda, multiplicandus eſt ejus numerus per 8; ſi triplicandus per 27 eſt multiplicandus, &c.

Anno-

Annotatio II.

O*Mnes quatuor regulæ in hoc §. traditæ, revocantur ad hanc unicam :* Si uterque numerus habet eoſdem characteres, unus multiplicator aut dividitur per alterum, & producto præponitur character communis. Si diverſos habent characteres, reducuntur ad eundem, & cætera fiunt ut antea.

§. III.

De Additione numerorum irrationalium ſimplicium.

Additio irrationalium ſimplicium. NUmeri irrationales ſimplices, aut ſunt commenſurabiles, aut incommenſurabiles. Commenſurabiles eſſe deprehenduntur, ſi diviſo uno per alterum, aut utroq; per maximam, vel etiam non maximam communem menſuram, Quotus eſt quadratus, aut cubus, aut biquadratus, aut alius numerus rationalis, habens radicem rationalem. Incommenſurabiles ſunt, ſi ex diviſione gignatur numerus ſurdus ſive irrationalis, habens radicem irrationalem. Si numeri de quibus dubitatur an commenſurabiles ſint, habent diverſos characteres, debent reduci ad eundem, antequam diviſio inſtituatur. His notatis, ſic fit Additio.

Primò, *Quando addendi ſunt ſimiles & æquales* (id eſt, qui habent eundem characterem, & eundem numerum) *tunc ſi ſunt duo, multiplicetur unus illorum per 2: ſi ſunt tres, per 3: ſi ſunt quatuor, per 4, &c. juxta præceptum quintũ §. præced. productus numerus erit ſumma illorum.* Sic ſumma ex ℞ Q 6, & ℞ Q 6 collecta, eſt ℞ Q 24. Et ſumma collecta, ex ℞ C 6, ℞ C 6, ℞ C 6, eſt ℞ C 162. Ratio patet ex Annotatione præcedenti.

Annotatio.

I*N idem recidit hæc regula, ſi dicas: quando addendi ſunt duo, tres, quatuor, &c. ſimiles & æquales, multiplicetur unus illorum per 4, & per 9, vel per 16, &c. juxta Annotationem præcedentis, §. & habebitur ſumma quæſita. Nam ut ℞ Q6 multiplicetur per 2, debent 2 reduci ad quadratum, nempe ad ℞ Q 4, ac deinde ℞ Q 6 debet multiplicari per ℞ Q 4, ut fiant ℞ Q 24 &c.*

Secundò *Quando addendi ſunt ſimiles, & inæquales* (id eſt, qui habent eundem quidem characterem, at non eundem numerum) *at incommenſurabiles : addantur per †.* Sic ex ℞ Q 6, & ℞ Q 7, fiunt ℞ Q 6 † ℞ Q 7. Et ex 7, & ℞ Q 8, fiunt 7 † ℞ Q 8, vel ℞ Q 8 † 7.

Annotatio.

P*Oſſunt etiam prædicti numeri incommenſurabiles, ſi ſint radices ſurdæ quadratæ, addi inter ſe,* per propoſit. 4. lib. 2. Euclid. *ſi ad ſummam quadratorum addatur duplum ejus quod fit ex ductu unius numeri in alium : ſumma enim hæc collecta, ſunt ſumma quæſita. Sint addenda ℞ Q 11, & ℞ Q 13. Summa quadratorum eſt 24, juxta Regulam 3 præced. §. & quod ex ductu unius in aliam radicem fit, eſt ℞ Q 143 : ejus duplum, ℞ Q 572, juxta Regul. 5. præced. §. Summa ergò ℞ Q 11, & ℞ Q 13, eſt ℞ Q 24 † ℞ Q 572.*

Tertiò, *Quando addendi ſunt ſimiles, & inæquales, at commenſurabiles* (hoc eſt, qui diviſi per maximam, vel etiam non maximam menſuram communem, quotos reddunt quadratos cubicos, biquadratos, &c. *addantur Quotorum radices, & ſumma quadretur, cubicetur, biquadretur, &c. prout radix erit quadrata, cubica, biquadrata, &c. quadratum, cubus, biquadratum, &c. ducatur in communem menſuram ; & habebitur ſumma quæſita.* Sic ſi addenda ſint ℞ Q 27, & ℞ Q 12. Diviſa per 3, communem menſuram, reddunt Quotos quadratos 9 & 4, quorum radices, 3 & 2, junctæ faciunt 5: hujus quadratum 25. ductum in 3. producit ℞ Q 75, quæ eſt ſumma deſiderata.

Quartò, *Quando addendi ſunt diſſimiles* (hoc eſt, qui habent diverſos characteres) *revocentur prius ad eoſdem characteres ; & tunc ſi ſunt incommenſurabiles, addantur per † ; ſi commenſurabiles, addantur modo proximè dictam præcepto 3.*

Annotatio

N*On tamen eſt neceſſe, diſſimiles revocare ad eoſdem characteres, ſed poſſunt etiam non reducti addi per †. Sic ſi ℞ Q 8 ad ℞ C 12. addenda ſint, fient ℞ Q 8 † ℞ C 12.*

§. IV

De Subtractione numerorum irrationalium ſimplicium.

PRimò, *Quando ſubtrahendi ſunt ſimiles, & æquales, nihil relinquitur.* Sic ſi ℞ Q 12 ſubtrahitur à ℞ Q 12: relinquitur ℞ Q 0. *Subtractio irrationalium ſimplicium.*

Secundo, *Quando ſubtrahendi ſunt ſimiles, & inæquales, at incommenſurabiles ; ſubtractio fit per -.* Sic ſi ℞ Q 3 ex ℞ Q 9 eſt ſubtrahenda, reſtat ℞ Q 9 - ℞ Q 3.

Tertiò. *Quando ſubtrahendi ſunt ſimiles, & inæquales, at commenſurabiles ; radix Quoti minoris ſubtrahatur ex radice Quoti majoris, reſiduum quadretur, cubicetur, biquadretur, &c. quadratum, cubus, biquadratum, &c. ducatur in communem menſuram, & habebitur reſiduum.* Sic ſi ℞ Q 12 ſubtrahenda ſint ex ℞ Q 27 : ſubtrahatur radix minor 2, ex majori 3, & reſtat 1: cujus quadratum 1, ductum in 3, facit ℞ Q 3 pro reſiduo.

Quarto, *Quando ſubtrahendi ſunt diſſimiles, revocentur ad eoſdem characteres ; & ſi ſint incommenſurabiles, fiat ſubtractio per - ; ſi commenſurabiles, ſervetur regula proximè præcedens.*

CAPUT III.

De Elementis numerorum irrationalium compoſitorum.

Elementa irrationalium numerorum compoſitorum. ELementa numerorum irrationalium compoſitorum non differunt ab Elementis ſimplicium, dummodo circa ſigna † & - ſerventur illa, quæ diximus ſupra par. 1. ſervanda eſſe circa eandem in Elementis numerorum algebraicorum. Sit itaque

§. I.

De Additione, & Subtractione numerorum irrationalium compoſitorum.

Additio & ſubtractio irrationalium compoſitorum.

IN additione & ſubtractione numerorum ſerventur ea, quæ diximus §. 3. & 4. capitis præcedentis ſervanda eſſe in additione & ſubtractione irrationalium ſimplicium. Quoad ſigna verò ſerventur hæ duæ Regulæ, deſumptæ ex dictis par. 1. cap. 6. & 7.

Prima. *Eadem ſigna † aut -, ponunt idem ſignum † aut -, niſi in Subtractione, quando ſuperior major eſt quam inferior: tunc enim ſubtrahitur ſuperior ab inferiore, & ex † fit -, ex - fit †.*

Secunda. *Diverſa ſigna mutant ſpeciem operationis, & loco Additionis fit Subtractio, loco ſubtractionis Additio; & in Additione facta ſubtractione ponitur ſignum majoris numeri: in Subtractione vero, facta additione, ponitur ſignum ſuperioris, ſive major is ſit, ſive minor, ſive æqualis.*

Exemplum Additionis.

6 † ℞ Q 18
4 † ℞ Q 8
―――――――
10 † ℞ Q 50

In hoc Exemplo quoniam ℞ Q18, & ℞ Q8, ſunt ſimiles, inæquales, commenſurabiles: dividuntur per communem menſuram 2, fiunt Quoti 4, & 9; quorum radices ſunt 2, & 3; harum ſumma eſt 5: quadratum ſummæ ſunt 25, hæc ducta in communem menſuram 2, faciunt ℞ Q50.

Exemplum Subtractionis.

℞ Q 50 - 5
℞ Q 8 - 2
―――――――
℞ Q 18 - 3

In hoc exemplo quoniam ℞ Q 50, & ℞ Q8 ſunt ſimiles, inæquales, commenſurabiles per menſuram communem 2; accipiunt Quotorum 25, & 4, radices 2, & 5, minor ſubtrahitur à majori, reſtant 3, hæc quadrantur, fiunt 9, ducuntur in communem menſuram 2, fiunt 18.

§. II.

De multiplicatione numerorum irrationalium compoſitorum.

Multiplicatio irrationalium compoſitorum.

SErventur illa, quæ diximus §. 2. de Multiplicatione ſimplicium: quoad ſigna verò obſervetur hæc Regula, ex cap. 8. partis 3. deſumpta: *Eadem ſigna ponunt †, Diverſa -.* Sive ergo plus in plus, ſive minus in minus multiplicetur, ſemper producitur plus: & ſive plus in minus, ſive minus in plus ducatur, ſemper procreatur minus.

Exemplum.

18 † ℞ Q 54
6 - ℞ Q 24
―――――――
108 † ℞ R 1944 - ℞ Q 7776 - ℞ Q 1296.

In hoc exemplo, ducta ſunt primò 6 in 18, & producta 108. Secundo ducta ſunt 6 in ℞ Q 54, reductis prius 6 ad quadratum 36, & his ductis in ℞ Q 54, ac productis † ℞ Q 1944. Tertio ducta ſunt ℞ Q 14 in 18, reductis 18 prius ad quadratum 324, & his ductis in ℞ Q 24, ac productis ℞ Q 7776. Quarto, ducta ſunt ℞ Q 24 in ℞ Q 54 & producta ℞ Q 1296, hoc eſt, - 36.

Simili ratione ex - ℞ Q 45 in - ℞ Q 20, fit † ℞ Q 900, hoc eſt, † 30. Et ex - ℞ Q 45 in † 6, id eſt, in - ℞ Q 36, fit ℞ Q 1620.

§. III.

De Diviſione numerorum irrationalium compoſitorum.

Diviſio irrationalium compoſitorum.

PRimo, *Quando Diviſor eſt ſimplex, & eundem habet cum Dividendo characterem: dividantur per illum ſingulæ particulæ dividendi*, Ut ſi ſint ℞ Q 48 † ℞ Q 20, dividenda per ℞ Q 4: dividantur ℞ Q 48 per ℞ Q 4, proveniunt ℞ Q 12.

Secundo, *Quando Diviſor eſt ſimplex, & non habet eundem characterem cum Dividendo: reducatur ad eundem, & diviſio inſtituatur ut antea.* Ut ſi ſint dividenda ℞ Q 800 - ℞ C 80, per 2; facta reductione, dividantur primu ℞ Q 200 per ℞ Q 4 proveniunt ℞ Q 850, dividantur deinde ℞ C 80 per ℞ C 8, proveniunt ℞ C 10.

Tertio, *Quando Diviſor eſt compoſitus ſuntque particulæ radices quadratæ, aut biquadratæ, reducatur diviſor ad ſimplicem, hoc modo: Signum † poſterioris particulæ Diviſoris mutetur in -, & - in †, atque in Diviſorem hoc modo mutatum ducatur tam Dividendus, quam Diviſor, ut producantur novi Dividendus & Diviſor.* EXEMPLUM. Sint dividenda 60 per ℞ Q 18 † ℞ Q 8. Duc tam 60, quam ℞ Q 18 † ℞ Q 8, in ℞ Q 18 ℞ Q 8, & producetur hic novus Dividendus, ℞ Q 64800 ℞ Q 28800, ſive ℞ Q 7200, & hic novus Diviſor, 10. Diviſis ergo ℞ Q 7200, per 10, ſive per ℞ Q 100, proveniunt ℞ Q 72.

Annotatio.

QVid faciendum, quando Diviſio eſt inſtituenda per Diviſorem trium aut plurium particularum, quæ ſint radices quadratæ, aut biquadratæ, item quando inſtituenda eſt per numerum radicum cubicarum compoſitum, &c. vide apud Clavium in Algebra cap. 23. non enim libet diutius immorari, cum hi caſus rarò occurrant.

CAPUT IV.

De Elementis Radicum Univerſalium.

Elementa radicum univerſalium.

Radices univerſales quid ſint.

RAdices Univerſales, ut diximus cap. 1. in fine, ſunt Radices radicum ligatarum ac diſtinctarum, hoc eſt, numerorum irrationalium compoſitorum. Oriuntur plerumque ex additione ac Subtractione radicum irrationalium ſimplicium incommenſurabilium, ut conſtat ex cap. 2. §. 3. Præcepto maximè 2. Harum Elementa nunc breviter explicabimus. Qui plura vult, adeat Clavium in Algebra cap. 24.

§. I. De

§. I.

De Multiplicatione Radicum univerſalium.

Multiplicatio radicum univerſalium. R*Educatur tam Multiplicans, quàm Multiplicandus, ad quadratum. Deinde fiat multiplicatio modo dicto cap. 3. § 2. Radix totius producti erit numerus quæſitus.* Sit multiplicanda ℞ Q 21 † ℞ Q 16 (hoc eſt, 5, nam radix quadrata numeri 16, eſt 4: quæ addita ad 21, facit 25, cujus numeri radix quadrata eſt 5) per 7. Quadratum numeri 7, eſt 49: quadratum vero ℞ Q 21 † ℞ Q 16, eſt 21 † ℞ Q 16 (tollitur enim duntaxat character) Ductis ergo 21 † ℞ Q 16, in 49, proveniunt 1029 † ℞ Q 38416, hoc eſt, 35: nam radix quadrata poſterioris particulæ addita priori particulæ, efficit 1225, cujus radix quadrata eſt 35.

Annotatio.

H*Æc Regula brevius ſic proponetur.* Quadrata numerorum datorum inter ſe multiplicentur; radix ſummæ productæ erit numerus quæſitus.

§. II

De Diviſione Radicum univerſalium.

Diviſio radicum univerſalium. R*Educatur tam Dividendus, quam Diviſor, ad quadratum. Deinde fiat* Diviſio *modo dicto cap. 3. § .3. Radix producti numeri erit Quotus quæſitus.* Sit dividenda ℞ Q 72 † ℞ Q 162, per 3. Quadrata ſunt 72 † ℞ Q 162, & 9, Diviſis ergo 72 per 9, proveniunt 8: diviſis verò ℞ Q 162 per ℞ Q 81, proveniunt ℞ Q 2. Ergo Quotus eſt ℞ Q 8 † ℞ Q 2.

§. III.

De Additione & Subtractione Radicum Univerſalium.

Additio & Subtractio rad. univ. A*Dditio & ſubtractio in his fit per interpoſitionem ſignorum † & -,* eodem videlicet modo quo fit aliorum numerorum irrationalium compoſitorum, de quibus cap. 3. egimus.

CAPUT V.

De Fractionibus numerorum irrationalium, earumque Elementis.

Irrationalium numerorum fractiones. NUmeratio, Reductio, Additio, cæteraque omnia in his fractionibus ferè fiunt ut in abſolutis rationalibus fractionibus, dummodo habeatur ratio ſignorum & characterum. Itaque paucis me expedio.

§. I.

De Numeratione fractionum irrationalium.

Elementa fractionum nu- QVando ſignum radicale ponitur ante ſolum Numeratorem, ſic, ℞ Q$\frac{36}{9}$: pertinet ad illum ſolum. Quando ponitur in medio ante Numeratorem & Denominatorem, ſic, ℞ Q$\frac{36}{9}$, pertinet ad utrumque. Quando ponitur ante integrum cum fractione, ſic, ℞ C$\frac{67}{125}$, reduci debet totus numerus ad unicam fractionem. Primum exemplum ſignificat 2, nimirum radicem quadratam numeri 36 diviſi per 9, id eſt, numeri 4, cujus radix eſt 2. Secundum exemplum ſignificat radicem quadratam numeri 36, id eſt, 6, diviſam per radicem quadratam numeri 9, id eſt, 3 nempe $\frac{2}{3}$. Tertium exemplum reductum ad ℞ C$\frac{192}{125}$, ſignificat radicem cubicam 192, diviſam per radicem cubicam numeri 125 hoc eſt, per 5.

§. II.

De Reductione fractionum irrationalium.

REducantur ad minores terminos, quando id fieri poteſt, eodem modo quo fractiones rationales. Ut hæc fractio ℞ Cq $\frac{4}{8}$, reducitur ad hanc, R Cq $\frac{2}{4}$: item ad hanc, ℞ Cq $\frac{1}{2}$.

§. III.

De Additione & Subtractione fractionum irrationalium.

SI habeant eundem Denominatorem, adduntur Numeratores, vel unus ab altero ſubtrahitur, modo ſupra cap. 2. dicto, & ſummæ, vel reſiduo ſupponitur communis Denominator.

Sic ſi ℞ Q$\frac{4}{7}$ addã ad R Q$\frac{9}{7}$, fiunt $\frac{5}{7}$, quia radix numeri 4 eſt 2, & radix numeri 9 eſt 3, & ſi addantur 2 & 3, fiunt 5. Si verò ſubtraham ℞ Q$\frac{4}{7}$ à ℞ Q$\frac{9}{7}$, remanent ℞ Q$\frac{1}{7}$ quia ſi ſubtraham radicem numeri 4 à radice numeri 9, hoc eſt, 2 à 3, remanet 1.

Si vero habeant diverſos Denominatores, reducuntur ad eundem per multiplicationem in crucem, uti in fractionibus vulgaribus fieri ſolet. Deinde eodem modo Numeratores adduntur inter ſe, vel unus ab altero ſubtrahitur, & ſummæ, vel reſiduo idem Denominator communis ſubſcribitur.

Quando numeratores ſunt incommenſurabiles, additio eorum fit per interpoſitionem ſigni †, ſubtractio autem per interjectionem ſigni -.

§. IV.

De Multiplicatione ac Diviſione fractionum irrationalium.

IN multiplicatione ac diviſione fractionũ irrationalium ſolum opus eſt reductione ad eadẽ ſigna radicalia, ſeu ad eundem characterẽ: reliqua enim perficiuntur ut in fractionibus vulgaribus dictum eſt in lib. 2. par 1. cap. 2. art 9. Sic ſi multiplicanda ſit ℞ q $\frac{3}{4}$ per ℞ q $\frac{6}{5}$, producetur ℞ q $\frac{18}{20}$. Si autem prior per poſteriorem dividenda ſit, inverſis terminis Diviſoris, ſic ſtabit exemplum:

℞ q $\frac{3}{4}$

℞ q 3 per $\frac{71}{℞ q 96}$ Quotus verò erit, $\frac{℞ q 147}{℞ q 96}$. Hæc
4
ſufficiant ex Clavio; qui plura volet, legat ipſum in Algebra cap.25.

CAPUT VI.

De numeris irrationalibus algebraicis, eorumque Elementis.

Irrationales numeri algebraici. NUmeri algebraici irrationales, ſunt numeri algebraici rationales habentes ante ſe ſignum aliquod radicale; ut ſunt ℞ q 20 R, ℞ c 20 R &c: in quibus, 20 R, eſt numerus algebraicus rationalis, ſed propter ſignum radicale ℞ q, ℞ c, fit irrationalis. Primus ſignificat radicem quadratam 20 radicum, ſecundus radicem cubicam 20 radicum. Valor horum, & quorumcunque aliorum ſimilium numerorum, pendet à valore ipſius radicis: ſi enim una R eſt 5, erunt 20 R 100, & radix quadrata 20 R eſt 10, ideoque ℞ q 20 R æquivalet 10 unitatibus. Ex quo patet, numeros irrationales algebraicos interdum eſſe rationales, interdum irrationales, prout videlicet fuerit valor 1 R. Sic inpoſitis exemplis, ℞ Q 20 R eſt rationalis, quia cùm valor 1 R ſit 5, & 20 R ſint 100, radix autem quadrata numeri 100 ſit rationalis; ideo etiam ℞ q 20 R eſt rationalis. At ℞ c 20 R eſt irrationalis, quia radix cubica numeri 100 irrationalis eſt. Si 1 R valeret 4, ℞ q 20 R eſſet irrationalis, quia ſignificaret radicem quadratam numeri 80, quæ irrationalis eſt, cùm 80 non ſit numerus quadratus. Non poteſt ergo judicari de valore numerorum irrationalium algebraicorum, niſi priùs conſtet de valore unius radicis.

§. I.

De Additione & ſubtractione numerorum irrationalium algebraicorum.

Elementa irrationalium algebraicorum. QUando numeri ſunt incommenſurabiles, Additio fit per †, Subtractio per -. Si commenſurabiles, & eoſdem characteres algebraicos habent, adduntur & ſubtrahuntur ut commenſurabiles irrationales abſoluti. Ut ſi ℞ q 12 R addatur ad ℞ q 36 R, fit ℞ q 12 R † ℞ q 36 R. At ſi ℞ q 12 R ſubtrahatur ex ℞ q 36 R, remanet ℞ q 36 R - ℞ q 12 R. Item ſi ℞ q 8 R addatur ad ℞ q 18 R, fit ℞ q 50 R. At ſi ℞ q 8 R ſubtrahatur à ℞ q 50 R, reſtat ℞ q 18 R.

§. II.

De multiplicatione & diviſione numerorum irrationalium algebraicorum.

QUando numeri habent eadem ſigna radicalia, multiplicatio & diviſio fit ut in irrationalibus abſolutis, modo dicto cap.2.§.2. Præcepto 1. Si habeant diverſa ſigna radicalia, reducendi ſunt priùs ad eadem, modo dicto cap.2. §.1. & deinde operatio inſtituenda ut ſuprà cap.2.§.2. Præcepto 2.&c: ac præterea character algebraicus mutandus eſt, modo dicto par.1. cap.9. Sit multiplicanda ℞ Q 8 R, per ℞ C 4 R. Reducantur numeri ad ℞ C q 512 C, & ℞ C q 16 R, prout in appoſito ſchemate apparet.



Deinde multiplica ℞ C q 512 C, ℞ C q 512 C. ℞ C q 16 Q. per ℞ C q 16 R, fient ℞ C q 8192 Ss. Ex diviſione verò ℞ C q 512 C, per ℞ C q 16 R, fit Quotus ℞ C q 32 R.

CAPUT VII.

De Binomiis, Polynomiis, Reſiduis ſeu Apotomis.

ALgebræ Scriptores vocant omnes numeros irrationales conſtantes duabus particulis, & ſigno †, binomia; conſtantes duabus particulis, & ſigno -, reſidua ſeu apotomas; conſtantes tribus, quatuor &c: particulis, & ſignis quibuscunq;, trinomia, quadrinomia &c: & uno vocabulo polynomia. *Binomia, Polynomia.* Euclides tamen lib.10 Element. propoſ.37. & 74. tunc ſolum numeros binos copulatos per ſignum † vel -, vocat binomia, vel reſidua, quando duo illi numeri copulati ſunt rationales ſolum potentià commenſurabiles, quamvis alter illorum ſit radix ſurda, vel etiam uterque. Ut 6 † ℞ q 20 item ℞ q 1 Q - 4. Itaque non omnis numerus qui gerit ſignum ℞ q, eſt irrationalis.

Sex porrò Binomiorum & Reſiduorum ſpecies conſtituit Euclides citato lib.10. Tres priores ſunt quando quadratum majoris nominis ad exceſſum ſupra quadratum minoris eſt, ut numerus quadratus ad numerum quadratum. Tres poſteriores, quando quadratum majoris nominis ad dictum exceſſum non eſt, ut numerus quadratus ad numerum quadratum. Lege Clavium cap.27. Algebræ, ubi fusè de hac re.

Extractio radicum ex binomiis & reſiduis.

Extractio radicum ex binomiis & reſiduis. EXtractio radicum ex binomiis & reſiduis quibuſcunque fit hoc modo. *I. Cape differentiam quadratorum utriuſque nominis, ex ea; extrahe radicem quadratam. II. Radicem inventam cum majori nomine adde, tum ab illo ſubtrahe. III. Radicem quadratam ſemiſſis illius ſummæ conjunge cum radice quadrata ſemiſſis illius reſidui per ſignum †, ſi propoſitum eſt binomium vel disjunge per ſignum -, ſi eſt reſiduum ſeu apotome & habebis radicem binomii aut reſidui quæſitam.* Sit extrahenda radix ex hoc binomio: 14 † Q 180. Quadrata harum duarum particularum ſunt 196. & 180, differentia horum quadratorum eſt 16; radix quadrata hujus differentiæ eſt 4; hæc addita & ſubtracta majori nomini, conflat 18. relinquit 10; hujus ſummæ & reſidui ſemiſſes ſunt 9, & 5; quadratum harum radices ſunt 3, & ℞ q 5; quibus connexis ſigno †, reſultat radix quæſita 3 † ℞ q 5. Hanc ſi duxeris in ſe quadratè, redibit dictum binomium 14 † ℞ q 180; quod ſignum eſt operationem fuiſſe rectè peractam. Si fuiſſet propoſita hæc apotome ſeu reſiduum, 14 ℞ q 180; debuiſſet operatio eodem modo inſtitui, & ultimæ particulæ inventæ deberent ita disjungi, 14 - ℞ q 180. Demonſtratio pendet ex Propoſit.4. libri 2. Euclid. quam vide apud Clavium in Algebra cap. 28, & apud Lanzium in Arithm. lib.3. cap.1. art.7.

Atq; hæc ſufficiant, plura & accuratiora in forte taſſis Opuſculo dabimus. Supereſſet ut uſum numerorum

rum irrationalium per exempla doceremus, ſicut ſuprà eundem oſtendimus in numeris rationalibus. Sed id abundè præſtabimus in ſequenti Exercitatione.

PARS V.

EXERCITATIONES ALgebraicæ, in numeris rationalibus & irrationalibus.

Exercitatio algebraica in numeris rationalibus & irrationalibus.

SVprà in fine par. 3. illa tantùm algebraica ænigmata propoſuimus, in quibus occurrebant numeri rationales, quoniam irrationalium uſum nondum tradideramus. Nunc promiſcuè omnis generis exempla, tam in irrationalibus, quàm rationalibus numeris proponemus. Exempla vel nos ipſi olim, cùm plus otij ſuppeteret, excogitavimus, vel ab aliis nobis propoſita ſolvimus, vel ex aliis deſumpſimus, neque enim temporis anguſtiæ ſumma quibus premimur, permittunt ut novis excogitandis, ſolvendis, examinandis operam demus. Tyronibus gratificari cupimus, & varia ſubminiſtrare exempla, quæ ſecundùm traditas hactenus toto hoc libro regulas examinent, & ad quorum imitationem alia ſimilia cudere addiſcant. Ordinem alium non ſervabimus, quàm quem calamus inter ſcribendum ſuggeret.

Exercitatio I.

Canales quatuor eijciunt aquam hac lege, ut primus implere poſſit pilam diebus 2, ſecundus eandem pilam diebus 3. tertius eandem diebus 4, quartus denique eandem ¼ diei, ſeu horis ſex. Quæritur, ſi omnes quatuor canales ſimul influant in eandem pilam, quanto tempore impleant.

HOc eſt problema Ptolemæi de leonis ænei canalibus, quod ex libro 1. Epigrammatum Græcorum deſumptum, proponit Clavius in Algebra circa finem his verbis. *Æneus ego ſum leo: canales verò mihi ſunt oculi duo, & os, cum palma dextri pedis. Implent autem craterem eundem, dexter quidem oculus duobus diebus ſiniſter verò tribus, & palma quatuor diebus, porrò ſex horis os implere eum poteſt. Hæc igitur ſimul omnia. & os, & oculi & palma, dic quanto tempore eundem craterem impleant?* Quæſtionem hanc prioribus verbis expreſſam propoſuit mihi olim in Sicilia per litteras datas ex inferiori Petralia 10. Calend. Aug. 1652. Vir doctiſſimus, & inſignis Algebriſta, Vitus Trapanus Art. & Medic. Doctor; quam ſolvi ut ſequitur.

Pono pro tempore incognito, quo omnes ſimul canales fluentes implerent pilam, 1 R horarum. Et quoniam primus canalis ad eandem implendam requirit horas 48, ſecundus horas 72, tertius horas 96, quartus horas 6; dico per Regulam Trium: Si 48 horæ implent 1 pilam, 1 R horarum quantum implent? invenio $\frac{1}{48}$ R pilæ pro primo canali. Eodem modo procedo cum 72 horis, & invenio $\frac{1}{72}$ R pilæ pro ſecundo canali, & $\frac{1}{96}$ R pro tertio, & $\frac{1}{6}$ R pro quarto. Sic ergo ſtabit exemplum.

Hor.	Pila.	Hor.	Pila.
48.	1.	1 R?	$\frac{1}{48}$ R.
72.	1.	1 R?	$\frac{1}{72}$ R.
96.	1.	1 R?	$\frac{1}{96}$ R.
6.	1.	1 R?	$\frac{1}{6}$ R.

Omnes partes inventæ ſimul collectæ, faciunt ſummam $\frac{61}{288}$ R pilæ, ut conſtat, ſi fractiones reducantur, & addantur, juxta dicta lib. 2. par. 1. cap. 2. art. 5. & 7. quæ quidem $\frac{61}{288}$ R ſunt æquales uni pilæ. Diviſo igitur 1, per $\frac{61}{288}$, fiet 1 R $\frac{288}{61}$ horarũ, id eſt, horæ 4 $\frac{44}{61}$. Et tanto tempore implebitur pila, omnibus ſimul influentibus canalibus.

Hoc ita eſſe, probatur per eandem Regulam Trium ſic: Si 48 horæ implent 1 pilam, 4 $\frac{44}{61}$ horæ quantum implebunt. Reperio primum canalem intra horas 4 $\frac{44}{61}$ implere $\frac{6}{61}$ pilæ. Eodem modo reperio, ſecundum canalem toto dicto tempore implere $\frac{3}{61}$ pilæ, tertium $\frac{4}{61}$, quartum $\frac{48}{61}$: quæ omnes Partes efficiunt $\frac{61}{61}$ pilæ, hoc eſt, 1 pilam. Sic ergo ſtabit exemplum.

Horæ.	Pila.	Horæ.	Pila.
48.	1.	4 $\frac{44}{61}$?	$\frac{6}{61}$
72.	1.	4 $\frac{44}{61}$?	$\frac{3}{61}$
96.	1.	4 $\frac{44}{61}$?	$\frac{4}{61}$
6.	1.	4 $\frac{44}{61}$?	$\frac{48}{61}$

Annotatio.

EAdem quæſtio ſolvi poteſt ſine Algebra quatuor modis ſequentibus.

Primò ſic.

FIngatur numerus capacitatis pilæ, ex quo per ſingulos prædictos horarum numeros, 48, 72, 96, 6. diviſo reſultent partes aliquotæ integræ ſine minutijs, ad faciliùs inſtituendas operationes, & ad minutias in ijs vitandas. Talis eſt numerus 288: hoc enim diviſo per 48, proveniunt 6 pro Quoto; & diviſo per 72, proveniunt 4: & per 96 diviſo, proveniunt 3: ac tandem per 6 diviſo, proveniunt 48: qui omnes Quoti ſimul collecti efficiunt ſummam 61. Capit ergo pila urnas, vel dolia, vel quaſcunque alias menſuras 288, numerus autem 61 eſt pars capacitatis pilæ; quæ pars ita ſtabit, $\frac{61}{288}$. Hæc autem pars canalibus ſimul influentibus impletur tem-

tempore horæ 1, quoniam numerus 288 diviſus eſt per horas 48, 72, 96, 6. Dic igitur per Regulam auream: ſi pilæ capacitas $\frac{61}{288}$ impletur tempore horæ 1, quanto tempore implebuntur $\frac{288}{288}$, quæ ſunt integra pila? Et operando invenies pilam implendam tempore horarum $4\frac{44}{61}$, ut per Algebram inventum fuit.

Secundò ſic.

PRimus canalis implet pilam horis 48, ſecundus horis 72, tertius horis 96, quartus horis 6. Ducantur 48 in 72, & producetur numerus 3456: hic ducatur in 96, & producentur 331776. hic ducatur in 6. & producentur 1990656. Hic ultimus numerus dividatur per numeros horarum ſingulis canalibus attributarum, nempe per 48, per 72, per 96, per 6; & provenient 41472, 27648, 20736, 331776; qui omnes Quotientes in unum collecti efficiunt ſummam 421632. Per hanc ſummam divide numerum 1990656, & fiet Quotiens 4. remanebuntque 304128, quæ diviſa per eundem Diviſorem 421632, tandem abibunt in $\frac{44}{61}$. Totum ergo tempus quo impletur pila à quatuor canalibus influentibus, eſt horæ $4\frac{44}{61}$, ut antea.

Tertiò ſic.

ADdantur ſimul numeri horarum canalibus influentibus attributarum, nempe 48, 72, 96, 6, & fiet ſumma 222; quâ diviſâ per 48, fit Quotiens $4\frac{30}{48}$; per 72, fit $3\frac{6}{72}$; per 96, fit $2\frac{30}{96}$; per 6, fiunt 37; qui omnes Quotientes ſimul ſumpti efficiunt ſummam $47\frac{1}{48}$. His ſic ſtatutis, dividatur ſumma horarum 222 per ſummam Quotientium $47\frac{1}{48}$, & fiet Quotiens 4, qui eſt numerus horarũ, quo reclutis omnibus canalibus implebitur pila. At quoniam peractâ diviſione remanet numerus 1628, & Diviſor fuit 2257 (ſcilicet $47\frac{1}{48}$ reducta ad minutiam) oportet invenire communem Diviſorem, per quem tum numerus 1628 qui remanſit, tum numerus 2257 qui eſt Diviſor, dividantur. Hic autem communis Diviſor poteſt 37, quo ſi dividantur 1628, fit Quotiens 44; & diviſis 2257 per eundem numerum 37, fit Quotiens 61: unde ſic ſtabit fractus $\frac{44}{61}$, ut antea.

Quarto ſic.

SI primus canalis influeret per 1 horam, impleret $\frac{1}{48}$ capacitatis pilæ: ſi verò ſecundus influeret per 1 horam, impleret $\frac{1}{72}$; ſi tertius impleret $\frac{1}{96}$; ſi denique quartus, impleret $\frac{1}{6}$: quæ omnes partes in unum collectæ efficiunt ſummam $\frac{[illegible]}{6912}$. Et tantum capacitatis pilæ impleretur per 1 horã, influentibus omnibus canalibus. Nunc ad vitandam longam ac moleſtam operationem, minuatur fractus numerus $\frac{[illegible]}{69129}$ & abibit in fractum minimæ denominationis, qui erit $\frac{61}{288}$. Tum dicas per Regulam proportionum: ſi $\frac{61}{288}$ capacitatis pilæ impletur per 1 horam: quanto tempore implebitur 1 pila? Et invenies tempus horarum $4\frac{44}{61}$, ut in antecedentibus.

Exercitatio III.

Trium ſocietas, Primus poſuit quadratum $\frac{1}{3}$ ſecundi, tertium neſcio, ſcio autem ſecundum & tertium poſuiſſe duplum primi, & ex communi lucro, quod fuit unc. 93, obtigiſſe tertio uncias 38, tarenos 22, grana 10. Quæritur, quantum quiſque poſuerit.

HAnc quoque quæſtionem propoſuit mihi ſupradictus Dominus Doctor Vitus Trapanus in moneta Sicula, cujus una uncia valet 30 tarenos, & unus tarenus 20 grana. Eam diſſolvi ut ſequitur.

Poſuerit ſecundus 1R. Primus ergò poſuit $\frac{1}{9}$ Q; ſecundus verò & tertius ſimul poſuerunt $\frac{2}{9}$ Q, ut poſuerit duplum primi: quod eſt dicere, primus poſuit 1, ſecundus autem & tertius ſimul poſuerunt 2. Dividendum ergo lucrum in tres partes æquales, quarum una contingat primo, & reliquæ duæ ſecundo ac tertio ſimul. Et ſic primo contingunt unciæ 31, reliquæ verò unciæ 62 obveniunt ſecundo ac tertio: ſed tertio obtigerunt unciç 38, tareni 22, grana 10; reliquum ergo $\frac{1}{3}$, quod eſt unciæ 23, tar. 7, gr. 10, obtigit tertio: His habitis, ut ſcias quantum diviſim poſuerint primus & ſecundus, videas quænam proportio ſit inter unc. 23. 7. 10. ſecundi, & uncias 31 primi; invenies proportionem $\frac{93}{124}$, id eſt, $\frac{3}{4}$ pro minori proportione. Ex hac proportione invenies, quantum primus, quantum ſecundus, & quantum tertius poſuerit; idque tripliciter.

Primò ſic.

CUm pecuniæ ſecundi ſint $\frac{3}{4}$ primi; ſume $\frac{1}{3}$ ſecundi, quæ eſt $\frac{1}{4}$; hanc duc in ſe quadratè juxta quæſtionem, & habebis $\frac{1}{16}$; per hanc divide $\frac{3}{4}$ ejuſdem ſecundi, & fiet Quotus 12, numerus quem poſuit primus. Cùm ergo primus poſuerit quadratum tertiæ partis ſecundi, & una tertia ſecundi ſit 4; poſuit primus 16. Cumq; ſecundus & tertius poſuerint duplum primi, oportet ſecundum poſuiſſe 20, ut ſimul cum 12 ſecundi efficiat 32, duplum primi.

Secundò ſic.

CUm inter primum & ſecundum minor proportio ſit $\frac{3}{4}$, ſecundus poſuit $\frac{3}{4}$ primi. Si igitur primus poſuit 4, ſecundus poſuiſſet 3. Dic ergo juxta quæſitum: tertia pars numeri 3, eſt 1; duc 1 in ſe quadratè, & habebis 1; divide 4 primi per 1 Q ſecundi, relicto charactere Q, & habebis 4; & 4 fuit radix primi; ergo primus poſuit 16; & cum illa radix 4 ſit tertia pars ſecundi, ſequitur ſecundum poſuiſſe 12; ergo &c.

Tertiò ſic.

CUm major proportio inter primum & ſecundum ſit $\frac{124}{93}$, id eſt, $\frac{4}{3}$; ponatur primum poſuiſſe 1 R, & juxta quæſitum duc $\frac{1}{3}$ R in ſe quadratè, & habebis $\frac{1}{9}$ R; per quam divide minorem propor-

 tio-

tionem $\frac{3}{8}$, & habebis $\frac{96}{8}$, id eſt, 12. Et tantum poſuit ſecundus. Ergo &c.

Operationem fuiſſe ritè inſtitutam, probari poteſt per Regulam Societatis, ſeu per Regulam trium repetitam. Item per eaſdem proportiones ſic.
Primus qui poſuit 16, poſuit quater 4.
Secundus qui poſuit 12, poſuit ter 4.
Tertius qui poſuit 20, poſuit quinquies 4.
Ergo omnes poſuerunt duodecies quatuor. Dividatur ergo lucrum unciarum 93 in partes æquales duodecim: & erit pars quælibet unciæ 7 $\frac{3}{4}$: id eſt, unciæ 7, tareni 22, grana 10. Hanc primus habere debet quater; ſecundus ter; tertius quinquies: habebit ergo ex communi lucro
Primus unc. - 31.
Secundus unc. - 23. 7. 10.
Tertius unc. - 38. 22. 10.
Omnes ſimul - 93. 0. 0.

Annotatio.

Quæſtionem præcedentem cùm alteri cuidam inſigni Mathematico oſtendiſſem, eam in hunc modum ſolvit, & ſolutionem ſcripto tradidit.

Primus ſi poſuerit 1 Q. ſecundus poſuit 3 R. quia radix quadrata primi tertia pars eſt ſecundi: & ſecundus ac tertius ſimul poſuerunt 2 Q. numerum duplum primi. & ideo omnes tres ſimul poſuerunt 3 Q: & quia 3 Q non æquantur numero, apparet hanc quæſtionem agere de impoſſibili.

Datur inſuper lucrum tribus dictis ſociis commune, uncia 93. & etiam lucrum tertii unciarum 38, 22, 10. Et quia primus poſuit 1 Q, partem ſcilicet tertiam 3 Q, quot dicti ſocii poſuerunt: obtigêre primo unciæ 31, pars ſcilicet tertia tot. ius lucri. Subtractis igitur à toto lucro 93 unciarum unciis 31 quod eſt lucrum primi; & unciis 38, 22 10, quod eſt lucrum tertii: remanet lucrum ſecundi unciæ 23, 7, 10. Et hæc tria lucra ſunt termini rationum numerorum quot dicti ſocii poſuerunt, & reducuntur ad tres numeros, 4. 3, 5, ita ut primus terminus reducatur ad 4, ſecundus ad 3, tertius ad 5.

Inveniendi ſunt igitur tres numeri, ſervantes inter ſe rationes 4, 3, 5, ita ut quadratum tertiæ partis ſecundi æquetur primo. & ſecundus cum tertio ſimul ſint æquales duplo primi.

Pono igitur primum poſuiſſe 4 Q. Secundus ergo poſuit 3 Q. & tertius 5 Q, & conſequenter ſecundus ac tertius ſimul poſuerunt 8 Q, quæ æquantur duplo primi. Conſequens igitur eſt, ut 1 Q, ſcil. quadratum tertiæ partis 3 R. quas poſuit ſecundus, æquetur 4 Q: & dividendo æqualitatis terminos per 1 Q, reſultat æqualitas inter 1 Q & 4. Igitur primus quem ſuppoſuimus poſuiſſe 4 Q. poſuit uncias 16: & ſecundus, quem diximus poſuiſſe 3 Q. poſuit uncias 12: & tertius, cui aſcribuntur 5 Q poſuit uncias 20.

Poſuit igitur primus trium ſociorum uncias 16, ſecundus uncias 12. tertius uncias 20: nam ſi pecuniæ ſecundi & tertii ſunt unciæ 32. quod eſt duplum primi. & quadratum 4 tertiæ partis ſecundi æquale eſt numero 16; nimirum pecuniæ primi: & inſuper lucro unciarum 93 diviſo dictis tribus ſociis pro rationibus poſitis: numerum per uncias 16 primi, & per uncias 12 ſecundi, & per uncias 20 tertii, obtingunt primo unciæ 31: ſecundo unciæ 23, 7, 10: & tertio unciæ 38, 22, 10.

Exercitatio III.

Trium ſocietas: primus poſuit $\frac{1}{4}$ ſecundi in ſe quadratè ductas, & ultimò ſubtractis 5: tertium ignoro: commune lucrum fuit unciæ 177, ex quo obtigerunt tertio unciæ 45, & ſecundo unciæ 18. Quæritur quantum unuſquiſque poſuerit, & procedendi modus.

ET hanc quæſtionem propoſuit idem qui ſuprà, Doctor Vitus Trapanus: quam ſolvi ut ſequitur.

Dum habemus lucrum unciarum 177. commune dictis ſociis; & lucrum tertii unciarum 45: & lucrum ſecundi unciarum 18: remanet lucrum primi fuiſſe uncias 114. Unde tria dicta ſociorum lucra ſunt termini rationum pecuniarum, quas dicti ſocii poſuerunt, nimirum 114, 18, 45: qui termini ſi dividantur per 3, reducuntur ad minores 38, 6, 15. Ideo inveniendi ſunt tres numeri inter ſe ſervantes prædictam rationem, ſcilicet primi ad ſecundum ut 38 ad 6, & ſecundi ad tertium ut 6 ad 15, ita ut $\frac{1}{4}$ ſecundi quadratè multiplicatæ, & ultimò ſubtractis 5, æquales ſint primo.

Sit igitur primus 38 R, & ſecundus 6 R, & tertius 15 R. $\frac{1}{4}$ ſecundi ſunt $\frac{9}{2}$ R: quę quadratè multiplicatæ producunt $\frac{81}{4}$ R: à quibus ſubtractis 5, remanent $\frac{81}{4}$ R - 5, æqualia 38 R primi; & addendo utrique æqualitatis termino 5, & omnia per 4 multiplicando, reſultat æquatio inter 81 R, & 152 R † 20. Quare valor 1 R eſt 2. Et quoniam primus poſuit 38 R, dedit 15. ad negotiationem uncias 76: ſecundus autem, qui poſuit 6 R, dedit uncias 12: & tertius qui poſuit 15, dedit uncias 30. Sub iſtis numeris unciarum quos poſuerunt dicti ſocii, conveniunt iiſdem prædicta lucra: & inſuper $\frac{1}{4}$ ſecundi in ſe quadratè ductæ, ſcilicet 9 in ſe quadratè ductæ, producunt 81: à quibus ſublatis 5, remanent unciæ 76, quas ad negotiationem poſuit primus ut quærebatur.

Exercitatio IV.

Duo vendebant: hic pyra, ille poma. Vendens pyra dixit vendenti poma: des mihi poma 45, & ego dabo tibi grana 6, & pyra 9: & ita juſtè factum fuit. Dixit poſtea vendens poma vendenti pyra: des mihi pyra 30, & ego dabo tibi grana 7, & poma 15: itaq; fecerunt. Quæritur pretium unius pyri, uniuſq; pomi, & modus operandi.

AB eodem ſupradicto Doctore propoſita fuit & hæc quæſtio: quam ſolvi in hunc modum:

Dum poma 45 æqualia ſint granis 6 † pyris 9: & pyra 30 æqualia ſint granis 7 † pomis 15: erunt poma 45 † pyra 30, æqualia granis 13 † pomis 15, & † pyris 9. Ablatis ab utraque parte pomis 15 † pyris 9: erunt poma 30, & pyra 21, æqualia granis 13. Et quia pyra 30, æqualia ſunt granis 7 † pomis 15: erunt

pyra

pyra 60 æqualia granis 14 † pomis 30: & æqualibus æqualia addendo, ſcilicet pomis 30 † pyris 21, addendo pyra 60; & granis 13 addendo grana 14 † poma 30; reſultat æqualitas inter poma 30 † pyra 81, & grana 27 † poma 30. Poſtremò auferendo ab utraque parte poma 30; erunt pyra 81 æqualia granis 27. Unde 3 pyra valent granum 1.

Et ſi 3 pyra valent granum 1, pyra 9 valebunt grana 3. unde grana 6 † pyra 9, ſcilicet grana 9, erunt æqualia pomis 45: quare poma 5 valebunt granum 1.

Exercitatio V.

Eſt quadratum, cujus latus & diametrus ſimul faciunt 10: *quæro, quantum ſit latus, quanta diametrus.*

HOc problema proponit ac ſolvit *Lanzius* lib. 4 Arithm. cap. 2. propoſ. 1. in hunc modum. Pono latus 1 R: erit ergo diametrus 10-1 R. Et quia, *per 47. primi Euclid.* quadratum diametri eſt duplum quadrati lateris, eſtque quadratum lateris 1 Q. quadratum verò diametri eſt 100-20 R † 1 Q; erunt hæc, 2 Q, his 100 20 R † 1 Q. æqualia; & factâ reductione, hoc, 1 Q, his, 100 20 R. Semiſſis numeri radicum eſt 10; ejus quadratum 100, additum abſoluto 100, facit 200; de cujus radice ſi tollatur ſemiſſis numeri radicum, erit latus ℞ q 200-10; quod ex 10 ſubtractum, relinquit diametrum 20 ℞ q 200.

Exercitatio VI.

Eſt quadratum, cujus latus ductum in differentiam lateris & diametri, producit 10: *Quæro latus, & diametrum.*

HOc quoque problema proponit *Lanzius* lo. cit. propoſ. 2. & ſolvit hac ratione. Pono latus 1 R, per quod ſi dividantur 10, prodit differentia lateris & diametri $\frac{10}{1R}$. cui ſi addatur 1 R, nimirum latus; prodit diametrus $\frac{10}{1R}$ † 1 R, ſive (particulis ad eandem denominationem ductis) $\frac{10 † 1Q}{1R}$. cujus quadratum $\frac{100 † 20 † 1Qq}{1Q}$. cùm quadrati lateris ſit duplum; erit inter 2 Q. & $\frac{100 † 20 † 1Qq}{1Q}$ æqualitas. Quæ ſi ad eandem denominationem reducantur, & communis Denominator tollatur; erit etiam inter 2 Qq, & 100 † 20 q † 1 Q, æqualitas; & reductione fa[illegible], inter 1 Qq, & 100 † 20 q. Diviſis ergo 100 † 20 q, per 1 Q; proveniunt 100 † 20 q. Semiſſis numeri r[illegible]dicum [illegible]ſt 10; ejus quadratum 100, additum abſolu[illegible] [illegible]cit 200; cujus radici ℞ q 200 ſi [illegible]d latur ſemiſſis numeri radicum, conſtantur ℞ q 200 † 10, quadratum lateris: ergo quadratum diametri eſt ℞ q 800 † 20; adeoque diametru[illegible] [illegible]ſt ℞ [illegible] ℞ q 800 † 20) & l[illegible]teris ℞ q(℞ q 2[illegible] [illegible]) Subtractum latus ex di[illegible]metro relinquit ℞ q [illegible] 800 † 20)-℞ q [illegible] ℞ q 200 † 10.) Ducto [illegible] latere ℞ q(℞ q 100 [illegible] 10) in ℞ q (℞ q 800 † 20)-℞ q(℞ q 200 [illegible] 10,) producuntur 10.

Annotatio.

MUltiplicatio prædicta fit hoc modo. Ex ℞ q (℞ q 200 † 10) in ℞ q (℞ q 200 † 10,) fit quadratũ lateris; tollitur enim duntaxat character ante parenthesin, & propter diverſa ſigna ponitur ſignum hoc-. Ductis verò ℞ q(℞ q 800 † 20) in ℞ q (℞ q 200 † 10) producuntur ℞ q (℞ q 160000 † ℞ q 80000 † ℞ q 80000 † 200) ſive ℞ q(160 00 † 320000 † 200;) & radice ipſius ℞ q 160000, additâ ad 200, fit hoc binomium, (600 † ℞ q 320000 cujus binomij radix eſt 20 † ℞ 200: unde ſi tollam ℞ q 200 † 10, nempe quadratum lateris ℞ q (℞ q 200 † 10) reſtant 10.

Exercitatio VII.

Dividatur numerus 100 *in duas partes, quæ in ſe ductæ faciant* 1000.

SOlvit hoc *Lanzius* lo. cit. probl. 3. ſic. Pono primam partem 1 R: erit igitur altera 100-1 R. Hæ partes in ſe ductæ faciunt 100 R 1 Q. quæ ſunt his, 1000, æqualia; & factâ reductione, hoc, 1 Q. eſt æquale his, 100 R-1000 Si ex quadrato ſemiſſis numeri radicum, nempe ex 2500, ſubtrahatur abſolutus, reſtant 1500: cujus numeri radix quadrata ℞ q 1500, ſi addatur, & ſubtrahatur ſemiſſi numeri radicum; exurgunt partes, major 50 † ℞ q 1500; minor 50 ℞ q 1500. Hæ partes additæ, faciunt 100; in ſe verò ductæ procreant 1000.

Exercitatio VIII.

Eſt quadratum, cujus latus eſt 7: *quæritur diameter.*

PRoponit & ſolvit *Clavius* cap. 32. Algebræ ænigm. 15. ſic. Quadratum lateris eſt 49; cujus duplum eſt quadratum diametri *per 47 primi*. Igitur quadratum diametri eſt 98; & ipſa diameter eſt ℞ q 98.

Exercitatio IX.

Eſt quadratum, cujus diameter eſt ℞ q 98: *quæritur latus.*

QUoniam quadratum diametri duplum eſt quadrati lateris; eſtque quadratum diametri 98, erit quadratum lateris 49. & latus ipſum ℞ q 49, hoc eſt 7. *Idem Clavius lo. cit. ænigm.* 16.

Exercitatio X.

Eſt quadratum, cujus diameter & latus faciunt ſummam 6, *quæruntur diameter, & latus.*

ESt hoc problema ſimile problemati 5, & proponitur ac ſolvitur à *Clavio* lo. cit. ænigm. 17. ſic. Ponatur l[illegible]tus 1 R, ac proinde diameter 6-1 R. Et quia quadratum diametri duplum eſt quadrati lateris; eſtque quadratum lateris 1 Q, & quadratum diametri 36 12 R † 1 Q; erit æquatio inter 2 Q, & 36 12 R † 1 Q, & ablato 1 Q utrimque, inter 1 Q. & 36-12 R. Jam ſic. Semiſſis numeri radicum eſt 6; ad cujus quadratum 36, ſi addantur 36, fit numu-

rus 72; à cujus radice ℞ q 72, ſi prædicta ſemiſſis 6 dematur, reliqua fiet æſtimatio 1 R, ℞ q 72 - 6; atque tantum erit latus: quod demptum ex 6, reliquum faciet diametrum 12 - ℞ q 72, ut in hac formula vides. Quod probatur, quia quadratum diametri a 16 - ℞ q 4 t 472, duplum eſt quadrati lateris 108 - ℞ q 10368. Et diameter ac latus faciunt ſumam 6.

℞ q 0 † 6		
℞ q 72 - 6		
12		- ℞ q 72

Exercitatio XI.

Inveniatur numerus, cujus quadruplum cum ejusdem numeri quadrato, faciat 400.

POno numerum quæſitum eſſe 1 R: hujus quadruplum eſt 4 R, ejusdem verò quadratum eſt 1 Q: quæ ſimul faciunt 1 Q † 4 R. Æqualitas ergo eſt inter 1 Q † 4 R, & 400: & reductione factâ, inter 1 Q, & 400 - 4 R. Quare radix quadrata hujus numeri, 400 - 4 R, erit numerus quæſitus. Semiſſis numeri radicum eſt 2: cujus quadratum, 4, addo numero abſoluto 400, quia gerit ſignum †, & facio 404: à cujus radice quadrata, quæ eſt ℞ q 404, ſi prædicta ſemiſſis 2 dematur, fiet 1 R ℞ q 404 - 2 numerus quæſitus.

Exercitatio XII.

De Palladis ſtatua aurea, quotnam illa auri talenta appendat.

INter alia Ptolomæi ænigmata, quæ lib. 1. Epigrammat. Græcor. habentur, refert Clavius in fine Algebræ hoc quod ſequitur.

Pallas ego ſum, malleo hunc in modum fabrefacta: ſed aureum munus eſt juvenum qui in ſtudio verſantur Poëtices. dimidiam quidem auri partem contulit Chariſius: octavam verò Theſpis: decimam deinde Solon: & vigeſimam Themiſon: reliqua autem novem talenta, & mercedem item qua artifici habebatur, contulit Ariſtodicus. Quæritur de toto pondere ſtatuæ, & quot quiſque talenta contulerit.

Clavius ſic reſolvit. Ponatur pondus ſtatuæ 1 R talentorum auri. Ergo Chariſius contulit $\frac{1}{2}$ R talentorum, Theſpis $\frac{1}{8}$ R, Solon $\frac{1}{10}$ R, Themiſon $\frac{1}{20}$ R, & Ariſtodicus 9 talenta: quæ omnes partes ſimul conficiunt $\frac{31}{40}$ R † 9, ſummam æqualem 1 R. Ablatis igitur $\frac{31}{40}$ R, utrinque, æqualitas erit inter 9, & $\frac{9}{40}$ R. Diviſis igitur 9 per $\frac{9}{40}$, fiet 1 R 40. Atque tot talentorum fuit ſtatua. Chariſius ergo contulit 20 talenta, nimirum ſemiſſem totius ponderis; Theſpis 5 talenta, octavam ſcilicet partem; Solon 4 talenta, nimirum partem decimam; Themiſon denique 2 talenta, partem videlicet vigeſimam: quæ omnes partes, cum 9 talentis quæ contulit Ariſtodicus, conficiunt 40. talenta.

Annotatio I.

HUic ænigmati ſimile eſt aliud ejusdem Ptolemæi de numero boum armenti Augeæ. Ita rogatus enim Augeas ab Hercule de boum ſuorum numero, reſpondit: Media pars horum paſcitur circa fluviũ Alpheum; octava autem pars circa Saturni collem; duodecima juxta loca Taraxippi; vigeſima circa Elidem; trigeſima est in Arcadia; reliqui 50 numero apud me ſunt. *Quæſtio igitur eſt de numero boum, & quotnam in ſingulis locis fuerint.* Clavius *ita ſolvit citato loco. Ponatur numerus boum 1 R. Ergo juxta fluviũ Alpheum fuerunt $\frac{1}{2}$ R boum; & circa collem Saturni $\frac{1}{8}$ R; & juxta Taraxippum $\frac{1}{12}$ R; juxta Elidem $\frac{1}{20}$ R; in Arcadia $\frac{1}{30}$ R; & apud Augeam 50 boves: quæ omnes partes ſimul conficiunt $\frac{19}{24}$ R † 50, ſummam æqualem 1 R. Ablatis igitur $\frac{19}{24}$ R utrobique æqualitas erit inter 50, & $\frac{5}{24}$ R. Diviſis ergo 50, per $\frac{5}{24}$, fiet 1 R 240 pro numero omnium boum: quorum ſemiſſis 120 fuit circa fluvium Alpheum: & 30 boves, nimirum $\frac{1}{8}$ omnium totius armenti, circa collem Saturni: & $\frac{1}{12}$, nimirum 20, juxta Taraxippum: & $\frac{1}{20}$, nimirum 12, juxta Elidem: & $\frac{1}{30}$, nimirum 8 boves in Arcadia. Atque omnes hi boves, una cum 50 qui cum Augea erant faciunt 240.*

Annotatio II.

NEc abſimilis eſt hæc altera de ſtatuis Zethi Amphionis, & matris ipſorum Antiopes, quæ ſimiliter Ptolemæo adſcribitur, ac ita proponitur à Clavio. Ambo quidem nos 20 minas appendimus, Zethus pariter, & meus conſanguineus: at ſi de meis minis tertiam partem, minarum verò Amphionis quartam ſumpſeris; ſex in ſumma inventis, matris pondus reperies. Quæſtio eſt, quot minas tum Zethus, tum Amphion appenderint.

Pone pro Zetho 1 R minarum: ideoque pro Amphione minas 20 - 1 R, facieſque tertiam partem Zethi $\frac{1}{3}$ R, & quartam partem Amphionis 5 - $\frac{1}{4}$ R; quæ ſimul minas faciunt 5 † $\frac{1}{12}$ R, æqualem 6. Ablatis igitur 5 utrobique, erit æquatio inter $\frac{1}{12}$ R, & 1. Diviſa igitur 1, per $\frac{1}{12}$, fiet 1 R. 12. Atque tot minarum fuit ſtatua Zethi, Amphionis verò 8, & Antiopes 6, quæ minæ omnes faciunt 26.

Exercitatio XIII.

Alexander ſuperat Epheſtionem duobus annis: Clytus amborum annos, & præterea quatuor attigit; Calliſthenes annos natus 96, trium præcedentium ætatem implevit. Quæritur, quot annorum ſit Epheſtion, quot Alexander, quot Clytus.

PAſſim proponitur hoc ænigma, & ſic ſolvitur. Eſto 1 R pro annis Epheſtionis: erit itaque pro annis Alexandri 1 R † 2, & pro annis Cl[illegible] 2 R † 6. Hę tres partes additæ inter ſe, faciunt 4 R † 8 pro annis Calliſthenis, qui ponebatur habere annos 96. Æquatio ergo eſt inventa inter 4 R † 8, & 96; & abjectis 8 utrobique, inter 4 R, & 88. Diviſis ergo 88 per 4, Quotus o[illegible]ſtendit 1 R eſſe 22 pro annis Epheſtionis. Ergo Aleſander habet annos 24, & Clytus annos 50 qui omnes additi, dant 96, pro ætate Calliſthenis.

1 R.			
1 R	†	2	
2 R		6	
4 R	†	8	

PARS VI.

SPECIMEN ALGEBRÆ Specioſæ.

Algebræ Specioſæ ſpecimen.

ALgebra, ut initio huius Libri vidimus, dividitur in vulgarem ſive numeroſam, & in Vietæam (ſic dictam ab auctore Franciſco Vieta) ſive Specioſam. Algebra vulgaris ſeu numeroſa eſt (ut ibidem diximus) quæ numeris exhibetur; Algebra verò ſpecioſa, quæ per ſpecies ſive rerum formas litteris Alphabeti deſignatas, ſuas exercet operationes. Vtraque appellatur etiam Doctrina Analytica, ſeu Reſolutoria, quoniam reſolutoriè modo procedit, unde ſic definiri ambæ unâ communi definitione poſſunt:

Algebræ definitio.

Algebra eſt Ars (ſive Scientia) quæ aſſumptâ magnitudine quæſitâ tanquam iam notâ, & conſtitutâ inter eam aliasq; magnitudines datas æqualitate, invenitur ipſa magnitudo de qua quæritur. Algebra vulgaris ſeu numeroſa, quam hactenus explicavimus, ſolutiones problematum arithmeticorum tantum exhibet, idque ferè ſine demonſtrationibus; geometrica enim non ſolvit, niſi ad numeros redacta: at Specioſa algebra nullo genere problematum coërcetur, nec minùs utilis eſt ad invenienda omnis generis theoremata, quàm ſolutiones ac demonſtrationes problematum. Huius uſum ut intelligant Tyrones, ſpecimen aliquod exhibere quàm breviſſimè volui, deſumptum potiſſimùm ex Algebra Petri Herigoni, quam tradit to. 2. Curſus Mathematici.

CAPUT I.

Explicatio eorum quæ ad Algebræ Specioſæ cognitionem ac uſum ſunt neceſſaria.

MUlta quæ ad explicationem uſumque Algebræ Numeroſæ ſunt neceſſaria, ac in præcedentibus explicata, Specioſæ quoque Algebræ inſerviunt. Quædam tamen ſunt huic peculiaria, ſaltem ex parte; quæ hoc capite explico.

§. I.

Definitiones, & Terminorum explicationes ad Algebram Specioſam ſpectantes.

I.

Algebra Specioſa definitiones, ac terminorum explicati.

IN Algebra Specioſa magnitudines quæ ex genere ad genus, ſuâ vi proportionaliter aſcendunt, vel deſcendunt, vocantur Scalares; in Vulgari verò appellantur numeri Coſſici ab aliis, à nobis numeri Algebraici. Tales magnitudines & numeri ſunt, qui notantur in Tabella §. 2. ſequentis, & ſuprà par. 1. paſſim.

II.

Signa quibus deſignantur genera magnitudinum progreſſionis Scalarium, nuncupantur Characteres Coſſici ab aliis, à nobis Characteres Algebraici. Tales ſunt qui notantur in eadem Tabella ſub columna 3 & 4.

III.

Exponentes Characterum Coſſicorum ſeu Algebraicorum, oppoſiti Characteribus columnæ quartæ Tabellæ ſequentis, oſtendunt, quota unaquæque proportionalium, à prima proportionali progreſſionis geometricæ, inchoatæ ab unitate: ut a 4. oſtendit, 16 vel 81 eſſe quartam proportionalem in dictis progreſſionibus.

IV.

Characteres Coſſici ſeu Algebraici etiam in Algebra Specioſa variè à variis Auctoribus deſignantur. Nos cum Herigono utimur iis, in quibus Exponentes numeris ſunt expreſſi, nimirum iis, a1, a2, a3, a4, &c.

V.

Æquatio Algebraica.

Æquatio, quæ etiam in Specioſa Algebra eſt pars præcipua Regulæ Algebraicæ, eſt magnitudinis incertæ cum certa comparatio. Explicatio patet ex dictis ſuprà p. 2. ubi de Æquatione egimus. Magnitudo porrò incerta eſt radix, vel poteſtas, ut ex præcedentibus conſtat: ex quibus etiam patet quid ſit radix, quid poteſtas.

VI.

Poteſtas vel pura eſt, vel affecta. Pura eſt, quando nullum habet ſignum additionis aut ſubtractionis, ſeu affirmationis aut negationis, de quibus ſuprà par. 1. & paulò poſt § 4

VII.

Cùm afficiens homogeneum negatur de poteſtate, negatio eſt directa, ut cùm dicitur, a2-ab, eſt æquale ipſi d2. Cùm contrà poteſtas negatur de afficiente homogeneo ſub gradu, negatio eſt inverſa, ut cùm dicitur, ab-a2, æquivalet ipſi d2. Porrò.

VIII.

Magnitudo data cui comparantur reliqua, eſt homogeneum comparationis. In numeris homogenea comparationis ſunt unitates.

IX.

Subgradualis vel coefficiens, eſt magnitudo data, ſub qua & gradu parodico continetur homogeneum quâ afficitur poteſtas: ut in hac æquatione, a2 + a b, æquale eſt ipſi d2, b eſt ſubgradualis, & a gradus parodicus ad poteſtatem.

X.

Cùm radix de qua quæritur, in ſua baſe conſiſtens, datæ magnitudini homogeneæ comparatur, æquatio eſt ſimplex abſolutè: ut a eſt æquale ipſi b. Cùm verò poteſtas de qua quæritur, pura ab affectione, datæ homogeneæ magnitudini comparatur, æquatio eſt ſimplex climatica ſeu ſcalaris: ut a2 æquatur ipſi bd. Cùm poteſtas radicis de qua quæritur, affecta ſub deſignato gradu, & data coefficiente, datæ magnitudini homogeneæ comparatur, æquatio polynomia eſt, pro affectionum multitudine & varietate.

XI.

Magnitudines unius nominis vocantur ſimplices;

ces; & polynomiæ ſive plorium oominum, compoſitæ:

XII.

Quot ſunt gradus parodici ad poteſtatem, tot affectionibus poteſtas poteſt implicari. Itaque quadratum poteſt affici ſub latere ſeu radice; cubus ſub latere & quadrato; quadrato quadratum ſub latere, quadrato, & cubo &c.

XIII.

Cùm omnis æquatio præſupponat æqualitatem, comparatæ magnitudines debent eſſe homogeneæ. Itaque ſi magnitudo magnitudini additur, hæc illi homogenea eſt. Si magnitudo magnitudini ſubducitur, hæc illi homogenea quoque eſt. Si magnitudo in magnitudinem ducitur, quæ fit, hæc & illi heterogenea eſt. Si magnitudo magnitudini applicatur, magnitudo quæ applicatur eſt heterogenea reliquis duabus.

§. II.

Characteres Algebræ Speciosæ, eorumque explicatio.

Hos ſequens exhibet Tabella, in cujus columna prima & ſecunda perpendiculari continentur binæ progreſſiones geometricæ, non ab unitate, ſed à radice ſeu latere inchoatæ, in tertia verò continentur characteres algebraici Algebræ numeroſæ, & in quarta characteres algebraici Algebræ ſpecioſæ. Hos ultimos characteres conſtituunt Exponentes progreſſionum geometricarum unà cum prima Alphabeti litera. Quinta Columna exhibet characterum explicationem. *Characteres.*

Progreſſ. Geom.	*Progreſſ. Geom.*	*Charact. Numer.*	*Charact. Specio.*	*Significationes.*
2	3	l. vel r.	a 1,	latus vel radix.
4	9	q.	a 2,	quadratum.
8	27	c.	a 3,	cubus.
16	81	qq.	a 4,	quadrato-quadratum.
32	243	qc.	a 5,	quadrato-cubus.
64	729	cc.	a 6,	cubo-cubus.
128	2187	qqc.	a 7,	quadrato-quadrato cubus.

Hæ duæ aliæque quæcunque progreſſiones geometricæ, cum ſuis characteribus algebraicis, tam numeroſis, quàm ſpecioſis, horumque explicationibus, poſſunt ulteriùs extendi quòuſque libet, aut neceſſarium eſt, juxta dicta ſuprà par. 1

§. III

Significationes Signorum radicalium Algebræ Specioſæ.

Signa radicalia Algebræ ſpecioſæ. Signa radicalia appellamus, quæ ſignificant radices numerorum, quæcunque illæ ſint. Notatur ab Herigono eodem ferè ſigno, quo radices ſurdæ: at nos eas notamus ut ſequitur. Poteſt & hæc Tabella extendi ulteriùs quòuſque libet.

Notatio Radic.		*ſignificatio.*
Rq,	vel R 2.	radix quadrata,
Rc,	vel R 3.	radix cubica.
Rqq.	vel R 4.	radix quadrato-quadrata,
Rqc.	vel R 5.	radix quadrato-cubica.

§. IV.

Explicatio ſignorum affectionis Algebræ Specioſæ.

Signa affectionis vocamus hîc illa, quæ in præcedentibus appellavimus ſigna additionis ac ſubtractionis, vel ſigna auctionis ac diminutionis. His addimus nunc ſignum differentiæ, hoc eſt, reſidui poſt ſubtractionem minoris magnitudinis à majori. Itaque. *Signa affectionum Algebraica.*

+	ſignificat	plus.
-	ſignificat	minus.
-:	ſignificat	differentiam.

§. V.

Explicatio notarum Algebræ Specioſæ.

Notæ Algebræ ſpecioſæ.

ab	ſignificat	A in B, hoc eſt, A multiplicatum per B.
a2b	ſignificat	A quadratum in B, h. e. quadratum A multiplicatum per B.
ab2	ſignificat	A in B quadratum, h. e. A multiplicatum per B quadratum.
ap	ſignificat	A planum.
ap2	ſignificat	A plani quadratum.
ap3	ſignificat	A plani cubus
aſ	ſignificat	A ſolidum.
aſ2	ſignificat	A ſolidi quadratum.

CAPUT

CAPUT II.

De Logiſtica magnitudinum ſimplicium pro Algebra Specioſa.

Logiſtica Algebra Specioſa magnitudinum ſimplicium.

LOgiſtica apud Arithmeticos eſt modus addendi ſubtrahendi, multiplicandi, & dividendi. Alii vocant Algorithmum. Nos hoc libro ſuprà par. 1. & lib. 2. appellavimus Elementa Arithmeticæ, & Algebræ. Convenit in multis cum Logiſtica Algebræ numeroſæ, uti ex ſequentibus patebit, quæ ex Herigono deſumpta ſunt, quoniam perinde eſt ad explicationem, ſive noſtra, ſive aliena ponamus verba & exempla.

§. *De Additione.*

Additio Algebra Specioſa.

ADditio in iiſdem litteris fit ut in numeris abſolutis; at in diverſis litteris fit interjecto ſigno †.

Exemplum in iiſdem litteris.

a	b	5a	5a2
a	b	3a	3a2
2a	2b	8a	8a2

Exemplum in diverſis litteris.

a	5a
b	3b
a † b	5a † 3b.

§. *II. De Subtractione.*

Subtractio Algebra Specioſa.

SUbtractio in iiſdem litteris fit ut in numeris abſolutis; at in diverſis litteris fit interjecto ſigno --.

Exemplum in iiſdem litteris.

2a	8b	8aa
a	3b	5a2
a	5b	3aa

Exemplum in diverſis litteris.

a	b	5a
b	d	3b
a -- b	b -- d	5a -- 3b

§. *III. De Multiplicatione.*

Multiplicatio Algebra Specioſa.

MUltiplicatio in iiſdem litteris fit additione Exponentium; in diverſis verò litteris ponuntur litteræ continuè cum ſuis Exponentibus. Si litteræ habent numeros præpoſitos, multiplicari debent inter ſe ut in numeris abſolutis.

Exemplum in iiſdem & diverſis litteris.

a	a3	ba	a
a	a2	b	b
a2	a5	b3	ab

Exemplum in numeris præpoſitis

7a2	a	6a3
4a5	b	3ba
28a5	ab	18a3ba.

§. *IV. de Diviſione.*

Diviſio Algebra Specioſa.

DIviſio in iiſdem litteris fit ſubductione Exponentis Diviſoris ab Exponente Dividendi; in diverſis verò litteris fit fractio ſubjiciendo Diviſorem Dividendo. Quòd ſi litteræ habeant numeros præpoſitos, fiet diviſio ut in numeris abſolutis.

Exempla.

a5 / a2	(a3	b3 / ba	(b

Alia.

28a5 / 4a3	(4a2	7aba / ab	(7b

Aliud.

a3	a5
ba	ba

CAPUT III.

De Logiſtica magnitudinum compoſitarum.

Logiſtica Algebra Specioſa magnitudinum compoſitarum.

MAgnitudines compoſitæ ſunt, quæ habent ſigna † vel -. Hæc difficilior eſt quàm præcedens. Verba ferè & exempla Herigoni damus. Notandum magnitudines quibus non præponitur ſignum -, intelligi habere ſignum †.

§. *De Additione.*

Additio.

ADditio in iiſdem ſignis affectionis habet idem ſignum; in diverſis ſignis, additio eſt ſubtractio, & reſiduum habet ſignum majoris.

Exempla in iiſdem ſignis.

a2 † bd	a - 3b
aa † da	a - b
2aa † bd † da	aa - 4b.

Alia.

5a † 4	5aa - 4
4a † 3	4aa - 3
9a † 7	9aa - 7

Exempla in diverſis ſignis.

a2 † aab	a3 - aab
aa - ab	aa3 † aba
2aa † ab	5a5 - aab † aba.

Aliud.

6	a	a	†	8	a
a	a	a	-	10	a
8	a	a	-	2	a.

§. II. De

§. II. De Subtractione.

Subtractio. Signis affectionis magnitudinum ſubducendarum in contraria commutatis, fiat additio ut in præcedenti §.

Exempla in iiſdem ſignis.

3a -- 7b	a2 † bd
a -- b	a2 † d2
2a † 6b	bd - d2

Alia.

7a2 † 2ab	7a2 - 2ab
5a2 † 8ab	5a2 - 8ab
2a2 - 6ab	a22 † 6ab

Exempla in diverſis ſignis.

8a2 † 6ab	2a3 - a2b
2a2 - 10ab	a3 † ab2
6a2 † 16ab	a3 - a2b - ab2

Aliud.

8a2 -- 3ab
7ab -- 5a2
13a2 -- 10ab

§. III. De Multiplicatione.

Multiplicatio. Eadem ſigna affectionis faciunt plùs, diverſa minùs, ut colligitur ex ſequentibus exemplis, tam in numeris Coſſicis ſeu Algebraicis, quàm in magnitudinibus.

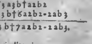
Exemplum in numeris.

Sit multiplicandus numerus A per numerum B. Ducatur pars prima numeri B in numerum A, producetur numerus C. Ducatur item pars ſecunda numeri B in numerum A, producetur numerus D. Addantur C & D, producetur numerus E.

A. a3 -- 3a2b † 2b2.
B. a -- 2b
C. a4 -- 3a3b † a2b2
D. - 2a3b † 6a2b2 - 2ab3
E. a4 - 5a3b † 7a2b2 - 2ab3.

Exemplum in litteris.

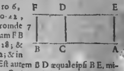
Eſto rectangulum BE, cujus latus FB ſit 7, FD 4, DE 6, ac proinde totum FE 4 † 6, hoc eſt 10. Inveniendа ſit area totius rectanguli BE. Sic operare. FE eſt 4 † 6, & FB 7. Duc ergo 7 FB 7 in FD 4, producetur rectangulũ BD 28. Duc iterum FB 7 in DE 6, producetur rectangulum CE 42. Quoniam ergo rectangulum BE eſt æquale rectangulis BD, & CE; erit BE 70. Sic ergo ſtabit exemplum.



FE 4 † 6
FB 7
28 † 42.

Aliud Exemplum in litteris.

In rectangulo FA, latus FB ſit 7, FE 10, DE 6. invenienda ſit area rectanguli BD. FD eſt 10 6. FB eſt 7. Ducatur ergo FB 7 in FD 10 6. producentur 70 - 42, hoc eſt 28 ac proinde BD erit 28. Nam FB 7 in FD 4, dat 28; & in DE 6, dat 42; & in FE 10, dat 70. Eſt autem BD æqualeipſi BE, minùs CE; ergo &c: Sic igitur ſtabit exemplum.



FD 10 -- 6
FB 7
70 -- 42.

§. IV. De Diviſione.

Præcepta diviſionis quantum ad ſigna affectionis non differunt à præceptis Multiplicationis.

Exemplum I.

a a - a b
a (a-b

Exemplum II.

15a2 - 12a † cd
3a (5a - 4 † cd/3a

CAPUT IV.

De Poteſtatum Geneſi, & Analyſi in genere pro Algebra Specioſa & Numeroſa.

De hac re egimus fuſè in præcedentibus, ſed ſolùm in ordine ad Algebram numeroſam: nunc iterum de eadem agimus in ordine ad Specioſam & Numeroſam ſimul; primò quidem in genere hoc capite, deinde in ſpecie ſequenti capite. Hunc in finem Tabulas conſtruemus vel neceſſarias, vel utiles. Supradicta lucem præferent hîc dicendis, ideo vel hîc repunenda, vel recolenda. Sequimur Guldinum, qui hanc rem eleganter, methodicè, & doctè pertractat in Appendice ad libr. Centrobarycæ. Poteſtatum geneſis & analyſis.

§. I.

Quid numerus Figuratus, & Poteſtas.

Recolendum igitur, quòd *Numerus* Figuratus eſt, cujus unitates certo quodammodo diſpoſitæ, conſtituunt figuram Geometricam, ſive plana ea ſit, ſive ſolida; ut in planis triangularem, quadrangularem, pentagonam, hexagonam &c: in ſolidis verò cubum, parallelepipedum ſive columnam quadrangularem, pyramidem &c: Sæpe tamen ſolus quadrangularis numerus, qui nimirum ex multiplicatione duorum quorumcunque numerorum in ſe producitur, vocatur *Planus*; qui verò Numerus figuratus.

verò oritur ex multiplicatione trium numerorum in ſe, dicitur *Solidus*. Numeri autem multiplicantes, vocantur *Latera* ſeu *Linea*, aut *Radices* illius plani aut ſolidi quod producunt. Quòd ſi latera fuerint æqualia, planus numerus productus appellatur *Quadratum*, ſolidus verò vocatur *Cubus*.

Poteſtates in Algebra. Hos igitur numeros, qui ex multiplicatione duorum vel plurium numerorum, ſive æqualium, ſive inæqualium naſcuntur, vocamus hîc (uti & ſuprà) *Poteſtates*. Eadem eſt ratio de quibuſcunque magnitudinibus ex lineis ſive lateribus quibuscunque in ſe mutuò ductis; omnes enim vocamus ſimiliter *Poteſtates*.

Poteſtates autem hæ per certos gradus tanquam per ſcalam aſcendunt quoſque operanti lubet, aut neceſſarium utilevè videtur, unde & Scalares à Vieta aliiſque vocantur, ut capite 1. inſinuavimus. Primus gradus appellatur *Latus*, ſeu *Linea*, aut *Radix*; ſecundus *Quadratum*, tertius *Cubus*, quartus *Quadrato quadratus* &c. ut ſuprà par. 1. hujus Libri, & paulò ante cap. 1. diximus, & hic iterum apparet.

§. II.

Tabula Poteſtatum, ejusque conſtructio.

Poteſtatum Tabula, ejusque conſtructio.

Indices Graduum.	1	2	3	4	5	6	7	8
Poteſtates.	3	9	27	81	243	729	2187	6561
Poteſtatum charact.	l. r.	q	c	qq	qc	cc	qqc	qqq
	Latus ſeu Radix.	Quadratum.	Cubus.	Quadrato-quadratus.	Quadrato-cubus.	Cubo-cubus.	Quadr-quadr-cub.	Quadr-quadr-quadr.

Loco primi gradus, hoc eſt, loco Lateris ſeu Radicis poni poteſt quivis numerus, à quo cæteri procreantur. Et verò ſolet aliòquin præmitti unitas, ut nos ſuprà pri.par. hujus Libri fecimus, ut habeatur Geometrica progreſſio ab ipſa unitate ducens originem. Quâ progreſſione conſtitutâ, tertius numerus ab unitate incluſivè eſt Quadratum, & uno ſemper intermiſſo omnes reliqui, hoc eſt alterni; quartus verò eſt Cubus, & duobus intermiſſis omnes reliqui; ſeptimus denique Cubus & quadratus, & quinque intermiſſis reliqui omnes, ut demonſtrat Euclides lib. 9. Elem. Propoſ. 8. & nos lo.cit. notavimus. Reliquæ verò Poteſtates, quæ ab hoc ordine & numeratione excluduntur, tales ſunt, quæ neque Radicem quadratam, neque cubicam habent (niſi fortè ipſa radix progreſſionis geometricæ conſtitutæ ſit numerus quadratus, aut cubicus) ſed ex ſua propria radice naſcuntur, ut bene notat *Guldinus* loco cit. art. 3. Solent autem hi numeri ab Auctoribus appellari *Surſolidi*, vel, ut nos ſuprà appellavimus, *Surdeſolidi*, cùm nec Quadratum, nec Cubum exaudiant. Vocantur etiam *Superſolidi* ab aliquibus, quaſi ſolidum ſuperent, cùm aliàs nullum ſit ſolidum quod ultra tres admittat dimenſiones, ut notat idem Guldinus. Dignoſcuntur hi numeri ex Indice ſeu Exponente ſuo, hoc eſt, ex numero ſui Gradus, qui index ſemper eſt numerus primus & incompoſitus, & in progreſſione paulò antè poſita Poteſtas quinti, & ſeptimi gradus.

Poteſtatum creatio. Quemadmodum autem, ut acutè advertit Guldinus, & ante ipſum alii Algebræ Scriptores, ex fluxu puncti naſcitur ſeu naſci concipitur linea, & ex motu tranſverſo lineæ ſuperficies, & ex ſuperficiei elevatione aut depreſſione producitur corpus ſeu ſolidum; ita ſi ponatur Cubus loco puncti, ex ejus fluxu producetur, aut produci concipietur Quarta Poteſtas, & ex hujus motu tranſverſo Quinta, & ex Quintæ elevatione aut depreſſione Sexta. Quæ ſexta rurſum vicem puncti ſubit, & ſic in infinitum aliæ atque aliæ Poteſtates generabuntur.

§. III.

Geneſis, & Analyſis Poteſtatum.

Geneſis & Analyſis Poteſtatum. Geneſis ſeu Compoſitio harum poteſtatum, ut ſuprà quoque diximus, aliud nihil eſt, quàm earum à prima ac propria Radice procreatio, quæ ab Arithmeticis Vulgaribus dicitur multiplicatio in ſe; nam quando numerus pro radice aſſumptus ponitur bis, multiplicatur in ſe, producitur ſecundi gradus Poteſtas, hoc eſt, numerus Quadratus: quòd ſi poſt hanc multiplicationem Radix adhuc ſemel ponitur, & in Quadratum jam factum ducitur; prodit tertii Gradus Poteſtas, Cubus appellata: qui Cubus ſi rurſus in primam Radicem ducitur, quarti Gradus Poteſtatem, videlicet Quadrato quadratum generat: & ſic deinceps, ut conſtat ex Tabella paulò antè, & ſuprà etiam poſita.

Analy-

Analyſis verò earundem Poteſtatum, quàm vulgò *Extractionem Radicum* vocant, aliud non eſt quàm Reſolutio illius quod Geneſis componit. *Illa enim*, ut bene notat Guldinus, *hujus premens veſtigia, retrogrado quaſi ordine, à Poteſtatibus per intermedios gradus, ad primam, unde quælibet orta eſt Poteſtas, reddit Radicem, eamq; in numeris exhibet accuratam.* Quòd ſi oblatus numerus non eſt vera Poteſtas, eodem modo quo Poteſtas reſolvitur, at tunc non vera, ſed propinqua tantùm, hoc eſt, Poteſtatis proximè minoris Radix reperitur. Licèt enim ex quolibet numero inſtar Radicis accepto Poteſtas componi queat, non tamen ex quolibet numero inſtar Poteſtatis oblato licet quamvis Radicem elicere, cùm ſæpiſſimè talis numerus omni verâ & rationali ſeu effabili Radice careat, ut in præcedentibus diximus.

Annotatio.

Q*Uia Geneſi ſeu Compoſitioni poteſtatum hactenus explicata, commoda non datur correſpondens Analyſis ſeu Reſolutio, ideo aliam, eamq; ſatis artificioſam Poteſtatum Compoſitionem tradit Guldinus loc. cit. Reſolutioni propriè reciprocam: quæ præterquam quòd continuam & elegantem offerat methodum, hanc præterea habet utilitatem, ut figurarum omnium datæ Radicis, à prima à ſiniſtris incipiendo, gradatim ſumptarum, ſingulares Poteſtates ſeorſim exhibeat. Quia igitur hæc Poteſtatum Geneſis & Analyſis mutuò ſeſe ac reciproco nexu complectuntur, utramque ſimul iiſdem præceptis univerſalibus tradit Guldinus, eo quo ſequitur modo.*

§. IV.

Pro Geneſi atque Analyſi Poteſtatum præcepta univerſalia.

Primum Præceptum.

Geneſis atque Analyſis Poteſtatum præcepta univerſalia.

DAtam Radicem, aut Poteſtatem, divide in certa membra, ſic I. Datâ Radice, pro Geneſi poteſtatis expone in linea tranſverſa tot ciſras pro qualibet figura Radicis, quot numerus illius gradus, à quo Poteſtas denominatur, indicat: hoc enim facto, habebis tot ciſras, quot figuras ſeu notas habere debet Poteſtas quæ quæritur. Datâ verò Poteſtate, pro Analyſi illius expone ipſas ejus figuras ſeu notas in linea tranſverſa. II. Hanc tam [illegible] pro Geneſi, quàm verè datam Poteſtatem pro Analyſi, ſic diſtingue, ut à dextris incipiendo primam ciſram, figuramvè, puncto ſubſcripto notes, & ſiniſtrorſum deinde pergendo tantas quaſque, quantas idem, de quo dixi, denominationis gradus jubet; ſecundam ſcilicet quamque à primo puncto præcedente excluſivè, ſi gradus ſit ſecundus ſeu Quadratum; tertiam, ſi tertius ſeu Cubus; quartam, ſi quartus &c. Nam quot puncta notatis, tot habebit Radix per Analyſim quærenda figuras, ſub ipſis punctis, vel loco punctorum ponendas: quæ in Geneſi quidem ſtatim ab initio poni poſſunt, cùm omnes dentur: in Analyſi verò non niſi ſucceſſivè in operis progreſſu eruuntur. Poteſtas verò per Geneſin procreanda tot figuris conſtabit, quot ciſras expoſuiſti, illis tantùm demptis, quibus prima ſingularis Poteſtas quandoque à numero gradus deficit.

Annotatio.

F*Iguræ Poteſtatis, quæ ſubſcriptis punctis carent, ad id pertinent punctum quod illis à dextris proximum eſt: et de verè numeratione punctorum, Poteſtatum, & Radicum ſingularium, a ſiniſtris incipit.*

Quæ hæc præcepta præſcribuntur, meliùs intelligentur ex dicendis capite ſequenti, ubi praxin hanc exemplis illuſtrabimus. Patent quoq;, quod ad Analyſin ſpectat ex iis, quæ libro 2. & ſupra hoc ipſo libro diximus de Extractione Radicum: ubi nos Poteſtatis datæ membra non punctis ſubſcriptis, ſed commatis ſeu virgulis interpoſitis diſtingui juſſimus. Sed res eodem recidit.

Secundum Præceptum.

PRimam ſingularem Poteſtatem, aut Radicem, inquire, ſic I. Ad inveniendam primi ad ſiniſtram membri Poteſtatem, aut Radicem, adi Tabulam ſuprà par. 2. cap. 2. §. 2. propoſitam, in qua continentur Poteſtates ac Radices earum, quæ ex digitis oriuntur. Sicut enim multiplicationi ac diviſioni communi ſervit Tabula Pythagorica lib. 2. data, ita Geneſi atque Analyſi Poteſtatum famulatur Tabula prædicta. II. Pro Geneſi igitur quære in Tabula primam ad ſiniſtram datæ Radicis figuram in fronte; atque ſub illa, in proprii gradus linea, Poteſtatem ejus accipe: pro Analyſi verò in eadem gradus linea quære Poteſtatem figuris primi puncti ſeu membri reſolvendi æqualem vel proximè minorem (ſi æqualis non reperitur) & tam illam, quàm ejus Radicem ſupraſcriptam excerpe. III. Poteſtatem excerptam ſub primo puncto ſeu membro ita ſcribe, ut directè ac immediatè ſub ipſo puncto incipias, & verſus ſiniſtram pergas, lineamque ſubducas; hac enim ratione ſecundo huic Præcepto pro Geneſi ſatisfactum erit: pro Analyſi verò Poteſtatem dicto modo ſubſcriptam à ſibi ſupraſcripto numero ſubtrahe, & reſiduum infra ductam lineam ſcribe; hoc enim pertinet ad proximè ſequens membrum ſive Poteſtatem ſingularem reſolvendam. IV. Radicem modo paulò antè dicto ex Tabula excerptam ſcribe vel loco primi puncti, vel immediatè ſub illo, vel certè ſeorſim, ut infrà in exemplis apparebit.

Tertium Præceptum.

MUltiplices Radicis ſingularis jam expeditæ, ejuſque proximè ſequentium graduum, uſq; ad Poteſtatem excluſivè, crea, & ſub ſequenti Poteſtate ſingulari ſuo puncto colloca, ſic. I. Ad cognoſcendum quos multiplices Radicis jam inventæ pro ſingulis gradibus creare debeas, adi Tabulas infrà poſitas. II. Creatorum in gradu minimum colloca infra proximum puncto notatum locum, & reliquos deinde in ſuo ordine ſiniſtram verſus in ſequentibus locis: quo facto, duc lineam, & pro Geneſi ex hoc præcepto ſatisfactum erit. Pro Analyſi verò numeros ſic poſitos; eo quo reperiuntur ordine in unam ſummam collige, & ſummam ſubducta linea ſcribe pro novo Diviſore, atq; per hunc divide ſecundum punctum ſeu membrum cui ſubſcriptus eſt; Quotumque inventum pro

ſecunda ſingulari Radice pone ſuo loco, ut dictum præcepto 1. & 2. Debet autem hæc Diviſio per novum Diviſorem non eſſe accurata, ſed minor potius Quotus accipiendus, propter productus ac Poteſtates per ſequens præceptum ſubtrahendas: per hoc enim præceptum nulla adhuc fit ſubtractio. Denique ſub novo Diviſore prædicto duc aliam lineam. *Rem melius intelliges capite ſequenti.*

QVARTUM PRÆCEPTUM.

POteſtatem ſecundæ ſingularis Radicis pone; ejusdem Radicis proxime ſubſequentiũ graduum Multiplices, in reciprocos gradus per præcedens præceptum poſitos duc: & factos homogeneos colloca, ſic. I. Ipſiuſmet ſecundæ Radicis ſingularis Poteſtatem pone ſub ipſo ſecundo puncto ſeu membro. II. Proxime deinde ſiniſtram verſus colloca homogeneum id, quod fit ex ductu Multiplicis gradus proximè minoris, in ſibi ſuprascriptum reciprocum gradum: & ſic deinceps. III. Numeros omnes, eo ordine, quo intra binas proximè ductas lineas inveniuntur, inter ſe adde: & ſummam hanc in Geneſi quidem, Poteſtati ſingulari ſupraſcriptæ adjunge: in Analyſi verò ex eadem ſubtrahe: ibi enim additio dat Poteſtatem ſingularem ſecundam: hic verò ſubtractio relinquit illius ſuperfluum ad Poteſtatem ſive punctum tertium proximè ſequens ſpectans.

QUINTUM PRÆCEPTUM.

I. EVndem operandi modum præcepto tertio & quarto traditum repete toties, quot adhuc puncta ſeu membra ſuperſunt ſub ficta aut vera ſerie figurarum Radicis aut Poteſtatis datæ. II. Ne Multiplices & Diviſores novi additionem confundant, leviter ductis lineis dele aut decuſſa.

§. V.

De Geneſi & Analyſi Poteſtatum in Fractionibus.

Geneſis & Analyſis Poteſtatum in fractionibus

REduc fractionem propoſitam ad minimos terminos, & utriuſque, tam Numeratoris videlicet, quam Denominatoris, Geneſim atq; Analyſin inſtitue juxta præcepta jam tradita. Poteſtates deinde vel radices inventas ſcribe per modum fractionis, alteram alteri ſubſcribendo.

§. VI.

Examen Geneſis & Analyſis Poteſtatum.

Geneſis & Analyſis Poteſtatum examen.

ANalyſis examinatur per Geneſin, & hæc per illam, quemadmodum communis Multiplicatio examinatur per Diviſionem, & hæc per illam, modis lib. 1. & ſupra hoc ipſo libro traditis.

§. VII.

Appropinquatio Radicis pro Analyſi, quando numerus propoſitus non eſt poteſtas.

Appropinquatio Radicis pro Analyſi Poteſtatum.

QVando peracta Analyſi ſeu Extractione Radicis, remanet ultimo aliquid reſiduũ (quod ſignum eſt, numerum propoſitum non habere Radicem, quæ quæritur, rationalem, nec eſſe Poteſtatem illam cujus Radix quæritur) præfige illi reſiduo ad dexteram cifras prout gradus exigit, binas ſcil. in infinitum, vel quo uſq; lubet, Quadratis: ternas Cubis, quaternas Quadratoquadratis, & ſic deinceps: & operationem deinde Analyſis, ut cœptum fuit, juxta data præcepta proſequere: figuræ enim Radicis, quæ hac ratione ex cifris inveniuntur, conſtituunt Numeratorem fractionis, cujus Denominator eſt unitas cum ſibi præfixis tot cifris ſingulis, quot antea binas, ternas, quaternas, &c. præfixeras reſiduo Poteſtatis.

Si placet ſine hac appropinquatione mox fractionem ex reſiduo conſtituere, colloca ipſum Reſiduum ſupra lineam tranſverſam pro Numeratore, infra verò pro Denominatore pone Diviſores eosdem, qui eſſent, ſi aliud adhuc punctum ſupereſſet reſolvendum, in una ſumarum modo ordinario collecti. Ratio eſt, quia, ut notavit Vieta & Guldinus, in Diviſoribus ineſt implicite latus ſeu Radix, quæ alioquin proximè eſſet elicienda.

CAPVT V.

De poteſtatum Geneſi & Analyſi in ſpecie, tam pro Algebra numeroſa, quam ſpecioſa.

Poteſtatum Geneſis & Analyſis.

UT præcepta univerſalia hactenus tradita, ad determinatorum Graduum Geneſin atq; Analyſin facilius ac certius cum Guldino applicemus, præcepta particularia pro nonnullis Gradibus trademus, eaq; unico tantum exemplo in ſecundo Poteſtatis Gradu, Quadratorum videlicet, explicabimus, maxime quod reliquorum altiorum Graduum rarior etiam in ipſa Algebra eſt uſus: Sed ante præcepta particularia, præmittenda ſunt particularia Theoremata; & ante hæc conſtruendæ duæ Tabulæ, ex quibus fabricanda ſunt & Theoremata & Præcepta.

§. I.

Tabula I. Poteſtatum earum, quarum Radices ſunt digiti, ejusdemq; explicatio, & conſtructio.

Tabula Poteſtatum pro extractione Radicum, ejusq; conſtructio.

TAbulam integram omnium Poteſtatum illarum, quarum Radices ſunt digiti, dedimus ſupra par. 2. cap. 5. §. 2. continentem characteres Poteſtatum uſitatos in Algebra numeroſa. Hic ſolam partem illius reponimus, continentem characteres Poteſtatum uſitatos in ſpecioſa Algebra.

R	a 1,	2	3	4	5	6	7	8	9
Q	a 2,	4	9	16	25	36	49	64	81
C	a 3,	8	27	64	125	216	343	512	729
Q Q	a 4,	16	81	256	625	1296	2401	4096	656
Q C	a 5,	32	243	1024	3125	7776	16807	328786	59049
C C	a 6,	64	729	4096	15625	46656	117649	262144	531441
QQC	a 7,	128	2187	16384	78125	279936	823543	2097152	4782969

Explicatio

Explicatio hujus Tabulæ. In prima & ſecunda ſerie perpendiculari ſunt characteres Algebraici pro Algebra ſpecioſa. Poſt hos, in prima ſerie tranſverſali ſunt Radices, in ſecunda & reliquis illæ Poteſtates, quas characteres in duabus jam dictis perpendicularibus ſeriebus indicant.

Conſtructio ejuſdem Tabulæ. In prima ſerie transverſali poſitæ ſunt, ut diximus, pro Radicibus figuræ illæ, quas digitos appellant Arithmetici, excepta unitate. Et hæc conſtituunt primũ Gradum ſcalæ Poteſtatum. Quælibet deinde figura Radicũ in ſeipſam eſt multiplicata, & producti numeri ſunt ipſis in ſecunda ſerie tranſverſali ſubſcripti immediatè, conſtituuntq; ſecundum Gradum ſcalæ Poteſtatum, nempe Quadrata. Hujus ſecundæ ſeriei numeri denuo ſunt multiplicati in numeros primæ ſeriei, videlicet in Radices, quilibet ſcilicet numerus in ſibi ſupraſcriptum: & producti numeri ſunt ipſis immediatè ſubſcripti in tertia ſerie tranſverſali, conſtituuntq; Gradum Poteſtatum, nempe Cubos. Hæc tertia ſeries rurſus eſt multiplicata in primam, & numeri producti ſubſcripti in quarta ſerie, conſtituentes quartum Gradũ Poteſtatum, videlicet Quadrato-quadrata. Simili modo procreatæ ſunt reliquæ ſeries tranſverſales uſq; ad ſeptimam incluſivè, quod ſufficit noſtro intento.

§. II.

Tabula Geneſis & Analyſis poteſtatum, ejusq; explicatio, atq; conſtructio.

Tabula II. Geneſis & Analyſis, ſeu Compoſitionis & Reſolutionis Poteſtatum.

1	R	A † B					
2	Q	Aq † A 2. in B	† Bq				
3	C	Ac † Aq 3. in B	† A 3. in Bq	† Bc			
4	QQ	Aqq † Ac 4. in B	† Aq 6. in Bq	† A 4. in Bc	† Bqq		
5	QC	Aqc † Aqq 5. in B	† Ac 10. in Bq	† Aq 10. in Bc	† Aq 5. in Bqq	† Bqc	
6	CC	Acc † Aqc 6. in B	† Aqq 15. in Bq	† Ac 20. in Bc	† Aq 15. in Bqq	† A 6 in Bqc	† Bcc

Explicatio Tabulæ.

IN prima ſerie perpendiculari ſunt numeri ab unitate ordine naturali, poſſuntq; extendi ulterius. In ſecunda ſerie perpendiculari ſunt ſymbola ſeu characteres Poteſtatum nonnullarum, poteſtq; extendi ulterius, & complecti plures Poteſtates. Litteræ & ſigna ſerierum tranſverſalium enunciantur ut ſequitur. *Prima ſeries ſic.* A plus B. *Secunda ſeries ſic.* A quadratum, plus A bis in B, plus B quadratum. *Tertia ſeries ſic.* A cubus, plus A quadratum ter in B, plus A ter in B quadratum plus B cubus. Simili ratione leguntur ac enunciantur reliquæ ſeries.

Ut intelligatur myſterium hujus Tabulæ, ſaltem ex parte (melius enim ex dicendis poſtea intelligetur) recolenda eſt Propoſitio 4. libri 2. Elementorum Euclidis, quæ ſic ſe habet. *Si recta linea ſecta ſit utcunq; : quadratum quod à tota deſcribitur, æquale eſt & illis quæ à ſegmentis deſcribuntur quadratis, & ei, quod bis ſub ſegmentis comprehenditur, rectangulo.* Explicationem ac demonſtrationem dedimus ſupra lib. 3. in Elemento ſecundo Euclidis. Eadem Propoſitio numeris applicari poteſt (ut lo. cit. diximus) & formari in hunc modum. *Si numerus in duas partes utcunque dividatur: erunt partium quadrata, una cum duobus partium rectangulis, æqualia quadrato totius numeri.* Vel in hunc alium modum. *Si numerus quivis ſecetur in duas quaſcunq; partes, binarum partium quadrata, una cum duplo producto ex multiplicatione earundem partium in ſe invicem, ſimul æqualia ſunt quadrato totius numeri propoſiti.*

Exemplum in numeris.

SIt numerus 12, qui dividatur in 10 & 2. Quadratum ex 10, eſt 100: quadratum ex 2, eſt 4: rectangulum ex 10 in 2 bis ſumptum, eſt 40. Sed 100, & 4, & 40 ſimul, faciunt 144, quantum etiam facit quadratum totius numeri 12. Ergo, &c.

100
4
40
144

Exemplum in lineis.

SIt iterum linea *a b*, diviſa in *c* utcunque. Fiat ex tota linea *a b*, quadratum *a b a b*. Ducantur deinde rectæ *c d*, parallelæ lateribus *ab*. Erit,



per ea quæ demonſtravimus lib. 3. lo cit. ſpatium A, quadratum partis *a c*: & ſpatium B quadratum partis *c b*; & ſpatia C ac D, rectangula partis *a c* ductæ in *c b*. At his quatuor ſpatiis A, B, C, D, æquale eſt quadratum totius lineæ *a b*. Ergo, &c.

Vocetur jam pars *a c*, A, & pars *c b*, B, & tota linea *a b* vocetur A † B. Ergo ſi ducatur A † B in A † B (hoc eſt, tota linea *ab* in ſeipſam) reſultabit Aq, † A 2 in B † Bq: hoc eſt reſultat A quadratum, ſeu ſpatium A: & A bis in B, ſeu ſpatia C & D: & B quadratum ſeu ſpatium B: quoniam his quatuor ſpatiis æquale eſt quadratum totius lineæ *ab* diviſæ in *c*, ſeu totius lineæ A † B.

Conſtructio Tabulæ.

EX his intelligitur præcedens Tabula, cujus conſtructio ita fit. Exponitur Radix aliqua diviſa in duas partes, quarum

quatuum prima vocetur A, altera B, quæ ſimul ſunt A † B. Hæc Radix multiplicatur in ſe, & producitur ſecunda ſeries præced. Tabulæ. Nam A ductum in A facit Aq: rurſus A in B fa-

I. Formula.

A † B
A † B
Aq † A in B
A in B † Bq
Aq † A 2 in B † Bq

cit A in B ſemel: rurſus B in A, facit A in B adhuc ſemel: denique B in B, facit Bq. Hæc producta, ſi colligantur in unam ſummam, reſultat prædicta ſecunda ſeries Tabulæ, ut patet ex hic poſita I. Formula. Ideo autem, quando ducitur A in A, & B in B, producitur Aq & Bq, quia ut ex præcedentibus patet, quando ducitur Radix in Radicem, producitur Quadratum, & mutatur character Radicis in proximè majorem characterem Quadrati. Quando verò ducitur A in B, aut B in A, hoc eſt, numerus ſimplex in ſimplicem, non producitur niſi numerus ſimplex, ſcilicet A † B, aut B † A, ideoque character non mutatur.

Simili ratione producitur tertia ſeries præcedentis tabulæ. Nimirum ducitur A † B in Aq †

II. Formula.

Aq † A 2 in B † Bq
A † B
Ac † Aq 2 in B † A in Bq
Aq in B † A 2 in Bq † Bc
Ac † Aq 3 in B † A 3 in Bq † Bc

A 2 in B † Bq, & producta colliguntur in unam ſummam, producitur que tertia prædicta ſeries, ut apparet in ſecunda formula hic poſita. Nam ex A in Aq, fit Ac: ex A in A 2 in B, fit Aq 2 in B: ex A in Bq, fit A in Bq. Item ex B in Aq, fit Aq in B: ex B in A 2 in B, fit A 2 in Bq: ex B in Bq, fit Bc. Formulæ hæ duabus lineis incluſæ collectæ, faciunt formulam infra ſecundam lineam ſcriptam: quæ eſt ipſa tertia ſeries præcedentis Tabulæ.

Eodem modo fit quarta, quinta, & ſexta ſeries prædictæ Tabulæ: poteſtque hac ratione Tabula continuari in infinitum pro quibuſcunque poteſtatibus procreandis aut reſolvendis.

§. III.

Theoremata ex præcedentibus Tabulis deſumpta, pro Geneſi & Analyſi particularium Graduum.

Theorema I. pro ſecundo Gradu Quadratorum.

Si radix aliqua dividatur in duas partes, quarum altera ſit A, altera B: erit Quadratum totius Radicis indiviſæ, æquale Quadrato ipſius A, plus A in B bis, plus B Quadrato.

Theoremata pro Geneſi & Analyſi Poteſtatum.

EXplicatum eſt §. 2. præcedenti. Et hoc eſt quod ſecunda ſeries tranſverſa Tabulæ ſecundæ, Quadratica nimirum, ut indicant character & numerus ad lævam poſiti, exhibet.

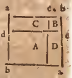
Theorema II. pro tertio Gradu Cuborum.

Si Radix ſecetur in duas partes A & B: erit Cubus totius Radicis, æqualis Cubo ipſius A, plus A Quadrato ter in B, plus A ter in B Quadratum, plus B Cubo.

EXplicatur primo in numeris. Sit ut antea §. 2. numerus 12, diviſus in 10. & 2. Cubus numeri integri eſt 1728. Cubus partis primæ, eſt 1000: partis ſecundæ, 8. Triplum partis primi in quadratum ſecundæ, eſt 120. Triplum Quadrati partis primæ in partem ſecundam, eſt 600. Hæc omnia ſimul, 1000, 8, 120, 600, faciunt 1728: quantus etiam eſt Cubus totius numeri 12.

1000
8
120
600
1728

Explicatur ſecundo in lineis. Sit ut antea §. 2. linea *ab*, diviſa in c. Quadratum totius lineæ æquivalet duobus Quadratis A & B, & duobus rectangulis C & D, ut diximus citato §. 2. Cogita, ſuper Quadratum *ab ab*, erigi Cubum. Erit ille compoſitus (ſeu æquivalebit) ex duobus cubis, quorum latera ſunt ſegmenta *ac*, & *cb*



(nimirum ex cubis A & B) item ex ſex priſmatis, quorum tria pro baſi habent quadratum ſegmenti *ac*, ſeu quadratum A, altitudinem vero ſegmenti, *bc* ſeu quadrati B. Reliqua tria pro baſi habent quadratum ſegmenti *cb*, ſeu quadratum B, altitudinem ſegmenti *ac*. Et hoc eſt quod aſſeritur in Theoremate hoc ſecundo, & exprimitur in tertia ſerie tranſverſa Tabulæ ſecundæ.

Theorema III. pro quarto Gradu, Quadrato-quadrato.

Si Radix ſecetur in A & B; Quadrato-quadratum totius Radicis, erit æquale Quadrato-Quadrato ipſius A, plus A Cubo quater in B, plus A Quadrato ſexies in B Quadratum, plus A quater in B Cubum, plus B Quadrato-quadrato.

EXplicari poteſt & in numeris, & in lineis, eodem modo quo præcedentia Theoremata explicavimus. Et hoc eſt quod ſignificatur in ſerie quarta tranſverſali Tabulæ ſecundæ.

Annotatio.

AD imitationem horum trium Theorematum condere licet plura alia, proſequentibus in eadem Tabula [illegible]adibus, & pro quibuslibet aliis.

§. IV.

Exemplum Geneſis & Analyſis Poteſtatis ſecundi Gradus, qui eſt Quadratum.

Geneſis & Analyſis ſecundi Gradus Poteſtatum.

PRopono & examino exemplum Guldini. Ad imitationem ejus poterunt Tyrones alia ſibi formare.

Eſto pro Geneſi Radix futuri Quadrati data 46291037: Poteſtas vero per Analyſin reſolvenda, nempe Quadratum, ſit 2142860106535369.

Primo igitur quia Radix data eſt octo figurarum, Poteſtas vero facienda eſt ſecundi Gradus: exponantur juxta I. Præceptum univerſale capitis 5 præcedentis, ſexdecim cifræ, pro qualibet ſcilicet figura Radicis binæ, quia poteſtas futura eſt ſecundi Gradus: & tam cifrarum, quam Poteſtatis datæ, ſeries diſtinguantur in membra, notando ſcilicet alternas quaſque figuras, à dextris incipiendo punctis: quibus in Poteſtate fictitia, quæ ſcilicet ex cifris conſtat, ſubjice figuras Radicis datæ, ut apparet in hac prima formula.

Formula prima.

Pro Geneſi.

```
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
.   .   .   .   .   .   .   .
  4   6   2   9   1   0   3   7
```

Pro Analyſi.

```
2 1 4 2 8 6 0 1 0 6 5 3 5 3 6 9
  .   .   .   .   .   .   .   .
```

Secundo ex doctrina 2. Præcepti Generalis, pro Geneſi, in præcedenti Tabula I. quære in fronte primam ad ſiniſtram Radicis figuram, quæ eſt 4: & ſub illa, in linea tranſverſa Poteſtatis quadraticæ ejuſdem Tabulæ, nempe in linea ſecunda, excerpe Poteſtatem ejus, quæ eſt 16. Pro Analyſi verò, cum primo membro ad ſiniſtram, quod eſt 21, ingredere eandem ſecundam lineam tranſverſam, ibique cum æqualem non invenias, accipe proximè minorem, nempe 16, & ſupra 16 quære ejus Radicem, quæ eſt 4. Poteſtatem hanc primam ſingularem 16, ſcribe ſub primo membro Poteſtatis datæ, nempe ſub 21, ut ſequens ſecunda formula monſtrat; eamq; Radicem in Analyſi ſubtrahe à ſibi ſupraſcripto membro quod eſt 21, & quinarium reſiduum ſcribe infra lineam, ut in eadem ſecunda Formula patet: Hæc autem operatio denotatur in Tabula II. in ſerie tranſverſa Quadratica, per has litteras, *Aq*, hoc eſt, A Quadratum: quibus jubemur accipere quadratum primæ partis Radicis diviſæ in duas partes.

Formula ſecunda.

```
Pro Geneſi.              Pro Analyſi.
 0 0              |         2 1
   .              |           .
   4          (4  |  -      1 6       (4
 -----            |       -----
 1 6              |           5
```

Tertio, ad ſequens membrum progredere: & ut facilior ac minus confuſa ſit operatio, in Geneſi Poteſtati jam factæ, ac infra lineam ſcriptæ, hoc eſt, ipſis 16: in Analyſi verò reſiduo etjam infra lineam ſcripto, hoc eſt, ipſis 5, in eadẽ tranſverſa linea verſus dexteram ſcribe figuras hujus ſecundi membri, ut apparet in tertia formula. Quia tamen inter punctum & punctum unus tantum locus eſt vacuus, ex præſcripto 3 Præcepti generalis unus tantum in eo ſcribendus eſt multiplex primæ ſingularis Radicis jam antea inventæ, quaternarii videlicet; qui multiplex debet eſſe per binarium, ut conſtat ex Theoremate ſecundo. Dices igitur: bis 4, ſunt 8: quæ 8 ut appareat in tertia formula, puncto debent eſſe ſiniſtram verſus proxima. Et hoc eſt quod in dicto Theoremate primo, & in ſerie Quadratica Tabulæ II. indicatur per litteras A 2, hoc eſt, A bis. Atque hac ratione ex hoc tertio præcepto Geneſis eſt expedita. In Analyſi verò reſtat adhuc ſecundæ Radicis ſingularis per diviſionem inventio, in qua Diviſorem agit octonarius. Dic ergo: 8 in 54 continentur ſexies, ſenariumq; tanquam Radicem ſecundam ſingularem, ſeu tanquam ſecundam figuram Radicis inveniendæ, pone poſt lunulam ad dexteram primæ Radicis ſingularis jam antea inventæ, ut hic apparet.

Formula Tertia.

```
Pro Geneſi.                 Pro Analyſi.
 0 0                  |       2 1
   .                  |         .
   4                  |       1 6
 -----                |     -----
 1 6 0 0 (46          |       5 4 2   (46
       .              |           .
     8                |         8
```

Quarto, cum in ſecundo gradu unus tantum ſit Multiplex, ut dictum eſt, nempe per binarium, ideo ex 4. Præcepto ſecundæ Radicis ſingularis modo inventæ (ſenarii ſcilicet) Poteſtatem ſecundam, nempe Quadratum, quæ ſunt 36, pone ſub ipſo puncto ita, ut ſenarium ſcribas, ternarium mente retineas. Huic Poteſtati proximus Gradus eſt ipſamet Radix 6. Eam igitur in ſupraſcriptũ multiplica, & productis 48 ternarium mente retentum adjice: & collecta 51, ſubducta linea prope ſenarium jam ſcriptum adſcribito, tam in Geneſi, quam in Analyſi, aliamque lineam ſubducito, ut habes in quadrata formula. Operationem hanc docet Tabula II. in linea tranſverſa Quadratica, & prædictum Theorema 2. per litteras, *A 2 in B*, † *Bq*. Nam per *A* ſemper ſignificatur prima ſingularis Radix, & per *B* ſecunda.

Formula quarta.

```
Pro Geneſi                  Pro Analyſi.
 0 0                  |       2 1
   .                  |         .
   4                  |       1 6
 -----                |     -----
 1 6 0 0 (46          |       5 4 2  (46
       .              |           .
     8                |         8
 ---------            |     ---------
   5 1 6              |       5 1 6
 ---------            |     ---------
```

Quinto, quia inter proximas ductas duas lineas unus tantum eſt numerus, videlicet 516: eum, ex 5. Præcepto Generali, in Geneſi quidem Poteſtati ſuperſcriptæ, quæ eſt 1600, adde, ut facias 2116, Poteſtatem nimirum ſive Quadratum numeri 46, qui ex duabus primis figuris datæ Radicis conſtat. In Analyſi vero eundem numerum 516 à ſupraſcripto ſecundo membro, nempe à 542 ſubtrahe, & reliqua 26 ſubſcribe, ut vides factum eſſe in hac quinta formula.

Formula quinta.

```
Pro Geneſi.                 Pro Analyſi.
 0 0                  |       2 1
   .                  |         .
   4     .            |       1 6
 ---------            |     -----
 1 6 0 0              |       5 4 2
       .              |           .
     8   (46          |         8
 ---------            |     ---------
   5 1 6              |       5 1 6
 ---------            |     ---------
 2 1 1 6              |         2 6
```

Formula

Formula ſexta.

Pro Geneſi.		Pro Analyſi.	
0 0		2 1	
4		1 6	
1 6 0 0		5 4 2	
8	(462	8	(462
5 1 6		5 1 6	
2 1 1 6 0 0		2 6 8 6	
9 2		9 2	
1 8 4 4		1 8 4 4	
2 1 3 4 4 4		8 4 2.	

Sextò, figuræ Radicis expeditæ, quæ ſunt 4 & 6, ſint tibi 46, & inſtar unicæ primæ Radicis, quæ, ut dixi, per *A* in Theoremate 1. ac Tabula II. deſignatur. Cum hac Radice, 49, ut antea, per 3. Præceptum univerſale, quæ aliam novam & Poteſtatem, & Radicem. Invenies in Geneſi pro poteſtate numerum 213444, à Radice ſingulari 462 progenitum: in Analyſi verò Radicem hanc, 2, & reſiduum 842, ut videre licet in ſexta formula.

Hac eadem ratione per 3. 4. & 5. Præceptum, uſque ad finem operationem proſequere, ut apparet in ſequenti ſeptima formula. Ut autem numerorum ſibi invicem ſubſcriptorum additio & ſubtractio ſine errore & confuſione fiat, poteris binas aut quaternas quaſq; figuras lineis perpendicularibus includere, quamvis hoc non ſit neceſſarium.

FORMULA SEPTIMA.

Pro Geneſi.

0000	0000	0000	0000
4 6	2 9	1 0	3 7
1600			
8.			
516			
2116	00		
9	2.		
18	44		
2134	4400		
	924		
8	3241		
2142	7641	00	
	925	8.	
2142	8566	8180	00 G
	9	2582	0.
	27	7746	09
2142	8594	5846	0900
		0258	206.
	6	4807	4469
2142	8601	0653	5369

Pro Analyſi.

2142	8601	0653	5369
16 (4			
542			
6) 8.			
516			
26	86		
2) 9	2		
18	44		
	4210		
9)	924		
8	3241		
	960	06	
	1)925	8.	
G	34	2553	53
	0) 9	2582	0.
	3) 27	7746	09
	6	4807	4469
	7)	9258	206.
	6	4807	4469
0000	0000	0000	0000

Annotationes.

I. EX hac Formula apparet ſingularis Compoſitionis ac reſolutionis modo prædicto facta proprietas, quod nimirum initium Compoſitionis ſit finis Reſolutionis, & quod eſt ultimum in Compoſitione, ſit primum in Reſolutione.

II. *Praxis ſupra par.* 2 *hujus libri, & lib.* 2 *tradita, quoad ſubſtantiam eſt eadem cum hac, tantumq; differunt in modo procedendi. Noſtra tamen quæ ſolam Reſolutionem docet, eſt longè facilior. Compoſitio autem non indiget hoc modo, ſed faciliùs ſit vulgari multiplicatione Radicis datæ in ſeipſam*

III. *Quandò Radix ſingularis eſt ciſra, in Geneſi adjicienda ſunt Poteſtati præcedēti duæ ciſræ, in Analyſi verò ipſamet ciſra Radicibus jam inventis ordine ſuo eſt adnumeranda, & mox ad ſequens membrum procedendum, ut in formula ſeptima apparet ad literas G G.*

IV. *Si in Analyſi remanſit aliquod reſiduum, nec lubet uti Praxi traditâ c. præcedentis* §. 7. *fac ex reſiduo illo Numeratorem, & pro Denominatore ſubſcribe duplum totius Radicis inventæ, & habebis fractionem verâ majorem, Radici inventæ adjiciendam: ſi unitatem Numeratori ſubtraxeris, vel Denominatori addideris; fractio erit major quam vera, ut etiam diximus lib.* 2. *par.* 1. *cap.* 3 *art.* 5. *Not.* 2.

V. *Ratio operationis hactenus explicata pendet ex Theoremate primo, quod eſt Propoſit.* 4 *lib.* 2. *Elem. Euclidis. Nam in Geneſi magnitudo ſive Radix data ſecatur ſemper ſucceſſivè in duas partes, & harū partium quadrata, unà cum duplici facto ex ipſis partib.* in

in ſe invicem ductis octo, unam in ſummam colliguntur, ideoque oritur quadratum totius Radicis. In Analyſi verò è contrario Poteſtas propoſita, ſive Quadratum totius numeri, in duo illa quadrata partium, earundemque duplum productum reſolvitur, & tandem partes ſive latera ipſa eruuntur.

§. V.

Aliud Exemplum ſolius Analyſis ſecundi gradus, ſive Extractionis Radicis Quadratæ.

UT ex dictis §. patet, Geneſis Gradnum per praxin prædictam hoc & præcedenti capite, & valde operoſa eſt, & minimè neceſſaria, cùm ea longè facilius fiat per multiplicationem Radicis quadratæ in ſe, ut diximus Notab. 4. Analyſis quoque operoſiſſima eſt, & longè brevius ac faciliùs inſtitui poteſt, ut eam inſtituunt P. Joannes Lanz, & P. Andreas Tacquet in ſuis Arithmeticis practicis. In gratiam Tyronum ſpecimen afferre lubet ex Lanzio. Pro quo notandum priùs eſt, in formulis ſecundæ Tabulæ ſuprà poſitæ, primum A cum ſuo charactere, tantùm in primo Quoto uſurpari; pro reliquis nullam ampliùs ejus rationem haberi. Notandum præterea. Quotum inventum, ſive unam, ſive plures habeat figuras, vocari A, inveniendum verò vocari B. Notandum tertiò, pro novi Diviſoris inventione, inventum Quotum eſſe multiplicandum ut character & numerus poſt A poſiti indicant. His notatis.

Sit extrahenda Radix quadrata ex hoc numero: 4692798016, hac utendo formulâ: A q † A 2 in B † Bq. Notatis punctis, & numero diviſo in membra, modo dicto in præcedenti §. & ut 10 I. Operatione apparet.

Operatio I.

10
4692798016
36

(A
6

Primò, video in columna quadratica Tabulæ II. ſuprà poſitæ, quis numerus quadratus ſit proximè minor numero primi membri ad ſiniſtram, nimirum numero 46; invenioque 36. Hunc pono infra 46, & ejus Radicem 6 pono poſt lunulam, & 10, quæ ſubtractis 36 ex 46 reſtant, ſcribo ſupra (aut infra) 46, ut in prima Operatione apparet; & deleo tam 46, quàm 36.

Operatio II.

10
4692798016
362
1
96
64
1024

(AB
68

Secundò, pro alio Diviſore, cùm in formula habeam, † A 2, duco quotum A in 2, & habeo novũ Diviſorem 12. Hujus priorem figuram, 1, pono immediatè ſub figura ante ſecundũ à ſiniſtra inchoando punctum, nempe ſub 9, alteram verò pono deinceps ſiniſtroſum. Video jam, quoties contineatur 1 in 10, aut 12 in 109. Et quoniam invenio contineri octies, ſcribo 8 poſt lunulam ad Radicem jam antea inventam. Et quia habeo in formula, A 2 in B, duco duplum Quoti 6 A, nempè 12 in 8 B Quotum jam inventum, & produco 96; quæ ſubſcribo ut in operatione 2. apparet. Rurſus quia in formula habeo, † B q; addo quadratum Quoti 8 B, nempe 64, ad 96, ut in eadem 2. Operatione apparet, & conflo 1024. His ex 1092 ſubtractis, reſtant 68, ut in ſequenti 3. Operatione patet.

Operatio III.

1068
4692798016
362
1
96
64
1024

(A B
6 8

Tertiò, pro tertio Diviſore novo, cùm habeàm in formula, A 2; duco totum quotum 68 A in 2, & produco 136 pro Diviſore novo. Hujus figuram primam, 6, pono ante tertium punctum à ſiniſtra inchoando, nempe ſub 7, & reliquas deinceps, ut in 4. Operatione apparet. Video jam; quoties 1 in 6 contineatur, nempe quinquies. Pono ergo 5 ad Quotum jam antea inventum poſt lunulam. Et quia habeo in formula, A 2 in B; duco 136 (ſcilicet duplum Quoti A) in 5 B (ſeu duco 5 B in 136 duplum Quoti A) & produco 680: quibus addo quadratum Quoti 5 b, quòd habeat formula, † B q. Summam 6825 ſubtraho ex 6879, & reſtant 54, ut in 4. Operatione patet.

Operatio IV.

106854
4692798016
680
25
6825

(A B
68|5

Quarto, pro alio novo Diviſore duplico totum Quotum hactenus inventum, nimirum 685, & invenio 1370; quæ ſcribo ut in Operatione 5. apparet, videoque nihil accipi poſſe. Pono ergo 0 ad Quotum antea inventum, & deleo Diviſorem, relictis omnibus aliis.

Operatio V.

54
4692798016
1370

(A
6850

Quinto, paro novum Diviſorem ut priùs, qui erit 13700. Hoc collocato ut in 6. Operat apparet, video quoties 1 in 5 contineatur, nempe quater. Poſitis ergo 4 ad Quotũ antea inventũ, duco

totum

Digitized by Google

torū diviſorē in 4 B, & produco 54800: quib. addo quadratum quoti 4 B, & ſumam 548016 ſubtraho ex ſupraſcripto numero, & nihil remanet.

Operatio VI.

```
    8 4
4 6 9 2 7 9 8 5 4 6   ( A    | B
    1 3 7 0 0           6850 | 4
    ---------
    5 4 8 0 0
          1 6
    ---------
    5 4 8 0 1 6
```

Annotatio

Simili modo extrahitur Radix Cubica ex numero dato, uſurpando formulam hanc: Ac † Aq 3 in B † A 3 in Bq † Bc. Sed ne prolixior ſim omitto operationem.

CAPUT VI.

De inventione Poteſtatum quorum libet Binomiorum, ac Reſiduorum.

Poteſtatum Binomiorum ac reſiduorum invenire. Praxis colligitur ex dictis: ſi enim data Binomia, aut Reſidua, multiplices quadraticè, habebis Poteſtatem ejus quadraticam; ſi cubicè, cubicam: ſi biquadraticè ſeu quadrato-quadraticè, habebis biquadraticam Poteſtatem, & ſic deinceps. Sic

Binomii A † B

Poteſtas Quadratica eſt
Aq † 2 AB † Bq
vel
a2 † 2ab † b2.
Poteſtas Cubica eſt
Ac † 3 AqB † 3 ABq † Bc
vel
a3 † 3a2b † 3ab2 † b3.
Poteſtas Biquadratica eſt
Aqq † Ac 4B † Aq 6Bq † A 4Bc † Bqq:
vel
a4 † 4a3b † 6a2b2 † ab3 † b4.

Reſidui A - B

Quadratum eſt
a2 - 2ab † b2
Cubus eſt
a3 - 3a2b † 3ab2 - b3
Quadrato quadratum eſt
a4 - 4a3b † 6a2b2 - 4ab3 † b4

Binomii b d † a 2

Quadratum eſt
b2 d2 † 2bd a2 † a4
Cubus eſt
b3d3 † 3b2d2a2 † 3bda4 † a6.
Biquadratum eſt
b4d4 † 4b3d3a2 † 6b2d2a4 † 4bda6 † a8.

Epilogus Algebræ.

Siſto hic calamum, quoniam ſatis me præſtitiſſe credo quod volui; quod fuit, Tyronem in Algebræ adyta introducere, ac oſtendere non tot ſeptam difficultatibus, quot prima fronte apparet. Scio & plura, & difficiliora, ingenioſioraque reſtare; ſed qui hæc noſtra intelligit, clavem habet ad illa quoq; penetranda. Quæ qui volet, inveniet apud doctiſſimum Vietam, Herigonum, Stivelium, alioſque recentiores, ac ſemiantiquos Italos, & Germanos.

que tribus numeris geometricè proportionalibus, inveniendus ſit quartus, reperiri is queat per ſolam additionem ac ſubtractionem Logarithmorum, dictis numeris proportionalibus è regione in Tabulis reſpondentium, ut poſtea patebit. Tabulas hujus generis copioſiſſimas reperies apud Briggium in Trigonometria Britannica, Vlaccum in Trigonometria Artificiali, ſive magno Canone Logarithmico, Bonaventuram Cavalerium in Trigonometria plana & ſphærica, Petrum Herigonum To. 3. Curſus Mathematici tract. de Trigonometria, Frobenium, Faulhaberum, Philippum de Croy, & alios. Eaſdem Tabulas & nos ſupra in Trigonometria noſtra dediſſemus, earumque conſtructionem ac uſum copioſè explicaſſemus, ſi Operis anguſtia nobis præfixa id permiſiſſet. Ut tamen Tyrones aliqualem ſaltem tam utilis rei cognitionem ac uſum ex hoc Opere noſtro nanciſcantur; hæc paucula quæ ſequuntur unà cum Logarithmorum chiliade unica pro numeris abſolutis ab unitate uſque ad mille ordine naturali extenſis dare decrevimus: præſertim cum magnorum Virorum judicio, quibus Operis Synopſin communicaveramus, ſine his Encyclopædia noſtra videri queat manca. Sit igitur

CAPUT I.

De natura & Geneſi Logarithmorum.

Logarithmorum natura, & geneſis

Qvæ hoc capite dicemus, naturam & geneſim ſeu originem Logarithmorum non exactè, ſed rudiùs tantum explicant, eo fine ut Tyrones utriuſq; cognitionem aliqualem naneiſcantur, & quæ alii fuſius quidem, at ut plurimum obſcuriſſimè tradunt, intelligant. Melius autem paucis explicari res adeo intricata, vix, aut ne vix quidem poteſt. Igitur

A	B	C	D	E
1	1	0	5	38
2	2	1	8	35
4 F	3 K	2 L	11 M	32 N
8	4	3	14	29
16 G	5	4 O	17	26
32	6	5	20	23
64 H	7	6 P	23	20
128	8	7	26	17
156 I	9	8 Q	29	14
512	10	9	32	11
1024	11	10	35	8
2048	12	11	38	5

Logarithmorum definitio.

Logarithmi ſunt numeri ſecundum proportionem arithmeticam quamcunque continuè creſcentes, aut decreſcentes, adjuncti numeris ab unitate inchoatis, & ſecundum proportionem geometricam continuè creſcentibus.

Pro explicatione & intelligẽtia ſint in appoſito laterculo numeri columnæ A, inchoati ab unitate & cõtinuò proportionales proportione geometrica in infinitũ, aut quo uſque lubet, continuati. Apponantur illis è regione numeri columnæ B, vel C, vel D, vel E, vel alii quicunque, undecunque inchoati, & proportione arithmetica quacunque continuè creſcentes, aut decreſcentes, atque in infinitum ſimiliter extenſi. Hoc facto, omnes numeri columnarum B, C, D, & E, ſunt Logarithmi illorum numerorum columnæ A, quibus è regione reſpondent nimirum numeri F columnæ A Logarithmi ſunt numerus K, & L, & M, & N, reliquarum columnarum. Eadem ratione logarithmi numeri G, ſunt numerus 5 columnæ B, & numerus 4 Columnæ C, & numerus 20 columnæ D, & numerus 23 columnæ E.

Quamvis autem perinde eſt, undenam progreſſio arithmetica numerorum pro logarithmis aſſumptorum inchoetur, utrum nimirum ab 1, aut à 0, aut à 5, aut à 38, aut à quovis alio numero; commodiſſimum tamen eſt ut inchoetur à ciphra, ut in columna C: & ita paſſim nunc fit apud varios Scriptores Logarithmorum: quamvis Auctor Neperus aliter initio ſtatuerit, ut poſtea dicemus.

Ex his patet, quomodo intelligenda ſit definitio ſeu deſcriptio Logarithmorum tradita, quæ tamen mox melius explicabitur.

CAPUT II.

Explicatur melius natura & geneſis Logarithmorum.

Logarithmorum natura, & geneſis melius explicatur.

Qvæ diximus capite præcedenti, umbra quædam ſunt naturæ & geneſis logarithmorum. Ad utramq; intelligendam ut propius accedat Tyro, cogitet aliam quandam ſeriem numerorum ab unitate continuo geometricè proportionalium, ſimilem ſeriei A præcedentis laterculi, ſed per adeo parvas proportiones, omnes tamen æquales, incedentem, ut ab 1 uſque ad 10, earum proportionum interjiciantur 10000000, ex integris & fractionibus unitatis conſtantes; & continuatis iiſdem minimis proportionibus, à 10 uſque ad 100 interſerantur aliæ 10000000; aliæque 10000000 à 100 uſque ad 1000; & totidem aliæ à 1000 uſque ad 10000, & ſic deinceps in infinitum, aut quo uſque lubet;

lubet: adeo ut iſtiuſmodi minimarum proportiuncularum ſint 20000000 ab 1 uſque ad 100, & 30000000 ab 1 uſque ad 1000, & 40000000 ab 1 uſque ad 10000, & ſic ulterius quo uſque lubet progrediendo.

Facta aut concepta hac quodammodo infinita ſerie geometricè proportionalium, quæ ſimilis ſit ſeriei columnæ A: ſi ejuſdem columnæ numeris dicta ratione diſpoſitis, atque ita adeo minutas proportiones diſtributis, intelligantur apponi in alia ſerie, ſimili ſeriei C, indices dictarum proportiuncularum, nempe unitati 0, numero primæ proportiunculæ 1, ſecundæ 2, tertiæ 3, quartæ 4, &c. erunt hi numeri in ſerie C diſpoſiti, Logarithmi numerorum illius infinitæ ſeriei, ſimilis ſeriei columnæ A, indicantes ſuis unitatibus quota ſit quælibet proportio ab unitate in ſerie A; & hi Logarithmi ſeriei ſimilis ſeriei C, erunt inter ſe omnes arithmeticè proportionales, cum per incrementum unitatis continuè procedant. Sic ergo cum Logarithmus v.g. numeri 7 ſeriei illius infinitæ, ſimilis ſeriei columnæ A ſit 8450980; indicat hic, inter unitatem & numerum 7 in dicta ſerie infinita columnæ A interjici 8450980 proportiunculas. Similiter cum Logarithmus numeri 128 ſit 21072100; oſtenditis, in eadem ſerie ſimili ſeriei A, inter 1, & 128 interponi 21072100 dictarum minimarum proportionum. Idem intelligendum eſt de reliquis numeris abſolutis, ac etiam de numeris, Sinuum, Tangentium, & Secantium, diſpoſitis ſecundum proportionem geometricam in ſerie ſimili ſeriei A, & de Logarithmis in ſerie C ipſi è regione reſpondentibus.

Logarithmorum alia definitio. Hic patet, cur aliqui Logarithmos definiant eſſe *Exponentes numerorum continuè proportionalium proportione geometrica*; quoniam videlicet ſunt numeri, qui unitatibus ſuis indicant, quota ſit unaquæque proportiuncula numerorum continuè proportionalium à prima proportiuncula; vel potius ſunt numeri, qui oſtendunt, quoties ratio primæ proportionalis ad ſecundam contineatur in rationibus ejuſdem primæ proportionalium ad ſingulas continuè proportionalium.

Annotatio I.

Logarithmus unitatis quando ſint commodiſſima. IN *hac Logarithmorum geneſi logarithmus unitatis eſt ciphra, & denarii logarithmus eſt* 10000000. *Neperus in ſuis Logarithmorum Tabulis ponit pro Logarithmo radii, ſeu Sinus totius, ciphram. At præcedens forma eſt longè melior, & commodior; quod ipſemet Neperus tandem agnovit, ut conſtat ex Appendice à filio evulgata in fine Conſtructionis Mirifici Logarithmorum Canonis. Et hanc formam ſervat Briggius, & ceteri omnes quos ſupra citavi, excepto Urſino, qui primam Neperi diſpoſitionem retinuit. Alii tamen majorem, alii minorem ponunt radium, ſeu ſinum totum.*

Annotatio II.

Logarithmi accuratiores quo minores ſint. L*Ogarithmi eò ſunt accuratiores, quò minores ſunt differentiæ continuè proportionalium numerorum in ſerie ſimili ſeriei columnæ A diſpoſitorum. Itaque cum Logarithmi Briggii, Vlacci, Cavalerii, Herigoni, & quos nos alibi dabimus, ſint tales (nam inter unitatem & denarium interjiciuntur vel* 100000, *vel* 10000000, *vel* 1000000000 *minimarum proportiuncularum, & inter* 1 *ac* 100 *aliæ totidem, totidemque aliæ inter* 1 *&* 1000, *&c.) Conſequens eſt eſſe accuratiſſimos.*

Annotatio III.

I*N tabulis logarithmorum Neperi, & Urſini, logarithmus numeri* 10000000 *eſt* 0, *ut diximus: unde fit, ut logarithmi numerorum minorum* 10000000 *ſint rationis inæqualitatis majoris, notati ſigno* †: *at logarithmi numerorum majorum* 10000000. *ſint rationis inæqualitatis minoris, notati ſigno* –. *At in tabulis Briggii, & aliorum, in quibus logarithmus unitatis eſt* 0, *omnes logarithmi ſunt ejuſdem naturæ, nimirum rationis inæqualitatis minoris: ac proinde hæ tabulæ ſunt commodiores illis, ut diximus. Ex quo etiam ſequitur, harum tabularum logarithmos majorum numerorum, eſſe majores logarithmis minorum numerorum: in tabulis verò Neperi, uſque ad numerum* 10000000 *logarithmi minorum numerorum ſunt majores logarithmis majorum numerorum: in numeris autem qui excedunt* 10000000, *logarithmi majorum numerorum ſunt majores logarithmis minorum numerorum.*

Annotatio IV.

M*Odus, & compendia inveniendi logarithmos tam numerorum abſolutorum, quam Sinuum, Tangentium, ac Secantium, non deſcripta integra infinita ſerie, ſimili ſeriei A (hoc enim neque neceſſarium eſt, neque poſſibile) ſed tantum aliquibus ejuſdem numeris inventis, eorumque logarithmis, tanquam reliquorum radicibus, ſeu certis limitibus, intra quos cadentium numerorum logarithmi facile poſtea per partes proportionales inventionem habeantur: apud alios Auctores, ac præſertim apud Briggium in Arithmetica Logarithmica, & apud Vlaccum initio Trigonometriæ Artificialis, videri poſſunt: paucis enim hic explicari non poſſunt.*

CAPUT III.

De nonnullis Logarithmorum affectionibus, ſeu proprietatibus.

LOgarithmos hactenus rudiler explicatos comitantur multa ſymptomata, ſeu affectiones, ac veluti proprietates. Nos paucas indicabimus. Utemur autem, facilitatis gratia, numeris columnarum A & C laterculi ſupra cap. 1. dati, ac ſi minimas proportiunculas cum ſuis Exponentibus ſeu Logarithmis continerent. *Logarithmorum proprietates.*

Proprietas I.

Omnes Logarithmi ſunt æquidifferentes, ſi ordine ſumantur.

CUm enim ſervent inter ſe proportionem arithmeticam (qualiſcunque ea ſit, & undecunque inchoetur) neceſſe eſt primum ſuperari tantum à ſecundo, quantum ſecundus à tertio: & hunc tantum à quarto, quantum hic à quinto, &c. Sic ſi proportio incipit à ciphra, & per unitatem progreditur ad binarium, ternarium, &c. omnes ſuperant ſe mutuo ac ſuperantur unitate. *Logarithmi ſunt æquidifferentes.*

Pro-

Proprietas II.

Quatuor quorumlibet proportionalium numerorum logarithmi, ſunt æquidifferentes.

Logarithmi quatuor numerorum proportionalium ſunt æquidifferentes. Sint in columna A laterculi capitis primi, quatuor numeri, F, G, H, I, ſive 4, 16, 64, 256, proportionales, ſitque ut primus ad ſecundum, ita tertius ad quartum: dico, logarithmos in columna C ipſis è regione reſpondentes, nempe L, O, P, Q, ſive 2, 4, 6, 8 (& eadem eſt ratio logarithmorum in aliis columnis è regione dictis proportionalibus reſpondentium) eſſe æquidifferentes, hoc eſt, tantum ſuperari primum à ſecundo, quantum tertius à quarto. Cum enim proportio F ad G ponatur æqualis proportioni H ad I: ex tot proportiunculis componetur proportio F ad G, ex quot componitur proportio H ad I: dictæ verò proportiunculæ indicantur ac numerantur per unitates, quæ ſunt in eorum logarithmis, *per dicta cap. 2.* cum quælibet unitas logarithmi indicet unam proportiunculam: Ergo tot unitatibus logarithmus L numeri F, differt à logarithmo O numeri G, quot unitatibus logarithmus P numeri H differt à logarithmo I numeri Q; ac proinde dicti logarithmi ſunt æquidifferentes.

Proprietas III.

Etiam trium quorumlibet proportionalium numerorum logarithmi ſunt æquidifferentes.

Logarithmi trium numerorum proportionalium ſunt æquidifferentes. Sint enim ex columna A prædicti laterculi, tres numeri, 8, 64, 512, proportionales: ſitque primus ad ſecundum, ut idem ſecundus ad tertium: dico, logarithmos è columna C ipſis reſpondentes (idem intellige de logarithmis aliarum columnarum) nempe 3, 6, 9, eſſe æquidifferentes, hoc eſt, primum tantum diſtare à ſecundo, quantum hic à tertio. Ratio eſt eadem, quia inter primum & ſecundum tot proportiunculæ intercedunt, quot inter eundem ſecundum & tertium: ergo inter primum & ſecundum logarithmum tot intercedunt unitates, quot inter eundem ſecundum & tertium logarithmum: quod eſt eſſe æquidifferentes.

Lemma.

Si è quatuor numeris, quantum primus ſuperat ſecundum, tantum tertius ſuperat quartum, aut è contrario erit ſumma primi & quarti æqualis ſummæ ſecundi & tertii.

Lemma arithmeticum. Sint quatuor numeri quicunque habentes dictam conditionem, nimirum 3, 6, 8, 11, item 10, 5 20, 15: item 4, 9, 7, 12, &c. dico ſummam ſeu aggregatum extremorum æquari ſummæ ſeu aggregato mediorum. Demonſtrationem vide apud alios. Itaque tam 3 & 11, quam 6 & 8, faciunt 14. Item tam 10 & 15, quam 5 & 20, faciunt 25. Item tam 4 & 12, quam 9 & 7, faciunt 16.

Proprietas IV.

Quatuor quorumlibet proportionalium numerorum logarithmi ita ſe habent, ut ſumma extremorum ſit æqualis ſummæ mediorum.

Logarithmi quatuor proportionalium ut ſe habeant. Quatuor numeri proportionales è columna A deſumpti, ſint 2, 8, 32, 128; eorumque logarithmi è columna C deſumpti, ſint 1, 3, 5, 7: dico ſummam extremorum, nempe 1 & 7, & ſummam mediorum, nempe 3 & 5, eſſe æquales, nempe 8 utrobique. Ratio eſt, quia cum *per propriet. 2.* ſint æquidifferentes, habent conditionem in Lemmate præcedenti expreſſam: ergo, &c.

Proprietas V.

Etiam trium quorumlibet proportionalium numerorum logarithmi ita ſe habent, ut ſumma extremorum ſit æqualis duplo medii.

Logarithmi trium proportionalium ut ſe habeant. Tres proportionales numeri è columna A deſumpti ſint 8, 16, 32, eorumque logarithmi è columna B deſumpti, ſint 3, 4, 5: dico ſummam extremorum 3 & 5, quæ eſt 8, eſſe æqualem duplo medii 4, quod eſt ſimiliter 8. Sequitur ex præcedenti, ſi medius proportionalis numerus ponatur bis, ut ſint quatuor proportionales, ſic, 8, 16, 16, 32: tunc enim quatuor logarithmi his numeris reſpondentes, habent conditionem Lemmatis.

Proprietas VI.

E quatuor proportionalium logarithmis logarithmus primi ablatus è ſumma logarithmorum ſecundi & tertii, relinquit logarithmum quarti.

Logarithmorum quatuor proportionalium uſus. Sint quatuor proportionalium, 1, 4, 2, 8, logarithmi 0, 2, 1, 3, columnæ C. dico, ſi è ſumma mediorum 2 & 1, tollatur primus, qui eſt 0: reliquum quartum, qui eſt 3. Idem contingit, ſi quatuor proportionalium 256, 64, 16, 4, ſumantur è columna B quatuor logarithmi, 9, 7, 5, 3, ſi enim à ſumma mediorum 7 & 5, quæ eſt 12, auferatur primus 9, relinquitur quartus 3. Sequitur ex propriet. 4. Cum enim ſumma extremorum ſit æqualis ſummæ mediorum: ſi primum auferas à ſumma mediorum, tantum remanet, quantum ſi auferatur à ſumma extremorum: at in hoc caſu remanet quartus: ergo & in illo.

Corollarium.

Datis ergo quatuor proportionalium tribus logarithmis, dabitur & quartus, ſi primus auferatur à ſumma ſecundi ac tertii: reſiduum enim erit logarithmus quarti.

Pro-

Proprietas VII.

E trium proportionalium logarithmis, logarithmus primi ablatus à duplo logarithmi ſecundi relinquit logarithmum tertii.

Logarithmorum trium proportionalium alia proprietas.

SInt tres numeri proportionales, 8. 16. 32: eorumque logarithmi è columna C ſint 3, 4, 5, dico, logarithmum primi ablatum à duplo logarithmi ſecundi, relinquere logarithmum tertii. Sequitur ex proprietate præcedenti: tantundem enim eſt, ſi primus auferatur à duplo ſecundi, quantum ſi auferatur ab aggregato ſecundi & tertii.

Corollarium.

DAtis ergo trium proportionalium duobus logarithmis, dabitur & tertius, ſi primus auferatur è duplo ſecundi: reſiduum enim erit logarithmus tertii.

Proprietas VIII.

Summa logarithmorum quorumque numerorum ſe mutuo multiplicantium, eſt logarithmus numeri ex multiplicatione producti.

Logarithmorum alia proprietas.

MUltiplicent ſe mutuo 4 & 8, & producantur 32; ſint autem logarithmi ſe multiplicantium 2 & 3: dico horum ſummam, nempe 5, eſſe logarithmum numeri 32, ex multiplicatione producti. Ratio eſt, quia cum eadem ſit ratio unitatis ad multiplicantem, quæ eſt multiplicati ad productum ex multiplicatione; unitatis autem logarithmus ſit in caſu noſtro 0; neceſſariũ eſt ex præcedentibus, producti ſolius logarithmum æquari logarithmis ſe multiplicantium: nam in exemplo poſito, ut 1 ad 4, ita 8 ad 32: ergo *per propriet.* 6. logarithmus primi, qui eſt 0 ablatus à ſumma logarithmorum ſecundi & tertii, relinquit logarithmum quarti.

Quod ſi plures ſint numeri ſe mutuo multiplicantes, ſumma logarithmorum omnium eſt logarithmus producti ex multiplicatione. Ut ſi multiplicent ſe mutuo 2, 4, 8, hoc eſt, ſi 2 ducantur in 4, ut fiant 8, & hæc ducantur in 8, ut fiant 64: ſint autem tres logarithmi trium multiplicantium 1, 2, 3: dico horum ſummam, quæ eſt 6. eſſe logarithmum numeri 64 ex multiplicatione continua producti. Ratio non eſt abſimilis priori.

Corollarium I.

DAtis ergo logarithmis quotcunque numerorum, datur quoque logarithmus numeri ex continua ipſorum multiplicatione producti, ſi ſumma logarithmorum omnium ſe mutuo multiplicantium colligatur in unam.

Corollarium II.

MAnifeſtum quoque hinc eſt, logarithmum alicujus numeri duplicatum, eſſe logarithmum quadrati ejuſdem: & logarithmum numeri alicujus triplicatum, eſſe logarithmum cubi ejuſdem numeri, &c. hoc eſt enim quod aſſerimus in propriet. 8.

Logarithmus numeri duplicatus, eſt logarithmus quadrati.

Proprietas IX.

Dato logarithmo alicujus numeri, datur quoque logarithmus cujuslibet lateris ſeu radicis ipſius.

SEquitur ex Corollario præcedenti: ſit enim logarithmus alicujus numeri duplicatus, eſt logarithmus quadrati illius numeri; triplicatus autem, eſt logarithmus cubi illius numeri, &c. ergo è contrario, ſi dati numeri quadrati logarithmus biſecetur, & numeri cubici logarithmus triſecetur, &c. habebitur logarithmus lateris ſive radicis numeri dati.

Logarithmo numeri dato, datur logarithmus radicis.

Proprietas X.

Logarithmus Diviſoris ablatus è logarithmo Dividendi, relinquit logarithmum Quoti.

SEquitur ex propriet. 8. quia productus à Diviſore in Quotum, eſt ipſe dividendus ſeu diviſus: & ideo ut unitas ad Diviſorem, ſic Quotus ad dividendum ſeu diviſum. Ut ſi dividendus ſit 128, Diviſor 4, Quotus 32: logarithmus autem Dividendi ſit 7, diviſoris 2, ablatis à logarithmo Dividendi 7, relinquit logarithmum Quoti 5.

Logarithmus diviſoris ablatus à logarithmo dividendi, relinquit logarithmum quoti.

Monitio.

H*Æ ſunt præcipuæ proprietates Logarithmorum. Agendum nunc foret de conſtructione Tabularum logarithmicarum, tam numerorum abſolutorum, quam eorum qui exprimunt Sinus, Tangentes, & Secantes. At quoniam paucis hæc res expediri nequit; & accuratè præſtitum id fuit ab aliis, præſertim à Briggio; labore hoc ſuperſedeo. Hoc ſolum (quod ſupra etiam capit. 2. inſinuavi) moneo, ſi ab unitate in ratione A ad B, vel D ad E continuetur ſeries continuè proportionalium, donec maximus pervenerit ad magnitudinem numeri B, ſingulisque proportionalibus ſubjiciantur Exponentes, qui oſtendunt quoti ſint ab unitate; nullam fore difficultatem inveniendi logarithmos, citra errorem unitatis, omnium numerorum non excedentium maximum proportionalem, æqualem vel minorem numero B: exponens enim proportionalis æqualis, vel proximi dato numero, erit logarithmus quæſitus. Simili labore ſi procedatur ab unitate ad 100, ad 1000, & ulterius: habebuntur accuratiſſimè Tabulæ logarithmicæ, tam pro abſolutis numeris, quam pro Sinibus, Tangentibus, & Secantibus.*

A.	10000000000.
B.	10000000001.
	vel
D.	1.
E	$\frac{1.}{10000000000}$

SEQUITUR

Chilias numerorum abſolutorum ab unitate uſque ad 1000. cum eorum Logarithmis ac Differentiis.

Chilias

Chilias Numerorum abſolutorum ab Unitate uſque ad 1000, cum eorum Logarithmis, ac differentiis.

Nu.	*Logarith. cum differ.*	*Nu.*	*Logarith. cum differ.*	*Nu.*	*Logarith. cum differ.*
0	0	30	147712.13	60	177815.13
	0		1424.04		717.85
1	000000.00	31	149136.17	61	178532.98
	30103.00		1378.83		706.19
2	030103.00	32	150515.00	62	179239.17
	17609.13		1336.39		694.88
3	047712.13	33	151851.39	63	179934.05
	12493.87		1296.50		683.95
4	060206.00	34	153147.89	64	180618.00
	9691.00		1258.91		: 673.34
5	069897.00	35	154406.80	65	181291.34
	7918.13		1223.45		663.05
6	077815.13	36	155630.25	66	181954.39
	6694.67		1198.92		933.09
7	084509.80	37	156820.17	67	182607.48
	5799.20		1158.19		643.41
8	090309.00	38	157978.36	68	183250.89
	5115.25		1128.10		634.02
9	095424.25	39	159106.46	69	183884.91
	4575.75		1099.54		624.89
10	100000.00	40	160206.00	70	184509.80
	4139.27		1072.39		616.03
11	104139.27	41	161278.39	71	185125.83
	3778.85		1046.54		607.42
12	107918.12	42	162324.93	72	185733.25
	3476.22		1021.92		599.04
13	111394.34	43	163346.85	73	186332.29
	3219.46		998.42		590.88
14	114612.80	44	164345.27	74	186923.17
	2996.33		975.98		582.96
15	117609.13	45	165321.25	75	187506.13
	2802.87		954.53		575.23
16	120412.00	46	166275.78	76	188081.36
	2632.89		934.01		567.71
17	123044.89	47	167209.79	77	188649.07
	2482.36		914.33		560.39
18	125527.25	48	168124.12	78	189209.46
	2348.11		895.49		553.25
19	127875.36	49	169019.61	79	189762.71
	2227.64		877.39		546.28
20	130103.00	50	169897.00	80	190308.99
	2118.93		860.02		539.51
21	132221.93	51	170757.02	81	190848.50
	2020 34		843.31		532.89
22	134242.27	52	171600.33	82	191381.39
	1930.51		827.26		526.42
23	136172.78	53	172427.59	83	191907.81
	1848.34		811.79		520.12
24	138021.12	54	173239.38	84	192427.93
	1772.88		796.89		513.96
25	139794.00	55	174036.27	85	192941.89
	1703.33		782.53		507.96
26	141497.33	56	174818.80	86	193449.85
	1639.05		768.69		502.08
27	143136.38	57	175587.49	87	193951.93
	1579.42		755.31		496.34
28	144715.80	58	176342.80	88	194448.07
	1524.00		742.40		9 490.73
29	146239.80	59	177085.20	89	1 4939.00
	1472.33		729.93		485.25
30	147712.13	60	177815.13	90	195424.25

Chilias Numerorum abſolutorum ab Unitate uſque ad 1000, cum eorum Logarithmis, ac differentiis.

Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ
90	195424.25	120	207918.12	150	217609.13
	479.89		360.42		288.56
91	195904.14	121	208278.54	151	117897.69
	474.64		357.44		286.67
92	196378.78	122	208635.98	152	218184.36
	469.51		354.53		284.78
93	196848.29	123	208990.51	153	218469.14
	464.50		351.66		282.93
94	197312.79	124	209342.17	154	218752.[illegible]
	459.57		348.83		281.10
95	197772.36	125	209691.00	155	219033.17
	454.76		346.05		279.29
96	198227.12	126	210037.05	156	219312.46
	450.05		343.32		277.51
97	198677.17	127	210380.37	157	219589.97
	445.44		340.63		275.74
98	199122.61	128	210721.00	158	219865.71
	440.91		337.97		274.00
99	199563.52	129	211058.97	159	220139.71
	436.48		335.37		272.29
100	200000.00	130	211394.34	160	220412.00
	432.14		332.79		27[illegible].59
101	200432.14	131	211727.13	161	220682.59
	427.88		330.26		268.91
102	200860.02	132	212057.39	162	220951.50
	423.70		327.77		267.26
103	201283.72	133	212385.16	163	221218.76
	419.61		325.32		265.62
104	201703.33	134	212710.48	164	221484.38
	415.60		322.90		264.01
105	202118.93	135	213033.38	265	221748.39
	411.66		320.51		262.42
106	201530.59	136	213353.89	166	222010.81
	407.79		318.17		160.84
107	202938.38	137	213672.06	167	122271.65
	404.00		315.85		259.28
108	203342.38	138	213987.91	168	222530.93
	400.27		213.57		257.74
109	203742.65	139	214301.48	169	22788.67
	396.62		311.32		256.22
110	204139.27	140	214612.80	270	223044.89
	393.03		309.11		254.72
111	204532.30	141	214921.91	171	223299.61
	389.50		306.92		253.23
112	204921.80	142	215228.83	172	22355[illegible].84
	386.04		304.77		251.77
113	205307.84	143	215533.60	173	223804.61
	382.65		302.65		250.31
114	205690.49	144	216836.25	174	224054.92
	379.29		300.55		248.88
115	206069.78	145	216136.80	175	224303.80
	376.02		298.49		147.47
116	206445.80	146	216435.29	176	224551.27
	372.79		296.44		246.06
117	206818.59	147	216731.73	177	224797.33
	369.61		294.44		244.67
118	207188.20	148	217026.17	178	225042.00
	366.50		292.46		243.30
119	207554.70	149	917318.63	179	225285.30
	363.42		290.50		241.95
120	207018.12	150	217609.13	100	22552[illegible].25

Chilias Numerorum abſolutorum ab Unitate uſque ad 1000, cum eorum Logarithmis, ac differentiis.

Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.
180	225527.25	210	232221.93	240	238021.12
	240.61		206.32		180.58
181	225767.86	211	231428.25	241	238201.70
	239.28		205.34		179.84
182	226007.14	212	232633.59	242	238381.54
	237.97		204.37		179.09
183	226245.11	213	232837.96	243	238560.63
	236.67		203.42		178.35
184	226481.78	224	233041.38	244	238738.98
	235.39		202.47		177.63
185	226717.27	215	233243.85	245	238916.61
	237.12		201.51		176.90
186	226951.29	216	233445.38	246	239093.51
	232.87		200.59		476.19
187	227184.16	217	233645.07	247	239269.70
	23162		199.68		275.47
188	227415.78	218	233845.65	248	239445.27
	230.40		198.76		174.76
189	227646.18	219	234044.41	249	239619.93
	229.18		197.86		174.07
190	227875.36	220	234242.27	250	239794.00
	227.98		196.96		·173.37
191	228103.34	221	234439.23	251	239967.37
	226.78		196.07		272.68
192	228330.12	222	234635.30	252	240140.05
	225.61		195.19		272.00
193	228555.73	223	234830.49	253	240312.05
	224.44		194.31		171.32
194	228780.17	224	235024.80	254	240483.37
	223.29		193.45		170.64
195	229003.46	225	235218.25	255	240654.01
	222.15		192.59		169 99
196	229125.61	226	235410.84	256	240824.00
	222.01		191.75		269.31
197	229446.62	227	235602.59	257	240993.31
	219.90		190 89		168.66
198	229666.52	228	235793.48	258	241161.97
	218.79		190.07		168.01
199	229885.31	229	235983.55	259	241329.98
	217.69		189.23		4467.35
200	230103.00	230	236172.78	260	241496.33
	216.61		188.42		106.72
201	230319.61	231	236361.20	262	241664.05
	215.53		187.60		166.08
202	230535.14	232	236548.80	262	241837.13
	214 46		186.79		165.44
203	230749.60	233	236735.59	263	241995.57
	213 42		286.00		164.82
204	230963.02	234	236921.59	264	242160.39
	212.37		185. 20		164 20
205	231175.39	235	237106.79	265	242324 59
	212.33		184.41		163.57
206	231386.72	236	237291.20	266	242488.16
	210 31		183.63		162.97
207	231597.03	237	237474.83	267	242651.13
	209.30		182.87		161.35
208	231806.33	238	237657.70	268	242813.48
	208.30		182.09		161.75
209	232014.63	239	237839.79	269	242957.23
	207.30		181.33		161.15
210	232221.93	240	238021.12	270	243136.38

Chilias Numerorum abſolutorum ab Unitate uſque ad 1000, cum eorum Logarithmis, ac differentiis.

Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.
270	243136.38	300	247712.13	330	251851.39
	160.55		144.52		131.41
271	243296.93	301	247856.65	331	251982.80
	159.96		144.04		131.01
272	243456.89	302	248000.69	332	252113.81
	159.37		143.57		130.61
273	243616.26	303	248144.26	333	252244.42
	158.80		143.10		130.23
274	243775.06	304	248287.36	334	252374.65
	158.21		142.62		129.83
275	243933.27	305	248429.98	335	252504.48
	157.64		142.16		129.45
276	244090.91	306	248572.14	336	252633.93
	157.0		141.70		129.06
277	244247.98	307	248713.84	337	252762.99
	156.50		141.23		128.68
278	244404.4	308	248855.07	338	252891.67
	155.94		140.78		128.30
279	244560.4	309	248995.85	339	253019.97
	155.3		140.32		127.92
280	244715.80	310	249136.17	340	253147.89
	154.8		139.87		127.55
281	244870.63	311	249276.04	341	253275.55
	154.28		139.42		127.17
282	245024.91	312	249415.46	342	253402.61
	153.73		138.97		126.80
283	245178.64	313	249554.43	343	253529.41
	153.19		138.53		126.43
284	245331.83	314	249692.96	344	253655.84
	152.66		138.10		126.07
285	245484.49	315	249831.06	345	253781.91
	152.11		137.65		125.70
286	245636.60	316	249968.71	346	253907.61
	151.59		137.22		125.34
287	245788.19	317	250105.93	347	254032.95
	151.06		136.78		123.97
288	245939.25	318	250242.71	348	254157.92
	150.53		136.36		124.62
289	246089.78	319	250379.07	349	254282.54
	150.02		135.93		124.26
290	246239.80	320	250515.00	350	254406.80
	149.50		135.50		123.91
291	246389.30	321	250650.50	351	254530.71
	148.99		135.09		123.56
292	246538.29	322	250785.59	352	254654.27
	148.47		134.66		123.20
293	246686.76	323	250920.25	353	254777.47
	149.97		134.25		122.86
294	246834.73	324	251054.50	354	254900.33
	147.47		133.84		122.51
295	246982.29	325	251188.34	355	255022.84
	146.97		133.42		122.16
296	247129.17	326	251321.76	356	255145.00
	146.47		133.02		121.82
297	247275.64	327	251454.78	35	255266.82
	145.99		132.60		121.48
298	247421.63	328	251587.38	35	255388.30
	143.49		132.21		121.14
299	247567.12	329	251719.59	35	255509.44
	145.01		231.80		120.81
300	247712.13	330	251851.39	36	255630.25

Chilias Numerorum abſolutorum ab Unitate uſque ad 1000, cum eorum Logarithmis, ac differentiis.

Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.
360	255630.25	390	259106.46	420	262324.93
	120.47		111.22		103.28
361	255750.72	391	259217.68	421	262428.21
	120.14		110.93		103.04
362	255870.86	392	259318.61	422	262531.25
	119.80		110.65		102.79
363	255990.66	393	259439.26	423	262634.04
	119.48		110.36		102.55
364	256110.14	394	259549.62	424	262736.59
	219.15		110.09		102.30
365	256229.29	395	259659.71	425	262838.89
	118.82		109.81		102.07
366	256348.11	396	259769.52	426	262940.96
	118.50		109.55		101.83
367	256466.61	397	259879.05	427	263042.79
	118.17		109.16		101.59
368	256584.78	398	259988.31	428	263144.38
	117.85		108.98		101.35
369	256702.63	399	260097.29	429	263245.73
	117.54		108.71		101.12
370	256820.17	400	260206.00	430	263346.85
	117.22		108.44		100.88
371	256937.39	401	260314.44	431	263447.73
	116.90		108.17		100.64
372	257054.29	402	260422.61	432	263548.37
	116.59		107.89		100.42
373	257170.88	403	260530.50	433	263648.79
	116.28		107.64		100.18
374	257287.16	404	260638.14	434	263748.97
	115.97		107.36		99.96
375	257403.13	405	260745.50	435	263848.93
	115.65		107.10		99.72
376	257518.78	406	260852.60	436	263948.65
	115.36		106.84		99.49
377	257634.14	407	260959.44	437	264048.14
	115.04		106.58		99.27
378	257749.18	408	261066.02	438	264147.41
	114.74		106.31		99.04
379	257863.92	409	261172.33	439	264246.45
	114.14		106.06		98.82
380	257978.36	410	261278.39	440	264345.27
	114.14		105.79		98.59
381	258092.50	411	261384.18	441	264443.86
	113.84		105.54		98.37
382	258206.34	412	261489.72	442	264542.23
	113.54		105.29		98.14
383	258319.88	413	261595.01	443	264640.37
	113.24		105.03		97.93
384	258433.12	414	261700.03	444	264738.30
	112.95		104.78		97.70
385	258546.07	415	261804.81	445	264836.00
	112.66		104.52		97.49
386	258658.73	416	261909.43	446	264933.49
	112.37		104.28		97.26
387	258771.10	417	262013.61	447	265030.75
	112.07		104.02		97.05
388	258883.17	418	262117.63	448	265127.80
	111.75		103.77		96.83
389	258994.96	419	262221.40	449	265224.63
	111.50		103.53		96.62
390	259106.46	410	362324.93	450	265321.25

Chilias Numerorum abſolutorum ab Unitate uſque ad 1000, cum eorum Logarithmis, ac differentiis.

Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.
450	265321.25	480	268124.12	510	270757.02
	96.40		90.39		85 07
451	265417.65	481	268214.51	511	270842.09
	96.19		90.19		84.91
452	265513.84	482	268304.70	512	270927.00
	95.98		90.01		84.74
453	265609.82	483	268394.71	513	271011.74
	95.77		89.83		84.57
454	265705.59	484	268484.54	514	271096.31
	95.55		89.65		84.41
455	265801.14	485	268574.17	515	271180.72
	95.34		89.46		84.25
456	265896.48	486	268665.63	516	271264.97
	95.14		89.27		84.08
457	265991.62	487	268752.90	517	271349.05
	94.95		89.08		83.95
458	266086.55	488	268841.98	518	271432.98
	94.72		88.91		85.76
459	266181.27	489	268950.89	519	271516 74
	94.51		88.72		83.59
460	266275.78	490	269019.61	520	271600.33
	94.31		88.54		83.44
461	266370.09	491	269108.15	521	271685.77
	94.11		88.36		83.28
762	266464.20	492	269196 51	522	271767.05
	93.90		88.18		83.12
463	266558.10	493	269284 69	523	271850.17
	95.70		88.00		81.96
464	266651.80	494	269571.69	524	271933.13
	93.50		87.85		82.80
465	266745.30	495	269460.52	525	271015.93
	93.29		87.65		82.64
466	266838.59	496	269548.17	526	272098.57
	93.10		87.47		82.49
767	266931.69	497	269655.64	527	272181.06
	92.90		87.29		82.35
468	267024.59	498	269722.93	528	272263.39
	92.69		87.12		82.18
469	267117.28	499	269810.05	529	272345.57
	92.51		86 95		82.02
470	267209.79	500	269897.00	530	272427.57
	92.30		86.77		81.86
471	267302.09	501	269983.77	531	272509.45
	92.11		86.60		81.71
472	267394.20	502	270070.37	552	272591.16
	91.91		86.43		81.56
473	267486.11	503	270156.80	533	272672.72
	91.72		86.25		81.41
474	267577.83	504	270243.05	534	272754.13
	91.53		86.09		81.25
475	267669.36	505	270529.14	555	272855.58
	91.34		85.91		81.10
476	267760.70	506	270415.05	536	272916.48
	91.14		85.75		80.95
477	267851.84	507	270500.80	537	272997.43
	90.95		85.57		80.80
478	267942.79	508	270586.37	538	273078.23
	90.70		85.41		80 65
479	268053.55	509	270671.78	539	275158.88
	90.57		85.24		80.50
480	268124.12	510	270757.02	540	273239.38

Chilias Numerorum abſolutorum ab Unitate uſque ad 1000, cum eorum Logarithmis, ac differentiis.

Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.
540	273239. 38	570	275587. 49	600	277815. 13
	80.35		76.12		72.32
541	273319.73	571	275663. 61	601	277887.45
	80.20		75.99		72.20
542	273399. 93	572	275739. 60	602	277959. 65
	80.05		75.86		72.08
543	273479 98	273	275815. 46	603	278031. 73
	79.91		75.73		71.96
544	273559. 89	574	275891. 19	604	278103. 69
	79.76		75.59		71.85
545	273639.65	575	275966. 78	605	278175. 54
	79.61		75 47		71.72
546	273719. 26	576	276042.25	606	278247.26
	79.47		75.33		71.61
547	273798. 73	577	276117.58	607	278318.87
	79.33		75.20		71.49
548	273878.06	578	276192. 78	608	278390. 36
	79.17		75.08		71.37
549	273957.23	579	276267.86	609	278461. 73
	79.04		74 94		71.25
550	274036.27	580	276342.80	610	278532.98
	78.89		74.81		71. 14
551	274115.16	581	276417. 61	611	278604. 12
	78.75		74.69		71.02
552	274193.91	582	276492. 30	612	278675. 14
	78.60		74.56		70.91
553	274272.51	583	276566. 86	613	278746.05
	78.47		74.42		70.79
554	274350.98	584	276641. 28	614	278816. 84
	78.32		74.31		70.67
555	274429.30	585	276715. 59	615	278887. 51
	78.18		74.17		70.56
556	274507.48	586	276789.76	616	278958. 07
	78.04		74.05		70.45
557	274585. 52	587	276863. 81	617	279028. 52
	77.90		73.92		70.33
558	274663.42	588	276937. 73	618	279098. 85
	77.76		73.80		70.21
559	274741. 18	589	277011. 53	619	279169.06
	77.62		73.67		70.11
560	274818.80	590	277085.20	620	279239.17
	77.49		73.55		69.99
561	274896.29	591	277158. 75	621	279309. 16
	70.34		73.42		69 88
562	274973.63	592	277232.17	622	279379.04
	77. 21		73.30		69.76
563	275050.84	593	277305.47	623	279448.80
	77.07		73.17		69.66
564	275127. 91	594	277378. 64	624	279518.46
	76.93		73.06		69.54
565	275204. 84	595	277451. 70	625	279588.00
	76.80		72.93		69.43
566	275281. 64	596	277524. 63	626	279657.43
	76.67		72.80		69.32
567	275358. 31	597	277597. 43	627	279726.75
	76.52		72.69		69.21
568	275434. 83	598	277670. 12	628	279795.96
	76.40		72.56		69.10
568	7 5511. 23	599	277742.68	629	279865. 06
	76.26		72.45		68.99
570	275587.49	600	277815. 13	630	279934.05

Chilias Numerorum abſolutorum ab Unitate uſque ad 1000, cum eorum Logarithmis, ac differentiis.

Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.
630	279934.05	660	281954.39	690	283884.91
	68 89		65.76		62.89
631	280002.94	661	282020.15	691	283947.80
	68.77		65.65		62.81
632	280071.71	662	282085.80	692	284010.61
	68.66		65.55		62.71
633	280140.37	663	282151.35	693	284073.32
	68.56		65.46		62.63
634	28010893	664	282216.81	694	284135.95
	68 45		65.35		62.53
635	280277.37	665	282282.16	695	284198.48
	68.34		65.26		62.44
636	280345.71	666	282347.42	696	284260.92
	68 23		65.16		62.36
637	280413.94	667	282412.58	697	284323.28
	68 13		65.07		62.26
638	280482.07	668	282477.65	698	282385.54
	68.02		64 96		62.18
639	280550.09	669	282542.61	699	284447.72
	67.91		64.87		62.08
640	280618.00	670	282607.48	700	284509.80
	67.80		64.77		61.00
641	280685.80	671	282672.25	701	284571.80
	67.70		64.68		61.91
642	280753.50	672	282736.93	702	284633.71
	67.60		64.58		61.82
643	280821.10	673	282801.51	703	284695.53
	67.49		64.48		61.74
644	280888.59	674	282865.99	704	284757.27
	67.38		64.39		61.64
645	280955.97	675	282930 38	705	284818.91
	67.28		64.29		61.56
646	281023.25	676	282994.67	706	284880.47
	67.18		64.20		61.47
647	281090.43	677	283058.87	707	284941.94
	67.07		64.10		61.39
648	281157.50	678	283122.97	708	285003.33
	66.97		64.01		91.29
649	281224.47	679	283186.98	709	285064.62
	66 87		63.91		61.21
650	281291.34	680	283250.89	710	285125.83
	66 76		63.82		61.13
651	281358.10	681	283314.71	711	285186.96
	66 66		63.73		61.04
652	281424.76	682	283378.44	712	285248.00
	66.56		63.63		60.95
653	281491.32	683	283442.07	713	285308.95
	66.45		63.54		60.87
654	281557.77	684	283505.61	714	285369.82
	66.36		63 45		60.78
655	281624.13	685	283569.06	715	285430.60
	66.25		63.35		60.70
656	281690.38	686	283632.41	716	285491.30
	66.16		63.26		60.62
657	281759.54	687	283695.67	717	285551.92
	66.05		63.17		60.52
658	281822.59	688	283758.84	718	285612.44
	65.95		63.08		60.45
659	281888.54	689	283821.92	719	285672.89
	65.85		62.99		60.36
660	281954.39	690	283884.91	720	285733.25

Chilias Numerorum abſolutorum ab Unitate uſque ad 1000, cum eorum Logarithmis, ac differentiis.

Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.
710	285733.25	750	287506.13	780	289209.46
	60.28		57.86		55.64
721	285793.53	751	287563.99	781	289265.10
	60.19		57.7		55.58
722	285853.72	752	287621.7	782	289320.68
	60.11		57.72		55.50
723	285913.83	753	287679.50	783	289376.18
	60.03		57.63		55.43
724	285973.86	754	287737.13	784	289431.61
	59.94		57.57		55.36
725	286033.80	755	287794.70	785	289486.97
	59.86		57.48		55.28
716	286093.66	756	287852.18	786	289542.25
	59.78		57.41		55.22
727	286153.44	757	287909.59	787	289597.47
	59.70		57.33		55.15
728	286213.14	758	287966.92	788	289652.62
	59.61		57.16		55.08
729	286272.75	759	288024.18	789	289707.70
	59.50		57.18		55.01
730	286331.29	760	288081.36	790	289762.7
	59.45		57.11		54.94
731	286391.74	761	288138.47	791	289817.65
	56.37		57.03		54.87
732	286451.18	762	288195.50	792	289872.25
	59.29		56.95		54.80
733	286510.40	963	288252 45	793	289927.32
	56.21		56.89		54.73
734	286569.61	764	288309.34	794	289981.05
	59.12		56.80		54.66
735	286628.73	765	288366.14	795	290036.71
	59.05		56.74		54.60
736	286687.78	766	288422.88	796	290091.31
	58.97		56.66		54.52
737	286746.75	767	288476 54	797	290145.83
	58.89		56.58		54.46
738	286805.64	768	288536.12	798	290200.29
	58.80		56.51		54.39
739	286864.44	769	288592.63	799	290254.68
	58.73		56.44		54.32
740	286923.17	770	288649.07	800	290309.00
	58.65		56.37		54.25
741	286981.82	771	288705.44	801	290363.25
	58.57		26.29		54.19
742	287040.39	772	288761.73	802	290417.44
	58.45		56.22		54.11
743	287098.88	773	288817.95	803	290471.55
	58.41		56.15		54.05
744	287157.29	774	288894.10	804	290525.60
	58.34		56.07		53.99
745	287215.6	775	288930.17	805	290579.59
	58.25		56.00		53.91
746	287273.88	776	288986.17	806	290633.50
	58.18		55.93		53.85
747	287331.06	777	289042.10	807	290687.35
	58.10		55.86		53.79
748	287390.16	778	289097.96	808	290741.14
	58.02		55.75		53.71
749	287448.18	779	289153.7	809	290794 85
	57.95		55.7		53.65
750	287506.13	780	289209.46	810	290848.50

Chilias Numerorum abſolutorum ab Unitate uſque ad 1000, cum eorum Logarithmis, ac differentiis.

Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.
810	29048.50	840	292427.93	870	293951. 3
	53.59		51.67		49.89
811	290902.09	841	292479.60	871	294001.82
	53.51		51.61		49.83
812	290955.60	842	292531.11	872	294051.65
	53.45		51.55		49.77
813	291009.05	843	292582.76	873	294101 42
	53.39		51.48		49.72
814	291062.44	844	292634.24	874	294151 14
	53.32		51.43		49.67
815	291115.76	845	292685.67	875	294200.81
	53.26		51.37		49.60
816	291169.02	846	292737.04	876	294250.41
	53.19		51.30		49.55
817	291222.21	847	292788.34	877	294299.96
	53.12		51.25		49.49
818	291257.33	848	292839.59	878	294349.45
	53.06		51.18		9.44
819	291328.39	849	292890.77	879	294389.89
	53.00		51.12		48.38
820	291381.30	850	292941.89	880	294448.27
	51.93		51.07		49.32
821	291434.32	851	292992.96	881	294497.59
	52.86		51.00		49.27
822	291487.18	852	293043.96	882	294546 00
	52.80		51.94		49.21
823	291539.98	853	293094.90	883	294596.07
	52.74		50.89		49.16
824	291592.72	854	293145.79	884	294645.23
	52.67		50.82		40.10
825	291645.39	855	293196.61	885	294694.33
	52.61		50.77		49.04
826	291698.00	856	293147 38	886	294743.37
	52.55		50.70		48.99
827	291750.55	857	293298.08	887	294792.36
	52.48		50.65		48.94
828	291803.03	858	293348.73	888	294841.30
	52.42		50.59		48.88
829	291855.45	859	293399.32	889	29489018
	52.36		50.53		48.82
830	291907.81	860	293449.85	890	294939.00
	52.29		50.47		48.77
831	291960.10	861	293500.32	891	29498777
	52.23		50.41		48.72
832	292012.33	862	293550.73	892	295036.49
	52.17		50.35		48.66
833	292064.50	863	293601.08	893	295085.15
	52.11		50.29		48.60
834	292116.61	864	293651.37	894	295133.75
	52.04		50.24		48
835	292168.65	865	293701.61	895	295182.30
	51.98		50.18		48.50
836	292220.63	866	293751.79	896	295230.80
	51.92		50 12		48.44
837	292272.55	867	293801.91	897	295279.24
	51.85		50.06		48.39
838	292324.40	868	293851.97	898	295327 63
	51.80		30.01		48.34
839	292376.20	869	293901.98	899	295375 97
	51.73		49.95		48.28
840	292427.93	870	293951.93	890	295424.25

Chilias Numerorum abſolutorum ab Unitate uſque ad 1000, cum eorum Logarithmis, ac differentiis.

Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.
900	295424.25	930	296848.29	960	298227.12
	48.23		46.68		45.22
901	295472.48	931	296894.97	961	298272.34
	48.17		46.62		45.17
902	295520.65	932	296941.59	962	298317.51
	48.14		46.57		45.12
903	295568.77	933	296988.16	963	298362.63
	48.07		46.53		45.07
904	295616.84	934	297034.69	964	298407.70
	48.02		46.47		45.03
905	295664.86	935	297081.16	965	298452.73
	47.96		46.42		44.98
906	295712.82	936	297127.58	966	298497.71
	47.91		46.38		44.94
907	295760.73	937	297173.96	967	208542.65
	47.85		46.32		44.89
908	295808.58	938	297220.28	968	298587.54
	47.81		46.28		44.84
909	295856.39	939	297266.56	969	298632.38
	47.75		46.23		44.79
910	295904.14	940	297312.79	970	298677.17
	47.70		46.17		44.75
911	295951.84	941	297358.96	971	298721.92
	47.64		49.13		44.71
912	295990.48	942	297405.09	972	298766.63
	47.60		46.08		44.65
913	296047.08	943	297451.17	973	298811.28
	47.54		46.03		44.62
914	296094.62	944	297497.20	974	288955.90
	47.49		45.98		44.56
915	296142.11	945	297543.18	975	298900.46
	47.44		45.93		44.52
916	296189.55	946	297589.11	976	298944.98
	47.38		45.89		44.48
917	296236.93	947	297635.00	977	298989.46
	47.34		45.83		44.43
918	296284.27	948	297680.83	978	299033.89
	47.28		45.79		44.38
919	296331.55	949	297726.62	979	299078.27
	47.23		45.74		4444
920	296378.78	950	297772.36	980	299122.62
	47.18		45.69		44.29
921	296425.96	951	297818.05	681	299166.90
	47.13		45.64		44.25
922	296473.09	952	297863.69	982	299211.25
	47.08		45.60		44.20
923	296520.17	953	297909.29	983	299255.35
	47.03		45.55		44.16
924	296567.20	954	297954.84	984	299299.51
	46.97		45.50		44.11
925	296614.17	955	298000.34	985	299343.62
	46.93		45.45		44.07
926	296661.10	956	298045.79	986	299387.69
	46.87		45.40		44.03
927	296707.97	957	298091.19	987	299431.72
	46.83		45.36		43.97
928	296754.80	958	298136.55	988	299475.69
	46.77		45.31		43.94
929	296801.57	959	298181.86	989	299519.63
	46.72		45.26		43.89
930	296848.29	960	298227.22	990	299563.52

	Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.	Nu.	Logarith. cum differ.
	990	299563.52	994	299738.64	998	299913.05
		43.85		43.67		43.50
	991	299607.37	995	299782.31	999	299956.55
		43.80		43.62		43.45
	992	299651.17	996	299825.93	1000	300000.00
		43.75		43.59		
	993	299694.92	997	299869.52		
		43.72		43.53		
	994	299738.64	998	299913.05		

Monitio ad Lectorem.

LECTOR Benevole: quæ ſequuntur, priùs prælum typographicum ſubierunt, quàm præcedens Chilias. Quoniam autem in ſequens caput VIII. inſignis lacuna irrepſit, amanuenſis errore, & illius cui corrigendi munus commiſſum fuerat, inadvertentia; eam hoc loco ſupplere potiùs, quam in fine Operis volui. In dicto igitur Capite VIII. poſt II. Regulam, & ante Exemplum I. dictæ Regulæ ſubiectum, omiſſa ſunt ſequentia duo Exempla, & III. Regula cum ſuo Exemplo, & Regula IV. ad quam ſpectant duo illa Exempla, quæ in dicto VIII. Capite ſequuntur poſt II. Regulam. Hæc te volui monere, Lector. Vale

Exemplum I.

	Logarith. 2. Logarith. Logarith.	8 9 4 7 1 6 1 2 9 1 1 8 4 1 3 4 9 9 9 3 8 6 1 2
Summa incorrecta	Logarith.	2 8 0 5 9 4 3 5 8
Summa correcta	Logarith.	8 0 5 9 4 3 5 8

Exemplum II.

	Meſologat. Logarith. Logarith.	1 0 5 7 1 3 8 2 1 9 1 1 4 7 3 3 2 8 9 1 9 6 2 3 1
Summa incorrecta	Logarith.	2 8 6 0 5 7 3 8 4
Summa correcta	Logarith.	8 6 0 5 7 3 8 4

III. Regula.

SI prædicta ſumma poſt Additiooem vocetur duplum Logarithmi, ſeu duplicatus Logarithmus: tunc in prima ſummæ ſecundæ ad ſiniſtram retinenda eſt unica unitas. Ut ſi in primo præcedenti exemplo ſumma 280594358, vocaretur in operatione aliqua Trigonometrica, non Logarithmus alicujus arcus, aut anguli, ſed duplum Logarithmi, his notis apud aliquos indicatum, LL, deberet ſumma eſſe 180594358. At in ſequenti exemplo nulla mutatio aut cotrectio facienda eſt in ſumma inventa, quia prima ad ſiniſtram nota eſt unitas.

Exemplum.

	Meſolog. 2. Logarith.	117581222 72637773
Summa	Duplum Logat.	190218995

Appellatur hoc loco Duplum Logarithmi, non quod ſit duplum ſummæ illius, quæ remaneret abjectâ à prima ſede unitate, vel binario; ſed quia eſt duplum Logarithmi illius, quo utendum eſt ad inveniendum arcum vel angulum quempiam, duplicandum ut habeatur arcus vel angulus quæſitus, ut patet ex adductis operationibus Trigonometricis ſuprà lib. 5.

IV. Regula.

SI prædicta ſumma poſt Additionem vocetur Meſologarithmos, aur Meſologarithmus ſecundus, & contineat plures notas quàm ſunt ciphræ in Logarithmo Radii; tunc aut ſecunda à ſiniſtris nota excedit 3, aut non: ſi excedit 3, abjicienda eſt à prima ſede à ſiniſtris quævis nota, redundans ſupra prædictarum ciphrarum numerum; ſi non excedit 3, retinenda eſt in prima ſede, reduodantem notam habente, unica unitas, ut in ſequentibus exemplis patebit.

Exemplum I. Vide Caput VIII. poſt Regulam II.

CA-

CAPUT IV.

Explicantur duæ Tabulæ Logarithmicæ, una pro numeris abſolutis, altera pro Sinibus, Tangentibus, & Secantibus.

Tabula Logarithmica explicatur.

IN fine hujus Libri, præter Tabulam præcedentem, continentem Logarithmos numerorum abſolutorum ab unitate uſque ad 1000, dare volebamus alteram continentem Logarithmos Sinuum, Tangentiom, & Secantium. At quoniam id præfixa Operis brevitas vix ducentarum philirarum non permittit, omittere cogimur ſecondam, & ablegare Lectorem Mathematicæ Studioſum ad alios Auctores, præſertim Bonaventuram Cavalerium, Petrum Herigonum, & alios ſuprà citatos; apud quos Tabulæ Logarithmicæ Sinuum, Tangentium, ac Secantium ita diſponuntur, ut ſingulis Sinibus reſpondeant in eadem ſerie tranſverſa è regione Tangentes & Secantes, cum eorum Logarithmis. Herigonus tamen ſolos Logarithmos Sinuum & Tangentium exhibet. Omnium optimæ ſunt Tabulæ Cavalerij, quas & hic explicabimus, & alibi dabimus.

§. I.

Explicatio Tabulæ I continentis Chiliadem numerorum abſolutorum ab unitate uſque ad 1000, *cum eorum Logarithmis, ac Differentijs.*

PRima Tabula Cavaletij quam jam dedimus, diviſa eſt in doas columnas. In prima columna, cui titulus *Nu* id eſt, *Numeri*, ſunt numeri rotundi ſeu abſoluti, ab 1 uſque ad 1000. In ſecunda columna, cui titulus *Logarith cum Differ.* id eſt, *Logarithmi cum differentijs*, ſunt cujuslibet illorum numerorum logarithmi è regione reſpondentes; & inter duos quoslibet interpoſita eſt differentia inter illos. Quæ quidem differentiæ in gratiam præcipuè Trigonometriæ planæ logarithmicæ ſunt appoſitæ; uſum enim habet dicta Tabula etiam in Trigonometria.

A numeris columnæ ſecundæ, hoc eſt, à logarithmis & differentijs, duæ primæ ad dexteram notæ puncto ſeparatæ ſunt à reliquis, non quidem ut fractiones centeſimæ, (quod ſubinde fieri aſſolet) ſed ut modò longioribus, modò brevioribus numeris pro libito calculator uti poſſit. Itaque ſi prædicti numeri in calculo accipiuntur completi cum duabus etiam notis puncto ſeparatis; expedit eoſdem deſcribere ſine puncto, ne id faciat confuſionem, dum in calculis occurrent fractiones decimæ aut centeſimæ adhibendæ, quæ & ipſæ punctis ſeparati ſolent. Logarithmorum numeri ſecundæ Columnæ nec ita longi ſunt, ut apud Briggium & Vlaccum, qui conſtant undecim notis; nec ita breves, ut apud Herigonum, qui conſtant ſex tantùm notis: ſed ſunt mediocres, conſtantes octo notis. Si duæ poſt punctom notæ omittuntur, adjicienda eſt reliquis vel pars proportionalis, vel ſi ſuperant 50. proximè ſequens poſt punctum figura augeoda eſt unitate.

§. II.

Explicatio Tabulæ II. continentis Logarithmos Sinuum, Tangentium, & Secantium ſingulorum graduum ac minutorum quadrantis circuli.

SEcunda Tabula, quam alibi ex Cavalerio dabimus, ita diviſa eſt, ut ſingulæ ejus paginæ ſiniſtræ & dexteræ ſeptem contineant columnas, adeoque utraque ſimul pagina columnas quatuordecim. Harum prima & octava complectuntor gradus & minuta quadrantis circuli; gradus quidem in capite aut calce, minuta veró in deſcenſu aut aſcenſu columnarum. Gradus à 0 uſque ad 45 excluſivè, ſunt in capite primæ columnæ: à gradu veró 45 uſq; ad 90 excluſivè, ſunt in calce octavæ columnæ. Minuta priorum graduum deſcendunt deurſum in prima columna, poſteriorum vero graduum aſcendunt ſurſum in octava columna.

In ſecunda, tertia, & quarta columna ſunt Sinus, Tangentes, & Secantes; in quinta veró, ſexta, & ſeptima ſunt Logarithmi Sinuum, Tangentium, & Secantium, graduum ac minutorum primæ columnæ. Item in nona, decima, & undecima columna ſunt Sinus, Tangentes, & Secantes graduum octavæ columnæ; at in duodecima, decimatertia, & decima quarta ſunt Logarithmi Sinuum, Tangentium, & Secantium, graduom octavæ columnæ.

Itaque ſingulæ paginæ ita diſpoſitæ ſunt, ut octo priores columnæ ad dexteram, contineant complementa octo poſteriorum colomnarum ad ſiniſtram, tam quoad gradus & minuta quadrantis circuli, quàm quoad Sinus &c. & logarithmos dictis gradibus ac minutis debitos.

In hac Tabula Logarithmos Sinuum vocamus ſimpliciter Logarithmos; Logarithmos veró Tangentium, vocamus Melologarithmos; & Logarithmos Secantium, Tomologarithmos. Logarithmi omnes hujus Tabulæ reſpiciunt Radium ſeu Sinum totum particularum 1000000000. Sunt itaque accuratiſſimi.

CAPUT V.

De uſu primæ Tabulæ Logarithmicæ.

PRo uſu Tabulæ primæ habenda ſunt præ oculis quæ diximus ſupra cap 3. de Proprietatibus Logarithmorum. Deinde ſervanda ſunt ſequentia.

Propoſitio I.

Dati numeri abſoluti logarithmum invenire in prima Tabula Logarithmica.

Logarithmum numeri abſoluti invenire in Tabula.

I. SI datus numerus eſt integer ſine fractione, & non excedit 1000; quæratur in columna prima Tabulæ, & è regione invenietur logarithmus ipſius in colomna ſecunda. Sic numeri 427 logarithmus erit 26304279; vel ſi vis, pauciorum notarum 263043.

II. Si datus numerus eſt integer qoidem, ſed excedit 1000; abſcindantur tot notæ ad dexteram,

Digitized by Google

ut reliquus ad ſiniſtram numerus non excedat 1000, & logarithmum ejus quære in Tabula modo dicto. Deinde ex notis abſciſſis fac fractionem, cujus Denominator ſit unitas cum tot ciphris, quot ſunt notæ abſciſſæ, & ope Differentiæ logarithmicæ relicto numero adſcriptæ, opeque Regulæ Trium, inquire partem proportionalem Numeratori fractionis competentem, eamque logarithmo priùs invento adde; & habebis totius numeri logarithmum. EXEMPLUM. Sit datus numerus 254782, cujus logarithmus ſit quærendus. Abſcinde tres notas 782 ad dexteram, ut relinquatur numerus 254 Hujus quære logarithmum in Tabula, qui (relictis duabus ad dexteram notis, facilitatis gratiâ) eſt 240483. Accipe quoque differentiam 171 (unitate in hoc caſu auctam, propter duas notas, 65, relictas, quæ dimidium unitatis ſuperant, quoniam plus ſunt $\frac{50}{100}$) Hujus differentiæ ope, per Regulam Trium ſic erues partem proportionalem. Cùm in dato numero ſuperſint $\frac{782}{1000}$, & differentia logarithmica ſit 171; dic, ut 1000 ad 171, ita 782 ad aliud. Ducti, igitur 171 in 782, & producto 133722 diviſo per 1000 (quod fit abſcindendo ad dexteram tres notas 722) invenies Quotientem $133\frac{722}{1000}$: hoc eſt, 134 ferè; qui Quotiens additus invento priùs logarithmo 240483, dabit logarithmum 240617. numeri 254782 initio propoſiti.

III. Si numerus datus non excedit 1000, & adjunctam habet fractionem decimis conſtantem, ut $273\frac{43}{100}$; quære logarithmum integri in Tabula, fractionis verò adjunctæ ſume partem proportionalem modo dicto ope Differentiæ adjunctæ numero integro, & Regulæ Trium, & logarithmo priùs invento adjunge.

IV. Si numerus datus excedit 1000, & fractionem decimalem habet adjunctam, ut 254782; procede cum illo modo dicto num. 2, ac ſi eſſet numerus integer ſic, 254782, abſcindendo nimirum tres notas ſiniſtras, & logarithmum earum inveniendo ex Tabula, reliquarum verò trium relictarum partem proportionalem quærendo.

Annotatio I.

In caſibus numero 2, 3, & 4 explicatis, logarithmus inventus non eſt accuratus, niſi corrigatur ejus prima ad ſiniſtram nota, quam characteriſticam appellant. Corrigitur ſi tot unitates ipſi tribuantur, una minùs quot notas habet totus integer numerus cujus logarithmus eſt inventus. Sic quia in exemplo num. 4. integer numerus, 254782, continet quatuor notas, logarithmus inventus 240617, corrigi debet ſic, 340617, mutata nota 2 in 3. Hac eadem ratione cujuſcunque numeri ſive integri, ſive ex integro & fractionibus decimis compoſiti, logarithmus corrigi debet. Itaque pro numero 7 3 quærendus eſt logarithmus ejus decupli, nempe integri 73, qui eſt 86332. & characteriſtica mutanda in 0, quia numerus integer eſt unius tantum nota 7. Erit igitur 086332 logarithmus numeri 7 3. Pari ratione pro numero 57 3 quæri debet logarithmus numeri 573, qui eſt 275815, & mutata characteriſtica, 175815.

Annotatio II.

Ad inveniendum logarithmum numeri majoris quàm ſit in prima Tabula, forma etiam poteſt hæc regula, quæ tamen convenit prorſus cum jam tradita 1. Quæratur in Tabula logarithmus conveniens quatuor aut tribus notis ad ſiniſtram numeri dati, & ſerventur notæ remanentes. 2. Loco characteriſticæ (hoc eſt, primæ ad ſiniſtram notæ) logarithmi inventi ſubſtituatur alia tot habens unitates, unâ minùs, quot notas habet totus integer numerus datus. 3. Differentia logarithmica inter logarithmum inventum & proximè ſequentem ducatur in notas remanentes, & à producto abſciſſis ad dexteram tot notis, quot habet differentia, reliquus numerus addatur logarithmo priùs invento: ſumma erit logarithmus quæſitus. EXEMPLUM. Volo ſcire logarithmum numeri 208345. Primò, quæro in Tabula logarithmum numeri 208, qui eſt 231806. Secundò, pro characteriſtica 2, ſubſtituo 5, quia numerus datus continet ſex figuras ſeu notas. Tertiò, ſumo differentiam prædicti logarithmi, & proximè ſequentis, quæ eſt 208, eamque duco in 345, notas nimirum ex dato numero remanentes, & produco 71760; à quo abſciſſis tribus notis ad dexteram (tot ſcilicet, quot remanſerant ex toto numero dato) relinquitur 71, vel potiùs 72; qui additus logarithmo antea invento (mutatâ priùs characteriſticâ) dat ſummam 531878, pro logarithmo numeri 208345 quæſito. Hæc praxis non differt ab illa, quam antea tradidi, ut dicebam. Cauſam cur characteriſtica mutari debeat, vide apud Cavalerium in Trigonometria plana Probl. 3.

Propoſitio II.

Dati Logarithmi numerum abſolutum invenire in prima Tabula Logarithmica.

I. Datum logarithmum quære in Tabula, ſi in ea continetur: numerus abſolutus in prima columna ad ſiniſtram ei reſpondens, erit numerus quæſitus. Sic ſi datus ſit logarithmus 1230449; numerus 17 è regione ad ſiniſtram ei reſpondens, erit numerus qui quæritur. *Logarithmi numerum abſolutum invenire in Tabula.*

II. Si datus logarithmus non reperitur in Tabula, muta ejus characteriſticam in 2, & quære illum: ſi non invenis, cape pro eo proximè minorem, ejusque numerum è regione reſpondentem pro numero quæſito ſume.

Vel exactiùs ſic operare. Logarithmum proximè minorem deme ex logarithmo dato, & cum differentia relicta, ac differentia logarithmica invento logarithmo adſcripta, inquire partem proportionalem, eamque junge numero proximè minori logarithmo reſpondenti, & habebis numerum quæſitum ſatis præcisè, quamvis non accuratiſſimè. EXEMPLUM. Sit datus logarithmus 575489. Ex characteriſtica 5 colligitur, numerum ei reſpondentem debere eſſe 6 notarum. Mutatâ ergo characteriſticâ in 2, quære pro logarithmo dato logarithmum 275489: & quia illum non invenis in Tabula; ſume proximè minorem 275435. Huic reſpondet è regione numerus 568, deficiens adhuc tribus notis à quæſito numero: quos ſic invenies. Subtrahe logarithmum proximè minorem in Tabula repertum, nim: 275435, à logarithmo dato, mutatâ priùs characteriſtica, nimirum à 275489; & differentiam 54 ſerva. Quære deinde differentiam logarithmicam invento in Tabula logarithmo adſcri-

adſcriptam, nempe 76. Deinum dic per Regulam Trium; ut 76 ad 54, ita 1000 (propter tres notas quæ deſunt, nempe 1 cum tribus ciphris, quot notæ deſunt) ad 711. Has notas ſubjunge numero 568 antea reperto; itaque numerus logarithmo 275489 reſpondens, eſt 568 $\frac{711}{1000}$; reſpondens autem logarithmo dato 575489, eſt 568711.

Annotatio I.

NUmerus logarithmo 275489 correſpondens eſt 568 $\frac{711}{1000}$, ut diximus; numerus autem qui reſpondet logarithmo 575489, eſt millecuplus prioris illius numeri, id eſt, ter decuplatus, propter tres unitates quibus characteriſtica 5, ſuperat characteriſticã 2; fit autem prior ille numerus 568 $\frac{711}{1000}$ millecuplus ferè, ſi integro addatur Numerator fractionis ſic, 568711, ut habeatur numerus ſex notarum, prout characteriſtica 5 indicat. Si logarithmus 275489 inventus fuiſſet præciſe in Tabula; numeri trium notarum 568 ipſi reſpondenti addi debuiſſent ad dexteram tres ciphræ ut haberetur numerus ſex notarum pro numero quæſito.

Si logarithmus datus eſt 027472; mutata characteriſtica in 2, fiat logarithmus 227472; huic proximè minor in Tabula eſt 227416, cui reſpondet è regione numerus abſolutus 188. Sed quia characteriſtica 0 deficit à characteriſtica 2, duabus unitatibus, ideo numerus 1 $\frac{88}{100}$, nempe ſubcentuplus præcedentis, eſt numerus logarithmi dati 027472. Ex his exemplis patet, quomodo in aliis caſibus procedendum ſit.

Annotatio II.

QUando logarithmus datus non reperitur exactè in Tabula, poteſt etiam ſic procedi. Quæratur logarithmus proximè minor, & ſumatur numerus ipſi reſpondens. Deinde ſubducatur logarithmus ille proximè minor, à logarithmo dato, & ex reſiduo fiat Numerator fractionis, cujus denominator ſit differentia quæ reperitur in Tabula inter logarithmum aſſumptum, & proximè majorem. EXEMPLUM. Logarithmus datus ſit 155754; logarithmus proximè minor in Tabula, ſit 155630; numerus huic reſpondens eſt 36. Hic ergo ſervetur, eique addatur fractio ſic. Logarithmus è Tabula aſſumptus, ſubtractus à logarithmo dato, relinquit 124; differentia inter logarithmum 155630 aſſumptum è tabula, & proximè majorem 156820, eſt 1190. Itaque numerus quæſitus eſt 36 $\frac{124}{1190}$

CAPUT VII.

De uſu Secundæ Tabulæ Logarithmicæ.

PRo hujus quoq; Tabulæ uſu habenda ſunt præ oculis illa, quæ diximus ſuprà cap. 3. de logarithmorum proprietatibus. Deinde ſervanda ſunt quæ ſequuntur.

Propoſitio I.

Dati arcus vel anguli Logarithmum, Meſologarithmum, & Tomologarithmum invenire.

Logarithmum dati anguli invenire. REcolendum quod diximus ſuprà cap. 4. §. 2. Logarithmos in Tabula ſecunda diſpoſitos, eſſe logarithmos Sinuum, Tangentium, & Secantium graduum ac minutorum quadrantis circuli, in columna prima & octava notatorum; & Sinuum quidem logarithmos vocari à nobis ſimpliciter Logarithmos, Tangentium verò Meſologarithmos, & Secantium Tomologarithmos. His notatis, ſic invenies cujuſcunque arcus vel anguli dati logarithmos.

I. Si gradus dati arcus vel anguli non excedant 45. quære in prima columna Gradus in fronte, & minuta in ipſa columna deorſum: & è regione in columna quarta invenies Logarithmum, in columna quinta Meſologarithmum, in columna ſexta Tomologarithmum. EXEMPLUM. Sit datus arcus vel angulus graduum 37, minutorum 43. Quære in fronte primæ columnæ Grad. 37, & in eadem deſcende uſque ad minutum 43. E regione minuti 43. tij invenies in columna quarta Logarithmum 899829, in columna quinta Meſologarithmum 900046, in ſexta columna Tomologarithmum 1000216.

II. Si gradus dati arcus vel anguli excedant 45. quære in octava columna Gradus in calce, & minuta in ipſa columna ſurſum, & è regione in columna undecima invenies Logarithmum, in duodecima Meſologarithmum, in decima tertia Tomologarithmum. EXEMPLUM. Sit datus arcus vel angulus graduum 85, minutorum 6. Quære in calce octavæ columnæ Grad. 85, & in eadem aſcendeuſque ad minutum 6. E regione minuti 6. ti. invenies in columna undecima Logarithmum 999840, in duodecima Meſologarithmum 1106686, in decimatertia Tomologarithmum 1106845.

Annotatio.

SI gradus dati nulla adjuncta habent minuta, & non ſuperant 45; invenies logarithmos deſideratos in prima ſerie tranſverſa è regione Minuti 0; ſi ſuperant 45; invenies eoſdem in ultima ſerie tranſverſa è regione Minuti 0.

III. Si gradus dati arcus vel anguli excedant 90, ſed non 180; quære vel in prima, vel in octava columna gradus & minuta complementi dati arcus vel anguli; & è regione invenies logarithmos ut antea. EXEMPLUM. Si datus arcus vel angulus graduum 175, minutorum 15. Complementum ſunt gradus 4, minuta 45. Quære ergo in prima columna Grad. 4. Minuta 45, & è regione invenies 891807, 891956, 1000149.

IV. Si datus arcus vel angulus eſt minor uno Minuto, à quo incipit Tabula; ſume differentiam inter logarithmos primi & ſecundi Minuti, & adhibe Regulam Trium ut ſequitur in exemplo. EXEMPLUM. Sit datus arcus vel angulus 48″. Dic, ut 60″, ad 48″, ita differentia inventa ad aliud. Quotus erit logarithmus quæſitus.

Propoſitio II.

Dati Logarithmi, Meſologarithmi, & Tomologarithmi arcum vel angulum invenire.

I. DAtus Logarithmus, aut Meſologarithmus, aut Tomologarithmus quæratur in Tabulæ: & ſi *Logarithmi dati arcum vel angulum invenire.*

& ſi quidem inveniantur in columna quarta, aut quinta, aut ſexta; invenies è regione in prima columna Minuta, in capite verò columnæ Gradus: ſi verò inveniantur in columna undecima, aut duodecima, aut decimatertia; invenies è regione in decima quarta columna Minuta, in calce verò columnæ Gradus.

II. Si datus Logarithmus &c. non repetiatur præciſè in Tabula: quære proximè minorem, aut majorem, & Minuta ac Gradus alterutri competentes reputa (ſi exactum calculum non cures) pro Gradibus & minutis quæſitis. Si verò exactiorem calculum deſideras, quære partem proportionalem addendam Minutis datis, per Regulam Trium, ſic: Logarithmum proximè minorem ſubtrahe ex proximè majori, & ex Logarithmo dato ut habeas duas differentias, majorem, & minorem: deinde dic: Ut differentia major ad minorem, ita 60″ ad aliud. Invenies in Quoto minuta ſecunda, addenda arcui aut angulo dato. EXEMPLUM. Differentia inter proximè minorem & majorem logarithmum ſit 20, & differentia inter proximè minorem ac datum ſit 8. Fiat ut 20 ad 8, ita 60″ ad aliud: vel, ut 20 ad 60″, ita 8 ad aliud, nempe ad 24″ addenda Gradibus & minutis arcus aut anguli dati.

CAPUT VII.

De Praxibus ſubſtituendi Logarithmos pro Sinibus, Tangentibus, Secantibus, & Numeris abſolutis.

Logarithmi ſubſtituendi pro aliis numeris praxis. TAmetſi praxis ſubſtituendi Logarithmos pro Sinibus, Tangentibus, Secantibus, & numeris abſolutis, in uſu maximè Regulæ Trium, ſatis percipiatur ex dictis cap. 1. & 2. in gratiam tamen Tyronum eam paululum fuſius explicare lubet, addendo aliam præterea praxin ſuprà non inſinuatam, quando adhibentur in Regula Trium logarithmi Sinuum, Tangentium, & Secantium.

Praxis I.

Per additionem & ſubtractionem Logarithmorum.

UBicunque in uſu Regulæ Trium reperitur vel Sinus vel Tangens, vel Secans, vel Numerus abſolutus ponantur eorum loco logarithmi dictis Sinibus, Tangentibus, Secantibus, Numeris abſolutis congruentes, excerpti è Tabulis Logarithmicis: & qua inſe invicem multiplicanda erant, addantur inter ſe: per quæ verò a ſecrant dividenda, ſubtrahantur ab ipſis: reſiduum erit Logarithmus reſpondens illi Sinui, Tangenti, Secanti (& conſequenter arcui vel angulo) Numero abſoluto, qui in Regula Trium reperiri debebat in Quoto.

EXEMPLUM. Sint dati tres arcus vel anguli A, B, C, eorumque Sinus è Tabulis Sinuum

Grad. & Min.		Sinus		Logarithmi	
A.	80.18.	D.	98570	I.	999375
B	75.42.	E	96902	K.	998633
C	30.15.	F	50377	L.	970224
H	29.41.	G.	49525	M.	1968857
				N.	969482

extracti, D, E, F, ſitque per Regulam Trium inveniendus quartus proportionalis G, eique reſpondens in Tabula Sinuum arcus vel angulus H. Modo ordinario multiplicatur E per F, & productum dividitur per D, proveniretque in Quotiente Sinus G, cui in Tabula Sinuum reſpondet angulus aut arcus H. At per Logarithmorum uſum, dictorum trium ſinuum D, E, F, quæruntur tres Logarithmi, I, K, L: & quia, *per dicta* cap. 2. Propriet. 6. ſi quatuor numeri ſunt proportionales, ſumma logarithmorum extremorum eſt æqualis ſummæ logarithmorum mediorum; ideo logarithmi K & L adduntur, ut fiat ſumma M; & ab ea ſubtrahitur logarithmus I; & manet reſiduus logarithmus N, qui in Tabula Logarithmica ſecunda oſtendit eundem arcum aut angulum H.

Poriſma.

ITaque datis tribus numeris proportionalibus quibuſcunque, quartus reperitur, ſi trium datorum quærantur logarithmi, & ex ſumma ſecundi ac tertii ſubtrahatur primus: reſiduum enim eſt logarithmus quarti proportionalis, è Tabulis eruendi.

Praxis II.

Aliter per ſubtractionem & additionem Logarithmorum.

TRium datorum numerorum proportionalium quære logarithmos; primū ſubtrahe à duplo radii, reſiduum adde logarithmo ſecundo ac tertio ſummam mulctata binario ultimo ad ſiniſtram eſt quartus logarithmus quæſitus; cujus numerus ſi reperiatur in Tabula, habebitur quartus proportionalis qui quæritur.

EXEMPLUM. Sintut antea Logarithmi I, K, L. Duplum radij eſt 2000000: reſiduum facta ſubtractione logarithmi I à duplo radij, eſt N: hoc additum logarithmis K & L, facit O; hoc mulctatum binario ad ſiniſtram, relinquit P, eundem videlicet quem antea in præcedenti praxi reliquerat.

Logarithmi	
I.	999375
K.	998633
L.	970224
N.	100625
O.	2969482
P.	969482

Annotatio.

LOgarithmus radij ſemper eſt unitas cum aliquot cyphris duplum ergo logarithmi radij eſt binarius cum tot cyphris, quot ſunt in logarithmo radij.

Praxis III.

Per ſolam additionem Logarithmorum.

IN Canone Logarithmorum, ſeu in ſecunda Tabula, numeri Logarithmorum hanc habent proprietatem, ut cujuſcunque arcus ſeu anguli Logarithmus & Tomologarithmus ſecundus, ſeu Logarithmus ſecundus & Tomologarithmus (hoc eſt, duorum arcuum quadrantem complentium, unius Logarithmus, & alterius Tomologarithmus) nec non eorundem Meſologarithmi, ſimul additi faciant ſemper duplum Logarithmi radii, hoc eſt, 2000000.

2000000. Itaqoe ſi reſiduum Logarithmi I. v.g. (nempe N) deſideres ; non eſt neceſſarium ſubtrabere Logarithmum I à duplo radij, hoc eſt, à 2000000, ſed illod reperies in Tabula è regione dicti logarithmi I, in colomna Tomologarithmi ſecundi, ubi inveoies eundem ipſum numerum N : hie enim onà cum I, faciont 2000000. Quare ſi loco ſubtractionis logarithmi I, à ſumma logarithmurum K & L, addas Tomologarithmum ſecundum N, ad K&L. habebis ſummam O. à qua ſi auferas 2000000, vel tantùm abijcias 2 à ſiniſtris, habebia quæſitum logarithmum P, idem nimirum qui in præcedenti praxi remaoebat poſt ſubtractionem.

Annotatio

HæÆc tertia praxis explicata ſolùm locum habet, quando in Regula Trium adhibentur ſoli Sinuum logarithmi. At quando mixtim logarithmi Sinuum, Tangentium, Secantium, Sinuum verſorum, & numerorum abſolutorum adhibentur (quorum quilibet poteſt poni primo loco dicta Regula *Trium) mutare debet numerus primo loco poſitus in alium numerū, addendum numeris ſecundo ac tertio loco poſitis, ut habeatur quartus quæſitus in ſumma provenente. Qui autem, & in quos numeros commutari debeant, exponitur in ſequenti tabula.*

Si primo loco eſt		Mutetur in	
	Logarithmus.		Tomologarith. 2.
	Logarith. 2.		Tomologarit.
	Meſologar.		Meſologarith. 2.
	Meſologar. 2.		Lagarithm. 2.
	Tomologar.		Logarithmum.
	Tomologar. 2.		Reſiduum ad 2000
	Logarithmus		000, delendo 2.
	ſinus verſi, aut		ea ſumma ad ſini-
	numerus abſol.		ſtram.

Si primo loco in Regula Trium ponitur radius ſeu Sinus totus; additur is ad ſecundum & tertium numerum, & à ſumma producta abijcitur ſolùm unitas quæ eſt ad ſiniſtram. Sed ut diſtinctius explicentur, & melius intelligantur quæ hactenus diximus, ſit ſequens.

CAPUT VIII.

De Regulis nonnullis in uſu Logarithmorum obſervandis.

Regula in Logarithmorum uſu obſervanda.

NEc tam ſimplea, oec tam facilia eſt uſus Logarithmorum, præſertim in Trigonometria plana & Sphærica, ad cujua calcolum facilitandum præcipuè ſunt inventi. Varij varia præſcribunt præcepta ſeu regulas, quas omnes ad ſequentes reduxit *P. Ioannes Baptiſta Ricciolus* in Almageſto ſuo Novo, lib. 10, cap. 1.

I. *Regula.*

TAm in Additione, quàm in Subtractione Logarithmorum, ſi loco unitatum, aut quarumcunqoe aliarum ootarum arithmeticarum ſignificativarum, in principio ſummæ aot reſidui à ſiniſtris proveniant ona vel plurea ciphræ, debent ſcribi integrè, etiamſi nulla aote ipſas adſit nota unitatis, alteriuſvè numeri, ut in ſequentibus apparet exemplis.

Additio

Numeri	2	Logarith.	03010300
	4	Logarith-	06020600
Summa		Logarith.	09030900

Subtractio.

Radij	Logarith.	100000000
Graduum 12	Logarith.	93178789
Reſidui	Lugarith.	06821211

II. *Regula.*

SI poſt Additionem Logarithmorum quorumvis, aut Meſologarithmorum, aut Tomologarithmorum, aut ex his promiſcuè, ſumma nominetur Logarithmus; oon debet contioere plures ootas, qoàm ſint ciphræ in Logarithmo radij: quare ſi aliqua redundet, abijcienda eſt à principio ſummæ ad ſiniſtram, ſive illa nota ſit unitas, ſive binarius, ſive quivis alius numerus, ut apparet in ſequentibus exemplis, in quibus ſupponitur Logarithmus radij babere octo ciphras poſt unitatem.

Exemplum I.

	Logarithm.	99958411
	Meſologar.	82158237
	Tomolog.	117728665
Summa iocorrecta	Meſolog. 2.	299845213
Summa correcta	Meſolog. 2.	99845213

Exemplum II.

	Meſologar.	108923711
	Meſologar.	104719922
	Logarithm.	92606330
Summa ineorrecta	Meſologar.	306249963
Summa eorrecta	Meſologar.	106249963

In primi eaempli ſumma retenta eſt 1 pro 3, quia ſecuoda nota 0, noo excedit 3: io ſecundo exemplo abjectua eſt binarius, aut unitas redundans, quia ſecunda nota, 9.

V. *Regula.*

SI poſt Additionem ſumma oominetur Tomologarithmus, retinenda eſt unica unitas aore notas æquales numero ciphris quas habet Logarithmus radij, ut in ſequentibua exemplis vides.

Exemplum I.

	Tomologa.	135362739
	Logarith. 2.	99623978
Summa incorrecta	Tomoluga.	234986717
Summa eorrecta	Tomologa.	134986717

Exemplum II.

	Logarithm.	99931420
	Logarithm.	93157900
	Meſologarit.	102163024
Sum̃a incorrecta	Tomologarit.	295252344
Summa correcta	Tomologarit.	195252344

V. *Regula*

QUando Logarithmus minor eſt, quàm ut ſubtractio alterius Logarithmi ab eo fieri poſſit, addenda eſt ante primam notam ſiniſtram minoris Logarithmi unica unitas; quod perinde eſt, ac ſi ſupra minorem ſuperpoſuiſſes Logarithmum Radij. Ut quia à duodenarij Logarithmo, qui eſt 10791812, ſubtrahi non poteſt quadragenarij Logarithmus, qui eſt 16020600; uſurpandus eſt pro 10791812, Logarithmus à ſiniſtris unitate auctus ſic, 110791812; & tunc poſt ſubtractum 16020600, relinquetur reſiduum 94771212.

VII. *Regula.*

SI arcus vel angulus datus ſit major Gradibus 90, loco illius utere complemento ad Gradus 180, & huic complemento quære ſuum Logarithmum, aut Sinum &c.

VIII. *Regula.*

SI Logarithmorum abſolutorum ſumma non debeat eſſe Logarithmus unitatis integræ, ſed certum aliunde ſit debere poſt trianguli reſolutionem provenire aliquam quantitatem unitate minorem, puta minorem uno pede, ſeu fractionem; tunc utendum erit Logarithmo privativo juxta Regulas Algebraicas, & loco additionis ſubtractio adhibenda, ut fractionis inveniendæ habeatur Numerator & Denominator. Elige igitur pro Denominatore 10, aut 100, aut 1000 &c. & hujus Logarithmum inquire; cui ſubtrahe ſummam Logarithmicam priùs inventam; reſiduo autem quære numerum congruentem in Tabula Logarithmorum abſolutorum; erit enim is Numerator fractionis, ſuperponendus Denominatori.

EXEMPLUM. Sit Summa Logarithmica 12041200, quæ reſpondet numero 16 in Tabulis; & tamen aliunde certum ſit, latus trianguli quæſitum non debere eſſe pedum 16 v. g. ſed nè unius quidem pedis integri. Elige igitur Denominatorem 1000, cujus Logarithmus eſt 30000000: huic ſi ſubtrahas 12041200 (quæ fuit ſumma collecta) remanet 17958800, qui eſt Logarithmus numeri 62. Supraſcriptis igitur 62 pro Numeratore, ipſi Denominatori electo 1000, evadet hæc fractio $\frac{62}{1000}$, quæ ſignificat, latus quæſitum eſſe non unius pedis, ſed continere ſexaginta duas partes milleſimas unius pedis.

Annotationes.

H*As omnes Regulas collegit* P. Ricciolus, *loco ſuprà citato. Ex quibus patet, quam attentum oporteat eſſe calculatorem in uſu Logarithmorum: qua attentio ſi adhibeatur, ingens eſt operæ pretium illos uſurpare, quippe aptos ad abſolvendam Multiplicationem ſola Additione, imò ſi adhibeatur Reſiduum Logarithmi, Multiplicationem ac Diviſionem, atque adeo Regulam Trium ſola additione, ut capite præcedenti vidimus.*

Reſiduum Logarithmi ſubintellige, Radij) de quo ibidem meminimus, & ab alijs Complementum Arithmeticum appellatur, eſt illud Reſiduum, quod remanet ſubtracto Logarithmo quocunque à Logarithmo Radij, qui ſemper continet unitatem in principio à ſiniſtris, & tot inſuper ciphras, quot notarum ſunt in alijs Logarithmis. Sive itaque pauciores, ſive plures ciphræ aſſumantur ad unitatem pro Logarithmo Radii, ſemper major eſt, id eſt plures notas continet, quàm quilibet alius Logarithmus. Idem Logarithmus Radij ſemper minor eſt Radio ſeu Sinu toto in Tabulis Sinuum aſſumpto: nam continet tot ciphras ſine unitate, quot Sinus totus continet ciphras cum unitate. Quare ſi Sinus totus eſt 10000000; *Logarithmus Radij eſt* 100000000.

Notandum & hoc eſt, quòd quando in Trigonometria practica in analyſi triangulorum rectilineorum adhibentur numerorum abſolutorum Logarithmi, Logarithmus Radij ſemper ſupponatur eſſe tot ciphrarum, quot Logarithmus arcuum & angulorum. Itaq; non licet Logarithmos numerorum abſolutorum excerpere è Tabulis brevibus, ſeu paucarum notarum, Logarithmos verò arcuum aut angulorum è Tabulis fuſioribus ſeu plurium notarum.

Hæc de Logarithmis dicta ſufficiant hoc loco; alibi fortaſſis & fuſiùs, & ordinatiùs de eadem re agemus, ubi & Tabulas Logarithmicas dabimus, quas huc transferre, Operis & temporis anguſtia non permiſit.

LIBER XXVIII.

DIVISIO NOVA MATHEMATICARUM DISCIPLINARUM,

Sive

Earundem Scientiarum SYNOPSIS

Procœmium.

Diviſio nova Mathematica.

VT finem conjungamus cum principio & quod initio facere oportebat, ad calcem præſtemus; hanc novam Mathematicarum Scientiarum diviſionem, ſeu mavis, Synopſin exhibemus, Encyclopædiæ noſtræ non tam complementum, quàm propter Operis eruditionem, & ſcriptionis elegantiam, ornamentum. Suprà lib. 1. cap. 2. varias Mathematicarum Diſciplinarum diviſiones enumeravimus; ſed enumeravimus tantùm, ac per ſumma veluti capita indicavimus, tùm ex noſtra, tum ex aliorum, Gemini dico, Procli, Adriani Romani, Pauli Guldini, Honorati Fabry, & neſcio quorum ſententia, ne in Operis veſtibulo Tyronem adyta anhelantem æquo diutiùs detineremus: nunc & more eorum qui immenſum non ſine ingenti defatigatione emenſi ſunt iter, in viæ termino tandem conquieſcentes, diu antè trita relegunt jucundâ quadam recordatione veſtigia; aliam prædictis longè copioſiorem damus Diviſionem, vel potius earundem Mathematicarum Diſciplinarum Synopſin, tam eruditam & cultam, quàm prolixam, à viro quodam doctiſſimo, & in dictis Scientiis à plurimis jam annis verſatiſſimo olim conſcriptam, nobiſque Romæ ab illo, qui Auctor præcipuus fuerat ut conſcriberetur, exhibitam. Quæ quoniam digniſſima eſt ut ad poſteros tranſmittatur, huic Operis noſtri loco inſerendam cenſuimus. Scriptores mihi notiſſimi atque amiciſſimi nomen quò minùs prodam, modeſtia viri non permittit. Eadem in cauſa eſt, cur alia Opera à ſe conſcripta aut nullis, aut alienis, aut fictis ediderit nominibus; vocat enim ſe alibi Lucium Veronenſem,

alibi anagrammaticè Lucium Barrettum (is eſt, qui edere cogitabat, & ut audio, jam edidit Obſervationes Tychonicas) alibi aliter. Tu, Lector, fruere utriusque labore; & dum hæc cum noſtris confers, ac multa à nobis omiſſa deprehendis; hiſce veluti analectis inopiam noſtram dita. Sequitur Synopſis (ſic appellat Auctor) iiſdem quibus eam ſcripſit, verbis, niſi quòd capita longiora interpoſitis paragraphis diſtinxerimus. In fine ejus nonnulla Analecta Mathematica ſubjungemus.

SYNOPSIS
Diſciplinarum Mathematicarum.
LECTORI.

Synopſis Mathematicarum Diſciplinarum.

SYnopſin hanc damus Mathematicarum Diſciplinarum, neque tam ſpiſſam, quam potuit; neque tam brevem, ut temere ullam ex Diſciplinis præterire-mus, quæ ſuam hactenus habuit in erudito illo pulvere admiſſionem, Partitionis ordinem ſecuti ſumus quem vides. Veterum diviſio brevior fuit, qualem ex Pappo & Proclo Clavius & Ramus exhibuit. Sed intra eos limites arctari ſe omnia Mathematica æquè patiebantur. Goldmi, Stevini, Freigij, Alſtedij, Daſipodij, Metij partitiones cur non ſequamur ipſemet conjicies. Geometriam & Arithmeticam per varia abjecta ſecare non placuit: erat enim Labor infinitus, & intractabilis, cùm aliæ Propoſitiones plerùmque aliis incurrerent, neque ordinem tenerent & methodum, cujus apud nos præcipua ratio. Accedit quod privata nobis opinio eſt, Theoremata omnia quæ Arithmeticus perſequitur, etiam Geometricè ſolvi poſſe. Unde ſtis magis veſtigiis incedere placuit, quæ eſſent utrique ſcientiæ communia. Compoſita & adhuc pura Matheſeos partem eſſe aſſerimus Logiſticam popularem, ſeu doctrinam fractionum: etſi enim iis fractionibus menſurarum civilium nomina imponimus, id tamen Arithmeticæ puritati tam parum obſtat, quàm ſi triangulum aureum, argenteumve Geometra metiretur. Analyticam ſeu Algebram plures in partes ſecuit Franciſcus Vieta, ſedque ad iſtas omnes referuntur. Staticam ut auctiorem faceremus, fecit maximam partem Philoſophia Fabryana, quæ in ea arena ita decurrit, ut Mathematicos quoque in eam rem provocare velle videatur. In Muſicis vix addere aliquid poterit is, quæ de illa Kircherus in ſua Muſurgia produxit; cujus proinde veſtigia ſecuti ſumus. Debebant ad ſingula Mathemata Auctores etiam addi, qui ea pertractant: ſed abſentia librorum id non permiſit. Nimirum hæc rudis tantùm adumbratio eſt, quæ tempore & occaſione diductiùs proponatur.

CAPUT I.

De Matheſi ſimplici.

MAthematicarum ſcientiarum aliæ puræ ſunt, aliæ mixtæ. Pura Matheſis eſt vel Simplex, vel Compoſita. *Matheſis ſimplicis partitio.*

Simplex verſatur circa ſimplicem tractationem quantitatis; ejuſque vel continuæ, ut Geometria; vel diſcretæ, ut Arithmetica.

Utraque eſt partim ſpeculativa, partim practica; quæ per Problemata & Theoremata agit de magnitudinum Denominatione, Conſtructione, Dimenſione, Additione, Separatione, Augmentatione, Diviſione, Proprietatibus, Terminatione, Potentia, Proportione, Commenſuratione, Tranſmutatione, Sectione. Quæ omnia alio ordine & modo, perque alias demonſtrationes & elementa, Geometer & Arithmeticus pertractant.

CAPUT. II.

De Matheſi Compoſita.

C*Ompoſita* & adhuc pura Matheſis eſt quæ demonſtrationes Simplicis Mathematicæ inter ſe committit. Dividitur in Logiſticam, Analogiſticam, & Analyticam. *Matheſis compoſitæ partitio.*

§. I. *Logiſtica.*

L*Ogiſtica* eſt Reſolutio magnitudinis propoſitæ in menſuram popularem, aut cœleſtem; ac proinde alia dicitur Logiſtica popularis, alia Logiſtica Aſtronomica. *Logiſtica popularis* agit de menſuris priſci & noſtri ævi; de utrarumque comparatione inter ſe; de menſuris aridorum, liquidorum, aliorum; de re nummaria; de menſuris diſtantiæ; de menſuris noſtris, & peregrinis, Europæis, & aliarum Orbis partium; de reſolutione magnitudinis data in menſuram qualemcunque, & viciſſim. *Logiſtica Aſtronomica* agit de numeratione ſexagenaria, ſive reſolutione partium circuli in gradus, minuta, ſecunda &c. de Logiſtica nova ſeu decimali. *Logiſtica duplex popularis & aſtronomica.*

§. II. *Analogiſtica.*

A*Nalogiſtica eſt*, quæ per tabulas ex analogia dati & quæſiti propoſitam magnitudinem definit, idq; vel per numeros naturales, qui ſunt Sinus, Tangentes, & Secantes arcuum circuli; eorumque tractatio dicitur proprio nomine Trigonometria: vel per numeros artificiales; eorumque tractatio vocatur Logarithmica. *Analogiſtica.*

Trigo-

Digitized by Google

Trigonometria.

Trigonometria agit de reſolutione triangulorum rectilineorum, rectangulorum & obliquangulorum, & de reſolutione triangulorum ſphæricorum, rectangulorum & obliquangulorum: ſive de reſolutione trium ignotarum partium trianguli ex tribus datis; item de reſolutione ipſorum arcuum & meniſcorum per analogiam in tabula ſinuum expreſſam: quæ pars peculiari nomine dicitur Geometria.

§. *III. Logarithmica.*

Logarithmica.

L***Ogarithmica*** exponit Sinuum, Tangentium, & Secantium locum & ſitum in progreſſione geometrica: habetque proinde tractationem breviſſimam & facillimam, inventionem verò novam & noſtri ævi.

§. *IV. Analytica.*

Analytica, ſive Algebra.

A***Nalytica***, quam diximus partem tertiam Matheſis Compoſitæ, eſt, quæ inter quæſitam & aliam quamcunque magnitudinem cognitam ſuas æquationes, ac ex illis ipſam magnitudinem deducit. Dicitur alio receptiori nomine ***Algebra*** aut Regula Coſſæ. Communiſſimè autem dividitur in Zeteticen, Poriſticen, & Exegeticam. ***Zetetica*** agit de tractatione magnitudinis ad formulam imperatam. Quò pertinent Elementa numerorum figuratorum, geneſes item & analyſes polygonorum, & poteſtatum &c. & tota tractatio Coſſicorum. ***Poriſtica*** agit de inventione & dijudicatione æquationis, quæ provenit: quæ pars Analyticæ totam Geometriam & Arithmeticam includit. ***Exegetica*** agit de exhibitione ſeu repræſentatione quantitatis quæſitæ, in lateribus, quadratis, cubis &c. idque arithmeticè, vel geometricè: ſive de reſolutione valoris, quem habet numerus Coſſicus, in numerum abſolutum.

CAPUT III.

De Matheſi Mixta in genere.

Matheſis mixta.

FUit hactenus pura Matheſis: ſequitur Mixta. Mixta Matheſis eſt, quæ demonſtrationes puræ Matheſis applicat præcipuis proprietatibus corporis naturalis. Eæ verò proprietates ſunt, eſſe mobile, & eſſe ſenſibile.

Ex motibus ſeu mutationibus phyſicis Mathematica tantùm conſiderandum accipit motum localem. Eſt verò motus localis vel circa medium; & in ejus contemplatione verſatur Coſmographia, agens de centro & converſione Univerſi: vel à medio, & ad medium: cujus conſiderationem ſuſcipit Statica, agens de magnitudine gravi & levi.

Altera proprietas corporis naturalis eſt, eſſe ſenſibile. Ex ſenſibus autem Matheſis tractandos accepit tantùm duos: Viſum, cujus contemplationem habet Optica, agens de magnitudine viſibili: & Auditum, cujus pertractationem recipit Muſica, agens de magnitudine ſonora.

CAPUT IV.

De ſpeciebus Matheſeos pertinentibus ad Coſmographiam.

Coſmographia partes.

FLuxerunt hactenus ſpecies Matheſeos Mixtæ in genere; ſequitur earundem tractatio in ſpecie, & primò de Coſmographia.

Eſt autem ***Coſmographia*** ſcientia de centro & converſione Univerſi: cujus principia & elementa in genere tradit quæ dicitur Sphærica, agitq; de principiis & axiomatibus doctrinæ ſphæricæ, hoc eſt, Cœli ac Terræ figura, loco, motu, quiete. De Sphæricæ elementis, per quæ fit utriuſque dimenſio; qualia ſunt Circuli maximi, ut Æquator, Zodiacus, Verticales, Meridiani &c. Circuli non maximi, ut Tropici, Arctici &c. De ſphæræ proprietatibus in genere; in ſpecie autem de ſphæra recta, obliqua, parallela &c.

Pars prima Capitis.

De Aſtronomia.

Aſtronomiæ partes.

A***Stronomia*** tractat de motibus & phænomenis cœleſtibus: eſtque vel Theorica, vel Practica. ***Theorica*** verſatur circa contemplationem Primi Mobilis, & Secundorum Mobilium.

§. *I. Uranometria.*

Uranometria.

QUæ circa Primi Mobilis ſeu Firmamenti apparentiam verſatur, dicitur ***Uranometria***, agitque de apparentiis, configuratione, dimenſione, magnitudinibus, nominibus aſteriſmorum cœleſtium Perſicis, Arabicis, Græcis; & iis quæ noviter adjecta ſunt; verbo, de Uranometriæ Bajerianæ conſpectu, uſu, examine; de ſiderum inter ſe diſtantia, figura, & ſitu quem inter ſe habent.

§. *II. Theorica Primi Mobilis.*

Theorica primi Mobilis.

QUæ verò ejuſdem Firmamenti diurnam converſionem conſiderat, vocatur ***Theorica primi Motus***, quæ agit de ſiderum altitudine, azimutho, ſitu, loco, perpendiculo, æquilibrio ad præſcriptum tempus, & locum; de loci latitudine & poli altitudine; de ſtellis nunquam occidentibus; de partium Zodiaci ortu & occaſu Heliaco, Coſmico, Achronico; de temporis æquatione.

§. *III. Theorica Secundorum Mobilium.*

Theorica ſecundorum mobilium.

S***Ecunda Mobilia*** ſunt Luminaria, Planetæ, & Planetarum comites. De Luminarium motu tractat Theoria Lunæ-Solaris, videlicet de Luminarium motibus, & inæqualitatibus periodicis; de figura, centro, axe, orbita, quam motus Luminarium periodicus deſcribit; de incitatione, & retardatione motus, & ejuſdem variis Hypotheſibus,

de via

de via Solis & Lunæ, & utriusque obliquatione, ac interſectione; de variis Hypotheſibus per Epicyclos, Excentricos, Ellipſes, Helices; de eorundem Luminarium motibus ſynodicis; & quæ inde provenit, ſecunda & tertia inæqualitate; de tabulis æquationum ſimplicibus, compoſitis &c.

§. IV.

Theorica Eclipſium.

Theorica eclipſium.

DE Luminarium occurſu agit *Theorica Eclipſium*, in qua tractatur de tabulis Epactalibus, & Proſtaphæreticis, ac lunationum; de Luminarium ſemidiametris, diſtantiis, magnitudinibus; de forma & magnitudine umbræ terreſtris, & lunaris, de horariis, parallaxibus, digitis, menſura, duratione, coloribus eclipſium; de umbra, & penumbra &c.

§. V.

Theorica quinque circumſolarium Planetarum.

Theorica Planetarũ circumſolarium.

QUæ verò Planetarum aliorum motus conſiderat, dicitur *Theorica quinque circumſolarium*; in qua agitur de ſtellæ Saturni, Jovis, Martis, Veneris, Mercurii motibus, evolutionibus, reſtitutionibus periodicis circa Solem; de motuum Hypotheſi, & tabulis proſtaphæreticis; de orbitæ circumſolaris figura, axe, centris, ſeu abſidibus; de axis motu, ac inclinatione; de nodis, & nodorum motu; de inæqualitatibus annuis ſeu parallacticis; & earum effectibus, ſtatione, retrogreſſu, incitatione motus apparentis &c.

§. VI.

Theorica comitum Planetarum.

Theorica comitum Planetarũ.

QUæ verò noviter repertos Planetarum comites conſiderat, vocatur *Theoria Planetarum ſecundariorum*, eaque tractat de comitatu Solis, Saturni, Jovis; Veneris; deque eorum hactenus obſervatione, & apparentia, ac variis ea de re conjecturis; de macularum ſolarium ortu, interitu, diſparentia, gyratione, ſeu periodis.

§. VII.

Theorica ſiderum ſubventaneorum.

Theorica ſiderum ſubventaneorum.

DE Subventaneis porrò ſideribus incerta eſt tractatio, vocaturque *Theoria Subventaneorum ſiderum*, in qua agitur de veteri & hodierna ſiderum magnitudine; de ſideribus novis apud Priſcos; de ſidere in Caſſiopea, Cygno, Serpentario, Ara &c. de Cometis cœleſtibus; de modo deprehendendi & conſignandi nova ſidera.

§. VIII.

Aſtronomia Practica.

Aſtronomia practica.

FUit Aſtronomia Theorica; ſequitur *Practica*. Ea verò agit de motuum & apparentiarum cœleſtium obſervatione, repræſentatione, applicatione ad uſum popularem.

§. IX.

Aſtronomia Mechanica.

Aſtronomia Mechanica.

OBſervatio motuum fit per inſtrumenta; quorum fabricam tractat *Aſtronomia Mechanica*, quæ eſt ſtructura inſtrumentorum, qualia ſunt Quadrantes, Octantes, Radii, Sextantes, Azimuthalia, Æquatoria, Armillæ, Torqueta, Regulæ de eorum diviſione per Tangentes, per lineas tranſverſales, de Dioptris, de Perpendiculis, de Automatis.

§. X.

Aſtronomia Obſervatoria.

Aſtronomia obſervatoria.

INſtrumentorum autem uſum & praxin docet *Obſervatoria*. Ea verò agit de obſervatione diſtantiarum à fixis per Sextantes, Radios, Armillas; de altitudine & azimutho ſideris, de ejusdem declinatione, aſcenſione, longitudine, latitudine obſervanda, & numeranda; de temporum obſervatione per ſiderum altitudines, azimutha, perpendicula, æquilibria.

§. XI.

Aſtronomia Tabularis.

Aſtronomia tabularis.

REpræſentatio motuum cœleſtium fit per numeros, aut organa ſeu inſtrumenta. Prior dicitur *Aſtronomia tabularis*; agitque de canone Primi mobilis; de ſiderum & punctorum eclipticæ declinationib⁹, aſcenſionibus rectis, obliquis, & angulis cum Meridiano; de amplitudine ortiva; de tractatione & uſu Ephemeridum; de tabulis poſitionum, & Domorum cœleſtium; de tabulis Ptolemaicis, Alphonſinis, Prutenicis, Danicis, Rudolphinis, Philolaicis &c.

§. XII.

Aſtronomia Organica.

Aſtronomia organica.

POſterior verò dicitur *Aſtronomia Organica*; agitque de uſu & tractatione Sphæræ ſolidæ, & Armillaris; de Aſtrolabio, & Planiſphærio Gemmæ, Rojas, & aliorum; de Aſtronomico Cæſareo Appiani; de Automatis Juſti Brigii, & aliorum.

Applicatio motuum cœleſtium ad uſum popularem complectitur τὰ τεχνικὰ, τὰ ἱστορούμενα, τὰ ἐσχάτια; ex quibus natæ Computiſtica, Chronologia, Judiciaria ſeu Divinatrix.

§. XIII.

Aſtronomia Computiſtica.

Aſtronomia computiſtica.

COmputiſtica eſt ſtructura temporum, & annorum; agitque de Cyclis Lunæ, & Solis; de annis, & annorum periodis; de methodo anni ſolaris, & lunaris; de annis Græcis, Romanis, Hebraicis, Perſicis, Arabicis &c. de annorum & temporum complexu, & comparatione.

§. XIV.

§. XIV.

Aſtronomia Chronologica.

Aſtronomia Chronologica.

CHronologia agit de Characteriſmis temporum Aſtronomicis, Politicis, Hiſtoricis; de Ærarum & Periodorum initiis, & connexione; de quæſtionibus & difficultatibus Chronologicis, quarum pleræque non rectiùs quàm per eclipſium phænomena reſolvuntur.

§. XV.

Aſtronomia Judiciaria.

Aſtronomia judiciaria.

JUdiciaria ſeu *Divinatrix* agit de ortu & occaſu ſiderum, & conjectura tempeſtatum; de circulis Poſitionum, & Domorum cœleſtium; de erectione Thematis ſecundùm viam rationalem, aut alias; de Significatoribus, Promiſſoribus, & ſi quæ alia Chaldæorum, aut Arabum ſuperſtitio induxit: quæ eò ſaltem ſciri neceſſe eſt, ut confutari poſſint.

Pars altera Capitis.

De Geographia.

Geographia cui, quæ partes.

FUit Aſtronomia hactenus; ſequitur Coſmographiæ pars altera, quæ dicitur Geographia. Eſt autem *Geographia* de ſphæræ terreſtris conſtitutione, diviſione, deſcriptione, comparatione.

§. XVI.

Conſtitutio Terræ.

DE conſtitutione totius hujus ſphæræ, quam Tellurem dicimus, agit *Geotaſtica*; in qua tractatur de Telluris figura, conſtitutione, centro magnitudinis, & gravitatis, motu, quiete, loco, magnitudine ac dimenſione Veterum, ac noſtri ævi; de ejusdem moratione, adgeſtione, degeneratione, diſſipatione &c.

§. XVII.

Diviſio Terræ naturalis.

Diviſio Terræ naturalis.

DIviſio Telluris eſt naturalis, artificialis, fortuita. *Naturalis Diviſio* Telluris eſt in Terram, Aquam, & Aërem Terræ circumfuſum. Partes ſimilares ſeu Terreas conſiderat quæ vocatur *Geometrica*; agitque de partitione Terræ in Continentem, Inſulas, Peninſulas, Iſthmos, Montes, Promontoria, Sylvas, Deſerta, Fodinas &c. de montium altitudine, dimenſione, apparentia ſeu conſpectu; de eorundem capacitate &c.

Hydrographia.

Partem Telluris alteram de Aquis conſiderant Hydrographia, & Braſmologia. Eſt autem *Hydrographia* quæ agit de Aquis, Maribus, Stagnis, Paludibus, Thermis, Fontibus; de aquarum & marium profunditate, ac æquilibrio; de periplo maris, & Oceani; de comparatione ſuperficiei quam Aquæ obtinent ad ſuperficiem Terræ.

Braſmologia agit de fluxu & refluxu maris; de ejus menſura, & incremento in Solſtitiis & Æquinoctiis, decremento in Quadraturis & Conjunctionibus; de ejuſdem incitatione, aut remoratione à ventis, littoribus, fluviis; de motu maris generali ab Ortu in Occaſum; de euripis, de vorticibus; de ſucceſſione ſeu tremore maris.

De Aëre Telluri circumfuſo tractant Atmoſphærica, & Anemographia. *Atmoſphærica* eſt de atmoſphæræ altitudine, raritate, denſitate; de mera exhalationum terreſtrium, & reflexionis radiorum ſolarium; de eorundem refractione, & refractionis menſura, ac effectu; de crepuſculis, & eorum initio, magnitudine, diverſitate. *Anemographia* agit de ventorum cauſa, plaga, numero, diviſione, tempore, prognoſtico; de ventis periodicis, etheſiis, ecnephia, exhydria, typhone.

§. XVIII.

Diviſio Terræ artificialis.

Diviſio Terræ artificialis.

FUit naturalis Terræ diviſio; ſequitur Artificialis à circulis ſphæræ cœleſtis, & eorundem variis apparentiis, ac effectibus: unde nata quæ vocatur *Parallelometica*, tractans de diviſione Telluris veteri in ſeptem Climata, & quinque Zonas, de hodierna in viginti quatuor Climata, & quadraginta octo parallelos; de locis ſeu metis per quas Climata procedunt; de eorum Climatum proprietatibus, & phænomenis; de diviſione Telluris ratione umbrarum in Amphiſcios, Periſcios, Heteroſcios; ratione perpendiculi in Antæcos, Periæcos, Antipodas &c.

§. XIX.

Diviſio Terræ fortuita.

Diviſio Terræ fortuita.

FOrtuita Terræ diviſio in regna & provincias pertinet quidem ad Hiſtoriam, cui tamen ab ea maxima lux, quæ dicitur Geographia Hiſtorialis, & agit de characteribus Geographiæ ab eclipſium, ab umbrarum, à dierum & noctium obſervatione; de primis Terræ habitatoribus; de migratione gentium; de Geographia veteri Strabonis, Ptolemæi, Melæ, Plinii; de Geographia noſtrate; de Navigationibus Luſitanorum, Hiſpanorum, Batavorum, Anglorum &c.

§. XX.

Deſcriptio Terræ generalis & particularis.

Geographia uſualis.

DEſcriptio Terrarum, quam fecimus tertiam Geographiæ partem, alia eſt generalis, alia particularis. Generalis eſt, quam dicemus Geographiam uſualem. Specialis dividitur in Chorographiam, & Topographiam.

Geographia uſualis agit de Mapparum & Chartarum Geographicarum varietate, ſtructura, projectura, primò ad uſum Nauticæ, per lineas rectas, & angulos poſitionum: ſecundò ad uſum Hiſtoriæ, in regiones, regna, provincias, tractus fluviorum &c. tertiò ad uſum Civilem, in Leones, Aquilas, Cervos &c. quartò ad uſum Geographiæ, in circulos, ellipſes &c. Agit item de inveniendis ex Mappis locorum diſtantiis, & affectionibus.

Chorographia.

Chorographia agit de locorum deſcriptione quæ uno ſenſibili Horizonte comprehendi non poſſunt; dein-

de invenienda datæ Chorographiæ longitudine, & latitudine; de longitudinibus dierum & noctium; de ortibus & occaſibus ſiderum; de mutationibus temporum Veris, Autumni, Hyemis, Æſtatis.

Topographia. *Topographia* agit de locorum deſcriptione intra omnium Horizontem ſenſibilem; de plagis cœli, & poſitionum angulis inveniendis; de ſcala & proportione militarium; de fluminum & lacuum profunditate; de ſylvarum & nemorum capacitate; de confinibus, & tota ratione Agrimenſoriæ.

§. XXI.

Nautica, ejusque Partes.

Nautica. PArs ultima Geographiæ ſpectat ad *Nauticam*, de comparatione loci in quo verſaris, aut navigas, ad reliquas ſphæræ partes. Ejus verò duo ſunt capita: primum eſt de inveniendo portu ad quem tenditur, & dicitur *Limeneuritice*: alterum eſt de via ad portum deſtinatum tenenda; & dicitur *Hiſtiodromice. Limeneuritica* agit de angulo poſitionis, ſive ſitu circuli maximi per navem & portum tranſeuntis; de cognitione diſtantiæ, ventorum, & Marium interjacentium; de æſtu Maris circa portum; de uſu & obſervatione lingulæ magneticæ; de portuum orthographia, ſeu conſpectu. *Hiſtiodromica* agit de Canonibus & Axiomatibus Loxodromicis; de uſu ac deſcriptione Diarii nautici; de conjectura Rhombi in quo navigas, ac ſpatii & temporis quod navis conficit, aut confectura eſt.

CAPUT V.

De ſpeciebus Matheſeos pertinentibus ad Staticam.

Statica, ejuſque partes. STatica agit de gravium & levium natura, ſitu, motu.

§. I.

Statica Elementaris.

Statica Elementaris. GRavium & levium naturam conſiderat & comparat, quæ dicitur *Elementaris*, agitque de ſimplici gravitate & comparatione mixtorum v.g. auri, argenti, ferri, olei, aquæ &c: de gravitate aëris rari & denſi, aquæ raræ & denſæ; de mixtura gravitatum ad mixturam perpendiculi.

§. II.

Centrobaryca, & Iſorropoſtatica.

Centrobaryca. SItus & locatio gravium & levium eſt vel naturalis, vel artificialis. Situs verò naturalis eſt aut abſolutus, aut comparatus cum alio gravi. Illum conſiderat Centrobaryca, iſtum Iſorropoſtatica.

Centrobaryca, agit de centro gravitatis linearum, ſuperficierum, corporum; de centro gravitatis ſegmentorum, magnitudinis; de mutatione centri gravitatis ad mutationem figuræ.

Iſorropoſtatica. *Iſorropoſtatica* tractat de comparatione gravium; de Libræ ac Trutinæ principiis, & proprietatibus; de analogia ponderum & brachiorum Libræ; de quiete & impetu quo ſe Libra reſtituit; de centro Libræ infra, ſupra, & in medio trutinæ; de æquiponderantium figurarum tranſmutatione recto æquilibrio.

§. III.

Architectura Civilis.

Architectura civilis. ARtificialis ſitus gravium & levium eſt vel ad uſum Civilem, & dicitur Architectura Civilis, vel ad uſum bellicum, & dicitur Architectura Militaris.

Architectura Civilis agit de partibus & generibus ædificiorum, & columnationum; de faſtigio, ſcapo, ſtylobata; de eorum ornamentis, & ornamentorum varietate, nempe Thuſcana, Dorica, Jonica, Corinthia, Compoſita, Gothica; de volutarum & helicum deſcriptione; de ſcapi diminutione, & circumflexu; de uſu Optices in Architectura.

§. IV.

Architectura Militaris, ejusque partes, Tactica, Poliorcetica, Obſidionalis.

Architectura militaris. ARchitectura Militaris dividitur in Tacticam, Poliorceticam, & Obſidionalem.

Tactica eſt de inſtruendis & explicandis aciebus: de tranſmutationibus à Quadrato in Rhumbum, Cuneum &c. de evolutione Macedonica, Laconica, Choraica &c. de Tactica nov-antiqua; de ordine ſtatario, & viatorio; de metatione Caſtrorum.

Poliorcetica agit de Machinis defenſivis, ut Clypeo, Pluteo, Vinea, Lorica; de offenſivis, ut Catapulta, Baliſta, Ariete &c. de Poliorcetica veteri, & hodierna.

Obſidionalis agit de Polygonis regularibus, & eorum Munimentis; de Munimenti facie, collo, ala, cortina &c. de Parmulis, & Munimentis externis; de Axiomatibus Architectonicæ militaria, de Munitione caſtrenſi; de Foſſis, Cuniculis &c.

§. V.

Stathmica, & Magnetica.

Stathmica. FUit huc uſque Statica de natura & ſitu gravium; ſequitur de eorundem motu. Conſiderari autem poſſunt motus cauſæ, media, impedimenta. Cauſæ motus ſunt aliæ intrinſecæ, aliæ extrinſecæ: Intrinſecæ à gravitate ſubjecti, aut ejuſdem affectu erga certa puncta Univerſi, Unde ortæ *Stathmica*, & *Magnetica*.

Stathmica agit de Libella, & linea directionis; de gravium ac levium deſcenſu & aſcenſu ex diverſitate materiæ & figuræ; de impetu quo ſe gravia determinant ad motum perpendicularem; de acceleratione motus à gravitate ſecundaria; de ejuſdem incremento ſecundùm duplicatam rationem temporum, aut aliam; de proportione ictus inflicti ad impetum, impetus ad tempora, temporum ad radios ſpatiorum quæ mobile decurrit.

Magne-

Digitized by Google

Magnetica. *Magnetica* agit de experimentis magneticis: de magnetis polis, polorumque diverſitate: de ejus armatura: de chalybodixi, ſive reſtitutione & elevatione magnetis variis locis & temporibus: de ejusdem aſcenſu & deſcenſu verſus polum Mundi: de magnetiſmo ferri & aliorum: de Thaumaturgia magnetica.

§. VI.

Mochloſtatica, Trochloſtatica, Onoſtatica, ſphenoſtatica, Cochleoſtatica, Pancratica.

Staticæ variæ partes. EXtrinſecæ cauſæ motus gravium & levium ſunt ab impulſu. Impulſus autem revocatur ad quinque motiones mechanicas, per Vectem, Trochleam, Ergatam, Cuneum, Cochleam: à quibus Staticæ ſeu Mechanicæ varia diviſio in *Mochloſtaticam, Trochleoſtaticam, Onoſtaticam, Sphenoſtaticam, Cochleoſtaticam*: quibus addimus Pancraticam, comprehendentem alias motiones, de quibus huc uſque parum conſtitit.

Mochloſtatica agit de hypomochlii poſitu, & diverſa applicatione Vectis: de proportione Vectis, ponderis, & potentiæ moventis: de pronuntiato Archimedis: de Vecte inflexo: de Vectibus quorum alteri ab alteris moventur.

Trochleoſtatica agit de Trochlea, ſeu Vecte verſatili; de Polyſpaſto: de proportione potentiæ moventis, & trochlearum magnitudine, numero, ſitu: de radiorum & velocitatis proportione: de trochleis ſe invicem exhaurientibus.

Onoſtatica agit de Axe in peritrochio: de tympanorum proportione; de Ergatis, ſucculis, terebris; de tympanis dentatis.

Sphenoſtatica agit de Cuneo, ſeu Vecte duplicato; de Cunei impulſu ab illabente gravi, aut potentia movente; de percuſſione, & ejus centro; de angulo Cunei minore quàm ſit ſemirectus; de gladio, ſecuri, aſcia, mucrone, ſerra, lima, runcina, dolabra &c.

Cochleoſtatica agit de Cochlea, ſeu Cuneo percuſſionis experte; de matrice, rota, ſcitala Cochleam movente; de linea directionis in Cochlea obliqua; de torculari; de Cochlea recta, ſeu infinita; de altera in ſemet recurrente.

Pancratica tractat de potentiarum & motionum permixtione; de ſuſtinendo & attollendo pondere; de rota, curru, traha, fræno, forcipe; de ventilatione, tractione, preſſione, remigatione, volatu, velificatione; de laniſtica, & chalinetlipſi, &c.

§. VII.

De Meſoſtatica, ejuſque partibus Aëroſtatica, Hydroſtatica, & Pyroſtatica.

Meſoſtatica, ejuſque partes. FUit conſideratio cauſæ à qua moventur gravia; ſequitur conſideratio medii per quod gravia moventur. Ea pars proprio nomine dicitur *Meſoſtatica*. Dividitur in *Aëroſtaticam, Hydroſtaticam*, & *Pyroſtaticam*.

Aëroſtatica. *Aëroſtaticæ* duæ partes ſunt, Baliſtica, & Hydatholcia. *Baliſtica* tractat de libratione gravium in aëre libero; de motu jactus, ſagittæ, fundæ, pilæ, follis, rudiculæ, flagelli; de figura & intenſione motus: de motu aquæ ex ſiphonibus emiſſæ: de motu mixto ex rectis & circularibus &c. *Hydatholcia* agit de libratione præcipuè aquarum intra canales, quæ propriè dicitur Aquilegia: de attollendis aquis: de fontibus per impulſum, compreſſionem, ſuctum, metum vacui, rarefactionem, condenſationem: de rota ratione Thermometriæ.

Hydroſtatica. *Hydroſtatica* in genere agit de libratione gravium in aqua, habetque partes duas: quarum prima agit de iis quæ vehuntur in aqua: deque principiis cauſis, effectibus, menſura *Bareocolymbiæ*: altera de iis quæ merguntur in aqua, deque principiis, cauſis, effectibus, menſura *Bareodeſiæ*.

Nautica. *Hydroſtatica* in ſpecie eſt Nautica, & agit de gravitate aquæ marinæ & fluviatilis: de figura navis: de menſura ſaburræ, & ejuſdem æquilibrio: de variatione ponderis in puppi, prora, medio: de attollendis ſubmerſis navibus: de orieratus: de malo: de velis: de re & arte *Holciaria*.

Pyroſtatica. *Pyroſtatica* agit de librandis in aëre & aqua ignibus; de fundamentis & regulis rei tormentariæ: de proportione tormenti, globi, pulveris: de ictu recto, & arcuato, deque utriuſque menſura, velocitate, gravitate: de collimatione ſupra vel infra ſcopum: de miſſilibus, & Pyrobolaria.

§. VIII.

Loxobaryca, Anacamptica, Spartoſtatica.

VLtima pars ſtaticæ agit de impedimentis circa motum gravium & levium, ſive de ejuſdem motus obliquatione, reflexione, detentione: quæ dicuntur Loxobaryca, Anacamptica, Spartoſtatica.

Loxobaryca. *Loxobaryca* eſt de gravium in planis inclinatis motu ſurſum ac deorſum, deque ejus proportione ad perpendicularem: de ratione gravitationis in plano inclinato ad gravitationem in plano horizontali: de planis ſphæricis, aut ſphæroidalibus: de aſcenſu & deſcenſu intra helicem.

Anacamptica. *Anacamptica* agit de angulo reflexionis & incidentiæ: de cauſa, & menſura reflexionis: de mutatione reflexionis ex figura corporis impacti, & reflectentis: de reſultu globorum parium; & imparium, ſi in ſe mutuò impingant: de reſultu aquæ, & ſagittæ in planum cadentis.

Spartoſtatica. *Spartoſtatica* agit de gravium detentione, & qui inde naſcitur motu circulari: de motu rotæ in plano horizontali, perpendiculari, obliquo: de utriuſque proprietatibus: de oſcillatione, ſeu motu funependuli: de proportione vibrationum & chordarum, velocitatum, & altitudinum, &c.

CAPUT VI.

De ſpeciebus Matheſeos ad Opticam ſpectantibus.

Optica, ejuſque partes.

OPtica eſt de magnitudine viſibili. Dividitur in Speculativam, & Practicam. Speculativa agit de ſubjecto, & modo viſionis.

Pars prima Capitis.

De Optica Speculativa.

§. I. *Ophtalmica.*

Ophthalmica.

QUæ de ſubjecto, ſeu receptione viſionis agit, ea dicitur *Ophtalmica*, agitque de ſtructura, & partibus oculi; de baſi viſionis, ſeu horoptere; de receptione radiorum viſualium; de eorundem radiorum decuſſatione intra oculum; de pupillæ dilatatione; de figura humorum quibus oculus conſtat.

§II. *optica.*

SPecies altera de modo viſionis tripartitò dividitur, nempe in Opticam, Catoptricam, Dioptricam; ſive in tractationem de radiatione ſimplici, reflexa, refracta.

Optica conſideratio eſt de viſione ſimplici ſeu directa, ejuſque objectis propriis, aut communibus. Proprium objectum viſionis eſt lux, & color; ejuſque tractatio dicitur

Photonomia.

Photonomia, quæ agit de natura lucis, & luminis profuſione; de luminum variorum occurſu, & concurſu; de tranſmiſſione, & figuratione lucis; de illuminatione corporis opaci; de umbræ figura, intenſione, efformatione. Commune objectum eſt, quod aliis etiam ſenſibus percipitur, ejuſque tractatio ſpectat ad Phaneroſcopicam, & Phanerocriticen.

Phaneroſcopia.

Phaneroſcopia eſt de comprehenſione ſeu cognitione objectorum communium, diſtantiæ, quantitatis, figuræ, loci, ſitus, motus, quietis, continuitatis, diſcretionis.

Phanerocritice

Phanerocritice eſt de judicio circa apparentias, maximè objectorum communium, ſive de judicandis fallaciis aſpectus circa objecta communia, diſtantiam, quantitatem, figuram, locum, ſitum, motum, quietem &c: itemque circa objecta propria, illuminationem, obſcuritatem, colorationem, tranſparentiam, opacitatem.

§. III. *Catoptrica.*

Catoptrica

FUit tractatio de radio ſimplici, ſeu directo; ſequitur altera de reflexo. Ea in genere dicitur *Catoptrica*, & agit de elementis ſpecularibus; de corporum ſpecularium varietate; de radio incidentis, & reflexionis; de loco imaginis; de comparatione radii incidentis & reflexi.

Catoptrica in ſpecie dividitur à figura corporis reflectentis in Omalocampticem, Sphærocampticem, & Conoidocampticem.

Omalocamptice eſt de reflexione à ſpeculis planis; de loco imaginis; de everſione, & ordinatione radiorum; de choreis Ptolemaicis: de diſpoſitione Polygonorum.

Sphærocamptice eſt de reflexione à ſpeculis ſphæricis convexis; de loco imaginis, de cylindricis, conicis, ſphæricis concavis: de cylindricis, conicis, ſphæricis convexis; de permiſtione ſphærici & plani; de phænomenorum, quæ inde proveniunt cauſis, & effectibus.

Conoidocamptice eſt de reflexione à ſpeculis conoidalibus, hyperbolicis, parabolicis, ellipticis, cavis, & convexis; de ſpeculis annularibus, compoſitis; de polygonis conoidalibus; de permixtione conoidalium inter ſe, & cum ſpeculis planis ac ſphæricis.

§. IV. *Dioptrica, ſive Anaclaſtica.*

Dioptrica.

SEquitur pars tertia de radio refracto, quæ dicitur Dioptrica, vel Anaclaſtica, agitque de natura refringentis medii; de refractionum menſura in aqua, vino, oleo &c. in aere cujuſvis alteriuſque horizontis, in cryſtallo, gemmis, vitro trigono, polygono &c. de refractionum incremento, & proportione ad altitudinem radii incidentis; de obſervationibus Brahei, Batavorum, aliorum.

§. V. *Meteoroſcopica.*

Meteoroſcopica.

ANaclaſticæ appendix eſt, quæ ex illa & Catoptrica, componitur, diciturque Meteoroſcopica agens de halonibus, pareliis, iride & ejus altitudine, coloribus, ſitu, reflexione; de meteoris aliis ſubinde apparentibus.

Pars altera Capitis.

De Optica Practica.

FUit Opticæ pars Theorica; ſequitur Practica, quæ eſt de imitatione, dimenſione, ordinatione radiorum viſualium.

Pars prima Opticæ Practicæ, de Imitatione.

Optica Practica.

EA verò imitatio vel pertractatur in genere, dividiturque in rei, quæ projicienda eſt, Orthographiam, Ichnographiam, & Scenographiam.

§. VI. *Scenographia, & Ichnographia.*

Orthographia.

ORthographia eſt projectio rei deducta lineis parallelis, ex ſitu oculi imaginario tanquam infinitè diſtantis. Dividitur autem ejuſmodi projectio in *Orthographiam ſublimem*, quę fit in plano ad horizontem perpendiculari, propriéque dicitur Orthographia; & *Orthographiam jacentem*, quæ dicitur *Ichnographia*, & fit in plano horizontali. Agit inſuper de diminutione menſuræ ſeu pedis, de Orthographia interiori, ſive ſectione ſtereomatis per planum horizontale, aut perpendiculare.

Ichnographia.

§. VII. *Scenographia, ſive Perſpectiva.*

Scenographia

SCenographia eſt projectio rei ex oculi certa & determinata diſtantia; ex qua Projectionum & Perſpectivæ, quam vocant, tam variæ ſpecies & ſubſidia à circinis, vitris, folio, feneſtris, métulis &c.

Quò etiam ſpectat tractatio de Scenographia naturali, ſive ſpecierum intromiſſione, everſione, erectione, in clauſa & obſcura camera; de diminutione, vel augmentatione picturæ apparentis; deque dimenſione veræ magnitudinis ex Scenographia apparenti.

§. VIII.

§. VIII.

Graphices ſive Projecturæ variæ ſpecies.

Graphice ſive projectura, eiusque ſpecies.

GRaphices ſive *Projectura* in ſpecie tot ſunt exempla, quot objecta quæ in oculos occurrunt.

Mathematici verò proprius labor eſt de picturа ſphæræ, & Circulorum cœleſtium quibus ſphæra comprehenditur. Circuli autem univerſi omnes projiciuntur: quod fit per deſcriptionem Analemmatis, aut Aſtrolabii; ſive per projectionem Sphæræ Orthographicam, aut Stenographicam.

Analemmatographia.

Analemmatographia, quæ eſt projectio Sphæræ orthographica ex mente & exemplo Ptolemæi, agit de deſcriptione Analemmatis in plano horizontali, verticali, meridiano; de ſolutione problematum Primi Mobilis ex Analemmate.

Aſtrolabiographia.

Aſtrolabiographia agit de Sphæræ & Circulorum projectione Steneographica, ſeu Scenographica ex certo oculi ſitu, v.g. in axe Mundi, in ſectione Æquatoris, Horizontis, aut Meridiani; in Zenith, aut Nadir ſupra planum oculo perpendiculariter, aut etiam obliquè contrapoſitum; de problematum Primi Mobilis ſolutione ex Aſtrolabio.

Ad has etiam revocatur *Projectio Sphæræ uſualis* per lineas rectas, & in diviſionem in plagas atque angulos poſitionum, de variis Projecturæ formis, & Parallelorum proportione ad Æquatorem; de forma cordis, ellipſis integræ, aut fractæ; de poli utriuſque diſtenſione in lineam, &c.

§. IX.

Gnomonica ſeu Horologiographia.

Gnomonica ſeu Horologiographia.

FUit projectio circulorum univerſim; ſequitur projectio nonnullorum Sphæræ circulorum ſingulatim, & maximè horariorum: quæ pars Projectionis dicitur *Gnomonica* ſeu *Horologiographia*. Sunt autem horologiorum alia immobilia, alia portatilia de loco in locum. Unde Gnomonica dividitur in *Sciothericam*, & *Periphereticam*.

Gnomonica Sciotherica.

Gnomonica Sciotherica agit de umbræ ſolaris adnotatione, ſeu horologii deſcriptione per Analemma; per Tabulas, Sinus, Tangentes, per Inſtrumenta alia; in planis Horizontalibus, Verticalibus, Declinantibus, Inclinatis, Concavis, Convexis: de adnotatione ſeu delineatione Parallelorum diurnorum, Longitudinis dierum & noctium, horarum Babylonicarum, Italicarum, Aſtronomicarum &c. de ortu & occaſu ſignorum Zodiaci, certarum ſtellarum &c. de horologiorum deſcriptione ſpeculari per reflexionem; & anaclaſtica per refractionem &c.

Gnomonica Peripheretica.

Gnomonica Peripheretica eſt de Horologiis portatilibus, eorumque deſcriptione per altitudines Solis, & Pendula dioptrica, Annulos, Quadrantes, Cylindros, Armillas, Sphærulas &c. de aliis horariorum deſcriptionibus per opem magnetis, in formas, leges, & uſus raros; de eorundem deſignatione reflexa & refracta.

Pars ſecunda Opticæ Practicæ, de Dimenſione.

ALtera pars Opticæ Practicæ eſt de radiorum viſualium dimenſione. Ea fit per *Parallacticam*, & *Geodæſiam*.

§. X.

Parallactica, & Geodæſia.

Parallactica.

PArallactica agit de tranſportatione radiorum viſualium; de Parallactica cœleſti ex obſervatione Primi Motus, ex obſervatione & elevatione motus periodici & apparentis; de fundamentis, tabulis, deductionibus in longum, & latum; deque effectibus parallacticæ in eclipſibus, cometis, aliis.

Geodæſia.

Geodæſia agit de dimenſione linearum viſualium; de ejusdem diviſione in dimenſionem altitudinis, diſtantiæ acceſſæ & inacceſſæ; de dimenſione magnitudinis ex cognita illius parte; de Inſtrumentis Geodæticis, Radio, Quadrato, Menſula; de Dioptra librali Caroli Imperat. de Agrimenſoria, id eſt, de agri dimenſione, partitione ex dato puncto &c.

Pars tertia Opticæ Practicæ, de Ordinatione.

PArs tertia Opticæ Practicæ eſt de radiorum viſualium ordinatione. Ea verò ordinatio radiorum inſtituitur vel ad confortandam viſionem, diciturque proinde *Hyallurgia*; vel ad faciendam uſtionem, & dicitur *Hyallocauſtica*; vel ad oblectandum ſpectatorem, & dicitur *Silenographia*.

§. XI. *Hyallurgica.*

Hyallurgica.

HYallurgica agit de vitris, & conſpicillis; de oculorum defectibus; de vitrorum materia, præparatione, politura; de cavis & convexis lentibus; de lentium inter ſe conduplicatione, triplicatione, in ordine ad Tubum Opticum veterem, & novum; de vitris conoidalibus, & compendiis efformandi conoides, hyperbolas; de vitro trigono, polygono &c.

§. XII. *Hyallocauſtica.*

Hyallocauſtica.

HYallocauſtica agit de ordinatione radiorum ſolarium ad faciendam combuſtionem per ſpecula plana, cava, hyperbolica, parabolica; de polygonis hyperbolam aut parabolam affectantibus; de ſpeculis Procli, & Archimedis; de combuſtione per ellipſin; de annulis ſphæricis, ellipticis &c.

§. XIII. *Silenographia.*

Silenographia.

SIlenographia agit de contractione picturæ in eodem plano ad certum oculi ſitum; de pictura objecti in diverſis ſuperficiebus, cavis, convexis, regularibus, fortuitis, de radiorum diſſipatione per polygona vitrea, per aquam, per ſpecula cylindrica, per ſpecierum viſibilium receptionem in cavis & convexis ſpeculis &c.

CAPUT VII.

De ſpeciebus Matheſeos ad Muſicam ſpectantibus.

Muſica.

MUſica eſt de magnitudine ſonora. Quæ ipſa etiam dividitur in Speculativam & Practicam.

Pars prima Capitis.

De Muſica Speculativa.

§. I. *Otologia.*

Otologia. SPeculativa agit de ſubjecto, & objecto Auditus. Subjectum ſeu organum Auditus eſt auris; ejusque conſiderationem tractat quæ dicitur *Otologia*, agitq; de ſtructura ſeoſorii Auditus, de malleo, incude, fibris, nervis, in aure exiſtentibus; de proceſſu & decuſſatione lineæ ſonoræ; de varietate auris in diverſis animantibus; de imitatione organi auditus, & inſtrumeotis acuſticis &c.

§. II. *Glottologia.*

Glottologia. OBjectum Auditus eſt vox, aut ſonus. Vocis formatio eſt à lingua; à qua denominatur, quæ dicitur *Glottologia*, agens de ſtructura linguæ; & formatione vocis; de aſpera arteria; de iis quæ ad vocem formandam concurrunt; de rugitu, barritu, mugitu, ſibilo, & vocibus animalium; de formatione literarum mutarum, liquidarum, conſonantium, vocalium, labialium, gutturalium, &c.

§ III. *Phonologia.*

Phonologia. DE ſono in genere tractat quæ dicitur *Phonologia*, agens de directis ſonorum generibus; de tonitru, crepitu, ſclopo, clangure, pulſo, fragore, ſtridore, murmure, tinnitu &c. de ſoni propagatione, diſtantia, motu, diſtinctione, compoſitione &c.

§. IV. *Phonocamptica.*

Phonocamptica. DE ſono reflexo in ſpecie tractat quæ dicitur *Phonocamptica*, agens de reflexione ſoni, & vocis; de ejus geometria, cauſis, fundamentis, & proprietatibus; de ædificiis, & inſtrumentis ſonum reflectentibus &c.

§. V. *Harmonica.*

Harmonica. FUit ſoni ſeu objecti Auditus ſimplex conſideratio; ſequitur ejusdem comparatio. Hæc autem comparatio fit dupliciter; arithmeticè, & geometricè. Quæ arithmeticè ſonos & ſonorum intervalla comparat, dicitur *Harmonica*, & agit de harmonicorum numerorum doctrina, deque ejus Definitionibus, Poſtulatis, Axiomatibus; de proportionum Additione, Subtractione, Multiplicatione, Diviſione &c. de combinationibus, & earum numero, de Syſtematibus Muſicis; de genere Chromatico, & Enharmonico; de Modis veteribus, & modernis &c.

§. VI. *Tonometria.*

GEometricè ſoni inter ſe comparantur per Regulam Harmonicam; de qua tractat quæ dicitur *Tonometria*, agens de ſtructura Regulæ Harmonicæ, ſive de Monochordo, & ejus diviſione geometrica, mechanica, algebraica, organica. *Tonometria.*

Pars ſecunda Capitis.

De Muſica Practica.

§. VII. *Vocalis Muſica.*

FUit Muſicæ tractatio Theorica; ſequitur ejusdem pertractatio Practica. Eſt verò Muſica Practica Vocalis, aut Inſtrumentalis. Vocalis Muſicæ ſtructura proprio nomine dicitur *Melopeia*, quæ agit de Muſica plana, figorata, chorali; de conſonantium diviſione, & inventione; de tonis & eorum numero, ac qualitate; de Muſica rithmica, poëtica, pathetica, uſuali; de bacillis, & plectris muſicis, ac novo genere Muſurgiæ &c. *Muſica vocalis.*

§. VIII. *Inſtrumentalis Muſica.*

INſtrumentalis Muſica tripartitò dividitur, in Enchordicam, Pneumaticam, & Cruſticam. *Enchordica* eſt de Inſtrumentis quę nervis & chordis conſtant; ut Cithara, Teſtudine, Pandora, Plectro, Chely &c. *Pneumatica* eſt de Inſtrumentis quæ flatu animantur, ut Tuba, Lituo, Cornu, Tibia, Utriculis, Fiſtula &c. *Cruſtica* eſt de iis quæ pulſu feriuntur; ut Tympano, Sambuca, Crotalo, Cymbalo, Organo, Campanis &c. *Muſica Inſtrumentalis.*

Hæc eſt Synopſis Auctoris Anonymi, de quo ante.

ANA-

ANALECTA
MATHEMATICA,

Sive

THEORESES MECHANICÆ
NOVÆ.

De natura Machinarum fundamentalium; & novo motionum machinalium Principio Univerſali & Unico;

Nec Non

DE MOTVS ARTIFICIALIS PERPETVI POSSIBILITATE.

PROOEMIVM.

Theoreſes Mechanicæ novæ.

QVæ in Magia Vniverſali Naturæ & Artis Par. 3. lib. 2. fusè diſſeruimus, & hujus Operis libro XV. in brevem ſummam contraximus, de natura quinque Machinarum Fundamentalium, deque motionum omnium Machinalium Principio unico & univerſali; excitârunt nonneminem ad rem totam penitùs diſcutiendam, dictarumque motionum Principium verum & phyſicum (quale ſine dubio eſſe debet, utpote effectus phyſici tam luculenti origo & cauſa) novum ac Vniverſale rimandum. Is eſt Religioſus & Eruditus Societatis noſtræ Juvenis, Magiſter Adamus Adamandus Kochánnski, Polonus, inſignis Mathematicus, & ab ipſa Natura ad Mathematicas Diſciplinas comprehendendas atque tractandas factus, earundemque in Collegio noſtro & Vniverſitate Moguntina ab aliquot jam annis ſimul Profeſſor Ordinarius, ſimul nunc Sacroſanctæ Theologiæ Studioſus. Qui ut primùm ex citato Magiæ noſtræ loco didicit, Auctores omnes qui de Mechanica hactenus ſcripsère, admirandorum effectuum per Machinas præſtari ſolitorum non tam univerſale Principium & Cauſam, quàm dicti Principij & cauſæ indicium tantùm protuliſſe in medium; nec quodnam illud ſit, adhuc conſtare; continuò applicuit

nis emolumento redegerit, auxeritve; Alterum, quòd torpentes Juventutis animos & ingenia, veluti quadam Mathematicæ varietatis & pulchritudinis objecta ſpecie, ad ejus amorem, ſimilẽſque conatus amplectendos & promovendos excitârit. Prius illud Orbis literarius agnoſcit: & prædicabit ætas ſecutura; poſterius vel exemplo meo adſtruere poſſum: & verò fatebor ingenuè, me, cùm prius errore non paucis familiari tenerer, Philoſophiam Machinariam inter cetera Mathemata, tam ſubtilitatis, quàm dignitatis gradu abjectum omnino tenére locum; ex Magia demum R. V. perſpexiſſe, iis nec Majeſtatem deeſſe, quas magna illa Ariſtotelis & Archimedis ingenia ſuſpexiſſent; nec ſubtilitate deſtitui, quibus ſui quoque nodi, tot acutiſſimorum ingeniorum conatibus hauddum diſſoluti minimè defuiſſent. Et quidem inter alias Philoſophiæ hujus difficultates, duæ illæ potiſſimùm mentem meam ad ſe revocârunt: quarum altera Principium Univerſale motionum Mechanicarum, ſive prodigioſorum illorum effectuum, quos in augmento virium per machinas experimur, aſſignat: altera [illegible]*, ſive motûs alicujus machinalis Perpetuam ab intrinſeco ſucceſſionem inveſtigat. Quare cùm R. V. mihi dederit occaſionem utriuſque hujus difficultatis exitum, ſi quis eſſet, inveſtigandi, & fortaſſis etiam deprehendendi; quod R. V. negat hactenus ab ullo feliciter ſatis eſſe præſtitum: exiſtimavi me nemini æquiori jure conatus meos in utroque illo negotio ad finem perducendo ſuſceptos aperire poſſe, quàm R. V. quæ utriuſque hujus quæſiti ſtatum, ſi quis alius, habet perſpectiſſimum. Et ſpero me id beneficii à prolixa illa R. V. humanitate conſecuturum, ut ſi quæ forſitan ambages Ariadnæum filum requirent, id exquiſito ſuo judicio, & tot annorum decurſu congeſtâ eruditione porrigere nè detrectet. Permovit autem me ad præſentem hanc Apographen ad R. V. expediendam, illud inprimis, quòd cùm eorum juſſu, penes quos mei regimen eſt, duos illos Quanti Quotique terminos à Matheſi poſitos, intra quos hactenus me continebam, nunc animo ſaltem prætervehi juſſus, ſimul Entis Interminati Oceanum, paulò diuturniori navigatione, quàm non modò Indiarum, ſed totius etiam Terraqueæ molis circuitus exigat, emetiendum ingrediar; ad deponendas per id tempus eas tam diſpares curas, alterius cujuſpiam literati judicium, cui interim acquieſcerem, mihi expetendum putaverim: ratus id factum ſine evidentiæ Mathematicæ dedecore, etiam inſuper ad prudentiæ Laudem non mediocriter pertinere: quæ nos, totúmque genus humanum conditionis ejus admonet, quâ Naturæ, injuriâne vel munere, dubites, in alienis perſpicaciores, de iis ut ſeveriorem, ita veriorem ut plurimùm: de propriis autem, Idiopathia mentis aciem nonnihil detorquente, benigniorem ſententiam ferre conſuevimus. Imprimis itaque verum ac Univerſale Mechanoſophiæ Principium, quod mihi eodem tempore, quo Magia R. V. Mechanica de eo late diſſerens venit in manus, ſimul in mentem incidit, hiſce breviter proponam: Subjungam deinde Motus Perennis Artificialis (nam Phyſico-Mechanici vel omnino novas praxes, vel veterum novas applicationes percenſere non vacat) è pluribus eas tantummodò Inventiones, quæ annis abhinc duobus, ac etiam ſuperiore, in id incumbenti ſingulariter, ſeſe obtulerunt; non ſine quodam animi ſenſu, quòd MotVs InDefeCtIbILIs (ſi quæ literariæ huic ſuperſtitioni fides & authoritas) cum verbis & numeris, Rem quoque tanto ſtudio quæſitam mihi ſimul attuliſſe videretur. Ubi R. V. noſſe velim, quòd quamvis à Mathematicis in Motu perpetuo Praxis & Problema deſideretur, mihi tamen cui commoditas Praxeos, vel ad minimum ejus nervi, æris illud modicum non ſuppetebant, Theorema ſolum, quod ſublimius incedens, ab ejuſmodi extrinſecis non dependet, inquirere propoſitum fuiſſe; idque non ex aliis quàm Statices Principiis: Nam quod Anno hujus ſæculi 57 ſumma dili-*

ligentiae viceram, ut Rotula quædam exigua (in maiori enim ſucceſſus nullus) ex Magnetico artificio motu circulari ferretur. ſed eo tam debili, ut ægrè ipſi Rotulæ circumagendæ ſufficeret; vix commemoratione dignum cenſeo. Porrò plura utriuſque hujus materiæ veluti ὑπομνήματα *quædam apparaveram, quæ hic adferre par eſſet, ut Refutationes operoſiores aliarum Sententiarum de Machinarum Principio, Demonſtrationibus tam Geometrico-Staticis, quàm Phyſico-Empeiricis. Item deductionem Principii mei per ſingulas Machinas, in quarum unaquaque nova Phænomena producerentur, ut in Vecte Novum genus Vectis. In Trochlea nova fundamentales Demonſtrationes. Vera Cunei activitas; Geneſis & anatomia Cochleæ &c. Præter hæc varia alia Automata ad continuandum artificialiter motum excogitata, ſed calamo jam Divinioribus Theorematibus delineandis affixo, vix etiam ad hæc perſcribenda ſufficiens fuit otium. Quare pluribus interim in aliud tempus dilatis, potiora ſaltem compendio, & epiſtolari brevitate complectar. Sit igitur*

PARAGRAPHUS PRIMUS MECHANOSOPHICUS.

Poſtquam Magia Univerſalis Naturæ & Artis libro 2. circa Principium Univerſale Augmenti virium per Machinas Quatuor ſententias attuliſſet; videlicet Ariſtotelis, P. Honorati Fabry, P. Nicolai Zucchii, & P. Pauli Caſati: facta diligenti in unamquamque earum inquiſitione, Cauſam quidem prodigioſarum illarum per Machinas motionum refert in applicationem potentiarum ad machinam eo modo diſpoſitam, ut ex utilius major ſit proportio inter motus potentiarum, quàm ipſas Potentias; Quæſtionis tamen totius necdum exhauſtam eſſe difficultatem, his verbis concludit: Cùm effectus ex tali diſpoſitione ſecutus, ſit effectus Phyſicus, debet utique habere Cauſam Phyſicam: talis autem non poteſt eſſe ſola & nuda diſpoſitio Potentiæ & Ponderis, cũ hæc ſola diſpoſitio non ſit activa Phyſicè: ſequitur ergò, ad talem diſpoſitionem aliquid aliud, vel in potentia, vel in pondere, vel in utroque, ut habeat rationem Cauſæ Phyſicæ, reſultare. Quid verò hoc ſit, non conſtat. *Huic ego nodo cuneum vel aliud machinamentum admoturus, inprimis quatuor illas memoratas ſententias ad duas tantùm revocabo, duabus tertiam ex Archimede deductam adjungam, his quartam, felicioribus, ut ſpero, auſpiciis collectam ſuccenturiabo. Singulas eâdem quodammodo rotundiore phraſi comprehendere placet.*

Prima ſententia.

Si in Machina major ſit proportio Motuum quàm Potentiarum reciproca, Potentia minor prævalebit majori. ſive, Si duabus Potentiis inæqualibus eidem Machinæ applicatis, major ſit inter Motus eodem tempore ab utraque confectos, quàm inter potentias permutata ratio, potentia minor ſuperabit majorem. Huic ſententiæ tres aſſeclas adnumero, quoniam in rei eſſentia conveniunt, quamvis in explicando ſit aliquod inter eos diſcrimen.

Ariſtoteles initiò quæſtionum Mechanicarum, Motus velocitati in Radio Circuli majoris vires eas adſcribit: nihil enim aliud ibi agit, quàm ut oſtendat, extremum radii brevioris tardius ferri, ob rationem, quam breviter & nervosè his aſſignat: Διὰ γὰρ τὸ ἐγγύτερον εἶναι τοῦ μένοντος τῆς ἐλάττονος τὸ ἄκρον, ἢ τὸ τῆς μείζονος, ὥσπερ ἀντισπώμενον εἰς τοὐναντίον, ἐπὶ τὸ μέσον βραδύτερον φέρεται τὸ τῆς ἐλάττονος ἄκρον. *Nam quia*, inquit, *vicinius eſt extremum minoris* (lineæ) *quieſcenti*, (centro) *quàm ſit extremum maioris, quaſi in contrarium retractum, ad medium tardius fertur ipſum minoris extremum.* Quo impedimento liberum radii longioris Extremum, ait celeriùs, adeoque utrinq; de Vecte ſubinfert, etiam ῥᾷον κινεῖσθαι, facilius moveri.

P. Honoratus Fabry in eo poſitam eſſe ait induſtriam movendi quodcunque pondus à quacunque potentia, ut pondus illud minore & minore motu moveatur, ita ut ſit major proportio motuum, quàm ponderum; & quâ proportione, inquit, imminues motum, eadem majus pondus movebis: concluditque, id unicum eſſe Principium Phyſicomechanicum. Rationem ejus aſſertionis non adfert, ſed videtur eam velle, quam præmiſerat Axiomate primo, videlicet: *Ab eadem potentia faciliùs producitur in eodem mobili minor motus, quàm maior*, Cùm igitur Ariſtoteles velocitatem in Movente, & P. Fabry tarditatem in Mobili requirit, modo tantum concipiendi differre videntur, objecto realiter eodem exiſtente.

P. Nicolaus Zucchius Velocitatem Motus requirit, ad Replicationem potentiæ minoris, ut ea æquivalere, vel prævalere poſſit majori. Nam iuxta illum, ſi duo pondera, maius ac minus, ita connectantur per machinam, ut ſi moveantur, maior ſit proportio motuum quàm ponderum reciproca; tunc pondus illud minus in motu ſuo velociori replicatum, prævaliturum ait ponderi ſe ſimpliciter maiori, minore tamen motu delato. Quare etiam hæc opinio velocitatem motus adſtruit; explicando

tamen

tamen, quomodo ea ad augmentum debilioris potentiæ per machinam conducat; nimirum per æquivalentiam ea replicatione in motu velociori.

Secunda Sententia.

SI *Major ſit Proportio Impetuum quàm Gravitatum, reciproca, potentia major ſuperabitur à minore.* Eſt P. Pauli Caſati, quam ille proponit his verbis: Unicum ergò & generale Principium Motus Machinalis eſt major ratio intenſionis Impetus in motore, ad intenſionem Impetus cui reſiſtit Mobile, quàm ſit ratio Gravitatis Mobilis, ad gravitatem vel potentiam Motoris. Hunc autem Impetum, in diſcurſu à ſe inſtituto, dicit produci in ponderibus à ſua inſita gravitate, in eadem menſura, ſive ſurſum ſive deorſum pondera moveantur, dummodo par utrobique ſit velocitas.

Tertia Sententia.

SI *major ſit ratio Diſtantiarum quam potentiarum permutata, potentia minor prævalebit majori.* Hanc per modum Corollarii deduco ex Archimedis ſexta & ſeptima libri 1 Æqueponderantium propoſitionibus; quibus demonſtrat de Commenſurabilibus, Incommenſurabilibusve in Gravitate Magnitudinibus, eas ex diſtantiis ad Gravitates proportionalibus permutatim appenſas æqueponderare. Igitur ſi non ſit eadem inter eas ratio, non æqueponderabunt, ſed motus incipiet ex ea parte, à qua eſt exceſſus in pondere vel diſtantia.

Quarta Sententia

SI *major ſit ratio Activitatum quàm potentiarum reciproca, Potentia minor plus poterit majore.* vel in Gravibus. Si major ſit proportio Gravitationum quàm Gravitatum permutata, Grave minus majori præponderabit. Cauſa hujus Activitatis infrà luculenter conſtabit ea Demonſtratione propoſitionis, quam duplicem adferre placet: Unam quidem Phyſicam, ut ſic difficultati initiò propoſitæ fiat ſatis: Alteram verò Mathematicam, petitam ex Novo quodam modo philoſophandi, quem circa potentiarum inter ſe Agentium & Reſiſtentium varias combinationes inſtitui poſſe video. Iſtud paragraphus ſequens exequetur: prius illud hæc pauca præmitti poſtulat.

Suppono I. Quodvis Agens Naturale plus in paſſum magis, quàm minus approximatum agere. Cum enim certos à Natura poſitos habeat terminos, quibus ipſius potentia, ſive Activitatis Sphæra circumſcribatur, agere debebit actione uniformiter difformi, hoc eſt, intenſius in propinquiora, in remotiora remiſſius. Et hinc fieri poſſe, ut duo paſſa inæqualis contra aliquod Agens reſiſtentiæ, æqualia evadant, ſi eorum majus tantò plus minore pariatur ea approximatione ad agens, quantus eſt exceſſus ille, quo dicitur eſſe majus minore.

Suppono II. Duas potentias in invicem Activas, eſſe ſibi mutuò Reſtitivas, & utraſque eſſe in duplici differentia: vel enim utraque tendit ad oppoſitos terminos Naturaliter, ut Gravitas & Levitas: vel tantum Artificialiter vi connexionis per Machinam, ut duo Gravia. Vel denique una earum ſubſiſtit in termino, ſubjectumque detinet in loco, altera verſus eundem tendente, qualis eſt potentia reſiſtens Corporum Diſcontinuationi, Rarefactioni, & Condenſationi: atque has etiam eſſe activas conſtat, quòd Motivis ſint commenſurabiles, & minores, majores, vel æquales.

Suppono III. Potentiam minorem, majori æqualem, vel potiùs æquivalentem effici, ſi exceſſus quo hæc illam ſuperat, aliunde ſit ſublatus, vel impeditus: Cùm enim potentiæ ab eo quod hic & nunc ad invicem poſſunt, Denominationem æqualium vel inæqualium ſortiantur; id virium, quod in aliqua potentia eſt impeditum pro eo tempore quo cum altera confertur, vel in eam agit reſiſtitque, in cenſum activitatis potentiæ venire non debet.

Suppono IV. Potentiam cui major vel æqualis opponitur & reſiſtit, deſinere eſſe in actu ſecundo potentiam, ſive vires in aliud agendi omnes prorſus amittere. Nam cum potentia omnis ad actum dicat ordinem, ſi is ſit impoſſibilis, quemadmodum majori vel æquali prævalere eſt impoſſibile; erit & potentia impoſſibilis, adeoque nulla. Et hinc eſt quòd Gravia in Loco ſuo Connaturali non graviteut; id eſt, partes Gravium ſuperiores, ab inferioribus æqualis, vel paulò majoris gravitatis ſuſtentatæ, non agant in partes ſibi ſubjectas; ſed perinde ſe habeant, ac ſi gravitatis omnis eſſent expertes.

Suppono V. Duo vel plura Gravia, aliaſque potentias Motrices homogeneas, id eſt, ad eandem poſitionem motivas, nexu quodam continuo, ſolidoque copulata, in unum Grave coaleſcere; eaque ratione, ad Centrum Gravitatis commune, ſimultaneitatem motus, & reliqua quæ illis ſeorſim competebant, adſtringi: Quemadmodum enim ex uno Gravi diſcontinuato plura Gravium Individua proſiliunt; ita viciſſim è pluribus in unum continuatis, unum idemque grave ſibi reſtitui, Lex & Natura Homogeneorum poſtulat. At verò heterogeneæ potentiæ ob corpus illud continuum ſolidumque cui applicantur, ſaltem ad motum ſimul peragendum coguntur.

EX HIS UNIVERSALITER CONCLUDO, Fieri poſſe ut ſi duæ potentiæ inter ſe inæquales, & vel Homogeneæ, id eſt, ad eandem quamcunque poſitionem motivæ, ut duo Gravia; vel Heterogeneæ, & ad diverſos terminos ex natura ſua tendentes, Corpori cuidam Continuo ſolidoque applicentur, & ita diſponantur, ut alia quædam potentia Reſtitiva (ſive ea in loco quieſcens obſiſtat, ſive ea natura ſua in contrarium nitatur) eidem illi Continuo applicata, puncto ſuæ applicationis, ſuſtentationis, vel appenſionis, vicinior ſit, illarum potentiarum validiori, ut Gravi majori, eaque reſiſtentiæ ſuæ vicinitate, Activitatem in contrarium, vel Gravitationem, prædictæ illius validioris potentiæ, vel Gravis excedentis, tantum infringat & obtundat, ac in ſe exoneratam ſuſtineat, quantus eſt exceſſus, quo ſuperat vires alterius potentiæ imbecillioris, vel Gravis minoris, ab ea Reſiſtentis activitate plus elongati; tunc inæquales illæ potentiæ Motivæ, vel Gravia imparium momentorum, tandem ad invicem æqualia, vel magis propriè loquendo Æquepotentia vel æquevalentia, in Activitate, vel Gravitatione evadant: ita ut in mutua eorum ad invicem Lucta, neutrum alteri prævaleat & præponderet, ſed inter utrumque quies & conſiſtentia conſequatur circa punctum illud Reſiſtentis applicati, & potentiam illam excedentem impedientis: quod punctum in potentiis quidem homogeneis, Centrum potentiæ, ex duabus

ob com-

ob communem nexum in unam coaleſcentis: in Gravibus verò eodem modo continuatis, Centrum Gravitatis Totius ex utroque compoſiti dicetur. Quòd ſi ob juſtò majorem Reſiſtentis & Suſtentantis Potentiæ vicinitatem, duarum illarum Motivarum Potentiarum major & excedens magis impediatur in ſua Activitate: ſimiliterque Grave majus in ſua gravitatione plùs detrimenti accipiat, quàm fuerit differentia & exceſſus, quo ante illam applicationem, ſive abſolutè, Major minorem ſuperabat: tunc Potentia hæc minor jam majoris evadet Activitatis quàm illa altera, Excedens quidem, ſed plus quàm excedat impedita: adeoque cum omnis actio ſit à proportione majoris inæqualitatis, Major hæc juſtò plus in activitate ſua paſſa, tanquam jam viribus & activitate Minoris illius inferior, ab ea ſuperabitur, & movebitur: tantum in eo motu ſpatii conficiens, quantum illa ipſius ad Reſiſtens & Suſtentans, idemque Centrum Motus, vicinitas poſtulat.

Poſterius hoc in ordine ad Prævalentiam, brevius ſic propono. *Si duabus Potentiis Motivis inæqualibus eidem Continuæ Quantitati applicatis, earum Majoris in tertiam quandam Reſiſtentem & Suſtentantem Potentiam, major ſit Activitas, Exceſſu, quo ſuperare dicitur Minorem Potentiam mobilem: Reſiduum activitatis Potentia Majoris, minus erit tota Minore Potentia.* Argumenta Concluſionem Poſitivè probantia cum præmiſſæ hypotheſes contineant, hic iterum repetenda non videntur. Id commodius in Univerſali & Particulari Machinarum expoſitione Paragr. 3. ſequente, eâdem opera præſtabitur. His accedent ea, quæ alias Sententias improbabunt in ſequentibus: Nunc ex dictis

Colligitur I. Potiorem ejus victoriæ Laudem, quam per Machinas Potentia minor de majore referre videtur, deberi Potentiæ Suſtinenti, (qualis eſt v.g. in vecte firmitas hypomochlii) quæ in duarum illarum Mobilium majorem, ſibique viciniorem reſiſtendo agens, vel ſi is modus loquendi minus arridet, Majoris vim ferè totam in ſe exertam ſuſtinens, ac retundens, efficit eam non modò parem Minori, verùm etiam eâ multò debiliorem, ut difficile non ſit ad eam ſortem redactam, nullo negotio ad extremum confici & ſuperari.

Colligitur II. Ceſſare miraculum illud Ariſtotelis initio Quæſtionum Mechanicarum, ex ſuo & Antiphonis Poetæ ſenſu aſſerentis; Naturam ubique victricem, in Mechanicis ab Arte ſuperari, quando nimirum, ut ipſe explicat, τὰ ἐλάττονα κρατεῖ τῶν μειζόνων, à minoribus ſuperantur majora, id eſt, ab exiguis momentis, ingentia pondera: Quandoquidem à minore Potentia vel pondere, non major, ſed omninò minor ſubigatur: idque parum glorioſâ victoriâ, quòd non monomachiâ decertet, ſed eam ab alia potentia præcipuo ſuo robore truncatam, velut ex inſidiis aggrediatur: Nam nec Hercules quidem contra duos. Hinc Philoſopho Utrumque æquè, vel verius utrumque nihil mirum videri deberet; tam Grave majus à minori plus diſſito, ac plus diſtans minus Grave, à Majore gravi, minus tamen à ſuſtentante potentia elongatu attolli: utrobique enim in elevando, æquè major agit potentia.

Colligitur III. In omni potentiarum ejuſmodi inter ſe concertatione Tres Potentias repetiri. Earum primam eſſe Moventem & victricem: ſi forte non æquo Marte agatur utrinque: Secundam Motam & ſuperatam; Tertiam Reſiſtentem & ſuſtinentem; idque vel utramque priorum Potentiarum, ſi utraque ſit ejuſdem ſpeciei, & ad eandem poſitionem Motiva, qualia ſunt duo Gravia vel Levia: vel alterutram tantùm, ſi ſint diverſæ; ut Potentia Surſum & deorſum. Ubi præterea advertendum: quod ſi duæ Potentiæ priores, movens & mota, ſint homogeneæ, ſive ejuſdem ſpeciei, ut duo gravia; eas in machina ſimplici ex fundamento vectis primi generis, ad ſibi æquevalendum diſponi debere: necnon potentiam ſuſtentantem, ut hypomochlium, utrique ſuſtinendæ par eſſe oportere: ſi verò ſint heterogeneæ, eas vectem ſecundi generis expoſcere, in quo ſuſtinens potentia, ſoli tantùm Potentiæ Movendæ, non jam par, ſed pro diverſa ejus diſtantia, etiam eâ minor eſſe debebit.

Colligitur IV. Quotieſcunque duobus Gravibus per vectem, vel ſimile aliquod Continuum in unum Grave compoſitis: (quæ compoſitio gravium pluribus modis inſtitui poteſt, ut eorum infixione, appenſione, &c.) grave minus, & à puncto ſuſtentationis magis diſtans, Gravi majori non prævalet: Punctum illud ſuſtentationis, eſſe ſimul Centrum Gravitatis, Totius ex utroque compoſiti. Quoties autem Grave remotius à puncto ſuſtentante, viciniori, majorique Gravi prævalet, toties eſſe inter hypomochlium & prævalens: hinc cùm partes inæqualium momentorum circa Punctum id conſiſtant, mirum non eſſe, ex parte remotioris gravis, motûs & initium, & cauſam reperiri.

Colligitur V. Diſtantias in Machinis eſſe Conditionem tantùm ſine qua non; velocitatem autem & tarditatem motuum, eſſe quid Conſequens ad ipſas Potentiarum prævalentias. Nam quia Major Potentia minori Æquivalens, vel etiam eâ infirmior reddi non poteſt, niſi potiorem virium ſuarum partem ex vicinitate Potentiæ Suſtentantis amittat: ſequitur Neceſſitate Geometricâ, Semidiametri, ſive Diſtantiæ minoris extremum, minùs ſpatii peragrare debere, quàm conficiat Radii longioris extremitas, intra idem Tempus, propter Continuitatem vel connexionem Radiorum, cum priore ſimul delata. Ut autem utraque præmoveatur, indiget Potentiâ ab ipſis Motibus independente: quam non alia quàm noſtra hæc ſententia ſuppeditat.

Poſitis veritatis hujus noſtræ fundamentis, ad alias Sententias extemporali digreſſione factâ, quid in unaquaque difficultatis occurrat, vel quid difficultates in motionibus Mechanicis non ſatis expediat, breviter indicandum videtur.

IN PRIMÆ Sententiæ primo ſenſu ab Ariſtotele intento, Difficultas eſt, etiam ſequentibus communis. I, Motus Potentiarum eſſe quid Conſequens ad ipſas Potentias: Naturâ enim priùs debet eſſe & intelligi Potentia movendo ſufficiens, quàm ipſe motus ab ea cauſatus; motum igitur tanquam principium & cauſam, potentiis vim omnem illam conferre non poſſe. II. Proportiones motuum in velocitate & tarditate, proprietatem & exigentiam eſſe Geometricam, ex tali Radiorum inter ſe ratione neceſſariò conſequentem: Cum enim Peripheriæ Circulorum ſint inter ſe, ut Semidiametri à quibus deſcribuntur, per ea quæ demonſtrat Pappus Alexandrinus Collectionum Mathem. prop. 11. lib. 5. Cumque motâ parte Continui Totum moveri neceſſe ſit: ſequitur radios inter ſe Continuos vel annexos, eodem tempore motus

ſuos

Digitized by Google

ſuos in ratione Semidiametrorum perficere debere. Atque hæc ipſa Circulorum Proprietas profligat inſtitutam ab Ariſtotele, illam quaſi Geometricam Demonſtrationem, ad probandam velocitatem,& ex ea facilitatem motûs in Radij longioris extremo. Si enim ſumit radios ſibi continuos,ideòque ſimul mobiles;impoſſibilis eſt hypotheſis Ariſtotelis; videlicet: In radijs inæqualibus, Motu ſecundùm naturam(id eſt motu peripheriali, qui eſt ſecundùm Naturam Circulo,non Gravibus; prout aliqui contra mentem Ariſtotelis intelligunt, & eum poſtmodum non levis erroris fruſtra coarguunt)æquali exiſtente, Motus præter naturam, ſive Circularibus illis Lationibus tranſverſos, inæquales eſſe; erunt enim ij per citatam Propoſitionem ita proportionales, ut æquales eſſe ſit impoſſibile. Sin aſſumat diſcontinuos & diſtinctos; tunc dato quòd argumentum valeret in his, vim tamen nullam habebit in Continuis, quales communiter adhibentur in machina: in utriſque enim longe diſpar eſt conditio. III. Cur Circulo, propterea quòd in ſua geneſi, & alijs à Geometra conſiderabilibus Proprietatibus ſit admirabilis, etiam hæc efficacia ſit tribuenda? cùm nec omnia, nec ſolus Circulus in mechanicis efficiat, ut attentiùs ſingula perpendenti patebit.

IN ejuſdem Primæ Sententiæ altera opinione, Difficultas etiam ad reliquas ejuſdem factionis pertinens, ea ſeſe objicit. I. Quòd ſi ex motuum inter ſe ratione, vires & activitates Potentiarum concludere oporteat, tunc neceſſe eſt priùs demonſtretur, *Motus Potentiarum eſſe ut Potentias inter ſe*: ut ex hoc velut antecedente, legitimè inferri poſſit; Ubicunque non eadem inter hæc intercederet Proportio, ibi neceſſariò extituram vim ad prævalendum ex ea parte, penes quam eſſet exceſſus, in ratione ipſius exceſsûs: Sed non ita eſſe motum ad motum, ut pondus ad pondus, Experientiâ quotidianâ diſcere difficilè non eſt: Pondus enim Sphæricum duplò gravius altero ejuſdem ſpeciei & figuræ, non duplò velociùs movetur altero, ex eadem altitudine liberè demiſſo; ſed vix ſenſibiliter, niſi ex magna altitudine, aliquantò velociùs.

Si igitur gravia impedimentis ſoluta, Proportioni huic vel ipſo ſenſu judice adverſantur; congruum non eſt eam in Machinis, in quibus illa libertas pro ingenio & indole agendi, gravibus eſt adempta, Principium Univerſale ſtatuere. II. Quamvis admittatur illud Axioma hujus ſententiæ, facilius in eodem Mobili produci motum minorem quàm majorem ab eadem potentia; debebit nihilominùs eodem modo ſimul oſtendi, hanc facilitatem eſſe in ratione ipſius Motûs: quod nec demonſtravit illa ſententia, nec demonſtrandi, ſtando in ſolis gravibus, ſpes ulla ſupereſſe videtur, niſi allarum Experimentum: in quo nec reſiſtentia medij, nec mobilium figura, acutiore vel obtuſiore angulo ſecans aërem, illam tantam inæqualitatem excuſare poteſt. Quod ſi hîc confugiatur ad Impetum, & illam motuum anomaliam, quâ Gravia deſcendunt ita, ut ab eis ſpatia æqualibus temporibus compoſitis confecta, ſint inter ſe ut Quadrata temporum etiam compoſitorum: quæro cur hæc non ſint utrobique in ratione ipſarum Potentiarum? Sed ſufficiat illud eviciſſe, à motibus Potentiarum, ad ipſas Potentias, ſaltem in gravibus, argui legitimè non poſſe.

IN ejuſdem Sententiæ tertia explicatione, præter ea quæ ſuperiùs ſunt allata, hæc inconvenientia occurrunt. I. Motus ille velocior, in quo Potentia minor replicari, & ſe majori æquivalere, vel etiam prævalere dicitur, eſt Effectus ejuſdem Potentiæ; Ergò Potentia non poterit replicari per illum: hinc enim ſequeretur Potentiam eſſe Cauſam ſui ipſius: Quod enim eſt cauſa cauſæ, eſt etiam Cauſa Cauſati; eſſet autem Potentia Cauſa motûs, & motus idem ipſe numero, viciſſim cauſa replicationis Potentiæ; Potentia igitur exiſtens Cauſa ejus, à quo viciſſim cauſatur, eſſet Cauſa ſui ipſius. Accedit quòd in hac replicatione Potentia naturâ prior eſſe & concipi non poſſit: ut enim evadat Potentia, ſive potens, indiget motu; ut incipiat motum ad quem abſolutè eſt inſufficiens, requirit replicationem: quæ cùm non fiat niſi in motu, indigebit ipſo motu ad motum, quæ ſunt ἄτοπα. II. Nec ad rem collapſam in integrum reſtituendam faciet, ſi opponatur, quòd eodem modo ferè, quodvis Grave deorſum liberè cadere permiſſum, acquirat in motu Potentiam quandam, quam Gravitatem acquiſitam, ſive Impetum appellant: Nam Primò, quamvis Gravitas impetum in motu producat, eſt tamen ea per ſe ſufficiens, tum ad incipiendum Motum, tum ad impetum in eo ipſo motu producendum. Deinde Grave liberè deſcendens, ſicut movetur ſemper inæquali velocitate, idque in ratione numerorum imparium ab unitate numeratorum; ita plùs quàm probabiliter in eadem ratione produci impetum, in ſpatijs quæ ab eo æqualibus temporibus decurruntur; in quod inclinat etiam doctiſſimus Author Almageſti Novi, P. Joan Bapt. Ricciolus. lib. 9. ſect. 4. n. 23. At verò Potentia illa replicabilis, quovis inſtanti temporis, replicat ſe in ratione ſpatij minoris à majore potentia peragrandi, ad ſpatium majus à minore conficiendum: ita ut ſi v.g. ſpatium minus ad majus ſit ut 1. ad 1000 000 000, tunc tam primo, quàm ſequentibus inſtantibus, (liceat ita loqui facilitatis gratiâ) Potentia ut 1. replicentur vicibus 1000 000 000, & ſic de quacunque ratione aſſignabili. Quod quàm ſit Naturæ magis incongruum, quàm nobis inconceptibile, quis non videt? quandoquidem pondus liberum à reſiſtentia cùm Machinæ, tum ponderis oppoſiti, in ſpatijs æqualibus temporibus pertranſitis, acquirit tantummodò impetus, qui inter ſe habeant duplicatam rationem ſuorum temporum compoſitorum, vel quod idem eſt, ſint in ratione numerorum pariter imparium ab unitate.

IN SECUNDÆ Sententiæ Philoſophia Impetus ille plùs negotij faceſſit, quàm ad augmentum virium per Machinam faciat. Per Impetum autem intelligo cum Philoſophis vim illam ſuperadditam, quam duæ illæ Qualitates Elementorum Motrices, Gravitas & Levitas, in libero Motu ad terminum ſuum colligunt. Eam alij Gravitatem acquiſitam, alij vim deorſum tranſlativam, vel Impulſum appellant. Si igitur hæc Sententia eodem modo accipiat Impetum; Tunc I. Principium iſtud non eſſet Univerſale, niſi prius oſtendatur, omnem Potentiam Motivam ejuſmodi vim ſuperadditam in motu colligere: videtur enim ſolis illis Elementorum motricibus potentijs, ab Authore Naturæ vis ea peculiariter attributa, ut ea tantò citiùs finem ſuum in quieſcendo conſequerentur. Et hæc ſola fortaſſis eſt cauſa, cur in Gravibus ac Levibus non ſint proportionales Motus Potentijs: alioquin rationi convenientius eſſe videtur, ut Ef-

fectus ſint inter ſe, ut eorum Cauſæ: quod hic Locum non habet. II. Quoniam Impetus non acquiritur niſi in Motu, redibit iterum quæſtio de Cauſa illius motûs: hæc impetus eſſe non poteſt, aliàs Impetus eſſet, antequam eſſet: quod nemo unquam conceſſerit. Si dicatur, ipſam Gravitatem eſſe non modò Principium Radicale, ſed & Effectivum, tam Motûs, quàm in eo producti Impetûs: Inferam: Ergò ſicut Gravitas eſt per ſe ſufficiens ad inchoandum Motum, ſufficiens erit ad eundem Continuandum; adeoque Impetûs cauſalitate deſertâ, potiori jure ad ipſam Gravitatem recurrendum erit. III. Cùm inter hos ſolos Impetus, in quantum ſibi ſunt oppoſiti, utrinque certamen geri dicatur, probari priùs debebat, Impetum Reſtitivum in Gravi ſurſum per Machinam moto, eſſe in eadem ratione, in qua eſt dum Grave naturaliter inclinat & tendit deorſum: hujus enim poſterioris aliquam notitiam comparatam habemus experientiæ beneficio, prius illud omni ex parte eſt in incerto.

TERTIA Sententia, quæ ex Archimedis Æqueponderantium lib. 1. propoſitionibus ſexta & ſeptima, velut Corollarium quoddam deduci poteſt, hic adducitur copiæ potiùs & varietatis cauſâ, quàm quòd ea, vel ab ipſomet Archimede, vel à quopiam alio, tanquam vera & immediata Cauſa augmenti virium per machinam fuerit intenta, vel aſſignata. Nil enim aliud Authori loco citato propoſitum fuit demonſtrare, quàm æquiponderationem eorum Gravium inæqualium: ſive gravitate commenſurabilium, ſive incommenſurabilium, quæ ex diſtantiis ad ipſas gravitates proportionalibus, permutatim appenduntur. Ex effectibus non ſervatæ hujus Proportionis, eſt illa majoris Gravitatis à minori elevatio, ſi hæc ex diſtantia in majori proportione conſtituta, quàm ſint inter ſe Gravia, applicetur; Is effectus à poſteriori nemini non ſatis eſt notus: perſpecta & ea diſtantiarum ad eum præſtandum requiſita ratio: Sed quid ea, & quomodo conferat ad prævalendum, hactenus à nemine ex arcanis Naturæ depromptum, & in medium prolatum eſſe videtur, Id igitur à præſenti diſquiſitione, quantùm per otium licuit, integrè, & ita, ut in eo genere nil ampliùs deſideretur, præſtitum iri confido. Cum enim jam ſuperius ex placitis Philoſophiæ Naturalis oſtenſum ſit, Quodvis Agens plus in Paſſum magis, quàm minus approximatum, agere: id adhuc unicum reſtat ut oſtendatur, de potentiis: non quidem omnibus Univerſaliter, ſed de Motivis, & in materia noſtra, Hanc Actionem eſſe in ratione diſtantiarum. Quod ſequentes Demonſtrationes exequentur.

IN QUARTA Sententia noſtra (ut etiam hæc ſine Cenſura ſua non abeat) id animadvertendum occurrit I. Ab ea præſtari id, quod in aliis deſiderabatur; videlicet Effectus illius Phyſici in Potentiarum inter ſe Victoria, veram & germanam Cauſam Phyſicam aſſignari: eamque facilem, & abſque multo apparatu: cum ſi quæ fuſius deducta ſunt, in compendium redigantur, totius ejus ſtructuræ moles duobus his Axiomatibus innitatur: *Omne agens agendo repati:* & *Agere actione uniformiter difformi.* Quia tamen horum Principiorum utrumque nimis eſt indeterminatum, Matheſis Phyſicæ ſuccurret, & utrumque determinabit in ſequentibus: prius quidem exhibendo proportionem inter Actiones & Paſſiones: poſterius verò, oſtendendo Actionem eſſe in ratione diſtantiarum. II. Sententia hæc, protracta in lucem verâ & ad omnes Machinas Univerſali cauſâ, mirâ facilitate explicat reliqua Machinarum phænomena; ut Diſtantias, Motus, Tempora, & Spatia; quæ ipſam Cauſam veluti ſponte conſequuntur. III. Miracula gratis non multiplicat: & Naturam, quæ ubique Victrix, perperam hactenus in Machinis, iiſque tam rudibus, Arti ſuccumbere credebatur, ab ea ignominia vindicat, ipſius æquitatem, in dando quod cujuſque viribus eſt debitum, in integrum aſſerendo. Plura quæ in eam rem dici poſſent, prudens omitto: ut & illud, quòd plures aliæ dentur adhuc viæ, Machinarum vires explicandi, petitæ ex ratione Temporum, Spatiorum, Altitudinum &c. quas quamvis ingenioſiores fortaſſe ſint, quia tamen Naturæ Simplicitati minùs congruæ, ſtudio prætereo: quippe cui vera potiùs quàm dictu ſpecioſa in Philoſophia placere ſolent.

PARAGRAPHUS SECUNDUS ISCHYOSTATICUS.

ANTEQVAM Potentiarum Motricum mutuas inter ſe actiones & Reſiſtentias univerſim expendam, breviter priùs Reverentiæ Veſtræ rationem inſtituti mei, quam in eo negotio ſequor, reddendam eſſe cenſeo. Inprimis ergo per Potentiam Motivam intelligo vim quandam Subjecti Quanti, cui vel ineſt à Natura, vel extrinſecus adveniens & applicatur, de Loco in Locum quemcunque infinitum per breviſſimas lineas translativam, & tam Intenſionis capacem, quàm Extenſionis; ita tamen ut ex partibus homogeneis conſtet, & figurâ quapiam Regulari terminetur. Reſtitivam Potentiam eam eſſe dico, qua Motivæ cuipiam fertur in Contrarium, vel qua Mota in loco reſiſtit per vim quandam Subjecti ſui in loco retentivam, & data potentia motiva ſuperabilem vel non. Illius autem reſiſtentia, qua Mobile tardius, velociori ad eundem terminum tendenti quodammodo reſiſtit, motumque remoratur, tanquam minùs facientis ad propoſitum noſtrum, rationem hic peculiarem habendam non putavi. Deinde in iiſdem Potentiis motivis abſtraho ab Animatis, liberis, & impermanentibus. 2. ab iis quæ ex natura ſua motus Circularis vel alterius præterquàm rectilinei eſſent Principia. 3. Ab iis quæ Subjectum ad certum terminum deferunt per lineas non æquidiſtantes: ut Gravitas ad univerſi Centrum, vel Levitas à Centro. 4. Ab omni vi in motu ſuperaddita ſive Impetu. Hæc tamen abſtractio non excludit prædictas Potentias, ſed potiùs eas ad unum quendam Univerſalem Canonem revocat, attenta ſolùm earum eſſentia quæ eſt poſſe movere, non autem Accidentibus, quæ in ſingulis poſſunt eſſe diſparata. Denique è pluribus quæ in hoc philoſo-

loſophandi genere obſervavi, ea tantùm proferre ſtatueram, quæ ad finem præfixum abſolutè erant requiſita; quia tamen Combinationis nexus id è re fieri potuiſſe perſuaſit, illis adjeci aliquot Axiomata & Propoſitiones in ſpecimen Analyſeos, quam ſapientes volunt eſſe tutiſſimam veritatis inveſtigandæ viam. Hæc præmonenda erant, nè in eo apparatu nimiæ ſuperfluitatis argui, vel contra illud Philoſophorum: Principia pauca eſſe oportere; deliquiſſe viderer.

DEFINITIONES.

1. POtentia Locomotiva eſt Qualitas Quanti cui ineſt, vel applicatur, ab uno ad alterum locum tranſlativa.
2. Potentia Reſtitiva eſt vis alicui in oppoſitum mobilis, vel motæ in loco obſiſtens.
3. Centrum Potentiæ eſt punctum quoddam in Potentia, circa quod partes æquevalentes adjacent.
4. Æquevalentes vel æquepotentes Potentias dicimus, quæ tantundem movent, vel ſiſtunt.
5. Indiſtantes Potentiæ ſunt, quarum Centra in eadem linea Motûs vel reſiſtentiæ exiſtunt.
6. Linea verò Motus vel Reſiſtentiæ, eſt recta à Centro potentiæ liberè motæ, vel huic reſiſtentis in oppoſitum, deſcripta.

POSTULATA.

1. MOtâ parte continui ſolidi, totum moveri.
2. Plures potentias homogeneas, Quantitate ſolidâ in unam connecti.
3. Potentias in quamcunque poſitionem motivas ac reſtitivas, eſſe inter ſe commenſurabiles, ac poſſe eſſe ſibi mutuò æquales, vel ſe invicem in eadem ratione excedere.

Iconiſ N. Figura 1.

4. Diſtantias potentiarum ab invicem ſumi in recta quapiam Motibus potentiarum perpendiculari, intèrque lineas per centra potentiarum incedentes, quæ motuum dicuntur, intercepta. Sint duæ Potentiæ, A & B deorſum motivæ, eidem Quantitati, videlicet rectæ A B, applicatæ; Potentia C. Reſtitiva; Lineæ motuum per Centra potentiarum A C B incedentes, ſint ipſæ D E, F G, H I: erunt his perpendiculares rectæ K B, vel A N eæ, in quibus diſtantiæ potentiarum ab invicem ſumi debeant.
5. Potentias alicui Quanto regulariter applicatas intelligi, ſi vel per earum Centra dicta quantitas adigatur, vel potentiæ ex iiſdem Centris ad datam Quantitatem appendantur in directum.
6. Poſſe & Agere potentiarum, intelligi in aliam quamcunque potentiam.

AXIOMATA.

1. POtentia tanta eſt, quantum poteſt.
2. Potentia tantum poteſt, quantum non agit.
3. Potentia tantum non poteſt, quantum agit.
4. Potentia tantum non agit, quantum poteſt.
5. Potentia tantum agit, quantum non poteſt.
6. Potentia tantum poteſt, quantum non patitur.
7. Potentia tantum non poteſt, quantum patitur.
8. Potentia tantum agit, quantum patitur.
9. Potentia tantum patitur, quantum agit.
10. Potentia tantum non agit, quantum non patitur
11. Potentia tantum non patitur, quantum non agit.
12. Potentia tantum non patitur, quantum poteſt.
13. Potentiæ reciprocè Activæ, ſunt ſibi reciprocè Paſſivæ.
14. Potentia Activa tantum agit, quantum Paſſiva patitur.
15. Potentia Paſſiva tantum patitur, quantum Activa agit.
16. Potentia Activa tantum agit, quantum & Paſſiva.
17. Potentia Paſſiva tantum patitur, quantum & Activa.
18. Potentia æquivalens æquivalenti non prævaler.
19. Quæ eidem ſunt æquevalentes, & inter ſe ſunt æquevalentes.
20. Si æquepotentibus addantur æquepotentes, Totæ erunt æquevalentes.
21. Si ab æquevalentibus auferantur æquevalentes, Reſiduæ erunt æquepotentes.
22. Si non æquepotentibus adjiciantur æquivalentes, Totæ fiunt non æquevalentes.
23. Si à non æquivalentibus tollantur æquivalentes, remanent non æquipollentes.
24. Quæ ſunt ejuſdem vel æquivalentium duplæ, ſunt invicem æquivalentes.
25. Quæ ſunt ejuſdem vel æquivalentium dimidiæ, ſunt invicem æquepotentes.
26. Quæ unius æquivalentium dupla eſt aut dimidia, illa eſt etiam æquivalentium alterius dupla aut dimidia.
27. Si æquivalentibus non æquivalentes adjiciantur, erit Totarum exceſſus, adjunctarum exceſſui æquivalens.
28. Si ab æquivalentibus non æquivalentes demantur, erit reſiduarum exceſſus, exceſſui ablatarum æquivalens.
29. Si non æquepotentibus æquivalentes adjungantur; erit Totarum exceſſus exceſſui earum quæ à principio erant, æquivalens.
30. Si non æquepotentibus æquivalentes detrahantur, erit Reſiduarum exceſſus, exceſſui Totarum æquivalens.
31. Si Tota Totius eſt dupla, & ablata ablatæ; erit & reliqua reliquæ dupla.
32. Tota Potentia æquivalet ſuis partibus ſimul ſumptis.
33. Tota Potentia plùs poteſt ſuâ parte.
34. Tota potentia duplum poteſt ſui dimidij.
35. Quæ idem poſſunt, ſunt æquales.
36. Duæ invicem æquivalentes, ſunt Totius ex utraque Compoſitæ, dimidiæ &c.

Propoſitio I. Theorema I.

Potentia Motiva æqualiter diſtans à Potentijs Reſiſtentibus æquivalentibus, eidem Continuę Quantitati applicatis, æqualiter agit in utramque.

Iconiſ N. Figura 2. 3.4.&.5.

SIt linea CD, bifariam diviſa in E puncto; cui ſit applicata Potentia A Motiva: ejuſdem Lineæ extremis, intelligantur applicatæ Potentiæ Reſtitivæ F & G; ſive illæ in loco reſiſtant, ut in Figura 2. ſive Potentiæ A contrarijs motibus ſint mobiles, prout in Figuris 3. & 4. cernitur: ſive demùm earum una ſit in loco reſtitiva, & altera in oppoſitum motiva, qualis eſt in Fig. 5. ipſa potentia G. Dico, Potentiam A. æqualiter acturam in utramq; F & G Reſtitivam Potentiam. Cùm enim Potentia A Motiva, æqualiter diſtet ab utraque F & G Reſtitiva Potentia; non eſt major ratio, cur vel in ſolam tantùm F. Potentiam agat, non agendo in Potentiam G; aut contrà: vel plùs agat in Potentiam F, quàm Potentiam G; aut contrà. Aget igitur æqualiter in utramque. Quod erat demonſtrandum.

Corollarium I.

POtentiarum Reſiſtentium unamquamque dimidium pati & ſuſtinere ejus, quod agit Motiva Potentia. Cum enim Paſſiva Potentia tantum patiatur, quantum agit Activa (Axiom. 15.) Medietates totius in quas æqualiter agit Activa, dimidium pati neceſſe eſt.

Corollarium II.

SI Potentiarum Reſtitivarum utraque non major minorve ſit medietate Potentiæ Motivæ, futuram inter Potentias æquivalentiam & conſiſtentiam. Æquivalens enim Motiva æquivalenti Reſtitivæ ex utraque compoſitæ non prævalebit; aut viciſſim.

Corollarium III.

SI Potentiarum Reſtitivarum toti Motivæ ſimul æquevalentium alterutri aliquid addatur vel ſubtrahatur momenti, non futuras ampliùs inter ſe conſiſtentes & æquivalentes. Erit enim aggregatum Reſiſtentium majus vel minus Totâ Motivâ Potentiâ.

Corollarium IV.

POtentiarum Reſiſtentium alteram cum altera ſumptam, æquivalentem & ſuſtinendo parem eſſe Toti motivæ, æqualiter ab utraque Reſiſtente diſtanti; ut enim neutra ſola ſuſtinet, ita neutra ſuſtinendo ſufficiens judicari debet.

Sed & hæc Theoremata, vel ex præcedente deduci, vel haud multùm abſimili ratione demonſtrari poſſunt.

Theorema II. Converſum.

POtentia Motiva æqualiter agens in Potentias Reſiſtentes eidem Continuæ Quantitati applicatas, æqualiter diſtat ab utraque.

Theorema III.

POtentia Reſtitiva æqualiter diſtans à Potentiis Moventibus eidem Continuæ Quantitati applicatis, æqualiter agit in utramque.

Theorema IV. Converſum.

POtentia Reſtitiva æqualiter agens in Potentias Motivas eidem Continuæ Quantitati applicatas, æqualiter diſtat ab utraque.

Theorema V.

POtentia Motiva æqualiter à duabus æquivalentibus Reſiſtentibus Potentiis diſtans, æqualiter patitur ab utraque.

Theorema VI. Converſum.

POtentia Motiva quæ æqualiter à duabus Reſtitivis æquivalentibus patitur, æqualiter diſtat ab utraque.

Theorema VII.

POtentia Reſtitiva æqualiter à duabus Motivis æquivalentibus Potentiis diſtans, æqualiter patitur ab utraque.

Theorema VIII. Converſum.

POtentia Reſtitiva quæ æqualiter à duabus Motivis æquivalentibus patitur, æqualiter diſtat ab utraque.

Theorema IX.

DVæ Potentiæ Motivæ æquivalentes æqualiter à Reſtitiva diſtantes, æqualiter in illam agunt.

Theorema X. Converſum.

DVæ Potentiæ Motivæ æquivalentes æqualiter in Reſtitivam agentes, æqualiter ab illa diſtant.

Theorema XI.

DVæ Potentiæ Reſtitivæ æquivalentes æqualiter à Motiva diſtantes, æqualiter in illam agunt.

Digitized by Google

Theorema XII. Converſum.

DVæ Potentiæ Reſtitivæ æquivalentes æqualiter in Motivam agentes, æqualiter ab illa diſtant.

Theorema XIII.

DVæ Potentiæ Motivæ æqualiter à Reſtitivâ diſtantes, æqualiter ab ea patiuntur.

Theorema XIV. Converſum.

DVæ Potentiæ Motivæ quæ æqualiter à Reſtitiva patiuntur, æqualiter ab ea diſtant.

Theorema XV.

DVæ Potentiæ Reſtitivæ æqualiter à Motivâ diſtantes, æqualiter ab ea patiuntur.

Theorema XVI. Converſum.

DVæ Potentiæ Reſtitivæ quæ æqualiter à Motiva patiuntur, æqualiter ab ea diſtant.

Propoſitio II. Theor. XVII.

Potentia Motiva inter duas Reſtitivas eidem Continuæ Quantitati applicata, agit in utramque in ratione Diſtantiarum permutata.

Iconiſ. N. Figura VI. SIt inprimis Linea C D, ſecta bifariam in puncto E, ex quo appendatur Potentia A deorſum Motiva: Extremis autem C & D, applicentur Potentiæ quævis Reſtitivæ F & G. Deinde dividatur eodem modo altera diſtantiarum, ut ipſa C E bifariam in puncto H, in euque appendatur altera Potentia Motiva, dupla ipſius Potentiæ A, quæ ſit B. Tandem huic B. Motivæ, reſpondeant ſuæ Reſtitivæ, juxta activitatis menſuram; altera quidem in puncto E, Potentia K æquivalens ipſi A: altera verò eadem quæ priùs, ipſa videlicet Potentia F Reſtitiva. Dico verum eſſe id quod eſt initio propoſitum.

Ponatur enim Potentia A Motiva eſſe momentorum 4; erit ex conſtructione, Potentia B. Motiva eorundem 8. Et quoniam Potentia A Motiva diſtat æqualiter ab utraque F & G. Reſtitiva; aget æqualiter in utramque earum, per Prop. primam. Igitur qualium eſt 4. Potentia Activa A. talium utraque Reſtitivarum ſeorſim, erit 2: adeòque per Coroll. 2, inter Motivam A. 4. & Reſtitivas F. 2. & G. 2. erit æquevalentia, conſiſtentia, & quies. Quia verò ſimiliter Potentia B 8 Motiva diſtat æqualiter à reſtitivis F. & K. Igitur per hæc eadem, & æqualiter aget in utramque earum, & utraque ſuſtinebit ac patietur activitatem 4 momentorum, qualium tota B. eſt 8. Quare cùm ex Conſtr. utraque Reſtitivarum ſit reſiſtendo ſufficiens; erit eodem modo inter Motivam B. & Reſtitivas F, K, conſiſtentia & æquivalentia; adeòque ambæ Potentiæ Motivæ B. & A. cum ſuis Reſtitivis F, K, G conſiſtent & æquivalebunt.

Et quoniam Potentia F. in reſiſtendo ipſi A 4. ſoſtinet ipſius Activitatem momentorum 2. & iterum in reſiſtendo alteri Potentiæ B. 8. patitur Activitatem momentorum 4; Tota igitur Activitas ab eadem F ſuſtentata erit momentorum 6. qualium ipſa B eſt 8. Quoniam verò Potentiæ A & K in oppoſitum motivæ ſunt æquevalentes, & indiſtanter ſive Centraliter oppoſitæ; igitur ſibi mutuò non prævalebunt, nec quidquam admovendum vel ſuſtentandum conferent. Si igitur utraque tanquam inutilis intelligatur eſſe ablata; quæ relinquuntur F & G Reſtitivæ cum Motivâ B, erunt æquevalentes & conſiſtentes ut priùs: Si enim ab æquivalentibus auferantur æquivalentes (axiom. 21) Reſiduæ ſunt æquivalentes. Et quoniam Reſtitiva G ipſius A Motivæ oſtenſa eſt eſſe ſubdupla; ipſius autem A, vel ei æquevalentes L, dupla eſt ipſa B Potentia: quare eadem B, ejusdem G erit omninò quadrupla: Sed oſtenſum eſt Reſtitivam F eſſe momentorum 6, qualium B eſt 8; erit igitur Reſtitiva F ad Reſtitivam G. ut 6. ad 2. Quocirca cùm quantum patiuntur Reſtitivæ (axiom. 15.) tantundem agat activa; Potentia B. aget in Reſtitivam F. momentis 6: in Reſtitivam verò G. momentis 2.

Sed ut Activitas Potentiæ B. 8. in Reſtitivam F, 6, ad activitatem in Reſtitivam G. 2. Ita Diſtantia HC. ad Diſtantiam H D. reciprocè: Eſt enim tota H D totius H C tripla. Activitas igitur Potentiæ B. in reſtitivas F & G. Diſtantijs H C. & H D. eſt permutatim Proportionalis. Eodem modo oſtendetur, quòd ſi, vel ad plures Diſtantiarum biſectiones, Potentiarùmque augmenta dupla fiat progreſſus, vel datarum Diſtantiarum, Potentiarùmque quæcunque pariter multiplices accipiantur, (15. 5. Elem. Euclid.) eas fore in eadem prædicta ratione. Potentia igitur Motiva in Reſtitivas hinc & inde eidem Continuo applicatas, agit in ratione Diſtantiarum reciproca. Quod oſtendere oportuit.

Corollarium I.

DUæ Potentiæ Motivæ eidem Continuo applicatæ in Potentiam reſtitivam inter utramque Moventium applicatam, agunt in ratione Diſtantiarum permutata. Intelligantur enim in Figura Propoſitionis Potentiæ F, & G eſſe Motivæ; Potentia verò A. Reſtitiva. Quoniam per Axioma 8. Potentia tantum agit, quantum patitur; oſtenſum eſt autem Potentias F & G pati in ratione diſtantiarum reciproca; ſi igitur eæ prout ſunt activæ concipiantur, agent in eadem ratione.

Corollarium II.

DUarum Potentiarum Motivarum æquevalentium, eidem continuo applicatarum regulariter, & ab intermedia Reſiſtente ſuſtentatarum, Reſiſtenti vicinior plùs patitur remotiore, in ratione defectûs Diſtantiæ à Potentia Reſiſtente. Nam in figura Propoſitionis, ſi Reſtitivæ Potentiæ intelligantur eſſe Motivæ, potentia F. 6 Potentiam G. 2. ſuperat momentis 4; non ſecus ac Potentiæ G. diſtantia D E, 3. diſtantiam Potentiæ F, quæ eſt H C. 1, ſuperat exceſſu 2. Eſt autem ut 2. ad 3. ita 4. ad 6.

Corollarium III.

DUarum Potentiarum Motivarum eidem Continuo ad Lineas motuum perpendiculari regulariter applicatarum, ita ut ab intermedia Reſiſtente Potentia ſuſtenteutur; ea quæ remotior eſt à Reſiſtente, minùs patitur viciniore, in ratione exceſsûs diſtantiæ à Reſiſtente communi. Patet ex antecedente.

Corollarium IV.

SI alterutri Potentiarum Motivarum diſtantijs permutatim proportionalium quidquam Momenti vel Diſtantiæ accedat; eam cui quid eorum adjectum fuerit, non ampliùs æquevalituram, ſed alterâ cui nihil acceſſit immobili perſiſtente, Reſtitivæ prævalituram, motúmque inchoaturam: Utriuſque enim acceſſione mutatur demonſtrata Proportio.

Verùm & hæc Theoremata non difficulter ex præcedentibus intelligi, vel eodem pluribuſque modis facilè demonſtrari poſſent.

Theorema XVIII.

P*Otentia Motiva inæqualiter à duabus Reſtitivis æquivalentibus diſtans, inæqualiter agit in utramque.*

Theorema XIX. Conv.

P*Otentia Motiva inæqualiter agens in duas Reſtitivas æquivalentes, inæqualiter diſtat ab utraque.*

Theorema XX.

P*Otentia Reſtitiva inæqualiter à duabus Motivis æquivalentibus diſtans, inæqualiter agit in utramque.*

Theorema XXI. Conv.

P*Otentia Reſtitiva inæqualiter agens in duas Motivas æquivalentes, inæqualiter diſtat ab utraque.*

Theorema XXII.

P*Otentia Motiva inæqualiter à duabus Reſtitivis æquevalentibus diſtans, inæqualiter patitur ab utraque.*

Theorema XXIII. Conv.

P*Otentia Motiva quæ inæqualiter patitur à duabus Reſtitivis æquevalentibus, inæqualiter diſtat ab utraque.*

Theorema XXIV.

P*Otentia Reſtitiva inæqualiter à duabus Motivis æquivalentibus diſtans, inæqualiter patitur ab utraque.*

Theorema XXV. Conv.

P*Otentia Reſtitiva quæ inæqualiter patitur à duabus Motivis æquevalentibus, inæqualiter diſtat ab utraque.*

Theorema XXVI.

D*Uæ Potentiæ Motivæ æquivalentes inæqualiter à reſtitiva diſtantes, inæqualiter in illam agunt.*

Theorema XXVII. Conv.

D*Uæ Potentiæ Motivæ æquivalentes quæ inæqualiter in Reſtitivam agunt, inæqualiter ab ea diſtant.*

Theorema XXVIII.

D*Uæ Potentiæ Reſtitivæ æquivalentes inæqualiter à Motiva diſtantes, inæqualiter in illam agunt.*

Theorema XXIX. Conv.

D*Uæ Potentiæ Reſtitivæ æquivalentes quæ inæqualiter in Motivam agunt, inæqualiter ab ea diſtant.*

Theorema XXX.

D*Uæ Potentiæ Motivæ æquivalentes inæqualiter à Reſtitiva diſtantes, inæqualiter ab ea patiuntur.*

Theorema XXXI. Conv.

D*Uæ Potentiæ Motivæ æquivalentes quæ inæqualiter à Reſtitiva patiuntur, inæqualiter ab ea diſtant.*

Theo-

Theorema XXXII.

D*Væ Potentiæ Reſtitivæ æquivalentes, inæqualiter à Motiva diſtantes, inæqualiter ab ea, attiuntur.*

Theorema XXXIII. Conv.

D*Væ Potentiæ Reſtitivæ æquivalentes quæ inæqualiter à Motiva patiuntur, inæqualiter ab ea diſtant.*

Plures alias Propoſitiones & corollaria, brevitatis ſtudium præterire cogit: unicum tamen iſtud quod ſequitur Conſectarium omittendum non videtur; tum quod ex utraque priore Propoſitione abſque alia demonſtratione deducatur; tum quòd ejus veritas jam inde ab Archimedis ætate tot ſæculorum unanimi conſenſu firmata, in dubium vocata fuerit ab uno & altero recentiorum Authorum qui Demonſtrationis Archimedeæ in Prop 6. lib. 1. Æquep. robur inconcuſſum, compoſitâ quadam in ſpeciem veritatis inſtantia, apud eos quos in ſuam pertraxere ſententiam, non mediocriter iuſ egerunt. Eam itaque veritatem præter eā quā in priore Propoſitione hi faciunt, una & altera perbrevi facilique Demonſtratione illuſtrare placet

Propoſitio III. Theorema XXXIV.

Duæ Potentiæ inæquales, ex Diſtantijs ſibi reciprocè Proportionalibus æquè poſſunt.

Iconiſ. N. SInt enim inprimis Diſtantiæ C L & C D æqua-
Figura 7. les, ex quibus in punctis L & D, appenſæ duæ Potentiæ ſurſum F & G æquales; æquevalebunt autem & conſiſtent, utpote æquales ex æqualibus diſtantijs. Secetur deinde Diſtantia C L bifariam in E; intelligatúrque Potentia A deorſum motiva, ipſius F ſurſum motivæ dupla, appendi in puncto E. Potentiæ enim F & A æquivalebunt & conſiſtent, per ea quæ Prop: 1. ſunt demonſtrata. Sed quoniam æquevalentibus F & A Potentijs Potentia G. eidem continuo applicata obſtat & impedit conſiſtentiam, opponatur ei æquivalens Potentia B. in communi applicationis D puncto: ſic enim utrinque erit & æquivalentia & quies. Si igitur jam ab æquivalentibus æquivalentia tollantur (*axiom. 21.*) nimirum ipſæ F & G Potentiæ, quæ relinquuntur A & B æquivalentes eſſe neceſſe eſt. Sed ut E C. ad C D. ita A ad B permutatim: idémque de quibuſcunque Homologorum vel iiſdem vel alijs æquemultiplicibus (4. 5. *Elem.*) Conſtat igitur quod erat oſtendendum.

Aliter.

Iconiſ. N. EX diſtantijs C H, & D H æqualibus conſiſtant
Figura 8. & æquivaleant Potentiæ F & G; quarum hæc prioris erit ſubdupla, per ea quæ Propoſ. 1. ſunt oſtenſa. Producatur deinde Diſtantia H C in E; ita ut C E, ſit æqualis ipſi C H: tum ex puncto E ſuſpendatur Potentia A æqualis ipſi F. Et quia duæ Potentiæ F & G inter ſe conſiſtunt, acceſſione ipſius A non conſiſtent ampliùs: Ut ergò perſtent in æquivalentia, opponenda eſſet ipſi A æqualis in puncto H: ſed cùm jam adſit F; Potentiæ A & F inter ſe conſiſterent, niſi Potentia G. ſurſum prævaleret: huic igitur opponatur æquepotens in oppoſitum Potentia B. fiet enim inter omnes Potentias conſiſtentia & quies. Si igitur inter ſe conſiſtentes F & G Potentiæ intelligantur eſſe ablatæ, Reſiduæ A & B conſiſtent inter ſe: quandoquidem ipſi A aufertur æqualis & oppoſita ipſa F: & alteri B ipſa G pariter æquivalens & oppoſita. Sed ut C E, ad C D; ita A. ad B. reciprocè. Igitur Duæ Potentiæ &c.

Aliter Analyticè.

Ad mentem Archimedis in Gravibus Prop. 6. lib. 1. Æquepond.

SInt duæ Magnitudines A & B; & ut Gravitas A Iconiſ. N.
ad B, ita Diſtantia D C. ad C E. Dico datas Figura 9.
Magnitudines ex datis Diſtantijs permutatim appenſas æqueponderare. Facta jam ſit: æqueponderent ex puncto C: Erit igitur punctum C. Centrum Gravitatis Totius ex utraque A & B compoſiti. Intelligantur enim, magnitudines A & B in unam eſſe compoſitæ per axem communem, ſive lineam L K. non jam Centra magnitudinum A, B, ut priùs, ſed ſingulas earum partes connectentem; erit totius compoſiti vel ejus axis L K biſariam diviſi (*per Coroll. 2. prop 5. lib. 1. æquep.*) Centrum Gravitatis, idem omnino punctum C. Quocirca cùm utrobique ſit idem Gravitatis Centrum, erit eadem æqueponderatio. Sed ut A ad B, ita E C, ad C D reciprocè (*quod Archimedes fuſiùs demonſtrat nos aliter & breviùs ſic*) Quia enim in Parallelogrammo L K Semiaxi C K, æqualis eſt ipſa E D, utpote ſemiaxibus E G. & G D Parallelogrammorum A & B conſtans; ablatâ igitur communi C D, relinquetur E C æqualis ipſi D K, hoc eſt G D ſemiaxi: adijciatur communis C G, erunt E G, & C D æquales. Sunt verò axes L G & G K Parallelogrammorum A & B, baſibus eorundem (33. 1. *Elem.*) æquales: Parallelogramma autem in eadem altitudine (1. 6.) inter ſe ſunt ut baſes, Erunt igitur & ſemiaxes D C, & C E inter ſe (11. 5.) ut ipſa A & B Parallelogramma. Magnitudines igitur &c.

Aliter Syntheticè.

Relegendo priora veſtigia.

COncipiatur in priore, vel in hac 10. Figura Iconiſ. N.
Magnitudinis Totius Centrum Gravitatis eſ Figura 10.
ſe punctum C. ejus medium; ex quo ſuſpenſa, vi def. centri Gravit. perſiſtet in quocunque ſitu, ut & in eo quem figura monſtrat. Dum ſic conſiſtit in æquilibrio, intelligatur eſſe ſecta in duas partes inæquales, ut A & B, quâ ſectione peractâ, non ſervabunt ampliùs ſitum priorem, ſed utraque per Poſt: 4. feretur deorſum: Ne ergò ferantur, ſuſpen-

dantur ambæ ex proprijs Centris Gravit: E & D, in axis LK, integri & continui, punctis E & D. Quia enim utraque pendet ex ſitu Gravitatis Centro, retinebit utraque, per ejus defin; quemcunque ſitum datum; adeóque etiam priorem. Itaque cùm partes totius perdurent in ſitu priore; etiam tota magnitudo ex partibus A & B, per axem ED in unam compoſita, ſitum priorem retinebit. Sed in priori diſpoſitione Centrum Gravitatis erat punctum C. Ergò quoniam & in hac poſteriore diſpoſitione ſitus partium ac totius eſt idem; erit & idem Gravitatis Centrum, C. Punctum. Sunt verò Magnitudines ad Diſtantias in reciproca Proportione, ut ſuperiùs oſtenſum eſt; potentiæ igitur inæquales ex diſtantijs reciprocè Proportionalibus æquivalent. Quod erat demonſtrandum.

Annotatio.

ANimadvertendum verò hîc occurrit, quod Author quidam recentior hujus ſæculi noſtri, videlicet 1649 contra Archimedeam libri Primi Æquiponderantium Propoſitionis ſextæ & 7. Demonſtrationem in aciem producit id etiam moliatur contra duas has poſteriores noſtras: quare ut ab his vis illa, ſi qua eſt, propulſetur, non tam occaſio monet, quàm exigit ipſa Neceſſitas.

Iconiſ N. Figur. 10. *PRIMUM quod deſiderari dicitur in Archimede, eſt quaſi ille tanquam manifeſtè falſum ſupponat in demonſtrando: Quòd ſi Magnitudo A ſecetur in partes quatuor æquales, videlicet S, T, V, X; & altera B in duas Z, M, & hæ omnes ſex per ſua gravitatum centra in unam lineam rigidam L K diſponantur; Aggregatumque iſtud ex puncto C tanquam communi gravitatis Centro ſuſpendatur:* Dum omnium ſex ponderatio & æquiponderatio exercetur in C, ipſarum quatuor S, T, V, X, ponderationem & æquiponderationem exerceri pariter etiam in E; & ipſarum duarum Z, M, in D puncto.

Verum quidquid ſit nunc de veritate hujus hypotheſeos; tum etiam quòd ea non extet, ac nè quidem violenter elici poſſe videatur ex Archimedis diſcurſu; Archimedem certè longè aliam tenuiſſe viam, mediumque in Demonſtrando adhibuiſſe, palàm faciunt ea, quæ in ſua Propoſitionis Determinatione habet, dum ait: δεικτέον ὅτι τὸ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν A, B, συγκείμενον μέγεθος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ C. Oſtendendum eſt, (*inquit*) quòd ex utraq; A & B, magnitudinis compoſitæ, Centrum Gravitatis ſit punctum C. *Ex quibus, ut ex toto Propoſitionis contextu, ejusq; Concluſione perſpicitur, ab Archimede nil aliud ſupponi, quam Duas pluresve Magnitudines communi quodam vinculo, ut lineâ rigidâ, in unam componi eóque modo Centrum commune Gravitatis acquirere; id quod & in prima ejus Æquep. Propoſitione, & in pluribus alijs videre eſt. Duplex autè inſtituitur ab Archimede in ea Propoſitione Magnitudinum in unam compoſitio. Altera quâ Centrum Gravitatis Magnitudinis A, vel aggregati omnium ejus partium S, T V X, intelligitur conjungi cum Centro gravitatis alterius magnitudin. B. Altera quâ ſingula magnitudinum partes ſingulis communi axe rigido copulari concipiuntur. Et quia in utraque Compoſitione idem eſt ſitus & diſtantia partium earum ab invicem, et à Centro gravitatis Totius Compoſiti; ab una ad alteram legitime poterat argui. Quod & fecit Archimedes, dum juxta leges Methodi Reſolutoriæ ſibi familiaris, aſſumit Quæſitum Propoſitionis quaſi jam probatum & Conceſſum; nimirum Magnitudines primo modo Compoſitas ex puncto C æquiponderaſſe: donec per ea quæ id conſequuntur, devenerit in verum Conceſſum, id eſt, Corollarium 2. pr. 5 ejusdem Libri, ex quo deprehenditur etiam in altera Compoſitione, quæ à priore nonniſi modo concipiendi differt, idem ipſum eſſe Centrum Gravitatis. Quòd ſi quis difficultatem patiatur in concipiendo, quomodo linea ſive axis rigidus L K per medium Magnitudinum A & B ſibi quomodocunque contiguarum adactus eas jam in ſolo centro gravitatum E & D contingat & firmet, non contingendo ullam aliam earum partem; ſi m utrumque ſimul præſtet: itemque ſuſtentationem vel appenſionem intra ipſam Magnitudinem in axis puncto C fieri, & nihilominus partes vicinas fulcimento non incumbere; (niſi placeat & ſuſtentationem c. & axem l k extra ipſam magnitudinem ponere) id veritati Demonſtrationis nil officit: ſicut nec illud, quòd Interpretes Archimedis lineam L K Magnitudinis totius axe longiorem adhibeant; majorem enim, æqualem minoremque, dummodo ſectam proportionaliter, adhiberi poſſe, conſtat ex doctrina Proportionum, et Æqualem olim ab Archimede ſumptam fuiſſe, colligitur ex conſtructione Propoſitionis.*

ALTERUM eſt, quod & in Archimedea. & in his noſtris duabus poſtremis Demonſtrationibus arguitur in hunc fere modum. Quando Tota Magnitudo ex puncto C tanquam Centro Gravitatis appenditur, magnitudinis A, portio X momentum ſuum ſociat cum duabus Z, M. ut cum his ſimul contranitatur alijs tribus S, T, V, æqualibus, ad conſtituendum æquilibrium: at verò quando duæ Z & M ex communi Gravitatis Centro D, & reliquæ quatuor S, T, V, X, ſimul, ex ſuo gravit: Centro E appenduntur, tunc portio illa X non amplius pertinet ad duas illas Z & M, ac ultra C punctum, ſed citra illud; adeóque quia in hac diſpoſitione pars hæc non perinde ſe habet ut priùs, non poterit à prioris diſpoſitionis æquilibrio argui ad poſterius æquilibrium.

Sed quis non videt Primò, Eam eſſe Proprietatem magnitudinis & gravitatis cujuſvis in duo inæqualia ſectæ, ut una pars medietate major, altera minor eſſe debeat? quocirca mirum eſt quod ex Archimedea Propoſitione velut conſectarium quoddam deduci debebat, id ad eam prorſus convellendam proferri. Secundò. Magnitudine tota ex Centro C. appenſa, trium portionum S, T, V, Centrum gravitatis eſt in medio portionis T. & eodem modo aliarum trium X, Z, M Centrum gravit: eſt in medio portionis Z, ſuntque diſtantiæ TC, & ZC æquales. Quando verò tribus S, T, V, quarta X. accedit, aggregati centrum eſt in E, & reliquarum duarum Z M centrum in D. Sed in qua ratione tribus S, T, V, acceſſit gravitas portionis X, in ea eiſdem deceſſit ex diſtantia CT, portio diſtantiæ, videlicet ipſa T E: & pariter qua proportione duabus Z M detracta eſt eadem X portio, eadem ad priorem diſtantiam CZ. acceſſit pars diſtantiæ, ipſa Z D. Ex quibus permutata gravitatum ad Diſtantias ratio, ab Archimede retenta, manifeſtior evadit. Denique

quod

Digitized by Google

quod attinet illud quod in priori Inſtantia falſum eſſe dicebatur; videlicet. Quòd dum omnium ſex ponderatio & æqueponderatio exercetur in C, quatuor ipſarum S, T, V, X, ſimiliter exerceatur in E; & duarum Z M in D puncto; *Si id intelligatur de Magnitudinibus A B, earumq; partibus Secundo modo compoſitis, certum eſt non exercere alibi æquiponderationem quàm in ſolo puncto C. quàmvis aptitudinalium æqueponderationum Centra ſint infinita, prout & infinita Magnitudinis totius A B, ut eſt integra & continua, biſectiones ſunt deſignabiles. Si autem intelligatur de aliqua biſectione peracta ut ea quæ hic eſt in partes A & B, falſum eſt illud fallere: ſunt enim partes A & B ex ſuis gravitatum Centris in Axe Magnitudinis totius à ſectione immuni & integro appenſa quo modo conſtituunt Integrum juxta conditionem Primæ compoſitionis; Et tam integrum ex ſuo Centro, quàm partes ex ſuis Gravitatum Centris æquiponderationem exercent: Eadem enim eſt Conditio partium quæ Totius in homogeneis. Plura, ſi vacaret, in eam rem dicenda occurrunt.*

PARAGRAPHUS TERTIUS MECHANOGRAPHICUS.

AD Abſolutam Univerſalis motuum Machinalium Principii pertractationem deſiderari videbatur illud, ut quæ in antecedentibus univerſim dicta ſunt, ſingulis in ſpecie Machinis oſtendantur competere. Et quoniam ad Machinas in particulari deſcendo, non ingratum R. V. futurum exiſtimo, ſi quæ circa ſingulas innovandi vel antiquanda obſervavi, ea non quidem omninò demonſtrativè & in rigore Geometrico, quod nunc ad amuſſim ex edendi, memoratæ functionis meæ remora mihi commoditatem omnem ſuſtulit, ſed Hiſtoricè ſaltem & familiariter percenſeam. Mirari ſanè non infrequenter ſoleo, Philoſophiam Machinariam in tanta defæcatarum mentium ſæculi noſtri ubertate, tam incultam, multiſque partibus mancam & imperfectam eſſe potuiſſe. Non pauca in ea reperies quæ methodum & compendium, multa quæ inſtaurationem, plurima quæ incrementum & ultimam manum requirant. Quibus quidem incommodis magna parte ſuccurrit Magia R. V. ſed quàm multi pertranſibunt, & adhuc augebitur ſcientia? faciliùs eſt in ea initium quàm finem reperire. Complexus ego quidem ſum animo pulcherrimam quandam, & omnibus numeris abſolutam ejus Philoſophiæ Ideam, quæ Quanti Mobilis, omniumque Motuum localium Species & eſſentiam, Proprietates & effectus omnes pertractaret; cujus etiam pars non ultima eſſent motiones Mechanicæ: ſed eam cogitationem nunc alio transferre coacto, nec lubet, nec decet, quod aiunt, αὐτὸς χορῷ ὀρχεῖσθαι. *Si Superannuant, vitaque tam diu ſuperſit, non deeſt animus etiam in ea Palæſtra vires ingenii, ſi quæ ſunt, exercendi. Nunc ad id quod eſt propoſitum plenius exequendum, Hypotheſes aliquot, huic & ſequenti Paragrapho uſui futuras, præmiſiſſe juvabit.*

HYPOTHESES.

1. MAchina eſt Quantitas continua & ſolida, Motibus & Conſiſtentiis inter quaſcunque potentias Motivas & Reſiſtivas eidem firmiter applicatas, efficiendis, vi debitæ diſpoſitionis deſerviens.
2. Motus Mechanicus eſt unius potentiæ quomodocunque Reſiſtivæ, ab altera Mobili contranitente, de loco in locum translatio.
3. Conſiſtentia vel Æquilibrium Machinale, eſt duorum pluriumve Potentiarum per Machinam in invicem agentium in activitate æqualitas.
4. Centrum Motus eſt punctum quoddam in Machina, circa quod immobile, reliquæ partes machinæ circulariter feruntur.
5. Centrum Conſiſtentiæ eſt punctum in Machina, quod unam vel plures potentias machinæ applicatas, nec circa illud delatas, ſuſtentat.
6. Grave eſt Quantum ab intrinſeca vi natum ferri ad Univerſi Centrum, ut in eo tanquam motus termino quieſcat.
7. Centrum Gravitatis eſt uniuſcujuſque Quanti Gravis terminati Punctum illud in ipſo Quanto ejuſque Termino vel extra poſitum, circa quod undique partes æqualium momentorum in quocunque dato ſitu conſiſtunt.
8. Gravitas Innata eſt intrinſeca vis & principium quo Gravia moventur, vel apta ſunt moveri ad Centrum Univerſi.
9. Gravitas Acquiſita ſive Impetus, eſt vis quædam in motu Gravis ad terminum ſuum tendentis collecta, & Innatæ gravitati ſuperaddita.
10. Gravitatio eſt niſus & actualis tendentia Gravis moti vel moveri incipientis ad terminum.
11. Impulſus eſt vis quædam ab Extrinſeca potentia Quanto ad quamcunque poſitionem impreſſa, ſucceſſive deſinens.
12. Recta ex Centro Univerſi per Centrum Gravitatis educta, Linea Motus, vel Directionis, vel Orthodroma dicatur.
13. Planum quodvis huic lineæ perpendiculare, Horizon Gravium, vel Staticus appelletur.
14. Planum quodvis Horizonti Statico perpendiculariter inſiſtens, Verticalis Staticus eſto.
15. Termini duo Verticalis Statici, alter qui ab Univerſi Centro remotior, Zenith ſtaticum; qui vicinior, Nadir vocetur.
16. Recta altitudinem aſcenſus deſcenſuſque Gravium ſuper Horizontem Staticum menſurans, Perpendicularis Motus, vel Linea Cinematometra vocitetur.
17. Pendulum vel Perpendiculum, eſt Grave è lineâ liberè ſuſpenſum.
18. Locus, Spatium ſive Medium Staticum eſt, quod nullam reſiſtentiam Mobilibus motis imprimere concipitur. Phyſicum, quod aliquam, ſed ubique æqualem, ut aër ejuſdem raritatis.

19. Tempus Staticum eſt Motus aliquis Mechanicus partibus notis & æquidiuturnis conſtans, & ad aliorum Motuum durationes cognoſcendas; velut menſura aſſumptus. Ejuſmodi ſunt vibrationes Perpendiculi, prout ſenſus judicat, Iſochronæ.

20. Superficies vel Linea Statica eſt, quæ gravitate prædita eſſe concipitur: Geometrica, quæ gravitatis expers: Utraque vel Rigida, vel Flexibilis.

21. Poſtulamus Centrum Univerſi eſſe idem cum Centro Sphæræ Terraqueæ.

22. Omne grave ferri ad Centrum Univerſi per lineas breviſſimas, ſive rectas Horizonti ſuo perpendiculares.

23. Lationem ad Centrum Univerſi dici motum deorſum; & Lationem à Centro, Motum ſurſum.

24. Quodvis grave, ſive ſit humiliùs, ſive ſublimiùs appenſum, cæteris paribus eſſe ejuſdem gravitatis.

25. Perpendicula omnia ejuſdem Machinæ non enormiter magnæ, in ſuperficie globi Terraquei ad ſenſum parallela eſſe.

26. Cujuſvis Machinæ continuæ ſolidæque ſive rigidæ partes omnes moveri ſimul ad motum potentiæ Motivæ eidem firmiter applicatæ.

PHÆNOMENA MECHANICA.

IN MACHINIS UNIVERSIM.

Phænomenon I.

MOTUS omnis ille quo per Machinas una potentia ſuperat alteram, Contrarietatem aliquam neceſſariò involvit, & veluti jure quodam ſibi depoſcit; ita ut ſi ea deſit, motus machinalis appellationem ſimul deponat. Vel enim ipſæ potentiæ Contrarios à Natura ſibi præfixos petunt Terminos, ut ſunt potentiæ illæ Elementares ſurſum deorſumque motivæ; & quæcunque aliæ à principio animato vel inanimato procedentes illis ſubſtitui & æquivalere poſſunt. Vel ſi ejuſdem ſit utraque ſpeciei, tunc aliquam Contrarietatem inter ſe, vi applicationis & machinæ adipiſci debebunt. Hanc autem in Machinis duarum Figurarum, Circuli & Trianguli præſidio conſequuntur: Nam ſi duæ Potentiæ homogeneæ, ſive ad eandem poſitionem motivæ, intra totam latitudinem oppoſitorum Semicirculorum, ejuſdem Circuli à Linea Motus datarum potentiarum bifariam ſecti, cuicunq; eorum peripheriæ vel radii parti applicentur, oppoſitis aliqua Contrarietate motibus deferentur; non enim eſt aſſignabile punctum in uno ſemicirculo quod ad eandem poſitionem moveatur cum aliquo punctorum alterius ſemicirculi. Si verò eædem Potentiæ, lineâ quadam, vel alia debita ratione connectantur, & in Triangulo ita diſponantur, ut earum una uni & altera alteri Trianguli lateri æquidiſtanter deferatur, prout ipſa latera diverſos ſitus reſpiciunt, ita & potentiæ in diverſum ſorrigentur & deferentur. Et hæ duæ Figuræ ſunt Fundamenta Machinarum omnium, quæ vel primigeniam earum figurarum ſimplicitatem ſervant, vel ad eas originem ſuam referunt, ut in ſequentibus clariùs apparebit.

II. Hinc prima Motus Machinalis Diviſio naſcitur, videlicet motus primi & ſimpliciſſimi, in Circularem quem vi Circularis figuræ, & Rectilineum quem vi Trianguli potentiæ motrices naniſcuntur. Horum autem motuum uterque, in Secundos, vel Compoſitos reduci poteſt: ſic Circularis in Rectilineum, per lineam quandam flexilem peripheriæ Circuli circumpoſitam: Rectilineus verò viciſſim in circularem & ſpiralem, per circumpoſitionem Trianguli Cylindro.

III. Omnes illi Motus, qui per Machinas potentiis ſuperandis inſervientes exhibentur, ad tria tandem capita revocantur. Vel enim duæ potentiæ feruntur motu Simultaneo & in eandem poſitionem; ut fit in Vecte ſecundi generis, & iis machinis quæ ex eo deducuntur, qualis eſt ſimplex Trochlea, pondus ex Centro ſuſpenſum attollens: Vel motu Oppoſito, ut in Vecte primi generis, & quæ huc ſpectant machinis, in quibus potentia Movens fertur contrariâ Latione ei, quâ potentia Mobilis cietur. Vel denique motu Tranſverſo, qualis eſt in Vecte Angulari & Cuneo, & quæ huc referuntur machinis. Eſt quidem in Cuneo conſiderabilis quædam Motus Reflexio, ut infra patebit, is tamen ad tranſverſi totam illam Latitudinem, non incongruè referri poterit.

IV. Tam Motuum, quàm Machinarum, Aliæ ſunt Interruptæ & Finitæ, ut Libra, Vectis, Cuneus: Aliæ Continuæ & quaſi Perpetuæ, quæ ex priorum multiplicatione vel continuatione generantur. Sic ex Libra fiunt Rotæ, Orbiculi ſuperiores in Trochleis &c. Ex Vecte primi generis, Axis in Peritrochio &c. Ex Vecte ſecundi generis continuo, prodeunt Trochleæ inferiores, ſive Pondus ex centro ſuſtollentes. Cuneus denique Cylindro circumpoſitus perpetuatur & continuatur, quo modo Cochleam conſtituit.

V. Denique prædictarum Machinarum, Aliæ inter operandum firmiter ſubſiſtentes, Mobile dimovent, illud attrahendo vel repellendo. Aliæ ſimul cum Mobili moventur Locumque mutant. Exempli utriuſque generis infra proferentur. Et hæc de Machinis ſimplicibus, earumque Motibus nunc obiter dicta ſufficiant: Compoſitas enim Machinas, earumque motus, nimis operoſum eſſet recenſere.

Quoniam verò ſuperius in Univerſali Motionum Mechanicarum Principio declaratū eſt, Induſtriam totam Majores Reſiſtentias, minoribus potentiis ſuperandi in eo verſari; Ut ſi duæ potentiæ eidem continuæ ſolidæq; Quantitati in Machinam aſſumptæ firmiter applicentur, & in ea diſponantur ita, ut potentia major & ſuperanda ob minorem indiſtantiam à tertia quadam potentia ſuſtentativa eidem Quantitati applicata plus ab ea impediatur in activitate ſua, quàm ſit exceſſus ille, quo in comparatione ad minorem potentiam major eſſe dicitur; Tunc reſiduum illud virium, quod majori potentiæ à Suſtentantis activitate ſuperſuit, neceſſariò minus futurum tota minore potentia: *ideircò reſtat nunc in ſingulis machinis ſpecialiter oſtendendum; Tres illas Potentias, Motivam, Reſiſtentem, & Suſtentantem, in unaquaq; earũ reperire, Potentiamq; Reſiſtivam ſive ſuperandam plus pati, ſuſtentari, & in activitate ſua impediri, quàm ſuperans & motrix patiatur,*

tiatur. Exem[p]la in Gravibus proponere placet; a i qua etiam Hypotheſes præmiſſa potiſſimum ſunt directa.

IN LIBRA.

PHænomenon I. *Libra eſt quædam Circuli Diameter, cujus partibus applicata duo vel plura Gravia aut Levia, vel iis æquivalentes Potentia Motiva & Reſiſtiva, pro varia inter ſe in momentis, & à Centro motus diſtantiarum permutata ratione, circa Centrum ad vel conſiſtunt, vel moventur.* Placuit ab accurata Libræ Definitione exordiri, utpote quam Nova de Machinis Philoſophia P. Nicolai Zucchii in aliis Mechanices Scriptoribus deſideravit tam perfectam & abſolutam, ut ea etiam Vectibus, qui ad Libram ab Authoribus plerumque revocari ſolent, accommodari poſſet: id quod primus Ariſtoteles initiò qq. Mechanicarum facit dum ait: *Igitur & quæ circa Libram eveniunt, ad Circulum referuntur: & quæ circa Vectem, ad libram, & alia (πάντα σχεδὸν) omnia ferè quæ circa motiones mechanicas, ad Vectem.* Quæ poſtrema ab Ariſtotele dubitativè prolata referenda videntur ad Cuneum, de quo infra. Sed & antecedentia revocantur in dubium minus rectè. Nam

II. Quæ Ariſtoteles aſſeruit de Reductione Vectis ad Libram; Author 1649. *negat verum eſſe exactius loquendo omnem Vectem ad Libram referri: Quamvis enim Vectis primi generis ſit inſtar Libræ inæqualium brachiorum. Vectis tamen ſecundi generis, qui fulcimentum habet in uno Extremo, potentiam in altero, pondus in medio, prorſus eſt à Libra diverſus.* Hæc ille.

Sed contra ſic opponi poteſt. Partes revocantur ad Totum cujus ſunt partes, eſt autem Vectis ſecundi generis pars Libræ, quia medietas ſive dimidium Libræ, ad eam igitur revocabitur. Et ulterior ratio eſt: Cum enim Controverſia, ut apud Philoſophi, eadem ſit diſciplina, etiam Centrobaryce ſive Bareoſtatice erit Gravium & Levium: ergò pro variis horum combinationibus inter ſe, videlicet tam ſimul, quàm permixtim, ſcientia illa debebit habere Inſtrumentum quoddam Univerſale ſive regulam, ea qua objectorum ſuorum ſuorum momenta ſive vires expendat & in infallibilem eorum cognitionem deveniat: Quod Libra in partes notas diſtributa præſtat accuratiſſimè, pro applicatorum exigentia, vel quoad ſe Totam ut in Figu-
Iconiſ N Fig. 11, 12, 13, 14.
ra 11. vel quoad Partes ſuas, quemadmodum in Figuris 12, 13, & 14 videre eſt. Hinc quia in Staticis etiam Lineis ſua Gravitas ineſſe concipitur, & in praxi lineis ſubſtitui Vectes de facto ſunt graves, ideò ad exactam momentorum notitiam, Libra truncari oon deberet altera parte, ut inde Vectis vulgaris & mutilus evadat, ſed ad ſervandum æquilibrium integra relinqui, quemadmodum in Figuris proximè citatis apparet.

III. Duo Gravia per Quantitatem continuam ſolidamque, cui firmiter applicantur, in unum grave componi, Centrumque Gravitatis utrique commune acquirere, & nos ſuperiùs aſſeruimus, & ea ipſa mens ſuit Archimedis in Æqueponderantium primi propoſitionibus prima & ſexta, in quibus tam æqualium, quàm inæqualium gravium Libræ, vel ſimili Quantitati applicatorum Centrum Gravitatis aſſignat. At verò idem Author 1649. contra hæc opponere videtur dum ſic ait: *Notio Centri in aliquo genere neceſſario requirit, ut hoc in tali genere ſit medium inter partes æquales, aliquando ſibi correſpondentes in ordine ad ipſum; ſicut conſtat ex communi talis nominis acceptione in iis, in quibus talis denominatio primò adhibita eſt. Tale autem ſignabile in Vecte v. g. est: a quod non ſunt aſſignabiles gravitates partiales æquales; ſed maximè inæquales, eſto illarum ſic conſtitutarum ſequatur conſiſtentia non poteſt dici centrum gravitatis cùm oppoſitam rationem notione centri contineat, &c.*

Verùm ſi admittatur hæc Hypotheſis; ſequitur nec Triangulorum, Trapeziorum, & aliarum plurium ſuperficierum, in planis; nec Pyramidum, Conorum, & plurium irregularium Corporum in ſolidis, Centra Gravitatis eſſe poſſe; vel quod eſt inconvenientius, *eſſe ſimul, & non eſſe.*

Sit enim Triangulum quodvis, ut Iſoſceles ABC, cujus baſis AC Horizonti ſtatico æquidiſtet, Dico in primis eſſe in eo Centrum Gravitatis in illa Hypotheſi. Quoniam enim cujuſcunque Trianguli Centrum gravitatis exiſtit in linea recta, quæ ab angulo ad dimidiam baſim ducitur (*pr. 3. lib. 1. æquep. Archim.*) erit igitur in dato Triangulo Centrum gravitatis punctum D, in quo Lineæ ad dimidias baſes ductæ ſeſe interſecant (*per 14. ejuſdem*) Cùm verò Linea directionis BDL totum Triangulum ABC dividat in duo æqualia ABL, BLC Triangula, quæ utrinque circa punctum D conſiſtunt, erit etiam in hac Hypotheſi idem Punctum D Centrum Gravitatis. Iconiſ N, Figur. 15.

Convertatur jam idem Triangulum circa Centrum gravitatis inventum, ita ut baſis AC quæ Iconiſ. N Fig. 16.
priùs erat Horizonti parallela, fiat jam perpendicularis; retinebit enim Triangulum ABC videlicet Centri gravit. quotcunque ſitum datum, adeoque etiam hunc poſteriorem: Dico Centrum Gravitatis priùs inventum, ipſum videlicet D punctum, in eadem illa Hypotheſi non eſſe amplius Centrum Gravitatis. Dividatur enim latus utrumque æqualium AB & CB trifariam, & connectantur E F, GH, Deinde per punctum E ducatur lateri CB parallela E I; eodemque modo per F punctum, lateri A B æquidiſtans K F. Et quoniam per demonſtrata à *Feder. Commandino ad 14. 11. æquep. Archim. nec non Stevini pr. 5. lib. 2. ſtatices.* Centrum gravitatis D, eſt in medio lineæ E F baſi æquediſtantis, quæ bina latera ita dividit, ut ſegmenta EB, FB ad angulum B, reliquis EA, FC, dupla ſint: Eſt autem Triangulum GBH, duobus AEI, KFC triangulis (*Coroll. 4. 6ti*) ſimile & (*per 4. 1.*) æquale: ſed & Trapezia I E K F, E G H F utpote æqualibus lateribus & angulis contenta ſunt invicem æqualia. Quamobrem Triangulum E P F, Parallelogrammo I E C F erit æquale, & triangulum A E I exceſſus erit quo Trapezium A E F C ſuperat Triangulum E B F. Igitur punctum D cui in hoc ſitu adjacent inæqualia, quamvis demonſtratum ſit eſſe Centrum Gravitatis, ex illa Hypotheſi non erit tale. Erit igitur & non erit quod abſurdum ex ea conſequens erat oſtendendum.

Idem de Pyramide, Cono, judicium eſto; quæ niſi ita collocata intelligantur, ut baſis Horizonti ſtatico æquidiſtet, partes hinc inde circa Genttum Gravitatis æquales non habebunt. Et dari etiam

poſſunt

poſſunt irregulares ſuperficies & Corpora, quæ in nullo ſitu æqualitatem illam partium circa centrum nanciſcantur. Non daretur ergò Centrum Gravitatis niſi in Circulo, Parallelogrammis; Item Sphæra, Parallelepipedis, Cylindro, & perpaucis, quod nemo dixerit. Quæ autem de Trapezio AEFC, & Triangulo EFB partibus quidem totius ABC ſed quod concipiantur eſſe diſſectum in EF, nec niſi per rectam MN in ſuis gravitatum Centris cohærentibus, dicta ſunt; eadem de quibuscunque aliis gravibus illis ſubſtitutis, vim habent, quod noſtrum erat intentum. Dicendum igitur eſt, Centrum Gravitatis debere eſſe medium inter partes æquales æqualitate non ſolùm æquipondii, quod illa Hypotheſis voluit; ſed quod ſatis eſt, æquilibrii, quod partes gravium pro diverſa ab eo Centro diſtantiæ ratione conſtituunt.

IV. Vires Libra æqualium brachiorum nullas habet ex Principio noſtro Univerſali: vel enim Extremis ejus applicantur duæ potentiæ homogeneæ, ſive in eandem poſitionem mobiles & æquales; tunc quia æqualiter diſtant à tertia ſuſtentante potentia, quæ eſt centrum, axis, vel agina Libræ, tantundem ab ea patietur hæc, quantum illa; hinc neutra poterit alteri prævalere, ſed ſibi æquivalebunt & conſiſtent; vel inæquales Potentiæ applicantur æqualibus diſtantiis; & tunc major ſuperabit minorem; quia quamvis utraque patiatur æqualiter à ſuſtentante, majoris tamen exceſſus ille, nec à minore, nec à ſuſtentante impeditur, eò quòd deſit oppoſitionis requiſita conditio, quæ ſaltem in parallelismo ad Horizontem ſtaticum eſt nulla. Nihil itaque Libra confert ad augmentum & corroborationem Potentiæ minori contrà majorem.

V. Denique ex dictis hactenus non difficulter intelligi, vel etiam ſuis rationibus oſtendi poterit,

1. Libram eſſe nexum ſive vinculum, quo duo vel plura gravia, vel ſimiles homogeneæ potentiæ Motivæ in unam componuntur, ut ſic motus eodem tempore peragant, Centrumque commune Gravitatis acquirant,

2. Duorum Gravium æqualium & æquilibrium per Libram in unum compoſitorum Centrum Gravitatis eſſe in ipſa Libra; ſive illa ita ſint Libræ applicata, ut eorum Centra Gravitatis in extremitatibus Libræ poſita ſint & firmiter affixa; ut in Figura 1. cernitur: ſive ex iiſdem ſuis Gravitatum Centris in extremis Libræ dependeant è lineis flexibilibus; ſicut Figuræ 6.7.8.22. &c. monſtrant. Gravia enim (per Hypoth. 24.) ſive humiliùs (Fig. 22.) in D & E, ſive ſubblimiùs in A & B. appendantur, ſunt ejuſdem Gravitatis.

3. Libram in cujus extremis æqualia Gravia è lineis flexibilibus cujuſvis longitudinis ſunt appenſa, in quocunque dato ſitu perſiſtere. Sic ſi (in Fig. 23.) ex Libræ AB punctis extremis appendantur Gravia D & E æqualia, ponaturque Libra in ſitu HCI; in eo perſiſtet ut priùs: Sunt enim Diſtantiæ CF & CG æquales, ex quibus applicata eſſe intelliguntur. Quòd verò Libræ uſuales cum appenſis lancibus plerumque redire ſoleant ad parallelismum; cauſa videtur eſſe ea, quòd in iis agina aliquantùm ſupra punctum C jugi AB medium fabricari ſoleat: videri poſſet & illa, quòd totius compoſiti DACBE Centrum Gravitatis ſit diverſum à puncto C, ut v.g. ipſum K, quemadmodum & partes Peripheriarum aut Annulorum Centra Gravitatis interiùs habere demonſtrantur. Sed quamvis id verum eſſet de tribus Lineis Staticis, ſive Gravitate præditis ipſis DA, AB, BE in Angulis A & B firmiter & ſolidè compactis; ſi tamen eæ ad quemcunque motum in punctis A & B ſint flexibiles, quales in Libra eſſe neceſſe eſt, Centrum aliud ab ipſo puncto C diverſum actu non habent, ſed earum gravitas, ſi quæ eſt, ipſis D & E corporibus ſuperaddi, & extremis Libræ AB applicari intelligitur. Accedit quòd punctum K in quocunque dato ſitu ſemper in linea Directionis CL reperiretur, eique partes æquales utrinque adjacerent.

4. Vectes nihil aliud eſſe quàm Libram; cujus tamen partes non omnes, ſed aliquæ tantùm, pro diverſitate Potentiarum in momentis & motibus, adhibeantur; adeoque Vectes dici poſſe Libras Potentiis inæqualium & diſſimilium momentorum expendendis accommodatas; ex hypotheſi tamen Demonſtrationis illius; Potentias æquilibratas eſſe ut Libræ brachia permutatim: aliter ignota Potentiarum momenta ſciri non potuiſſent.

5. Si darentur duæ Potentiæ momentis æquivalentes, in motuum tamen Terminis diverſæ, ita ut motus unius ad motum alterius ſit perpendicularis, eas in Libra rectilinea nullâ ratione diſponi poſſe, ita ut in æquilibrio conſiſtant: cùm nec ex propria conditione, nec ex ratione Libræ oppoſitionem mutuum habere poſſint.

IN VECTE.

P*Hænomenon I.* Diviſio Vectis in tria Genera apud Authores Mechanicos hactenus uſitata, nititur hoc fundamento. Quòd cùm in omni Vecte tria reperiantur; Potentia, Grave, & Hypomochlium, hæc autem tribus modis inter ſe diſponi, combinari, & variari poſſint; ita ut in Prima diſpoſitione intermediet Hypomochlium inter Grave & Potentiam (in Fig. 17.) In Secunda Grave inter Hypomochlium & Potentiam: (ut in Fig. 18.) In Tertia denique Potentia inter Grave & Hypomochlium (ut in Fig. 19.) Ex his tribus Intermediationis Combinationibus Tria Vectis genera, eodem ordine, quo hìc ſunt adducta, conſtitui neceſſe eſſe, neque aliam Combinationem eſſe poſſibilem.

Verùm ſi non tam Combinationis leges, quàm Combinatorum Naturas & conditionem accuratiùs perpendere velimus, quamvis in ratione Intermediationis, ut ea abſtrahit ab ordine & ſitu Extremorum, tres tantùm ſint diverſæ diſpoſitiones: Nam in adjuncto laterculo combinatorum Gravis, Hypomochlii, Potentiæ, binæ quævis intermediationes coincidunt: Ordo tamen Combinatorum & Conditio in applicatione ad Diſtantias, quarum in Staticis potior ratio habenda eſt, eam Diviſionem prorſus labefactat.

G.	H.	P.
P.	H.	G.
H.	G.	P
P.	G.	H.
H.	P.	G.
G.	P.	H.

Et quidem *Primò* Combinationis ipſius *Principiis* inſiſtendo: Si enim in ea Diſpoſitione in qua (Fig. 18.) Grave eſt vicinius Hypomochlio quàm potentia, conſtituitur diverſum genus Vectis ab eo, quod naſcitur ex Diſpoſitione in qua (Fig. 19) potentia eſt vicinior Hypomochlio quàm Grave, etiam paritate rationis Combinatio illa & Diſpoſitio, in qua (Fig. 20.) potentia eſt vicinior Hypomochlio

Digitized by Google

chlio quàm Grave, debebit conſtituere Quartum genus Vectis, & diverſum a Primo, in quo (Fig. 17.) Grave eſt vicinius Hypomochlio quàm Potentia Quare vel hinc quartam Diſpoſitionem in Quartum genus Vectis aſſumpſiſſe debebant Mechanici; vel ſi hæc non eſt admiſſa, eos pari jure nec Tertium illud Vectis genus ſtatuere debuiſſe. *Secundò*, Sumatur alteruter Vectium illorum, Secundi vel Tertii generis (in Fig. 18. vel 19.) Potentiæque non prævaleant Gravibus, ſed in æquivalentia conſiſtant: Quæro, ſic quieſcens Vectis alteruter, ad quod genus Vectis pertinebit? niſi enim duorum ſic in æquilibrio conſiſtentium alterutrum alteri prævaleat, & hoc modo denominationem Potentię accipiat, non erit major ratio cur hujus potiùs quàm illius generis eſſe cenſeatur: quandoquidem ex duobus illis Mobilibus alterutri Vectium applicatis, quorum unum ſurſum, aliud deorſum tendit ab intrinſeco, tam hoc quàm illud, ſub ratione Potentiæ concipi poteſt. Non poterit ergò Vectis Secundus à Tertio, dum in æquilibrio conſiſtunt, ſed tantùm quando moventur, inter ſe diſtingui, quod videtur eſſe inconveniens. *Tertiò* Vectem Angulosum ABC, qualem Figura 21. refert, diverſum genus Vectis à Primo non conſtituere volunt Mechanici; ajunt enim angulum B habere rationem Hypomochlii; partes BA, & BC eſſe minorem majoremque diſtantias in Vecte Primi generis: adeoque vectem hunc Angulosum, non variare modum operandi per Vectem. Sed contra: Quando in Vecte Anguloſo Diſtantia minor AB cum majore BC facit angulum rectum ABC. non eſt major ratio, cur is revocetur potiùs ad primum, quàm ſecundum Vectis genus: brachium enim minus AB. diſtat æqualiter & utrobique quadrante circuli, à rectis BD, & BE, quarum prior ad Primum, poſterior ad Secundum genus Vectis conſtituendum, velut pars integrans refertur. Nec valet ſi dicatur, Hypomochlium B eſſe medium inter extrema A & C; applicato enim Gravi in extremo A. ſicut illud non tendet verſus C. ſed ſecundùm Lineam orthodromam AB: ita illud non circa Hypomochlium, ſed ſupra, vel potiùs in ipſo Hypomochlio applicatum eſſe cenſebitur; ſecus tamen de Potentia tranſverſim mobili. Quocirca cùm ratio illa diſtinguendorum Vectium ex intermediatione non videatur eſſe rationabilis & ſufficiens, reſtat ut aliam priore magis congruam & univerſaliorem inquiramus,

II. Solidius itaque fundamentum diſtingui Vectes illud occurrit, quod ex Potentiæ Motricis ad Reſtitricem reſpectu petitur; eoq; duplici: quoad Vires & Motus earum inter ſe, ita ut horum differentiæ, conſtituant differentias Vectium: Id autem eò convenientius eſt, quòd ſicut Libra ad conſiſtentias; ita vectis ad motus efficiendos ordinatus eſſe videatur: ut non immeritò à Latinis Vectis à vehendo, & à Græcis ὀχλεὺς & μοχλὸς, quaſi Motor, aut inſtrumentum movendo ἀπὸ τοῦ ὀχλεῖν & μοχλεύειν, Movere, dicatur. Hæc & itaq; vectis diviſio ex utroque illo capite, & *imprimis* ex ratione Virium ſive momentorum Potentiæ, conficitur hoc modo. Quia enim Vectis, & alia ſimilis machina motibus inſerviens, communiter aſſumitur ad lucrum aliquod obtinendum in augmento & corroboratione Potentiæ debilioris motivæ contra fortiorem Reſtitivam quæ ſuperari debet: idcircò Vectes illi quorum ope id habetur, quales ſunt ii quos Primi & Secundi generis (*in Fig. 17. &* 18) communiter vocant, meritò duo vera & genuina Vectis genera conſtituent: Vectes autem illi, in quibus Potentia Motiva diſpendium potiùs facit, quàm emolumentum facilitatis; utpute quæ fortior eſſe debet Reſiſtenti, ad priores illos revocabuntur: adeoque vectis in Fig. 20. ad vectem Fig. 17. & vectis Fig. 19. ad vectem 18. pertinent; ſicut duo illi priores, Vectes primi generis; & duo poſteriores, Vectes Secundi generis appellentur: hoc tamen diſcrimine in unoquoque genere, ut unus Vectis Utilis aut Validus, alter Inutilis aut Invalidus, aliâque ſimili denominatione dicatur. Et hæc ex primo diſtinguendorum Vectium capite. *Secundò* ex ratione Motuum, quos applicatæ vectibus, aut applicabiles potentiæ peragunt, Vectium diſtinctio habetur ejuſmodi. Quoniam ut ſuperiùs in obſervationibus machinarum in univerſum, dictum eſt, Motus omnis Mechanicus duarum potentiarum eidem Machinæ applicabilium eſt vel Oppoſitus, vel ſimultaneus & concordans, vel Tranſverſus, idcircò duo priores Motus, duo genera Vectis prius aſſerta, & concernunt, & ſtabiliunt: Motus enim Oppoſitus inter potentiam Motivam & Reſtitivam, primum genus Vectis Utilis & Inutilis efficit: Motus autem Simultaneus, ſive in eandem poſitionem Directus, conſtituet Secundum genus Vectis Utilis & inutilis: Tranſverſus denique Motus requiret etiam Tertium genus, quod non poteſt eſſe aliud quàm Vectis Anguloſus, eodem modo duplex, Utilis & inutilis, prout in eo motrix potentia breviori vel longiori brachio applicatur. Hujus autem Diviſionis εὐλογία & neceſſitas ut clariùs eluceſcat

Suppono ad perfectionem uniuſcujuſque Scientiæ pertinere ut ea ſit Univerſalis, omniumque Generum ſupremorum, quæ intra latitudinem ipſius Objecti continentur, cognitionem habeat. Cùm itaque Statice, prout ego eam latiùs extendo; ſive Matheſis quædam Quanti terminati mobilis, quà talis, Contemplatrix, ſaltem non ut abſtrahit à Senſibili materia ad intelligibilem, ſive Idealem & prototypam in anima, ſed prout contrahitur ad Quantum phyſicum & in Univerſo mobile, habeat de facto Quanta ſurſum deorſumque moveri nata; ut ſunt Gravia & Levia; dentur autem etiam tranſverſim, id eſt ſiniſtrorſum dextrorſumq; mobilia, ſi non ab intrinſeco, quòd parùm intereſt, nec etiam abſolutè loquendo implicat: ſaltem per accidens, ut in Aqua & Aëre incitatis, itemque iis quæ ab extrinſeco impelluntur, apparet: Idcircò Scientia illa debebit habere inſtrumenta movendis & librandis iis omnibus potentiis accommodata: nec non ea inter ſe diſtinguere, juxta diſtinctionem & combinationem inter ſe potentiarum in diverſas poſitiones, ad minimùm principales mobilium. Sint itaque quatuor principales Differentiæ potentiarum, nempe Surſum, Deorſum, Dextrorſum, Siniſtrorſumque motiverum: Sit itidem Circulus *abce*, eoque traductæ duæ Diametri orthogonales *ac.* & *be*, circa Centrum *u.* mobiles, has autem intelligatur utrinque ſecare Circulus interior *fhkm*. Manifeſtum eſt, ad omnes poſſibiles quatuor illarum potentiarum combinationes, ſi potentiæ binæ quomodocunque ſumantur: & ad motum vel conſiſtentiam inter ſe efficiendam in partibus Diametrorum opponantur, tria hæc Vectis genera ſufficere. Vel enim ambæ potentiæ ſunt ſyndromæ, ſive in eandem quamcunque poſitionem motivæ,

tivæ, & tunc tequirent Vectem primi generis. Vel Antidromæ & in oppoſitum tendenres ; poſtulabunr Vectem Secundi generis. Vel demùm Loxodromæ ſive obliquè mobiles , & exigent Vectem Anguloſum Tertii generis. Id ut clarius & breviùs

Potenoæ &		Vectem vel	
G. G.	*L. L.*	*an k.*	*c n f.*
G. L.	*L. G.*	*a f n.*	*c k n.*
G. D.	*L. S.*	*a n b.*	*c n m.*
G. S.	*L. D.*	*a n m*	*c n b*
D. D.	*S. S.*	*b n m.*	*e n b.*
D. S.	*S. D.*	*b b n.*	*e m n.*
D. G.	*S. L.*	*b n f.*	*e n k.*
D. L.	*S. G.*	*b n k.*	*e n f.*

explanet inductio , placet oculis ſubjicere Tabellam hanc, in qua quatuor notæ majores G.L.D.S. totidem potentias ad principales ſitus motivas, Gravitatem, Levitatem, Dextrorſum, Siniſtrorſumque denotant; prout hæ binæ quomodocunq; ſumptæ , in Vectibus per minuſculas literas ex Figura 23, citatis, inter ſe cum tertio hypomochlio n. diſponi poſſunt. Sic tam duo Gravia, quàm duo Lævia applicari poſſunt Vecti *ank.* vel *cnf* , idemque de reliquis potentiis & vectibus. Itaque 16. combinationes potentiarum , diſponi poterunt in tribus Vectibus inutilibus ſive invalidis : atque adeò tres illi Vectes ad 64. diſpoſitiones quomodocunque diverſas in unica Figura 23. poſſibiles , ſufficiunt: quod pulcherrimum eſt Compendium.

Ut autem ſimul cum rebus , etiàm verborum compendia fiant , & Naturæ Vectium aliquo modo ipsâ voce depingantur , Primum genus Vectis videtur appellari poſſe vel ſimpliciter Antimochlus, Antimochlium, Anticinetet, &c. vel cum adjecto : Vectis Antiperiphorus anticineticus &c. Vectis Secundi generis , Symmochlus &c. vel Vectis Symperiphorus &c. Tertii demùm generis, Loxomochlus , &c. Vectisque Loxoperiphorus, aut aliis fortaſſe felicioribus nominibus. Quoniam verò Loxomochlus hic , ſive vectis anguloſus , ſi (quod præſtat) duo priora genera conſerventur in ſua indiviſibili ſimplicitate , magnam latitudinem habiturus eſt : utpute qui (*in Fig.* 21) integrum ſemicirculum DAE complectitur , poterit is ut Rectangulus eſt in primo ſuo conceptu , duas adhuc differentias admittere , & ſubdividi in obtuſangulum FBC & Acutangulum GBC, quos angulos, ſicubi neceſſitas exigat eſſe magis accuratum in machinarum deſcriptionibus , etiam ſuis gradibus & minutis dimetiri licebit. Verùm quia accuratior & univerſalis inferiùs dabitur omnium machinarum & Vectis ipſius Diviſio , nunc ad alia in Vecte obſervata transeundum.

III. Machinatum alias eſſe Finitas & Interruptas, alias Perpetuas ſive Continuatas : Item, alias inter operandum firmiter ſubſiſtentes , alias progredientes , initiò dictum eſt : id utrumque in Vecte breviter indicandum.

Primùm quidem : Intelligatur (*in Fig.* 24.) Circulus interior EFHI, eſſe Cylinder, Axis, vel Tympanum : Circulus exterior ABCD , rota tympano circumpoſita : verbo , ſit Axis in Perittochio circa punctum E fixum mobilis. Si itaque ex linea FL flexili, & ad F, circa tympanum, ſi placet, infinities circumvoluta , Grave L appendatur : Deinde Tangenti CK. etiam flexili, & eodem modo infinitæ potentia itidem deorſum motiva in K applicetur, & moveat ipſum Grave L, vel ab eo moveatur: erit Antimochlus FEC validus vel invalidus , Perpetuus, quoniam ei in quolibet inſtanti motûs, alii atque alii æquivalentes Antimochli continuò ſuccedunt , & in locum ipſius FEC ſubſtituuntur. Si verò idem Pondus L, à potentia quadem M ſurſum mobili, lineæque AM admota eleverur, vel è contra ei prævaleat; erit Symmochlus AFE validus, eodem modo perpetuus. Si denique potentiæ cuidam tranſverſim juxta Tangentem GN. ex G verſus N ſiniſtrorſum mobili, opponatur potentia deorſum mobilis ſecundùm Tangentem CK , & à priore ſuperatur, vel eam ſuperet : erit Loxomochlus GEC pro ratione virium in potentiis , Utilis aut Inutilis, pariter ut priores Perpetuus. Erunt itaque tres iſti Vectes perpetui, ſimulque Conſtantes & firmi circa Centrum in motu eorum immobile: Nam

Quod alterum erat, iidem Vectes Perpetui ſimul & Inconſtantes ſive progreſſivi ſic ſe habent. Sit idem Axis in perittochio (*Fig.* 25.) ſic enim vocare placet interim dum ſuum nomen Vectis perpetui Inconſtantis mereatur & accipiat; in cujus Centro è linea EQ ſuſpenſum Grave Q non ſecus ac in Trochleis fieri ſolet : circa tympanum FGHI. circumplicetur quoties placet Linea flexilis PH, cujus extremum in puncto P firmiter hæreat : applicetur deinde Tangenti flexili KC verſus C infinitæ , potentia K Deorſum , quæ ponderi Q ex diſtantia HE elevando ſit ſufficiens, vel etiam impar : Erit Antimochlus CHE validus vel Invalidus, Perpetuus & Inconſtans, ſive progrediens; quia is, vel alii ei ſuccedentes, ad motum potentiarum Q & K, ſurſum vel deorſum promovetur. Si verò Tangenti MA circa peripheriam infinitæ, potentia in M ſurſum mobilis admoveatur; erit Symmochlus AEH pari ratione Perpatuus & Inconſtans. Denique ſi Tangenti NB. vel OD. eodem modo potentia tranſverſim mobilis applicetur; curetur autem ut Centrum E à recta DB. non dimoveatur; erit Loxomochlus BEH vel DEH Perpetuus Inconſtans; ac præterea peculiaris cujuſdam rationis ; imprimis quòd pondus in angulo BEH attollat præter naturam ſuam : deinde quòd potentia tranſverſim mobilis , ferri debeat duabus lationibus , vel veriùs unâ compoſitâ quæ ſit ad motus circulorum , ut Quadrarum ipſius , ad eorundem Circulorum Quadrara &c. Plura de Vectibus perpetuis progredientibus infra de Trochlea dicenda ſuperſunt , ubi Nova alia vectium Compoſitorum genera producentur.

IV. Circa Symmochlum ſive Vectem ſecundi generis , Author ille 1649. communem aliorum Sententiam ſic arguit illegitimæ ratiocinationis. *Qui de Machinis ſcripſerunt &c: de Secundo genere Vectis minùs rectè philoſophati ſunt : Dum ex eo quòd ſuſtentatio ponderis in intermediis appenſi, partim à fulcimento, partim à virtute exerceatur, & utroque concurrente fiat conſiſtentia & quies intulerunt: Si quid addatur virtuti, poſſe mutari conſiſtentiã, & pondus elevari.* Rationē hanc aſſignant. *Quãtumvis enim fulcimentum in altero extremo, ſuſtinẽt Vectem*

Vectem hoc ipſo ſerviat ad ſuſtinendum id quod innititur Vecti, & ſic partialiter cum virtute ſuſtinente oppoſitum extremum Vectis concurrat ad impediendum deſcenſum ponderis connexi cum Vecte; attamen ad elevandam operatur ſola virtus, quæ ſola ſurſum nititur & prævalet, nullo modo ſurſum nitente fulcimento: cùm tamen in impediendo motu ponderis. & facienda conſiſtentia, non ſola virtus in ſuo extremo conſiſteret, ſed fulcimentum pariter in ſuo; Quare poterat inter virtutem & fulcimentum aliquomodo dividi conſiſtentia. non poteſt ſic inter utrumque dividi elevatio, quam ſola virtus operatur, poſitâ ſuſtentatione oppoſiti extremi vectis à fulcimento, tanquam merâ conditione. Ergò pondere in medio Vectis exiſtente ſufficiebat dimidium illius virtutis ad ſuſtinendum quæ vecte non concurrente requiſita fuiſſet; quia fulcimentum ſecundùm alterum dimidium verè impediebat deſcenſum ponderis; quomodo quidquid addatur virtuti, ſufficiet ad elevationem, quam ſolâ ſua elevatione debet perficere virtus? cùm enim iſta reſponderet antè ponderi ut dimidia, non poteſt per illud multò minus, quod additur, fieri integra & excedens, niſi aliunde juvetur; quod ipſi non viderunt.

Hæc quia ſubtiliter in veri ſpeciem contexta, Principia Vectis priùs à nobis poſita, & infra etiam declaranda, directè oppugnant, nō piguit in longum allegare, paucis efficaciter refutanda. Primùm itaque Rectam eſſe illam Mechanicæ Scriptorum, de Vecte ſecundi generis Illationem; erroneam Authoris inſtantiam, ſic oſtendo.

Sit Vectis ſecundi generis (*Fig.5.*) CD, in cujus uno extremo C ſit hypochlium F, in medio E, pondus A, in altero D. Potentia G. ſurſum nitens, ponderique A ſuſtinendo ſufficiens. *Dico primo*, Potentiam G ſubduplam eſſe ad Grave A. Cùm enim Grave A diſtet æqualiter à punctis C & D, vi conſtructionis, ſuſtentabitur æqualiter ab utroque: Non enim major eſt ratio, cur vel totum pondus huic potiùs, quàm illi debeatur, vel plùs uni quàm alteri ponderis incumbat. Incumbet igitur æqualiter utrique, adeoque dimidium. Quocirca Potentia G pro ſa pondus A ſuſtinere ſufficiens, erit ipſius ſubdupla, ſive dimidia.

Adjiciatur jam aliquid alterutri conſiſtentium in æquilibrio, ſive ponderi A; ſive quod hîc ab Authore in judicium vocatur, ipſi Potentiæ G: adjiciatur inquam aliquod exiguum momentum Potentiæ homogeneum: ſit id v.g. $\frac{1}{1000}$ id eſt pars una, æqualium tota G eſt 1000. *Dico Secundo* enim Scriptoribus illis Mechanicis, *Pondus A, ab ipſa G. Potentia Idèò, quia pars altera Ponderis ab Hypomochlio ſuſtentatur, elevatum iri.* Quia enim ut oſtenſum eſt, & etiam concedit Author, Dimidium ponderis in ſuſtinendo debetur Hypomochlio, idcircò ſuſtinebit id ſemper hanc debitam ſibi medietatem, ſive Vectis in dato ſitu quieſcere, ſive à quantacunque vi in puncto D applicata ſurſum moveri intelligatur: ratio enim nulla adferri poteſt, cur Hypomochlium tunc partibus ſuis deſit in ſuſtinendo. Quamobrem cùm medietas hæc Hypomochlio reſpondens, & in illud exonerata, nullum negotium faceſſat ipſi Potentiæ G, Potentia hæc alteram medietatem ſuis viribus parem & debitam, non ſuſtinebit modò, ut priùs, verùm etiam, cùm ipſi facta ſit acceſſio unius 1000.mæ, & ideò majoris inæqualitatis nacta proportionem plùs poſſit, elevabit. Non igitur, quod objicit & urget Author, Potentia G. integræ totius Ponderis A. gravitati prævalet, eo quòd ejus medietas in Hypomochlium derivata ſit, & ab eodem conſtanter ſuſtineatur; ſed alteram ſolummodò medietatem ſe concernentem, ſive quod idem eſt, totam Quantitatem A, parte gravitatis alterâ viduatam, & jam ſuis viribus, quæ ſunt ut 1001. ad 1000. inferiorem, ſuperat & attollit.

Et hæc ad difficultatem ab Authore propoſitam, inſiſtendo Principiis ipſius: ex noſtris enim ſuperiùs poſitis reſponderi poteſt, & quidem multò magis παραδόξως, quàm prius illud ipſi viſum fuerit: videlicet totius Ponderis A in Hypomochlium F, & Potentiam G agentis elevationem ſive motum ſurſum, deberi ſoli illi $\frac{1}{1000}$mæ. Quia enim Potentia in aliud tanta eſt, quantùm poteſt: Tantum autem poteſt, quantum non agit & patitur; idcircò potentia A. quæ tota in Potentias F & G ſimul agit, & ab iiſdem patitur, non eſt ad illam $\frac{1}{1000}$ Potentia: Quare nec in illam agere aut viribus ipſius reſiſtere poterit.

V. Vires vectis & efficacia in ſuperandis Reſiſtentiis, non eſt quòd hîc iterum nimis operosè demonſtretur: Oſtenſum eſt enim Propoſitione 2. Paragraphi ſuperioris, Potentias agere & pati in ratione diſtantiarum reciproca à Tertia ſuſtentante Potentia, quæ in aſſertis Vectibus eſt Hypomochlium, vel aliud ſimile ſuſtentationis aut appenſionis Punctum. Quare cùm eitata Propoſitio utatur in demonſtrando Symmochlio, ſive Vecte ſecundi generis: par autem ſit ratio & de Antimochlio; in quo præterea Propoſitione 3. demonſtratur æquivalentia Potentiarum ad Antimochli brachia ſive diſtantias reciprocè proportionalium, uterque iſte Vectis operabitur juxta ea quæ in Univerſali Machinarum Principio ſunt aſſerta. Denique nec Loxomochlus mutat quidquam præter Terminos Potentiarum tranſverſim tendentium; quibus ſi æquivalentes homodromæ accipiantur, & in Antimochlo ex æqualibus vel proportionalibus diſtantiis diſponantur, eandem æquivalentiam vel motum in hoc efficient, quem priores in priori.

IN TROCHLEA

Phænomenon I.

TRochleæ nomine intelligitur Orbiculus ille qui per Lineam flexibilem ſive chordam, funiculumve, in ipſius peripheria receptam, & à Potentia Motiva pertractam, circa axem ſuum verſatur in gyrum. Sunt autē ejuſmodi Orbiculi

duplices : Alii qui circa axem conſtantem & immobilem moventur ; Alii qui ſimul cum axe, circa quem volvuntur, locum mutant, & in aliquam poſitionis differentiam recta progrediuntur. Utroſque Scriptores Mechanici eodem Trochleæ nomine inſignire ſolent : ſed ſi loquamur in eo rigore, in quo Trochlea velut Machinæ ſpecies ad augmentum virium Potentiæ aſſumi dicitur, nomen id æquiori jure debebitur orbiculis illis Incõſtantibus & progreſſuris, utpote per quos potentia juvatur in agendo, non autem per illos qui circa axes fixos & conſtantes revolvuntur. Hoc tamen non obſtante etiam hi Trochleæ Inutiles cum adjecto dici poterunt, eo quod cum aliis illis, à quibus ſignta non differunt, combinati, unam quaſi Machinam integrare poſſunt, quam Trochleam Polyſpaſtam communiter appellant, in qua ejuſmodi Orbiculi ad motum Potentiæ in aliam poſitionem transferendum adhibentur. Quod autem hæ Conſtantes ſed Inutiles Trochleæ nihil conferant ad facilitandam operationem Potentiæ, & fatentur omnes, & patet inde, quod eæ nihil ſint aliud, quam Libra brachiorum æqualium perpetua ſive continua : at vero de Trochleis Inconſtantibus & Utilibus contrarium docet experientia, qua conſtat per eas inſigniter juvari Potentiam : de modo tamen quo id fiat, inter Authores non convenit, aliis ex fundamento Symmochli, ſive Vectis ſecundi generis eas operari aſſimantibus ſine evidenti demonſtratione ; aliis è contra negantibus, cum inſtantiis quibuſdam in contrarium adductis, quæ cum difficultatem aliquam prima fronte præ ſe ferre videantur, noſtrum Principium Mechanicum Univerſale mirifice ſtabiliunt, ut infra conſtabit,

II. Trochleam itaque Utilem de qua eſt ſermo, ad Symmochlum revocari negant P. Nicolaus Zucchius, & P. Paulus Caſatus, prout ii citantur à Machia Mechanica lib. 2. Syntagm. 4. cap. 3. Eorum prior tres has inſtantias & rationes adiiciunt pro ſua opinione facientes : & Primò quidem quærit, *Qua ratio Vectis ſecundi generis eſſe poteſt in iis* (orbiculis II, III, IV, V, aut eorum Diametris) *cum tantum moveatur extremus, Diametro rotulæ in quo dicitur Vectis firmari, quantum movetur oppoſitum extremum ejuſdem, quod dicitur urgeri à virtute, & æqualiter ſemper mutentur hujuſmodi Diametri ſignatæ in rotulis, ut ſemper nova Diametro horizonti æquidiſtantes in orbiculis bene ſuſpenſa trochlea ſint ſignabiles ?*

Iconiſ. N. Fig. 27. & 28.

2. *Rurſum ſi impediantur rotulæ inferiores à convolutione, & ſic ab eis amoveatur omnis ſuſpicio vectis, deberet auferri omne adjumentum virtutis per trochleam: nihilominus ſi tam funis circumpoſitus rotulis, quam ipſæ bene læviguntur, ut in frictione ſit minus impedimentum, excurrente fune inter rotulas potentia trahente, magnum illi accreſcit in trochleis ita conſtitutis adjumentum : Ergo illud rotulis etiam motis minus rectè tribuitur communiter vectis in ipſis aſſignato, &c.*

3. *Interim aufer rotulas omnino, & apponeannulos, inter quos excurrat funis, & iſtam opinionem falſitatis magis adhuc convinces.* Hæc ille. P. Caſati inſtantia de navium lignis in ellipſin efformatis quibus rudentes intenduntur, cum duobus poſtremis coincidit : quæ cum inferius in explicatione virium Trochleæ ſolutionem ſuam commodius ſint acceptura : prima illa in qua rei cardo vertitur, & ejus difficultas à nemine, quod ſciam, eſt complanata, tum primum expedietur, ſi demonſtratum fuerit Trochleam Inconſtantem ad ſecundum genus Vectis aliquando propriè & directè, aliquando ſaltem reductivè pertinere : id autem oſtendere conabimur huc modo :

Eſto Trochlea Inconſtans AMBQ, cujus Iconiſ. N. Fig. 26.
Axis C punctum ſit & linea flexilis ſive chorda quædam Trochleæ circumpoſita KADMBEFH, cujus enim extremum firmatum in K, alteri in H applicata Potentia quæcunque ſurſum motiva ponderis G. ex Trochleæ centro ſive axe C ſuſpenſi. Dico diametrum Trochleæ, è cujus medio pondus appenſum, à Potentia H ſurſum eſt mobile, eſſe vectem ſecundi generis Utilem : totam verò Trochleam in motu ſurſum continuato, vectem ejuſdem generis Perpetuum & inconſtantem. Aſſignetur enim Diameter hæc, ipſa ACB : & majoris evidentiæ ac diſtinctionis gratia, opponatur eſſe juſto plus inclinata ad Horizontem Staticum DE : reveta tamen inſenſibiliter inclinari, & punctum A, à puncto D, contactus funis ad Trochleam quam minimum diſtare concipi debet : progreſſus autem totius trochleæ ſurſum cum pondere, ſit ipſa CL altitudo, in cujus extremo L. Diameter ACB obtineat ſitum ALF. Horizonti Statico parallelum. Et quoniam in Triangulo AFB ducta eſt LC lateri FB parallela, auferet ea Triangulum ALC, toti AFB ſimile (*Coroll.* 4. 6. *Elem.*) Quare juxta *Def.* 1. 6. dicta Triangula habebunt & angulos ſingulis æquales, & latera circum æquales angulos proportionalia. Igitur (*per* 4. 6. *Elem.*) erit ut latus AC ad CL, ita AB ad BF. Quare & (*per* 16. 5.) permutando erit ut AC ad AB, ita CL ad BF: Eſt autem latus AB, lateris AC duplum : utpote Diameter Semidiametri : erit igitur & ipſum BF, ipſius CL lateris duplum. Cum autem quævis aſſignabilia Diametri AB verſus AF motæ puncta eo tardius moveantur, quo ſunt viciniora puncto A, ut ſimili diſcurſu oſtendi poteſt : Conſequens eſt punctum A eſſe Centrum, circa quod Trochleæ Diameter AB, tanquam jam ſemidiameter alterius motus effecta, Circulari Latione deferatur. Quo tempore igitur potentia extremo B Diametri AB applicata percurrit ſpatium BF, eodem pondus G in ipſius medio appenſum conficiet ſpatium CL prioris ſubduplum : altero lineæ AB, extremo ad A. velut Hypomochlio conſiſtente. Quæ omnia cum ſint de natura & exigentia Vectis ſecundi generis : ad illud igitur hæc Trochleæ Diameter revocabitur.

Sed cum ad quodvis minimũ motus ſurſum à Potentia H exerciti, tam puncta A, quam Vectes ipſi, ſive Diametri trochleæ, circa eant conſiſtentia mobiles perpetuo mutentur, & novæ noviis cõtinuo ſuccedere concipi debeant: quod igitur hic

Digitized by Google

hic de una earum demonſtrata eſt, id de infinitis aliis ſibi continuo ſuccedeotibus intelligendum erit, adeoque ob harum Diametrorum continuam ſucceſſionem, tota Trochea Vectis erit ſecundi generis perpetuus.; Quod erat oſtendendum.

Adverti autem volo 1. Motum punctorum B & C. circa A Circularem intelligi poſſe, in quantum A punctum non retrocedit verſus D: talem tamen non eſſe, eo quod punctum A. verſus Tangentem DK. tranſverſim divertat. 2. Differentiam eam quæ eſt inter BF. Tangentes & Sinus, in arcu minimo, qualem concipiendum eſſe monnimus, nullius eſſe momenti, nec id officere Demonſtrationi factæ de Diametro AB, cui in quovis inſtanti motûs, aliæ atque aliæ æquivalentes ſuccedere incipiuntur.

Ex his colligitur velocius moveri unum Extremum Diametri in Trochlea quam alterum; cujus contrarium prima aſſerebat inſtantia.

III. Quoniam verò non in omni Trochlea Utili, Extremum illud Diametri, quod ad ſecundum genus vectis conſtituendum fixum eſſe neceſſe erat, manet immobile: in Trochleis enim Polypaſtis ſive Compoſitis quales *Figura* 27 & 28. repræſentant: Orbiculus quidem II. Figuræ 27. habet ſe juxta ſuperius demonſtrata; quod nimirum una extremitate Diametri quieſcente, alterum ejusdem Extremum duplo celerius moveatur quam Pondus Orbiculi Centro vel axi appenſum, ideoque ſit propriæ Vectis ſecundi generis: In altero tamen Orbiculo III. *Figuræ* 28. extremum B Diametri ACB, triplò velocius movetur quam pondus, quod in C appenſum eſſe intelligitur; & quantum pondus C. ſurſum provehitur, videlicet ex C in L punctum, tantundem extremum alterum A. retrocedit, ut ex A in M. Præterea in Orbiculo IV. Figuræ 27. punctum B quadruplo celerius fertur quam pondus in C, & Extremum A. Diametri ejusdem ACB. duplo plus retrocedit quam C. progrediatur, videlicet ex A in M. Denique in Orbiculo V. Figuræ 28. Punctum B. cum potentia quintuplo plus ſpatii conficit quàm pondus in C; nec non extremum alterum A triplum ejus retrocedit, quo pondus C progreditur: Et idem conſequenter in ulteriore Trochlearum ſerie videre eſſet. Quocirca cum Orbiculorum III. IV. V. longè diverſa ſit conditio ac in Orbiculo II. ſit demonſtrata, & nihilominus in comperto eſt potentiam in illo Orbiculorum motu juvari; quoniam ratione id fieret, & in quo genere Vectis, hactenus à nemine proditum videre licuit, cum ſatisfactione. Id igitur attentius conſideranti, obtulit ſe planiſſima quædam Methodus ad explicandas ejuſmodi motionum Vires & naturam, ſimul cum Novo Genere Vectis, quod in iis deprehendo. Et quia nimis prolixum eſſet ſingula in rigore Geometrico deducere; ſufficit nunc ſi γραμμικῶς ac breviter totum id negotium, alias per ſe non obſcurum, proponatur.

Theorema I. Lemma.

SI duobus Reſiſtentibus (A & C.) *æqualis vel inæqualis in oppoſitum Reſiſtentia, Linea quæpiam rigida ſive vectis* (AB.) *major utriuſque Reſiſtentis ab invicem diſtantia interſeratur: ejuſque alterum extremum.* (A.) *Reſiſtentium remotiori applicetur, viciniore verò inter extrema Lineæ exiſtente, alteri Lineæ extremo Potentia quædam Motiva* (B.) *admota, utriq; Reſiſtentium contranitatur; Erit in hac linea punctum quoddam* (N.) *inter utrumque* (A. & C.) *Reſiſtens poſitum ea ab utroque Reſiſtente diſtantiarum ratione, in qua ſunt ipſorum* (A & C.) *reſiſtentiæ ordinatum; & circa quod tanquam centrum reliquæ partes ipſius Lineæ circulariter deferantur, totaque linea Novum genus Vectis ex primo & ſecundo in unum coaleſcens compoſitumq; conſtituat.* Quoniam Puncto N centro motus, & ſimul Hypomochlio imaginario exiſtente, Reſiſtens A movebitur ex ratione Vectis primi generis ANB: Reſiſtens verò C, ex ratione ſecundi generis NCB. Quæ ratio Vectium, punctum N ut Hypomochlium aptitudinale habentium, potior eſt eâ, in qua duo Reſiſtentia A & C hypomochliorum vices ſibi mutuò præſtare concipiuntur, quia ſi actualiter in puncto N axis firmetur, prior ratio manet hâc poſteriore ceſſante. Icon. N. Fig. 29.

Theorema II.

SI in Trochlea Utili (III.) *ſimul cum Orbiculo Inutili* (P.) *ſumpta. Centro vel Capſulæ alterum funis extremum alligetur* (in Q.) *& fune circa utrumque Orbiculum circumducto alteri ejus extremo Potentia Motiva applicetur* (in R.) *Extremum id Diametri* (ACB) *cui potentia Motrix applicata eſſe intelligitur* (ipſum B.) *triplo celerius movebitur* (ex B in F.) *quam Centrum vel axis Diametri cum appenſo Pondere promoveatur* (ex C in L.) *Alterum verò extremum* (A.) *Diametri tantum retrocedet* (ex A in M.) *quantum Pondus* (ex C in L.) *progreditur. Eritque in hac Trochlea Vectis Compoſiti Centrum* (Punctum N.) *in ſemidiametro* (AC.) *à Potentia motiva remotiore medium; & Potentia in* (B.) *extremo Diametri Pondus ſuſtinens, ipſius ſubtripla.* Nam in Diametro ACB ut eſt Vectis Compoſitus; ſive primi generis Vectem ANB attendas, Diſtantia major NB, tripla eſt minoris NA: ſive ſecundi generis Vectem NCB, etiam Diſtantia NB tripla eſt diſtantiæ NC. Sumptis itaque reſiſteotiis in A & C punctis Vectis utriuſque pro una Reſiſtentia, prout & in utroque Vecte ad extremum B utrique commune, una & communis eſt Potentia motiva; Tota hæc Potentia totam illam Reſiſtentiam Ponderis ſuſtinens erit ipſius ſubtripla, movens autem aliquantò major. Figur. 28.

Theorema III.

Fig. 27. *SI in Trochlea* (IV) *ſimul cum toto aliorum Orbiculorum ſyſtemate ſumpta Diametri extremo* (*B*) *Potentia motiva applicatur* (10 S.) *Motus hujus* (ex B in F.) *ad motum Ponderis* (ex C in L) *erit Quadruplum ; alterius autem extremi retrogreſſus* (ex A in M) *ad eundem motum Ponderis duplus. Eritque in hoc orbiculo Vectis Compoſiti centrum punctum quoddam* (N.) *Diametrum* (AB.) *ita dividens,* (in N.) *ut in Vecte primi generis* (ANB.) *portio minor* (AN.) *ad majorem* (NB.) *ſit ut 2. ad 4. In vecte verò ſecundi generis* (NCB.) *portio minor* (NC.) *ad majorem* (NB.) *ſit ut 1 ad 4.* Quoniam igitur in vecte primi generis A N B, extremo A applicatum eſt non plus quàm dimidium Ponderis è medio Diametri C puncto pendentis, id videlicet quod beneficio Trochleæ II. tanquam vectis ſecundi generis, ſentitur: idcircò Quia in hoc vecte A N B diſtantia major NB, minoris N A eſt dupla, Potentia in B ſuſtinebit dimidium dimidii $\frac{1}{4}$. Eodem modo in vecte ſecundi generis NCB. minor diſtantia N C majoris N B eſt $\frac{1}{4}$. Quare ſi duæ hæ reſiſtentiæ A & C punctis Vectis utriuſque ſumantur pro una ; & potentiæ in B eas ſuſtinentes etiam in unam componantur : Tota B prioris totius Reſiſtentiæ erit ſub quadrupla : movens autem eam aliquantùm excedens.

Theorema IV.

Fig. 28. *SI in Trochlea Utili* (V.) *ſimul cum reliquis ejus Figuræ orbiculis ſumpta extremo Diametri B. Potentia Motiva applicetur, motum hujus* (ex B in F) *ad motum Ponderis* (ex C in L) *fore Quintuplum : regreſſum autem alterius extremi* (A in M.) *triplum. Futurumque in hac Trochlea Vectis Compoſiti Centrum quoddam punctum* (N.) *à quo Diameter hæc* (AB.) *ita dividatur, ut in Vecte quidem primi generis* (ANB.) *Diſtantia major* (NB.) *ad minorem* (NA.) *ſit ut 5. ad 3: In Vecte autem ſecundi generis* (NCB.) *Diſtantia major* (NB.) *ad minorem* NC) *ut 5. ad 1.* Quoniam verò in vecte primi generis ANB. Punctum A. ex diſtantia minore N A ſuſtinet ponderis totius $\frac{1}{3}$ idque beneficio Trochleæ III. in qua oſtenſum eſt Potentiam applicatam eſſe ponderis ſubtriplam, & par eſt ratio de eadem circa Orbiculum Inutilem ad Trochleam V continuata: Idcirco Potentia in B ex majore diſtantia NB æquilibrium cum priore faciens, erit Ponderis totius $\frac{1}{5}$: Eſt enim permutatim ut diſtantia AN, 3. ad Ponderis, $\frac{1}{3}$: ita Diſtantia NB. 5, ad Ponderis $\frac{3}{15}$, ſive $\frac{1}{5}$. Eodem modo in Vecte ſecundi generis N C B. potentia in B. ex Diſtantia N B 5. Ponderi in C. ex Diſtantia N C, 1. æquilibris & ſufficiens, erit in ratione prædictarum Diſtantiarum reciproca, videlicet ut 1. ad 5. Tota igitur Potentia in B utrique illi ſuſtinendæ Reſiſtentiæ par, prout etiam duplicata intelligitur, erit Ponderis ſubquintupla : & movendo ſufficiens, ſubquintupla major.

Hinc patet I. Quæ de Trochleis his III. IV. V. ex fundamento Vectis Compoſiti operationibus dicta ſunt, ad ulteriorem ſimilium Trochlearum ſeriem extendi, ut conſtare poteſt inductione.

2. Primæ illi Vectis ſimplicis in tria genera Diviſioni, alteram Vectis Compoſiti accedere poſſe, qualem infra dabimus.

3. Remum de quo fuit Controverſia inter Authores, eum his Primum, illis Secundum genus Vectis eſſe contendentibus, ut plurimum ob aquæ retrogreſſum, & ſcalmi progreſſum ad hoc Compoſitum vectis genus pertinere.

4. Vectem hunc Compoſitum eſſe vel Interruptum ut ipſa ſola Diameter, vel perpetuum, ut rota ejusmodi Trochlea. Plura quæ de eo dici poſſent brevitatis ſtudio nunc prætereunda.

IV. Diviſio Trochleæ apud Mechanicos hactenus uſitata, in Monaſpaſtum, Diſpaſtum, Triſpaſtum, &c. & iterum horum ſingulorum in duo vel aliquando tria genera, minus videtur eſſe ordinata & expedita, ut eam apud Authores attentius conſideranti patebit: Confuſionis origo eſt, quod Utiles Trochleæ cum Inutilibus ſine delectu eodem numero comprehendatur. Ad evitandum itaque illud incommodum, aliam multo compendioſiorem, & imaginatione facilius comprehenſibilem Trochleæ diviſionem proponere placet: quæ præterquam quòd ad diviſionem Vectis ſit analoga, hoc inſuper adfert emolumentum, quod eâdem voceram Motus Potentiarum ad hanc vel illam poſitionis differentiam, quam earundem ad Reſiſtentes proportionem animo objiciat.

Primò itaque, ſicut ſuperius etiam memini, Trochlearum Alia eſt Inutilis: ea videlicet quæ eſt Conſtans & in axe ſtabili volvitur. Alia Utilis, quæ nimirum eſt Inconſtans & progreſſiva: ſive ea ex fundamento Vectis ſecundi generis, ſive Compoſiti operetur.

Secundò Trochlea Utilis, excluſâ Inutili, Alia eſt Monoſpaſtus, alia Polyſpaſtus, id eſt ex pluribus Trochleis Utilibus compoſita: quæ Polyſpaſti quamvis plerumque etiam alios Inutiles Orbiculos habeant adjunctos, quia tamen ij non ſunt σπαςικοὶ, ſive trahendi vim nullam conferunt, non injuria poterunt excludi ab eo cenſu, qui circa verè Polyſpaſtos, & Utiles Trochleas Inſtituitur: cùm præſertim poſita harum ſufficienti explicatione & ſtructura, Inutiles illi non difficulter intelligi poſſunt, ut ex dicendis conſtabit.

Tertiò Trochlea Utilis tam Monoſpaſta quam Polyſpaſta eſt vel Parium, vel Imparium; intelligo momentorum, aut numerorum circa ea. Parium ſunt illæ in quibus augmentum ejusdem potentiæ creſcit vel decreſcit in progreſſione numerorum parium à binario incipientium, & per differentiam binarii progredientium. Sic in Figura 27. Trochlææ II. IV. & quæcunque aliæ ſequentes VI. VIII. X. &c. quoad activitatem ſuam creſcunt in dicta ratione. Imparium verò quæ progrediuntur in numeris imparibus à ternario per differentiam binarii: quales

Quales ſunt in Figura 28. Trochleæ III. V. & aliæ quæ illas ſequerentur immediatè VII. IX. XI. &c. Diſparitatem hanc inter Trochleas inducit illud, quod hæ imparium Trochleæ habeant adnexam ſibi funis extremitatem, quæ etiam cum Trochleis ſurſum progreditur, & unius Potentiæ Suſtentantis obit officium, ideoq; vim confert in elevando; quod non fit in Trochleis Parium, in quibus etiamſi funis extremitas in K firmata, affigeretur in Q puncto Capſulæ quieſcentis Inutilium Orbiculorum, Suſtinens novum non accederet, ſed aliò tantùm transferretur.

Quartò Trochleæ Utiles Parium & Imparium aliæ ſunt *Syſpaſtæ*, videlicet eæ, in quibus potentia moventur in eandem poſitionem cum Pondere. Aliæ Antiſpaſtæ, in quibus ad oppoſitum ſitûs differentiam fertur potentia, quod per additionem Trochleæ Inutilis & conſtantis contingit, ut in Figuris 27, & 28 per partes vel integrè ſumptis apparet. Aliæ denique Loxoſpaſtæ in quibus Pontentiæ motus ad motum Ponderis eſt tranſverſus. Applicatio porrò potentiæ tranſverſa fieri poteſt vel circa ipſos Utiles Orbiculos, ſed tunc cavendum erit ne Pondus à perpendiculari aſcenſu detorqueatur; vel circa Inutiles & conſtantes; ut obique Siniſtrorſum vel Dextrorſum. Hæc quamvis non ita ſint in uſu, expedit tamen indicaſſe.

Univerſaliter itaque ex præmiſſis, Utiles Trochleæ omnes diſtinguentur in hunc modum, quem in exemplo Monoſpaſti & ſequentium ſic breviter oſtendo. Monoſpaſtus Parium, qualis eſt in figura 27. ſola Trochlea II. habens potentiam in H applicatam, dicetur Symonoſpaſtus vel Monoſpaſtus Parium: cui ſi accedat Orbiculus Inutilis T. ut ſic Potentia feratur contra Pondus aſcendens; dicetur Antimonoſpaſtus Parium, qualis eſt in Fig 28. Trochlea III. ſimul cum Orbiculo P. ac potentia in R. applicata, dicetur Symmonoſpaſtus Imparium: quod ſi potentia R circa orbiculum T fune deorſum converſo, tendat contra Pondus aſcendens, erit eadem Trochlea III. Antimonoſpaſtos Imparium, &c. Sic in Tota Figura 27. Trochleæ II. & IV. dicentur Syndiſpaſtos Parium, & in Figura 28. ut conſtructa cernitur, erit Syndiſpaſtos Imparium, & ſic de cæteris quibuſcunque Polyſpaſtis.

Porrò in quavis Trochlea Polyſpaſta omnium Orbicolorum Utilium ſimul & Inutilium non otioſè adhibitorum, numerum inire difficile non erit, duabus his Regulis obſervatis.

1. *Syſpaſti Parium Orbiculos Utiles Inutilibus uno plures habent: Imparium Syſpaſti totidem hos, quot illos.*

2. *Antiſpaſti Parium tot Utiles habent, quot Inutiles Orbiculos: Antiſpaſti Imparium Inutiles uno plures.*

Dixi autem Inutiles Orbiculos otioſos eſſe non debere, ſed circa axiculos ſuos convolvi vi applicatæ [illegible]: Nam in Fig. 27. poſſet extremum funis in K firmatum, Orbiculo cuidam infra ipſum T. Orbiculum deſignabili circumplicari & poſtmodum ad idem punctum L. vel aliud infra redire; ſed ille talis Orbiculus eſſet prorſus otioſus, & ſuperfluus, ac proinde non meretur qui inter Orbiculos cenſeatur, multo minus qui genus conſtituat, quod tamen ei non negarunt Authores.

Denique Diviſionis hujus noſtræ beneficio, habita cujuſcunque Trochleæ Polyſpaſtæ denominatione, in quamcunque poſitionem Potentia moveatur, vires habentur è veſtigio, duobus his Canonibus obſervatis.

1. *In Trochleis Utilibus Parium, ut 1. ad duplum numeri trochlearum, ita Potentia ad Pondus.*

2. *In Trochleis Utilibus Imparium, ut 1. ad duplum earum cum unitate, ita Potentia ad Pondus.* Sic ſi quæratur; In Tetraſpaſto Parium v. g. Potentia quantum poſſit? tunc duplum ipſius numeri 4. dat 8. Ponderis ad Potentiam ut 1. rationem: in Imparium vero Tetraſpaſto, erit ut 9. ad 1. ita Pondus ad Potentiam, & convertendo.

V. Vis & activitas Trochleæ ex Principio noſtro Mechanoſophico Univerſali, mira facilitate & evidentia deducitur, eo quòd in ea Potentiæ Suſtentantis in plures æquales diſpertitæ Proportio ad Pondus & Potentiam motricem in conſpectum ponatur. Et quamvis de ſingulis Utilium Trochlearum ſpeciebus & combinationibus difficile non eſſet oſtendere earum activitatem ex fundamentis Symmochli ſive Vectis ſecundi generis, vel Vectis Compoſiti; brevius tamen & univerſalius tam in Trochlea, quàm inſtantiis illis à P. Nicolao Zucchio contra Trochleam productis ſupra num. 2. negotium id expediri poſſe videtur dicendo. Quod ſi in ejuſmodi machinis major ſit ſuſtentatio Ponderis ab una vel pluribus potentiis Suſtentativis exercita, quam ſit exceſſus ille quo Pondus abſolute ſuperat Potentiam Motivam; tum hanc reliquæ Pondus activitati prævalituram. Vel clarius in æquilibrio & conſiſtentia. Si Potentia Motrix ſimul cum Suſtentantibus Potentiis ſumpta æqualis ſit toti ponderi, fiet tum inter pondus & potentiam æquevalentia & quies. Data itaque quacunque Trochlea Polyſpaſta, ſive in ea Orbiculi circa axes ſuos moveantur, ſive non (abſtrahendo interim à reſiſtentia ex affrictu funiculorum) item, ſive in locum Orbiculorum annuli ſubſtituantur, ut illa inſtantia voluit: ſive ut in Figura 30. videre eſt, duobus cylindris AB, & CD. Lævibus funis circumducatur; cujus una extremitate in H firmata, alteri in F. Icon N. Fig 30.
Potentia deorſum Motiva applicetur, Pondus G ex inferiori Cylindro dependens ſurſum attractura, &c Dato denique numero ſuſteotationum ponderis à fune ad inferiores Trochleas, annulos, Cylindrum, &c. Si Potentia quædam Motrix eam habeat rationem ad pondus, quam Unitas ad numerum ſuſtentationum infra computatarum, Pondus illud annexum ejuſmodi Machinæ, à potentia alteri funis extremitati applicata in æquilibrio detentum iri; & ſi potentia Motrix aliquantum augeatur, etiam elevandum

Digitized by Google

Icon N. Fig. 28. eſſe. Nec in hac reſponſione faceſſit ullum negotium Symmonoſpaſtus Imperium (in Fig. 28. Trochlea III. cum Orbiculo P & potentia io R) obi funis extremitas altera in Centro Trochleæ ſive axe C. firmata eſſe intelligitur, quæ in Q eſt affixa: quaſi in ea non eſſet æqualitas ſuſtentationis io puoctis A C B. Nam quia in Symmochlo ſive Vecte ſecundi generis A B. Pondus in medio ejus C. puncto appenſum æqualiter diſtat ab extremis A & B, tantum aget in B, quantum in A: ſed quantum A. patiiur, tantum ope orbiculi P transfunditur & communicatur ipſi C, puncto ſuſtentanti: Ergo cum ſuſtentationes C. & B æquales ſint eidem A, erunt & inter ſe æquales in ratione ſuſtentandi.

IN CUNEO ET COCHLEA.

Phænomenon I.

Abſtruſam prorſus, & ab obvio quovis ſenſo longe diſſitam eſſe Cunei Naturam, arguit diverſitas ſententiarum in quas abeunt Authores explicantes activitatem Cunei: & profecto nodus eſt in ipſo Cuneo, cui divellendo nec dum à quoquam parem Cuneum admotum fuiſſe cõſtabit ex dicendis, in quibus, quantum per impoſitam ſcribendi brevitatem licebit, difficultates in Cuneo occurrentes, ſi non penitus diſſolvere, ſaltem breviter indicare conabor.

Prima itaque Sententia eſt Ariſtotelis io quæſtionibus Mechanicis aſſerentis, Cunei latera in divellendis ſiſſilibus gerere vicem duorum vectium primi generis ſibi invicem oppoſitorum: quales eſſent in Fig. 31. Vectes A C. & B C, io eisq; puncta D & E. fulcimenta; Potentia moveos ipſa iocuſſio ad baſim cunei facta; Pondus autem vel Reſiſtens ſuperandum in C Vertice Cunei.

Secunda Guidubaldi & aliorum complurium volentium eadem latera Cunei, eſſe potius Vectes ſecundi generis; ita ut C. vertex ſit Hypomochlium utrique commune; Reſiſtens in punctis D & E: potentia in A & B.

Tertia ejusdem Guidubaldi exiſtimantis ideo quod Cuneus ſcindendo moveatur, poſſe id quod ſinditur intelligi ſuper latera Cunei tanquam ſuper plana ad Horizontem inclinata moveri: plana tamen illa nihil aliud eſſe quam Vectes ſecundi generis ut prius.

Quarta complurium R R. qui excluſâ omni ratione Vectis in Cuneo, inſiſtentes principio ſuo Motionum mechanicarum in velocitate motus poſito, concludunt ideo per Cuneum exiguam poteotiam divellere ingentia pondera, quia io ejus uſu potentia velocius movetur quam partes ipſius ſiſſiles, hinc & inde divulſæ.

Verum inprimis contra tres priores ſententias in Cunei lateribus Vectem cujuſcunq; generis agnoſcentes hæc faciunt 1. De ratione Vectis eſſe ut is circa punctum aliquod Circulari Latione feratur; Perfectâ quidem, quando illud punctum eandem ſemper ab ejusdem Vectis extremis ſervat diſtantiã, ut ſit comunitet: Imperfecta verò, quando ad quodvis inſtans motus mutatur, ut fieret, ſi Hypomochlii vicem gereret Cylinder vel Sphæra, vel quando ipſum Hypomochlium juxta diverſum reſpectum eſſet ſimul Reſiſtens ſuperandum, quod io fiſſionibus contingere patebit infra. 2. Operatio Cunei perficitur, ut rectè notat P. Zucchius, eſto oec vertex, nec partes illi vicinæ quidquam corporis ſindendi contingant. 3. Si vertex Cunei qui juxta primam ſententiam Reſiſteos dimovere: vel in ſecunda ac tertia, fulcimenti vice ſubire dicebatur, ſit decurtatus, nihilominus ſciſſionem fieri, ſi reſiduum Cunei adigatur intra ſiſſile, prius aliquantum divulſum. 4. In ingreſſu Cunei mutatur ſemper & decreſcit proportio Diſtantiarum in vectibus ab authoribus aliis aſſignatis, & tamen æque facilè, immo facilius circa finem ſciſſionis Cuneus operatur.

Jam vero contra eam ſententiam, quæ in velocitate motus activitatem Cunei fundat, vim habent ea, quæ in eam rem Paragr. 1. ſunt dicta: Ut quod velocitas hæc ſit quid poſterius ipſa activitate machinæ à potentia præexcitatæ: ac proinde Motum ſimpliciter ut cauſam ejus efficaciæ aſſeri non poſſe.

II. Verum antequam quid de Cuneo ſentiendum ſit proferamus, illud in Authoribus illarum ſententiarum obſervare licet; eos communiter Cunei vires tanquam plane prodigioſas admirari; rum verò rationem Vectis in ipſo Cnoeo, ubi non eſt admittenda, aſſigoare: vel in operationibus aliquibus Cuneum conſequentibus, ubi eſt manifeſtiſſima, non agnoſcere. Nam com vires maximas prodat Cuneus in diviſionibus ſiſſiliom, ad quæ perficieodas ut plurimum adhibetur: io ejusmodi fiſſionibus operationem illam, meo judicio non tanta admiratione dignam, ex fundamento Vectis ſecundi generis perfici, maoifeſtius eſt quam ut prolixa demonſtratioue indigeat. Quia enim *in Fig. 31.* in ſiſſili D E F G. Reſiſtens à Cuneo ſuperandum non ſunt extrema D & E, ſed ipſa continuitas corporis in H. ubi fiſſura terminatur: quocirca latera interiora D H & E H ipſius ſiſſuræ, erunt Vectes, quorum extremis D & E, Cuneo mediante applicatur Potentia Impulſiva, v.g. malleus, cujus impulſum orthogonalem unum eundemque, Cuneus ad latera reflectit, & in utrumque D & E, extremum, quodammodo ex æquo partitur: Hypomochlium vero in hac operatione eſt fluens & mutabile: ejus enim vice funguntur partes ipſius corporis, ab iis quæ in H. immediatè ſindendæ ſunt, aliquantulum remotiores, ut ſunt eæ quæ verſus K ſpectant. Conſonat experientia & aſſertum id probat, Imprimis in Corporibus quæ in Longum ſiſſilia non ſunt dividendis, ut plumbo, lignis tranſverſis, &c. Cuneum nihil prodigioſi efficere: quin potius ei Laterum divaricationem obeſſe, quæ planum aliquod diviſivum in ea corpora adactum non impediret. Deinde nemini non conſtat, aut experiri quotidie difficile eſt, quod creſcente longitudine laterum interiorum ſiſſuræ, hoc eſt diſtantiis D H. & E H. facilior evadat ſeparatio ſiſſilis, manentibus cæteris paribus, & impulſu potentiæ & ingreſſu Cunei: præſertim verò ſi ſiſſile ſit ejos naturæ, ut latera D H, & E H, etiam in majori quavis longitudine non ſint nimis flexibilia, & in arcum curventur, ſed in totius ſiſſionis progreſſu rigida, & quam proximè rectilinea perſeverent. Icon N. Fig. 31.

III. Quo-

III. Quoniam verò non iti ſolis ejuſmudi corpotum ſiſſionibus, ſed in preſſionibus, etiam & elevationibus noo exigua vis Cunei per ſpicitur, ſi prælertim is in acutiorem angulum deſinat, idcirco effectûs hujus principium & cauſa ut inveſtigetur, obſervandum inprimis eſt Cuneum eſſe Triangulum, vel Quantitatem Linearem, planam, aut ſulidam trilatei â præditam figurâ & ad excipiendam quocunque Latere vim Potentiæ Motivæ vel Reſtitivæ, aſſumptam: deinde Trianguluni ejuſmodi Aliud eſſe Conſtans & fixum, ut ſi *in Fig.* 32. Trianguli ABC baſis AC Horizonti Statico æquidiſtet & firmiter conſiſtat, dum interim ſupta Latus A B. incliuatum, unum vel plura Gravia, ut ipſum D. à minore vel æquali Potentia E, juxta Latus B C, vel aliud decurrente & eum Gravi D. quoquomodo connexa elevetut aut io conſiſtentia detineatur: vel ſi *in Fig.* 33. Ttiangulo ABC ſimilitet conſiſtente. Pondus D. à Potentia quadam juxta Lineam F.F, vel aliam ei æquediſtautem, in Latus AB directa & impingente ſutſum promoveatur. Aliud Ttiangulum eſt Inconſtans, quale eſſe *in Figura* 33 ſi illud ſupra baſim AC Horizonti ſtatico æquidiſtantem à Potentia eidem æquidiſtanter mota in ditectum impelleretur contra Pondus D. quod Latus AB trianguli in puncto F contingeret, & præterea à Linea quadam FE. circa punctum E convertibili detineretut: vel ſi *in Figura* 32. Triangulum ABC à Potentia eodem modo ſecundùm ditectionem Lateris AC tendentem ſupra eandem baſim AC promoveretur contra pondus D. è linea DF io puncto F detent um. Ex his autem patet Potentias Mutivam & Reſtitivam in Triangulo motas, eſſe quemadmodum & in Circulo dictum, vel Syndromas: ut ſi *in Fig.* 32. Grave D. à Putentia quadam juxta directionem lateris AB ſurſum cootranitente extolleretur: vel Antidtomas; ut dum in eadem 32. *Fig.* Grave D à Gravi E, juxta latus oppoſitum deſcendente evehitur io altum: vel Lyxodtomas; quandu *in Fig.* 33. Grave D. à Poteutia quadam tranſverſim juxta rectam EF mota, & in latus A B incidente ſurſum promovetur. Et ex horum motuum in Triangulo conſideratione oriuntur duæ difficultates non mediocriter involutæ, ex quibus explicatio tota Cunei dcpendet.

Prima eſt in Motibus utriuſque Potentiæ Parallelis ad latera Conſtantis Trianguli: ut ſi *in Fig.* 32. Grave D. ab inclinato AB. Trianguli latere ſuſtentatum connectatur per Lineam flexilem cum altero gravi E; uſtendendum eſt quæ ſit ratio Gravitationis & activitatis in Gtavi D. à declivi Linea vel plano AB. ſuſtentato ad grave E ab omni ejuſmodi ſuſtentatione liberum; & etiam conſequenter à minori vel majori inclinata ſuſtentatum. Conatur id demonſtrare Stevinus lib. 1. Statices Prop. 19. obi vult; In omni Triangulo cujus latus unum Horizonti æquidiſtat, ita eſſe ſacoma ſiniſtrum D. ad antiſacoma dextrum E; ut latus ſiniſtrum AB. ad latus dextrum BC. Ratione quâ probat id, ſumit ab abſurdo Motûs perpetui, niſi Propoſitio illa vera ſit, ſecuturi: Sed bonâ ipſius veniâ dictum volo, Ratiocinatio hæc Principium petere videtur: Quæritur enim an duo Gravia ad Latera Trianguli proportionalia inter ſe connexa conſiſtant; Affirmat ideò; quia ſi oon conſiſterent, moverentur, & quidem continuò, ſi io eorum locum alia iis æquivalentia continuò ſuccedant; quod gratis dicitur falſum, cùm tale eſſe nullibi priùs fuerit oſtenſum. Et ſi quæram cur abſurdum ſit ea moveri; Reſponderi nihil alind puterit, quam quòd æque gravia movere invicem ſit impoſſibile. Curtit igitur argumentum in circulum, vel ſaltem obſcutum per obſcurius demonſtratur: Sed & difficultates in Conſtructione Stevini occurrentes ex materiæ præſertim ſenſibilis impetfectionibus expendiſſe videtur Petrus Herigonus in ſuo Curſu Math. prout eum citat Magia Mechanica lib. 6. Syntagm. 1. machinâ 4. ideoq; confugiens ad Gravia liquida, Siphonem ſive Tubum triangularem, ejuſdem ubique capacitatis & amplitudinis aquâ plenum aſſumens, ejus unum Latus Horizonti parallelum collocat, & ex conſiſtentia aquæ in inclinatis lateribus quieſcentis, arguit eſſe ut latera ad invicem, ita gravitates aquæ illis contentæ. Sed & in hac argumentatione nihil concluditur, eò quòd in lateribus illis ad Horizontem inclinatis fiat aquæ conſiſtentia, quamvis unum ſit gracilius vel capacius altero, adeoque gtavitas ad gravitatem longè aliter ſe habeat ac Latera ad invicem; quod ex Hydroſtaticis eſt notiſſimum. Alia igitur veritatis illius Demonſttatio Statico-Geometrica nuper occurit ex doctrina Triangulorum, in qua tam Geometricè quàm Aritlimetice rationes omnes ſuſtentionum à planis inclinatis accuratè haberi poſſunt: ſed cùm ea ſit prolixior quàm ut pro ratione præſentis inſtituti commodè proponi poſſit; eâ in aliam occaſionem dilatâ, ſufficiet nunc ad indicandam Cunei Naturam præſupponere tanquam certiſſimam hanc unicam Propoſitionem cum duobus Corollariis, ut interim omittantur alia decem, quæ conſectariorum, vel etiam Propoſitionum ad inſtar proponi poterant.

Theorema.

G*Ravitas Reſidua Ponderis à plano vel Linea ad Horizontem ſtaticum inclinata ſuſtentati, ad Gravitatem ejuſdem Abſolutam & liberam, eſt ut linea Orthodroma ad Loxodromam, ſive Perpendiculum ad Inclinatam, inter eaſdem Horizontis parallelas interceptam.*

Corollarium 1. *Gravitas Ponderis ex Suſtentatione deperdita ad abſolutam eſt ut exceſſus Loxodromæ ad Orthodromam, inter eaſdem Horizontis ſtatici parallelas interceptam.*

Corollarium 2. *Gravitas Reſidua ad deperditam, Ponderis à plano vel Linea inclinata ſuſtentati eſt ut Orthodroma ad exceſſum Inclinatæ, inter eaſdem parallelas comprehenſa.*

Altera difficultas in Cuneo, à nemine quod ſciam animadverſa & expenſa, eſt circa diverſas Potentiarum Motivæ & Reſtitivæ incidentias in latera Inconſtantis Trianguli, quod *in Fig* 33. ſupra baſim A C. promotum, impingit in Potentiam quandam EF: quæ vel eſt abſolutè inſuperabilis in utroque puncto E & F; & tunc neceſſe erit baſim A C declinare lateraliter & tranſverſim, altero latere AB in directū progrediente tanquam baſi. vel tantùm in ſolo puncto E eſt inſuperabilis juxta orthogonalem incidentiam, ſuperabilis autem in altero extremo F, quod circa E punctum tanquam centrum dimoveri poſſit. Sed cùm ad quodvis inſtans motûs, incidentiæ ejuſmodi ratio mutetur, erunt & in ſingulis rationibus illius, Reſiſtentiæ diverſæ, quæ quales ſint, ad perfectam Motuum ejuſmodi notitiam

 per-

pertinet. Sunt itaque ejuſmodi incidentiæ Potentiarum Reſtitivarum infinitæ prout in *Fig.* 34 videre eſt, in qua triangulum A B C ſupra baſim A C verſus A. motum, habet occurrentes ſibi reſiſtentias ex puncto E fixo in latus A B diverſimodè directas; quarum hæc, quæ lateri A B ad rectos incidit, eſt maxima, aliæ pro varia incidentiæ ratione majores minoresq; vel nullæ. Sed & incidentiæ Potentiarum Motricium Triangulũ promoventium v.g. in puncto H. ſunt infinitæ; quarum hæc quæ ipſi B C. lateri eſt perpendicularis, validiſſima eſt, aliæ magis minusq; validæ. Latiſſima hîc, & fortaſſis hactenus à nemine trita via panditur excurrendi in ea materia, quæ quamvis in omnibus ferè cum priore difficultate coincidat, & in eam rem non pauca hic proferri poſſent, tamen in aliam occaſionem reſtet aliquid in utraque difficultate ſuperandum, quod olim ſua novitate gratius accidat, de induſtria contranitentis licet calami curſum inhibeo.

IV. Ex dictis incipit apparere Primo, Cuneum nihil aliud eſſe quam Suſtentaculum ſive fulcimentum continuo Creſcens vel decreſcens, Potentiam ſibi incumbentem ſuſtentans magis vel minus pro varia ratione inclinationis. Hinc ex Principio noſtro Machinarum univerſali cauſam optime reddi, Cur per Cuneum Potentia minor Motiva, Majori Reſtitivæ prævaleat Quia nimirum in Cuneo deſinente in acutiorem angulum, ideoq; latus habente minus declive, Potentia Reſtitiva, ut Pondus, magis ſuſtentatur ab eo, quam Motiva retardetur & incidentia in Pondus alicubi firmatum: itaq; ex quo capite decreſcit vis Reſiſtentis Ponderis, ex eodem minus impeditur Motiva Potentia, quandoquidem hæc ſeſe mutuo conſequantur.

2. Ad inveniendam Potentiam, Ponderi alicui per Cuneum movendo proportionatam & ſufficientem, complura prius perſpecta eſſe oportere. Inprimis; Quia pōdus à Cuneo ſurſum propelli nequit, niſi contra directionem motus Cunei, firmatum ſit alicubi: ideo neceſſe erit prænoſſe, quantũ ea obfirmatio ex ratione incidentiarum Potentiæ Motivæ officiat, vel ex ratione ſuſtentationum momentis Ponderis detrahat. Deinde perſpecta eſſe debebit tam Ponderis per inclinatum planum volui & elevari Gravitatio ex ſuſtentatione reſidua; quàm Potentiæ motricis Quantitas, & in impulſu directio ſive Incidentia. Denique quamvis in abſtractione Geometrica, baſis Cunei nullam ex affrictu contrahat, & potentiæ inferat retardationem, in materia tamen ſenſibili, ejus ratio nullo modo negligenda videtur.

3. Cuneum alium eſſe Rectilaterum de quo hactenus, alium Curvilaterũ ſive Flexuoſum, aut in ſe recurrentem: videlicet Cochleã: quæ non ſecus ac de Vecte Cuneoq; dictum, eſt Conſtans & Inconſtans; & utrum, quemadmodũ & Cuneus eſſe poteſt, utraq; vel Convexa vel Concava. Quadrupliciter autem Convexa cum Concava ad motus efficiendos diſponi poteſt: quæ diſpoſitiones diſtinctionis gratiâ in ſua quoq; genera diſtribui poſſent. *Primò.* Quando Circa convexam firmiter omninò ſubſiſtentem Concava circumacta progreditur. *Secundò.* Quando è contra in Cōcava firmata, Cōvexa circumgyrata promovetur. *Tertiò.* Dum Convexa circa polos ſuos fixos mota, Cōcavam propellit; & hanc Mechanici Vitem ſive cochleam perpetuam appellare ſolent, ſi in Locum Concavæ ſubſtituetur rota dentata helicibus congruens: ſed ea perpetuitas eſt potius in Circulo quam Cochlea. *Quartò.* Dum vice verſâ, Concava in eodem loco circumagitur Convexamque directè protrudit; quod etiam fieri poſſe non uſus & experientia, ſed ratio convincit: & præterea ſicut prior, ita & hæc Concava, fieri poterit eadẽ ratione perpetua, Orbiculo dentato intra illam convenienter applicato.

4. Vires Cochleæ ex duplici capite ingentes eſſe ſolere, Inprimis ex ratione Cunei in acutiorem angulum deſinentis, qualẽ Cochlea ſolet obtinere cōmuniter. Deinde ex ratione Vectis ad Cochleam circumagendam adhiberi ſoliti, cujus officium eſt vel Cuneum flexuoſum Ponderi vel alteri reſiſtenti ſubjicere; vel ſupra latus inclinatũ ipſius Cunei, Pondus promovere, quorum utrumq; ex *Fig.* 35. facile intelligi poteſt. Ad habendam autem Proportionem Potentiæ Motivæ ad Reſtitivam in Cochlea Vecte adjuta, non ſatis eſt ſi dicatur: Ut ſpatium perpendiculare, quo Reſiſtens aſcendit initio unius ſpiræ ad finem ejuſdẽ in ambitu Cochleæ; ad Spatium circulare quod conficit Potentia Extremitati Vectis applicata in una ſimiliter revolutione: Ita Potentia ad Pondus reciprocè; id enim ſine errore locũ non habet in Cochlea: Sed inprimis ex ratione unius helicis inclinatæ, ad ſuam perpendicularem inter binas eaſdem Horizontis ſtatici Parallelas interceptã, inveſtigari debebit Reſiduum Potentiæ à tali inclinatione ſuſtentatæ: Tum incidentia motricis in eandem inclinationem; quibus inter ſe debitè coæquatis, tum demum adjumentum Vectis ad calculum ſecurè revocari poterit, habitis prius diſtantiis ab axe Cochleæ ad puncta applicationis Potentiarum. Ratio dictorũ patet inde, quod altitudo perpendiculi in Cuneo & Cochlea, non ad baſim aut ambitum ejus in Cylindro cui circumponi concipitur, ſed ad Latus inclinatũ dicat proportionem in ſuſtentando, ut in antecedentibus dictum.

demque non pauca quidem ſuppetunt quæ & de Cuneo & Cochlea, quam prioribus Machinis in medium proferri poſſe, et non vulgaria; verum ob anguſtias tẽporis quod alia ſtudia potiori jure ſibi vendicant, ne quidem perbrevẽ quandã Machinarũ omniũ Anacephalæoſim, paulo melius eas inter ſe diſtinguentẽ, quã in præmiſſis fit præſtitum, cum novis aliquot earũ compoſitionibus, pro voto conficere licebat: id, ſi Deus vitam largitus fuerit, aliàs uberius executurum me polliceor.

PARAGRAPHUS QVARTUS AUTOMATURGICUS.

QUo tempore turbulenti bellorum motus, Regno Poloniæ à quatuor Orbis cardinibus imminentes, felicitatis ejus curſum tantiſper inhibuerant, & me quoque eadem procellâ jactatum, Anno ſæculi hujus LV. Herbipolim prætervehi compulerant; exiſtit ille mea dierum aliquot cum R. V. converſationis fructus, ut ex Hydraulico Pneumaticarum Machinarum tractatu, quem jam tum

tum typis paratum ego curioſius evolveram, ſolennis illa Controverſia de Motus Artificialis Perpetui poſſibilitate, perpetuam quandam, & in hoc uſque tempus continuatam ſolicitudinem mihi injeceris, appoſitum ei quod ibi concluditur, quacunque ratione, demonſtrandi. In eundem propè motum abitura videtur oratio, ſi non dico ſufficienter perſequendæ, ſed etiam tantummodo ſtrictius enumerandæ eſſent omnes artes & Machinæ, quas imaginatione ſcilicet fabricatas & erectas, ad frangendam illam Naturæ pertinaciam, quâ conatibus hujuſce modi conſtanter obſiſtit, admovi. Cæterum id ad minimum hac diligentia me profeciſſe exiſtimo, quòd rem eam altius conſiderando, & ad ipſa principia revocando: deveniſſe me putem ad ipſum negotii hujus caput & fontes, ex quibus impoſſibiles Praxes, earumque fundamenta à poſſibilibus, vel ſaltem non ſine ratione dubiis, diſcerni poſſint. Ex ejuſmodi Machinis compluribus eſt una & altera inferius producenda: in quibus ſi non res quod ajunt, acu tangitur, eas nihilominus ad commonſtrandam in negotio tam intricato viam non mediocriter conducturas exiſtimem. Id an ita ſe habeat, animi ſuſpenſus tantiſper ero, dum R. V. calculi ſui in utramvis partem æquilibrium meum inclinaturi momentum adjiciat.

ANtiquiſſimum, & cum ipſomet Archimede natum Perpetui motus artificialis exhibendi ſtudium inter Mathematicos extitiſſe, quamvis id ab Authoribus expreſſe non prodatur, haud improbabiliter affirmari poſſe mihi perſuadeo. Quid enim aliud illa multorum ſcriptis celebrata orbium Cœleſtium artificioſa compages, interno quodam veluti ſpiritu in motus animata, ingenioſiſſimi Archimedis opus fuerit: vel ad minimum, quam non acutiſſimis ejus ſæculi Philoſophis opinionem ingeneraverit, & ad ſimile quid ſi non efficiendum, cogitatione ſaltem comprehendendum provocarit, conjectura aſſequi difficile non eſt. De motus hujus Poſſibilitate in præſenti Diſquiſitiuncula breviter acturo, illud inprimis incipit animo obverſari, An non temeritatis vel præſumptionis alicujus notam incurrere videaturis, qui opus tot fruſtraneis multorum ſtudiis, laboribus, & impenſis tentatum, & quod in ea re momenti plus habere videtur, complurium eruditorum ſuffragiis ſi non damnatum, ad minus infame redditum, reſumere & pertractare auderet. Non deſunt certè qui triadem hanc, *Tetragoniſmum Circuli, Lapidem Philoſophorum, Motumque Perpetuum*, in creatis implicare conſtanter aſſeverent. Verum quidquid ſit de quadratura circuli Torius, in cujus Partibus in quadratum redigendis operam nec levem, nec fruſtra omnem poſui, quæ felicitas necdum toti potuit obtigiſſe: Chymicorum certe ſtudiis illud Æſopicum accini poſſe putem.

Parturiunt montes, naſcetur ridiculus mus,
Cuſpide qui cauda toti dominabitur orbi.

Tã magnificè enim illi ſentiunt & loquuntur de ſuo flammivomo Dracone caudam propriam depaſcente per ignem græcum nullis imbribus extinguibilẽ: & fortaſſis eum, quem Prometheus aliquis ut Poëtæ fabulantur, virgulâ divinâ cœlo Solis vel Mercurii Perigæi admotâ furatus ſit, & in terras detraxerit. Ecce ſpecimen fabuloſæ & ridiculæ hujus Philoſophiæ: quæ velut hedera in incultis & horridis ſitu ſqualoréque locis innaſcitur, ſic illa agreſtes quaſdam & inſulſas veterum Poëtarum fabellas, tanquam baſes & fundamenta myſteriorum ſuorum præſtruere conſuevit: Quis autem non videt ambiguis ejuſmodi, & non cohærentibus figmentis involvendis, fabulas ex natura rei aptiſſimas eſſe, quas ſi præditus ſis ingenio, in mille ſenſus trahere poteris: ſi non aſſequaris, admirabere tamen, & ſi Diis placet, divinum quid iis ſubeſſe exiſtimabis. Verum ut ab Hermetis meſſe falcem meam prohibeam, eum qui Motus perpetui negotio promovendo poſt tot deluſos aliorum conatus inſudaret, ab omni ignominiæ nota vindicat id inprimis, quod Demonſtrationes eorum qui perpetuitatem motus implicare voluerunt, nihil aliud evincant, quàm Conſtructionem eam, quam in demonſtrando adhibent, exhibendo motui quæſito idoneam non eſſe: deinde neminem eſſe conſtat, qui vel ſolus omnes poſſibiles Machinarum Combinationes pertentaverit, vel de iis impoſſibilitatẽ motus hujus demonſtraverit: quod antequam à quopiam præſtetur, ſit interim ut audax, ita glorioſum facinus, animique excelſi indicium, difficultatibus objectas non terreri. Curioſitas ingenii ad arcanorum Naturæ vel Artis inquiſitionem ſuapte propendentis ægrè legibus ullis arctari ſe patitur: nec priùs quieſcit, quàm vel quod intendit comprehendat, vel aſſequi ſe poſſe penitus deſperet. Itaque Motus indefectibilis Poſſibilitatem breviter diſcuſſorus, non immemor ordinis animæ rerum, ab ejus Definitione Diviſioneque ad Poſſibilitatem, vel è contrà in præſenti Naturarum ſtatu repugnantiam progrediar. Et quoniam ipſa Materia tanquam ſemiphyſica poſtulat, ut in ea temperetur à rigore Geometrico, in hac præſertim Diſquiſitiuncula animi causâ ſuſcepta: idcircò omni illa ſeveritate (quæ nonnunquam per ſe ſatis evidentibus inducere poſſet aliquid obſcuritatis) depoſita, cuncta familiari oratione perſequar; ita ut nec omnino manifeſta verbis onerem, nec ubi difficultates occurrunt, & probationibus indigent, eas ſubterfugiam.

Protheoriæ,

I. MOtus Perpetuus Localis eſt Quanti Terminati ab inſita vel applicata vi, vel continuata, vel uniformiter interrupta, durationis tamen æviternæ, de loco in locum translatio.

II. Motus ſic univerſaliter definitus, Alius eſt Naturalis & abſque ullo præſidio artis, qualis eſſet is, qui vel cœleſtibus, vel Sublunari cuicunque corpori, ut gemmæ, herbæ, liquori, &c. ineſſet, profluens ex principiis intrinſecis & ab exigentia formæ, cui naturale eſſet indeſinenter moveri.

III. Alius Artificialis, quo Machina quædã certa ratione cõſtructa ex materia Gravitate vel Levitate prædita, vi ſuæ conſtructionis, abſque ullo alio motore diverſæ ſpeciei extrinſecus adveniente inceſſanter cieretur; vel, quod ſufficit,

poſſunt irregulares ſuperficies & Corpora, quæ in nullo ſitu æqualitatem illam partium circa centrum naciſcantur. Non daretur ergò Centrum Gravitatis niſi in Circulo, Parallelogrammis; Item Sphæra, Parallelepipedis, Cylindro, & perpaucis, quod nemo dixerit. Quæ autem de Trapezio AEFC, & Triangulo EFB partibus quidem totius ABC ſed quod concipiantur eſſe diſſectum in EF, nec niſi per rectam MN in ſuis gravitatum Centris cohærentibus, dicta ſunt; eadem de quibuscunque aliis gravibus illis ſubſtitutis, vim habent, quod noſtrum erat intentum. Dicendum igitur eſt, Centrum Gravitatis debere eſſe medium inter partes æquales æqualitate non ſolùm æquipondii, quod illa Hypotheſis voluit; ſed quod ſatis eſt, æquilibrii, quod partes gravium pro diverſa ab eo Centro diſtantiæ ratione conſtituunt.

IV. Vires Libra æqualium brachiorum nullas habet ex Principio noſtro Univerſali: vel enim Extremis ejus applicantur duæ potentiæ homogeneæ, ſive in eandem poſitionem mobiles & æquales; tunc quia æqualiter diſtant à tertia ſuſtentante potentia, quæ eſt centrum, axis, vel agina Libræ, tantundem ab ea patietur hæc, quantum illa; hinc neutra poterit alteri prævalere, ſed ſibi æquivalebunt & conſiſtent: vel inæquales Potentiæ applicantur æqualibus diſtantiis; & tunc major ſuperabit minorem: quia quamvis utraque patiatur æqualiter à ſuſtentante, majoris tamen exceſſus ille, nec à minore, nec à ſuſtentante impeditur, eò quòd deſit oppoſitionis requiſita conditio, quæ ſaltem in parallelismo ad Horizontem ſtaticum eſt nulla. Nihil itaque Libra confert ad augmentum & corroborationem Potentiæ minori contra majorem.

V. Denique ex dictis hactenus non difficulter intelligi, vel etiam ſuis rationibus oſtendi poteſt,

1. Libram eſſe nexum ſive vinculum, quo duo vel plura gravia, vel ſimiles homogeneæ potentiæ Motivæ in unam componuntur, ut ſic motus eodem tempore peragant, Centrumque commune Gravitatis acquirant.

2. Duorum Gravium æqualium & æquilibrium per Libram in unum compoſitorum Centrum Gravitatis eſſe in ipſa Libra; ſive illa ita ſint Libræ applicata, ut eorum Centra Gravitatis in extremitatibus Libræ poſita ſint & firmiter affixa; ut in Figura 1. cernitur: ſive ex iiſdem ſuis Gravitatum Centris in extremis Libræ dependeant è lineis flexibilibus; ſicut Figuræ 6.7.8.22. &c. monſtrant. Gravia enim (per Hypoth. 24.) ſive humiliùs (Fig. 22.) in D & E, ſive ſublimiùs in A & B. appendantur, ſunt ejuſdem Gravitatis.

3. Libram in cujus extremis æqualia Gravia è lineis flexibilibus cujuſvis longitudinis ſunt appenſa, in quocunque dato ſitu perſiſtere. Sic ſi (in Fig. 23.) ex Libræ AB punctis extremis appendantur Gravia D & E æqualia, ponaturque Libra in ſitu HCI; in eo perſiſtet ut priùs: Sunt enim Diſtantiæ CF & CG æquales, ex quibus applicata eſſe intelliguntur. Quòd verò Libræ uſuales cum appenſis lancibus plerumque redire ſoleant ad parallelismum; cauſa videtur eſſe ea, quòd in iis agina aliquantùm ſupra punctum C jugi AB medium fabricari ſoleat: videri poſſet & illa, quòd totius compoſiti DACBE Centrum Gravitatis ſit diverſum à puncto C, ut v.g. ipſum K, quemadmodum & partes Peripheriarum aut Annulorum Centra Gravitatis interiùs habere demonſtrantur. Sed quamvis id verum eſſet de tribus Lineis Staticis, ſive Gravitate præditis ipſis DA, AB, BE in Angulis A & B firmiter & ſolidè compactis; ſi tamen eæ ad quemcunque motum in punctis A & B ſint flexibiles, quales in Libra eſſe neceſſe eſt, Centrum aliud ab ipſo puncto C diverſum actu non habent, ſed earum gravitas, ſi quæ eſt, ipſis D & E corporibus ſuperaddi, & extremis Libræ AB applicari intelligitur. Accedit quòd punctum K in quocunque dato ſitu ſemper in linea Directionis CL reperietur, eique partes æquales utrinque adjacerent.

4. Vectes nihil aliud eſſe quàm Libram; cujus tamen partes non omnes, ſed aliquæ tantùm, pro diverſitate Potentiarum in momentis & motibus, adhibeantur; adeoque Vectes dici poſſe Libras Potentiis inæqualium & diſſimilium momentorum expendendis accommodatas; ex hypotheſi tamen Demonſtrationis illius; Potentias æquilibratas eſſe ut Libræ brachia permutatim: aliter ignota Potentiarum momenta ſciri non potuiſſent.

5. Si darentur duæ Potentiæ momentis æquivalentes, in motuum tamen Terminis diverſæ, ita ut motus unius ad motum alterius ſit perpendicularis, eas in Libra rectilinea nullâ ratione diſponi poſſe, ita ut in æquilibrio conſiſtant: cùm nec ex propria conditione, nec ex ratione Libræ oppoſitionem motuum habere poſſint.

IN VECTE.

PHænomenon I. Diviſio Vectis in tria Genera apud Authores Mechanicos hactenus uſitata, nititur hoc fundamento. Quòd cùm in omni Vecte tria reperiantur; Potentia, Grave, & Hypomochlium, hæc autem tribus modis inter ſe diſponi, combinari, & variari poſſint; ita ut in Prima diſpoſitione intermedie Hypomochlium inter Grave & Potentiam (in Fig. 17.) In Secunda Grave inter Hypomochlium & Potentiam: (ut in Fig. 18.) In Tertia denique Potentia inter Grave & Hypomochlium (ut in Fig. 19.) Ex his tribus Intermediationis Combinationibus Tria Vectis genera, eodem ordine, quo hic ſunt adducta, conſtitui neceſſe eſſe, neque aliam Combinationem eſſe poſſibilem.

Verùm ſi non tam Combinationis leges, quàm Combinatorum Naturas & conditionem accuratiùs perpendere velimus, quamvis in ratione Intermediationis, ut ea abſtrahit ab ordine & ſitu Extremorum, tres tantùm ſint diverſæ diſpoſitiones: Nam in adjuncto laterculo combinatorum Gravis, Hypomochlii, Potentiæ, binæ quævis intermediationes coincidunt: Ordo tamen Combinatorum & Conditio in applicatione ad Diſtantias, quarum in Staticis potior ratio habenda eſt, eam Diviſionem prorſus labefactat.

G.	H.	P.
P.	H.	G.
H.	G.	P
P.	G.	H.
H.	P.	G.
G.	P.	H.

Et quidem *Primò* Combinationis ipſius *Principiis* inſiſtendo: Si enim in ea Diſpoſitione in qua (Fig. 18.) Grave eſt vicinius Hypomochlio quàm potentia, conſtituitur diverſum genus Vectis ab eo, quod naſcitur ex Diſpoſitione in qua (Fig. 19) potentia eſt vicinior Hypomochlio quàm Grave, etiam paritate rationis Combinatio illa & Diſpoſitio, in qua (Fig. 20.) potentia eſt vicinior Hypomochlio

chlio quàm Grave, debebit conſtituere Quartum genus Vectis, & diverſum a Primo, in quo (Fig. 17.) Grave eſt vicinius Hypomochlio quàm Potentia. Quare vel hanc quartam Diſpoſitionem in Quartum genus Vectis aſſumpſiſſe debebant Mechanici; vel ſi hæc non eſt admiſſa, eos pari jure nec Tertium illud Vectis genus ſtatuere debuiſſe. *Secundò.* Sumatur alteruter Vectium illorum, Secundi vel Tertii generis (in Fig. 18. vel 19.) Potentiæque non prævaleant Gravibus, ſed in æquivalentia conſiſtant: Quæro, ſic quieſcens Vectis alteruter, ad quod genus Vectis pertinebit? niſi enim duorum ſic in æquilibrio conſiſtentium alterutrum alteri prævaleat, & hoc modo denominationem Potentię accipiat, non erit major ratio cur hujus potiùs quàm illius generis eſſe cenſeatur: quandoquidem ex duobus illis Mobilibus alterutri Vectium applicatis, quorum unum ſurſum, aliud deorſum tendit ab intrinſeco, tam hoc quàm illud, ſub ratione Potentiæ concipi poteſt. Non poterit ergò Vectis Secundus à Tertio, dum in æquilibrio conſiſtunt, ſed tantùm quando moventur, inter ſe diſtingui, quod videtur eſſe inconveniens. *Tertiò* Vectem Angulosum ABC, qualem Figura 21. refert, diverſum genus Vectis à Primo non conſtituere volunt Mechanici; ajunt enim angulum B habere rationem Hypomochlii; partes BA, & BC eſſe minorem majoremque diſtantias in Vecte Primi generis: adeoque vectem hunc Angulosum, non variare modum operandi per Vectem. Sed contra: Quando in Vecte Anguloſo Diſtantia minor AB cum majore BC facit angulum rectum ABC. non eſt major ratio, cur is revocetur potiùs ad primum, quàm ſecundum Vectis genus: brachium enim minus AB. diſtat æqualiter & utrobique quadrante circuli, à rectis BD, & BE, quarum prior ad Primum, poſterior ad Secundum genus Vectis conſtituendum, velut pars integrans refertur. Nec valet ſi dicatur, Hypomochlium B eſſe medium inter extrema A & C; applicato enim Gravi in extremo A. ſicut illud non tendet verſus C. ſed ſecundùm Lineam orthodromiam AB: ita illud non circa Hypomochlium, ſed ſupra, vel potiùs in ipſo Hypomochlio applicatum eſſe cenſebitur; ſecus tamen de Potentia tranſverſim mobili. Quocirca cùm ratio illa diſtinguendorum Vectium ex intermediatione non videatur eſſe rationabilis & ſufficiens, reſtat ut aliam priore magis congruam & univerſaliorem inquiramus.

II. Solidius itaque fundamentum diſtingui Vectes illud occurrit, quod ex Potentiæ Motricis ad Reſiſtricem reſpectu petitur, eoq; duplici: quoad Vires & Motus earum inter ſe, ita ut horum differentiæ, conſtituant differentias Vectium: Id autem eò convenientius eſt, quòd ſicut Libra ad conſiſtentias; ita vectis ad motus efficiendos ordinatus eſſe videatur: ut non immeritò à Latinis Vectis à vehendo, & à Græcis ὀχλεὺς & μοχλὸς, quaſi Motor, aut inſtrumentum movendi ἀπὸ τοῦ ὀχλίζειν & μοχλίζειν, Movere, dicatur. Hæc & itaq; vectis diviſio ex utroque illo capite, & *imprimis* ex ratione Virium ſive momentorum Potentiæ, conficitur hoc modo. Quia enim Vectis, & alia ſimilis machina motibus inſerviens, communiter aſſumitur ad lucrum aliquod obtinendum in augmento & corroboratione Potentiæ debilioris motivæ contra fortiorem Reſtitivam quæ ſuperari debet: idcircò Vectes illi quorum ope id habetur, quales ſunt ii quos Primi & Secundi generis (*in Fig. 17. &* 18) communiter vocant, meritò duo vera & genuina Vectis genera conſtituent: Vectes autem illi, in quibus Potentia Motiva diſpendium potiùs facit, quàm emolumentum facilitatis; utpote quæ fortior eſſe debet Reſiſtenti, ad priores illos revocabuntur: adeoque vectis in Fig. 20. ad vectem Fig. 17. & vectis Fig. 19. ad vectem 18. pertinent; ſic ut duo illi priores, Vectes primi generis; & duo poſteriores, Vectes Secundi generis appellentur: hoc tamen diſcrimine in unoquoque genere, ut unus Vectis Utilis aut Validus, alter Inutilis aut Invalidus, aliâque ſimili denominatione dicatur. Et hæc ex primo diſtinguendorum Vectium capite. *Secundò* ex ratione Motuum, quos applicatæ vectibus, aut applicabiles potentiæ peragunt, Vectium diſtinctio habetur ejuſmodi. Quoniam ut ſuperiùs in obſervationibus machinarum in univerſum, dictum eſt, Motus omnis Mechanicus duarum potentiarum eidem Machinæ applicabilium eſt vel Oppoſitus, vel ſimultaneus & concordans, vel Tranſverſus, idcircò duo priores Motus, duo genera Vectis prius aſſerta, & concernunt, & ſtabiliunt: Motus enim Oppoſitus inter potentiam Motivam & Reſtitivam, primum genus Vectis Utilis & Inutilis efficit: Motus autem Simultaneus, ſive in eandem poſitionem Directus, conſtituet Secundum genus Vectis Utilis & inutilis: Tranſverſus denique Motus requiret etiam Tertium genus, quod non poteſt eſſe aliud quàm Vectis Anguloſus, eodem modo duplex, Utilis & inutilis, prout in eo motrix potentia breviori vel longiori brachio applicatur. Hujus autem Diviſionis εὐλογία & neceſſitas ut clariùs eluceſcat.

Suppono ad perfectionem uniuſcujuſque Scientiæ pertinere ut ea ſit Univerſalis, omniumque Generum ſupremorum, quæ intra latitudinem ipſius Objecti continentur, cognitionem habeat. Cùm itaque Statice, prout ego eam latiùs extendo; ſive Matheſis quædam Quanti terminati mobilis, quà talis, Contemplatrix, ſaltem non ut abſtrahit à Senſibili materia ad intelligibilem, ſive Idealem & prototypam in anima, ſed prout contrahitur ad Quantum phyſicum & in Univerſo mobile, habeat de facto Quanta ſurſum deorſumque moveri nota; ut ſunt Gravia & Levia: dentur autem etiam tranſverſim, id eſt ſiniſtrorſum dextrorſumq; mobilia, ſi non ab intrinſeco, quòd parùm intereſt, nec etiam abſolutè loquendo implicat: ſaltem per accidens, ut in Aqua & Aëre incitatis, itemque iis quæ ab extrinſeco impelluntur, apparet; Idcircò Scientia illa debebit habere inſtrumenta movendis & librandis iis omnibus potentiis accommodata: nec non ea inter ſe diſtinguere, juxta diſtinctionem & combinationem inter ſe potentiarum in diverſas poſitiones, ad minimùm principales mobilium. Sint itaque quatuor principales Differentiæ potentiarum, nempe Surſum, Deorſum, Dextrorſum, Siniſtrorſumque motivarum: Sit itidem Circulus *abce*, eoque traductæ duæ Diametri orthogonales *ac.* & *be.* circa Centrum *n.* mobiles, has autem intelligatur utcunque ſecare Circulus interior *fbkm.* Manifeſtum eſt, ad omnes poſſibiles quatuor illarum potentiarum combinationes, ſi potentiæ binæ quomodocunque ſumantur: & ad motum vel conſiſtentiam inter ſe efficiendam in partibus Diametrorum opponantur, tria hæc Vectis genera ſufficere. Vel enim ambæ potentiæ ſunt ſyndromæ, ſive in eandem quamcunque poſitionem motivæ,

tivæ, & tunc requirent **Vectem** primi generis. Vel Antidromæ & in oppoſitum tendentes; poſtulabunt Vectem Secundi generis. Vel demùm Loxodromæ ſive obliquè mobiles, & exigent Vectem Angulosum Tertii generis. Id ut clariùs & breviùs

Potentiæ &		Vectem vel	
G. G.	*L. L.*	*ank.*	*cnf.*
G. L.	*L. G.*	*afn.*	*ckn.*
G. D.	*L. S.*	*anb.*	*cnm.*
G. S.	*L. D.*	*anm.*	*cnb*
D. D.	*S. S.*	*bnm.*	*enb.*
D. S.	*S. D.*	*bbn.*	*emn.*
D. G.	*S. L.*	*bnf.*	*enk.*
D. L.	*S. G.*	*bnk.*	*enf.*

explanet inductio, placet oculis ſubjicere Tabellam hanc, in qua quatuor notæ majores G.L.D.S. totidem potentias ad principales ſitus motivas, Gravitatem, Levitatem, Dextrorſum, Siniſtrorſumque denotant; prout hæ binæ quomodocunq; ſumptæ, in Vectibus per minuſculas literas ex Figura 23. citatis, inter ſe cum tertio hypomochlion. diſponi poſſunt. Sic tam duo Gravia, quàm duo Levia applicari poſſunt Vecti *ank.* vel *cnf*, idemque de reliquis potentiis & vectibus. Itaque 16. combinationes potentiarum, diſponi poterunt in tribus Vectibus inotilibus ſive invalidis: atque adeò tres illi Vectes ad 64 diſpoſitiones quomodocunque diverſas in unica Figura 23. poſſibiles, ſufficiunt: quod pulcherrimum eſt Compendium.

Ut autem ſimul cum rebus, etiàm verborum compendia fiant, & Naturæ Vectium aliquo modo ipsâ voce depingantur, Primum genus Vectis videtur appellari poſſe vel ſimpliciter Antimochlus, Annmochlium, Anticineter, &c. vel eum adjecto: Vectis Antiperiphorus anticineticus &c. Vectis Secundi generis, Symmochlus &c. vel Vectis Sympeiphorus &c. Tertii demùm generis, Loxomochlus, &c. Vectisque Loxoperiphorus, aut aliis fortaſſe felicioribus nominibus. Quoniam verò Loxomochlus hic, ſive vectis anguloſus, ſi (quod præſtat) duo priora genera conſerventur in ſua indiviſibili ſimplicitate, magnam latitudinem habiturus eſt: utpote qui (*in Fig.* 21) integrum ſemicirculum DAE complectitur, poterit is ut Rectangulus eſt in primo ſuo conceptu, duas adhuc differentias admittere, & ſubdividi in obtuſangulum FBC & Acutangulum GBC, quos angulos, ſi cubi neceſſitas exigat eſſe magis accuratum in machinarum deſcriptionibus, etiam ſuis gradibus & minutis dimetiri licebit. Verùm quia accuratior & univerſalis inferiùs dabitur omnium machinarum & Vectis ipſius, Diviſio, nunc ad alia in Vecte obſervata tranſeundum.

III. Machinarum alias eſſe Finitas & Interruptas, alias Perpetuas ſive Continuatas: Item, alias inter operandum firmiter ſubſiſtentes, alias progredientes, initiò dictum eſt id utrumque in Vecte breviter indicandum.

Primum quidem: Intelligatur (*in Fig.* 24.) Circulus interior EFHI, eſſe Cylinder, Axis, vel Tympanum: Circulus exterior ABCD, tota tympano circumpoſita: verbo, ſit Axis in Peritrochio circa punctum E fixum mobilis. Si itaque ex linea FL flexili, & ad F. circa tympanum, ſi placet, infinities circumvoluta, Grave L appendatur: Deinde Tangenti CK. etiam flexili, & eodem modo infinitæ potentia eidem deorſum motiva in K applicetur, & moveat ipſum Grave L, vel ab eo moveatur: erit Antimochlus FEC validus vel invalidus, Perpetuus, quoniam ei in quolibet inſtanti motûs, alii atque alii æquivalentes Antimochli continuò ſuccedunt, & in locum ipſius FEC ſubſtininntur. Si verò idem Pondus L, à potentia quadem M ſurſum mobili, lineæque AM admota elevetur, vel è contra ei prævaleat; erit Symmochlus AFE validus, eodem modo perpetuus. Si denique potentiæ cuidam tranſverſim juxta Tangentem GN. ex G verſus N ſiniſtrorſum mobili, opponatur potentia deorſum mobilis ſecundùm Tangentem CK, & à priore ſuperetur, vel eam ſuperet: erit Loxomochlus GEC pro ratione virium in potentiis, Utilis aut Inutilis, pariter ut priores Perpetuus. Erunt itaque tres iſti Vectes perpetui, ſimulque Conſtantes & firmi circa Centrum in motu eorum immobile: Nam

Quod alterum erat, iidem Vectes Perpetui ſimul & Inconſtantes ſive progreſſivi ſic ſe habent. Sit idem Axis in peritrochio (*Fig.* 25.) ſic enim vocare placet interim dum ſuum nomen Vectis perpetui Inconſtantis mereatur & accipiat; in cujus Centro è linea EQ ſuſpenſum Grave Q non ſecus ac in Trochleis fieri ſolet: circa tympanum FGHI. circumplicetur quoties placet Linea flexilis PH, cujus extremum in puncto P firmiter hæreat: applicetur deinde Tangenti flexili KC verſus C infinitæ, potentia K Deorſum, quæ ponderi Q ex diſtantia HE elevando ſit ſufficiens, vel etiam impar: Erit Antimochlus CHE validus vel Invalidus, Perpetuus & Inconſtans, ſive progrediens; quia is, vel alii ei ſuccedentes, ad motum potentiarum Q & K, ſurſum vel deorſum promovetur. Si verò Tangenti MA circa peripheriam infinitæ, potentia in M ſurſum mobilis admoveatur; erit Symmochlus AEH pari ratione Perpetuus & Inconſtans. Denique ſi Tangenti NB. vel OD. eodem modo potentia tranſverſim mobilis applicetur; curetur autem ut Centrum E à recta DB. non dimoveatur; erit Loxomochlus BEH vel DEH Perpetuus Inconſtans; ac prætetea peculiaris cujuſdam rationis; imprimis quòd pondus in angulo BEH attollat præter naturam ſuam: deinde quòd potentia tranſverſim mobilis, ferri debeat duabus lationibus, vel veriùs unâ compoſitâ quæ ſit ad motus circulorum, ut Quadratum ipſius, ad eorundem Circulorum Quadrata &c. Plura de Vectibus perpetuis progredientibus infra de Trochlea dicenda ſuperſunt, ubi Nova alia vectium Compoſitorum genera producentur.

IV. Circa Symmochlum ſive Vectem ſecundi generis, Author ille 1649. communem aliorum Sententiam ſic arguit illegitimæ ratiocinationis. *Qui de Machinis ſcripſerunt &c. de Secundo genere Vectis minùs rectè philoſophati ſunt: Dum ex eo quòd ſuſtentatio ponderis in intermediis appenſi, partim à fulcimento, partim à virtute exerceatur, & utroque concurrente fiat conſiſtentia & quies, intulerunt: Si quid addatur virtuti, poſſe mutari conſiſtentiã, & pondus elevari.* Ratiunẽ hanc aſſignant. *Quãtumvis enim fulcimentum in altero extremo ſuſtineãt*

Vectem

Vectem hoc ipſo ſerviat ad ſuſtinendum id quod innititur Vecti, & ſic partialiter cum virtute ſuſtinente oppoſitum extremum Vectis concurrat ad impediendum deſcenſum ponderis connexi cum Vecte; attamen ad elevandum operatur ſola virtus, quæ ſola ſurſum nititur & prævalet, nullo modo ſurſum nitente fulcimento: cùm tamen in impediendo motu ponderis, & faciendâ conſiſtentia, non ſola virtus in ſuo extremo conſiſteret, ſed fulcimentum pariter in ſuo; Quare poterat inter virtutem & fulcimentum aliquomodo dividi conſiſtentia, non poteſt ſic inter utrumque dividi elevatio, quam ſola virtus operatur, poſitâ ſuſtentatione oppoſiti extremi vectis à fulcimento, tanquam merâ conditione. Si ergò pondere in medio Vectis exiſtente ſufficiebat dimidium illius virtutis ad ſuſtinendum quæ vecte non concurrente requiſita fuiſſet; quia fulcimentum ſecundùm alterum dimidium verè impediebat deſcenſum ponderis; quomodo quidquid addatur virtuti, ſufficiet ad elevationem, quam ſolâ ſuâ elevatione debet perficere virtus? cùm enim iſta reſponderet antè ponderi ut dimidia, non poteſt per illud multò minus, quod additur, fieri integra & excedens, niſi aliunde juvetur; quod ipſi non viderunt.

Hæc quia ſubtiliter in veri ſpeciem contexta, Principia Vectis priùs à nobis poſita, & infra etiam declaranda, directè oppugnant, nō piguit in longum allegare, paucis efficaciter refutanda. Primùm itaque Rectam eſſe illam Mechanicæ Scriptorum, de Vecte ſecundi generis Illationem; erroneam Authoris inſtantiam, ſic oſtendo.

Sit Vectis ſecundi generis (*Fig.5.*) CD, in cujus uno extremo C ſit hypochlium F, in medio E, pondus A, in altero D. Potentia G. ſurſum nitens, ponderique A ſuſtinendo ſufficiens. *Dico primo*, Potentiam G ſubduplam eſſe ad Grave A. Cùm enim Grave A diſtet æqualiter à punctis C & D, vi conſtructionis, ſuſtentabitur æqualiter ab utroque: Non enim major eſt ratio, cur vel totum pondus huic potiùs, quàm illi debeatur, vel plùs uni quàm alteri ponderis incumbat. Incumbet igitur æqualiter utrique, adeoque dimidium. Quocirca Potentia G pro ſa pondus A ſuſtinere ſufficiens, erit ipſius ſubdupla, ſive dimidia.

Adjiciatur jam aliquid alterutri conſiſtentium in æquilibrio, ſive ponderi A; ſive quod hîc ab Authore in judicium vocatur, ipſi Potentiæ G: adjiciatur inquam aliquod exiguum momentum Potentiæ homogeneum: ſit id v.g. $\frac{1.}{1000.}$ id eſt pars una, æqualium tota G eſt 1000. *Dico Secundo* cum Scriptoribus illis Mechanicis, *Pondus A, ab ipſa G. Potentia Ideò, quia pars altera Ponderis ab Hypomochlio ſuſtentatur, elevatum iri.* Quia enim ut oſtenſum eſt, & etiam concedit Author, Dimidium ponderis in ſuſtinendo debetur Hypomochlio, idcircò ſuſtinebit id ſemper hanc debitam ſibi medietatem, ſive Vectis in dato ſitu quieſcere, ſive à quantacunque vi in puncto D applicata ſurſum moveri intelligatur: ratio enim nulla adferri poteſt, cur Hypomochlium tunc partibus ſuis deſit in ſuſtinendo. Quamobrem cùm medietas hæc Hypomochlio reſpondens, & in illud exonerata, nullum negotium faceſſat ipſi Potentiæ G, Potentia hæc alteram medietatem ſuis viribus parem & debitam, non ſuſtinebit modò, ut priùs, verùm etiam, cùm ipſi facta ſit acceſſio unius 1000.mæ, & ideò majoris inæqualitatis nacta proportionem plùs poſſit, elevabit. Non igitur, quod objicit & urget Author, Potentia G. integræ totius Ponderis A. gravitati prævalet, eo quòd ejus medietas in Hypomochlium derivata ſit, & ab eodem conſtanter ſuſtineatur; ſed alteram ſolummodò medietatem ſe concernentem, ſive quod idem eſt, totam Quantitatem A, parte gravitatis alterâ viduatam, & jam ſuis viribus, quæ ſunt ut 1001. ad 1000. inferiorem, ſuperat & attollit.

Et hæc ad difficultatem ab Authore propoſitam, inſiſtendo Principiis ipſius: ex noſtris enim ſuperiùs poſitis reſponderi poteſt, & quidem multò magis παραδόξως, quàm prius illud ipſi viſum fuerit: videlicet totius Ponderis A in Hypomochlium F, & Potentiam G agentis elevationem ſive motum ſurſum, deberi ſoli illi $\frac{1.}{1000.}$mæ. Quia enim Potentia in aliud tanta eſt, quantùm poteſt: Tantum autem poteſt, quantum non agit & patitur; idcireò potentia A. quæ tota in Potentias F & G ſimul agit, & ab iiſdem patitur, non eſt ad illam $\frac{1.}{1000.}$ Potentia: Quare nec in illam agere aut viribus ipſius reſiſtere poterit.

V. Vires vectis & efficacia in ſuperandis Reſiſtentiis, non eſt quòd hîc iterum nimis operosè demonſtretur: Oſtenſum eſt enim Propoſitione 2. Paragraphi ſuperioris, Potentias agere & pati in ratione diſtantiarum reciproca à Tertia ſuſtentante Potentia, quæ in aſſertis Vectibus eſt Hypomochlium, vel aliud ſimile ſuſtentationis aut appenſionis Punctum. Quare cùm citata Propoſitio utatur in demonſtrando Symmochlio, ſive Vecte ſecundi generis: par autem ſit ratio & de Antimochlio; in quo præterea Propoſitione 3. demonſtratur æquivalentia Potentiarum ad Antimochli brachia ſive diſtantias reciprocè proportionalium, uterque iſte Vectis operabitur juxta ea quæ in Univerſali Machinarum Principio ſunt aſſerta. Denique nec Loxomochlus mutat quidquam præter Terminos Potentiarum tranſverſim tendentium; quibus ſi æquivalentes homodromæ accipiantur, & in Antimochlo ex æqualibus vel proportionalibus diſtantiis diſponantur, eandem æquivalentiam vel motum in hoc efficient, quem priores in priori.

IN TROCHLEA

Phænomenon I.

TRochleæ nomine intelligitur Orbiculus ille qui per Lineam flexibilem ſive chordam, funiculumve, in ipſius peripheria receptam, & à Potentia Motiva pertractam, circa axem ſuum verſatur in gyrum. Sunt autē ejuſmodi Orbiculi

duplices : Alii qui circa axem conſtantem & immobilem moventur : Alii qui ſimul cum axe, circa quem volvuntur, locum mutant, & in aliquam poſitionis differentiam recta progrediuntur. Utroſque Scriptores Mechanici eodem Trochleæ nomine inſignire ſolent : ſed ſi loquamur in eo rigore, in quo Trochlea velut Machinæ ſpecies ad augmentum virium Potentiæ aſſumi dicitur, nomen id æquiori jure debebitur orbiculis illis Incõſtantibus & progreſſuris, utpote per quos potentia juvatur in agendo, non autem per illos qui circa axes fixos & conſtantes revolvuntur. Hoc tamen non obſtante etiam hi Trochleæ Inutiles cum adjecto dici poterunt, eo quod cum aliis illis, à quibus ſignra non differunt, combinati, unam quaſi Machinam integrare poſſunt, quam Trochleam Polyſpaſtam communiter appellant, in qua ejuſmodi Orbiculi ad motum Potentiæ in aliam poſitionem transferendum adhibentur. Quod autem hæ Conſtantes ſed Inutiles Trochleæ nihil conferant ad facilitandam operationem Potentiæ, & fatentur omnes, & patet inde, quod eæ nihil ſint aliud, quam Libra brachiorum æqualium perpetua ſive continua : at vero de Trochleis Inconſtantibus & Utilibus contrarium docet experientia, qua conſtat per eas inſigniter juvari Potentiam : de modo tamen quo id fiat, inter Authores non convenit, aliis ex fundamento Symmochli, ſive Vectis ſecundi generis eas operari affirmantibus ſine evidenti demonſtratione : aliis è contra negantibus, cum inſtantiis quibusdam in contrarium adductis, quæ cum difficultatem aliquam prima fronte præ ſe ferre videantur, noſtrum Principium Mechanicum Univerſale mirifice ſtabiliunt, ut infra conſtabit.

II. Trochleam itaque Utilem de qua eſt ſermo, ad Symmochlum revocari negant P. Nicolaus Zucchius, & P. Paulus Caſatus, prout ii citantur à Machia Mechanica lib. 2. Syntagm. 4. cap. 3. Eorum prior tres has inſtantias & rationes adiiciunt pro ſua opinione facientes : & Primò quidem quærit, *Qua ratio Vectis ſecundi generis eſſe poteſt in iis* (orbiculis II, III, IV, V, aut eorum Diametris) *cum tantum moveatur ex-*
Iconiſ. N. Fig. 27. & 28. *tremus, Diametri rotulæ in quo dicitur Vectis firmari, quantum movetur oppoſitum extremum ejuſdem, quod dicitur urgeri à virtute, & æqualiter ſemper mutentur hujuſmodi Diametri ſignata in rotulis, ut ſemper nova Diametri horizonti æquidiſtantes in orbiculis bene ſuſpenſa trochlea ſint ſignabiles ?*

2. *Rurſum ſi impediantur rotulæ inferiores à convolutione, & ſic ab eis amoveatur omnis ſuſpicio vectis, deberet auferri omne adjumentum virtutis per trochleam: nihilominus ſi tam funis circumpoſitus rotulis, quam ipſæ bene lævigentur, ut in frictione ſit minus impedimentum, excurrente fune inter rotulas potentia trahente, magnum illis accreſcit in trochleis ita conſtitutis adjumentum : Ergo illud rotulis etiam motis minus rectè tribuitur communiter vectis in ipſis aſſignato, &c.*

3. *Interim aufer rotulas omnino, & appone annulos, inter quos excurrat funis, & iſtam opinionem falſitatis magis adhuc convinces.* Hæc ille. P. Caſati inſtantia de navium lignis in ellipſin efformatis quibus rudentes intenduntur, cum duobus poſtremis coincidit : quæ cum inferius in explicatione virium Trochleæ ſolutionem ſuam commodius ſint acceptura : prima illa in qua rei cardo vertitur, & ejus difficultas à nemine, quod ſciam, eſt complanata, tum primum expedietur, ſi demonſtratum fuerit Trochleam Inconſtantem ad ſecundum genus Vectis aliquando propriè & directè, aliquando ſaltem reductivè pertinere : id autem oſtendere conabimur hoc modo :

Eſto Trochlea Inconſtans A M B Q, cujus Iconiſ. N.
Axis C punctum ſit & linea flexilis ſive chorda Fig. 26.
quædam Trochleæ circumpoſita K A D M B E F H, cujus enim extremum firmatum in K, alteri in H applicata Potentia quæcunque ſurſum motiva ponderis G. ex Trochleæ centro ſive axe C ſuſpenſi. Dico diametrum Trochleæ, è cujus medio pondus appenſum, à Potentia H ſurſum eſt mobile, eſſe vectem ſecundi generis Utilem : totam verò Trochleam in motu ſurſum continuato, vectem ejusdem generis Perpetuum & inconſtantem. Aſſignetur enim Diameter hæc, ipſa A C B : & majoris evidentiæ ac diſtinctionis gratia, opponatur eſſe juſto plus inclinata ad Horizontem Staticum D E : revera tamen inſenſibiliter inclinari, & punctum A, à puncto D, contactus funis ad Trochleam quam minimum diſtare concipi debet : progreſſus autem totius trochleæ ſurſum cum pondere, ſit ipſa C L altitudo, in cujus extremo L. Diameter A C B obtineat ſitum A L F. Horizonti Statico parallelum. Et quoniam in Triangulo A F B ducta eſt L C lateri F B parallela, auferet ea Triangulum A L C, toti A F B ſimile (*Coroll.* 4. 6. *Elem.*) Quare juxta *Def.* 1. 6. dicta Triangula habebunt & angulos ſingulis æquales, & latera circum æquales angolos proportionalia. Igitur (*per* 4. 6. *Elem.*) erit ut latus A C ad C L, ita A B ad B F. Quare & (*per* 16. 5.) permutando erit ut A C ad A B, ita C L ad B F : Eſt autem latus A B, lateris A C duplum : utpote Diameter Semidiametri : erit igitur & ipſum B F, ipſius C L lateris duplum. Cum autem quævis aſſignabilia Diametri A B verſus A F motæ puncta eo tardius moveantur, quo ſunt viciniora puncto A, ut ſimili diſcurſu oſtendi poteſt : Conſequens eſt punctum A eſſe Centrum, circa quod Trochleæ Diameter A B, tanquam jam ſemidiameter alterius motus effecta, Circulari Latione deferatur. Quo tempore igitur potentia extremo B Diametri A B applicata percurrit ſpatium B F, eodem pondus G in ipſius medio appenſum conficiet ſpatium C L prioris ſubduplum : altero lineæ A B, extremo ad A. velut Hypomochlio conſiſtente. Quæ omnia cum ſint de natura & exigentia Vectis ſecundi generis : ad illud igitur hæc Trochleæ Diameter revocabitur.

Sed cum ad quodvis minimũ motus ſurſum à Potentia H exerciti, tam puncta A, quam Vectes ipſi, ſive Diametri trochleæ, circa ea ut conſiſtentia mobiles perpetuo mutentur, & novæ novis cõtinuo ſuccedere concipi debeant; quod igitur hic

hîc de una earum demonſtrata eſt, id de infinitis aliis ſibi contiuuo ſuccedentibus intelligendum erit, adeoque ob harum Diametrorum cootinuam ſucceſſiooem, tota Trochea Vectis erit ſecuodi geoeris perpetuus.; Quod erat oſtendendum.

Adverti aotem volo 1. Motum ponctorum B & C. circa A Circularem intelligi poſſe, in quantum A punctum non retrocedit verſus D: talem tameu non eſſe, eo quod punctum A. verſus Tangentem DK. tranſverſim divertat. 2. Differentiam eam quæ eſt inter BF. Tangentes & Sious, in arcu minimo, qualem concipiendum eſſe monuimus, nullius eſſe momenti, nec id officere Demonſtrationi factæ de Diametro AB, cui in quovis inſtaoti motûs, aliæ atqoe aliæ æquivalentes ſuccedere incipiuntur.

Ex his colligitur velocius moveri onum Extremum Diametri in Trochlea quam alterum; cujus cootrarium prima aſſerebat inſtantia.

III. Quoniam verò non in omni Trochlea Utili, Extremum illud Diametri, quod ad ſecundum genus vectis conſtituendum fixum eſſe neceſſe erat, manet immobile: in Trochleis enim Polypaſtis ſive Compoſitis quales *Figura* 27 & 28. repræſentant: Orbiculus quidem II. Figuræ 27. habet ſe juxta ſuperius demooſtrata; quod nimirum una extremitate Diametri quieſcente, alterum ejusdem Extremum duplo celerius moveatur quam Pondus Orbiculi Centro vel axi appenſum, ideoque ſit propriæ Vectis ſecundi generis: In altero tamen Orbiculo III. Figuræ 28. extremum B Diametri ACB, triplò velocios movetur quam pondus, quod in C appenſum eſſe intelligitur; & quantum pondus C ſurſum provehitur, videlicet ex C in L puoctum, tantuodem extremum alterum A. retrocedit, ut ex A in M. Præterea in Orbiculo IV. figuræ 27. punctum B quadruplo celerius fertur quam pondus in C, & Extremum A. Diametri ejusdem ACB. duplo plus retrocedit quam C. progrediatur, videlicet ex A in M. Denique in Orbiculo V. Figuræ 28. Punctum B. cum poteotia quintuplo plus ſpatii conficit quàm pondus in C: nec non extremum alterum A triplum ejus retrocedit, quo pondus C progreditur: Et idem coofequenter in ulteriore Trochlearum ſerie videre eſſet. Quocirca cum Orbiculorum III. IV. V. longè diverſa ſit conditio ac in Orbiculo II. ſit demonſtrata, & nihilominus in comperto eſt potentiam in illo Orbiculorum motu juvari; quoniam ratione id fieret, & in qoo genere Vectis, hacteous à nemine proditum videre licuit, cum ſatisfactione. Id igitur attentius conſideranti, obtulit ſe planiſſima quædam Methodus ad explicandas ejuſmodi motionum Vires & naturam, ſimul cum Novo Genere Vectis, quod in iis deprehendo. Et quia nimis prolixum eſſet ſingula in rigore Geometrico deducere; ſufficit nunc ſi γεωμ-μικῶς ac breviter totum id negotium, alias per ſe oon obſcurum, proponatur.

Theorema I. Lemma.

SI duobus Reſiſtentibus (A & C.) *æqualis vel inæqualis in oppoſitum Reſiſtentia, Linea quæpiam rigida ſive vectis* (AB.) *major utriuſque Reſiſtentis ab invicem diſtantia interſeratur: ejuſque alterum extremum.* (A.) *Reſiſtentium remotiori applicetur, viciniore verò inter extrema Lineæ exiſtente, alteri Lineæ extremo Potentia quædam Motiva* (B.) *admota, utriq; Reſiſtentium contranitatur; Erit in hac linea punctum quoddam* (N.) *inter utrumque* (A. & C.) *Reſiſtens poſitum ea ab utroque Reſiſtente diſtantiarum ratione, in qua ſunt ipſorum* (A & C.) *reſiſtentiæ ordinatim; & circa quod tanquam centrum reliquæ partes ipſius Lineæ circulariter deferantur, totaque linea Novum genus Vectis ex primo & ſecundo in unum coaleſcens compoſitumq; conſtituat.* Quoniam Puncto N centro motus, & ſimul Hypomochlio imaginario exiſtente, Reſiſtens A movebitur ex ratione Vectis primi generis ANB. Reſiſtens verò C, ex ratione ſecundi generis NCB. Quæ ratio Vectium, punctum N ut Hypomochlium aptitudinale habeotium, porior eſt eâ, in qua duo Reſiſtentia A & C hypomochliorum vices ſibi mutuò præſtare concipiuntur, quia ſi actualiter io puncto N axis firmetur, prior ratio manet hâc poſteriore ceſſante. Icon.N. Fig.29.

Theorema II.

SI in Trochlea Utili (III.) *ſimul cum Orbiculo Inutili* (P.) *ſumpta. Centro vel Capſulæ alterum funis extremum alligetur* (in Q.) *& fune circa utrumque Orbiculum circumducto alteri ejus extremo Potentia Motiva applicetur* (in R.) *Extremum id Diametri* (ACB) *cui potentia Motrix applicata eſſe intelligitur* (ipſum B.) *triplo celerius movebitur* (ex B in F.) *quam Centrum vel axis Diametri cum appenſo Pondere promoveatur* (ex C in L.) *Alterum verò extremum* (A.) *Diametri tantum retrocedet* (ex A in M.) *quantum Pondus* (ex C in L.) *progreditur. Eritque in hac Trochlea Vectis Compoſiti Centrum* (Puuctum N.) *in ſemidiametro* (AC.) *à Potentia motiva remotiore medium; & Potentia in* (B.) *extremo Diametri Pondus ſuſtinens, ipſius ſubtripla.* Nam in Diametro ACB ut eſt Vectis Coompoſitus; ſive primi generis Vectem ANB attendas, Diſtantia major NB, tripla eſt minoris NA: ſive ſecundi generis Vectem NCB, etiam Diſtantia NB tripla eſt diſtantiæ NC. Sumptis itaque reſiſteotiis in A & C punctis Vectis utriuſque pro una Reſiſteotia, prout & io utroque Vecte ad extremum B utrique commuoe, una & commuois eſt Potentia motiva; Tota hæc Potentia totam illam Reſiſteotiam Ponderis ſuſtinens erit ipſius ſubtripla, movens autem aliquantò major. Figur.28.

Theorema III.

Fig. 27. *SI in Trochlea* (IV) *ſimul cum toto aliorum Orbiculorum ſyſtemate ſumpta Diametri extremo* (*B*) *Potentia motiva applicatur* (10 S.) *Motus hujus* (ex B in F.) *ad motum Ponderis* (ex C in L) *erit Quadruplum ; alterius autem extremi retrogreſſus* (ex A in M) *ad eundem motum Ponderis duplus. Eritque in hoc orbiculo Vectis Compoſiti centrum punctum quoddam* (N.) *Diametrum* (AB.) *ita dividens,* (in N.) *ut in Vecte primi generis* (ANB.) *portio minor* (AN.) *ad majorem* (NB.) *ſit ut* 2. *ad* 4. *In vecte verò ſecundi generis* (NCB.) *portio minor* (NC.) *ad majorem* (NB.) *ſit ut* 1 *ad* 4. Quoniam igitur in vecte primi generis ANB, extremo A applicatum eſt non plus quàm dimidium Ponderis è medio Diametri C puncto pendentis, id videlicet quod beneficio Trochleæ II. tanquam vectis ſecundi generis, ſentitur: idcircò. Quia in hoc vecte ANB diſtantia major NB, minoris NA eſt dupla, Potentia in B ſuſtinebit dimidium dimidii $\frac{1}{4}$. Eodem modo in vecte ſecundi generis NCB. minor diſtantia NC majoris NB eſt $\frac{1}{4}$. Quare ſi duæ hæ reſiſtentiæ A & C punctis Vectis utriuſque ſumantur pro una; & potentiæ in B eas ſuſtinentes etiam in unam componantur: Tota B prioris totius Reſiſtentiæ erit ſub quadrupla: movens autem eam aliquantùm excedens.

Theorema IV.

Fig. 28. *SI in Trochlea Utili* (V.) *ſimul cum reliquis ejus Figuræ orbiculis ſumpta extremo Diametri B. Potentia Motiva applicetur, motum hujus* (ex B in F) *ad motum Ponderis* (ex C in L) *fore Quintuplum: regreſſum autem alterius extremi* (A in M.) *triplum. Futurumque in hac Trochlea Vectis Compoſiti Centrum quoddam punctum* (N.) *à quo Diameter hæc* (AB.) *ita dividatur, ut in Vecte quidem primi generis* (ANB.) *Diſtantia major* (NB.) *ad minorem* (NA.) *ſit ut* 5. *ad* 3: *In Vecte autem ſecundi generis* (NCB.) *Diſtantia major* (NB.) *ad minorem* NC) *ut* 5. *ad* 1. Quoniam verò in vecte primi generis ANB. Punctum A. ex diſtantia minore NA ſuſtinet ponderis totius $\frac{1}{5}$ idque beneficio Trochleæ III. in qua oſtenſum eſt Potentiam applicatam eſſe ponderis ſubtriplam, & par eſt ratio de eadem circa Orbiculum Inutilem ad Trochleam V continuata: Idcirco Potentia in B ex majore diſtantia NB æquilibrium cum priore faciens, erit Ponderis totius $\frac{2}{5}$: Eſt enim permutatim ut diſtantia AN. 3. ad Ponderis, $\frac{2}{5}$: ita Diſtantia NB. 5, ad Ponderis $\frac{2}{15}$, ſive $\frac{2}{5}$. Eodem modo in Vecte ſecundi generis NCB. potentia in B. ex Diſtantia NB 5. Ponderi in C. ex Diſtantia NC. 1. æquilibris & ſufficiens, erit in ratione prædictarum Diſtantiarum reciproca, videlicet ut 1. ad 5. Tota igitur Potentia in B utrique illi ſuſtinendæ Reſiſtentiæ par, prout etiam duplicata intelligitur, erit Ponderis ſubquintupla: & movendo ſufficiens, ſubquintupla major.

Hinc patet I. Quæ de Trochleis his III. IV. V. ex fundamento Vectis Compoſiti operantibus dicta ſunt, ad ulteriorem ſimilium Trochlearum ſeriem extendi, ut conſtare poteſt inductione.

2. Primæ illi Vectis ſimplicis in tria genera Diviſioni, alteram Vectis Compoſiti accedere poſſe, qualem infra dabimus.

3. Remum de quo fuit Controverſia inter Authores, cum his Primum, illis Secundum genus Vectis eſſe contendentibus, ut plurimum ob aquæ retrogreſſum, & ſcalmi progreſſum ad hoc Compoſitum vectis genus pertinere.

4. Vectem hunc Compoſitum eſſe vel Interruptum ut ipſa ſola Diameter, vel perpetuum, ut rota ejuſmodi Trochlea. Plura quæ de eo dici poſſent brevitatis ſtudio nunc prætereunda.

IV. Diviſio Trochleæ apud Mechanicos hactenus uſitata, in Monaſpaſtum, Diſpaſtum, Triſpaſtum, &c. & iterum horum ſingulorum in duo vel aliquando tria genera, minus videtur eſſe ordinata & expedita, ut eam apud Authores attentius conſideranti patebit: Confuſionis origo eſt, quod Utiles Trochleæ cum Inutilibus ſine delectu eodem numero comprehendatur. Ad evitandum itaque illud incommodum, aliam multo compendioſiorem, & imaginatione facilius comprehenſibilem Trochleæ diviſionem proponere placet: quæ præterquam quòd ad diviſionem Vectis ſit analoga, hoc inſuper adfert emolumentum, quod eâdem vocetam Motus Potentiarum ad hanc vel illam puſinoois differentiam, quam earundem ad Reſiſtens proportionem animo objiciat.

Primò itaque, ſicut ſuperius etiam memini, Trochlearum Alia eſt Inutilis: ea videlicet quæ eſt Conſtans & in axe ſtabili volvitur. Alia Utilis, quæ nimirum eſt Inconſtans & progreſſiva: ſive ea ex fundamento Vectis ſecundi generis, ſive Compoſiti operetur.

Secundò Trochlea Utilis, excluſâ Inutili, Alia eſt Monoſpaſtus, alia Polyſpaſtus, id eſt ex pluribus Trochleis Utilibus compoſita: quæ Polyſpaſti quamvis plerumque etiam alios Inutiles Orbiculos habeant adjunctos, quia tamen ij non ſunt σπαςικοὶ, ſive trahendi vim nullam conferunt, non injuria poterunt excludi ab eo cenſu, qui circa verè Polyſpaſtos, & Utiles Trochleas inſtituitur: cùm præſertim poſita harum ſufficienti explicatione & ſtructura, Inutiles illi non difficulter intelligi poſſunt, ut ex dicendis conſtabit.

Tertiò Trochlea Utilis tam Monoſpaſta quam Polyſpaſta eſt vel Parium, vel Imparium; intelligo momentorum, aut numerorum circa ea. Parium ſunt illæ in quibus augmentum ejuſdem potentiæ creſcit vel decreſcit in progreſſione numerorum parium à binario incipiennum, & per differentiam binarii progredientium. Sic in Figura 27. Trochleæ II. IV. & quæcunque aliæ ſequentes VI. VIII. X. &c. quoad activitatem ſuam creſcunt in dicta ratione. Imparium verò quæ progrediuntur in numeris imparibus à ternario per differentiam binarii:

quales

Quales ſunt in Figura 28. Trochleæ III. V. & aliæ Quæ illas ſequerentur immediatè VII. IX. XI. &c. Diſparitatem hanc inter Trochleas inducit illud, quod hæ imparium Trochleæ habeant adnexam ſibi ſuois extremitatem, quæ etiam cum Trochleis ſurſum progreditur, & unius Potentiæ Suſtentantis obit officium, ideoq; vim confert in elevando; quod non fit in Trochleis Parium, io quibus etiamſi funis extremitas in K firmata, affigeretur in Q puncto Capſulæ quieſcentis Inutilium Orbiculorum, Suſtiuens novum non accederet, ſed aliò tantùm transferretur.

Quartò Truchleæ Utiles Parium & Imparium aliæ ſunt Syſpaſtæ, videlicet eæ, in quibus potentia moventur iu eandem poſitionem cum Pondere. Aliæ Antiſpaſtæ, in quibus ad oppoſitum ſitûs differentiam fertur potentia, quod per additionem Trochleæ Inutilis & conſtantis contingit, ut in Figuris 27, & 28 per partes vel integrè ſumptis apparet. Aliæ denique Loxoſpaſtæ in quibus Pontentiæ motus ad motum Ponderis eſt tranſverſus. Applicatio porrò potentiæ tranſverſi fieri poteſt vel circa ipſos Utiles Orbiculos, ſed tunc cavendum erit ne Pondus à perpendiculari aſcenſu detorqueatur; vel circa Inutiles & conſtantes; ut obique Siniſtrorſum vel Dextrorſum. Hæc quamvis non ita ſint in uſu, expedit tamen indicaſſe.

Univerſaliter itaque ex præmiſſis, Utiles Trochleæ omnes diſtinguentur in hunc modum, quem in exemplo Monoſpaſti & ſequentium ſic breviter oſtendo. Monoſpaſtus Parium, qualis eſt iu figura 27. ſola Trochlea II, habens potentiam in H applicatam, dicetur Symonoſpaſtus vel Monoſpaſtus Parium: cui ſi accedat Orbiculus Inutilis T. ut ſic Potentia feratur contra Pondus aſcendens; dicetur Antimonoſpaſtus Parium, qualis eſt in Fig 28. Trochlea III. ſimul cum Orbiculo P. ac potentia in R. applicata, dicetur Synmonoſpaſtus Imparium: quod ſi potentia R circa orbiculum T fune deorſum converſo, tendat contra Pondus aſcendens, erit eadem Trochlea III. Antimonoſpaſtus Imparium, &c. Sic in Tota Figura 27. Trochleæ II. & IV. dicentur Syndiſpaſtos Parium, & in Figura 28. ut conſtructa cernitur, erit Syndiſpaſtos Imparium; & ſic de cæteris quibuſcunque Polyſpaſtis.

Porrò in quavis Trochlea Polyſpaſta omnium Orbiculorum Utilium ſimul & Inutilium non otinsè adhibitorum, numerum inire difficile non erit, duabus his Regulis obſervatis.

1. *Syſpaſti Parium Orbiculos Utiles Inutilibus uno plures habent: Imparium Syſpaſti totidem hos, quot illos.*

2. *Antiſpaſti Parium tot Utiles habent, quot Inutiles Orbiculos: Antiſpaſti Imparium Inutiles uno plures.*

Dixi autem Inutiles Orbiculos otioſos eſſe non debere, ſed circa axiculos ſuos convolvi vi applicat... Nam in Fig. 27. poſſet extremum funis in K firmatum, Orbiculo cuidam infra ipſum T Orbiculum deſignabdi circumplicari & poſtmodum ad idem punctum L. vel aliud infra redire; ſed ille talis Orbiculus eſſet prorſus otioſus, & ſuperfluus, ac proinde non meretur qui inter Orbiculos cenſeatur, multo minus qui genus conſtituat, quod tamen ei non negarunt Authores.

Denique Diviſionis hujus noſtræ beneficio, habita cujuſcunque Trochleæ Polyſpaſtæ denominatione, in quamcunque poſitionem Potentia moveatur, vires habentur è veſtigio, duobus his Canonibus obſervatis.

1. *In Trochleis Utilibus Parium, ut 1. ad duplum numeri trochlearum, ita Potentia ad Pondus.*

2. *In Trochleis Utilibus Imparium, ut 1. ad duplum earum cum unitate, ita Potentia ad Pondus.* Sic ſi quæratur; In Tetraſpaſto Parium v. g. Potentia quantum poſſit? tunc duplum ipſius numeri 4. dat 8. Ponderis ad Potentiam ut 1. rationem: in Imparium vero Tetraſpaſto, erit ut 9. ad 1. ita Pondus ad Potentiam, & convertendo.

V. Vis & activitas Trochleæ ex Principio noſtrò Mechanoſophico Univerſali, mira facilitate & evidentia deducitur, eo quòd in ea Potentiæ Suſtentantis in plures æquales diſpertitæ Proportio ad Pondus & Potentiam motricem in conſpectum ponatur. Et quamvis de ſingulis Utilium Trochlearum ſpeciebus & combinationibus difficile non eſſet oſtendere earum activitatem ex fundamentis Symmochli ſive Vectis ſecundi generis, vel Vectis Compoſiti; brevius tamen & univerſalius tam in Trochlea, quàm inſtantiis illis à P. Nicolao Zucchio contra Trochleam productis ſupra num. 2. negotium id expediri poſſe videtur dicendo. Quod ſi in ejusmodi machinis major ſit ſuſtentatio Ponderis ab una vel pluribus potentiis Suſtentativis exercita, quam ſit exceſſus ille quo Pondus abſolute ſuperat Potentiam Motivam; tum haec reliquæ Pondus activitati prævalituram. Vel clarius in æquilibrio & conſiſtentia. Si Potentia Motrix, ſimul cum Suſtentantibus Potentiis ſumpta æqualis ſit toti ponderi, fiet tum inter pondus & potentiam æquevaleutia & quies. Data itaque quacunque Trochlea Polyſpaſta, ſive in ea Orbiculi circa axes ſuns moveantur, ſive non (abſtrahendo interim à reſiſtentia ex affrictu funiculorum) item, ſive in locum Orbiculorum annuli ſubſtituantur, ut illa inſtantia voluit: ſive ut in Figura 30. videre eſt, duobus cylindris AB, & CD. Lævibus funis circumducatur; cujus una extremitate in H firmata, alteri in F. ſcon N. Fig 10.
Potentia deorſum Motiva applicetur, pondus G. ex inferiori Cylindro dependens ſorſum attractura, &c Dato denique numero ſuſtentationum ponderis à fune ad inferiores Trochleas, annulos, Cylindrum, &c. Si Potentia quædam Motrix eam habeat rationem ad pondus, quam Unitas ad numerum ſuſtentationum infra computatarum, Pondus illud annexum ejuſmodi Machinæ, à potentia alteri funis extremitati applicata in æquilibrio detentum iri; & ſi potentia Motrix aliquantum augeatur, etiam elevandum

 eſſe

eſſe. Nec in hac reſponſione faceſſit ullum negotium Symmonoſpaſtus Impetium (in Fig. 28.
Icon N. Fig. 28. Trochlea III. cum Orbiculo P & potentia in R) ubi funis extremitas altera in Centro Trochleæ ſive axe C. firmata eſſe intelligitur, quæ in Q eſt affixa: quaſi in ea non eſſet æqualitas ſuſtentationis in punctis A C B. Nam quia in Symmochlo ſive Vecte ſecundi generis A B. Pondus in medio ejus C. puncto appenſum æqualiter diſtat ab extremis A & B, tantum aget in B, quantum in A: ſed quantum A. patitur, tantum ope orbiculi P transfunditur & communicatur ipſi C. puncto ſuſtentanti: Ergo cum ſuſtentationes C. & B æquales ſint eidem A, erunt & inter ſe æquales in ratione ſuſtentandi.

IN CUNEO ET COCHLEA.

Phænomenon I.

ABſtruſam prorſus, & ab obvio quovis ſenſu longe diſſitam eſſe Cunei Naturam, arguit diverſitas ſententiarum in quas abeunt Authores explicantes activitatem Cunei: & profecto nodus eſt in ipſo Cuneo, cui divellendo nec dum à quoquam parem Cuneum admotum fuiſſe cõſtabit ex dicendis, in quibus, quantum per impoſitam ſcribendi brevitatem licebit, difficultates in Cuneo occurrentes, ſi non penitus diſſolvere, ſaltem breviter indicare conabor.

Prima itaque Sententia eſt Ariſtotelis in quæſtionibus Mechanicis aſſerentis. Cunei latera in dividendis fiſſilibus gerere vicem duorum vectium primi generis ſibi invicem oppoſitorum: quales eſſent in Fig. 31. Vectes A C. & B C, in eisq; puncta D & E. fulcimenta; Potentia movens ipſa incuſſio ad baſim cunei facta; Pondus autem vel Reſiſtens ſuperandum in C Vertice Cunei.

Secunda Guidubaldi & aliorum complurium volentium eadem latera Cunei, eſſe potius Vectes ſecundi generis; ita ut C. vertex ſit Hypomochlium utrique commune; Reſiſtens in punctis D & E: potentia in A & B.

Tertia ejusdem Guidubaldi exiſtimantis ideo quod Cuneus ſcindendo moveatur, poſſe id quod finditur intelligi ſuper latera Cunei tanquam ſuper plana ad Horizontem inclinata moveri: plana tamen illa nihil aliud eſſe quam Vectes ſecundi generis ut prius.

Quarta complurium R R. qui excluſâ omni ratione Vectis in Cuneo, inſiſtentes principio ſuo Motionum mechanicarum in velocitate motus poſito, concludunt ideo per Cuneum exiguam potentiam divellere ingentia pondera, quia in ejus uſu potentia velocius movetur quam partes ipſius fiſſiles, hinc & inde divulſæ.

Verum inprimis contra tres priores ſententias in Cunei lateribus Vectem cujuſcunq; generis agnoſcentes hæc faciunt 1. De ratione Vectis eſſe ut is circa punctum aliquod Circulari Latione feratur; Perfectâ quidem, quando illud punctum eandem ſemper ab ejusdem Vectis extremis ſervat diſtantiã, ut fit cõmuniter: Imperfecta verò, quando ad quodvis inſtans motus mutatur, ut fieret, ſi Hypomochlii vicem gereret Cylinder vel Sphæra, vel quando ipſum Hypomochlium juxta diverſum reſpectum eſſet ſimul Reſiſtens ſuperandum, quod in fiſſionibus contingere patebit infra. 2. Operatio Cunei perficitur, ut rectè notat P. Zucchius, eſto nec vertex, nec partes illi vicinæ quidquam corporia findendi contingant. 3. Si vertex Cunei qui juxta primam ſententiam Reſiſtens dimovere: vel in ſecunda ac tertia, fulcimenti vice ſubire dicebatur, ſit decurtatus, nihilominus ſciſſionem fieri, ſi reſiduum Cunei adigatur intra fiſſile, prius aliquantum divulſum. 4. In ingreſſu Cunei mutatur ſemper & decreſcit proportio Diſtantiarum in vectibus ab authoribus aliis aſſignatis, & tamen æque facilè, immo facilius circa finem ſciſſionis Cuneus operatur.

Jam vero contra eam ſententiam, quæ in velocitate motus activitatem Cunei fundat, vim habent ea, quæ in eam rem Paragr. 1. ſunt dicta: Ut quod velocitas hæc ſit quid poſterius ipſa activitate machinæ à potentia præexcitatæ: ac proinde Motum ſimpliciter ut cauſam ejus efficaciæ aſſeri non poſſe.

II. Verum antequam quid de Cuneo ſentiendum ſit proferamus, illud in Authoribus illarum ſententiarum obſervare licet: eos communiter Cunei vires tanquam plane prodigioſas admirari; tum verò rationem Vectis in ipſo Cuneo, ubi non eſt admittenda, aſſignare: vel in operationibus aliquibus Cuneum conſequentibus, ubi eſt manifeſtiſſima, non agnoſcere. Nam cum vires maximas prodat Cuneus in diviſionibus fiſſilium, ad quas perficiendas ut plurimum adhibetur: in ejusmodi fiſſionibus operationem illam, meo judicio non tanta admiratione dignam, ex fundamento Vectis ſecundi generis perfici, manifeſtius eſt quam ut prolixa demonſtratione indigeat. Quia enim *in Fig.* 31. in fiſſili D E F G. Reſiſtens à Cuneo ſuperandum non ſunt extrema D & E, ſed ipſa continuitas corpo- Iconiſ N.
ris in H. ubi fiſſura terminatur: quocirca late- Fig. 31.
ra interiora D H & E H ipſius fiſſuræ, erunt Vectes, quorum extremis D & E, Cuneo mediante applicatur Potentia Impulſiva, v.g. malleus, cujus impulſum orthogonalem unum eundemque, Cuneus ad latera reflectit, & in utrumque D & E, extremum, quodammodo ex æquo partitur: Hypomochlium vero in hac operatione eſt fluens & mutabile: ejus enim vice funguntur partes ipſius corporis, ab iis quæ in H. immediatè findendæ ſunt, aliquantulum remotiores, ut ſunt eæ quæ verſus K ſpectant. Conſonat experientia & aſſertum id probat, Imprimis in Corporibus quæ in Longum fiſſilia non ſunt dividendis, ut plumbo, lignis tranſverſis, &c. Cuneum nihil prodigioſi efficere: quin potius ei Laterum divaricationem obeſſe, quæ planum aliquod diviſivum in ea corpora adactum non impediret. Deinde nemini non conſtat, aut experiri quotidie difficile eſt, quod creſcente longitudine laterum interiorum fiſſuræ; hoc eſt diſtantiis D H. & E H. facilior evadat ſeparatio fiſſilis, manentibus cæteris paribus, & impulſu potentiæ & ingreſſu Cunei: præſertim verò ſi fiſſile ſit ejus naturæ, ut latera D H, & E H, etjam in majori quavis longitudine non ſint nimis flexibilia, & in arcum curventur, ſed in totius fiſſionis progreſſu rigida, & quam proximè rectilinea perſeverent.

III. Quo-

III. Quoniam verò non in ſolis ejuſmodi corporum fiſſionibus, ſed in preſſionibus, etiam & elevationibus non exigua vis Cunei perſpicitur, ſi præſertim is in acutiorem angulum deſinat, idcirco effectûs hujus principium & cauſa ut inveſtigetur, obſervandum inprimis eſt Cuneum eſſe Triangulum, vel Quantitatem Linearem, planam, aut ſolidam trilaterâ præditam figurâ & ad excipiendam quocunque Latere vim Potentiæ Motivæ vel Reſtitivæ, aſſumptam: deinde Triangulum ejuſmodi Aliud eſſe Conſtans & fixum, ut ſi *in Fig.* 32. Trianguli ABC baſis AC Horizonti Statico æquidiſtet & firmiter conſiſtat, dum interim ſupra Latus AB inclinatum, unum vel plura Gravia, ut ipſum D. à minore vel æquali Potentia E. juxta Latus BC, vel aliud decurrente & cum Gravi D. quoquomodo connexa elevetur aut in conſiſtentia detineatur: vel ſi *in Fig.* 33. Triangulo ABC ſimiliter conſiſtente. Pondus D. à Potentia quadam juxta Lineam EF, vel aliam ei æquediſtantem, in Latus AB directa & impingente ſurſum promoveatur. Aliud Triangulum eſt Inconſtans, quale eſſet *in Figura* 33 ſi illud ſupra baſim AC Horizonti ſtatico æquidiſtantem à Potentia eidem æquidiſtanter motâ in directum impelleretur contra Pondus D. quod Latus AB trianguli in puncto F contingeret, & præterea à Linea quadam FE. circa punctum E convertibili detineretur: vel ſi *in Figura* 32. Triangulum ABC à Potentia eodem modo ſecundùm directionem Lateris AC tendentem ſupra eandem baſim AC promoveretur contra pondus D. è linea DF in puncto F detentum. Ex his autem patet Potentias Motivam & Reſtitivam in Triangulo motas, eſſe quemadmodum & in Circulo dictum, vel Syndromas; ut ſi *in Fig.* 32. Grave D. à Potentia quadam juxta directionem lateris AB ſurſum contranitente extolleretur: vel Antidromas; ut dum in eadem 32. *Fig.* Grave D à Gravi E, juxta latus oppoſitum deſcendente evehitur in altum: vel Lyxodromas; quando *in Fig.* 33. Grave D. à Potentia quadam tranſverſim juxta rectam EF mota, & in latus AB incidente ſurſum promovetur. Et ex horum motuum in Triangulo conſideratione oriuntur duæ difficultates non mediocriter involutæ, ex quibus explicatio tota Cunei dependet.

Prima eſt in Motibus utriuſque Potentiæ Parallelis ad latera Conſtantis Trianguli: ut ſi *in Fig.* 32. Grave D. ab inclinato AB. Trianguli latere ſuſtentatum connectatur per Lineam flexilem cum altero gravi E; oſtendendum eſt quæ ſit ratio Gravitationis & activitatis in Gravi D. à declivi Linea vel plano AB. ſuſtentato ad grave E ab omni ejuſmodi ſuſtentatione liberum; & etiam conſequenter à minori vel majori inclinata ſuſtentatum. Conatur id demonſtrare Stevinus lib. 1. Statices Prop. 19. ubi vult; In omni Triangulo cujus latus unum Horizonti æquidiſtat, ita eſſe iſacoma ſiniſtrum D. ad antiſacoma dextrum E; ut latus ſiniſtrum AB. ad latus dextrum BC. Rationẽ quâ probat id, ſumit ab abſurdo Motûs perpetui, niſi Propoſitio illa vera ſit, ſecuturi: Sed bonâ ipſius veniâ dictum volo, Ratiocinatio hæc Principium petere videtur: Quæritur enim an duo Gravia ad Latera Trianguli proportionalia inter ſe connexa conſiſtant; Affirmat ideò, quia ſi non conſiſterent, moverentur, & quidem continuò, ſi in eorum locum alia iis æquivalentia continuò ſuccedant; quod gratis dicitur falſum, cùm tale eſſe nullib. priùs fuerit oſtenſum. Et ſi quæram cur abſurdum ſit ea moveri; Reſponderi nihil aliud poterit, quam quòd æque gravia movere invicem ſit impoſſibile. Currit igitur argumentum in circulum, vel ſaltem obſcurum per obſcurius demonſtratur. Sed & difficultates in Conſtructione Stevini occurrentes ex materiæ præſertim ſenſibilis imperfectionibus expendiſſe videtur Petrus Herigonus in ſuo Curſu Math. prout eum citat Magia Mechanica lib. 6. Syntagm. 2. machinâ 4. ideóq; confugiens ad Gravia liquida, Siphonem ſive Tubum triangularem, ejuſdem ubique capacitatis & amplitudinis aquâ plenum aſſumens, ejus unum Latus Horizonti parallelum collocat, & ex conſiſtentia aquæ in inclinatis lateribus quieſcentis, arguit eſſe ut latera ad invicem, ita gravitates aquæ illis contentæ. Sed & in hac argumentatione nihil concluditur, eò quòd in lateribus illis ad Horizontem inclinatis fiat aquæ conſiſtentia, quamvis unum ſit gracilius vel capacius altero, adeoque gravitas ad gravitatem longè aliter ſe habeat ac Latera ad invicem; quod ex Hydroſtaticis eſt notiſſimum. Alia igitur veritatis illius Demonſtratio Statico-Geometrica nuper occurit ex doctrina Triangulorum, in qua tam Geometricè quàm Arithmetice rationes omnes ſuſtentionum à planis inclinatis accuratè haberi poſſunt: ſed cùm ea ſit prolixior quàm ut pro ratione præſentis inſtituti commodè proponi poſſit; eâ in aliam occaſionem dilatâ, ſufficiet nunc ad indicandam Cunei Naturam præſupponere tanquam certiſſimam hanc unicam Propoſitionem cum duobus Corollariis, ut interim omittantur alia decem, quæ conſectariorum, vel etiam Propoſitionum ad inſtar proponi poterant.

Theorema.

Gravitas Reſidua Ponderis à plano vel Linea ad Horizontem ſtaticum inclinata ſuſtentati, ad Gravitatem ejuſdem Abſolutam & liberam, eſt ut linea Orthodroma ad Loxodromam, ſive Perpendiculum ad Inclinatam, inter eaſdem Horizontis parallelas interceptam.

Corollarium 1. *Gravitas Ponderis ex Suſtentatione deperdita ad abſolutam eſt ut exceſſus Loxodromæ ad Orthodromam, inter eaſdem Horizontis ſtatici parallelas interceptam.*

Corollarium 2. *Gravitas Reſidua ad deperditam, Ponderis à plano vel Linea inclinata ſuſtentati eſt ut Orthodroma ad exceſſum Inclinatæ, inter eaſdem parallelas comprehenſa.*

Altera difficultas in Cuneo, à nemine quod ſciam animadverſa & expenſa, eſt circa diverſas Potentiarum Motivæ & Reſtitivæ incidentias in latera Inconſtantis Trianguli, quod *in Fig* 33. ſupra baſim A C. promotum, impingit in Potentiam quandam EF: quæ vel eſt abſolutè inſuperabilis in utroque puncto E & F; & tunc neceſſe erit baſim A C declinare lateraliter & tranſverſim, altero latere AB in directũ progrediente tanquam baſi. vel tantùm in ſolo puncto E eſt inſuperabilis juxta orthogonalem incidentiam, ſuperabilis autem in altero extremo F, quod circa E punctum tanquam centrum dimoveri poſſit. Sed cùm ad quodvis inſtans motûs, incidentiæ ejuſmodi ratio mutetur, erunt & in ſingulis rationibus illius, Reſiſtentiæ diverſæ, quæ quales ſint, ad perfectam Motuum ejuſmodi notitiam

pertinet. Sunt itaque ejuſmodi incidentiæ Potentiarum Reſtitivarum infinitæ prout *in Fig.* 34 videre eſt, in qua triangulum A B C ſupra baſim A C verſus A. motum, habet occurrentes ſibi reſiſtentias ex puncto E fixo in latus A B diverſimodè directas; quarum hæc, quæ lateri A B ad rectos incidit, eſt maxima, aliæ pro varia incidentiæ ratione majores minoresq; vel nullæ. Sed & incidentiæ Potentiarum Motricium Triangulū promoventium v.g. in puncto H. ſunt infinitæ; quarum hæc quæ ipſi B C. lateri eſt perpendicularis, validiſſima eſt, aliæ magis minusq; validæ. Latiſſima hic, & fortaſſis hactenus à nemine trita via panditur excurrendi in ea materia, quæ quamvis in omnibus ferè cum priore difficultate coincidat, & in eam rem non pauca hic proferri poſſent: ut tamen in aliam occaſionem reſtet aliquid in utraque difficultate ſuperandum, quod olim ſua novitate gratius accidat, de induſtria contra nitentis licet calami curſum inhibeo.

IV. Ex dictis incipit apparere Primo, Cuneum nihil aliud eſſe quam Suſtentaculum ſive fulcimentum continuo Creſcens vel decreſcens, Potentiam ſibi incumbentem ſuſtentans magis vel minus pro varia ratione inclinationis. Hinc ex Principio noſtro Machinarum univerſali cauſam optime reddi, Cur per Cuneum Potentia minor Motiva, Majori Reſtitivæ prævaleat: Quia nimirum in Cuneo deſinente in acutiorem angulum, ideoq; latus habente minus declive, Potentia Reſtitiva, ut Pondus, magis ſuſtentatur ab eo, quam Motiva retarderur & incidentia in Pondus alicubi firmatum: itaq; ex quo capite decreſcit vis Reſiſtentis Ponderis, ex eodem minus impeditur Motiva Potentia, quandoquidem hæc ſeſe mutuo conſequantur.

2. Ad inveniendam Potentiam, Ponderi alicui per Cuneum movendo proportionatam & ſufficiente, complura prius perſpecta eſſe oportere. Inprimis; Quia pōdus à Cuneo ſurſum propelli nequit, niſi contra directionem motus Cunei, firmatum ſit alicubi: idcirco neceſſe erit prænoſſe, quantū ea obfirmatio ex ratione incidentiarum Potentiæ Motivæ officiat, vel ex ratione ſuſtentationum momentis Ponderis detrahat. Deinde perſpecta eſſe debebit tam Ponderis per inclinatum planum voluti & elevati Gravitatio ex ſuſtentatione reſidua; quàm Potentiæ motricis Quantitas, & in impulſu directio ſive Incidentia. Denique quamvis in abſtractione Geometrica, baſis Cunei nullam ex affrictu contrahat, & potentiæ inferat retardationem, in materia tamen ſenſibili, ejus ratio nullo modo negligenda videtur.

3. Cuneum alium eſſe Rectilaterum de quo hactenus, alium Curvilaterū ſive Flexuoſum, aut in ſe recurrentem; videlicet Cochleā: quæ non ſecus ac de Vecte Cuneoq; dictum, eſt Conſtans & Inconſtans; & iterum, quemadmodū & Cuneus eſſe poteſt, utraq; vel Convexa vel Concava. Quadrupliciter autem Convexa cum Concava ad motus efficiendos diſponi poteſt: quæ diſpoſitiones diſtinctionis gratiâ in ſua quoq; genera diſtribui poſſent. *Primò.* Quando Circa convexam firmiter omninò ſubſiſtentem Concava circumacta progreditur. *Secundò.* Quando è contra in Cōcava firmata, Cōvexa circumgyrata promovetur. *Tertiò.* Dum Convexa circa polos ſuos fixos muta, Cōcavam propellit, & hanc Mechanici Vitem ſive cochleam perpetuam appellare ſolent, ſi in Locum Concavæ ſubſtituetur rota dentata helicibus congruens: ſed ea perpetuitas eſt potius in Circulo quam Cochlea. *Quarto.* Dum vice verſà, Concava in eodem loco circumagitur Convexamque directè protrudit; quod etiam fieri poſſe non uſus & experientia, ſed ratio convincit: & præterea ſicut prior, ita & hæc Concava, fieri poterit eadē ratione perpetua, Orbiculo dentato intra illam convenienter applicato.

4. Vires Cochleæ ex duplici capite ingentes eſſe ſolere. Inprimis ex ratione Cunei in acutiorem angulum deſinentis, qualē Cochlea ſolet obtinere cōmuniter. Deinde ex ratione Vectis ad Cochleam circumagendam adhiberi ſoliti, cujus officium eſt vel Cuneum flexuoſum Ponderi vel alteri reſiſtenti ſubucere; vel ſupra latus inclinatū ipſius Cunei, Pondus promovere, quorum utrumq; ex *Fig.* 35. facile intelligi poteſt. Ad habendam autem Proportionem Potentiæ Motivæ ad Reſtitivam in Cochlea Vecte adjuta, non ſatis eſt ſi dicatur: Ut ſpatium perpendiculare, quo Reſiſtens aſcendit initio unius ſpiræ ad finem ejuſdē in ambitu Cochleæ; ad Spatium circulare quod conficit Potentia Extremitati Vectis applicata in una ſimiliter revolutione: Ita Potentia ad Pondus reciprocè; id enim ſine errore locū non habet in Cochlea: Sed inprimis ex ratione unius helicis inclinatæ, ad ſuam perpendicularem inter binas eaſdem Horizontis ſtatici Parallelas interceptā, inveſtigari debebit Reſiduum Potentiæ à tali inclanatione ſuſtentatæ: Tum incidentia motricis in eandem inclinationem; quibus inter ſe debitè coæquatis, tum demum adjumentum Vectis ad calculum ſecurè revocari poterit, habitis prius diſtantiis ab axe Cochleæ ad puncta applicationis Potentiarum. Ratio dictorū patet inde, quod altitudo perpendiculi in Cuneo & Cochlea, non ad baſim aut ambitum ejus in Cylindro cui circumponi concipitur, ſed ad Latus inclinatū dicat proportionem in ſuſtentando, ut in antecedentibus dictum.

denique non pauca quidem ſuppetunt quæ tā de Cuneo & Cochlea, quam prioribus Machinis in medium proferri poſſent non vulgaria; verum ob anguſtias tēporis quod alia ſtudia potiori jure ſibi vendicant, ne quidem perbrevē quandā Machinarū omniū Anacephalæoſin, paulo melius eas inter ſe diſtinguentē, quā in præmiſſis ſit præſtitum, cum novis aliquot earū compoſitionibus, pro voto conficere licebat: id, ſi Deus vitam largitus fuerit, aliàs uberius executurum me polliceor.

PARAGRAPHUS QUARTUS AUTOMATURGICUS.

Quo tempore turbulenti bellorum motus Regno Poloniæ à quatuor Orbis cardinibus imminentes, felicitatis ejus curſum tantiſper inhibuerant, & me quoque eadem procellâ jactatum, Anno ſæculi hujus LV. *Herbipolim prætervehi compulerant; extitit ille mea dierum aliquot cum R. V. converſationis fructus, ut ex Hydraulico Pneumaticarum Machinarum tractatu, quem jam tum*

tum typis paratum ego curioſius evolveram, ſolennis illa Controverſia de Motus Artificialis Perpetui poſſibilitate, perpetuam quandam, & in hoc uſque tempus continuatam ſolicitudinem mihi injecerit, appoſitum ei quod ibi concluditur, quacunque ratione, demonſtrandi. In eundem propè motum abitura videtur oratio, ſi non dico ſufficienter perſequenda, ſed etiam tantummodo ſtrictius enumeranda eſſent omnes artes & Machinæ, quas imaginatione ſcilicet fabricatas & erectas, ad frangendam illam Naturæ pertinaciam, quâ conatibus hujuſcemodi conſtanter obſiſtit, admovi. Cæterum id ad minimum hac diligentia me profeciſſe exiſtimo, quòd rem eam altius conſiderando, & ad ipſa principia revocando: deveniſſe me putem ad ipſum negotii hujus caput & fontes, ex quibus impoſſibiles Praxes, earumque fundamenta à poſſibilibus, vel ſaltem non ſine ratione dubiis, diſcerni poſſint. Ex ejuſmodi Machinis compluribus iſt una & altera inferius producenda: in quibus ſi non res quod ajunt, acu tangitur, eas nihilominus ad commonſtrandam in negotio tam intricato viam non mediocriter conducturas exiſtimem. Id an ita ſe habeat, animi ſuſpenſus tantiſper ero, dum R. V. calculi ſui in utramvis partem æquilibrium meum inclinaturi momentum adjiciat.

ANtiquiſſimum, & cum ipſomet Archimede natum Perpetui motus artificialis exhibendi ſtudium inter Mathematicos extitiſſe, quamvis id ab Authoribus expreſſe non prodatur, haud improbabiliter affirmari poſſe mihi perſuadeo. Quid enim aliud illa multorum ſcriptis celebrata orbium Cœleſtium artificioſa compages, interno quodam veluti ſpiritu in motus animata, ingenioſiſſimi Archimedis opus fuerit: vel ad minimum, quam non acutiſſimis ejus ſæculi Philoſophis opinionem ingeneraverit, & ad ſimile quid ſi non efficiendum, cogitatione ſaltem comprehendendum provocarit, conjectura aſſequi difficile non eſt. De motus hujus Poſſibilitate in præſenti Diſquiſitiuncula breviter acturo, illud inprimis incipit animo obverſari, An non temeritatis vel præſumptionis alicujus notam incurrere videaturis, qui opus tot fruſtraneis multorum ſtudiis, laboribus, & impenſis tentatum, & quod in ea re momenti plus habere videtur, complurium eruditorum ſuffragiis ſi non damnatum, ad minus infame redditum, reſumere & pertractare auderet. Non deſunt certè qui triadem hanc, *Tetragoniſmum Circuli, Lapidem Philoſophorum, Motumque Perpetuum*, in ereatis implicare conſtanter aſſeverent. Verum quidquid ſit de quadratura circuli Totius, in cujus Partibus in quadratum redigendis operam nec levem, nec fruſtraneam poſui, quæ felicitas needum toti potuit obtigiſſe: Chymicorum certe ſtudiis illud Æſopicum accini poſſe putem.

Parturiunt montes, naſcetur ridiculus mus,
Cuſpide qui cauda toti dominabitur orbi.

Tã magnificè enim illi ſentiunt & loquuntur de ſuo flammivomo Dracone caudam propriam depaſcente per ignem græcum nullis imbribus extinguibilẽ: & fortaſſis eum, quem Prometheus aliquis ut Poëtæ fabulantur, virgulâ divinâ cœlo Solis vel Mercurii Perigæi admotâ ſuratus ſit, & in terras detraxerit. Ecce ſpecimen fabuloſæ & ridiculæ hujus Philoſophiæ: quæ velut hedera incultis & horridis ſitu ſqualoréque locis innaſcitur, ſic illa agreſtes quasdam & inſulſas veterum Poëtarum fabellas, tanquam baſes & fundamenta myſteriorum ſuorum præſtruere conſuevit: Quis autem non videt ambiguis ejuſmodi, & non cohærentibus figmentis involvendis, fabulas ex natura rei aptiſſimas eſſe, quas ſi præditus ſis ingenio, in mille ſenſus trahere poteris: ſi non aſſequaris, admirabere tamen, & ſi Diis placet, divinum quid iis ſubeſſe exiſtimabis. Verum ut ab Hermetis meſſe ſalcem meam prohibeam, eum qui Motus perpetui negotio promovendo poſt tot deluſos aliorum conatus inſudaret, ab omni ignominiæ nota vindicat id inprimis, quod Demonſtrationes eorum qui perpetuitatem motus implicare voluerunt, nihil aliud evincant, quàm Conſtructionem eam, quam in demonſtrando adhibent, exhibendo motui quæſito idoneam non eſſe: deinde neminem eſſe conſtat, qui vel ſolus omnes poſſibiles Machinarum Combinationes pertentaverit, vel de iis impoſſibilitatẽ motus hujus demonſtraverit: quod antequam à quopiam præſtetur, ſit interim ut audax, ita glorioſum facinus, animique excelſi indicium, difficultatibus objectas non terreri. Curioſitas ingenii ad arcanorum Naturæ vel Artis inquiſitionem ſuapte propendentis ægrè legibus ullis arctari ſe patitur: nec priùs quieſcit, quàm vel quod intendit comprehendat, vel aſſequi ſe poſſe penitus deſperet. Itaque Motus indefectibilis Poſſibilitatem breviter diſcuſſurus, non immemor ordinis animæ rerum, ab ejus Definitione Diviſioneque ad Poſſibilitatem, vel è contrà in præſenti Naturarum ſtatu repugnantiam progrediar. Et quoniam ipſa Materia tanquam ſemiphyſica poſtulat, ut in ea temperetur à rigore Geometrico, in hac præſertim Diſquiſitiuncula animi causâ ſuſcepta: idcircò omni illa ſeveritate (quæ nonnunquam per ſe ſatis evidentibus inducere poſſet aliquid obſcuritatis) depoſita, cuncta familiari oratione perſequar; ita ut nec omnino manifeſta verbis urgerem, nec ubi difficultates occurrunt, & probationibus indigent, eas ſubterfugiam.

Protheoriæ.

I. MOtus Perpetuus Localis eſt Quanti Terminati ab inſita vel applicata vi, vel continuata, vel uniformiter interrupta, durationis tamen æviternæ, de loco in locum translatio.

II. Motus ſic univerſaliter definitus, Alius eſt Naturalis & abſque ullo præſidio artis, qualis eſſet is, qui vel cœleſtibus, vel Sublunari cuicunque corpori, ut gemmæ, herbæ, liquori, &c. ineſſet, profluens ex principiis intrinſecis & ab exigentia formæ, cui naturale eſſet indeſinenter moveri.

III. Alius Artificialis, quo Machina quædã certa ratione cõſtructa ex materia Gravitate vel Levitate prædita, vi ſuæ conſtructionis, abſque ullo alio motore diverſæ ſpeciei extrinſecus adveniente inceſſanter cieretur; vel, quod ſufficit,

cit, aptitudinem & propenſionem aliquam ad eum motum contineret. Ad artificialem motum ſpectat etiam aliquomodo materiæ ſolidæ contorſio & Intenſio ex Rarefactione & condenſatione ejus proveniens, qualis fit in Laminis chalybeis, chordis, & ſimilibus.

IV. Alius denique Phyſico-mechanicus, & ex utroque priori compoſitus, qui dependet à cauſis Naturalibus, habentibus in ſe quædam veluti principia motus continui. Has P. Athanaſius Kircherus, vir ut de re litteraria optimè meritus, ita nō ſine honoris præfatione nominandus, in Artis ſuæ Magneticæ lib. 2. par. 4. Probl. 5. ad finem percenſet. *Cujuſmodi ſunt* (inquit) *Sol, Luna, Sydera, & inferiora horum curſum ſequentia: ut ſunt quædam vegetabilia, curſus fluminum, perpetua Meteororum agitatio*, &c. Hæc enim, cum pluribus aliis inferius inſinuandis, arte adjutâ pluribus motibus exhibendis inſervire poſſunt; qui quidem erunt perpetui non abſolutè, ſed ex hypotheſi Naturæ ſuo curſui ordinario ſine intermiſſione inſiſtentis. Sed miſſo hoc motu tanquam nihil difficultatis habente, & ab induſtrio quovis artifice variæ conſtructionis & applicationis capaci parabili, quæſtio ſit de Artificiali: An is, ut ex Principiis Statico-Mechanicis exhibeatur, habeat aliquam in Natura Gravium repugnantiam.

V. Gravitas dupliciter Principium motus eſſe poteſt prout ea quoque eſt in duplici differentia; videlicet Gravitas Innata ſive primaria, & Gravitas Acquiſita ſive ſecundaria, & Impetus. De Acquiſita ultimus erit ſermo; de Innata nunc prius agendum.

VI. Gravitas Innata & primaria dupliciter ad motum per Machinas efficiendum applicari poſſe; vel in Æquiponderatione ad invicem duorum vel plurium gravium machinæ applicatorum; vel in eorundem inter ſe Præponderatione.

VII. Æqueponderationem duorum vel plurium gravium inter ſe, eſſe duplicem. Vel enim Gravia æqueponderantia ſunt etiam invicem æqualia, & æquegravia, ita ut neutrum ſit altero gravius prout abſolute comparantur inter ſe; Vel ſunt inæqualia abſolutè, ex machinæ tamen artificio, ex diſtantiis ad gravitates permutatim proportionalibus, æquè poſſunt, ob majorem majoris ſuſtentationem, per ea quæ ſuperius dicta ſunt.

Theoria I.

G*Ravia inter ſe abſolutè æqualia & ſimul æqueponderantia, ad nullum motum efficiendum ſunt utilia.* Cum enim motus omnis ſit à Potentia; duorum autem æqualium & æquilibrium neutrum habeat potentiam, quâ prævalere poſſit alteri, cum in utroque ſit paritas virium; etiam Principium Motus ex ratione æquilibrii habere non poterunt.

Theoria II.

G*Ravia inæqualia, ex artificio tamen Machinæ, ſive concurſu Potentiæ Suſtentantis æqueponderantia, nulli motui efficiendo ſunt accommodata.* Quamvis enim unū ſit majus altero, per ea tamen quæ in ſuperioribus oſtenſa ſunt, Majus non plus poterit minore, videlicet activitate ſua, qua ſimpliciter excederet, in ſuſtentantem Potentiam derivatâ.

VIII. PROTHEOR. Gravia ſibi invicem præponderantia ſunt duplicis conditionis. Vel enim inter ſe abſolutè ſunt æque gravia, ſive in gravitate æqualia; vel Inæqualia, & unum ponderoſius altero.

IX. Gravia quæcunque Diſtantiis applicata ut eodem Tempore ferantur, diſtantias inter ſe continuas, vel alio quoquo modo connexas eſſe oportet.

X. Gravia quæcunque ex Diſtantiis quibuscunque eodem Tempore mota, conficiunt Spatia habentia inter ſe rationem ipſarum Diſtantiarum ordinatim.

XI. Gravium quorumvis ex quibuſvis Diſtantiis eodem Tempore motorum Velocitates inter ſe ſunt ut Spatia; adeoque ut Diſtantiæ.

XII. Gravium quorumvis ex quibuslibet Diſtantiis eodem Tempore motorum, Perpendicula motuum ſunt ut Diſtantiæ: Igitur ut Spatia, igitur ut Velocitates.

XIII. Gravia quævis ex quibuſvis Diſtantiis in æquilibro Conſiſtentia, inter ſe ſunt ut Diſtantiæ permutatim: Igitur ut Spatia, Velocitates, Perpendicula, à motu quocunque Conſiſtentibus extrinſecus adveniente deſignabilia reciprocè.

XIV. Gravium quorumvis ſibi præponderantium Diſtantiæ Gravibus ſunt improportionales, reciprocè; ita ut diſtantia præponderantis ad diſtantiam ſuperati majorem habeat rationem quam Gravia reciprocè. Igitur eodem modo Spatia, Velocitates, & Perpendicula Gravibus iisdem erunt improportionalia.

XV. Gravitatibus igitur æquivalent Diſtantiæ, & vice verſa, in menſura minoris Gravitatis vel Diſtantiæ: id eſt tantundem eſt adjicere vel ſubtrahere Gravitatem, ac Diſtantiam, minori Diſtantiæ vel Gravitati commenſurabilem. Igitur & velocitates, Spatia, & perpendicula Diſtantiis proportionalia, ideo cum Gravitatibus æquivalentiæ commercium habere neceſſe eſt.

Theoria. III.

G*Ravia Æqualia ex diſtantiis inæqualibus ſibi præponderantia, motui continuando non inſerviunt.* Ad id enim efficiendum oportebit aliquando Gravè A. (quod concipiatur in minore diſtantia) ſuperare aliud B. ſibi æquale majori diſtantiæ applicatum quod implicat: vel Gravè A. ad majorem diſtantiam evehi, & B ad minorem retrahi; quorum utrumque indiget æquali potentia Extrinſeca.

Theoria IV.

G*Ravium duorum Inæqualium Minus majori præponderans, ad continuandum motum ponit obſtaculum.* Quando enim minus majori præponderat, ejus diſtantia majorem habet rationem ad diſtantiam majoris, quam gravia permutatim: igitur in motu plus Spatii quoque conficiet, quam ut illud ſit ſpatio majoris proportionale, eritque idem exceſſus Spatiorum qui Diſtantiarum: quare ut exceſſus ille recuperetur, Extrinſeca aliqua vis accedat neceſſe eſt.

Theoria V.

G*Ravium duorum Inæqualium Majus minori prævalens, ad continuandum motum eſt inutile.* Nam quando majus minori præponderat, illius Diſtantia ad hujus diſtantiam majorem habet proportionem, quàm Grave minus ad majus: ut autem viciſſim minùs majori prævaleat, indiget eodem modo diſtantiâ majoris inæqualitatis proportione præditâ; quam niſi ab extrinſeco quoquam Motore nanciſcatur, aliter obtinere non poteſt.

Cùm igitur nec Æqueponderantia, nec Præponderantia in allatis combinationibus quidquam momenti conferant ad Motum ab intrinſeco perpetuandum; reliquum eſt ex ulterioris combinationis legibus ut videatur, Annon Principium aliquod efficiendi motûs continui ſuppeditare poſſint: Vel Æqueponderantia in æqueponderatione, vel Præponderantia in præponderatione; vel Præponderantia in Æquilibrio, vel denique viciſſim Æqueponderantia in præponderatione. Ab ulteriori proceſſu qui poſſet inſtitui componendo in unam Machinam. In æquilibrio præponderantia æquilibrata, & vice versâ, immò in infinitum, nunc ultrò abſtinebo.

Theoria VI.

G*Ravia Æqueponderantia in æqueponderatione uſui eſſe non poſſunt ad motum continuandum.* Hoc eſt, ſi bina & bina, æqualia vel inæqualia, inter ſe tamen æquilibrata gravia diſponantur in tertia quadam Libra, faciantque æquilibrium; non poterunt habere Principium motûs continuativum: redeunt enim eædem difficultates de combinatis, quæ prius occurrebant de ſimpliciter acceptis.

Quod attinet tres reliquas ſupra memoratas Gravium Combinationes, de iis quidem, ſi omnes omninò diſpoſitiones eorum poſſibiles, & in illis Artis induſtrias excludamus, etiam negativè pronunciandum eſſet; inſiſtendo præſertim Principio noſtro Machinarum Univerſali, & his ipſis immediatè præmiſſis; ex quibus evidens eſt ad efficiendum per Gravia motum, opus eſſe vi motivâ & gravitativa, eam verò non aliter haberi, quàm ſi, vel manētibus iiſdē Diſtantiis, Gravia creſcant; vel his manētibus iiſdē, augeantur Diſtantiæ; & in utroque horum ſervari perpetuam quandam juſtitiam, ad tranquillitatem potiùs & pacificam conſiſtentiam in œconomia Gravium, quàm motus ullos internos ordinatam vel inclinantem: nihilominus tamen ſi cogitemus & naturam non ab omni Motûs continuitate prorsùs eſſe alienam; & Artis vires ab intellectu humano necdum ſufficienter eſſe comprehenſas; & quod rei caput eſt in hoc genere machinationis, artificiorum non admodum multorum Combinationes ab induſtria humana factibiles in immenſum excreſcere, ac inter tantum earum numerum aliquam non repugnare, quæ præter id quod altera nequiverat, vel tertiã quæ ponat id quod ab utraque non potuit effici; non admodum prudenter factum putem, ſi contra integrum tam variarum Praxium exercitum, clauſis oculis Andabatarum more depugnatrus, uno velut ariete conctas proſternere præſumerem. Sententiam capitalem vix tuleris abſque partis alterutrius injuria, quam non priùs diligens in ſingula ſcrutinium præceſſerit, animo paribus hinc & inde momentis æquilibrato. Dici autem vix poteſt quantam Machinarum farraginem ſuppeditet. Triplex illud reliquum Gravium inter ſe Combinabilium fundamentum, ex quorum uno quoque, ſi quædam diſpoſitiones & applicationes acceſſerint, plurimæ machinæ motûs continuabilis veriſimilitudinem præſeferentes deduci poſſunt, quas omnes nimis longum eſſet percenſere.

Sed juvat in ſpecimen aliquod ejuſmodi Combinationis adferre paucas Induſtrias brevibus Terminis indicatis, quarum ope Machinas innumeræ varietatis condere licebit; applicando cujuslibet termini quemlibet ſenſum, tam Ponderibus quàm Machinis, duos item treſvè ſimul terminos cum iiſdem vel ad invicem conferendo: & audacter dico, impoſſibile eſſe, quin novus & novus ſemper habeatur conceptus circa Machinam; utilis vel inutilis pro exigentia Materiæ & applicantis ingenio. E pluribus ſint hi in ſex claſſes diſtributi, ordinis potiùs causâ, quàm neceſſitatis; quivis enim cum quolibet combinari, & tam ad Machinas, quàm Gravia ipſis applicabilia referri poteſt.

Grave.

SOlidum, Liquidum, Continuum, Diſcretum, Pendulum, Cadens, Deſcendens, Sphæricum, Cylindricum, Conicum, Concavum, Concatenatum Magneticum. &c.

Machinamenta.

LIbra, Vectis, Trochlea, Cuneus, Cochlea, Tympanum, Rota dentata, Tubus, Canalis, Epiſtomium, Platiſmatium, Clauſuræ, Situlæ, Capſulæ, Pennæ, Chordæ, &c.

Situs.

SUrſum, Deorſum, Lateraliter, Horizontaliter, Verticaliter, Inclinatum, Affixum, Suſpenſum, Suſtentatum, Invertendo, Tranſponendo, Opponendo, Librando, &c.

Figura.

PEripheria, Diameter, Angulus, Axis, Centrum, Parallela, Orthogona, Sphæra, Cylinder, Conus, Helix, Pyramis, Priſma, Polygonum, Serratum, Perforatum, Mutabile &c.

Quantitas.

ÆQualia, Inæqualia, Similia, Diſſimilia, Proportiunalia, Augendo, Minuendo, Duplicando, Multiplicando, Reflectendo, Perpetuatum, Sectum, Rigidum, Flexile, &c.

Motus.

SUrſum, Deorſum, Tranſverſum, Circularis, Rectilineus, Mixtus, Continuus, Oſcillatio, Impetus, Tractionis, Impulſionis, Reflexus, Clauſus, Apertus, Progrediens, &c.

Omiſ-

culi quinque teretes concipiendi ſunt, ita accommodatus, ut motum totius machinæ circa puncta E & F, nihil impediat. In extremitatibus hujus perticæ receptacula quædam ſive capſulæ eo artificio ſunt conſtruendæ, ut globulo in extremo Canalis ſuperioris excipere, & eundem in inferioris extremo liberum dimittere valeant. In his igitur abſoluta eſt machinæ totius Conſtructio, ſi quod monuimus, averſa ejus facies, iiſdem prorſus ſit inſtructa, quibus hæc conſpicua cernitur: Perpendiculorum tamen ipſa pondera I & K etiam averſæ faciei vectibus non incommodè poterunt eſſe communia.

Motus, & ejus Principia, cauſaque.

HIs peractis, intelligantur jam Tubi AC & BD ponderibus ſphæricis æqualibus in mole & gravitate, ab imo ad ſummum eſſe repleti, capiatque tubis unus globos 20, v. g. alterque totidem: ſit autem Machinæ ſitus is, quem in Fig. 42. per lineas continuas expreſſum videre eſt. In hoc ſitu globorum tubis contentorum ſtatus ſit ejuſmodi. In tubo A C globus infimus eſt is, qui ab aſſario per Chordam utrinque ſurſum attracto elevari debet, & hoc modo globum tubi ſupremum in canalem A L depellere. In tubo verò BD erunt tantummodo globi 19, vigeſimus enim jam erit in extremo Q perticæ NQ canali applicato. Hic igitur globus ob diſtantiam quam ſortitur à centris E & F, totam Machinam movebit, & ponet in oppoſito ſitu, quem in ea Figura ductus lineares punctatim facti repræſentant: & in hoc motu globi prædicti, hæc duo fieri debent. In primis ipſe globus in Q receptaculo deferentur uſq; ad inferioris canalis D S extremum S, cujus attactu per artificium non difficile liberatus; per eum canalem deveniet in Oſtiolum Tubi, in cujus fundo jam reperiet aſſarium, ex æquo remittentibus chordis ſtratum, quod ſupervenientem recipiet, in altera Machinæ libratione elevandum. Deinde per eundem illum motum globus infimus in Tubo A C, cum reliquis ſuperincumbentibus elevabitur ad altitudinem paulò majorem Diametrali unius globi, unde neceſſe erit, globum ſupremum in canalem A L, excurrere, in cujus extremo L inveniet jam perticæ NQ. extremum N cum ſuo receptaculo, quod ingrediatur, motumque priori ſimilem efficiat; Et ſic reciprocè: Quod probo.

Fig. 42.

Si tota Machina ita ſit conſtituta, ut inprimis æqualia perpendicula, diſtent æqualiter à puncto E. centro Libræ A B: deinde in Tubo A C globi 20. contineantur, in altero verò B D. 19. quidem; ſed inſuper vigeſimus in extremo Q. perticæ NQ. exiſteret, nihilque aliud obſtaret, tunc infallibiliter globus ille Q. ferretur uſque ad Canalis inferioris extremum S, daretque toti Machinæ ſitum in Fig. 42. punctatis ductibus expreſſum: Sed nihil obſtat quominùs id eveniat, quod probo. Si quid obſtaret, eſſet attractio globorum Canali A C contentorum, facta per Perpendiculum C I, ope tympani G, quod per Chordam ad infimam Tubi baſim eductam aſſarium cum globis incumbentibus, ad altitudinem globi unius attrahit: Sed hæc attractio non impedit motum; quod iterum probo. Tunc impediret, ſi globi Tubo A contenti & attracti, inter attrahendum gravitarent alibi quàm in A extremo brachii E A, vel ſi ij Perpendiculum G I. attrahens à linea ſuæ directionis averterent A verſus ipſum Tubum AC, ſi enim pars ſiniſtra Machinæ eſſet gravior, utpote Perpendiculi pondere I. ad gravitatem tubi AC nonnihil accedente: Sed & globi totius attractionis tempore non alibi exercent gravitationem, quàm in axe A chordam elevantem ſuſtentante; & illud alterum non neceſſariò accidit, ut probo. Tunc enim non eveniret; ſi Perpendiculi pondus I ſit tantæ Potentiæ, ut globi Tubo AC contēti reſpectu ejus ſint adeò imbelles & exigui momenti, ut non poſſint illud à ſua Directionis linea detorquere: ſed hoc facile efficitur, idque triplici via: vel pondera pendula I & K manentibus iiſdem Diſtantiis augendo; vel manentibus iiſdem Ponderibus, diſtantias eorum, ſive vectes GI & H K, quantumvis extendendo, vel utrumque ſimul; donec vires globorum, contra Perpendiculorum Reſiſtentias evadant inſenſibiles quodammodo, nec ea deturbari poſſint à ſua perpendiculari Rectudine, quod ſi fiat, tunc ita ſe habebit Perpendiculum, tanquam ſi ferè nihil attraheret, adeoque nullum motus impedimentum adeſſet. Accedit in magna præſertim Perpendiculorum altitudine, citiùs attractionem & motum globi in ipſa Machina perficiendum, quàm Perpendiculi extremum diſtans vi impreſſâ detorquendum iri. Denique ad id & alia incommoda præcavenda adhibeatur induſtria Figuræ 38. qua vectes Perpendiculorum majoris longitudinis non permittentur huc & illuc vibrari in machinæ librationibus, ſed coërcebuntur intra inciſionem quandam, in qua ſurſum deorſumque meare valeant abſque ulla reſiſtentia, ad quam in allato caſu illo vitandam & leniendam, aptari poterunt Cylindri vel orbiculi latera vectiom molliter excipientes & in axiculis ſuis convertibilis, &c.

Fig. 38

Advertendum 1. Libratio ſive Motus Machinæ fieri poteſt in diverſa conſtructione diverſus; nā quòd in noſtra conſtructione libratio & reciprocatio machinæ perficitur Quadrante Circuli Qq. vel N n. potuiſſet fieri Sextante tantùm, &c. quo modo Diſtantiæ O N, & P Q evaderent longè majores, ſimul tamen cum incremento tympanorum G & H.

Fig. 42

2. Poſſent Perpendicula in ipſis A & B. Libræ extremis & axibus tuborum collocari, & ſic tympanis ſuis immediatè ſurſum globos attrahere, ſed fortaſſe meliùs eſt ea eſſe viciniora Centro Libræ: ſic enim in motu machinæ non nimiùm librabuntur, & tamen eandem attractionem perficient. Porrò ne chordæ ob longitudinem nimis tendantur & fallant attractionem globi inferioris ultra ſuam Clauſuram, commodiùs earum loco adhibebitur longitudo quædam rigida, nec niſi ubi neceſſitas exigit circa orbiculos flexibilis.

3. Quamvis Libræ poſſint eſſe breviores Tubis ipſis, expedit tamen eſſe æquales, imò potiùs longiores, ob acquiſitionem majoris impetus globi moventis in extremitate perticæ: qui impetus ſi accedat de ſucceſſu Machinæ vix dubitare licebit. Sed de Impetu paulò infra redit ſermo. Nec illud prætereundem ad removendam omnē reſiſtentiam in attractione globorum, expedire latera tuborum interiora eſſe exactè quadrata, & globis omninò congruentia, qui quidem debe-

rent eſſe ſolidi, & quantùm ars attingere poteſt, ſphærici ac poliri, nè latera tuborum interiora, quæ ſimiliter lævia ſint neceſſe eſt, radant inter elevandum.

4. Denique Partium Machinæ proportio in ordine ad Praxin facillimè habetur ex tabulis Sinuum, vel Tangentium & Secantium, per Logiſticen Decimalem ad pedes vel palmos, &c. eorumque minuta decima reductorum. Sic in Machina noſtræ conſtructionis Quadrante circuli Librabili, poſito ſinu toto P B. compendioſioris calculi partium 1000. ſive palmorum 10. erit Anguli B P Q. gr. 45. Secans P Q. 1414. ſive palmorum 14. 1. 4. & Tangens BR ſimiliter 1000. ſive palm. 10. abſtrahendo videlicet utrobique ab inclinatione Canalis, quæ diſtantiam quoque P Q minorem efficit. Quòd ſi Sextante tantùm Circuli Machina libretur; erit Anguli B P Q. gr. 60. Secans P Q. 2000. ſive palm. 20. & Tangens BR 1732. id eſt, palm. 17. 3. 2. ſimiliter abſque canalis inclinatione. Tandem Tympanorum G. & H. Circumferentia & ex ea Diameter obtinebitur, ſi fiat ut 11416. ad 10000, ita quadruplum ejus altitudinis, quâ globus infimus attollitur, ad aliud, in priore praxi; in poſteriore ut ſextuplum, &c.

Pragmatia II.

Gravia in Æqueponderatione per Deſcenſum in Helicibus Cylindricis, oppoſitos ad verticem conos in motu deſcribentibus, Principium Motus perpetuandi ſuppeditare poſſe videntur.

Fundamento eidem noſtro priùs aſſumpto, quàm plurima ſuperſtruere licet, quæ maximam ad continuandum per Gravia motum aptitudinem præſeferunt. Duas Machinas ex Helicis artificio ad perennis Motûs exhibitionem ab Authoribus excogitatas & applicatas producit ſupra memorata Mechanica Hydropneumatica: unam Archimedeam Cylindricam, Cylindroque circumpoſitam, & ſitu ad Horizontem debitè inclinatam: alteram Conicam in plano verticali convolutam, & ſic circa axem Horizonti parallelum convertibilem; & harum utraque per aquam, vel aliud grave liquidum circumagenda eſſet. An Argumenta quibus ibi Perpetuitas Motus ab eis excluditur, id evincant, nunc conſultò prætereo, & ejus diſquiſitionis loco, Novam omninò Helicis ad elevanda gravia applicationem, videlicet in eorum æquilibrio, producam. Satis autem erit ipſum Fundamentum elevationis hujus oculis ſubjicere: hoc enim ſubſiſtente, pluribus modis ex eo Machinas motum continuantes deducere & conſtruere licebit.

Iconiſ. N. Fig. 43. Sit Cylinder A B, cui 4. vel 6 tubi Cylindrici vel Quadrati ſint in helices circumvoluti. Harum autem ſpirarum quælibet capiat unum pondus ſphæricum cæteris æquale. Cylinder hic appendatur ex Centro ſuæ Gravitatis C. tali ratione, ut eo Centro immobiliter conſiſtente, extrema axis cylindrici Circulos Horizonti Statico æquidiſtantes in motu ſuo conficere poſſint, & ſimul totus Axis duos Conos ad verticem in ipſo Centro Gravitatis & appenſionis oppoſitos deſcribat; id autem præſtabitur hac ratione. Notum eſt artificium illud, quo acus Magneticæ in ſuis pyxidibus ita librantur, ut quomodocunque pyxis exterior invertatur, acus ipſa Stylo ſuo inſiſtens, ſemper in plano Horizonti parallelo reperiatur: idem artificium Lucernis oleum non effundentibus, quamvis per pavimentum volutentur, applicari ſolet. In Figura igitur 39. intelligatur. Circulus interior D C E eſſe is Iconiſ. M Fig. 39. qui ex ſectione Cylindri per medium ſive Centrum gravitatis Axi perpendiculari fieret: hic habet duos cardines vel axiculos oppoſitos, D & E, quia in ipſa Cylindri ſuperficie firmati, recipiuntur & liberè moventur intra foramina facta in ſoliditate annuli vel armillæ F G H I: quæ ſimiliter habet axiculos duos diametraliter oppoſitos F & H; & hi eodem modo vel in alterius ſimilis annuli, vel in plani alicujus exciſi & firmati craſſitie recipiuntur, & liberè moventur. Sed hæc ex Figuris ſatis patent. Hac igitur induſtriâ Tubus ſpiralis è medio ſui in Diaphragmate quodam Machinæ appendatur, & ita ad Horizontem inclinetur, ut Angulus acutus quem facit axis Cylindri cum Horizonte, aliquantò major ſit eo, quem ſpiræ faciunt cum baſi Cylindri: ſic enim & ipſæ ſpiræ erunt declives & ad gravium in iis deſcenſum accommodatæ. Et quoniam globis intra ſpiras exiſtentibus, Punctum C non eſt ampliùs Centrum gravitatis, adeoque Tubus in eo ſitu quem Figura monſtrat non perſiſteret, ſed ejus extrema niterentur, B quidem versùs K. & deorſum; alterum verò A versùs L. & ſurſum; idcircò ne id fiat, Pars tubi inferior A C longior ſit in tantùm, ut ob accedentes in inferiori portione plures globos, totus tubus datum ſitum retineat, nec in ullam partem ex ſe propendeat ad motum.

Motus & ejus Principium Effectivum. Circumducatur jam alterutrum extremorum Tubi, ut extremitas axis in B K. parte ſuperiore, deſcribatque Circulum K M. Horizonti parallelum: Certum eſt Primò tot globos intra unam revolutionem ejiciendos ſuperiùs, quot ſunt tubi Cylindro circumpoſiti; ſint autem ij v.g. quatuor, totidem ergò globi unâ revolutione attollentur. Certum eſt ſecundò ad circumagendum Cylindrum exiguâ vi opus eſſe, quandoquidem vi conſtructionis, portiones ejus circa appenſionem in medio, utrimque ſint æquilibratæ; nec ulla ratio ſufficiens adferri poteſt, ex qua difficultas motûs oriatur tanta, ut ea ab unius globi potentia convenienter applicati, pro quarta vel ſexta Circumferentiæ parte in motu ſuperari non poſſit. Non 1. quòd globi elevari debeant in eo Cylindri motu; quia illi potius deſcendunt, & ad id vim habent ab intrinſeco propriæ gravitatis, quâ feruntur in eam partem, verſus quam deprimuntur, & inclinant ſpiræ intra quas devolvuntur. Non 2. quòd in eo motu globi ſenſim altiùs aſcendant, & inferiorem partem minùs gravem, ſuperiorem autem graviorem efficiant: quia ſi Cylinder quartam vel ſextam Circumferentiæ partem conficiens globum unum ſuperiùs ejiciat, antequam id fiat, alter recipitur infra citiùs vel lentiùs, ut placebit & neceſſitas exiget ad ſervandum Æquilibrium: quod ſi non omninò ſervetur, inſenſibilem quandam facie diffe-

differentiam gravitatis, quæ ſi aliquantò major erit in ſuperiore vel inferiore Cylindri portione, tota ferè ejus vis incumbet in appenſionem Cylindri è medio, inſenſibiliter in latera, tum præſertim quando Cylinder eſt magis erectus.

Cum igitur Reſiſtentia in motu Tubi ſit tam exigua, ut ea ferè nulla ſit æſtimanda, videtur Pondus id, quod in quarta vel ſexta parte revolutionis Circularis attollitur, & extra Cylindrum ejicitur, eſſe ſufficiens & abundans ad totum Tubum in gyrum circumducendum per prædictum revolutionis ſpatium quartæ vel ſextæ partis; ſi illud è tanta altitudine deſcendat ad unam tubi partem, applicatum Machinæ ad Tubum interea circumducendum accomodatæ, id quod pluribus modis ex artificio vectis effici poteſt; ut per Rotas Denticulatas, Orbiculos cum Chordis, &c. Quod ſpatium quantùm ſatis eſt augeri poterit aſſumptâ majore Cylindri altitudine, æquilibrio tamen perſeverante per induſtriam ſuperiùs inſinuatam.

Advertendum 1. Grave Liquidum, qualis eſt Aqua, vel Mercurius currens ſive Argentum vivum vulgare, quia eſt mobilius & promptius in decliviora, etiam in ruditate machinæ (à qua in ſuperioribus abſtrahitur) elevationi magis accomodatum futurum fuiſſe, niſi in deſcenſu obliquitatem ſuam, ad incommoda ex ea præcavenda, majorem induſtriam requireret.

2. Si conſtructio hæc prima minùs placet, adhibeatur Induſtria Duplicationis, Multiplicationis, adeoque ex Tubis ejuſmodi pluribus, qualis eſt totus AB. prædictus, conficiatur iteFig 40. rum unus Totalis, quemadmodum in Figura 40 videre eſt, in qua quatuor Tubi in unum conjunguntur, appendendi eodem modo, quo de ſolitario dictum eſt in præmiſſis: Hac enim ratione non ſine magno commodo aliqua pondera ſphærica in ipſo Axe, Cylindri Totalis, vel ad eum propiùs accedendo elevabuntur.

Pragmatia III.

Gravitatis Acquiſita vi cum Innata ſimul per induſtrias convenientes adjuta, Motum ab Intrinſeco continuari non repugnat.

HActenus egimus de ſolius Innatæ Gravitatis ad Motum continuandum aptitudine; reſtat ut breviter aliquid dicatur de Acquiſita ſive Impetu; reconditiorem n. ejus Naturam & Operationes nunc inquirere, res eſt majoris molimin is, quàm ut id perfunctorius hic calamus attentare præſumat; cùm præſertim ad id exequendum, propè nihil à priori lucis affulgeat, ſed in eo philoſophandi genere meris Experimentis inniti ſit neceſſe. Excoluit eam ſpartam gnaviter præter cæteros doctiſſimus & de Aſtris optimè meritus Author Almageſti Novi P. Jo. B. Ricciolus; qui ad inveſtigandam Gravium Naturam non leves unicuique Curioſo Arcanorum Venatori poteſt addere ſtimulos. Ex ejus Experimentis compluribus accuratè ſumptis eſt illud Almag. lib 9. ſect. 4. c. 16. num. 23. Ubi ex præmiſſis infert non improbabile eſſe, Impetum à Gravi Naturaliter deſcendente in fine æqualium Temporum acquiſitum, ita ſe habere ad impetum, in fine ſubſequentis æqualis temporis collatum, ſicut ſe habet ſpatium ad ſpatium temporibus æqualibus, ſed ſeorſim ſumptis pertranſitum: id eſt, eſſe in ratione numerorum pariter imparium ab unitate numeratorum; & quemadmodum Grave aliquod primo tempore conficit v. g. ſpatium unius pedis, ſecundo æquali, ſpatium 3. pedum, tertio 5. &c. ita Impetus æqualium temporum primo ſit ut 1. ſecundo ut 3. tertio ut 5. &c. quæ tempora ſi componantur in unum, erunt & Impetus in duplicata ratione eorum, ſive in ea, quam habent ipſa Temporum Compoſitorum Quadrata. Hæc injecerunt mihi cogitationem ejuſmodi: Quòd ſi vis illa acquiſita in motu, per aliquam induſtriam ita Machinæ applicaretur, ut ſimul cum innata & primaria Gravitate prævaleret alteri Reſiſtenti majori applicato ex diſtantia ad illam Gravitatem innatam permutatim proportionali, futurum omnino Principium Motûs Perpetui inter ejuſmodi Gravia. Difficultate non caret illud, quod gravibus Machinæ applicatis naturaliter deſcendendi libertas adimatur per oppoſitum Reſiſtens, & centri firmitatem. Sed cum hæc non omnem abſolutè tollant Impetum, ſed ſaltem proportionaliter illum imminuant, poterit fortaſſis hæc Impetûs applicatio in aliqua liberioris Motûs Machina magis expedita evadere. Prætermiſſâ autem nunc Primæ Pragmatiæ conſtructione, in qua Grave movens, per Quadrantem Circuli Lateralem delabitur, & eo modo non exiguum acquirit Impetum, quem etiam facillimè & augere & facilitare per commoditatem ipſius machinæ licebit; placet nunc alium Gravis motum per inferiorem Circuli Quadrantem, & ad perpendicularem proponere.

In Circulo A B C D duæ Diametri AC, & BD Iconſ. N
ſeſe interſecent ad rectos in Centro I. quarum Fig. 44.
prior AC, Horizonti Statico ſit Paralella, poſterior B D perpendicularis. Diviſâ autem Semidiametro I D in quotquot partes æquales, ut facilitatis causâ in 10. intelligatur in centro I. vel potiùs axe circuli firmatus eſſe orbiculus, ſive tympanum EFGH in ea ratione ad circulum exteriorem ABCD; ut illius peripheriæ pars quarta, velut ipſa EH, æqualis ſit earum partium uni, in quas Semidiameter ID ſupponitur eſſe diviſa: Erit igitur in hac conſtructione quadrans EH æqualis $\frac{1}{10}$ Semidiametri ID; & tota Peripheria E F G H ejuſdem Semidiametri $\frac{4}{10}$ Ponatur jam Radius I D. Partium 10 000 000 000: erit Peripheria EFGH earundè 4000 000 000. Quare ſi fiat ut 3. 141. 592. 653. ad 10 000 000 000. ita 4000 000 000. ad aliud, erit 1.237.39.544. $\frac{1060599768}{3141592653}$ Diameter orbiculi: Cujus Semidiameter IF. ducta in partes Semidiametri ID in 10. diviſæ dat Diſtantiam I R. & ei æqualem T P. 6366197724 $\frac{2736272826}{3141592653}$ Cui ex magno Canone Sinuum reſpondet Arcus DP. gr. 39. 31′ 40″ proximè; & ejus Complementum arcus PC. gr. 50. 28′. 40″.

Appendantur jam è Diſtantiis IE & IC duæ Potentiæ Gravitativæ quæ ſint inter ſe ut IE ad IR. reciprocè hac induſtria. Pondus ex IE appenſum dividatur in partes 10. ſive globos æquales, qui per totã Semidiametrũ DI. ſive ei æqualẽ altitudinẽ KE diſponantur in Catenula quadam Sphæ-

rophora continua ſive in ſe redeunte, ipſique tympano circumpoſita. Jam verò in puncto C. applicetur undecimus globus priorum cuicunque æqualis, hic demittatur liberè, ut per Quadrantem C P D. feratur quantùm valet, ſimulq; globus latitudine E K diſpoſitos attollat ad altitudinem unius decimæ partis ſemidiametri I D. vel ſi fieri poteſt etiam majorem ex acceſſione Impetûs, atque ita, ut globus C ultra punctum D. verſus K ex impetu vibratus, globum in L exiſteotem, non ſolum ad punctum E, ſed ſimiliter ultra illud, hoc eſt ſupra Horizontem ſtatieum A C evehat. Quod ſi fiat, facilè erit globum L ſupra E planum Horizontis evectum, per declive quoddam aliud planum ad punctum C deducere, & ſimiliter globum illum per arcum C P D ultra D. vibratum, ut uſque in X. ad punctum K vel aliud ei ſubſtitutum in Catenula ſphærophora derivare: & ſic conſequenter de cæteris.

Quod autem globus per arcum C P D delatus accedente impetu ultra punctum D verſus X penetrare poſſit, ſuadet imprimis Experimentum Authoris Almageſti novi loco citato: ubi affirmat globum ponderis unius Unciæ, demiſſum ex altitudine 30 unciarum proximè. Pedis Romani, acquirere Impetum æquivalentem 1. Unciæ ponderis: Ex altitudine autem unciarum 84. circiter, Impetum duarum unciarum. Ac tandem ex altitudine unciarum 116. Pedis Rom. Impetum tribus unciis æqualem. Sit jam altitudo I D. unciarum 116, globus autem in C Ponderis uncialis. Si itaque is liberè & per breviſſimam I D. ferretur, acquireret momentum 3. unciarum, ſed eùm & per Arcum feratur, & in eo motu oppoſitum Reſiſtens cui ob exceſſum R C Diſtantiæ à Centro I prævalet. Impetus ejus trium præcisè unciarum productionem impediat, ad minimum producetur Impetus in ea ratione, in qua non impeditur in motu, à quo per arcum C P deſertur. Et quoniam Arcus C P major eſt arcu P D, fieri poſſe videtur, ut Impetus ex ejus decurſu, acquiſitus, ſimul cum ipſo Pondere à quo producitur ſuopte, major ſit Reſiſtentia in Arcu P D. ſuperanda. Quod non aliter quàm Experientia accuratiſſima determinari poſſe videtur.

Animadvertendum 1. Expediret in praxi Experimenti ſolam ſemidiametrum I C. cum antiſacomate quodam diverſimodè applicabili adhibere; ne ſi totus Circulus A B C D ſolidus vel ſaltem ejus quatuor brachia ſemidiametris reſpondentia debeant impelli, tam ipſius machinæ, quam Medii reſiſtentia ſuperanda, retardet productionem & activitatem Impetus: ſed tum vectis ille ſolitarius delato globo deorſum, per antiſacoma ſuum nonnihil excedens in ſuum C punctum priſtinum reducendus eſſet, alterum in eo globum priùs à ſe elevatum recepturus.

2. Poſſet Tympano E F G K ſubſtitui axis diverſâ figurâ præditus, ut Ellipticâ, Quadratâ, vel aliâ quavis ad contemperandas activitates & reſiſtentias hinc & inde accommodatâ. Poſſent & aliæ ex Induſtriis initio productis adhiberi ad opem eidem ſyſtemati ferendam, ut ex induſtria Duplicationis, &c. Tranſverſionis & æqueponderationis, in qua Ponderis C Potentia ratione exceſſus Diſtantiæ, ad Lucrum aliquod diſtantiarum per æqueponderationem acquirendum, ob motus in ea facilitatem applicari poſſe videtur, ſi præſertim arcus minores aſſumantur.

Sed hæc cum pluribus aliis tum prædictarum Machinarum variationibus, tum Novarum Compoſitionibus ut in aliud tempus & occaſionem liberiorem differantur, Lex neceſſitatis imperat; quâ tandem abrogatâ non deerunt, quæ tam in hoc philoſophandi genere, quàm aliis curioſioribus & reconditis Mathematis in commune conferri poſſint.

Hæc

HÆC erant, Reverende Pater, quæ quantum per occupationes præſentis officii mei præſtare licuit, R. V. examinanda perſcribere decreveram. Et ea quidem ſi non ad exquiſitam illam Matheſeos ἀκριβείᾳ trutinata, vel ab elegantia ſtyli politioris aliena, vel denique non pro eo, ac in ipſis rebus occurrentes difficultates exigere videbantur, expoſita & diſcuſſa ſunt, ad obtinendam defectus ejus à R. V. veniam, nullum aliud efficacius motivum adferre mihi poſſe videor, quàm ſi revocem in mentem quas habet non incognitas illas & temporis & negotiorum anguſtias, intra quas etiam hæc perquàm difficile fuit perſcripſiſſe: præterquam quod nec ubique ſeveritas illa Geometrica adhiberi vel debeat, vel poſſit; nec qui res ipſas & earum conceptus attentius ſectantur, ut plurimum verborum cultu & nitore delectari ſoleant. Quòd verò in præmiſſis hæc breviter & quaſi ἐν ἐπιδρομῇ perecuſita majorem lucem deſiderent, illa vice verſa faſtidioſam quandam μακρολογίαν trahere videantur, illud urgentis brevitatis neceſſitati, iſtud etiam in ea ſtudio claritatis in acceptis referendum eſt: complura longe aliter diſpoſuiſſē, ſi quæ diverſis & tabellionib. & temporib. ad R. V. folia tranſmittenda erant, ſimul ad manum fuiſſent: hinc enim facile fieri potuiſſe mihi perſuadeo, ut antecedentia conſequentibus non ad omnes numeros conſonent, ea præſertim quæ aliquo temporis intervallo necnon inter aliarum curarum diſtractiones exarata fuerunt. Quidquid demum ſit, id quod initio petii, etiam iteratis precibus efflagito, ut quid ex his meis conatibus emolumenti ceperim, vel ex ulteriori eorundem proſecutione ſperari poſſit, occaſionem proximam ſibi commodiorem, certiorem me facere ne gravetur, ita fiet ut ſi hæc qualiacunque tandem non ingrata accidiſſe cognovero, ad plures alias Artis & Naturæ non vulgares Curioſitates, quibus R. V. delectari ex totius Magiæ contextu facile perſpicio, liberius perſcribendas animum adjiciam. Moguntiæ. Reparatæ ſalutis Anno CIↃ. IↃC. LX.

R. V.

Servus in Chriſto

Adamus Adamandus Kochánnski
Societatis JESU.

COELUM STELLATUM CHRISTIANUM JULII SCHILLERI.

*L*ECTOR BENEVOLE; *nè pagina ſubſequentes uſque ad Operis hujus Indices vacuæ manerent, paucula quædam, quæ nec ingrata Tibi, nec inutilia fore ſperavi, addere volui, inprimiſque Cœlum Chriſtianum Iulii Schilleri Auguſtani, Iuris utriuſque Doctoris, cujus memini ſuprà lib 7. par. 3. cap. 2. Is igitur, Ioanne Bayero novam & accuratiorem Vranometriam ſuppeditante, Cœlum Stellatum fecit Chriſtianum, hoc eſt, in locum antiquarum imaginum, ac nominum earum, ſubſtituit imagines ac voces ſacras, è ſacra Scriptura, & Eccleſiaſticis Hiſtoriis deſumptas. Inſtituti ſui rationem reddit in Præfatione Operis editi anno 1627. adductiſque pro ſe S. Iuſtinum Martyrem in Oratione ad Antoninum Pium Imperatorem, Lactantium lib. 5. Divinar. Inſtit. cap. 10. & B. Iſidorum lib 3. Origin. cap. de Aſtronomia; qui omnes deteſtantur Gentiles, quòd Cœlo invexerint nomina ferarum, aut hominum ſceleſtiſſimorum. Reſpondet deinde objectionibus quæ contra ſe fieri poſſent, ti præſertim quod abſurdum foret, ſi impoſterum diceretur Sanctos ſe reſpicere in cœlo aſpectu trino, quadrato, ſextili, ſicut dicitur de Planetis ac cæteris ſtellis. Laudo Viri pietatem, laudantque mecum alii: at quod volebat, non obtinuit, cùm videam omnes qui poſt eum ſcripſere de rebus Aſtronomicis, antiqua retinuiſſe vocabula ſtellarum & aſteriſmorum. Vt videant tamen, qui Schilleri librum non habent, in quas perſonas aut res ſacras mutaverit Aſtrorum imagines ac nomina, apponere placuit ſequentem Catalogum, deſumptum ex P. Ioanne Baptiſta Ricciolo in Appendice ad librum ſextum ſui Almageſti Novi; in quo etiam poſita ſunt nomina Arabica aſteriſmorum, correcta à VVilhelmo Schikardo Linguarum Orientalium apud Tubingenſes Profeſſore publico, unà cum numero ſtellarum ſingulis aſteriſmis attributo à Schillero, ex Vranometria aucta ac reformata à Bayero.*

Quoniam autem duodecim ſigna Zodiaci transformavit in duodecim Apoſtolos, ideo characteres quoq; illorum ac notas ex inſtrumentis, quibus aut Martyrio affecti ſunt aut quæ illis à pictoribus Chriſtianis ubique adpinguntur, deſumpſit. Hinc S. Petro adſcribit Clavem, S. Andreæ Crucem, S. Iacobo Majori Baculum peregrinorum, S. Ioanni Calicem, S. Thomæ Haſtam, S. Iacobo Minori Fuſtem fullonis, S. Philippo Cruciculam, S. Bartholomæo Cultrum, S. Matthæo Bipennem, S. Simoni Serram, S. Thaddæo Clavam, S. Matthiæ Securim. Loco quoq; iſtius diſtichi, quo duodecim Zodiaci ſigna exprimuntur, nempe

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Piſces;

ſubſtituit hoc alterum diſtichon, quo dicta Apoſtolorum duodecim inſtrumenta exprimit:

Clavis, Crux major, Baculus, Scyphus, Haſta, Sudisque,
Crux, Culterque, Bipennis, Serra, & Clava, Securis.

ASTRA SEU ASTERISMA HEMISPHÆRII BOREALIS.

Aſtra Antiqua.	*Aſtrorum Imagines Schilleriana.*	*Arabica Nomina ex Schikaldo*	*Num. Stellar.*
Vrſa Minor	S. Michaël Archangelus	Arrucabatho, *Plauſtrum*	42
Vrſa Major	Navicula S. Petri	Dubol Achbaro	51
Draco	Sancti Innocentes	Attanino, *Draco*	52
Cepheus	Sanctus Stephanus	Chiphus	43
Bootes	Sanctus Sylveſter	Arramichus, *Haſtatus*	38
Coma Berenices	Flagellum Chriſti	Huzimethon, *Manipulus*	14
Corona Borea	Corona ſpinea Chriſti	Alphankacho, *Flos apertus*	17
Hercules	Sancti Tres Reges.	Algathio, *Procidens*	57
Lyra	Præſepe Salvatoris	Vucka, *Cadendo volans*	14
Cygnus	Crux cum S. Helena	Addigagato, *Gallina*	60
Caſſiopea	S. Maria Magdalena	Dhat Alchurſi	34
Perſeus	S. Paulus Apoſtolus	Chamilras Algol	51

Auri-

Aſtra Antiqua.	*Aſtrorum Imagines Schillerianæ.*	*Arabica Nomina ex Schikaldo.*	*Num. Stellar.*
Auriga	S. Hieronymus	Memaſſich alharan	33
Serpentarius	S. Benedictus inter ſpinas	Alhague, *Inſiſtens*	34
Sagitta	Clavi & Lancea Chriſti	Alchanzato, *Tellum*	13
Aquila	S. Catharina Martyr	Attayro, *Avis*	19
Antinous	S. Catharinæ pars	- - - - -	10
Delphin	Hydria Chanæ Galilææ	Aldelphin	10
Equulus	Roſa Myſtica	Karaat alfaras	4
Pegaſus	S. Gabriel Archangelus	Alpharaſo	34
Andromeda	Sepulchrum Chriſti	Almara	39
Triangulum	Mitra S. Petri.	Almatlato, *Triplicatum.*	6
		Summa	*686*
ASTRA SIVE ASTERISMI ZODIACI.			
Aries	S. Petrus	Alchamalo, *Aries*	31
Taurus	S. Andreas	Attauuro, *Taurus*	50
Gemini	S. Jacobus Major	Aphellar	30
Cancer	S. Joannes Evangeliſta	Aſſartano, *Cancer*	43
Leo	S. Thomas	Aledaton, *Leana*	43
Virgo	S. Jacobus Minor	Sumbalon, *Spica*	50
Libra	S. Philippus	Midſanor, *Libra*	14
Scorpius	S. Bartholomæus	Alacrabo, *Scorpio*	37
Sagittarius	S. Matthæus	Alkauuſo, *Arcus Sagittarii*	34
Capricornus	S. Simon	Algedio, *Caper*	28
Aquarius	S. Thadæus	Addelvvu, *Situla*	44
Piſces	S. Matthias	Elhaut, *Piſces*	37
		Summa	*441*
ASTRA SIVE ASTERISMI HEMISPHÆRII AUSTRALIS.			
Cetus	SS. Joachim & Anna	Elketos, *Cetus*	33
Eridanus	Tranſitus Iſraël per Rubr.	Nahron, *Flavius*	45
Orion	S. Joſephus Sponſus B. V.	Algebaro, *Heros*	71
Lepus	Vellus Gedeonis	Alarnebo, *Lepus*	13
Columba	Columba Noë	- - - - -	11
Canis Major	S. David Rex	Aliaminio, *Dexsra Canum*	20
Canis Minor	Agnus Paſchalis	Algomyſo, *Sycomorus*	11
Argonavis	Arca Noë	Sephina, *Navis*	58
Hydra	Jordanis	Aſſugia, *Furens*	61
Crater	Arca fœderis	Alkaſo, *Poculum*	11
Corvus	Arcæ fœderis pars	Algorabo, *Corvus*	7
Centaurus	Abraham & Iſaac	Alnieat, *Monſtrum*	38
Lupus	S. Jacob Patriarcha	Aleſid, *Leana*	30
Ara	Alrare thymiamatis	Almugambra	15
Corona Auſtralis	Diadema Salomonis	Aladil Algenubi	13
Piſcis Notius	Hydria farinæ Viduæ Sar.	Alhaut Algenudi	12
Grus	Aaron Sacerdos		13
Phœnix	Aarnnis reliqua pars		15
Indus	S. Job		12
Pavo	S. Job reliqua pars		23
Apis, &	Eva		11
Chamaleon	Eva		9
Triangulum Auſt.	Signum Tau		5
Muſca	Evæ pars		4
Piſcis volans	Abel juſtus		10
Dorado	Abelis pars altera		6
Toucan	S. Raphaël Archangelus		8
Hydrus	S. Raphaëlis pars altera		20
		Summa	*585*

Summa omnium ſtellarum 1712

EPI-

EPILOGUS
TOTIUS OPERIS.

INgenti ſanè, ac longe majori quàm initio credideram, labore in longiſſimo Mathematicarum Diſciplinarum Curſu conficiendo perfunctus, metam aliquando tandem, propitio Numine teneo. Forte certamen certavi, fidem initio Operis datam, ut reor, ſervavi: Curſum conſummavi, vici laborem, nunc victor cæſtus depono. Nullam tamen à quopiam, præterquàm à munificentiſſimo remuneratore DEO, victoriæ lauream exſpecto quoniam numeris omnibus abſolutum Opus, quale Lector exſpectabat, non exhibeo. Scio multa deeſſe quæ addita volebat, multa minùs clare, ac fortaſſe etiam minus recte dicta, minuſq; probata ſolide, quam oportebat. Optabam ego ipſe, ut diagrammatum pars maxima non æri, ſed ligno incideretur, & ſuo quodque loco apponeretur, maxime in Euclidis Libris omnibus, in Trigonometria, in Practica Geometria, in Planetarum Theorica, in Mechanica, atque hunc in finem aliquot ſchematum centurias ſeparatim ac ſolitarie delineatorum ſculptori tradideram, ſed poſt anni ſolidi ac amplius moram non plura elaboravit, quam Operi vides inſerta. Atq; hæc ſcluptoris procraſtinatio cauſa fuit, cur ſerius quam volebam, & quàm non ſemel promiſeram, Opus ſubierit prælum. Deſiderabam quoque vehementer, multa aliter ac fuſiùs dicere, nonnulla addere, alia aliter diſponere, at Operi præfixæ anguſtiæ, Voluminis unius non adeo magni molem non excedentes, aliud facere coëgerunt. Hæc aliaq; multa quæ deſunt, video: at plura fortaſſe quæ cernunt alii, non video. Rogo itaque Lectorem meum, ut ſi quid præterea corrigendum, mutandum, apponendum, demendum, aliter ac meliùs, mole Operis non admodum aucta, explicandum judicaverit, ſincere ac libere monere non dedignetur: facilem enim & gratum reperiet animum, quoniam ita quaſi Natura ſum comparatus, ut ab omnibus, etiam Tyronibus, diſcere, hoc eſt, melior evadere, non detrectem. Hic interim, ad DEI OPTIMI MAXIMI gloriam, Reiq; publicæ Litterariæ utilitatem, quam utramque præ oculis unice habui ſemper, eſto totius

CURSUS MATHEMATICI

F I N I S.

INDEX

INDEX I.

LIBRORUM, ALIORUMQVE
Titulorum totius Operis.

LIBER I.

Iſagoge Mathematica, ſive brevis Introductio in omnes Mathematicas Diſciplinas, pag. 1.

CAPUT I. *De Etymo, Objecto, & Natura Mathematica.* 1
CAPUT II. *De variis Mathematicarum Diſciplinarum diviſionibus.* ibid.
CAPUT III. *De terminis ſeu Vocab. Mathematicis.* 3
Articulus
I. De puncto, linea, ſuperficie, & corpore, eorumque varia diviſione. 3
II. *De linearum inclinationibus, ſive de angulis planis.* 4
III. *De figuris planis Curvilineis, & præcipuè de circulo.* 5
IV. *De figuris planis rectilineis.* 6
V. *De figuris ſolidis.* 7
CAPUT IV. *De praxibus Mathematicis.* 9
Articulus I. *De Praxibus ſpectantibus ad lineas.*
Praxis. ibid.
I. *Lineam rectam ducere.* ibid.
II. *Regulam examinare, num recta ſit, pro ducendis lineis rectis* ibid.
III. *Per datum punctum, data recta linea, parallelam rectam lineam ducere.* ibid.
IV. *Data recta linea, & puncto, in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.* 10
V. *Examinare Normam, num accuratè ſit fabricata.* 12
VI. *Super datam rectam lineam, à dato puncto quod in ea non eſt, perpendicularem erigere.* ibid.
VII. *Dividere lineam rectam finitam bifariam.* 13
VIII. *Datam lineam rectam finitam, in quotlibet partes æquales ſecare.* ibid.
IX. *Ex data recta quamvis partem centeſimam aut milleſimam abſcindere.* 14
X. *Datam rectam in duas aut plures partes ſecare, quæ habeant proportionem quamcunque datam.* ibid.
XI. *Datam rectam lineam ſecare proportionaliter extrema & media ratione.* 15
XII. *Datis duabus rectis tertiam proportionalem invenire.* ibid.
XIII. *Datis tribus rectis, quartam proportionalem invenire.* ibid.
XIV. *Inter duas rectas lineas datas mediam proportionalem invenire.* ibid.
XV. *Inter duas rectas invenire duas medias proportionales.* ibid.
Articulus II. *De Praxibus ſpectantibus ad ſuperficies.* ibid.
Praxis. 16
I. *Circulum in 360. partes æquales dividere.* ibid.
II. *Quadrantem mirificum fabricare, eumq; in 90. gradus dividere.* ibid
III. *Angulum rectilineum alteri dato æqualem conſtituere.* ibid.
IV. *Quot gradus contineat quilibet angulus aut arcus datus cognoſcere.* 17
V. *Dato arcu alicujus circuli, circulum perficere, invento ejus centro.* ibid.
VI. *Super data, aut aſſumpta recta linea conſtituere triangulum æquilaterum, iſoſceles, ſcalenum.* ibid.

VII. *Examinare angulum propoſitum, an ſit rectus, obtuſus, acutus.* *ibid.*
VIII. *Datis tribus lineis rectis, conſtruere triangulum, dummodo duæ qualibet ſint majores reliqua.* *ibid.*
IX. *Figuram ovalem ſeu ellipticam deſcribere.* 18
X. *Super data recta linea Quadratum deſcribere.* *ibid.*
XI. *Datis duabus rectis inæqualibus, deſcribere parallelogrammum rectangulum ab iis comprehenſum.* *ibid.*
XII. *Super data recta Rhombum conſtituere.* *ibid.*
XIII. *Rhomboidem deſcribere.* 19
XIV. *Figuras planas regulares circulo inſcribere.* *ibid.*
XV. *Supra datam rectam quamlibet figuram regularem deſcribere.* *ibid.*
Articulus III. *De Praxibus ſpectantibus ad Corpora.* 20
Praxis.
I. *Quinque corpora regularia fabricare.* *ibid.*
II. *Corpora inordinata fabricare.* *ibid.*

LIBER II.

De Arithmetica Practica Generali ac Speciali. 21

PARS I. *De Arithmetica Practica Generali.* 22
CAPUT I. *De Elementis numerorum integrorum.* *ibid.*
Articulus.
I. *De numeratione, ſimulq. de Notatione numerorum integrorum.* *ibid.*
II. *De Additione numerorum integrorum.* 23
III. *De Subtractione numerorum integrorum.* 24
IV. *De Multiplicatione numerorum integrorum.* 25
V. *De Diviſione numerorum integrorum.* 28
CAPUT II. *De Elementis numerorum fractorum.* 30
Articulus
I. *De Scriptione & Numeratione fractorum numerorum.* *ibid.*
II. *De Æſtimatione ſeu Valore numerorum fractorum.* *ibid.*
III. *Qua ratione valor minutiarum majoris monetæ, ponderis, menſuræ, &c. explorandus in minori moneta, pondere, menſura.* 31
IV. *De Fractionum ad minores, & minimas terminos reductione.* *ibid.*
V. *De Fractionum ad eandem denominationem reductione.* *ibid.*
VI. *De Fractionum reductione ad integra & è converſo.* 32
VII. *De Additione numerorum fractorum.* *ibid.*
VIII. *De Subtractione numerorum fractorum.* *ibid.*
CAPUT III. *De Regulis nonnullis Arithmeticæ Practicæ.* *ibid*
Articulus.
I. *De Regula Proportionum.* *ibid.*
II. *De Regula Conſortii ſeu Societatis.* 35
III. *De Regula Poſitionis, ſeu Falſi.* *ibid.*
IV. *De regula Alligationis ſeu Miſtionis.* 36
V. *De Radicis Quadratæ è dato numero extractione.* *ibid.*
VI. *De Radicis cubicæ è dato numero extractione.* 38
VII. *De inventione numerorum proportionalium.* 39
§. I. *Inter duos numeros datos, medium proportionalem invenire.* *ibid.*
§. II. *Inter duos numeros datos, invenire duos medios proportionales.* *ibid.*
§. III. *Datis duobus numeris, tertium continuè proportionalem invenire.* *ibid.*
§. IV. *Datis tribus numeris, quartum proportionalem invenire.* 40
PARS II. *De Arithmetica Practica Speciali.* *ibid.*
CAPUT I. *De Arithmetica Geometrica.* *ibid.*
Articulus.
I. *De numero, & Calculo Geometrico in genere.* *ibid.*
II. *De Additione Numerorum Geometricorum.* *ibid.*
III. *De Subtractione Numerorum Geometricorum.* 41

IV. *De Multiplicatione Numerorum Geometricorum.* ibid.
V. *De Diviſione Numerorum Geometricorum.* 42
CAPUT II. *De Arithmetica Aſtronomica.* 43
Articulus.
I. *De numeris Aſtronomicis.* ibid.
II. *De Notatione, & Numeratione Aſtronomica.* ibid.
III. *De Additione Aſtronomica.* 44
IV. *De Subtractione Aſtronomica.* ibid.
V. *De Multiplicatione Aſtronomica.* 45
VI. *De Diviſione Aſtronomica.* 46
CAPUT III. *De Arithmetica Politica ſeu Civili.* 47
Articulus.
I. *De monetarum, ponderum, ac menſurarum diverſis denominationibus, ſeu ſpeciebus.* 48
II. *De Additione monetarum, ponderum, menſurarum diverſa ſpeciei.* ibid.
III. *De Subtractione monetarum, ponderum, menſurarum diverſa ſpeciei.* ibid.
IV. *De Multiplicatione monetarum, ponderum, & menſurarum diverſa ſpeciei.* 49
V. *De Diviſione monetarum, ponderum, ac menſurarum diverſa ſpeciei.* ibid.
CAPUT IV. *De Arithmetica Rabdologica Neperi.* 50
Articulus
I. *De fabrica columnarum mobilium tabula Pythagorica.* ibid.
II. *De Multiplicatione per columnas mobiles tabula Pythagorica.* ibid.
III. *De Diviſione per eaſdem columnas mobiles.* 51
CAPUT V. *De Arithmetica Calculari, ſeu Lineari.* 52
Articulus.
I. *De præparatione Abaci Linearis, ejuſq; uſu in Numeratione.* ibid.
II. *De Additione rerum ejuſdem ſpeciei.* 53
III. *De Additione rerum ejuſdem ſpeciei.* ibid.
IV. *De Subtractione rerum unius ſpeciei.* 54
V. *De Subtractione rerum diverſarum ſpecierum.* 55
VI. *De Multiplicatione.* ibid.
VII. *De Diviſione.* 56
CAPUT VI. *De Arithmetica Divinatoria.* 57
Articulus.
I. *Divinare quot quis nummos in crumena habeat.* ibid.
II. *Aliter divinare quem quis animo conceperit numerum.* ibid.
III. *Adhuc aliter divinare, quem quis numerum conceperit.* 58
IV. *Divinare numeros quos plures conceperunt mente, aut nummos quos habent.* ibid.
V. *Trium rerum quam quilibet ex tribus hominibus tetigerit, aut acceperit, divinare.* ibid.
VI. *Quæ plurium perſonarum, quoto in digito, & quoto in articulo digiti, annulum geſtet, divinare.* 59
VII. *Quos numeros infra decem conceperint plures, divinare.* ibid.
VIII. *E numero plurium quis rem aliquam ſurripuerit divinare.* ibid.

LIBER III.

De Geometria Elementari, ſive Elementorum geometricorum Euclidis ſex libri Primi. 61

PROLEGOMENA in Euclidis Elementa Geometrica. 62
EUCLIDIS ELEMENTUM PRIMUM. Habet Propoſitiones quadraginta octo. 63.
EUCLIDIS ELEMENTUM SECUNDUM. Habet Propoſitiones quatuordecim. 77
EUCLIDIS ELEMENTUM TERTIUM. Habet Propoſitiones triginta ſeptem. 82
EUCLIDIS ELEMENTUM QUARTUM. Habet Propoſitiones ſedecim. 90
EUCLIDIS ELEMENTUM QUINTUM. Habet Propoſitiones triginta quatuor. 93
EUCLIDIS ELEMENTUM SEXTUM. Habet Propoſitiones triginta tres. 101

LIBER IV.

Trigonometria Elementaris, ſive Doctrina Sinuum, Tangentium, & Secantium, unà cum Canone triangulorum, ejuſque ſtructura, & uſu. 109

CAPUT I. *De Definitionibus, ſeu Terminis in Trigonometria Elementari uſitatis.* 110
Definitiones Sinuum. ibid.
Definitiones Tangentium, & Secantium. ibid.
CAPUT II. *De ordine ac diſpoſitione tabularum Sinuum, Tangentium, & Secantium.* ibid.
Tabula ſinuum, Tangentium & Secantium in partibus ſinus totius 1000000 partium. 114
CAPUT III. *De ſtructura tabularum ſinuum, tangentium, & ſecantium, ſeu de modo eas calculandi.* 159
Propoſitio.
I. *Sinus primarios ſupputare.* ibid.
II. *Sinus ſecundarios ſupputare.* ibid.
III. *Si in circulo quadrilaterum deſcribatur; erit diametrorum rect angulum æquale rectangulis ab oppoſitis lateribus deſcriptis.* 160
IV. *Sinum arcûs æqualis duobus arcubus quadrante minoribus, quorum ſinus noti ſunt, invenire* ibid.
V. *Sinuum differentia duorum arcuum quadrante minorum, quorum ſinus noti ſunt, invenire* ibid.
VI. *Omnium graduum & minutorum quadrantis ſinus ſupputare, & tabulas ſinuum conficere.* ibid.
VII *Tabulas tangentium & ſecantium ſupputare.* ibid.
CAPUT IV. *De Uſu Canonis triangulorum, ſeu Tabularum Sinuum, Tangentium, & Secantium.* 161
Propoſitio.
I. *Dato arcu quadrante minore, utrumq; ejus ſinum, tangentem, & ſecantem reperire.* ibid.
II. *Dati arcus quadrante majoris utrumque ſinum, tangentem, & ſecantem invenire.* ibid.
III. *Dati arcus ſinum verſum eruere.* ibid.
IV. *Invenire ſinum verſum complementi dati arcus.* ibid.
V. *Dati arcus Chordam invenire.* 162
VI. *Sinus, Tangenti, Secanti datis, debitum arcum invenire.* ibid.
VII. *Eundem arcum invenire, quando numerus datus eſt ſinus, tangens, ſecans complementi arcus quæſiti.* ibid.
VIII. *Idem præſtare, quando numerus datus eſt ſinus verſus.* ibid.
IX. *Idem præſtare, quando numerus datus eſt ſinus verſus complementi.* ibid.
X. *Data chorda, ejus arcum invenire.* ibid.
XI *Partem proportionalem pro minutis ſecundis reperire.* ibid.
§. I. *Quid obſervandum, quando minuta ſecunda negliguntur.* ibid.
§ II. *Quid obſervandum, quando minuta ſecunda non negliguntur.* 163

LIBER V.

De Trigonometria Practica, ſive Canones ad triangulorum dimenſionem ſpectantes. 164

CAPUT I. *Notantur nonnulla ad Trigonometriam Practicam neceſſaria.* ibid.
CAPUT II. *De Trigonometria rectangulorum.* ibid.
Propoſitio.
I. *Lemma. In rectangulis unumquodque latus poteſt ſumi pro ſinu anguli oppoſiti, item unumquodque pro radio, & reliqua duo vel pro ſinibus, vel unum pro tangente, & alterum pro ſecante.* 156
II. *Lemma. In triangulis, duo quævis latera habent eandem proportionem ad invicem, quam ſinus angulorum illis oppoſitorum: & viciſſim.* ibid.
III. *Lemma. In iiſdem triangulis rectangulis, quodvis latus circa rectum ſe habent ad alterum, ut radius ad tangentem anguli oppoſiti: ad hypothenuſam vero, ut ad ſecantem ejuſdem anguli.* ibid.
IV. *Lemma. Datis trianguli rectanguli angulis, dantur etiam proportiones laterum.* ibid.
V. *Problema. Data baſe, & alterutro angulorum acutorum, reliqua latera efficere nota.* ibid.

VI. *Pro-*

INDEX.

VI. *Problema. Dato uno latere circa angulum rectum, & alterutro angulorum acutorum, invenire reliqua latera.* 166
VII. *Problema. Data baſe, & uno latere trianguli rectanguli, duos angulos acutos effi..re notos, una cum tertio latere.* ibid.
VIII. *Problema. Dato utroq; latere, invenire baſin, & utrumq; angulum acutum.* ibid.
IX. *Problema. Dato uno latere unà cum proportione duorum angulorum, invenire & angulos acutos, & reliqua latera.* ibid.
X. *Problema. Datis tribus lateribus trianguli rectanguli, invenire angulos acutos.* 167
CAPUT III. *De Trigonometria obliquangulorum triangulorum.* ibid.
Propoſitio.
XI. *Lemma. Si circa triangulum rectilineum quodcunque deſcribatur circulus,* per 5. quarti Euclid. *erit latus quodlibet chorda arcus quem ſubtendit.* ibid.
XII. *Lemma. Dimidium cujusque chordæ eſt ſinus rectus dimidii arcus quem ſubtendit chorda.* ibid.
XIII. *Lemma. In omni triangulo obliquangulo, latera habent eandem proportionem ad invicem, quam ſinus angulorum ipſis oppoſitorum, & viciſſim.* ibid.
XIV. *Lemma. Datis trianguli obliquanguli angulis, dantur etiam proportionales laterum.* ib.
XV. *Lemma. Si ab uno angulo trianguli obliquanguli notorum laterum, ad oppoſitum latus perpendicularis demittatur, quanta ſint ſegmenta lateris à perpendiculari facta, cognoſcere.* ibid.
XVI. *Lemma. Magnitudinem perpendicularis ab angulo ad latus oppoſitum trianguli demiſſæ invenire.* 168
XVII. *Problema. Datis tribus, aut etiam duobus tantum angulis trianguli obliquanguli, & uno latere, reliqua duo latera cognoſcere.* ibid.
XVIII. *Problema. Datis tribus, aut etiam duobus tantum angulis, cum duobus lateribus, reliquum invenire.* ibid.
XIX. *Problema. Datis tribus lateribus, omnes angulos notos facere.* ibid.
XX. *Problema. Datis duobus lateribus, trianguli obliquanguli, & angulo uni laterum oppoſito, invenire reliqua, ſi conſtet ſpecies anguli.* 169
XXI. *Problema. Datis duobus lateribus trianguli obliquanguli, cum angulo ab ipſis contento, reliquos angulos, & tertium latus inquirere.* ibid.
CAPUT IV. *De dimenſione triangulorum Sphæricorum.* ibid.
§. I. *De Elementis Sphæricis.* ibid.
§. II. *De Proprietatibus angulorum & triangulorum ſphæricorum.* 171
§. III. *De Dimenſione triangulorum ſphæricorum rectangulorum, in quibus unus tantum eſt rectus.* 172
Propoſitio.
I. *Problema. Angulum ex baſe, & latere quod angulo quæſita opponitur, invenire.* ibid.
II. *Problemo. Angulum ex baſe & latere quod angulo quæſito adjacet, invenire.* ibid.
III. *Problema. Angulum ex baſe, & altera angulo non recto invenire.* ibid.
IV. *Problema. Angulum ex latere quæſito angulo oppoſito, & altero angulo non recto, invenire.* ibid.
VI. *Problema. Angulum ex utroque latere circa angulum rectum invenire.* ibid.
VII. *Problema. Latus ex baſe, & altera latere, invenire.* ibid.
VIII. *Problema. Latus ex baſe, & angulo qui lateri quæſito opponitur invenire,* ibid.
IX. *Problema. Latus ex baſe, & angulo qui lateri quæſito adjacet, invenire.* 173
X. *Problema. Latus ex altero latere, & angulo qui quæſito lateri adjacet, invenire.* ibid.
XI *Problema. Latus ex altero latere, & angulo qui lateri quæſita opponitur, invenire.* ibid.
XII. *Problema. Latus ex utroque angulo non recto, invenire.* ibid.
XIII. *Problemo. Baſin ex latere, & angulo ei adjacente, invenire.* ibid.
XIV. *Problema. Baſin ex latere, & angulo ei oppoſito, invenire.* ibid.
XV. *Problema. Baſin ex utroque latere invenire.* ibid.
XVI. *Problema. Baſin ex utroque angulo non recto invenire.* ibid.
§. IV. *De dimenſione triangulorum ſphæricorum obliquangulorum.* ibid.
Propoſitio.
XVII. *Problema. Angulum ſpecie præcognitum ex datis duobus lateribus, & angulo uni eorum oppoſito invenire.* ibid.
XVIII. *Problema. Angulum verticalem ex datis duobus loteribus ſingulatim quadrante minoribus, & angulo uni eorum oppoſito, & ſpecie anguli oppoſiti reliquo lateri, invenire.* ibid.
XIX. *Problema. Angulum utrumque ad baſin ex datis lateribus duobus ſimul ſemicirculo minoribus, & angulo verticali, invenire.* 174

XX. *Problema. Angulum quemvis ad baſim ex datis lateribus duobus, quorum alterum ſaltem ſit quadrante minus, & angulo verticali acuto, invenire* ibid.
XXI. *Problema. Angulum tertium ex datis duobus angulis acutis, & latere oppoſito uni eorum, ac ſpecie lateris oppoſiti alteri angulo dato, invenire.* ibid.
XXII. *Problema. Angulum baſi oppoſitum ex datis duobus angulis, quorum unus ſaltem ſit acutus, & ex baſi iis adjacente, quæ ſit minor quadrante, invenire.* ibid.
XXIII. *Problema. Angulum quemlibet tanquam verticalem, ex datis tribus lateribus quærere.* ibid.
XXIV. *Problema. Baſim ex duobus datis lateribus ſingulatim quadrante minoribus, & angulo uni eorum oppoſito, ac ſpecie anguli oppoſiti reliquo dato lateri invenire.* ibid.
XXV. *Problema. Baſin ex datis lateribus duobus, quorum ſaltem unum ſit quadrante minus, & ex dato angulo verticali acuto, invenire.* ibid.
XXVI. *Problema. Baſim adjacentem duobus angulis datis acutis, ex iis, & latere uni eorum oppoſito, nec non ſpecie lateris oppoſiti alteri angula, invenire.* ibid.
XXVII. *Problema. Latus dato angulo oppoſitum, ſpecie tamen præcognitum, ex datis duobus angulis, & latere uni eorum oppoſita, invenire.* 17[illegible]
XXVIII. *Problema. Latus utrumque unico actu, ex datis angulis duobus ſimul duos rectos non excedentibus, & ex baſe ipſis adjacente, invenire.* ibid.
XXIX. *Problema. Latus utrumvis ex datis angulis duobus, quorum ſaltem unus ſit acutus, & ex baſi adjacente quæ ſit minor quadrante, invenire.* ibid.
XXX. *Problema. Latus quodvis tanquam baſin, ex datis tribus angulis invenire.* ibid.

COMPENDIUM BREVISSIMUM

Trigonometriæ Elementaris ac Practicæ.

176
CAPUT I. *Definitiones ad Trigonometriam neceſſaria.* 177
CAPUT II. *Poſtulata, & Axiomata ad ſequentes demonſtrationes neceſſaria.* 178
CAPUT III. *problemata ad Trigonometriam neceſſaria.* ibid.
Problema.
I. *Lineam perpendicularem erigere ad extremitatem lineæ datæ.* 179
II. *Perpendicularem erigere ex dato puncto extra lineam.* ibid.
III. *Perpendicularem ducere ad punctum datum in ipſa linea.* ibid.
IV. *Parallelam lineam per punctum extra datam lineam poſitum ducere.* ibid.
V. *Per tria puncta, non in eadem recta linea poſita, circulum deſcribere.* ibid.
CAPUT IV. *Theoremata quindecim ad Trigonometriam neceſſaria.* ibid.
Theorema.
I. *Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerunt, habeant verò & angulos ab illis lateribus comprehenſos æquales, etiam baſes illorum erunt æquales, & conſequenter totum triangulum erit æquale toti alteri triangulo.* ibid.
II. *Si unum triangulum habuerit duos angulos æquales duobus angulis alterius trianguli; ſitim latera comprehenſa ab illis angulis fuerint æqualia: etiam reliqua latera, & ipſa tota triangula, ſibi æqualia erunt.* 180
III. *Recta linea incidens in aliam rectam, facit vel duos angulos rectos, vel duos angulos æquales duobus rectis.* ibid.
IV. *Anguli ad crucem oppoſiti ſunt æquales inter ſe.* ibid.
V. *Recta incidens in duas rectas parallelas, facit 1. duos angulos internos, & ad eaſdem partes ſimul æquales duobus rectis, 2. angulos alternos inter ſe æquales: 3. externum interno ſibi ad eaſdem partes oppoſito æqualem: & viciſſim, ſi recta incidens in duas rectas, facit 1. duos angulos internos, & ad eaſdem partes, æquales duobus rectis; 2. angulos alternos inter ſe æquales; 3. externum interno ſibi ad eaſdem partes oppoſito æqualem; in omnibus caſibus parallelæ ſunt duæ illæ rectæ.* ibid.
VI. *In omni triangulo tres anguli ſimul ſunt æquales duobus rectis.* 181
VII. *Parallelogramma habent latera oppoſita, & angulos oppoſitos æquales.* ibid.
VIII. *Si triangulum fuerit duorum laterum æqualium, tunc linea ex concurſu horum laterum ducta perpendiculariter ad baſim, dividet & angulum, & baſim in duas partes æquales: conſequenter tota duo triangula inde facta, erunt ſe æqualia.* ibid.
IX. *Omnia parallelogrammata ſuper eadem vel æquali baſi inter parallelas eaſdem lineas, ſunt inter ſe æqualia.* 182
X. *In circulo angulus ad centrum duplus eſt anguli ad peripheriam, ſi fuerit peripheria eadem baſis illarum angulorum.* ibid.
XI. *Anguli qui in eodem circuli ſegmento, omnes ſunt inter ſe æquales.* ibid.

XII.

XII. *Ejuſdem altitudinis triangula, ſeu quæ ſunt inter eaſdem parallelas, habent ſe ut baſes.* ibid.
XIII. *Æquales magnitudines ad eandem magnitudinem habent æqualem ſeu eandem proportionem.* 183
XIV. *Si ad unum trianguli latus parallela ducta fuerit, hæc proportionaliter ſecabit trianguli latera.* ibid.
XV. *Triangula æquiangula habent latera circa æquales angulos proportionalia.* ibid.
CAPUT V. *De reſolutione triangulorum planorum, ſeu manifeſtatione cujuſvis ignoti, ex datis tribus notis in triangulis rectilineis.* ibid.
Propoſitio.
I. *De ſolutione triangulorum rectilineorum rectangulorum, in quibus ſcilicet ſemper unus angulus rectus ſupponitur notus, utpote 90. graduum.* Habet §§ quinque. 184
II. *De ſolutione triangulorum rectilineorum obliquangulorum, hoc eſt, eorum qui nullum rectum angulum habent.* Habet §§. ſex. ibid.
III. *Praxes ſolutionis cujuſcunque trianguli in terminis abſtractis.* 187
§. I. *Quomodo ſolvenda ſint triangula rectilinea rectangula, in quibus ſemper ſupponitur rectus eſſe notus 90. graduum.* ibid.
§ II. *Quomodo practicè ſolvenda ſint triangula obliquangula.* ibid.

LIBER VI.

De Geometria Practica. 189
PARS PRIMA. *De Longimetria, ſeu linearum rectarum dimenſione.* 190
CAPUT I. *De nonnullis Geometricis Inſtrumentis ad longimetriam neceſſariis.* ibid.
Pragmatia.
I. *Quadratum geometricum conſtruere.* ibid.
II. *Pantometrum Kircherianum conficere.* 191
III. *Quadrantem Geometricum fabricare.* 192
CAPUT II. *De dimenſione latitudinum.* ibid.
Propoſitio.
I. *Duorum locorum diſtantiam horizontalem metiri Quadrato, quando ad unum illorum accedi poteſt.* ibid.
II. *Duorum locorum diſtantiam metiri Pantometro, quando ad unum illorum accedi poteſt* 193
III. *Metiri diſtantiam inter duos terminos Quadrante, quando ad unum illorum accedi poteſt.* 194
IV. *Diſtantiam duorum locorum metiri, quando ad neutrum accedi poteſt, licet tamen retrocedere in directum.* 195
CAPUT III. *De dimenſione altitudinum verticalium.* ibid.
Propoſitio.
V. *Altitudines verticales, ad quas acceſſus patet, Quadrato metiri.* ibid.
VI. *Altitudines verticales, ad quas accedi poteſt, metiri Pantometro.* 196
VII. *Metiri altitudinem perpendicularem AB Quadrante, quando ad ipſius baſin B accedi poteſt.* ibid.
VIII. *Altitudines verticales, ad quas acceſſus non patet, Quadrato metiri per duas ſtationes.* ibid.
IX. *Altitudines metiri Pantometro per duas ſtationes, ad quas non patet acceſus, poteſt tamen in directum retrocedi,* 197
X. *Metiri altitudinem perpendicularem AB, quando non poteſt accedi ad ipſius baſim, Quadrante ex duplici ſtatione.* ibid.
XI. *Altitudines in monte poſitas metiri Quadrato, ad quas patet acceſſus.* 198
XII. *Altitudines acceſſibiles in monte poſitas Pantometro metiri.* ibid.
XIII *Altitudines verticales monti impoſitas, & acceſſibiles, Quadrante metiri.* ibid.
XIV. *Altitudines in monte poſitas, ad quas acceſſus non patet, metiri.* ibid.
CAPUT IV. *De dimenſione profunditatum.* ibid.
Propoſitio.
XV. *Profunditates puteorum metiri.* ibid.
XVI. *Profunditates vallis metiri ex monte.* ibid.
CAPUT V. *De dimenſione diſtantiarum diametralium.* ibid.
Propoſitio.
XVII. *Diſtantiam diametralem invenire, quando ad baſim altitudinis accedi poteſt, aut nata eſt ipſa altitudo.* ibid.

INDEX.

XVIII. *Diſtantiam diametralem invenire, quando ad baſim altitudinis non poteſt accedi, neque nota eſt ipſa altitudo.* ibid.

XIX. *Diſtantiam diametralem invenire, ſine ullo obſervatione, quando nota eſt altitudo, & diſtantia horizontis.* ibid.

XX. *Acclivitatem alicujus montis invenire.* 204

XXI. *Diaganalem ex ipſa altitudine nota invenire.* ibid.

CAPUT VI. *De uſu Quadratis & Quadrantis penduli.* ibid.

Propoſitio.

XXII. *Quadrato pendulo turrium & aliarum rerum altitudines dimetiri, quando ad baſim accedi poteſt.* ibid.

XXIII. *Quadrato pendulo metiri altitudines, quando ad earum baſes accedi non poteſt.* ibid.

XXIV. *Quadrante pendula metiri altitudines verticales acceſſibiles.* 201

XXV. *Quadrante pendula metiri altitudines easdem inacceſſibiles.*

CAPUT VII. *De variis dimetiendi modis per alia Inſtrumenta, aut ſine Inſtrumentis.* ibid.

Propoſitio.

XXVI. *Metiri altitudines perpendiculares acceſſibiles, per umbram.* ibid.

XXVII. *Altitudines verticales acceſſibiles metiri per umbram ſine arithmetica.* ibid.

XXVIII. *Metiri altitudines verticales acceſſibiles per umbrã ope Quadrati & Quadrantis.* 202

XXIX *Foſſæ aut fluvii non adeo magni latitudinem metiri pileo capiti impoſito.* ibid.

XXX. *Aliter idem facere bacula & bacilla.* ibid.

XXXI. *Altitudines verticales acceſſibiles metiri eodem baculo & bacilla.* ibid.

XXXII. *Aliter idem facere ſolo bacula AB, ſine bacilla CBD, & ſine arithmetica.* ibid.

XXXIII. *Idem efficere bacula & bacilla, ſine arithmetica.* 203

XXXIV *Gnomone, ſeu angulo recta metiri rerum altitudines.* ibid.

XXXV. *Gnomone metiri rerum latitudines.* ibid.

XXXVI. *Speculo plano, aut vaſe aqua pleno, metiri rerum altitudines.* ibid.

XXXVII. *Fluminis latitudinem, aut duorum locorum diſtantiam non adeo magnam, fixis ſolum in campo baculis metiri.* ibid.

PARS SECUNDA. *De Planimetria, ſeu ſuperficierum dimenſione.* 204

Propoſitio.

I. *Parallelogrammorum rectangulorum areas metiri.* ibid.

II. *Parallelogrammarum non rectangulorum areas invenire.* 205.

III. *Triangulorum areas dimetiri.* ibid.

IV. *Trapeziorum areas invenire.* ibid.

V. *Figuras multilateras ordinatas ſive regulares dimetiri.* 206

VI. *Superficies polygonas irregulares dimetiri.* ibid.

VII. *Circulorum areas invenire, cognita diametra & circumferentia.* ibid.

VIII. *Circulorum areas invenire data ſola diametro.* 207

IX. *Circulorum areas invenire data ſola peripheria.* ibid.

X. *Invenire aream circuli, quando nec diameter, nec circumferentia eſt nota.* ibid.

XI. *Segmentorum circuli areas invenire.* ibid.

XII. *Figuras ex variis circulorum ſegmentis coagmentatas metiri.* 208

XIII. *Ovalis & Elliptica figura aream invenire.* ibid.

XIV. *Sphærarum & hemiſphæriarum ſuperficies convexas metiri.* ibid.

XV. *Portionum ſphærarum hemiſphæria majorũ aut minorũ, convexas ſuperficies reperire.* 209

XVI. *Superficiem convexam cylindri recti, & coni recti, reperire.* ibid.

PARS TERTIA. *De Stereometria, ſeu ſolidorum dimenſionibus.* ibid.

Propoſitio.

I. *Parallelepipeda metiri, ad inveniendam eorum ſoliditatem.* ibid.

II. *Priſmata metiri, eorumque ſoliditatem invenire.* 210

III. *Cylindrorum ſoliditatem invenire.* ibid.

IV. *Pyramidum, & Conorum ſoliditates invenire.* ibid.

V. *Aream ſolidam corporum regularium invenire.* ibid.

VI. *Corpora irregularia metiri geometricè, & mechanicè.* 211

VII. *Sphæra ſoliditatem, & ſegmentorum ejus reperire.* ibid.

PARS QVARTA. *De Cœlometria, ſeu concavorum dimenſionibus.* 212

Propoſitio.

I. *Regulam cubimetricam & cylindrimetricam conſtruere, hoc eſt, menſuras famoſas in certis locis uſitatas, tam aridorum, quam liquidorum, virgis ſeu perticis inſcribere.* ibid.

II. *Vaſa parallelepipeda metiri Regula cubimetrica.* 213

III. *Foſſæ excavandæ capacitatem invenire.* ibid.

IV. *Vaſa cubica duplicare, triplicare, &c. mechanicè, ope Regula cubimetrica.* ibid.

V. Con-

V. *Concavas columnas, turres, & quæcunque priſmata baſes habentia triangulares pentagonas, hexaganas, octaganas, & etiam irregulares, metiri.* 214
VI. *Tetraedra, ſeu pyramides regulares, & reliqua corpora regularia, metiri.* ibid.
VII. *Cylindrorum capacitatem invenire.* ibid.
VIII. *Pyramidum & Conorum capacitates invenire.* ibid.
IX. *Vaſa inæqualium baſium metiri.* ibid.
X. *Doliorum ſeu vaſorum vinariorum capacitatem reperire.* 215
XI. *Virgam viſariam præparare, eaque dolia vinaria menſurare.* ibid.
PARS QVINTA. *De Geodæſia, ſeu ſuperficierum diviſionibus.* 218
CAPUT I. *De diviſione triangulorum.* ibid.
Propoſitio.
I. *Triangulum quodcunque dividere in duas, tres, & quotcunque libuerit partes æquales per lineas à quovis angulo ad latus oppoſitum protractas.* 219
II. *Triangulum quodcunq; dividere per rectam à quavis angulo ductam, in duas partes inæquales ſecundum proportionem datam, ita ut antecedens proportionis vergat in quam partem volueris.* ibid.
III. *Triangulum quodcunque per rectas à quavis angulo ductas dividere in plures partes inæquales ſecundum proportionem datam, ita ut antecedens primæ proportionis vergat in quam malueris partem.* ibid.
IV. *Campum triangularem dividere in partes inæquales datas, per lineas ab uno eodemque angulo ductas.* ibid.
V. *Triangularem campum dividere in partes inæquales petitas, per lineas ex diverſis punctis ductas.* ibid.
VI. *Dividere triangulum in duas partes æquales per lineam à quovis puncto dato in uno latere ductam ad latus alterum.* 220
VII. *Dividere triangulum in duas partes inæquales, per rectam à quovis latere ductam, ſecundum proportionem datam.* ibid.
VIII. *Dividere triangulum in tres aut quotlibet partes æquales, per rectas à puncto in latere aſſumpto.* ibid.
IX. *Triangulum dividere in tres æquales partes per lineas à latere ad latus ductas, è diverſis punctis.* ibid.
X. *Dividere triangulum in tres partes inæquales ſecundum quamcunque rationem datam, lineis à latere ad latus ductis.* 221
XI. *Triangulum quodcunque per lineas uni lateri parallelas dividere in quotlibet partes æquales* ibid.
XII. *Triangulum in duas partes inæquales habentes quamcunque proportionem datam, dividere per lineas uni lateri parallelas, ita ut antecedens proportionis ſit verſus quem volueris angulum, aut latus.* ibid.
CAPUT II. *De diviſione parallelogrammorum, & Trapeziorum in partes duas.* ibid.
Propoſitio.
XIII. *Parallelogrammum dividere in plures partes ſecundum quamlibet proportionem datam, per lineas lateribus æquidiſtantes.* ibid.
XIV. *Parallelogrammum dividere in plures partes ſecundum rationem datam, quando nota eſt area ipſius.* ibid.
XV. *Trapezium duo latera parallela habens dividere in partes æquales, lineis à latere ad latus tractis.* 222
XVI. *Dividere trapezium duorum æquidiſtantium laterum, per lineam ab angulo protractam in duas partes inæquales ſecundum proportionem datam.* ibid.
PARS SEXTA. *De Metamorphoſi ſeu transformatione planorum ac corporum.* ibid.
CAPUT I. *De transformatione Triangulorum planorum rectilineorum in alias planas rectilineas figuras.* 223
Propoſitio.
I. *Triangulo cuicunque dato conſtituere aliud ſimile, ſimiliterque poſitum, in quacunque proportione quoad latera.* ibid.
II. *Triangulo cuicunque dato conſtituere aliud ſimile, ſimiliterq; poſitum, ſub quavis proportione quoad ſuperficiem.* ibid.
III. *Dato triangulo æquale parallelogrammum rectangulum, & non rectangulum facere.* ibid.
IV. *Dato triangulo cuicunq; conſtituere æquale quadratum.* ibid.
V. *Duabus triangulis, ſeu æqualibus, ſeu inæqualibus, ſimilibus tamen, invenire aliud triangulum ſimile æquale.* ibid.
VI. *Triangulum dato quadrato æquale conſtituere: item dato parallelogrammo, ſeu rectangulo, ſeu non rectangulo.* 224

VII.

VII. *Datis quotcunq; triangulis æquale triangulum conſtituere.* ibid.
VIII. *Triangulum rectangulum dato circulo æquale quam proxime conſtituere.* ibid.
CAPUT II. *De tranſmutatione quadrangulorum, & aliarum figurarum planarum, in alias figuras planas.* ibid.
Propoſitio.
IX. *Quadrangulo quocunque dato deſcribere aliud ſimile, vel æquale, vel quoad ſingula latera majus aut minus, in qualibet proportione.* ibid.
X. *Parallelogrammo rectangulo, & non rectangulo, æquale quadratum conſtituere.* ibid.
XI. *Datis duobus, aut pluribus quadratis, parallelogrammis, & rectilineis quibuſcunque, invenire quadratum unum illis æquale.* ibid.
XII. *Polygono cuicunque dato deſcribere aliud ſimile ſimiliterq; poſitum, majus vel minus, in quacunque proportione quoad latera.* 225
XIII. *Dato circulo æquale triangulum, rectangulum, & quadratum quam proximè, invenire.* ibid.
XIV. *Dato quadrato conſtituere circulum quam proximè æqualem.* ibid.
XV. *Pluribus circulis datis deſcribere unum æqualem.* ibid.
XVI. *Circulum in quavis proportione data augere, vel minuere.* ibid.
XVII. *Circulum duplicare, triplicare, vel quavis proportione æquali augere, aut minuere.* ibid.
CAPUT III. *De tranſmutatione figurarum ſolidarum in alias figuras ſolidas.* 226
Propoſitio.
XVIII. *Datum cylindrum in parallelepipedum æquale ejusdem altitudinis convertere, & viciſſim.* ibid.
XIX. *Dato cono æqualem pyramidem ejusdem altitudinis conſtituere, & viciſſim.* ibid.
XX. *Dato priſmati, vel cylindro, æqualem ſub eadem altitudine pyramidem vel conum conſtruere, & è converſo.* ibid.
XXI. *Datum cylindrum, vel priſma: ſimiliter datum conum, vel pyramidem, cujuſcunque altitudinis, in æqualem cylindrum, &c. ſub data qualibet alia altitudine, & ſupra baſin quotcunque angulorum, revocare.* ibid.
XXII. *Dato parallelepipedo, cylindro, cono, pyramidi, æqualem cubum conſtituere.* 227
XXIII. *Data ſphæra æqualem cubum conſtruere.* ibid.
XXIV. *Dato cubo æqualem ſphæram invenire.* ibid.
XXV. *Solidum quodcunque augere, vel minuere in proportione data, arithmeticè.* ibid.
PARS SEPTIMA. *De Ichnographia, ſeu plantarum delineationibus, & locorum planorum deſcriptionibus.* 228
Propoſitio.
I. *Situm alicujus horti, campi, atrii, &c. delineare in charta, ſeu Topographiam ejus ope Pantometri perficere.* ibid.
II. *Ichnographiam urbium Inſtrumento Pantometro perficere.* 229
III. *Aliter ichnographicè delineare urbes Pantometro.* ibid.
IV. *Chorographicas deſcriptiones Pantometro perficere.* ibid.
V. *Aliter & nova modo, tam Topographicas, quam Chorographicas deſcriptiones Pantometro perficere.* 230
VI. *Sylvam, lacum, aliaque loca plana deſcribere, quando intra ipſa non poſſunt fieri ſtationes.* ibid.
VII. *Situm camporum, ſimiliumq; locorum, ex unica ſtatione delineare.* ibid.
VIII. *Ichnographiam ſubterraneorum locorum perficere.* ibid.
IX. *Cuivis puncto in extrema terræ ſuperficie adſignato, aliud ad perpendiculum ei in intimis terræ viſceribus reſpondens, Pantometro reperire.* 231
X. *Ichnographiam omnium partium interiorum alicujus domus, aut Eccleſiæ Pantometro perficere.* ibid.
XI. *Munitionum ſeu Fortalitiorum ichnographicam delineationem in camporum planitie perficere Pantometro.* ibid.

LIBER VII.

De Aſtronomia Elementari, ſive de Sphæra Mundi. 233
PARS I. *De Sphæra Mundi in communi.* 234
CAPUT. I. De

I. *De partibus ſphæræ Mundi, earumque ſitu & ordine.* ibid
II. *De mundi rotunditate, motuque ſiderum circulari.* ibid.
III. *De centro, diametris, axe, & polis Sphæræ Mundi.* 235.
IV. *De circulis Sphæræ Mundi in genere.* 236
V. *De Horizonte, ejuſque officiis ſeu proprietatibus.* ibid.
VI. *De Meridiano, ejus que officiis ſeu proprietatibus.* 237
VII. *De Æquatore, ejuſque officiis & proprietatibus.* 238
VIII. *De Zodiaco, ejusque officiis & proprietatibus.* ibid.
IX. *De Coluris, eorumque officiis.* 239
X. *De Tropicis, & Polaribus circulis.* ibid.
XI. *De nonnullis proprietatibus circulorum hactenus explicatorum.* ibid.
XII. *De circulis ſecundariis ſphæræ Mundi.* ibid.
PARS SECUNDA. *De ſphæra Elementari.* 240
CAPUT.
I. *De figura Terraquæ.* ibid.
II. *De loco Terraquæ in Univerſo.* 241
III. *De immobilitate Terraquæ in medio mundi.* 242
IV. *De magnitudine Terraquæ reſpectu cæli.* 244.
V. *De magnitudine abſoluta Terraquæ* ibid.
PARS TERTIA. *De Sphæra Cæleſti.* 245
CAPUT.
I. *De ſtellis Sphæræ Cæleſtis in communi earumque numero, & differentiis.* 246
II. *De numero, ordine, & nomenclatura conſtellationum, in quas ſtellæ fixæ ſunt diſtributæ: & de ſtellis inſignioribus.* ibid.
III. *De numero ſtellarum fixarum in ſingulis conſtellationibus.* 248
IV. *De Cometis, & ſtellis novis in cælo ſubinde apparentibus, earumque parallaxi.* 250
V. *De motibus ſtellarum, motuumque ſpeciebus, & qualitatibus.* 251
VI. *Utrum cælum ſidereum ſit ſolidum ſeu durum an vero fluidum.* 252
VII. *Utrum cælum ſidereum ſit unicum, an verò multiplex.* 253
VIII. *De motu cæli ſiderei ex ſententia eorum qui durum illud ſtatuunt.* ibid.
IX. *De motu cæli ſiderei ac ſtellarum in genere, ex noſtra ſententia, qui unicum & liquidum illud ſtatuimus.* 255
X. *De iis quæ motum Primum cæli ſiderei comitantur.* 256
XI. *De Aſpectibus & Radiationibus mutuis ſiderum.* 258

LIBER VIII.

De Aſtronomia Theorica. 259

CAPUT I. *De apparentiis, & obſervationibus, quibus moti Aſtronomi Hypotheſes varias effingunt, atque uſurpant.* 260
CAPUT II. *De ordine planetarum, & variis Mundi Syſtematibus.* 262
CAPUT III. *De planetarum Theoriis ſeu Hypotheſibus in genere: & de nominibus punctorum, linearum, arcuum, aliorumque ad eas ſpectantium.* 263
§. I. *Hypotheſis ſolius Excentrici.* ibid.
§. II. *Nomina punctorum, linearum, arcuum, motuum, aliorumque ſimilium in Excentrici Theoria uſitatorum.* ibid.
§. III. *Hypotheſis Homocentrepicycli.* 264
CAPUT IV. *De ſole, ejuſque variis motibus, & motuum anomaliis, nec non de variis Hypotheſibus ad illas ſalvandas.* 265
§. I. *Motus ſolis ab Oriente in Occidentem Diurnus.* ibid.
§. II. *Motus Solis Annuus ab Occidente in Orientem.* 266
§. III. *Periodus motus annui Solis ab Occidente in Orientem.* 267
§. IV. *Anomalia apparens motus ſolaris proprii.* ibid.
§. V. *Theorica Solis ſecundum Ptolemæum, quâ excuſatur ſeu explicatur inæqualitas apparens in Solis magnitudine & motu annuo.* 268
§. VI. *Locus Apogæi Solis, ejuſque Excentricitas.* ibid.
CAPUT. V. *De Luna, ejuſque motibus & motuum anomaliis ac de Hypotheſibus ad illas ſalvandas.* 269

§. I. *De motu Lunæ communi, & proprio.* ibid.
§. II. *De Orbita motus proprii Lunæ.* 270
§. III. *De variis motuum lunarium nominibus, eorumque periodis, & anomaliis.* ibid.
§. IV. *Theorica Lunæ Ptolemaica.* 271
CAPUT VI. *De Theoria trium ſuperiorum planetarum.* 272
§. I. *Phænomena, & anomalia motuum Saturni, Jovis, & Martis.* ibid.
§. II. *Hypotheſis trium ſuperiorum planetarum ab antiquis uſque ad Copernicum uſitata.* 273
§. III. *Puncta, lineæ, arcus, & alia notabiliora hujus Hypotheſis.* ibid.
§. IV. *Ulterior explicatio præcedentis Hypotheſis.* ibid.
§. V. *De latitudine trium ſuperiorum planetarum.* 274
CAPUT VII. *De Veneris & Mercurii Theoriis antiquis.* ibid.
§. I. *Motus primus & ſecundus Veneris, & Mercurii.* ibid.
§. II. *Anomalia motuum Veneris & Mercurii.* ibid.
§. III. *Theorica antiqua Veneris ac Mercurii.* 275
§. IV. *Latitudo, inclinatio, Reflexio Veneris & Mercurii.* ibid.
CAPUT VIII. *De motu proprio ſtellarum fixarum.* ibid.
CAPUT IX. *De variis paſſionibus planetarum.* ibid.
§. I. *De paſſionibus planetarum comparatorum cum ſe ipſis.* 276
§. II. *De paſſionibus planetarum comparatorum cum ſole.* ibid.
§. III. *De paſſionibus planetarum cum Terra comparatorum.* 277
CAPUT X. *De Eclipſibus Lunæ & Solis.* ibid.
§. I. *De Eclipſibus Lunaribus.* ibid.
§. II. *De Eclipſibus Solaribus.* 278.
§. III. *Diſcrimina inter eclipſes lunares & ſolares.* 279
CAPUT XI. *De diſtantia planetarum & ſtellarum fixarum à centro Terræ & Univerſi.* ibid.
CAPUT XII. *De craſſitie & ambitu cœlorum, intra quos planetæ vagantur, & de ambitu Firmamenti ſeu cœli fixarum ſtellarum.* 280
CAPUT. XIII. *De magnitudine planetarum ac ſtellarum fixarum, proportioneque cum Terra.* ibid.

LIBER IX.

De Aſtronomia Practica. 282

PARS I. *De organica problematum aſtronomicorum reſolutione per uſum Sphæræ armillaris, Globi aſtronomici ac Geographici.* ibid.
§ I. *Requiſita ad uſum Sphæræ & Globi aſtronomici.* 283
§. II. *Problemata aſtronomica per uſum Sphæræ & Globi.* ibid.
Problema.
I. *Globi ſitum in ejus uſu rectificare.* ibid.
II. *Ventorum loca cognoſcere.* 284
III. *Locum Solis in Zodiaco prope verum quolibet die invenire.* ibid.
IV. *Quo die Sol ingrediatur in ſigna Zodiaci, cognoſcere.* ibid.
V. *Altitudinem poli, & Latitudinem locorum reperire.* ibid.
VI. *Longitudinem ſtellarum invenire.* 285
VII. *Latitudinem ſtellarum reperire.* ibid.
VIII. *Declinationem ſtellarum invenire.* ibid.
IX. *Aſcenſionem rectam & obliquam Solis, & ſtellarum invenire, ad datam quamlibet loci latitudinem, & ad quodvis tempus datum.* ibid.
X. *Horam ortus & occaſus Solis, & ſtellarum, ad datum tempus, & latitudinem loci, invenire.* 286.
XI. *Ortum & Occaſum Coſmicum cujuslibet ſtellæ invenire.* ibid.
XII. *Ortum & Occaſum Acronychum ſtellarum cognoſcere.* ibid.
XIII. *Ortum & Occaſum Heliacum ſtellarum exquirere.* ibid.
XIV. *Quantitatem diei ac noctis artificialis invenire ad datum tempus, & latitudinem loci.* ibid.
XV. *Quota hora ſit ubivis locorum, data hora unius loci cognoſcere.* ibid.
XVI. *Data hora alicujus rei, invenire in quibus locis ſit tunc meridies, media nox, & quævis alia hora.* 287

XVII *Horam aſtronomicam currentem interdiu invenire.* *ibid.*
XVIII. *Data hora Aſtronomica, invenire Babylonicam, ſeu ab ortu Solis, & è contrario.* *ibid.*
XIX. *Data hora Aſtronomica, invenire Italicam, ſeu ab occaſu Solis.* *ibid.*
XX. *Data hora Aſtronomica, vel Babylonica, aut Italica, invenire Antiquam.* *ibid.*
XXI. *Puncta ortus & occaſus Solis ac ſtellarum invenire.* *ibid.*
XXII. *Altitudinem Solis ac ſtellarum invenire.* 288
XXIII. *Stellas cœl. fixas cognoſcere.* *ibid.*
PARS I. *De Geometrica problematum aſtronomicorum reſolutione.* *ibid.*
Problema.
I. *Lineam meridianam invenire.* *ibid.*
II. *Altitudinem poli, & Æquatoris invenire.* *ibid.*
III. *Altitudinem Æquatoris, & Poli invenire aliter.* *ibid.*
IV. *Altitudinem Solis & ſtellarum quovis tempore invenire.* 18 9.
V. *Maximam & minimam Solis altitudinem meridianam, quam ſemel in anno habet, invenire.* *ibid.*
VI. *Maximam & minimam Solis declinationem ab Æquatore invenire.* *ibid.*
VII. *Quamlibet declinationem Solis & ſtellarum invenire, data altitudine poli.* *ibid.*
VIII. *Declinationem omnium graduum Eclipticæ invenire, data maxima declinatione Solis.* *ibid.*
IX. *Data declinatione Solis, locum ejus verum in Ecliptica reperire.* *ibid.*
X. *Data loco Solis ad meridiem, eundem ad quamvis horam ante vel poſt meridiem ejuſdem diei invenire prope verum.* 290
XI. *Data altitudine Æquatoris, & declinatione Solis, vel cujuſcunque partis Eclipticæ, ejuſdem altitudinem meridianam producere.* *ibid.*
XII. *Duarum ſtellarum diſtantiam invenire.* *ibid.*
XIII. *Solis & ſtellarum amplitudinem ortivam & occiduam indagare.* *ibid.*
XIV. *Puncta æquinoctialia & ſolſtitialia in horizonte quovis invenire.* *ibid.*
XV. *Ambitum circuli maximi in Terraqua inveſtigare.* *ibid.*
XVI. *Ingreſſum Solis in puncta æquinoctialia obſervare.* *ibid.*
XVII. *Quantitatem anni ſolaris, & menſis lunaris obſervare.* 291
XVIII *Diametrum viſam Solis & Lunæ metiri.* *ibid.*
XIX. *Eclipſes Solis & Lunæ obſervare.* *ibid.*

LIBER X.

De Aſtrologia. 293

CAPUT.
I. *De Aſtrologiæ natura, & partibus, ex mente Aſtrologorum.* 294
II. *De Aſtrologiæ judiciariæ principiis, ex Aſtrologorum mente.* *ibid.*
§. I. *De ſignorum Zodiaci varia diviſione, qualitate, & dominio in certa Orbis loca, ex mente Aſtrologorum.* *ibid.*
§. II. *De planetarum natura, viribus, qualitatibus, aliiſq; paſſionibus ſeu accidentibus, ex Aſtrologorum ſententia.* 2 5
III. *De varia cœli diviſione, in duodecim Domos cœleſtes.* 296
IV. *De erectione Thematis ſeu Figuræ cœleſtis pro quovis tempore dato.* 298
V. *Quid ſentiendum de Aſtrologia judiciaria.* *ibid.*

LIBER XI.

De Chronographia, ſeu Temporum ratione. 300

PARS I. *De tempore Aſtronomico.* *ibid.*
CAPUT I. *De Tempore Aſtronomico Solari, ejuſq; in horas, dies, & annos diſtributione.* *ibid.*
§. I. *De diebus naturalibus, & artificialibus.* *ibid.*
§. II. *De horis æqualibus & inæqualibus, ac horarum Minutis.* 302
§. III. *De converſione graduum ac minutorum Æquatoris in horas & minuta Diei Primi Mobilis, & Diei Solaris: & viciſſim.* 303
§. IV. *De anno ſolari, ejuſq; variis ſpeciebus.* 304

CAPUT II. *De tempore Aſtronomico Lunari, ejuſque diſtributione in menſes & annos.* 305
PARS II. *De tempore Politico.* ibid.
CAPUT III. *De tempore Politico ſolari, ejuſque in partes diſtributione.* ibid.
§. I. *De Diebus & Horis Politicis.* ibid.
§. II. *De Annis & Menſibus Politicis ſolaribus.* 306
CAPUT IV. *De Tempore Politico lunari.* 307
CAPUT V. *De Diebus & Septimanis politicis.* ibid.
PARS III. *De Tempore Eccleſiaſtico.* ibid.
CAPUT VI. *De Calendario Eccleſiaſtico Veteri.* 308
CAPUT VII. *De Paſchatis celebratione juxta vetus Calendarium.* ibid.
CAPUT VIII. *De Veteris Calendarii erroribus, & neceſſaria correctione.* 309
CAPUT IX. *De Cyclo lunari ſeu decennovenali aureo numero Calendarii Veteris, & neceſſaria ejus correctione* 310
CAPUT X. *De Cyclo ſolari ſeu litterarum Dominicalium veteris Calendarii, ejuſque neceſſaria mutatione.* 311
CAPUT XI. *De Veteris Calendarii Eccleſiaſtici correctione facta anno* 1582 *à Gregorio* XIII. *Summo Pontifice.* ibid.
§. I. *De reſtitutione æquinoctii verni in ſedem priſtinam, ac retentione in eodem* 312
§. II. *De Cycli lunaris è Calendario ejectione, & Cycli Epactarum ſubſtitutione.* ibid.
CAPUT XII. *De Epactis, earumque diſpoſitione & uſu in Calendario novo.* 313
CAPUT XIII. *Utrum Calendarium Eccleſiaſticum ſit rectè à Pontifice Gregorio* XIII. *correctum* ibid.
PARS IV. *De Computu Eccleſiaſtico.* 314
CAPUT XIV. *De Computu Eccleſiaſtico per Arithmeticam.* ibid.
Regula.
I. *An annus propoſitus ſit biſſextilis, aut quotus poſt biſſextilem ſit, invenire.* ibid.
II. *An omnis centeſimus propoſitus poſt Calendarii correctionem ſint biſſextiles, & quotus poſt eum ſint, invenire.* 315
III. *Cyclum Lunæ, ſeu Aureum numerum invenire quovis anno.* ibid.
IV. *Dies exemptiles novi Calendarii invenire.* ibid.
V. *Cyclum Solis veterem invenire quovis anno.* ibid.
VI. *Cyclum Solis novum invenire quolibet anno.* ibid.
VII. *Cyclum Indictionis pro utroque Calendario invenire.* 316
VIII. *Dies anticipationis Lunæ pro veteri Calendario invenire.* ibid.
IX. *Poſtpoſitionem Lunæ pro novo Calendario invenire* ibid.
X. *Epactam veterem invenire pro anno dato.* ibid.
XI. *Epactam novam pro anno dato invenire.* ibid.
XII. *Litteram Dominicalem veterem invenire.* ibid.
XIII. *Litteram Dominicalem novam invenire.* 317
XIV. *Feriam utriuſque Calendarii quovis anni die invenire.* ibid.
XV. *Qua littera cuique diei Calendarii aſcripta ſit, cognoſcere.* ibid.
XVI. *Decimam quartam Lunam, ſeu terminum Paſchalem invenire pro Calendario antiquo.* ibid.
XVII. *Decimam quartam Lunam invenire pro Calendario novo.* ibid.
XVIII. *Aliter Lunam* XIV. *ſeu terminum Paſchalem invenire pro utroque Calendario* 318
XIX. *Paſcha, ac reliqua feſta mobilia, ac quatuor anni ſolemnia jejunia, Dominicam Adventus, numerumque Dominicarum inter Pentecoſten & Adventum invenire pro utroque Calendario.* ibid.
XX. *Nonas, Idus, & Calendas in diebus ordinariis menſium memoriter exhibere; & è contra horum illis denominare.* ibid.
XXI. *Ætatem Lunæ quovis die menſis invenire.* ibid.
XXII. *Locum Solis in Zodiaco invenire in utroque anno.* 319
XXIII. *Locum Lunæ in Zodiaco invenire quovis die.* ibid.

LIBER XII.

De Geographia 320
PARS I. De *Terraquei Globi Diviſione.* 321
CAPUT. I. [illegible]

I N D E X.

I. *De Terraquei globi partibus integrantibus.* ibid.
II. *De Circulis Terraquei globi.* ibid.
III. *De Diviſione Terraquei Globi ratione prædictorum Circulorum in Zonas & Climata.* 322
IV. *De Diviſione Terraquæ in certas plagas; & de Ventis inde ſpirantibus.* 323
V. *De Longitudine ac Latitudine geographica locorum in Terraqua.* 324
VI. *De varia incolarum Terraquei globi habitudine ratione ſitus, & umbrarum.* ibid.
VII. De *Diviſione Terraquei globi in rectum, obliquum, & parallelum.* 325
PARS II. *De Terraquei Globi Deſcriptione.* 326
SECTIO I. *Terraquei Globi totius, majorumque ipſius partium deſcriptio generalis.* ibid.
CAPUT.
I. *Totius Terræ ac Maris compendiaria deſcriptio.* ibid.
§. I. *De Terra.* ibid.
§ II. *De Mari Oceano.* ibid.
§. III. *De præcipuis Sinibus Maris Oceani.* 327
§. IV. *De Mari Caſpio.* ibid.
§. V. *De Fretis Oceani.* ibid
§. VI. *De Mari Mediterraneo.* 328
II. *Europæ ſummaria deſcriptio.* ibid.
III. *Aſiæ ſummaria deſcriptio.* 329
IV. *Africæ ſummaria deſcriptio.* 330
V. *Americæ ſummaria deſcriptio.* 331
VI. *Borealis Terræ breviſſima deſcriptio.* 332
VII. *Auſtralis Terræ breviſſima deſcriptio.* ibid.

SECTIO II. *Europæarum Regionum peculiaris deſcriptio.* ibid.
CAPUT
VIII. *Hiſpaniæ deſcriptio.* ibid.
IX. *Galliæ deſcriptio.* 334
X. *Sabaudiæ, Burgundiæ Comitatûs, & Lotharingiæ deſcriptio.* 337
XI. *Italiæ deſcriptio.* 338
XII. *Germaniæ inferioris ſive Belgii deſcriptio.* 341
XIII. *Germaniæ ſuperioris deſcriptio.* 343
XIV. *Poloniæ regni deſcriptio.* 346
XV. *Hungariæ & Tranſylvaniæ deſcriptio.* 347
XVI. *Sclavoniæ & Raſciæ, Croatiæ, Boſniæ, Comitatus Iaderæ, & Dalmatiæ deſcriptio.* ibid.
XVII. *Græciæ deſcriptio.* 348
XVIII. *Thraciæ deſcriptio.* 349
XIX. *Bulgariæ ac Serviæ deſcriptio.* ibid.
XX. *VValachiæ, & Moldaviæ deſcriptio.* ibid.
XXI. *Tartariæ Minoris deſcriptio.* ibid.
XXII. *Moſcoviæ deſcriptio.* 350
XXIII. *Daniæ, Norvegiæ, ac Sueviæ deſcriptio.* ibid.
XXIV. *De Inſulis circa Europam.* ibid.
§ I. *De Sicilia.* ibid.
§. II. *De Melita, Gaulo, & Comino.* 351
§. III. *De Liparenſibus Inſulis.* ibid.
§. IV. *De aliis circa Siciliam Inſulis.* ibid.
§. V. *De Inſulis Italiæ in Mari Tyrrheno, & Liguſtico.* 352
§ VI. *De Sardinia, & Inſulis adjacentibus.* ibid.
§. VII. *De Corſica.* ibid.
§. VIII. *De Inſulis Galliæ & Hiſpaniæ adjacentibus in Mari Mediterraneo, & Oceano.* ibid.
§. IX. *De Britannicis Inſulis.* 353
§. X. *De Inſulis ſinus Codani, ſive Maris Baltici.* 354
§. X. *De Inſulis Maris Ægæi, ſive Archipelagi.* ibid.
SECTIO III. *Regionum Aſiaticarum deſcriptio.* ibid.
CAPUT
XXV. *De illa Aſiæ parte, quæ complectitur imperium Turcicum.* ibid.
§. I. *De Natolia.* 355

§. II. *De Ponto & Bithynia.* ibid.
§. III. *De Aſia Minore.* ibid.
§. IV. *De Lycia, Pamphylia, & Cilicia.* ibid.
§. V. *De Cappadocia & Galatia.* 356
§. VI. *De Armenia Minore.* ibid.
§. VII. *De Syria, ejusq; partibus in genere.* ibid.
§. VIII. *De Palæſtina ſive Terra Sancta.* ibid.
§. IX. *De Phœnice, Antiochene, Comagene, & Cœle-Syria.* 357
§. X. *De Arabia triplici.* ibid.
§. XI. *De Armenia Majori.* 358
§. XII. *De Albania, Iberia & Colchide.* ibid.
XXVI. *De illa Aſiæ parte, quæ complectitur Imperium Perſicum.* ibid.
§. I. *De Meſopotamia & Babylonia.* ibid.
§. II. *De Media, Aſſyria, & Suſiana.* ibid.
§. III. *De Perſide, Parthia, Aria, & Hyrcania.* 359
§. IV. *De Margiana, Bactriana, Paropamiſi, & Arachoſia.* ibid.
§. V. *De Drangiana, Gedroſia, & Carmania.* ibid.
XXVII. *De India in genere.* ibid.
§. I. *De Cambaia, Narſinga, Malabar, & Orixa.* 360
§. II. *De Bengala, Pegu, Siam, & Camboia.* ibid.
§. III. *De Imperio Magni Magoris.* ibid.
XXVIII. *De China, ſive Sinarum regione.* ibid.
XXIX. *De Tartaria.* 361
XXX. *De Inſulis circa Aſiam.* 362
§. I. *De inſulis Iaponicis.* ibid.
§. II. *De Inſulis Philippinis, & Moluccis, & aliis nonnullis.* ibid.
§. III. *De Inſula Sumatra, & aliis vicinis.* ibid.
§. IV. *De Zeilan, & Inſulis Sinus Bengalenſis.* 363
§. V. *De Inſulis ſinus Cambaienſis.* ibid.
§ VI. *De Inſula Cypro.* ibid.
§. VII. *De Inſula Rhodo.* ibid.
SECTIO IV. *Regionum Africanarum, Americanarum, Borealium, & Auſtralium peculiaris deſcriptio.* ibid.
PARS III. *De Terraquei Globi Dimenſione.* ibid.
Problema.
I. *Latitudinem cujusq; loci in Terraqueo globo invenire.* 364
II. *Perimetrum circuli maximi in Terraqueo globo invenire in milliaribus.* ibid.
III. *Gradus & Minuta cujuscunq; circuli maximi Terraquæ convertere in milliaria.* ibid.
IV. *Proportionem cujuscunq; Paralleli & Æquatorem invenire in gradibus, qualium Æquator habet 60* ibid.
V. *Cujusq; Paralleli gradus quotcunq; in milliaria convertere.* 365
VI. *Longitudinem uniuscujusq; loci, itemq; differentiam longitudinum diverſorum locorum invenire.* 366
VII. *Regionis alicujus latitudinem & longitudinem determinare in gradibus, & milliaribus.* ibid.
VIII. *Diſtantiam itinerariam locorum in milliaribus inveſtigare ex datis longitudinibus ac latitudinibus* 367
PARS IV. *De Terraquei Globi Repræſentatione.* 368
CAPUT I. *De Repræſentatione ſeu Deſcriptione Terraquæ in Globo Geographico.* ibid.
Problema.
I. *Primus modus Globum Geographicum delineandi.* ibid.
II. *Secundus modus Globum Geographicum delineandi.* 369
CAPUT II. *De uſu Globi Geographici in rebus ad Geographiam pertinentibus.* ibid.
Problema.
I. *Globum rectificare ad uſum Geographicum.* ibid.
II. *Longitudinem cujuslibet loci in Globo invenire.* ibid.
III. *Latitudinem cujuslibet loci, & conſequenter elevationem poli, invenire in globo.* 370
IV. *Dato loco in ſuperficie globi, ita conſtituere globum, ut Horizon ligneus repræſentet illius loci Horizontem.* ibid.

V. Dato

V. *Dato loco in ſuperficie globi, elevare eius polum ita, ut poſtulat elevatio poli mundi ſuprà Horizontem dicti loci.* ibid.
VI. *Cognita loci alicuius longitudine ac latitudine, locum ſeu ſitum ejus in globo adſignare.* ibid.
VII. *Differentiam longitudinum duorum locorum invenire.* ibid.
VIII. *Duorum locorum in globo datorum diſtantiam in milliaribus invenire.* ibid.
IX. *Quota quovis tempore ſit hora Aſtronomica in aliis toto Orbe locis, cognoſcere.* ibid.
CAPUT III. *De explicatione Mapparum Geographicarum.* 371
§. I. *De forma Mapparum univerſalium.* ibid.
§. II. *De circulis Mapparum univerſalium.* ibid.
§. III. *De numeris Mapparum univerſalium.* ibid.
§. IV. *Quid præcipuè in Mappis univerſalibus conſiderandum ſit.* ibid.
§. V. *De Mappis Geographicis particularibus.* ibid.
CAPUT IV. *De Repræſentatione Terraquei Globi in Mappis univerſalibus.* 372
Problema.
I. *Terraqueum Globum in plano Æquatoris exhibere duobus hemiſphæriis, oculo conſtituto in axe Mundi.* ibid.
II. *Terraqueum Globum exhibere in plano Meridiani primi ſeu Horizontis recti, duobus hemiſphæriis, oculo conſtituto in axe dicti Horizontis.* ibid.
III. *Mappam univerſalem deſcribere in uno plano per lineas rectas.* 373
CAPUT V. *De Repræſentatione partium Terraquei globi in Mappis particularibus.* 374
CAPUT VI. *De uſu Mapparum Geographicarum.* 375
APPENDIX. *De Latitudine ac Longitudine præcipuarum Civitatum Orbis Terrarum.* ibid.
CATALOGUS *Latitudinum ac Longitudinum præcipuarum Civitatum totius terrarum Orbis.* 376

LIBER XIII.

De Hydrographia. 379

PARS I. *De Limeneuritica.* 380
CAPUT I. *De cognitione ſpatii inter duo loca maritima interjecti.* ibid.
CAPUT II. *De inventione plagarum Mundi in mari, quovis loco, & tempore.* ibid.
CAPUT III. *De Pyxide ſeu Compaſſo nautico.* 381
Problema.
I. *Pyxidem nauticam conſtruere, ejusque uſum explicare.* 382
II. *Declinationem acus magneticæ in Terra invenire.* ibid.
III. *Declinationem acus magneticæ in Mari invenire, lucente Sole.* 383
IV. *Declinationem acus magneticæ invenire quovis loco, & quovis tempore.* ibid.
PARS II. *De Hiſtiodromica.* 384
CAPUT I. *De ſitu locorum ad quæ dirigenda eſt navis ex loco dato.* ibid.
Propoſitio.
I. *Situm locorum reſpectu loci dati indicat Verticalis à dato loco per illa ductus.* ibid.
II. *Si duo loca ſint in eodem Meridiano, ſecundus à primo, & ab omnibus intermediis, eſt verſus eandem plagam Cardinalem Septentrionis vel Auſtri.* ibid.
III. *Si duo loca ſint in Æquatore, ſecundus à primo, & ab omnibus intermediis, eſt verſus eandem plagam Cardinalem Ortus & occaſus.* ibid.
IV. *Si duo loca nec ſint in eodem Meridiano, nec in Æquatore, ſecundus non eſt in eadem plaga cum primo, & omnibus intermediis.* 385
CAPUT II. *De via ſeu linea, per quam navis ab uno loco in alium dirigenda eſt.* ibid.
Propoſitio.
I. *Si duo loca ſint in uno Meridiano, aut in Æquatore, & navis dirigenda ſit ex uno in alium per viam breviſſimam, hoc eſt, ita ut nunquam recedatur ab arcu Meridiani, aut Æquatoris interjecto; in tali via manet eadem ſemper itineris plaga.* ibid.
II. *Si duo loca non ſint in uno Meridiano, aut in Æquatore, & navis dirigenda ſit ab uno in alium per viam breviſſimam, hoc eſt, ita ut nunquam recedatur ab arcu Verticalis interjecto, in tali via mutatur ſingulis momentis plaga.* 386

III. *Si duo loca non ſint in uno Meridiano, aut in Æquatore: non poteſt inſtitui ab uno in alium navigatio ita, ut navis ſingulis momentis in alias atque alias plagas tendat, ſed per aliquod ſaltem tempus, dum progreditur, in unam eandemq; plagam tendere debet.* ibid.

IV. *Dum ab uno loco ad alium eſt navigandum, ex infinitis viis ſeu lineis via, illa eſt commodiſſima, cuius bina vicina queq; puncta ſita ſunt in una eademq; plaga,* ibid.

V. *Si locus à quo, & locus ad quem, ſint in uno Meridiano, & navis continuè dirigatur ab uno ad alium, hoc eſt, ad plagam Septentrionalem vel Auſtralem, erit linea motùs navis portio ſeu arcus ipſius Meridiani.* ibid.

VI. *Si locus à quo, & ad quem, ſint in Æquatore, & navis continuè dirigatur ab uno in alium. hoc eſt, in plagam Orientalem & Occidentalem; erit linea motus navis portio ſeu Arcus Æquatoris.* ibid.

VII. *Si navigatio ab aliquo loco extra Æquatarem ſito inſtituatur verſus plagam Orientalem, vel Occidentalem, ita ut navis dirigatur continuè in alterã ex illis plagis cardinalibus; erit linea motus navis non peripheria Verticalis circuli inter utrumq; locum interjecti, ſed parallelus Æquatoris, ſeu circulus latitudinis loci illius à quo navigatio inſtituitur.* ibid.

VIII. *Si navigatio inſtituatur à quovis Terræ Marisvè loco verſus quamlibet plagam non Cardinalem, ita ut navis continuè in illam plagam dirigatur; via ejus non eſt circularis, neq; alia curva in ſeipſam recurrens, ſed linea curva ſolida helici ſimilis.* 387

IX. *Datis in Globo vel Mappa nautica duobus locis, à quorum uno ad alterum navigandum eſt, invenire plagam in quam navis dirigi debet.* ibid.

CAPUT III. *De inveniendo loco in Mappis nauticis, ad quem in navigatione quovis tempore perventum eſt.* 388

LIBER XIV.

De Horographia. 389

PARS I. *Apparatus Horographicus.* 390

CAPUT

I. *De Hora, Horologio, Horographia, & variis horologiorum diviſionibus.* ibid.

II. *De planorum, in quibus horologia delineantur, varietate, libellatione, erectione, ac declinatione.* ibid.

III. *De planorum à Verticali primario declinatione inveſtiganda.* 391

IV. *Hypotheſis horographica photoſciatherica.* ibid.

V. *De Circulis Horariis.* 392

PARS II. *De Horologiis planis Geometricè deſcribendis.* ibid.

CAPUT I. *De Horologiis Horizontalibus.* ibid.

Propoſitio.

I. *Horizontale Aſtronomicam delineare.* 393

II. *Tropicos inſcribere horologio Aſtronomico horizontali.* 394

III. *Horizontale Italicum deſcribere.* ibid.

IV. *Horizontale Babylonicum deſcribere.* 395

CAPUT II. *De Horologiis Verticalibus.* ibid.

Propoſitio.

I. *Verticale Aſtronomicum, tam Auſtrale, quàm Boreale deſcribere.* ibid.

II. *Tropicos inſcribere Horologio Verticali Aſtronomico.* ibid.

III. *Verticale Italicum & Babylonicum deſcribere.* 396

Appendix Capitis I. & II. *Horizontale & Verticale horologium Aſtronomicum aliter ex Fundamento deſcribere.* ibid.

CAPUT III. *De Horologiis Meridianis.* 397

Propoſitio.

I. *Meridianum Aſtronomicum deſcribere.* ibid.

II. *Tropicos inſcribere Horologiis Meridianis,* ibid.

III. *Meridianum Italicum deſcribere.* ibid.

IV. *Meridianum Babylonicum deſcribere.* 398

CAPUT IV. *De Horologiis Polaribus* ibid.

Pro-

Propoſitio.

I. *Polare Aſtronomicum deſcribere.* ibid.

II. *Tropicos inſcribere Horologiis Polaribus.* 399

III. *Polare Italicum deſcribere.* ibid

IV. *Polare Bobylonicum deſcribere,* ibid.

CAPUT V. *De Horologiis Æquinoctialibus.* ibid.

Propoſitio.

I. *Æquinoctiale Aſtronomicum conſtruere.* ibid.

II. *Tropicos inſcribere Horologio Æquinoctiali.* 400

III. *Æquinoctiale Italicum & Babylonicũ deſcribere.* ibid.

CAPUT VI. *De Horologiis Declinantibus:* ibid.

Propoſitio. ibid.

I. *Declinans Aſtronomicum deſcribere.* ibid.

II. *Tropicos inſcribere Horalogio Declinanti.* 401

III. *Declinans Italicum & Babylonicum deſcribere.* ibid.

CAPUT VII. *De Horologiis Inclinatis ad Horizontem.* ibid.

Propoſitio.

I. *Inclinatum Aſtronomicum Italicum, & Babylonicum deſcribere.* ibid.

II. *Tropicos inſcribere Horologiis Inclinatis.* 402

CAPUT VIII. *De Horologiis ab Horizonte Declinantibus; & de Declinantibus ac Inclinatis ſimul,* ibid.

CAPUT IX. *De Horologiis Antiquis.* ibid.

Propoſitio.

I. *Arcus longitudinum dierum Horologiis inſcribere.* ibid.

II. *Antiquum Horizontale, & Verticale deſcribere.* ibid.

III. *Antiquas horas reliquis Horologiis inſcribere.* 403

PARS III. *De Horologiis planis Arithmeticè deſcribendis.* ibid.

Propoſitio.

I. *Horologium Aſtronomicum Horizontale, Verticale, Meridianum, & Polare, per tangentes deſcribere.* ibid.

II. *Tropicos inſcribere Horologiis Horizontalibus, & Verticalibus.* 404

III. *Aliter Horologia Aſtronomica Horizontalia, Verticalia, Meridiana, & Polaria per tangentes deſcribere.* ibid.

IV. *Tropicos inſcribere Horologiis Horizontalibus.* 405

PARS IV. *De Horologiis organicè deſcribendis,* ibid.

Propoſitio.

I. *Omnis generis Horologia deſcribere per umbram ſtyli alicujus horizontalis horologij.* ibid.

II. *Omnis generis Horologia muralia delineare ex horologio horizontali ſuſpenſo.* 406

III. *Horologia Aſtronomica quæ centrum habent, delineare in quovis muro verticali, ex horologio horizontali.* 407

IV. *Aſtronomica Verticalia, imò & Horizontalia, Meridiana, & Polaria ex Æquinoctiali deſcribere.* ibid.

V. *Horologia muralia omnis generis delineare ex horologio Verticali.* 408

PARS V. *De Horologiis ope Quadrantis, & Regulæ horographicæ deſcribendis.* ibid.

Propoſitio.

I. *Quadrantem Horographicum delineare, & ejus ope omnis generis horologia plana deſcribere.* 409

II. *Regulam horographicam delineare, & ejus ope omnis generis horologia plana deſcribere.* ibid.

PARS VI. *De Horologiis Portalibus.* 410

Lemma.

I. *Suppoſitâ maximâ Solis declinatione, particulares declinationes ſupputare.* ibid.

II. *Altitudines ſolares ſupra horizontem pro Quadrantibus, Cylindris, & Annulis horologis, invenire, quâcunq; horâ, cognitâ altitudine poli.* 411

Propoſitio.

I. *Quadrantem Horoſcopum horarum Aſtronomicarum per lineas rectas conficere.* 413

II. *Quadrantem Horoſcopum horarum Italicarum, per lineas rectas conficere.* 415

III. *Quadrantem Horoſcopum horarum Antiquarum conficere.* 416
IV. *Cylindrum Horodicticum horarum Aſtronomicarum conſtruere.* ibid.
V. *Cylindrum Horodicticum horarum Italicarum conſtruere.* 417
VI. *Annulum horologum conficere horis Aſtronomicis.* 418
VII. *Annulum horologum aliter conficere pro Aſtronomicis horis.* 419
VIII. *Annulum horologum adhuc aliter conficere pro horis Aſtronomicis.* ibid.
IX. *Horologium Horizontale concavum hemiſphæricum delineare pro horis Aſtronomicis, Italicis, Babylonicis, & Antiquis,* 420
X. *Horologium Æquinoctiale Univerſale conficere.* 421
XI. *Crucem horologam univerſalem facere.* ibid.
XII. *Nomen* JESV *horoſcopum intra ſtellam horologam univerſalem delineare.* 422
XIV. *Horologium univerſale horizontale, verticale, æquinoctiale, & polare deſcribere in eodem plano.* ibid.
PARS VII. *De Horologiis Reflexis.* 423
Propoſitio.
I. *Horologium reflexum in plano regulari quod horizonti parallelum ſit, delineare.* ibid.
II. *Horologium reflexum in plano regulari, quod Verticali primario parallelum ſit, delineare.* ibid.
III. *Horologium reflexum in plano regulari, quod Meridiano circulo æquidiſtet, delineare.* ibid.
IV. *Inſtrumentum anacampticum facere ad horologia reflexa in quovis plano delineanda.* ibid.
V. *Horologium Aſtronomicum reflexum verticale in quocunque muro, Verticali alicui parallelo, delineare.* ibid.
VI. *Omnis generis horologia reflexa in quibuscunque planis delineare ex horologio verticali inverſo.* ibid.

LIBER XV.

De Mechanica. 426

CAPUT I. *Definitiones Mechanicæ, ſive Terminorum in Mechanica uſitatorum explicatio.* ibid.
CAPUT II. *Axiomata Mechanica, ſeu communes Notiones.* 427
CAPUT III. *Poſtulata ſeu Hypotheſes Mechanicæ.* ibid.
CAPUT IV. *Propoſitiones fundamenta et Mechanicæ, pluribus ponderum, potentiarum, & inſtrumentorum motibus accommodabiles.* 428
Propoſitio.
I. *Gravia quæ ex æqualibus diſtantiis æquiponderant, æqualia ſunt.* 429
II. *Inæqualia gravia ex æqualibus diſtantiis non æquiponderant. ſed quod majus eſt, præponderat.* ibid.
III. *Gravia ex diſtantiis inæqualibus æquiponderantia, inæqualia ſunt, & quod ex minori diſtantia pendet, gravius eſt altero quod pendet ex majori.* ibid.
IV. *Si duo gravia æqualia conjungat linea recta, tranſiens per centrum gravitatis utriuſque; centrum gravitatis compoſiti ex utroque erit in medio lineæ inter duo centra gravitatis interjectæ.* ibid.
V. *Si gravia inæqualia ex diſtantiis inæqualibus æquiponderant; erit ut gravius ad levius, ita reciprocè diſtantia levioris ad diſtantiam gravioris.* ibid.
VI. *Gravia inæqualia ex diſtantiis inæqualibus æquiponderant, ſi diſtantiæ reciprocè ſunt ut pondera.* 430
VII. *Si duo gravia quæcunque ex duabus diſtantiis quibuscunq; æquiponderant; erunt reciprocè pondera ut diſtantiæ, & diſtantiæ reciprocè ut pondera.* ibid.
VIII. *Gravium ex diſtantiis ſuſpenſorum motus circa idem centrum, ſunt ut diſtantiæ, quoad ſpatium, & velocitatem.* ibid.
IX. *Temporum & intervallorum proportio, in quo, & per quod, idem pondus ab inæqualibus potentiis movetur, permutata eſt proportionis potentiarum.* 431
X. *Unicum & univerſale principium ſeu modum augendi vires potentiarum per machinas, ad magna onera movenda, indicare.* ibid.
CAPUT V. *De quinque Machinis fundamentalibus in genere, earumque viribus, & virium cum moto aut ſuſtentato pondere proportione.* ibid.

CA-

CAPUT VI. *De Vecte, ejusq; viribus, & virium cum moto & ſuſtentato pondere proportione.* 432

Propoſitio.

I. *Vectis naturam, & uſum, explicare.* ibid.

II. *Tria ſunt vectis genera ſeu differentiæ, deſumpta ex triplici ejus uſu.* ibid.

III. *Si potentia vecti applicata eandem ad applicatum pondus proportionem habet, quam reciprocè diſtantia ponderis ab hypomochlio, ad diſtantiam potentiæ ab eodem, fit æquilibrium ſeu quies, & potentia ſuſtinet pondus.* 433

IV. *Si potentia vecti applicata ſuſtinet in æquilibrio pondus eidem vecti applicatum; potentia ad pondus eandem habet proportionem, quam habet reciprocè diſtantia ponderis ab hypomochlio ad diſtantiam potentiæ ab eodem.* ibid.

V. *Si in vecte diſtantia potentiæ à fulcimento ad diſtantiam ponderis ab eodem, habuerit majorem proportionem, quàm pondus ad potentiam, potentia movet pondus.* ibid.

VI. *Si potentia pondus per vectem movet, ſpatium potentiæ motæ ad ſpatium ponderis moti eſt, ut diſtantia potentiæ à fulcimento ad diſtantiam ponderis ab eodem.* 434

VII. *Pondus diverſis modis applicari poteſt vecti; quibus variatis, variatur aliquando reſiſtentia, cæteris manentibus.* ibid.

VIII. *Quando centrum gravitatis ponderis eſt in ipſo vecte, horizonti æquidiſtante; eadem ſemper potentia ſufficit ad illud ſuſtinendum, ſive attollatur pondus, ſive deprimatur.* ibid.

IX. *Quando pondus ſuſpenſum eſt à vecte, idem dicendum eſt quod antea de pondere habente centrum gravitatis in vecte.* 435

X. *Quando pondus habet centrum gravitatis ſupra vectem horizonti æquidiſtantem; quò magis pondus ab hoc ſitu vecte elevatur, eò minori indiget potentiâ, ut ſuſtineatur; ſi verò deprimitur, majori.* ibid.

XI. *Quando pondus habet centrum gravitatis infra vectem horizonti æquidiſtantem; quò magis ab hoc ſitu vecte pondus elevatur, eò majori opus eſt potentiâ, ut ſuſtineatur; ſi verò deprimitur, minori.* ibid.

XII. *Figura hypomochlii confert aliquid ad facilitandum aut difficultandum motum ponderis per vectem.* ibid.

XIII. *Linea per quam potentia movet vectem, confert aliquid ad facilitatem aut difficultatem motus.* ibid.

XIV. *Vecte primi & ſecundi generis quodvis pondus moveri poteſt quavis potentiâ.* 436

XV. *Vecte tertii generis non poteſt moveri quodvis pondus quavis potentiâ.* ibid.

CAPUT VII. *De Axe in peritrochio, Succula & Ergata, eorumq; viribus in attollendis ac trahendis ponderibus, ponderumque cum potentiis motricibus proportione.* ibid.

Propoſitio.

I. *Formam & uſum Axis in peritrochio explicare.* ibid.

II. *Axis in peritrochio eſt vectis primi generis, & quidem perpetuus.* 437

III. *Potentia pondus ſuſtinens Axe in peritrochio, ad pondus, eandem habet proportionem, quam ſemidiameter Axis ad ſemidiametrum tympani unà cum ſcytala tympano infixa, quoties potentia & pondus ſunt applicata in eadem recta linea horizonti parallela.* ibid.

IV. *Ut potentia per axem in peritrochio moveat pondus ſurſum, debet eſſe major quam potentia ſuſtinens.* ibid.

V. *Deducere varia ex dictis circa Axem in peritrochio.* ibid.

VI. *Formam, & uſum axis in peritrochio perpendiculariter erecti explicare.* 438

VII. *Succulam, ejusq; uſum in attollendis ponderibus explicare.* ibid.

VIII. *Ergatam, ejusq; uſum in promovendis ponderibus explicare.* ibid.

IX. *Vires Axis in peritrochio, Succulæ & Ergatæ explicare.* ibid.

CAPUT VIII. *De Trochlea, ejusq; in ſuſtinendo ac movendo pondere viribus: necnon de proportione potentiæ ad pondus in ejus uſu.* ibid.

Propoſitio.

I. *Trochleæ formam, & uſum in attollendis ponderibus explicare.* 439

II. *Varias Trochleæ diviſiones adſignare.* ibid.

III. *Formam, & uſum Monoſpaſti ſeu Trochleæ ſimplicis explicare.* ibid.

IV. *Vires Monoſpaſti primi generis explicare.* ibid.

V. *Vires Monoſpaſti ſecundi generis explicare.* ibid.

VI. *Formam & uſum Diſpaſti ſeu duarum Trochlearum explicare.* 440

VII. *Vires Diſpaſti primi generis explicare.* ibid.

VIII.

VIII. *Vires Diſpaſti ſecundi generis explicare.* ibid.
IX. *Vires Diſpaſti tertii generis explicare.* ibid.
X. *Formam & uſum Triſpaſti ſeu trium Trochlearum explicare.* ibid.
XI. *Vires Triſpaſti primi generis explicare,* 441
XII. *Vires Triſpaſti ſecundi generis explicare.* ibid.
XIII. *Formam, uſum, & vires aliorum Polyſpaſtorum explicare.* ibid.
XIV. *Aliam Trochlearum diſpoſitionem indicare.* ibid.
XV. *Indicantur varia Analecta de Trochleis.* ibid.
XVI. *Trochleis datum pondus à data potentia moveri poteſt.* 442
XVII. *Quodlibet pondus à quatibet pote[illegible] moveri poteſt per Trochleam.* ibid.
CAPUT IX. *De Cuneo, ejusq; viribus [illegible]vellendo.* ibid.
Propoſitio.
I. *Formam & uſum Cunei explicare.* ibid.
II. *Cauſam virium Cunei explicare.* 443
CAPUT X. *De Cochlea, ejusque viribus in premendis ac movendis corporibus.* ibid.
Propoſitio.
I. *Formam & uſum Cochleæ explicare.* ibid.
II. *Vires Cochleæ, earumq; cauſam explicare.* ibid.

LIBER XVI.

De Statica.

De Statica. 445
CAPUT I. *De Staticæ Elementis.* ibid.
Propoſitio.
I. *Definitiones Staticas, ſive terminos in Statica uſitatos explicare.* ibid.
II. *Axiomata Staticæ adſignare, & explicare.* 446
III. *Poſtulata Staticæ adſignare, & explicare.* ibid.
CAPUT II. *De Staticis ſeu Ponderatoriis Inſtrumentis.* ibid.
Propoſitio.
I. *Formam & uſum Libræ ordinariæ explicare.* ibid.
II. *Fallacias Libræ doloſæ, quæ tamen juſta videatur, explicare, atq; detegere.* 447
III. *Formam & uſum Stateræ communis explicare.* ibid.
CAPUT III. *De variis & ingenioſis ponderandi modis.* ibid.
Propoſitio.
I. *Magna pondera communi & mediocri ſtaterâ examinare.* 448
II. *Aliter communi ſtatera examinare magna pondera.* ibid.
III. *Paucis ponderibus ſeu ſacomatis magnæ gravitatis pondera ponderare.* ibid.
IV. *Magnetis vim attractivam ad libram expendere.* ibid.
V. *Aëris gravitatem librâ aut ſtaterâ expendere.* 449

LIBER XVII.

De Hydroſtatica.

De Hydroſtatica. 450
CAPUT I. *De Hydroſtaticis Elementis.* ibid.
CAPUT II. *Theoremata Hydroſtatica ab aliis demonſtrata.* 451
CAPUT III. *Problemata Hydroſtatica breviter inſinuata.* 452
Propoſitio.
I. *Propoſito quocunq; corpore ſolido quod ſit gravius aqua, invenire gravitatem aquæ eidem in magnitudine æqualis.* ibid.
II. *Differentiam inter gravitates aquarum quarumcunq; invenire.* ibid.
III. *Mixtionem argenti in aurea corona, ad imitationem Archimedis, invenire.* ibid.
IV. *Ex gravitate auri cognoſcere ejus qualitatem hydroſtaticè.* ibid.
V. *Differentiam ponderis inter corpora ſolida, quæ aquâ ſunt graviora, invenire hydroſtaticè.* 453
VI. *Pondus cujusque corporis quod in aqua demergitur invenire hydroſtaticè, cognitâ corporis magnitudine.* ibid.

VII. *Ex noto pondere alicujus ſolidi corporis aquâ gravioris, notam facere ipſius magnitudinem.* 454
VIII. *Datis duobus aut pluribus corporibus aquâ gravioribus, ejusdem aut diverſæ ſpeciei, æqualibus in pondere, invenire utrum ſint æqualia in mole.* ibid.
IX. *Invenire gravitatem cujuscunque aquæ hydroſtaticè, mediante corpore quod ſit levius aquâ.* ibid.
X. *Diverſorum liquidorum gravitatum differentiam invenire hydroſtaticè, corpore quod æquè grave ac liquorum unus.* ibid.
XI. *Quantum ſalis contineat qualibet aqua ſalſa, hydroſtatico artificio cognoſcere.* ibid.

LIBER XVIII.

De Hydrotechnia, ſive de Machinis Hydraulicis. 456

CAPUT. I. *De Machinarum Hydraulicarum principiis, ſeu fundamentis.* 457
CAPUT II. *De primo Machinarum Hydraulicarum principio, quod eſt vis Attractivo, ſeu Attractio, ad evitandum vacuum.* ibid.
Experimentum I. *De ſiphone inverſo non interrupto.* ibid.
Experimentum II. *De ſiphone inverſo interrupto,* ibid.
CAPUT III. *De ſecundo Machinarum Hydraulicarum principio, quod eſt Vis Expulſiva, ſeu Expulſio, ad corporum penetrationem fugiendam.* 458
CAPUT IV. *De tertio Machinarum Hydraulicarum principio, quod eſt Vis Rarefactivo, ſeu rarefactio, ad majorem locum occupandum.* 459
CAPUT V. *De quarto Machinarum Hydraulicarum principio, quod eſt fluxus aquæ naturalis, ad æquilibrium obtinendum.* 460
CAPUT VI. *De Machinis Hydraulicis quæ fiunt vi attractiva, ob metum vacui.* 461
Machina.
I. *Fonticulus phiala vitrea incluſus* ibid.
II. *Scyphus plenus per fundum effundens liquorem, non plenus retinens.* ibid.
III. *Siphon inverſus interruptus, elevans aquam in quamvis altitudinem.* 462
CAPUT VII. *De Machinis Hydraulicis quæ fiunt vi expulſiva, ob corporum impenetrabilitatem.* ibid.
IV. *Fons Heronis, ejectum liquorem reſorbens.* ibid.
V. *Fonticulus compreſſione aquam ſpargens in altum.* ibid.
CAPUT VIII. *De Machinis Hydraulicis quæ fiunt Rarefactione.* 463
VI. *Fons pyrobolus, projectum liquorem convertens in aërem, aut ignem.* ibid.
CAPUT IX. *De Machinis Hydraulicis quæ fiunt naturali lapſu aquæ.* ibid.
VII. *Clepſydra quæ fontis inſtar ejaculatur aquam, & inverſa iterum fluit.* ibid.
VIII. *Aquila Cæſarea horodictica.* 464
CAPUT X. *De Machinis Hydraulicis quæ habent principium mixtum.* ibid.
IX. *Avis exſputam à ſerpente aquam ſorbens è cratere.* ibid.

LIBER XIX.

De Optica. 465

CAPUT.
I. *De oculi ſtructura, ac partibus.* ibid.
II. *De oculi objecto, ejusque radiatione.* 467
III. *De Viſione, & modo videndi.* ibid.
Propoſitio I. *Phænomenon ſpecierum viſibilium in locum obſcurum intromiſſarum, eſt typus viſionis, & modi videndi.* ibid.
Propoſitio II. *Viſio non fit per extramiſſionem radiorum ex oculo, ſed per intromiſſionem eorundem intra oculum.* 468
IV. *De Hypotheſibus Opticæ practicæ.* ibid.
V. *De optica rerum delineatione in genere.* 470
VI. *De organica rerum delineatione.* ibid.

LIBER XX.

De Catoptrica, 142

CAPUT I. *Definitiones Catoptricæ.* ibid.
CAPUT II. *Hypotheſes Catoptricæ.* 473
CAPUT III. *Proprietates omnibus ſpeculis communes.* Continet proprietates novem 474
CAPUT IV. *Proprietates ſpeculorum planorum.* Habet proprietates novem. 475
CAPUT V. *De ſpeculis ſphæricis, tam convexis, quàm concavis.* 477
CAPUT VI. *De ſpeculis columnaribus, & conicis, tam convexis, quàm concavis.* 478
CAPUT VII. *De ſpeculis cauſticis, ac primum de ſphærico concavo.* ibid.
Propoſitio.
I. *Radii Solis tranſeunt per centrum ſpeculi ſphærici concavi Soli rectà oppoſiti, & in idem centrum reflectuntur.* 479
II. *Radii Solis reflexi in centro ſpeculi ſphærici concavi concurrentes, non producunt ignem, ſi materia combuſtibilis ibi ponatur.* ibid.
III. *Radii Solis in ſpeculo ſphærico concavo, cadentes in puncta à ſpeculi polo remota latere hexagoni, reflectuntur ad ipſum ſpeculi polum.* ibid.
IV. *Radii Solis in ſpeculo ſphærico concavo, cadentes in puncta à ſpeculi polo remota plus quàm latere hexagoni, reflectuntur infra polum ſpeculi.* ibid.
V. *Radii Solis cadentes in ſpeculo concavo ſphærico in puncta à ſpeculi polo remota latere octogoni reflectuntur perpendiculariter ſuper axem ſpeculi.* ibid.
VI. *In reflexionibus ſpeculorum ſphæricorum concavorum linea reflexionis nunquam aſcendit uſq; ad quartam partem diametri ſpeculi.* 480
VII. *Speculo ſphærico concavo ignem accendere ante ſpeculum.* ibid.
CAPUT VIII. *De ſpeculo cauſtico Parabolico.* ibid.
CAPUT IX. *De ſpeculis planis cauſticis.* 481

LIBER XXI.

De Dioptrica. 482

CAPUT.
I. *De Definitionibus Dioptricis, ſeu terminis in Dioptrica uſitatis.* ibid.
II. *De Hypotheſibus dioptricis, ſeu Propoſitionibus ab omnibus admiſſis.* 483
III. *De vitrorum refringentium figuris & nonnullis proprietatibus.* 484
IV. *De varia rerum per radios refractos in aquis, & vitris, repræſentatione.* 485

LIBER XXII.

De Architectura Militari. 486

PARS I. *De regularium Munimentorum delineatione.* 487
CAPUT.
I. *De terminis ſeu vocabulis in Munimentorum delineatione uſitatis.* ibid.
II. *Axiomata Architecturæ Militaris, in Munimentorum delineatione ante oculos habenda.* 488
III. *De calculo præcipuorum angulorum, ad Munitionum regularium delineationem neceſſariorum.* 489
IV. *Tabulæ Angulorum ac Laterum, ad Munimenta regularia conſtruenda neceſſaria.* 490
V. *De uſu præcedentium Tabularum in delineatione Munimentorum in charta.* 491
VI. *Munimentum regulare abſq; præſidio Tabulæ delineare.* ibid.
VII. *Caſtella minora ſeu cumbeſtria, ut vocant delineare ſine Tabula.* 49
PARS II. *De regularium Munimentorum Orthographia.* ibid.
VIII. *De partibus Munimenti regularis, earumq; appellatione.* ibid
IX. *De prædictarum Munimenti partium menſura.* 403

X. Mu-

X. *Munimentum quodcunque orthographicè ex Tabula deſcribere.* 495
XI. *Orthographiam Munimenti minoris ſeu Caſtelli deſcribere ex Tabula.* ibid.
PARS III. *De regularium Munimentorum Ichnographia.* ibid.
XII. *Ichnographiam cujuſcunque Munimenti regularis deſcribere.* ibid.
PARS IV. *De praxi exſtruendi Munimenta regularia in campo.* 496
XIII. *Quamcunque figuram regularem in dato campi loco delineare.* ibid.
XIV. *Quodvis Munimentum regulare in campo exſtruere.* 497
PARS V. *De operibus externis Munimentorum.* ibid.
XV. *De Parmulis ſeu Revelinis.* ibid.
XVI. *De Semi Lunis.* 498
XVII. *De Operibus Cornutis.* ibid.
XVIII. *De Coronis ſeu Operibus Coronatis.* ibid.
XIX. *De Forcipulis & Traverſis.* ibid.
PARS VI. *De Munitionibus Irregularibus.* 499
XX. *De munitione linearum rectarum.* ibid.
XXI. *De munitione locorum quæ habent latera & angulos aptos.* ibid.
XXII. *De munitione figurarum irregularium quæ non habent latera & angulos aptos.* 500.
XXIII. *De munitione anguli externi.* ibid.
XXIV. *De urbibus flumini adjacentibus muniendis, & de caſtellis urbi adjungendis.* ibid.
XXV. *Varia ad Munitiones pertinentia* 501

LIBER XXIII.

De Polemica Offenſiva ac Defenſiva, 502

PARS I. *De Obſidione ac Oppugnatione urbium,* ibid.
CAPUT
I. *Generaliſſima pro obſidione urbium inſtructio.* ibid.
II. *De Lineis, ſeu Vallo obſidionali.* 503
III. *De Reductibus, & Stellis.* ibid.
IV. *De Caſtellis omnis generis cum dimidiis propugnaculis.* 504
V. *De Suggeſtibus tormentorum bellicorum.* ibid.
VI. *De Acceſſibus ſeu Reductibus.* ibid.
VII. *De Vineis, ſeu ut nunc vocant, Galeriis.* 505
VIII. *De Cuniculis.* ibid.
PARS II. *De Defenſione Urbium obſeſſarum.* ibid.
IX. *Breviſſima pro defenſione obſeſſorum urbium inſtructio.* 506
PARS III. *De Tormentis bellicis.* ibid.
X. *De variis Tormentorum generibus.* ibid.
XI. *De elevatione tormentorum, & ictus longitudine in qualibet elevatione.* 507
XII. *De collimatione jaculantis.* ibid.
XIII. *Alia quædam de tormentis.* 508

LIBER XXIV.

De Tactica hodierna, ſive de Caſtrametatione, & acierum Inſtructione, 509

PARS I. *De Tactica Caſtrorum, ſeu Caſtrametatione.* ibid.
CAPUT
I. *Catalogus eorum quibus diverſa Caſtra ſeu Quarteria in caſtrametatione attribui debent.* 510

Digitized by Google

II. *Locum ſingulis cohortibus ac legionibus peditum adſignare.* ibid.
III. *Locum ſingulis cohortibus ac legionibus equitum adſignare.* ibid.
IV. *Locum Generali exercitus adſignare.* 511
V. *Locum pro tormentis bellicis, & ſpectantibus ad illa adſignare.* ibid.
VI. *Locum pro curribus & aurigis, ac pro foro adſignare.* ibid.
PARS. II. *De Tactica acierum, ſeu aciei inſtructione.* ibid.
VII. *Explicantur termini ſcitu neceſſarii pro aciei inſtructione.* ibid.
VIII. *De forma aciei.* 512
IX. *Ordo præliandi, acie jam inſtructa.* ibid.
X. *Axiomata quædam ad aciem bene inſtruendam.* ibid.
XI. *Regulæ ad Tacticam manipulorum ſpectantes.* ibid.
XII. *Aliæ Regulæ ad Tacticam manipulorum ſpectantes.* 513

LIBER XXV.

De Harmonia, ſeu Muſica. 515

CAPUT
I. *De Muſica Græcorum, in quo conſiſtat, quomodo nata, & propagata.* ibid.
II. *De Muſica Latinorum ſeu Moderna.* 519
III. *De Muſica Figuratæ Elementis.* 520
IV. *De Regulis in Melopæia ſervandis.* 522
V. *De Melopæia ſeu Compoſitione practica Contrapuncti ſimplicis.* 524
Propoſitio. I. *Dato Baſſo reliquas tres voces componere per conſonantias ſimplices.* ibid.
Propoſitio. II. *Datis quibuſcunque duabus vocibus, reliquas adjungere.* 525

LIBER XXVI.

De Algebra. 526

PARS I. *De Elementis Algebræ in numeris rationalibus.* 527
CAPUT
I. *De Numeris Algebraicis.* 528
II. *De Denominatione numerorum Algebraicorum.* ibid.
III. *De Notatione numerorum Algebraicorum.* 530
IV. *De Expoſitione numerorum & characterum algebraicorum, eorumq; Exponenbtius.* ibid.
V. *De Numeratione Algebraicorum numerorum; & de ſignis Algebraicis.* 351
VI. *De Additione numerorum algebraicorum.* ibid.
VII. *De Subtractione numerorum algebraicorum.* 532
VIII. *De Multiplicatione numerorum algebraicorum.* 533
IX. *De Diviſione numerorum algebraicarum.* 534
X. *De Fractionibus ſive Minutiis numerorum Algebraicorum.* 535
PARS II. *De Regula Algebræ, ejuſque partibus.* 537
CAPUT
I. *De Regula Algebræ generatim.* ibid.
II. *De prima parte Regulæ Algebraicæ, quæ eſt inventio æquationis.* ibid.
III. *De ſecunda parte Regulæ Algebraicæ, quæ eſt reductio æquationis.* ibid
IV. *De tertia parte Regulæ Algebraicæ, quæ eſt Diviſio* 540
V. *De quarta parte Regulæ Algebraicæ, quæ eſt Extractio Radicis.* ibid.
§. *Quid, & quotuplex ſit extractio radicis.* 541
§. II. *Tabula primorum novem Graduum cum eorum Characteribus, & Exponentibus.* ibid.
§. III. *De Extractione radicis quadratæ ex numeris abſolutis.* 542
§. IV. *De Extractione radicis cubicæ ex numeris abſolutis.* 544

§. V.

§. V. *De Extractione radicis Biquadratæ, Cubiquadratæ, Triquadratæ, Cubicubicæ, &c.* 546
§. VI. *De Extractione radicis è Surdeſolido primo, ſecundo, tertio, &c.* ibid.
VI. *De Extractione quarumcunque radicum è numeris fractis abſolutis.* 547
VII. *De Extractione quarumcunque radicum ex numeris algebraicis ſimplicibus.* 548
VIII. *De Extractione radicum ex numeris algebraicis compoſitis.* ibid.
IX. *De ſecundis Radicibus earumq. Elementis.* 550
PARS III. *De Exercitatione Algebraica; inquaper variorum ænigmatum ſolutionem, Algebræ uſus oſtenditur.* 551
CAPUT
I. *Ænigmata algebraica, in quibus vel nulla diviſione, vel nulla reductione eſt opus.* 552
II. *Ænigmata algebraica, quæ ſola Diviſio ſolvit,* 554.
III. *Ænigmata algebraica, quæ extractio radicis ſolvit.* 556
IV. *Ænigmata algebraica contractè propoſita, & abſtracte ſoluta.* 558
V. *Ænigmata algebraica geometrica.* 560
VI. *Ænigmata algebraica, in quibus occurrunt Radices ſecundæ.* 562
PARS IV. *De Elementis algebræ in numeris irrationalibus.* 563
CAPUT
I. *De variis generibus numerorum irrationalium, ſive radicum ſurdarum.* 564
II. *De Elementis numerorum irrationalium ſimplicium.* 565
III. *De Elementis numerorum irrationalium compoſitorum.* 566
IV. *De Elementis Radicum Vniverſalium.* 567
V. *De Fractionibus numerorum irrationalium eorumque Elementis.* 568
VI. *De numeris irrationalibus algebraicis eorumque Elementis.* 569
VII. *De Binomiis, Polynomiis, Reſiduis ſeu Apotomis.* ibid.
PARS V. *Exercitationes Algebraicæ, in numeris rationalibus &. irrationalibus.* 570
PARS VI. *Specimen Algebræ Specioſæ.* 575
CAPUT
I. *Explicatio eorumque ad algebræ Specioſæ cognitionem ac uſum ſunt neceſſaria.* ibid.
II. *De Logiſtica magnitudinum ſimplicium pro Algebra Specioſa.* 577
III. *De Logiſtica magnitudinum compoſitarum.* ibid.
IV. *De Poteſtatum Geneſi, & Analyſi in genere pro Algebra Specioſa & numeroſa.* 578
V. *De Poteſtatum Geneſi & Analyſi in ſpecie, tam pro Algebra numeroſa, quam ſpecioſa.* 581
VI. *De inventione Poteſtatum quorumlibet Binomiorum, ac Reſiduorum.* 587

LIBER XXVII.

De Logarithmis. 588

CAPUT
I. *De natura & geneſi Logarithmorum.* 589
II. *Explicatur melius natura & geneſis Logarithmorum.* ibid.
III. *De nonnullis Logarithmorum affectionibus, ſeu proprietatibus.* 500
Chilias numerorum abſolutorum ab unitate uſque ad 1000, cum eorum Logarithmis ac Differentiis. 602
IV. *Explicantur duæ Tabulæ Logarithmicæ, una pro numeris abſolutis, altera pro ſinibus, Tangentibus, & Secantibus.* 605
V. *De uſu primæ Tabulæ Logarithmicæ.* ibid.
VI. *De uſu primæ Tabulæ Logarithmicæ.* 607
VII. *De Praxibus ſubſtituendi Logarithmos pro Sinibus, Tangentibus, Secantibus, & Numeris abſolutis.* 608
VIII. *De Regulis nonnullis in uſu Logarithmorum obſervandis.* 609

LIBER XXVIII.

Diviſio nova Mathematicarum Diſciplinarum, ſive earundem Scientiarum Synopſis. 611

CAPUT

I. *De Matheſi ſimplici.* 612
II. *De Matheſi Compoſita,* ibid.
III. *De Matheſi Mixta in genere.* 613
IV. *De ſpeciebus Matheſeos pertinentibus ad Coſmographiam.* ibid.
Pars prima Capitis. *De Aſtronomia, ejusq; ſpeciebus.* ibid.
Pars altera Capitis. *De Geographia, ejusq; ſpeciebus.* 615
V. *De ſpeciebus Matheſeos pertinentibus ad Staticam.* 616
VI. *De ſpeciebus Matheſeos ad Opticam ſpectantibus* 618
Pars prima Capitis. *De Optica Speculativa.* ibid.
Pars altera Capitis. *De Optica Practica.* ibid.
VII. *De ſpeciebus Matheſeos ad Muſicam ſpectantibus.* 619
Pars prima Capitis. *De Muſica Speculativa.* 620
Pars ſecunda Capitis. *De Muſica Practica.* ibid.

ANALECTA MATHEMATICA,

Sive

THEORESES MECHANICÆ NOVÆ.

De natura quinque fundamentalium; & novo motionum machinalium Principio Univerſali & unico; nec non de Motus artificialis perpetui poſſibilitate. 621

Paragraphus Primus. Mechanoſophicus. 624
Paragraphus Secundus. Iſchyoſtaticus. 628
Propoſitio.
I. *Potentia Motiva æqualiter diſtans à Potentiis Reſiſtentibus æquivalentibus eidem continuæ Quantitati applicatis, æqualiter agit in utramq;.* 630
II. *Potentia Motiva inter duas Reſiſtivas eidem continuæ Quantitati applicata, agit in utramque in ratione Diſtantiarum permutata.* 631
III. *Duæ potentiæ inæquales, ex Diſtantiis ſibi reciprocè proportionalibus æquè poſſunt.* 633
Paragraphus Tertius. Mechanographicus. 635
Phænomena Mechanica. In Machinis univerſim. 636
In Libra. 637
In Vecte. 638
In Trochlea. 641
In Cuneo & Cochlea. 946
Paragraphus Quartus. Automaturgicus. 648
Pragmatia. 652
I. *Data gravium utrinque æqualium certa ratione diſpoſitorum Æquiponderatione, dari poſſe videtur inter ea reciproca præponderatio ope perpendiculi: adeoque Motus Artificialis Librationis Perpetua.* 652
II. *Gravia in Æquiponderatione per deſcenſum in Helicibus Cylindricis, oppoſitos ad verticem conos in motu deſcribentibus, Principium Motus perpetuandi ſuppeditare poſſe videntur.* 654
III. *Gravitatis acquiſita vi cum innata ſimul per induſtrias convenientes adjuta, Motum ab intrinſeco continuari non repugnat.* 655

INDEX II.

RERUM PRÆCIPUARUM

Quæ hoc Opere continentur.

Numeri arithmetici ſignificant paginas, littera a *columnam primam ſeu ſiniſtram; littera* b *columnam ſecundam ſeu dexteram.*

A.

ABacus linearis. 52.a.

Abbreviatio characterum algebraicorum. 536.b.539. Ea quomodo fiat. 549.a.

Acceſſus ſeu reductus obſidionales. 504.b.

Acies militaris. 511.b. Ejus partes. ibid. Aciei inſtructio. ibid. Aciei forma qualis eſſe debeat. 512.a. Aciei inſtruendæ regulæ. 512.b.

Adæquare baſes inæquales vaſorum. 214.b.

Additio politicæ arithmeticæ. 48.a. Additio calcularis ſimplex. 53.a. Compoſita. 53.b. Additio numerorum algebraicorum. 531.b. Additio irrationalium numerorum ſimplicium. 566.a. Additio & Subtractio irrationalium compoſitorum. 567.a. Additio & Subtractio radicum univerſalium. 568.a. Additio magnitudinum ſimplicium Algebræ Speciolæ. 577.a. Item magnitudinum compoſitarum. 577.b.

Ægyptus. 330.b.

Æmilia. 340.b.

Æolis. 355.b.

Æquales motus. 427.b. Æquales potentiæ motrices. ibid.

Æquatio Algebraica. 575.b. Æquationis inventio in Algebra. 537.b. Æquationis reductio in Algebra. 538. Æquationes extraordinariæ æquinoctii & Epactarum. 314.b.

Æquator. 238.a. ejus officia. ibid. Æquatoris revolutio continua, regularis, velociſſima. 256.a.

Æquiangulum triangulum eſt etiam æquilaterum. 67.b.

Æquilaterum triangulum eſt æquiangulum. 67.a.

Æquilibria pondera. 427.a.

Æquinoctialia puncta in horizonte invenire. 290.b.

Æquinoctiorum præceſſio. 255.a. Æquinoctii reſtitutio in ſedem priſtinam Calendarii. 312.a. Æquinoctium quomodo retineatur in ſede. ib. Ejus æquatio in quo conſiſtat. 314.a

Æquiponderantia pondera. 427.a.

Æthiopia interior. 331.a. Æthiopia exterior. ibid.

Aëris gravitatem ponderare. 449.a.

Aëroſtatica. 617.b.

Africæ termini. 330.a. Magnitudo. ibid. Regiones præcipuæ. 330.b. Africæ Inſulæ. 331.a. Lacus, Fluvii & montes. ibid.

Alæ mathematicæ ſunt Arithmetica & Geometrica. 1

Albania. 358.a.

Albion. 353.a.

Algarbia. 333.b.

Algebra quid ſit. 526. Unde nomen trahat. ib. Cur dicatur Regula Cenſus, & Rei. ibid. Algebra obſcure tradita ab antiquis. 527. Algebræ definitio. 575.a. Algebræ Reg. 537.a. Algebra cur vocetur reſtauratio. 539.a. Algebra an propoſitam quæſtionem ſolvere queat, necne, quomodo cognoſcatur. 552.a Algebræ Speciolæ ſpecimen. 575.a. Ejusdem definitiones, ac termini explicati. ib. Algebræ ſpecioſæ characteres. 576.b. Algebraica Ænigmata. 552.a. Algebraica ænigmata in quibus nulla diviſione eſt opus, 552.b. Algebraicum Ænigma Euclidis. 553. Algebraica ænigmata quæ ſola diviſio ſolvit. 554.b. Item quæ extractio radicis ſolvit. 556.b. Algebraica ænigmata contractè propoſita & abſtractè ſoluta. 558.b. Algebraica ænigmata geometrica. 560.b. Item in quibus occurrunt ſecundæ radices. 562.b.

Almucantarath. 240.a.

Alpes. 338.a.

Alſatia. 344.a.

Altitudo figurarum. 102.a.

Altitudinem Solis ac ſtellarum invenire ex globo aſtronomico. 288.a. Eandem ſine globo invenire. 289.a. Altitudinem maximam Solis meridianam invenire. ibid.

Altitudines verticales metiri multis modis. 195.b. Altitudines in monte poſitas metiri. 198 a.

Altitudinum circuli. 240.a.

Ambitum Terraquei globi invenire. 290.b.

Americæ termini. 331.a. Nomina. 331.b. Magnitudo, Diviſio. ibid. Fluvii, Inſulæ. ibid.

Amphiſcii. 325.a.

Amuſſis funicularis. 9.b.

Anacamptica. 617. b.
Analecta varia de trochleis. 441. b.
Analemmorographia. 619. a.
Analogiſtica. 616. a.
Analytica ſive Algebra. 613. b.
Andaluzia. 333. b.
Andegavenſis Ducatus. 336. b.
Angaria. 344. b.
Anglia. 353. b.

Angulus planus. 4. a. Angulus incidentiæ & cótactus. ib. Angulus rectilineus, curvilineus, & mixtus. ib. Angulum rectilineum alteri æqualẽ conſtituere 16. b. 71. b Angulum rectilineũ bifariam ſecare. 68. a. Angulorũ quantitas unde ſumatur. 4. b. Angulus quilibet quantus eſſe dicatur. 5. b. Anguli menſura quænam ſit. 6. a. Angulus quot gradus cónneat, agnoſcere. 17. a. Angulus per literas quomodo exprimatur. 4. b. Angulus rectus, acutus, & obtuſus. ibid. Angulũ examinare an ſit rectus, obtuſus, acutus. 17. b Anguli recti omnes ſunt inter ſe æquales. 5. b. Anguli deinceps. 5. a. Anguli ad centrum circuli. 5. b. Angulus ad centrum duplex eſt anguli ad peripheriã. 86 b. Angulus ſegmenti circuli. 82. b. Angulus in ſegmento. ib. Angulus ſemicirculi. ib. Angulus in ſemicirculo. ib. Angulus peripheriæ inſiſtens. ib. Anguli in eodem ſegmento æquales ſunt. 86. b. Angulus ſolidus. 7. b. Angulus contingentiæ. 83. a. Angulus ſphæricus. 170. b. Rectus. ibid. Acutus & obtuſus. ibid. Anguli ſphærales æquales. ibid. Anguli oppoſiti ad verticem, ſunt æquales inter ſe. 69 b. Angulus externus major eſt utrolibet interno & oppoſito trianguli. ib. Idem æqualis eſt duobus internis oppoſitis. 74. a. Angulus major opponitur majori lateri in eodem triangulo. 70. b. Angulus & ejus complementum in trigonometria quid ſit. 110. a. Ex tribus angulis tantum non poteſt cognoſci proportio laterum. 164. b. Angulos acutos & latera ex uno latere, & proportione angulorum invenire. 166. b. Item angulos ex tribus lateribus. 168. b. Angulos acutos ex tribus lateribus. 167. a. Anglos reliquos & latus certũ ex duob. lateribus & angulo illis contento. 169. a. Regula per numeros idẽ præſtandi.
Annulus horologus pro horis Aſtronomicis. 418. a. Annulus horologus alius. 419. b. adhuc alius. ib. Annulus horologus verſalis. 422. a.
Annus aſtronomicus, & vulgaris. 43. b. Annus Platonicus. 255. a. Annus ſolaris aſtronomicus quid & quotuplex 304. b. Anni ſolaris magnitudo. 267. a. Anni ſolaris aſtronomici quantitas. 309. b. ſic quantũ deficiat à Juliano. ib. Anni ſolaris quantitatẽ invenire. 291. a. Annus lunaris, 305. b. Annus lunaris politicus duplex. 307. a. Annũ ſolarẽ & lunarem recepit Eccleſia. 307. b. Eorundẽ differentia. 310. a. Annus ſidereus. 267. a. Annus politicus. 306. Annus Julianus. ib. Annus intercalaris. 300. b. Annus Ægypticus. ib. Annus magnus Canicularis. 307. a. Anni quantitatem invenire. 314. b. Annos cẽteſimos biſſextiles invenire. 315. a.
Anomalia apparens motus ſolaris. 267. b. Anomalia Lunæ vera & media. 272. a. Anomalia Excentrici Lunæ. ib. Anomalia duplex planetarum ſuperiorum. 272. b. Anomalia motuum Veneris & Mercurii. 274. b.
Aola. 427. a.
Antichthones. 325. a.
Anticipationem Lunæ invenire. 316. a.
Antiochene. 357. b.
Antipodes. 325. a.
Antœci. [illegible]
Apenninus. 338. a.
Aplaoe. 246. a.
Apogæum verum & medium Excentrici & Epicycli Lunæ. 271. b.
Appropinquatio Radicis pro Analyſi Poteſtatum. 581. b.
Aprutium, Samnites. 340. a.
Apulia. 340. a. Apulia Peucetia, Terra di Bari. ibid. Apulia Daunia, uuoe plana. ibid.
Aquarum gravitates ponderare hidroſtaticẽ. 452. a. Aquarum gravitates invenire hydroſtaticẽ. 454. a. Aquæ fluentis liberè proprietates. 460. a. Aquæ fluentis per ſiphones erectos proprietates. ibid. Ejusdem per ſiphones inverſos proprietates. 460. b.
Aquila horodictica. 464. a.
Aquitania & Guaſconia. 336. a.
Arabia 357. b. Arabia Petræa. ibid. Arabia Deſerta. 358. a. Arabia Felix. ibid.
Arachoſia. 359. b.
Aragonia. 333. a.
Archipelagus Europæus. 328. a. Archipelagi Inſulæ. 354. a.
Architectura civilis. 616. b. Archit[illegible]ctura Militaris. 486. Architecturæ milit. partes. 616. b. Ejus Scriptores. 486. Ejusdem termini ſeu vocabula. 487. a. Architecturæ militaris axiomata. 488. b.
Arcturus. 248. a.
Arcus circuli in Trigonometria quid ſit. 110. a. Arcus anguli ſphærici. 171. a. Arcum in gradus dividere. 17. a. Arcu dato, circulum perficere. ib. Arcus diurnus & nocturnus quid ſit. 302. a. Arcus longitudinum dierum horologiis inſcribere. 402. b.
Argumẽtandi modi ſex in proportionib. 94 b.
Aria. 359. a.
Ariſtotelis demonſtratio de aquæ rotunditate. 241. b.
Arithmeticæ etymon. 21. Ejus utilitas, & neceſſitas. ibid. Ejus diviſio in ſpeculativam & practicam. ibid. Practica generalis, ac ſpecialis. ibid. Arithmetica practica generalis. 22. a. Arithmetica notatio ſeu ſcriptio: & numeratio ſeu lectio. ibid. Arithmeticæ figuræ decem. ibid. Arithmetici ad valorem numeri cognoſcendum incipiunt à dextera verſus ſiniſtram. ibid. Arithmeticarum figurarum valor. 22. b. Earum valor ut facile cognoſcatur & exprimatur. ibid. Arithmetica Additio. 23. b. Ejus examen. 24. a. Arithmetica ſubtractio. 24 b. Ejus examen 25. b. Arithmetica multiplicatio. ibid. Examen ejusdem. 27. a. Arithmetica diviſio 28. a. Ejusdem examen. 29. b. Arithmetica practica ſpecialis. 40. a. Arithmetica geometrica. ibid. Arithmeticæ decimalis utilitas. 43. a. Arithmetica aſtronomica. ibid. Arithmetica civilis. 47. b. Arithmetica Rabdologica. 50. a. Arithmetica calcularis ſeu linearis. 52. a. Arithmetica divinatoria. [illegible] a.
Armenia minor. 356. b. Armenia major 358. a.
Armutia. 359. b.
Artemiſia. 352. a.
Arvernia. 336. a.
Aſcendere rectè & obliquè quid ſit. 256. a.
Aſcenſio & Deſcenſio ſideris quæ? 256. b. Aſcenſionem rectam & obliquam ſtellarum invenire ex globo aſtronomico. 285. b.

Aſcii. 325. a.
Aſia. 354. b. Ejus diviſio. ibid. Aſiæ termini. 329. b. Magnitudo. ibid. Regiones antiquæ. ibid. Item Regiones novæ. ibid. Inſulæ adjacentes. 330. a. Flumina & Montes præcipui. ibid. Aſia minor. 355. a.
Aſpectus planetarum. 258. a. Aſpectus planetarum partilis & platicus. 296. b
Aſphaltites. 357. a.
Aſſyria. 359. a.
Aſtrolabiographia. 619. a.
Aſtrologia. 293. Quid ſit, & quæ ejus partes, ex Aſtrologorum ſententia. 294. a. Aſtrologia Introductoria ibid. Aſtrologia Exercitatoria. ib. Aſtrologia judiciaria quo loco ſit habenda. 298. b. Ejus principia, ex Aſtrologorum ſententia. 294. b. Aſtrologia aut vana, aut incerta. 299. b. Aſtrologi quid poſſint & non poſſint prædicere. 299. a
Aſtronomia quid ſit. 233. Ejus officium atque nobilitas. ibid. Ejus partes. 613. b. Quatuor partibus conſtat. 260. a. Aſtronomia Elementaris. 233. Aſtronomia Theorica. 259. Aſtronomia practica, 614. a. Ea quid comprebendat. 282. Aſtronomia Mechanica. 614. b. Aſtronomia obſervatoria. ibid. Aſtronomia tabularis. ibid. Aſtronomia organica. ibid. Aſtronomia computiſtica. ibid. Aſtronomia chronologica. 615. a. Aſtronomia judiciaria. ibid. Aſtronomi Reges ac Principes. 245 b. Aſtronomi diem naturalem à Meridiano auſpicantur. 257. a. Aſtronomici numeri. 43 a. Aſtronomica notatio, & numeratio. 43. b. Aſtronomica additio. 44. a. Subtractio. 44. b. Multiplicatio. 45. a. Diviſio. 46. a.
Aſturia & Legio. 333. b.
Avis reſorbens aquam à ſerpente exſputam. 464. b.
Aurelianenſis Ducatus. 336 b.
Aurei numeri cur è Calendario ejecti. 312. b.
Aurei qualitatem ex gravitate cognoſcere hydroſtaticè. 452. b.
Auſtralis Terræ deſcriptio. 332. a.
Auſtria. 345. a.
Axiomata Mathematica. 178. b. Axiomata libri primi Elementorum Euclidis. 64 b. Axioma 13. Eucl. explicatur. 73. a. Axiomata mechanica. 427. b. Axiomata obſidionalia. 502. b. Axiomata pro acie militari. 512
Axis in peritrochio. 436. b. Ejus uſus. ibid. Eſt vectis primi generis perpetuus. 437. a. Axis in peritrochio perpendiculariter erectus. 438. a.
Azimuthales circuli. 240. a.

B.

BAbylonia. 358. b.
Bactriana. 359. a.
Badenſis Marchionatus. 344. a.
Baleares Inſulæ. 353. a.
Balticum Mare. 327. a.
Barbaria. 330. b.
Baſin & utrumq; angulum acutum ex utroq; trianguli rectanguli latere invenire. 166. b.
Bavaria. 345. b.
Belgij Academiæ. 343. a.
Belſia. 336. b.
Bengala. 360. b.
Bergenſis Ducatus. 344. b.
Biledulgerid. 330. b.
Binomia, & Polynomia quid ſint. 569 a.
Bithynia. 355. a.
Bituricenſis Ducatus. 336. b.
Bleſſenſis Comitatus. ibid.
Boetica Provincia. 332. b.
Bohæmia. 346. a.
Boloniæ Comitatus. 337. a.
Borealis Terræ deſcriptio. 332 a.
Boſnia. 348. a.
Botnia. 350. a.
Brabantia. 342. a.
Brandenburgenſis Marchia. 345. a.
Bremenſis Archiepiſcopatus. 344. b.
Braſſa. 335. b.
Briſgoia. 344. a.
Britannia minor. 336. a. Britannicæ Inſulæ. 353. a.
Brunſuicenſis Ducatus. 346. a.
Brutii, Calabria inferior. 339. b.
Buchonia. 345. b.
Bulgaria. 349. b.
Burbonius Ducatus. 336. b.
Burgundiæ Ducatus. 335. b. Burgundiæ Comitatus. 337. b.

C.

CAdens è Terræ ſuperficie ad infernum quanto tempore eò perveniret. 245. a.
Cæleſyria. 357. b.
Calabria. 339. a.
Calendarium unde dicatur. 308. a. Calendarium Julianum. ibid. Calendarium Julianum ab Eccleſia receptum. 308. b. Calendarium Eccleſiaſticum antiquum. ibid. Calendarii veteris errores 309. b. hi quomodo fuerint detecti. 311. b. Ejuſdem correctio in quo conſiſtat. 312. a. Calendarium an rectè ſit correctum. 313. b.
Cambaja. 360. a. Cambajenſis Sinus Inſulæ. 363. a.
Camboja. 360. b.
Campania. 335. b. Campania, Terra di Lavoro. 339. b.
Campum triangularem dividere, &c. 219. b.
Canon triangulorum. 109. Ejus uſus. 161. a.
Cantabria. 333. a.
Capella. 248. a.
Capitaneatus, Capitanato, 340. a.
Cappadocia. 356. a.
Caprea. 352. a.
Caput & cauda draconis. 270. a.
Caria. 355. b.
Carinthia. 345. b.
Carmania. 359. b.
Carniola. 345. a.
Caſſubia. 347. a.
Caſtella urbibus apponenda. 500. b. Caſtella Campeſtria delineare ſine tabulis. 492. a. Caſtella cum dimidiis propugnaculis 504. a.
Caſtilia vetus. 334. a. Caſtilia nova. ibid.
Caſtrametatio. 509. a.
Caraja. 362. a.
Catalogus latitudinum ac longitudinum præcipuarum urbium. 375. b.
Catalonia. 333. a.
Catoptrica. 472. a. 618. a. Catoptricæ definitiones. 427. a. Hypotheſes. 473. b. Item proprietates. 474. a.
Cenomanenſis Comitatus. 336. b.
Centrobaryca. 616. a.

Centrum gravitatis. 426. b. Centrum circuli reperire. 83. a. Centrum dati ſegmenti circuli reperire. 87. a.

Characteres algebraici quomodo abbreviandi. 540. b. Ii non neceſſario abbreviandi ſunt. ib. Idcirco quomodo exteoſis gradibus progreſſionis geometricæ apponuntur. 542. a.

China. 360. b. Ejus termini. ibid. Diviſio. 361. a. In ea magna frequentia urbium & populorum. ibid. Urbes ejusdem. ibid.

Chorda arcus quid ſit. 110. b. Chordæ dimidium eſt ſinus dimidii arcus. 167. a.

Chorographia. 615. b. Chorographiam locorum perficere. 229. b.

Choronographia quid, & quotuplex. 300.

Cilicia. 356. a.

Circulus. 5. a. Circuli ſegmentum. 5. b. 82. b. Circuli arcus, chorda. 5. b. Circuli ſector. ibid. & 83. a. Ejusdem diviſio. 5. b. Circuli quadrans. ib. Circulum dividere in 360 gradus. 16. a. Ejus diviſio in gradus & minuta. 43. a. Circuli æquales quorum diametri æquales. 82. a. Circuli tangentes ſe. 82. b. Circulum per tria puncta data deſcribere. 17. a. 87. a. Circulus figuræ inſcriptus. 90. a. Circulus figuræ circumſcriptus. ib. Circulo inſcribere triangulum alteri æquiangulum. 90. b. Item circumſcribere idem. ibid. Circulum in dato triangulo inſcribere. 91. a. Eundem circa triangulum deſcribere. ibid. Circulum pentagono regulari inſcribere. 92. b. Circulum eidem circumſcribere. ibid. Circulorum areas metiri. 206. a. Circuli ſegmentorum areas metiri. 207. b. Circulum augere vel minuere. 225. b. Circuli ſphæræ maximi, & non maximi. 170. a. 236. a. Circuli maximi in ſphæra ſecant ſe mutuo bifariam. 170. a. Circulus maximus ſphæræ diſtat à polis ſuis quadrante. 170. b. Circuli varii ſphæræ Mundi. 236. a. Circuli primarii ſphæræ Mundi ſunt decem. ibid. Ejusdem circuli paralleli. ibid. Item circuli ſecundarii. 339. b. Circulorum ſphæræ Mundi proprietates. ibid. Circulus polaris arcticus, & antarcticus. ib. Circuli horarii. 392. a.

Clepſydra aquaria. 463. b.

Climata Terraquei globi. 323. a.

Clivia. 344. b.

Cochleæ forma & uſus. 443. b. Ejus vires. ib.

Cocincina. 360. b.

Cæleſtis ſphæra. 245. b. Cœlū homini & propter hominē Terraquæ famulatur. 242. b. Cœli realiter diſtincti tres ſunt, aereum, ſidereū, empyreum. 234. b. 253. b. Cœlum ſidereum ſphæricum eſt, & ſiderum motus circularis. 234. b. Cœli ſiderei rotunditas probatur. 233. a. Cœlū ſidereum eſſe totum ſolidum aliqui volunt. 252. a. Argumenta pro illa ſententia, ibid. Cœlum ſidereum eſt totum fluidum. ibid. Contraria argumenta ſolvuntur. 252. b. Cœlum ſidereum unicum eſt realiter, intellectu multiplex. 253. b. Cœlum ſidereum ſiquidem non movetur ab oriente in occidentem. 255. a. Imaginamur autem doctrinæ causâ moveri, & ſecum rapere ſtellas. 255. b. Cœlorum numerus ſecundum illos qui ſolidos eſſe dicunt. 253. a. Cœlorum craſſities. 280. a. Cœlum Chriſtianum Schilleri. 247. a. Cœlum & aſtra agunt in ſublunaria. 298. b. Non agunt per ſe in animam rationalem. ibid.

Cœlometria. 212. a.

Colchis. 358. b.

Colonienſis Archiepiſcopatus. 344. a.

Columnæ mobiles tabulæ Pythagoricæ. 50. a.

Colurus æquinoctiorum & ſolſtitiorum. 239. a.

Comagene. 357. b.

Cometarum variæ formæ & nomina. 250. a. Eorum varia accidentia. ibid. Alii ſublunares alii ſupralunares. 250. b. Cometæ locum in Ecliptica invenire. 290. a.

Cominus. 351. b.

Commenſurabiles & incommenſurabiles quantitates 93. b.

Comorinum promontorium. 360. a.

Compendium Trigonometriæ. 176.

Complementum arcus circuli in Trigonometria 110. a. Complementum commune habent duo arcus ſemicirculum conſtituentes. ibid. Complementum anguli ſphærici. 171. a. Complementum arcus anguli ſphærici. ibid.

Computus Eccleſiaſticus quid ſit. 314. b.

Concavas columnas, turres, &c metiri. 214. a Concava corpora regularia metiri. ibid. Concavos cylindros. 214. b. Concavas pyramides & conos. ibid. Item concava vaſa inæqualium baſium metiri. ibid.

Concilium Nycænum quid ſtatuerit circa Paſchatis celebrationem. 309. a.

Conſonantiæ & intervalla muſica. 517. a. Conſonantiam ſonorum quomodo deprehenderint Græci. 516. a.

Conſtantinopolis. 349. a.

Conſtellationum numerus. 247. a. Earum diſtributio. ibid. Earundem nomina unde derivata. ibid.

Continena ſive Terra firma. 326. b.

Contrapunctus muſicus 524. a.

Conus, ejuſque axis, vertex. & baſis. 8. b. Conus truncatus. ibid. Conorum ſuperficies convexas metiri. 209. a. Conos metiri. 210. b.

Copernicus affingit Terræ quatuor motus. 243. a.

Cor Leonis. 247. b. Cor ſcorpii. ibid.

Corea. 362. a.

Cornuta opera Munitionum. 498. b.

Coronata opera Munitionum. 498. a.

Corpus 3. b. Corpora regularia, & irregularia. 8. b. Corpora regularia fabricare. 20. a. Corpora inordinata fabricare. ibid. Corporum ſeu ſolidorum variæ ſpecies. 209. a. Corpora Platonica. 8. b. Corpora æqualis ponderis. 445. b Corpora ſpecie ponderoſiora. 446. a. Corpus non ponderis. ibid. Corpora æquilibria. ibid.

Corſica. 351. b.

Coſmographiæ partes. 615. b.

Creta. 354. a.

Croatia. 348. a.

Crux horologa univerſalis. 422. b.

Cunei forma & uſus. 442. b. Ejus virium cauſa. 443. a.

Cuniculi obſidionales. 505. b.

Cyclades Inſulæ. 354. b.

Cyclometrica Problemata. 206. b.

Cyclos lunaris & ſolaris. 308. a. Cyclus lunaris decennovennalis nō rectè indicat novilunia. 310. b. Cyclus ſolaris, ſeu litterarum Dominicalium. 311. a. Cyclum Lunæ invenire. 315. a. Cyclum Solis veterem invenire. 315. b. Cyclum Solis novum invenire. ib. Cyclum indictionis invenire. 316. a.

Cylindrus, ejusque axis, & baſes. 8. b. Cylindrum metiri. 210. a. Cylindrorum, & Conorū ſuperfi-

perficies convexas metiri. 209.a. Cylinder horodicticus horarum aſtronomicarum. 416.a. Cylindrus horodicticus horarum Italicarum. 417.a.
Cyprus. 363.a.

D.

DAniæ regnum. 350.b.
Dardanellæ. 329.b.
Darmſtadianus Marchionatus. 344.a.
Decempeda, ejuſque diviſio. 40.b.
Declinationem Solis ab æquatore maximam invenire. 289.a. Declinationem quamlibet Solis invenire. 289.b. Item Declinationem omnium graduum Eccliptica. ibid. Declinationem acus magneticæ in terra invenire. 382.b. Eandem in mari invenire. 383.a. Declinationem magnetis quovis loco & tempore invenire. 383.b.
Declinatorium inſtrumentum. 391.a.
Defenſio urbium obſeſſarum quomodo fiat. 506.a.
Definitiones Mathematicæ. 177.a. Definitiones libri primi Elementorum Euclidis. 63.b. Definitiones ſphæricæ. 170.b. Definitiones Mechanicæ. 426.a.
Declinatio rerum organica. 470.a.
Delly. 360.b.
Delphinatus. 335.b.
Demonſtratio fuſior quot rebus conſtet. 63.a.
Denominationes ſeu ſpecies variæ monetarum, ponderum, & menſurarum. 48.a. Denominatio numerorum algebraicorum. 528.b.
Diameter. 5.a. Diametrales diſtantias metiri. 199.a.
Diei diviſio ſecundum Aſtronomos. 43.b.
Dies ſolaris artificialis & naturalis quid ſit. 256.b. 301.a. Dies naturalis duplex. 301.a. Diei naturalis ſolaris initium apud varias nationes. 256.b. Diei naturalis initium ab Aſtronomis à Meridiano ſumitur. 301.b. Dies artificiales ubi ſint æquales, & ubi inæquales. ibid. Dies artificiales in ſphæra parallela quanti ſint. 302.a. Dierum inæqualium cauſa. 257.a. Diei ac noctis quantitatem cognoſcere ex globo aſtronomico. 286.b. Dies ſolaris & dies primi Mobilis quomodo differant. 302.a. Dies politicus. 305.b. Dierum politicorum initium varium apud varias gentes. ibid. Dies exemptiles invenire. 315.a.
Differentia longitudinis & latitudinis geographicæ. 324.b. Differentiam longitudinum ac latitudinum invenire. 370.b. Differentiam inter gravitates aquarum invenire hydroſtaticè. 452.b. Differentiam ponderis inter corpora ſolida invenire hydroſtaticè. 453.a.
Dioptrica. 482.a. 618.b. Dioptricæ definitiones. 482.a. Hypotheſes. 483.a. Dioptricæ repræſentationes. 485.b.
Diſpaſti forma & uſus. 440.a. Diſpaſti primi generis vires. ib. Diſpaſti ſecundi generis vires. 440.b. Diſpaſti tertii generis vires. ibid.
Diſtantia planetarum à Terra variatur. 279.a. Diſtantiam locorum in milliaribus inveſtigare. 367.a. 370.b. Diſtantias horizontales metiri multis modis. 192.a.
Divinare quot quis numos in crumena habeat. 57.a. Item quem quis numerum conceperit. 57.b. Idem aliter. 58.a. Divinare numeros quos plures conceperunt. ib. & 59.b. Divinare quam trium rerum quilibet ex tribus tetigerit. 58.b. Divinare quæ perſona, quoto in digito, & articulo geſtet annulum. 59.a. Item quis è pluribus rem acceperit. 59.b.
Diviſio nova Mathematica. 611.
Diviſio arithmeticæ politicæ 49.b. Diviſio rabdologica. 51.b. Diviſio calcularis. 56.b. Diviſio numerorum algebraicorum. 534.b. Diviſio in Algebræ Regula. 540.a. Diviſionis algebraicæ Quotus quando indicet numerum abſconditum. ibid. Diviſio algebraica eſt compendium Regulæ Trium. 540.b. Diviſio irrationalium numerorum compoſitorum. 567.b. Diviſio radicum univerſalium. 568.a. Diviſio magnitudinum ſimplicium Algebræ Specioſæ. 577.b. Item magnitudinum compoſitarum. 578.b.
Diviſio Terræ naturalis. 615.a. Diviſio Terræ artificialis. 615.b. Diviſio Terræ fortuita. ibid.
Dodecaëdrum. 9.a.
Dodecatemoriorum circuli. 240.b.
Doliorum capacitatem invenire. 215.a.
Domus cœleſtes ſecundum Aſtrologos. 296.b. Domorum cœleſtium diviſio. 297.b. Domorum cœleſtium circuli. 240.a.
Doris. 355.b.
Drepanitanæ Inſulæ. 351.a.
Ducatus Mediolanenſis, Mantuanus. 341.a.
Ducato di Spoleto, Umbria, Sabinia. 340.b.

E.

ECliples Solis & Lunæ. 277.a. Eclipſes Lunares. 277.b. Eclipſes ſolares. 278.a. Eclipſium ſolarium & lunarium diſcrimina. 279.a. Eclipſes Solis & Lunæ obſervare. 292.a.
Ecliptica Zodiaci. 238.b. Duplex ab aliquibus in cœlo fingitur. 254.a. Eclipticæ revolutio qualis. 256.a.
Elementa Arithmeticæ practicæ in numeris integris. 22.a. Ejuſdẽ elementa in numeris fractis. 30.b. Elementa ſphærica. 169.b. Elementa irrationalium numerorum ſimplicium. 565.a. Elementa irrationalium numerorum compoſitorum. 566.b. Elementa radicum univerſalium. 567.b. Elementa fractitium numerorum irrationalium 568.a. Elementa irrationalium algebraicorum. 569.a.
Elementorũ ordo naturalis in mundo. 240.b.
Ellipticam ſeu ovalem figuram facere. 18.a.
Ellipſis aream metiri. 208.b.
Epactæ quid ſint. 313.a. Quomodo ſint in Calendario diſpoſitæ. ib. Earũ uſus in quo conſiſtat. 313.b Epactæ. 19. tantum ſunt in uſu. ib. Epactarum æquatio an recta ſit. 314.a. Epactã veterem invenire. 316.b. Epactam novam invenire. ib.
Epirus. 348.b. Epiri urbes. 349.a.
Eres Inſulæ. 353.a.
Ergata, ejuſque uſus. 438.b.
Eſtremadura. 334.a.
Euclidis Elementa geometrica. 61. Eorum diviſio. 62.a. Eorundem Commentatores. ibid. Quomodo ea legenda à tyronibus. 63.a. Euclidis Elementum primum quid contineat. 63.b.
Europæ termini. 328.b. Regiones Inſulæ. ib. Fluvii & Montes præcipui. 329.a. Figura, Præſtantia. ibid. Magnitudo. Dominia. ibid. Inſulæ circa Europam. 350.b. Europam, delineare. 374.a.
Euthymetria, ſeu longitudinum ac latitudinum dimen-

dimenſio; 192. a.

Excentrepicyclus. 265. a.

Excentrici theoria. 263. a. Excentricos & Epicyclos ſigunt cœli ſolidi aſſertores. 253. b.

Exercitatio algebraica. 551. b. Exercitatio algebraica in numeris rationalibus & irrationalibus. 570. a.

Exponentes numerorũ algebraicorum 530. a.

Expoſitio numerorum & characterum algebraicorum. 530. b.

Extractio radicis quid, & quotuplex. 541. b. Extractio radicis quadratæ, 542. b. Radicis cubicæ. 544. b. Extractio radicis Biquadratæ, Cubiquadratæ, Triquadratæ, Cubiquadratæ, &c. 546 a. Extractio radicis ſuperſolidæ, primæ, ſecundæ, tertiæ, &c. 546. b. Extractio radicum quarumcunque è fractionibus. 547. b. Extractio radicum ex numeris algebraicis ſimplicibus. 548. a. Item ex numeris algebraicis compoſitis. 548. b. Extractio radicis quadratæ ex numero algebraico compoſito. 549. a. Extractio radicis Biquadratæ, Cubiquadratæ, &c. ex numero algebraico compoſito. 550. a. Extractio radicum ex ſecundis radicibus. 551. b. Extractio radicum ex binomiis & reſiduis. 569. b.

F.

FEriam utriusq; Calendarii invenire. 317. a.

Feſta Eccleſiæ duplicia ſunt. 307. b. Feſta mobilia invenire. 318. a.

Fidicula. 248. a.

Figura mathematica. 5. a. Figura plana. ibid. Figuræ rectilineæ 6. a. Earum ſpecies ibid. Figuræ rectilineæ regulares, & irregulares. 7. a. Figuræ iſoperimetræ. ibid. Figuræ æquialiæ. ib. Figuræ ſimiles. 7. b. Figuræ ſolidæ. ibid. Figuras planas regulares circulo inſcribere. 19. a. Eaſdem ſuper data recta deſcribere. 19. b. Figura figuræ inſcripta. 90. Figura figuræ circumſcripta. ibid. Figura circulo inſcripta. ib. Figura circulo circumſcripta. ibid.

Finmarchia. 350. a.

Finnia. 350. a.

Fionia. 354. a.

Fixarum ſtellarum diſtantia à Terra. 279. b.

Flaminia. 340. b.

Flandria. 342. a. Flumina Flandriæ. ibid.

Focum in ſpeculo ſphærico concavo invenire. 480. b.

Fons Heronis. 462. b. Fonticulus phialæ vitreæ incluſus. 461. a. Fonticulus compreſſione aquam ſpargens in altum 462. b. Fons pyrobolus. 463. a.

Forcipes Munitionum. 498. b.

Forum Julii. 341. a.

Foſſæ excavandæ capacitatem invenire. 213. b.

Fractiones ad minores terminos quomodo reducendæ 31. b. Fractiones ad eandem denominationem reducere, ibid. Eas reducere ad integra. 32. a. Fractionum additio. ibid. Earum ſubtractio. 32. b. Multiplicatio. 33. a. Diviſio. ib. Fractiones numerorum algebraicorum 535. a. Fractionum algebraicarum numeratio. ibid. Earum abbreviatio. 535. b. Earundem reductio. ibid. Fractionum algebraicarum additio. ibid. Earum ſubtractio. 536. a. Multiplicatio, Diviſio. ibid.

Francia. 336. b. Partes Franciæ. 337. a. Franciæ Ducatus, Parlamenta. ibid. Franciæ Academiæ. Fluvii. ibid.

Franconia. 345. b.

Freta Oceani. 327. b. Fretum Siculum. 350. b.

Friſia occidentalis. 342. b. Friſia orientalis. 344. b.

Fundamentum arithmeticæ deſcriptionis horologiorum. 403. a.

G.

GAdes. 353. a.

Galatia. 356. a.

Galeriæ obſidionales. 505. a.

Galilæa. 357. a.

Gallæcia. 333. b.

Gallia. 334. b. Ejus termini antiqui, & diviſio antiqua. ibid. Alia diviſio antiqua. ibid. Termini novi, & diviſio nova. 335. a. Gallia Braccata 334. b. Gallia Comata. 335. a. Ducatus Galliæ. 337. a. Parlamenta Galliæ. ibid. Fluvii, & Academiæ Galliæ. ibid. Inſulæ Galliæ. 337. b. Galliæ adjacentes inſulæ in Oceano. 353. a.

Gaulos. 35. b.

Gedroſia. 359. b.

Geldria. 343. a.

Geneſis & Analyſis Poteſtatum. 579. b. Geneſis & Analyſis ſecundi Gradus Poteſtatum in fractionibus. 581. a. Geneſis & Analyſis Poteſtatum præcepta univerſalia. 580. a. Earum examen. 581. a.

Genevenſis Comitatus. 337. b.

Genezareth. 337. a.

Genuenſis Ora. 338. b.

Geodæſia. 218. b. 619. b. Geodæſia triangulorum. ibid. Geodæſia parallelogrammorum. 221. b. Geodæſia trapeziorum. 222. a.

Geographia in quibus conſiſtat. 321. a. Geographi munus quodnam ſit. 320. a. Geographiæ partes. 615. a. Geographia uſualis. 615. b.

Geometria quid. 61. Geometria Elementaris. ibidem. Geometrica elementa. ibid. Geometriæ practicæ objectum. 189. Geometricus calculus, ſeu numerus. 40. a. Geometricorum numerorum ſignatio. 40. b. Eorum additio. ibid. Subtractio. 41. a. Eorundem multiplicatio. 41. b. Diviſio. 42. a. Quid in ea obſervandum. 42. b.

Germania, ejuſque diviſio. 341. b. Germania inferior, ejuſque diviſio. ibid. Ejus provinciæ ſeptendecim. ibid. Forma. 342. a Magnitudo. ibid. Germania ſuperior 343. b. Academiæ Germaniæ. 346. a. Archiepiſcopatus Germaniæ. 346. b. Imperii Germaniæ membra. ibid. Circuli Germanici Imperii. ibid. Fluvii Germaniæ. ibid.

Globi aſtronomici an exactè ſint conſtructi, quomodo probetur. 283. a. Globum aſtronomicum rectificare. 283. b. Globum Geographicum delineare. 368. a. Eundem in charta delineare, ejuſque uſus. 369. a. Globum geographicum rectificare. 369. b.

Globus Terraquens rectus, obliquus, parallelus. 325. b. Globi Terraquei recti accidentia. ib. Paralleli accidentia. 326. a.

Gottologia. 620. a.

Gnomonica ſeu Horologiographia. 619. a. Gnomonica Sciotherica, & Peripheretica. ibid.

Gua. 360. a.

Gradus in milliaria convertere. 364. a. Gradus & minuta quomodo notentur. 43. a.

Græcia. 348. a. Ejus limites. 348. b. Diviſio veterum & recentiorum. ibid.

Granada 333. b.

Granducus Sinus. 327. b.

Graphice ſive Projectura, ejusq; ſpecies 619. a.

Grave, & gravitas quid ſit. 426. a. Gravia ex æqualibus diſtantiis æquiponderantia, ſunt æqualia. 429. a. Gravia inæqualia ex æqualibus diſtantiis non æquiponderant. ibid. Gravia ex diſtantiis inæqualibus æquiponderantia, inæqualia ſunt. ibid. Gravia æqualia quæ conjungit recta linea tra[…] per centra gravitatis, habent centrum gravitatis in medio lineæ. 429. b. Gravia inæqualia ex diſtantiis inæqualibus æquiponderantia, ſunt reciprocè ut diſtantiæ, ibid. Gravia inæqualia ex diſtantiis inæqualibus æquiponderant, ſi diſtantiæ reciprocè ſunt ut pondera. 430. a. Gravium ex diſtantiis ſuſpenſorum motus eſt ut diſtantiæ. 430. b. Gravium ex diſtantiis ſuſpenſorum motus eſt reciprocè ut pondera eorum. ib. Gravium ſuſpenſorum diſtantiæ unde ſumantur. 431. a.

Groninga. 342. b.

Guzarata. 360. a.

H.

HAfnia urbs. 354. a.

Hannonia. 343. a.

Harmonica. 610. a.

Haſſia. 346. a.

Hebrides Inſulæ. 353. b.

Hellas. 348. b.

Helvetia. 343. b.

Hemiſphærium cœli ubique videtur. 244. a. Stans in Terræ ſuperficie videt hemiſphærium cœli. ibid. Hemiſphæria metiri. 212. a.

Heteroſcii. 325. a.

Hexaêdrum. 8. b.

Hexagonum regulare circulo inſcribere. 92. b.

Hibernia. 353. b.

Hiſpaniæ deſcriptio. 332. b. Ejus nomen, Termini, Forma, Magnitudo. ibid. Diviſio antiqua. ibid. Diviſio nova, 333. a. Coronæ tres. 334. a. Montes, Fluvii. ibid. Inſulæ. 334. b. Academiæ. ibid.

Hiſtiodromice. 384. a. Ejus regulæ variæ. 384. b

Hollandia. 342. b.

Holſatia. 344. b.

Homocentrepicycli theoria. 264. b.

Homologæ magnitudines. 94. b.

Hora, & ejus ſpecies. 390. a. Horæ aliæ æquales, aliæ inæquales. 302. b. 306. a. Horæ inæquales, ſeu Judaicæ aut antiquæ. ibid. Horæ planetariæ, earumque vanitas. ibid. Horam ortus & occaſus ſtellarum invenire ex globo aſtronomico. 286. a. Hora quota ſit ubivis terrarum cognoſcere ex eodem. 286. b. Horam aſtronomicam currentem: & horam Babylonicam invenire ex eodem. 287. a. Item horam Italicam, & Antiquam ex eodem invenire. 287. b. Horam aſtronomicam toto orbe cognoſcere in Globo. 370. b.

Horizon. 236. b. Aſtronomicus & Phyſicus. ibid. Aſtronomicus triplex, Rectus. ibid. Obliquus. 237. a. Parallelus. ibid. Horizontis officia. 237. b. Horizontem locorum in Globo reperire. 370. a.

Horographia Photo-ſciatherica. 389. & 391. b.

Horologium. 390. a. Horologiorum varia genera, 390. b. Horologiorũ quatuor ſunt ſpecies. 306. a. Horologia plana geometricè delineata. 392. b. Horizontalia horologia. ib. Horologium horizontale aſtronomicũ. 393. a. Illud in plano mobili delineare. ib. Horologium horizontale Italicum. 394. b. Babylonicum horizontale. 395. Horologia Verticalia ib. Horologium Verticale Aſtronomicum. ib. Verticale Italicum & Babylonicum. 396. a. Horologium horizontale & Verticale ex fundamento deſcribere. ib. Horologia Meridiana. 397. a. Horologium Meridianum aſtronomicum. ib. Meridianum Italicum. 397. b. Meridianum Babylonicum. 398. a. Horologia Polaria. ib. Horologium Polare aſtronomicum. 398. b. Polare horologium eſt univerſale. ib. Polare Italicum. 399. a. Polare Babylonicum. ib. Horologia æquinoctialia. ib. Horologium æquinoctiale aſtronomicum. 399. b. Æquinoctiale Italicum & Babylonicum. 400. a. Horologia declinantia. 400. b. Horologium declinans aſtronomicum. ib. Declinans Italicum & Babylonicum. 401. b. Horologia inclinata. ib. Horologium inclinatum & Babylonicum. b. Horologia declinantia & inclinata ſimul. 402. a. Horologia Antiqua. 402. b. Antiquum horizontale & Verticale. ib. Horologiorum deſcriptio arithmetica per tangentes. 403. a. Eorundem deſcriptio arithmetica per tangentes. alia 404. b. Horologia organicè deſcribere. 405. b. Horologia omnis generis deſcribere per umbram. ib. Horologia muralia omnis generis delineare è horizontali ſuſpenſo. 406. b. Horologia aſtronomica quæ centrum habent, delineare ex horizontali. 407. a. Horologia ex æquinoctiali horologio deſcribere. ibid. Horologia muralia ex Verticali delineare. 408. a. Horologia ope Quadrantis & Regulæ Horographicæ delineare. 408. b. Horologia portatilia. 410. b. Horologium portatile quod vocant compaſſum. 420. a. Horologium horizontale concavum hemiſphæricum. ibid. Horologium æquinoctiale univerſale. 421. a. Horologium univerſale horizontale, verticale, æquinoctiale, polare, in eodem plano. 422. b. Horologia reflexa. 423. a. Horologium reflexum in plano horizontali. 423. b. Reflexum in plano Verticali. ibid. Idem in plano Meridiano. 424. a. Horologium reflexum verticale. 424. b. Horologia reflexa omnia generis in quibuslibet planis. 425. b.

Huena. 354. a.

Hungariæ limites. 347. b. Ejus Diviſio. ibid.

Hyades & Pleiades. 247. b.

Hyallocauſtica. 619. b.

Hyallurgica. 619. b.

Hydraulicæ machinæ triplicis generis ſunt. 456. Hydraulicarum machinarum fundamenta. 457. a. Hydraulicarum machinarum fundamentum primum. ibid. Fundamentum ſecundum. 458. a. Eorundem fundamentum tertium. 459. a. Fundamentum quartum, 460. a. In hydraulicis pugnatur ac vincitur perpendiculis. 460. b. 461. a. Hydraulicæ machinæ vi expulſiva inſtitutæ. 458. b. 462. a. Hydraulicæ machinæ vi rarefactiva inſtitutæ. 459. b. 463. a. Hydraulicæ machinæ quæ fiunt vi attractiva. 461. a. Hydraulicæ machinæ, vi aquæ labentis naturaliter inſtitutæ. 463. b. Hydraulicæ machinæ habentes principium mixtum. 464. a.

Hydr-

Hydrographia. 615.a.
Hydroſtatica. 450.a. & 617.b. Hydroſtaticæ definitiones. 450.a. Hypotheſes. 450.b. Theoremata. 451.a. Problemata 452.a.
Hydrotechnia. 456.
Hypomochlium. 427.a. Hypomochlii figura confert ad motum ponderis. 435.a.
Hypotheſes horographicæ. 391.b. Hypotheſes pro horologiis reflexis. 423.a. Hypotheſes ad lumen & umbram ſpectantes. 469.b.
Hyrcania. 359.a.

I.

IAponicæ Inſulæ. 362.a.
Iberia. 358.a.
Ichnographia ſeu plantarum delineatio. 228.a. 618.b. Ichnographica delineatio rerum. 470.b. Ichnographiam urbium perficere. 229.a. Ichnographiam ſubterraneorum locorum. 230.b. Ichnographiam interiorem domus perficere. 231.b. Ichnographia Munitionum. 495.b. Ichnographiam Munitionum perficere. 231.b.
Icoſaëdrum. 9.a.
Idumæa. 357.a.
Idus, Nonæ, & Kalendæ. 306.b. Idus, Nonas & Calendas invenire. 318.b.
Jezo. 362.a.
Ignis ſphæra nulla eſt. 234.b.
Illyricum. 348.a.
Ilua. 322.a.
Incommoda ex erroribus calendarii veteris 310.a
India. 359.b. Indiæ termini. ib. Diviſio. 360.a.
Indus fluvius. 359.b.
Inſtrumentum partium. 13.b. Inſtrumenta Geometrica pro Longimetria. 190.b. Inſtrumentum pro horologiis reflexis delineandis. 424.a.
Inſula quid. 326.b.
Jonia. 355.b.
Jordanis. 357.a.
Irrationales numeri. 563.b. Irrationalium numerorum ſignatio. 564.a. Eorum varia genera, nempe ſimplices & compoſiti. 564.b. Irrationales compoſiti triplices, nempe Ligat', Diſtincti, Univerſales. ibid. Irrationalium numerorum fractiones. 568.a. Irrationales numeri Algebraici. 569.a.
Irregulares figuras metiri. 206.a. Irregularia corpora metiri. 211.a.
Iſagoge mathematica. 1.
Iſchia. 352.a.
Iſorropoſtatica. 616.a.
Iſoſcelium triangulorum anguli ad baſim æquales ſunt. 66.b.
Iſthmus. 326.b.
Iſtria. 341.a.
Italia. 338. Ejus termini, & Forma. ibid. Diviſio. 338.b. Italiæ montes, Fluvii, Lacus. 341.a. Epiſcopatus, Academiæ. 341.b. Epithetaurbium Italiæ. ibid.
Judæa. 357.a.
Jugum anſa, &c. 427.a.
Juliacenſis Ducatus. 344.a.
Jutia. 344.b.

K.

KAlendæ, Nonæ, & Idus. 306.b. Kalendas Nonas & Idus invenire. 318.b.

L.

LAppia. 350.a.
Latitudo geographica. 324.a. Latitudinum circuli. 240.a. Latitudo planetarum ſuperiorum. 274.a. Latitudinem locorum invenire. 364.a. Eandem in Globo invenire. 370.a. Item ex globo aſtronomico. 284.b.
Latium. 339.a.
Latus majus majori angulo opponitur in eodem triangulo. 70.a. Duo latera trianguli ſimul, ſunt majora reliquo tertio. 70.b. Latera intra triangulum ſuper eadem baſi, minora ſunt [illegible] lateribus trianguli exterioris, &c. 71.a. Latera ex baſe & angulis acutis nota facere in triangulo rectangulo. 165.b. Latera ex uno angulo acuto. 166.a. Latus & angulos acutos ex baſe & uno latere. ibid. Latera trianguli habent ſe ad invicem ut unus. 167.b. Latera reliqua ex tertio & angulis cognoſcere. 168.a. Latus reliquum ex lateribus & angulis. 168.b. Latus & angulos reliquos ex duobus lateribus & angulo uni laterum oppoſito. 169.a.
Lemma quid. 63.a. Lemma arithmeticum. 591.a.
Lemovicium. 336.b.
Leodienſis Diœceſis. 344.a.
Libræ ordinariæ forma, & uſus. 446.b. Libratorum tres ſpecies. 447.a. Libræ fallaciæ. ibid.
Liguriæ antiquæ termini. 338.b.
Limburgenſis Ducatus. 343.a.
Limeneutice. 380.a.
Linea recta, curva, & mixta. 3.b. Linea perpendicularis 4.b. Linea recta quomodo ducenda. 9.a. Etiam in campis. 9.b. Lineam rectam bifariam dividere. 13.a. 68.a. Lineam rectam in quotlibet partes ſecare. ibid. & 104.b. Eandem media & extrema ratione ſecare. 81.a. 108.a lineæ rectæ quamvis partem centeſimam abſcindere. 14.b. Item quamlibet partem deſideratam. ibid. Lineam alteri æqualem ponere ad punctum datum. 65.b. Lineam æqualem minorem abſcindere ex majori. 66.a Lineam perpendicularem excitare alteri ad punctum datum. 68.b. Eandem excitare alteri a puncto extra dato. ib. Linea recta inſiſtens alteri facit hinc inde duos angulos æquales duobus rectis 69.a. Lineæ duæ rectæ ad aliã ac diverſas partes ductæ, ſi faciant duos angulos æquales duobus rectis, in directum ſunt poſitæ. ib. Linea tangens circulum quænam? 82.b Lineæ æqualiter diſtantes à centro circuli quænam? ib. Linea recta tangens circulũ, tangit eum in puncto. 83.b. Linea circulo coaptata. 90.a. Lineam circulo accommodare æqualem lineæ datæ. 9 b. Linea extrema & media ratione ſecta. 102 a. Lineam rectam ſecare ſimiliter ut alia ſec. a eſt. 104.b. Lineis duabus datis tertiam proportionalem invenire. ibid. Lineis tribus datis, quartam proportionalem invenire. ib. Lineis duabus datis, mediam proportionalem invenire. 105.a. Linea directionis. 427.a. Linea horizontalis. ib. Linea per quam potentia movet vectem, facit aliquid ad motum ponderis. 435.b.
Linguadocia. 335.a.
Lipara. 351.b.
Liparenſes Inſulæ. 351.b.
Litteram Dominicalem veterem invenire. 316.b. Litteram Dominicalem novam invenire. 317.a. Litteram diei Calendarii invenire. ibid.
Lithuania. 347.a.

Livonia. 347. a.

Locus verus & viſus phænomenorum cœleſtium. 250. b. Locus verus & medius planetarũ. 264. a. Locus verus & medius Lunæ. 271. b.

Logarithmica. 613. a. Logarithmorum inventio & uſus 588. Logarithmicarum tabularum Auctores. ibid. Logarithmorum natura, & geneſis. 589. a. Hæc meliùs explicantur. 589. b. Logarithmorum definitio. 589. a. Eorundem definitio alia. 590. a. Logarithmicæ tabulæ quænam ſint commodiſſimæ. ibid. Logarithmi accuratiſſimi quinam ſint. ibid. Logarithmorum proprietates. 590. b. Logarithmi ſunt æquidifferentes. ib. Logarithmi quatuor numerorum proportionalium ſunt æquidifferentes. 591. a. Logarithmi trium numerorum proportionalium ſunt æquidifferentes. ibid. Logarithmi quatuor proportionalium ut ſe habeant. 591. b. Trium proportionalium ut ſe habeant. ibid. Logarithmorum quatuor proportionalium alia proprietas. ibid. Trium proportionalium alia proprietas 592. a. Logarithmorum alia proprietas. ibid. Logarithmus numeri duplicatus, eſt Logarithmus quadrati. 592. b Logarithmo numeri dato, datur logarithmus radicis. ibid. Logarithmus diviſoris ablatus è logarithmo dividendi, relinquit logarithmum quoti. ibid. Logarithmum numeri abſoluti invenire in Tabula. 605. b. Logarithmi numerum abſolutum invenire in Tabula. 606. b. Logarithmum dati anguli invenire. 607. a. Logarithmi dati arcum vel angulum invenire. 607. b. Logarithmos ſubſtituendi pro aliis numeris praxis. 608. a.

Logiſtica duplex, popularis, & aſtronomica. 612. b. Logiſtica Algebræ Specioſæ magnitudinum ſimplicium. 577. a. Item magnitudinum compoſitarum. 577. b.

Longimetria. 190. a.

Longitudo geographica. 324. a. Longitudinẽ locorum invenire. 366. a. Eandem in Globo invenire. 369. b. Longitudinem & latitudinẽ regionum determinare. 366. b. Longitudinũ ac Latitudinum differentiam invenire. 370. b. Longitudines locorum valde incertæ. 375. b.

Longobardia. 340. b. Longobardia Ciſpadada. ibid. Longobardia Tranſpadana. 341. a.

Lotharingia. 337. b.

Loxobaryca. 617. b.

Loxodromia quid ſit. 387. a.

Lucania, Baſilicata. 339. b.

Lugdunenſe Territorium. 336 b.

Lunæ mot⁹ varii. 269. a Lunæ motus communis 269. b. Lunæ motus proprius non eſt realis. ibid. Lunaris motus orbita. 270. a. Lunæ motus in latitudinẽ. ibid. Lunæ motuum varia nomina & periodi. 270. b. Lunæ theorica ſecundùm Ptolemæũ. 271. a. Lunæ theorica ſecundùm Alphonſinos. 271. b. Phyſica cauſa variorum motuũ Lunæ. ibid. Locus verus & medius Lunæ. ib. Lunæ ætatem invenire. 318. b. Anticipationem Lunæ invenire. 316. a. Poſtpoſitionem Lunæ invenire. ibid. Lunæ locum in Zodiaco invenire. 319 b.

Luneburgenſis Ducatus. 346. a.

Luſatia. 345. a.

Luſitanica Provincia. 332. b.

Luxemburgenſis Ducatus. 343. a.

Lycia. 355. b.

Lydia. 355. b.

M.

Macedonia. 348. b. Macedoniæ urbes. 349. a.

Machinæ fundamentales ſunt quinque. 431. b. Machinæ compoſitæ ex fundamentalib⁹. 434. a.

Magna Græcia, Calabria Superior. 339 b.

Magnetica. 617. a. Magnetis virtus. 381. a. Magnetis declinatio. 381. b. Magneticæ acus uſus. ib. Magnetis vim attractivam ponderare. 448. b.

Magni Cham Imperium. 362. a.

Magnitudines ejuſdem generis. 93. b. Magnitudines habentes eandem rationem. ibid. Magnitudines proportiõales diſcretè & continuè 94. a. Magnitudo planetarum reſpectu Terræ. 281. b. Magnitudinem corporis invenire hydroſtaticè, cognito ejus pondere. 454. a.

Majorca. 353. a.

Malabar. 360. a.

Mandao. 360. b.

Manipulus militum. 511. b.

Mappæ Geographicæ. 371. a. Mappam univerſalem conficere. 372. b. Eandem aliter conficere. ibid. Eam adhuc aliter conficere. 373. a. Mappas particulares conficere. 374. a. Mapparum geographicarum uſus. 375. a.

Marchia Anconitana Piceni. 340. a. Marchia Tarviſiana. 340. b.

Marchionatus Imperii. 342. a.

Mare, ejuſque diviſio, & varia nomina 326. b. Mare Balticum. 327. a. Ejus Inſulæ. 354. a. Mare Caſpium. 327. b. Mare Mediterraneum, ejuſque varia nomina. 328. a.

Margiana. 359. a.

Maſſovia. 347. a.

Mathematicæ etymon, objectum, definitio. 2. a. Ejuſdem diviſiones variæ. 2. b. Noſtra diviſio. 3. a. Matheſis ſimplicis partitio. 612. b. Matheſis compoſitæ partitio. ibid. Matheſis mixta. 613 b. Mathematicorum inſtrumenta, & horologia, ſupponuntur eſſe in centro Mundi. 244. a.

Mechanica quid ſit. 426. Mechanicæ propoſitiones fundamentales. 428. b.

Mechliniæ Dominium. 342. b.

Meckelburgenſis Ducatus. 345. a.

Media. 358. b.

Mediam proportionalem inter duas datas invenire. 15. b. Medias duas proportionales inter duas datas invenire. ibid.

Melita. 351. a.

Melopœjæ regulæ. 522. b.

Menſis periodicus. 270. b. Menſis lunaris periodicus, & ſynodicus. 305. a. Menſes Ægyptii. 306. b. Menſis lunaris politicus. 307. a. Menſis primus lunaris quis. 308. b.

Menſuræ famoſæ Geometris uſitatæ. 190. a. Menſuræ ſimplices, quadratæ, cubicæ. ibid.

Meridianus. 237. b. Mutatur cuntibus in ortũ & occaſum. ibid. Meridianus primus quis ſit. ibid Meridiani officia. 238. a. Meridianus initium eſt motus primi ſtellarum. 256. a. Meridianus primus Terraque globi. 322. a. Meridianam lineam invenire. 288. b.

Meridiem & mediam noctem invenire quorumvis locorum ex globo aſtronomico. 287. a.

Meſopotamia. 358. b.
Meſoſtatica, ejuſque partes. 617. a.
Metamorphoſis ſeu transformatio planorum & corporum. 222. b.
Meteoroſcopia. 618. b.
Metiendi modi varii. 201. b. Metiri altitudines per umbram. ibid. Metiri latitudinem pileo. 202. a. Eandem metiri baculo & bacillo. 202. b. Metiri altitudinem baculo & bacillo. ibid. Eandem metiri ſolo baculo. ibid. Metiri altitudines gnomone ſeu angulo recto. 203. a. Item latitudines. ibid. Metiri altitudines ſpeculo 203. b. Metiri locorum diſtantias pluribus baculis. ibid.
Minorca. 353. a.
Minuta ſecunda quando negliguntur in trigonometria, quid faciendum. 162. b. Item, quando non negliguntur. 163. a.
Miſia. 355. b.
Miſnia. 346. a.
Mixtionem argenti in auro invenire hydroſtaticè. 452. b.
Mogoris Imperium. 360. b.
Moguntinus Archiepiſcopatus. 344. a.
Moldavia. 349. b.
Moluccæ Inſulæ. 362. b.
Momentum corporis gravis. 426. b.
Monaſterienſis Epiſcopatus. 344. b.
Monetam adulteram deprehendere hydroſtaticè. 454. a.
Monoſpaſti primi generis vires. 439. b. Monoſpaſti ſecundi generis vires. ibid.
Montis altitudinem metiri. 197. b. Montis acclivitatem metiri. 200. a.
Moravia. 345. a.
Moſcovia. 350. a.
Motus tres Terraquæ affinguntur. 242. b. Motus tranſlationis annuæ Terraquæ affingitur. ibid. Item motus diurnæ revolutionis. 243. a. Uterque motus rejicitur. ibid. Motus trepidationis affingitur Terræ ab aliquibus. 243. b. Rejicitur tamen. ibid. Motus ſiderum primus & ſecundus. 233. 251. a. Motus ſtellarum diurnus eſt realis, non perfectè circularis, ſed ſpiralis. ibid. Motus ſtellarum proprius ab occidente in orientem. ibid. Motus ſtellarum in longitudinem. ibid. Motus ſtellarum ab occidente in orientem non eſt realis, ſed apparens propter retardationem. 251. b. Motus ſtellarum ab aliis confictus. ibid. Motus trepidationis ſtellarum ab Alphonſinis effictus. ibid. Motus duplicis librationis ſtellarum ab aliis fictus. ibid. Motus cœlorum ex ſententia eorum qui cœlum durum putant. 153. b. Motus Primi mobilis ab oriente in occidentem. 254. a. Motus decimi cœli ſecundùm aliquos. ibid. Motus noni cœli. 254. b. Motus octavi cœli. ibid. Motus cœlorum planetariorum. 255. a. Motus primi cœli & ſiderum. 255. b. Motus primi cœli & ſtellarum termini. ibid. Motus verus & medius planetarum. 264. a Motus Solis ab occidente in orientem eſt tantum apparens. 266. a. Motus primus & ſecundus Veneris & Mercurii. 274. b.
Multiplex, & æque multiplex quid ſit. 93. b.
Multiplicatio arithmeticæ politicæ. 49. a. Multiplicatio rabdologica. 50. b. Multiplicatio calcularis 55. a. Multiplicatio numerorum algebraicorum 533. b. Multiplicatio ac Diviſio irrationalium numerorum ſimplicium. 565. a. Multiplicatio irrationalium compoſitorũ. 567. a. Multiplicatio radicum univerſalium. 568. a. Multiplicatio magnitudinum ſimplicium Algebræ Specioſæ. 577. a. Item magnitudinum compoſitarum. 578. a.
Munitionum lineæ ſeu latera. 487. b. Munitionum anguli. 488. a. Munitionum angulos calculare. 489. b. Munitionem in charta delineare ex tabulis. 491. a. Eandem delineare ſine tabulis. 491. b. Munitionum Orthographia. 492. b. Munitionum partes orthographicæ. ibid. Munitionum regularium menſuræ. 463. a. Munitiones in campis delineare. 496. a. Eaſdem in campo exſtruere. 497. a. Munitionum opera externa. ibid. Munimentorum parmulæ ſeu raveluni. 497. a. Munitiones irregulares. 499. b. Munitio irregularis linearum rectarum. ibid. Munitio irregularis locorum habentium angulos & latera apta. ibid. Item habentium angulos & latera inepta. 500. a. Munitio anguli externi 500. b. Munitio urbium fluminibus adjacentium. ibid.
Murcia. 333. b.
Muſica ſive Harmonica. 515. a. 619. b. Muſica Græcorum in quo conſiſtat. 515. a. Muſicus ſonus. 515. b. Muſica intervalla. 516. a. Muſicæ conſonantiæ ac diſſonantiæ. ibid. Muſica Latinorum ſeu Moderna. 519. a. Muſicæ figuratæ elementa. 520. a. Muſicæ claves. ibid. Muſicæ voces. ibid. Muſicæ partes, & Pentagrammata. ibid. Muſicus cantus. 521. a. Muſicæ notæ. 521. b. Muſicus tactus. ibid. Muſicæ pauſæ. 522. a. Muſica tripla. ibid. Muſicus modus ſeu Tonus. ibid. Muſica vocalis. 620. b. Muſica inſtrumentalis. ibid.

N.

NAmurcenſis Comitatus. 343. a.
Narſinga. 360. a.
Natolia. 355. a.
Navarra. 333. a.
Nautica. 616. a. 617. b. Nauticæ ſcientiæ quid deſit. 388. b.
Neapolitanum regnum. 339. a. Ejus Termini & Diviſio. ibid.
Nigritarum regio. 330. b.
Nivernenſis Ducatus. 336. b.
Nonæ, Idus, & Kalendæ, 306. b. Nonas, Idus, & Calendas invenire. 318. b.
Norma ſeu Gnomon rectangulus. 11. b. Normam examinare an recta ſit. 12. a.
Normandia. 335. b.
Norwegia & Suecia. 350. a.
Notæ Algebræ Specioſæ. 576. b.
Notatio numerorum algebraicorum. 530. a.
Novilunia quando redeant ad eoſdem dies. 310. b. Novilunia poſt 19. annos non redeunt ad eandem diei horam. 311. a. Novilunia quot annis antevertant unum diem. ibid.
Numerandi modus duplex. 23. a. Numerandi modus alius. ibid. Numeratio fractorum numerorum. 30. b. Numeratio calcularis 52. b. Numeratio algebraicorum numerorum. 531. a.
Numeri digiti, & articuli. 23. b. Numerus figuratus. 578. b. Numerus quadratus quid ſit. 36. b. Numerus cubicus quid ſit. 38. b. Numerum proportionalem inter duos medios invenire. 39. a. Duos proportionales inter duos datos invenire. 39. b. Numerum tertium duobus datis proportio-

portionalem invenire. ibid. Numeri rationales & irrationales quinam ſint. 527. a. Numeri algebraici. 528. a. Numeri algebraici cõpoſiti alii, alii ſimplices. 531. a.
Numerus ſtellarum cur diverſus apud diverſos. 248. b.

O.

Oblongum. 6. b.
Obſervationes aſtronomicæ quænam ſint. 260. a.
Obſidio urbium quomodo inſtituenda. 502. a
Occidens triplex. 323. b.
Oculi humani ſtructura, & partes 465. a. Oculi tunicæ. 466. a. Humores. 466. b. Oculi objectum. 467. a.
Oculus Tauri. 247. b.
Ophtalmica. 618. a.
Optica, ejuſque partes. 465. & 618. a. Optica practica. 618. b Opticæ practicæ ſeu Perſpectivæ hypotheſes. 468. b. Optica delineatio rerum. 470. a.
Orbita Lunæ eſt Mundo excentrica. 270. b.
Orcades Inſulæ. 353 b.
Ordo militum. 511. b.
Organica delineatio rerum. 470. a.
Oriens triplex. 323. b.
Orixa. 360. a.
Orthographia. 618 b. Orthographica delineatio rerum. 470. b. Orthographiam Munitionis regularis deſcribere. 495. a. Orthographiam Munitionis minoris deſcribere. 495. b.
Ortus & occaſus aſtronomicus ſtellarum. 257. b. Ortus & occaſus ſtellarum Poëticus, Coſmicus, Acronychus, Heliacus. ibid. Ortum & occaſum Coſmicum invenire ex globo aſtronomico. 286. a. Item acronychum & heliacum cognoſcere ex eodem. ibid. Ortus & occaſus ſtellarum puncta invenire ex globo aſtronomico. 287. b.
Otologia. 620. a.

P.

Palæſtina. 356. b. Diviſio ejus. 357. a. Palæſtinæ urbes. ibid.
Palatinatus Rheni. 344. a.
Pamphylia. 356. a.
Pantalaria. 352. a.
Pantometri Kircheriani fabrica. 191. a. Pantometri Curſor, Dioptrica regula: Pes. 191. b. Pantometri uſus in Longimetria. 193. a.
Parallactica. 619. b. Parallaxis quid ſit. 250. b.
Parallelæ lineæ. 7. a. Parallelam lineam ducere datæ lineæ per datum punctum. 9. b. 10. a. 73 b. Parallelam ducere alteri lineæ ad datum intervallum. 11. a.
Parallelepipedum. 8. a. ejus quatuor genera ſunt. ibid. Parallelepipeda metiri. 209. b.
Paralleli horizontis. 240. a. Paralleli Terraquei globi. 322. b. Parallelorum ad Æquatorem proportionem invenire in milliaribus. 364. b. Parallelorum gradus in milliaria convertere. 365. a.
Parallelogrammum. 7. a. Parallelogrammum deſcribere. 18. b. Parallelogrammorum oppoſita latera, & anguli, ſunt æquales. 74. b. Parallelogramma ſuper eadem baſi, & in eiſdem parallelis, æqualia ſunt. ibid. Item quæ ſuper æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis. 75. Parallelogrammum eſt duplum trianguli habentis eandem baſin, & exiſtentis in eiſdem parallelis. 75. b Parallelogramma circa diametrum quadrati ſunt quadrata. 79. a. Parellelogrammum deficiens aut excedens parallelogrammo. 102. a. Parallelogramma metiri. 204. a. Eorum variæ diviſiones quoad aream. 221. b.
Parmularum ſeu Ravelinorum conſtructio. 497 b.
Paropamiſis. 359. b.
Pars aliquota quid ſit. 93. a.
Parthia. 359. a.
Paſcha quando celebraverint Judæi. 308. b. Quando celebret Eccleſia Catholica. ibid. Paſchales termini. 309 b.
Pedemontium. 341. a.
Pegu. 360. b.
Peloponneſus. 348. a.
Peninſula. 326 b.
Pentagonũ regulare circulo inſcribere. 92. a. Idem circa datum circulum deſcribere. ibid.
Perimetrum circuli maximi in Terraqueo globo invenire. 364. b.
Periodus primi motus. 256. a:
Periœci. 324. b.
Peripheriam datam ſecare bifariam. 88. a.
Periſcii. 325. a.
Perpendicularem ducere à puncto dato in linea. 10. b. Perpendicularem ducere unica circini apertura. 11. a. Perpendicularem ducere ad punctum quodcunque aſſumptum in linea. 11. b. Perpendicularem in campis excitare. 12. a. Perpendicularem excitare à puncto extra lineam dato. ibid. Eandem in campis ducere à puncto extra lineam. 12. b. Perpendicularem ab angulo ad latus demiſſum invenire. 168. a.
Perpendiculum motus. 427. a.
Perſicum Imperium. 358. a.
Perſis. 359. a.
Perſpectiva. 465. a.
Petrocorium. 336. b.
Phænicia. 357. b.
Phænomena aſtronomica manifeſta quænam ſint. 260. a. Phænomenorum cœleſtium locus verus & viſus. 250. b. Phænomenorum variorum cauſa ſecundùm aliquos. 255. a. Phænomena varia planetarum. 260. Phænomena & motus planetarum ſuperiorum. 272. b.
Phanerocritice. 618. b.
Phaneroſcopia. 618. a.
Philippinæ Inſulæ. 362. b.
Phonocamptica. 620. a.
Phonologia. 620. a.
Photonomia. 618. a.
Phrygia. 355. b.
Picardia. 335. b.
Picentini, Principato. 339. b.
Pictavia. 336. a.
Pituiſſæ Inſulæ. 355. a.
Plagæ Mundi. 323. b. Plagæ in Terraqua quid ſint. 380. b. Quotuplices, earumq; nomina. ibid. Plagæ quomodo inveniantur. 381. a.
Plana æqualia, & plana ſimilia, & parallela. 8. a. Plana horologiorum. 390. b. ea quomodo librentur. ibid. Quomodo erigantur perpendiculariter. 391. a. Plana verticalia quænam ſint. ibid. Plani declinatio quomodo inveniatur. ibid.

Planetæ quot. 246. a. Planetæ novi. 246. b. Planetæ à fixis quomodo diſcernantur. ibid. Quomodo inter ſe. ibid. Planetarum minorum ortus & occaſus varius. 260. b. Planetarum luminis & magnitudinis augmentum ac decremẽtum. ibid. Planetarum reverſio ad Solem inæquali tempore fit. 261. a. Planetarum progreſſio inæqualis. ibid. Planetarum apocataſtaſes ſeu revolutiones. ibid. Planetarum motus in longitudinem inæqualis dupliciter. ibid. Planetarum apogæiſmus variatur. 261. b. Planetarum motus in latitudinem varius eſt. ibid. Planetis cur varii circuli aut orbes affingantur. 262. a. Locus verus & medius planetarum. 264. a. Planetarum paſſiones. 275. b. Planetarum paſſiones comparatorum cum ſeipſis. 276. a. Planeta Directus, Retrogradus, Stationarius, Velox. ibid. Tardus, Mediocris, Auctus numero, Diminutus numero. 276. b. Planetarum paſſiones comparatorum cum Sole. ibid. Planeta orientalis ac matutinus, Auctus lumine, Combuſtus. ibid. Planetarum paſſiones comparatorum cum terra. 277. a. Planetæ parallaxis. ibid. Ejuſdem refractio. ibid. Planetarum diſtantiæ à Terra. 279. b. Planetæ ſinguli quot milliaria conficiant motu diurno, horario, &c. 280. a. Planetarum magnitudo quomodo inveniatur. ibid. Planetarum naturæ & qualitates, ex Aſtrologorum ſententia. 295. b. Eorum conditiones, ſexus, paſſiones. ibid. Item dignitates & aſpectus. 296. a. Eorundem ſtatus reſpectu Solis. 296. b. Planetæ ad ſe invicem collati. ibid.

Planimetria, ſeu ſuperficierũ dimenſio. 204. a.

Podelaſia. 347. a.

Podolia. 347. a.

Polemica. 502. a.

Poli circuli in ſphæra deſcripti. 170. a. Poli altitudinem invenire ex globo aſtronomico. 284. b. Poli & Æquatoris altitudinem invenire aliter. 288. b. Poli elevationem cujuſque loci in Globo invenire. 70. a.

Polonia. 346. b. Polonia propriè dicta. ibid.

Polynomia. 569. b.

Polyſpaſtorum forma, & vires. 441. a.

Pomerania. 345. a.

Pondus corporis invenire hydroſtaticè, cognitâ ejus magnitudine. 453. b. Ponderibus paucis pondera ſe multa. 448. b.

Pontia. 312. a.

Pontus & Bitynia. 355. a.

Purtugallia. 333. b.

Poſitionum circuli. 240. a.

Poſtpoſitionem Lunæ invenire. 316. a.

Poſtulata Mathematica. 178. b. Poſtulata libri primi Elementorum Euclidis. 64. a.

Potentia æqualis mobili. 427. b.

Poteſtates in Algebra. 579. a. Poteſtatum geneſis & analyſis. 578. b. 591. b. Poteſtatum Tabula, ejuſque conſtructio. 579. a. Poteſtatum creatio. 579. b. Poteſtates Binomiorum ac reſiduorum invenire. 587. a.

Præliandi ordo. 512. a.

Praxes Mathematicæ. 9. a. Praxes ſpectantes ad ſuperficies. 16. a. Praxes ſpectantes ad corpora. 20. a.

Principia Mathematica. 62. b. Principiũ univerſale augẽdi vires potẽtiæ per machinas. 431. a.

Priſma, ejuſque ſpecies. 8. a. Priſmata metiri. 210. a.

Problema & Theorema quid. 62. b. Problemata ad Trigonometriam neceſſaria. 178. b.

Prochlyta. 352. a.

Procyon. 248. b.

Profunditatum dimenſio. 198. b.

Progreſſio arithmetica. 528. b. Progreſſio geometrica. ibid. Hæc quomodo extendatur. 542. a.

Prolegomena in Euclis Elementa. 62. a.

Promontorium. 326. b.

Proportio quid ſit. 93. b. Proportio æqualitatis, & inæqualitatis: item rationalis & irrationalis. ibid. Proportio in tribus terminis ad minimum conſiſtit. 94. a. Proportio duplicata, triplicata, &c. ibid. Proportio temporum & intervallorum, per quæ moventur pondera. 431. a. Proportio potentiæ ad pondus ſuſtentatum axe in peritrochio. 437. b. Proportio potentiæ ad pondus motum axe in peritrochio. ibid.

Propoſitiones libri primi Elementorum Euclidis. 65. a. Propoſitio. 7. lib. 1. Euclidis nullum habet uſum in Geometria niſi in ordine ad octavam. 67. b.

Proprietates angulorũ & triangulorum ſphæricorum. 171. a.

Propugnacula plana quæ ſint. 499. a.

Proſthaphæreſis. 264. a.

Provincia. 335. a. Provincia Veneta. 340. b.

Pruſſia. 347. a.

à Puncto lineam ducere quæ circulum tangat. 86. a.

Pyramis, ejuſque ſpecies variæ. 7. b. Pyramides, & conos metiri. 210. b.

Pyroſtatica. 617. b.

Pythagoras quomodo invenerit conſonantias Muſicas. 516. b. Pythagorica tabula, & uſus ipſius. 26. a. Pythagorica propoſitio. 77. b.

Pyxis nautica. 381. b. Ejus conſtructio. 382. a.

Q.

Quadrans proportionum. 14. a. Quadrantem mirificum facere, ac dividere. 16. b. Quadrantis Geometrici fabrica. 192. a. Ejus uſus in Longimetria. 104. a. Quadrantem horographicum delineare, & ejus ope horologia deſcribere. 409. a. Quadrans horoſcopus horarũ aſtronomicarũ per lineas rectas. 413. a. Quadrans horoſcopus horarum Italicarũ per lineas rectas. 415. a. Quadrans horoſcop⁹ horarũ antiquarum. 416. a.

Quadratum 6. b. Quadratum deſcribere. 18. b. 77. a. Quadratum in circulo deſcribere. 91. a. Idem circulo circumſcribere. ibid. Quadrato circulum inſcribere. 91. b. Quadrati Geometrici fabrica. 190. b. Ejus uſus in Longimetria. 192. a. Quadrati & Quadrantis geometrici penduli uſus. 200. a.

Quartam proportionalem tribus datis invenire. 15. b.

Quindecagonum regulare circulo inſcribere. 93. a.

R.

Radius directus & reflexus. 472. a. Radius refractus. 482. a.

Radix quando extrahi debeat ex Quoto diviſionis algebraicæ. 540. a. Radicis quadratæ extractio. 36. b. Radicẽ quadratæ propinquam invenire. 38. a. 543. b. Radicis cubicæ extractio. 38. b.

Radi-

Radicem cubicæ propinquam invenire. 546. a. Radicem ſurdeſolidæ propinquam invenire. 547. b. Radices ſecundæ, earumque Elementa. 550. b. Radicum ſecundarum notatio, & ſignificatio. 550. b. Radicum ſecundarum numeratio, additio, & ſubtractio. ibid. Earundem multiplicatio. 551. a. Diviſio. 551. b. Radices univerſales quid ſint. 567. b.

Raſcia. 348. a.

Ratio quid ſit. 93. b. Ratio alterna. 94. b. Ratio inverſa, ibid. Rationis compoſitio, diviſio, converſio. ibid. Ratio ex æquo. 95. a. Ratio ex æquo ordinata. ibid. Ratio ex æquo perturbata. ibid. Ratio ex rationibus compoſita. 102. a. Ratio duplicata, triplicata, &c. ibid.

Ravelinorum conſtructio. 497. b.

Reciprocæ figuræ. 102. a.

Rectam ſecare in habentes proportionem. 14. b. Rectam ſecare proportionaliter extrema & media ratione. 15. a.

Rectangulum quid ſit apud Mathematicos. 78. a.

Rectilineo dato æquale parallelogrammum facere. 76. b. Rectilineo dato ſimile rectilineum conſtituere. 107. a.

Reductio æquationis in Algebra quando ſit neceſſaria. 538. b. Ea quomodo fiat. ibid. Reducere æquationem quid ſit. 539. a. Reductione quando ſit opus, & in quo conſiſtat. ibid. Reductionis Algebraicæ varia exempla. ib. Reductio æquationum quomodo inſtituenda. 539. b. Reductionis algebraicæ præcepta duo. ibid. Reductio æquationis inter fractiones quomodo fiat. ibid. Reductio irrationalium numerorum ſimplicium. 565. a.

Reductus. 503. b.

Regulam examinare an recta ſit. 9. b. Regula cubimetrica & cylindrimetrica. 212. a. Regulam horographicam conficere, & ejus ope horologia delineare. 409. b.

Regulæ Arithmeticæ practicæ. 33. a. Regula pigri. 26. a. Regula proportionum ſimplex directa. 33. b. Compoſita directa. 34. a. Simplex inverſa. 34. b. Compoſita inverſa. ibid. Regulæ proportionum praxis explicatur. 164. b. Regula conſortii. 35. a. Regula poſitionis. 35. b. Regula ſimplicis poſitionis. ibid. duplicis poſitionis. 36. a. Regula alligationis. 36. b. Regulæ ad ſignandas ſpecies quotii in diviſione aſtronomica. 47. a. Regulæ ad cognoſcendam ſpeciem emergentem ex multiplicatione politicæ arithmeticæ. 49. b. Regulæ pro multiplicatione & diviſione ſecundarum Radicum. 551. b. Regulæ variæ ad Computum Eccleſiaſticum ſpectantes. 314. b. Regulæ generales pro melopœja. 523. a. Regulæ particulares pro melopœja 523. b. Regulæ in Logarithmorum uſu obſervandæ. 609. a.

Regulares figuras metiri. 206. a. Regularia corpora metiri. 210. b.

Reſolutio triangulorum planorum. 183. b. Reſolutio triangulorum planorum rectangulorum. 184. a. Item planorum obtuſangulorum. ibid. Reſolutio practica triangulorum rectangulorum. 187. a. Reſolutio practica triangulorum obliquangulorum. ibid.

Rhætia. 341. b.

Rhodus. 363. b.

Rhomboides. 7. a. Rhomboidem facere. 19. a.

Rhombus. 7. a. Rhombum facere. 18. b.

Rhumbi. 382. b. 387. b. Rhumbi quot ſint 385. b.

Romaniola. 340. b.

Roſa nautica repræſentat Horizontem. 382. a.

Ruſſia Nigra. 347. a.

S.

Sabaudia. 337. b.

Salentini, Terra d' Otranto. 339. b.

Salis quantum contineat aqua, hydroſtaticè invenire. 454. b.

Salisburgenſis Archiepiſcopatus. 345. b.

Samaria. 357. a.

Samogitia. 348. a.

Sanctonia. 336. a.

Sardinia, 352. b. Inſulæ circa Sardiniam, ibid.

Sarmatia Aſiatica. 361. b.

Sarra. 330. b.

Saxonia. 346. a.

Scala pertingens ad Terræ centrum. 245. a.

Scandia. 350. a.

Scenographia. 618. b.

Schenographica delineatio rerum. 470. a.

Sciagraphica delineatio rerum. 470. b.

Sclavonia. 347. b. Limites ejus. 348. a.

Scotia. 353. b.

Scrickfinnia. 350. a.

Scylla & Charybdis. 305. b.

Scyphus plenus per fundum effundens aquam, non plenus retinens. 461. b.

Scythia Aſiatica. 361. b

Segmenta ſimilia circuli. 83. a. Segmentum circuli deſcribere ſuper data recta, quod capiat angulum datum. 88. b. Segmentum à circulo abſcindere, capiens angulum datum. 89. a. Segmenta lateris facta à perpendiculari demiſſa ab angulo oppoſito cognoſcere. 167. b.

Selandia. 354. a.

Semicirculus. 5. b.

Semidiameter. 5. b. Eſt latus hexagoni regularis circulo inſcriptibilis. 93. a.

Semilunæ Munimentorum. 498. a.

Septimanæ anni politici. 307. a.

Serica. 361. b.

Servia. 349. b.

Sexagenæ quid ſint. 43. b.

Sian. 360. b.

Sicilia. 350. b. Ejus fines, figura, ambitus. ibid. Promontoria. 352. a. Urbes Siciliæ. ibid. Archiepiſcopatus & Epiſcopatus Siciliæ. ibid.

Siderum motus circularis probatur. 235. a.

Signa Algebraica 531. a. Signa radicalia Algebræ Speciosæ. 576. a. Signa affectionis Algebraicæ. 576. b.

Silenographia. 619. b.

Sileſia. 345. a.

Similes figuræ. 102. a. Similes arcus circulorum. 102. b. Simile ſimiliterque poſitum rectilineum alteri deſcribere. 105. b.

Similiter poſitæ figuræ. 223. a.

Sinus quid ſit. 110. b. Sinus totus, ſeu Radius, ibid. Sinus rectus arcûs. ibid. Sinus rectus complementi. 111. a. Sinus rectus eſt dimidium chordæ. 111. b. Sinus verſus arcûs. 111. a. Sinus verſus complementi arcus. ibid. Sinus omnis eſt portio rectæ ſubtendentis arcû. 111. b. Sinûs verſi etymon. ibid. Sinus dicitur etiam reſpectu anguli. ibid.

ibid. Sinus recti minores ſunt ſinu toto. 112. b. Sinus primarii qui, & quomodo ſupputandi. 159. a. Sinus ſecundarios ſupputare. 159. b.

Sinus præcipui Maris. 327. a.

Sipho inverſus non interruptus 457. b. Sipho inverſus interruptus. ibid. Sipho inverſus interruptus, elevans aquam ad quamvis altitudinem. 462. a.

Sirius. 248. b.

Situm locorum delineare. 230. b. Situm cujuſque loci in Globo adſignare 370. a. Situs locorũ ad quæ dirigenda eſt navis. 384. a. Situm locorum reſpectu loci dati quid indicet. 384. b.

Sogdiana. 361. b.

Solis theoria. 265. a. Solis motus diurnus 265. b. Solis motus annuus. 266. a. Solis declinatio maxima varia eſt inventa à variis. 266. b. Solis motus annui periodus. 267. a. Solis motus medius annuus, diurnus. 267. b. Sol inæquali motu percurrit ſigna Zodiaci. ibid. Sol aliquando major, aliquando minor apparet. 268. a. Sol tardiùs abſolvit integram revolutionem, quàm primum Mobile motu imaginario. 257. a. Solis theorica ſecundum Ptolemæum. 268. a. Item ſecundùm illos qui cœlum ſolidum ſtatuunt. 268. b. Solis apogæum, & excentricitas. ibid. Solis excentricitas an variabilis. 269. a. Solis locum in Zodiaco invenire ex globo aſtronomico 284. a. Solis ingreſſum in ſigna Zodiaci invenire ex eodem. 284. b. Solis locum in Ecliptica invenire. 289. b. Solis altitudinem meridianam invenire. 290. a. Solis & ſtellarum amplitudinem ortivam invenire. 290. b. Item ſolis ingreſſum in puncta æquinoctialia. ibid. Solaris anni quantitatem. 291. a. Solis & Lunæ diametrum viſam. ibidem. Item Solis locum in Zodiaco invenire 319 a. Solis declinationes ſupputare. 410. b. Solares altitudines ſupra horizontẽ quavis hora invenire. 411. b.

Spartoſtatica. 617. b.

Spatii inter duo loca maritima cognitio. 380. a.

Species viſibiles in cubiculum obſcurum quomodo intromittendæ. 467. b.

Speculorum planorum proprietates. 475. b. Specula ſphærica. 477. a. Eorum definitiones. ibid. Speculi convexi proprietates. 477. b. Speculi concavi proprietates. ibid. Specula cylindrica & conica. 478. a. Eorundem proprietates. 478. b. Specula cauſtica. ibid. Eorum reflexiones aliæq; proprietates. 479. a. Speculo ſphærico concavo accendere ignem 480. a. Speculum parabolicum 480. b. Specula plana cauſtica. 481. a.

Sphæra ſive Globus, ejuſque centrum, diameter, &c. 7. b. 170. a. Sphæras metiri. 211. b. Sphærarum ſuperficies convexas metiri. 208 b. Sphæra Mundi quid ſit. 234. a. Ejus partes, & partium ſitus. ibid. Sphæræ Mundi centrum, diametri, axis, poli 235. b. Sphæra Elementaris. 240. b. Sphæra armillaris, & Globus aſtronomicus, ac geographicus. 282. a. Requiſita ad eorũ uſum. 283. a.

Spica Virginis. 247. b.

Sporades. 354. b.

Stans in Terræ ſuperficie videt hemiſphærium cœli. 244. a.

Stateræ communis forma & uſus. 447. b. Statera mediocri ponderare magna pondera. 448. a.

Stathmica. 616. b.

Statica quid ſit, ejuſque partes. 445. a. 616. a. 617. a. Statica elementaris. 616. a. Staticæ definitiones, & officia. 445. a. Statica axiomata, & Poſtulata, 446. a.

Stella horologa cum nomine JESU. 422. a.

Stellæ cœli fixæ & erraticæ. 246. a. Earum numerus. 246 b. Stellæ inſigniores in Zodiaco 247. a. Stellæ inſigniores boreales extra Zodiacum. 247. b. Stella polaris. ibid. Stella nova in pectore cygni, in Caſſiopea, in Serpentario. 248. a. Stellæ inſigniores auſtrales extra Zodiacum. ibid. Stellæ in ſex magnitudinum claſſes diſtribuuntur. 249. a. Stellæ novæ teleſcopio detectæ. 249. b. Stellæ cœli videntur eſſe innumerabiles. 250 a. Stellæ novæ ſubinde apparent, ac diſparent. 250. b. Stellæ ſolæ moventur ſine cœlo ab [illegible] in occidentem. 255. Stellæ fixæ [illegible] integram revolutionem, quàm primum Mobile, citiùs quàm Sol. 257. a. Stellæ [illegible] Terra viſæ non apparent minores, quàm [illegible] ſuperficie. 244. b. Stellarum fixarum motus. 275. b. Earum diſtantiæ à Terra. 279. b. Earum magnitudo 281. b. Stellas fixas cognoſcere ex globo aſtronomico. 288. a. Stellarum longitudinem invenire ex eodem. 285. a. Stellarum latitudinem. 285. b. Item ſtellarum declinationem ex eodem invenire. ibid. Stellarum diſtantiam mutuam invenire. 290 a.

Stellatæ munitiunculæ. 503 b.

Stereometria. 209 a.

Stiria 345. a.

Strongyla. 351. b.

Stylum erigere perpendiculariter. 391. b.

Subtenſa quid ſit. 110 b.

Subtractio arithmeticæ politicæ. 48. b Subtractio calculatis ſimplex. 54. a. compoſiti. 55. a. Subtractio numerorum algebraicorum. 532. b. Subtractio irrationalium ſimplicium. 566. b. Subtractio magnitudinum ſimplicium Algebræ ſpecioſæ. 577. a. item magnitudinum compoſitarum. 578. a.

Sucula, ejuſque uſus. 438. a.

Suecia 350. a. Sueciæ regnum. 350. b.

Suevia. 345. b.

Suggeſtus tormentorum bellicorum. 504. a.

Sumatra ſeu Taprobana. 362. b.

Suntgoja & Briſgoja. 344. a.

Superficies plana, & curva. 3. b. Ejus diviſio. 204. a.

Suppoſitiones ſphæricæ. 170. a.

Suſiana. 359. a.

Synopſis Mathematicarũ Diſciplinarũ. 612. a.

Syrenum ſcopuli. 352. a.

Syria. 356. b.

Syſtemata Mundi varia. 262. a. Syſtema antiquum. ibid. Syſtema Platonis. ibid. Ægyptiorum. ibid. Copernicanum. 262. b. Syſtema Tychonicum. ibid.

Syſtemata muſica. 519. a.

T.

TAbula Sexagenaria, pro multiplicatione aſtronomica. 35. b. Tabulæ ſinuum, tangentium, & ſecantiũ quomodo conſtructæ fuerint. 111. b. Tabularũ earundẽ ordo, ac diſpoſitio. ibid. Eaſdẽ calculandi modus, 159. a. Earundẽ uſus in quo

quo conſiſtat. 161. a. Tabulas tangentium & ſecantium ſupputare. 160. b. Tabulæ radicum quadratarum conſtructio. 218. a. Tabulæ converſionis graduum æquatoris in horas. 303. a. Tabula Parallelorum reductorum ad gradus Æquatoris. 365. a. Tabula Geographica pro delineandis Mappis. 374. a. Tabulæ angulorum ac linearum ſpectantium ad munitionem. 490. a. Tabula pro Ravelinis exſtruendis 497. b. Tabula primorum novem graduum progreſſionis geometricæ. 541. b. Tabula Poteſtatum pro extractione Radicum, ejuſque conſtructio. 581. b. Tabula geneſis & Analyſis Poteſtatum, ejuſque explicatio, atque coſtructio. 582 a. Tabula Logarithmica numerorum abſolutorum ab unitate uſque ad mille. 593. & ſeqq. Tabulæ Logarithmicæ explicantur. 605. a.

Tactica. 509.

Tangens arcus. 112. a. Tangens complementi arcûs. ibid.

Taprobana. 362. b.

Tarraconenſis Archiepiſcopatus. 344. a.

Tartaria. 361. a. Ejus limites. 351. b. Tartariæ Aſiaticæ diviſio. ibid. Tartaria Deſerta ibid. Tartaria vetus. 362. a. Tartaria minor. 349. b.

Taurus mons. 356 a.

Temporis diviſio. 43. b. Tempus aſtronomicum quid ſit, & quoruplex. 300. a. Tempus Aſtronomicum ſolare duplex eſt 301. a. Tempus aſtronomicum lunare. 305. a. Tempus politicum. 305. b. Tempus politicum ſolare, ibid. Tempus politicum lunare. 307. a. Tempus Eccleſiaſticũ. 307. b.

Tendue. 362. a.

Termini ſeu vocabula mathematica. 3. a. Terminus apud mathematicos quid ſit. 5. a

Terminum paſchalem pro Calendario veteri invenire. 317. b. Item pro Calendario novo. ibid. Eoſdem aliter invenire. 318. a.

Terræ diviſio in ſuas partes. 321. a.

Terraqueus globus ſeu Terraqua. 234. b. Ejus figura rotunda. 240. b. Terraqua eſt revera in medio Univerſi. 241. b. Cur in medio aëre hæreat. 242 b. Terraquæ magnitudo reſpectu cœli. 244. a. Terraquæ circulus maximus quot milliariorum. 244 b. Ejus diameter, & ſemidiameter. 245. a. Ejuſdem ſuperficies convexa, & ſoliditas. ibid. Terra quanto tempore circumiri queat. ibid. Terræ ſuperficies quot homines caperet. ibid. Terraqueus globus cur in medio Mundi collocatus 320. Ejus partes ſunt Terra & Aqua. 321. a. Terraquei globi circuli, axis, & poli. 321. b. Ejuſdem globi dimenſio. 363. b. Terraquei globi repræſentatio. 368. a. Ejuſdem repræſentatio in Mappis. 372. a.

Tertiam proportionalem duabus datis invenire. 15. a.

Tetrachorda Græcorum. 518 a.

Tetraëdrum. 8. b.

Thema cœleſte erigere. 298 a. Thema erigere ex globo aſtronomico. ibid.

Theoremata ad Trigonometriã neceſſaria. 179. b Theoremata pro Geneſi & Analyſi Poteſtatum. 583. a.

Theoreſes Mechanicæ novæ. 621.

Theoriæ planetarum quid ſint. 263. a. Theoriæ planetarum cur excogitatæ. ibid.

Theorica primi Mobilis. 613. b. Theorica ſecundorum mobilium. ibid. Theorica eclipſium. 614. a. Theorica planetarum ſuperiorum. 273. a. Ejuſdem explicatio. 273. b. Theorica planetarum circumſolarium, Veneris & Mercurii. 274. b. 614. a. Theorica antiqua Veneris & Mercurii. 275. a. Theoricæ lunaris explicatio. 271 b. Theoricæ planetarum cur excogitatæ. 259. Theorica comitum planetarum. 614. a. Theorica ſiderum ſubventaneorum. ibid.

Theſſalia. 348. b. Theſſaliæ urbes. 349. a.

Thracia, ejuſque urbes. 349. a.

Thule. 353. b.

Thuſcia. 338. b.

Tonometria. 620. b.

Topographia. 616. a. Topographiam locorum perficere. 228. b

Tormentorum bellicorum varia genera. 506. b. Eorum ejaculatio 507. a. Eorundem collimatio. 507. b. Tormenta bellica quando rumpantur. 508. a.

Trachonitis. 357. b.

Transformatio triangulorum. 223 a. Transformatio quadrangulorum. 224. a. Polygonorum. 225. a. Circulorum. ibid. Transformatio figurarum ſolidarum. 226. a.

Tranſiſalania. 342. b.

Tranſverſa opera Munitionum. 499. a.

Tranſylvania. 347. b.

Trapezium. 7. a. Trapezium ſolidum. 8. b.

Trapeziorum areas metiri. 205. b. Trapeziorũ variæ diviſiones quoad aream. 222. a.

Trapezuntium. 356. a.

Trevirenſis Archiepiſcopatus. 344. a.

Triangulum rectilineum. 6. a. Ejus ſpecies tres, æquilaterum, iſoſceles, ſcalenum. ibid. Triangulum rectangulum, obtuſangulum acutangulum. 6. b. Trianguli baſis ibid. Trianguli rectanguli hypothenuſa. ibid. Triangulum eſt prima & ſimpliciſſima figurarum planarum. 7. a. Triangulũ æquilaterũ, iſoſceles, ſcalenũ conſtituere ſuper data recta linea. 17. b. 65. b. Triangulum conſtituere ex tribus lineis datis. 17. b. 71. a. Triangulo dato aliud ſimile & æquale conſtruere. 18. a. Duo triangula quæ habent duo latera æqualia, utrumque utrique, & angulos his lateribus contentos æquales habent & baſes æquales, & ipſa ſunt inter ſe æqualia. 66. a. Eadem habent etiam angulos baſibus oppoſitos æquales. 67. b. Triangulum habens duos angulos æquales, habet etiam duo latera ipſis oppoſita æqualia 67. a. Trianguli duo anguli minores ſunt duobus rectis. 70. a. Triangulorum duorum habentium duo latera æqualia; illud baſim majorem habet, quod majorem angulum ſub dictis lateribus contentum. 71. b. Et viciſſim. 72. a. Triangulum habet tres angulos æquales duobus rectis. 74. a. Triangula ſuper eadem baſi, & in eiſdem parallelis, æqualia ſunt. 75. a. Item quæ ſuper æqualibus baſibus, & in eiſdem parallelis. ibid. Triangulo æquale parallelogrammum conſtituere. 76. a. Eidẽ æquale parallelogramum applicare ad datã rectã lineã. ibid. In triangulo, rectangulo dato uno acutorum, datur & alter. 164. a. In triangulo æquilatero, dato uno angulo, dantur reliqui. ibid. In triangulo iſoſcelio, dato angulo verticali, dantur anguli ad baſim, &c. ibid. Trianguloru rectangulorũ latera poſſũt ſumi pro ſinibus angulorũ oppoſitorum. 165. a. Item ſe habent ad invicẽ ut ſinus angulorum oppoſitorum. ibid. Trianguli rectanguli angulis datis, dantur proportiones laterũ. ibid. Triangulũ ſphæricũ æquilaterũ iſoſceles, &c. 171. a. Triangulorum areas

metiri. 205. a. Triangulorum variæ diviſiones quoad aream. 219. a.

Trigonometria. 613. a. Trigonometria ſphæricorum Triangulorum, in quibus unus tantùm eſt rectus. 271. a.

Triſpaſti forma & uſus 440. b. Triſpaſti primi generis vires. 441. a. Triſpaſti ſecundi generis vires. ibid.

Trochleæ formæ, & uſus. 439. a. Ejus diviſiones variæ. ibid. Trochlea ſimplex ſeu Monoſpaſtus. ibid. Trochlearum alia diſpoſitio. 441. b. Trochleis datum pondus à data potentia moveri poteſt. 442. a.

Tropicus Cancri. 239. a. Tropicus Capricorni. 239. b. Tropicos inſcribere horologio aſtronomico horizontali. 394. a. Eoſdem inſcribere horologio Verticali aſtronomico. 395. b. Inſcribere horologiis meridianis. 397. b. Horologio Polari 399. a. æquinoctiali. 400. a. Tropicos inſcribere horologio declinanti. 401. a. Eoſdem arithmeticè inſcribere horologiis. 404. a. Eoſdem inſcribere per tangentes. 405. a.

Tunckinum. 360. b.

Turcicum Imperium. 354. b.

Turingia. 345. b.

Turckeſtan. 361. b.

Toronenſis Ducatus. 336. b.

Tyrolis. 345. b.

V.

VAlentia. 333. b.

Valleſia. 343. b.

Vallis Tellina. 342. b.

Vallum obſidionale. 503. a.

Valor arithmeticarum figurarum 22. b. Is ut facilè cognoſcatur & exprimatur. ibid. Valor fractorum numerorum. 30. b. Is quomodo explorandus. 31. a. Valor numerorum algebraicorum. 531. b.

Vaſa parallelepipeda metiri. 213. a. Vaſa cubica duplicare, triplicare, &c. 213. b.

Vectis. 432. a. Ejus tria ſunt genera. 432. b. Vecte quando ſuſtentetur onus in æquilibrio. 433. a. Eodem ut pondus moveatur, quid requiratur. 433. b. Vecte quando moveatur pondus. ibid. Vecti diverſis modis applicari poteſt pondus. 434. b. Vecte primi & ſecundi generis quodvis pondus quâvis potentiâ moveri poteſt. 436. a. Vecte tertii generis non poteſt quodvis pondus moveri quavis potentia. ibid. Vectis vires & uſus varius. ibid.

Veneta Provincia. 340. b. Venetorum ditio. 341. a.

Venti à plagis Mundi ſpirantes. 324. a. Ventorum loca cognoſcere ex globo aſtronomico. 284. a.

Verticales circuli. 239. b.

Via, per quam dirigenda eſt navis. 385. a. Via navis vel recta eſt, vel obliqua. 385. b. Via navis ſimplex & compoſita. ibid.

Vineæ ſeu Galeriæ obſidionales. 505. a.

Vires axis in peritrochio, ſuculæ, & ergatæ. 438. b.

Virga viſoria. 215. b. Ejus conſtructio, & uſus. 218. a.

Viſio, & modus videndi. 467. b.

Vitrorum refringentium proprietates. 484. a.

Ultrajectenſis Provincia. 342. b.

Umbria, & Sabinia. 340. b.

Uniſonus non eſt intervallum Muſicum. 516. a.

Volinnia. 347. a.

Voytlandia. 346. a.

Uranometria. 613. b.

Uſtica. 351. b.

Walachia. 349. b.

Weſtphalia. 344. b.

Wetteravia. 345. a.

Würtembergenſis Ducatus. 345. b.

Vulcania. 351. b.

Z.

ZAgaraia. 361. b.

Zelandia. 342. b.

Zeilan. 363. a.

Zodiacus. 238. b. Latitudinem habet. ibid. Zodiaci diviſio in ſigna 43. a. Ejuſdem ſigna 12. 238. b. Borealia & Auſtralia. ibid. Aſcendentia & Deſcendentia. ibid. Zodiaci quatuor principalia puncta. ibid. Zodiacus viſibilis & inviſibilis. 239. a. Zodiaci officia. ibid. Zodiaci duo ab Aſtronomis ſtatuuntur. 251. a. Zodiaci ſignorum varia diviſio ex mente Aſtrologorum. 294. b.

Zonæ Terraquei globi 322. b. Zonarum amplitudinem invenire. 364. a.

Zutphania. 343. a.

ELEN-

ELENCHUS

Omnium Definitionum ac Propoſitionum ſex priorum Librorum

EUCLIDIS,

Sicut habentur apud Chriſtophorum Clavium, & not ſuprà libro tertio:

Unà cum aliquot Propoſitionibus ex libro 11. & 12. ejuſdem Euclidis.

VT Tyro unico veluti obtutu inſpicere atque evolvere queat omnes priorum ſex Librorum Euclidis Definitiones, ac Propoſitiones, & aliorum quoque Librorum illas, quæ frequentiùs & à nobis in hoc Opere & paſſim ab aliis Mathematicis citantur; opera pretium me facturum exiſtimavi, ſi hic illas ſeorſim excuſas, proponerem. In eorundem Tyronum gratiam addere placuit Synopſin breviſſimam omnium Elementorum Euclidis, uti & aliorum Librorum qui dictis Euclidis adnexi circumferuntur. Dictam Synopſin exhibebit Chriſtopharus Grienbergerus, in fine Commentarioli in ſex Euclidis Elementa, his verbis:

In prioribus ſex Libris verſata eſt Euclidis opera circa lineas, angulos, & figuras planas. Aggreſſurus autem figuras ſolidas, cùm videret earum tractationem indigere lineis commenſurabilibus, & incommenſurabilibus, & hæ ſupponerent cognitionem numerorum: idcircu libro 7, 8, & 9 præmittit nonnullas affectiones numerorum; & in 10, agit de lineis commenſurabilibus, & incommenſurabilibus, & tandem in 11 aggreditur ſolida, & in 12, & 13. proſequitur quinque corpora regularia diligentiùs, & in particulari. De quibus etiam agunt liber 14, & 15, qui attribuuntur Hypſicli Alexandrino; & 16, quem addidit Franciſcus Fluſſada.

Sequuntur Definitiones & Propoſitiones, quarum quæ charactere laxiore (antiquum vocant noſtri Typographi) ſunt impreſſæ, ſunt Euclidis; reliqua verò quæ ſtrictiore charactere (curſivum vocant iidem) exarantur, ſunt à Clavio adjecta.

EUCLIDIS ELEMENTUM PRIMUM.

DEFINITIONES.

1. PUnctum eſt, cujus pars nulla eſt.
2. Linea verò longitudo latitudinis expers.
3. Lineæ autem termini, ſunt pnncta
4. Recta linea eſt, quæ ex æquo ſua interjacet puncta.
5. Superficies eſt, quæ longitudinem, latitudinemque tantum habet.
6. Superficiei autem extrema, ſunt lineæ.
7. Plana ſuperficies eſt, quæ ex æquo ſuis interjacet lineas.
8. Planus verò angulus, eſt duarum linearum in plano ſe mutuo tangentium & non in directũ jacentium alterius ad alteram inclinatio.
9. Cum autem, quæ angulũ continent, lineæ rectæ fuerint, rectilineus ille angulus appellatur.
10. Cum verò recta linea ſuper rectam conſiſtens lineã eos, qui ſunt deinceps, angulos æquales inter ſe fecerit, rectus eſt uterque æqualium angulorum: Et quæ inſiſtit recta linea, perpendicularis vocatur ejus, cui inſiſtit.
11. Obtuſus angulus eſt, qui recto major eſt.
12. Acutuſ verò, qui minor eſt recto.
13. Terminus eſt, quod alicujus extremum eſt.

14. Figura

14. Figura eſt, quæ ſub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur.

15. Circulus eſt, figura plana ſub una linea comprehenſa, quæ periphæria appellatur: ad quam ab uno puncto eorum, quæ intra figuram ſunt poſita, cadentes omnes rectæ lineæ inter ſe ſunt æquales.

16. Hoc verò punctum, centrum circuli appellatur.

17. Diameter autem circuli eſt recta quædam linea per centrum ducta, & ex utraque parte circuli peripheria terminata, quæ circulum bifariam ſecat.

18. Semicirculus verò eſt figura, quæ continetur ſub diametro, & ſub ea linea, quæ de circuli peripheria auferuntur.

19. Rectilineæ figuræ ſunt, quæ ſub rectis lineis continentur.

20. Trilateræ quidem, quæ ſub tribus.

21. Quadrilateræ verò, quæ ſub quatuor.

22. Multilateræ autem, quæ ſub pluribus, quàm quatuor, rectis lineis comprehenduntur.

23. Trilaterarum autem figurarum Æquilaterũ eſt triangulũ, quod tria latera habet æqualia.

24. Iſoſceles autem eſt, quod duo tantùm æqualia habet latera.

25. Scalenum verò eſt, quod tria inæqualia habet latera.

26. Ad hæc etiam, trilaterarum figurarum Rectangulum quidem triangulum eſt, quod rectum angulum habet.

27. Amblygonium autem, quod obtuſum angulum habet.

28. Oxygonium verò, quod tres habet acutos angulos.

29. Quadrilaterarum autem figurarum, Quadratum quidem eſt, quod & æquilaterum, & rectangulum eſt.

30. Altera vero parte longior figura eſt, quæ rectangula quidem, at æquilatera non eſt.

31. Rhombus autem, quæ æquilatera ſed rectangula non eſt.

32. Rhomboides verò, quæ adverſa & latera & angulos habens inter ſe æquales, neque æquilatera eſt, neque rectangula.

33. Præter has autem, reliquæ quadrilateræ figuræ Trapezia appellantur.

34. Parallelæ rectæ lineæ ſunt, quæ cum in eodem ſint plano, & ex utraque parte in infinitum producantur, in neutrā ſibi mutuo incidunt.

35. Parallelogrammum eſt figura quadrilatera, cujus bina oppoſita latera ſunt parallela, ſeu æquidiſtantia.

36. Cum verò in parallelogramũ diameter ducta fuerit, duæq; lineæ laterib⁹ parallelæ ſecantes diametrum in uno eodemq; puncto; ita ut parallelogramũm ab hiſce parallelis in quatuor diſtribuatur parallelogramã; appellantur duo illa, per quæ diameter non tranſit, Complementa; duo vero reliqua, per quæ diameter incedit, circa diametrum conſiſtere dicuntur.

PETITIONES,

ſive Poſtulata.

1. POſtuletur, ut à quovis puncto in quodvis punctum rectam lineã ducere concedatur.

2. Et rectam lineam terminatam in continuum rectã producere.

3. Item quovis centro, & intervallo circulum deſcribere.

4. Item quacumque magnitudine data ſumi poſſe aliã magnitudinẽ vel majorẽ, vel minorem.

COMMVNES NOTIONES, SIVE

Axiomata, quæ & Pronunciata dici ſolent, vel Dignitates.

1. QVæ eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia. Et quod uno æqualium majus eſt, aut minus, majus quoque eſt, aut minus altero æqualium. Et ſi unũ æqualium majus eſt, aut minus magnitudine quapiã, alterũ quoq; æqualium eãdẽ magnitudine majus eſt, aut minus.

2. Et ſi æqualibus æqualia adjecta ſint, tota ſunt æqualia.

3. Et ſi ab æqualibus æqualia ablata ſint, quæ relinquuntur, ſunt æqualia.

4. Et ſi inæqualib⁹ æqualia adjecta ſint, tota ſunt inæqualia. Et, ſi inæqualibus inæqualia adjecta ſint, majori maj⁹, & minori min⁹, tota ſunt inæqualia; illud nimirum majus, & hoc minus.

5. Et ſi ab inæqualibus æqualia ablata ſint, reliqua ſunt inæqualia. Et ſi ab inæqualibus inæqualia ablata ſint, à majori minus, & à minori majus, reliqua ſunt inæqualia; illud nimirum majus & hoc minus.

6. Et quæ ejuſdem duplicia ſunt, inter ſe ſunt æqualia. Et quod unius æqualium duplum eſt, duplum eſt & alterius æqualium.

7. Et quæ ejuſdem ſunt dimidia, inter ſe æqualia ſunt. Et contra quæ æqualia ſunt, ejuſdem ſunt dimidia.

8. Et quæ ſibi mutuo congruunt, ea inter ſe ſunt æqualia.

9 Et totum ſuâ parte majus eſt.

x. *Duæ lineæ rectæ non habent unum & idem ſegmentum commune.*

xi. *Duæ rectæ in uno puncto concurrentes ſi producantur ambæ, neceſſario ſe mutuo in eo puncto interſecabunt.*

xii. 10. Item omnes anguli recti ſunt inter ſe æquales.

xiii. 11. Et, ſi in duas rectas lineas altera recta incidens, internos ad eaſdemque partes angulos duobus rectis minores faciat, duæ illæ rectæ lineæ in infinitum productæ ſibi mutuo incident ad eas partes, ubi ſunt anguli duobus rectis minores.

xiv. 12. Duæ rectæ lineæ ſpatium non comprehendunt.

xv. *Si æqualibus inæqualia adjiciantur, erit totorum exceſſus adjunctorum exceſſui æqualis.*

xvi. *Si inæqualibus æqualia adjungantur, erit totorum exceſſus exceſſui eorum, quæ à principio erant, æqualis.*

xvii. *Si ab æqualibus inæqualia demantur, erit reſiduorum exceſſus exceſſui ablatorum æqualis.*

xviii. *Si ab inæqualibus æqualia demantur, erit reſiduorum exceſſus, exceſſui totorum æqualis.*

xix. *Omne totum æquale eſt omnibus ſuis partibus ſimul ſumptis.*

xx. Si totum totius eſt duplum & ablatum ablati, erit & reliquum reliqui duplum.

PROPOSITIONES.

1. SUper data recta linea terminata triangulum æquilaterum conſtituere.
2. Ad datum punctum datæ rectæ lineæ æqualem rectam lineam ponere.
3. Duabus datis rectis lineis inæqualibus, de majore æqualem minori rectam lineâ detrahere.
4. Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant, utrumq; utriq; habeant verò & angulum angulo æqualem ſub æqualib. rectis lineis contentum: Et baſim baſi æqualem habebunt: eritq; triangulum triangulo æquale, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, uterque utrique, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur.
5. Iſoſcelium triangulorum, qui ad baſim ſunt, anguli inter ſe ſunt æquales: Et productis æqualibus rectis lineis, qui ſub baſi ſunt, anguli æquales erunt.
6. Si trianguli duo anguli æquales inter ſe fuerint, & ſub æqualibus angulis ſubtenſa latera æqualia inter ſe erunt.
7. Super eadem recta linea, duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales, utraque utrique, non conſtituentur, ad aliud atq; aliud punctum, ad eaſdem partes eoſdemq; terminos cum duabus initio ductis rectis lineis habentes.
8. Si duo triangula duo latera habuerint duob. lateribus, utrumque utrique æqualia, habuerint verò & baſim baſi æqualem: Angulum quoque ſub æqualibus rectis lineis contentum angulo æqualem habebunt.
9. Datum angulum rectilineum bifariam ſecare.
10. Datam rectam lineam finitã bifariam ſecare.
11. Datâ rectâ lineâ, à puncto in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.
12. Super datam rectam lineam infinitam, à dato puncto, quod in ea non eſt, perpendicularem rectam deducere.
13. Cum recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam angulos facit: Aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.
14. Si ad aliquam rectam lineam atque ad ejus punctum, duæ rectæ lineæ non ad eaſdem partes ductæ eos qui ſunt deinceps, angulos duobus rectis æquales fecerint: in directum erunt inter ſe ipſæ rectæ lineæ.
15. Si duæ rectæ lineæ ſe mutuo ſecuerint, angulos ad verticem æquales inter ſe efficient.
16. Cujuſcunque trianguli uno latere producto, externus angulus utrolibet interno, & oppoſito major eſt.
17. Cujuſcunque trianguli duo anguli duobus rectis ſunt minores, omnifariam ſumpti.
18. Omnis trianguli majus latus majorem angulum ſubtendit.
19. Omnis trianguli major angulus majori lateri ſubtenditur.
20. Omnis trianguli duo latera reliquo ſunt majora, quomodocunque aſſumpta.
21. Si ſuper trianguli uno latere, ab extremitatib. duæ rectæ lineæ interius conſtitutæ fuerint, hæ conſtitutæ reliquis trianguli duob lateribus, minores quidem erunt, majorem verò angulum continebunt.
22. Ex tribus rectis lineis, quæ ſint tribus datis rectis lineis, æquales, triangulum conſtituere. Oportet autem duas reliqua eſſe majores omnifariam ſumptas: quoniam uniuſcujuſque trianguli duo latera omnifariam ſumpta reliquo ſunt majora.
23. Ad datam rectam lineam, datumque in ea punctum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum conſtituere.
24. Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, utrumque utrique, angulum verò angulo majorem ſub æqualibus rectis lineis contentum; Et baſim baſi majorem habebunt.
25. Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint utrumque utrique, baſim verò baſi majorem; Et angulum ſub æqualibus rectis lineis contentum angulo majorem habebunt.
26. Si duo triangula duos angulos duobus angulis habuerint, utrumque utrique, unumque latus uni lateri æquale, ſive quod æqualibus adjacet angulis, ſeu quod uni æqualium angulorum ſubtenditur; Et reliqua latera reliquis lateribus æqualia, utrumq; utrique, reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.
27. Si in duas rectas lineas recta incidens linea alternatim angulos æquales inter ſe fecerit, Parallelæ erunt inter ſe illæ rectæ lineæ.
28. Si in duas rectas lineas recta incidens linea externum angulum interno, & oppoſito, & ad eaſdem partes æqualem fecerit; aut internos & ad eaſdem partes duobus rectis æquales; Parallelæ erunt inter ſe ipſæ rectæ lineæ.
29. In parallelas rectas lineas recta incidens linea & alternatim angulos inter ſe æquales efficit, & externum interno, & oppoſito, & ad eaſdem partes, æqualem, & internos, & ad eaſdem partes duobus rectis æquales facit.
30. Quæ eidem rectæ lineæ parallelæ, & inter ſe ſunt parallelæ.
31. A dato puncto, datæ rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere.
32. Cujuſcunque trianguli uno latere producto, externus angulus duobus internis, & oppoſitis eſt æqualis: Et trianguli tres interni anguli duobus ſunt rectis æquales.
33. Rectæ lineæ, quæ æquales, & parallelas lineas ad partes eaſdem conjungunt: Et ipſæ æquales & parallelæ ſunt.
34. Parallelogrammorum ſpatiorum æqualia ſunt inter ſe, quæ ex adverſo & latera, & anguli: Atque illa bifariam ſecat diameter.
35. Parallelogramma ſuper eadem baſi & in eiſdem parallelis conſtituta inter ſe ſunt æqualia.
36. Parallelogramma ſuper æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis conſtituta, inter ſe ſunt æqualia.
37. Triangula ſuper eadem baſi conſtituta, & in eiſdem parallelis, inter ſe ſunt æqualia.
38. Triangula ſuper æqualibus baſibus conſtituta, & in eiſdem parallelis, inter ſe ſunt æqualia.
39. Triangula æqualia ſuper eadẽ baſi, & ad eaſdem partes conſtituta, in eiſdem ſunt parallelis.
40. Triangula æqualia ſuper æqualibus baſibus, ad eaſdem partes conſtituta, in eiſdem ſunt parallelis.
41. Si parallelogrammum cum triangulo eandẽ baſim

ſum habuerit, in eiſdemq; fuerit parallelis: Duplum erit parallelogrammum ipſius trianguli.

42. Dato triangulo æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.

43. In omni parallelogrãmo, complementa eorum, quæ circa diametrũ ſunt, parallelogrammorum, inter ſe ſunt æqualia.

44. Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum applicare in dato angulo rectilineo.

45. Ad datam rectam lineam, dato rectilineo æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.

46. A data recta linea quadratum deſcribere.

47. In triangulis rectangulis, quadratum, quod à latere rectum angulum ſubtendente deſcribitur, æquale eſt eis, quæ à lateribus rectum angulum continentib⁹ deſcribuntur, quadratis.

48. Si quadratum, quod ab uno laterum trianguli deſcribitur, æquale ſit eis, quæ à reliquis trianguli lateribus deſcribuntur, quadratis: Angulus comprehenſus ſub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus eſt.

EUCLIDIS ELEMENTUM SECUNDUM.

DEFINITIONES.

1. OMne parallelogrammum rectangulum contineri dicitur ſub rectis duabus lineis, quæ rectum comprehendunt angulum.

2. In omni parallelogrãmo ſpatio, unum quodlibet eorum, quæ circa diametrum illius, parallelogrammorum, cum duobus complementis, Gnomon vocetur.

PROPOSITIONES.

1. SI fuerint duæ rectæ lineæ, ſeceturq; ipſarum altera in quotcunque ſegmenta: Rectangulum comprehenſum ſub illis duabus rectis lineis, æquale eſt eis, quæ ſub inſecta, & quolibet ſegmentorum comprehenduntur, rectangulis.

2. Si recta linea ſecta ſit utcunque; Rectangula, quæ ſub tota, & quolibet ſegmentorum comprehenduntur, æqualia ſunt ei, quod à tota fit, quadrato.

3. Si recta linea ſecta ſit utcunque; Rectangulum ſub tota, & uno ſegmentorum comprehenſũ, æquale eſt & illi, quod ſub ſegmentis comprehenditur, rectangulo, & illi, quod à prædicto ſegmento deſcribitur, quadrato.

4. Si recta linea ſecta ſit utcunque; Quadratum, quod à tota deſcribitur; æquale eſt & illis, quæ à ſegmentis deſcribuntur, quadratis, & ei, quod bis ſub ſegmentis cõprehenditur, rectangulo.

5. Si recta linea ſecetur in æqualia & nõ æqualia; Rectangulũ ſub inæqualibus ſegmentis totius comprehenſũ, unà cum quadrato, quod ab intermedia ſectionum, æquale eſt ei, quod à dimidia deſcribitur, quadrato.

6. Si recta linea bifariã ſecetur, & illi recta quædam linea in rectum adjiciatur; Rectangulũ comprehenſũ ſub tota cum adjecta, & adjecta unà cũ quadrato à dimidia, æquale eſt quadrato, à linea; quæ tum ex dimidia, tum ex adjecta componitur, tanquam ab una, deſcripto.

7. Si recta linea ſecetur utcunque; Quod à tota, quodque ab uno ſegmentorum, utraq; ſimul quadrata, æqualia ſunt & illi, quod bis ſub tota, & dicto ſegmento comprehenditur rectangulo, & illi, quod à reliquo ſegmento fit, quadrato.

8. Si recta linea ſecetur utcunque; Rectangulum quater comprehenſum ſub tota, & uno ſegmentorum, cum eo, quod à reliquo ſegmento fit, quadrato, æquale eſt ei, quod à tota, & dicto ſegmento, tanquam ab una linea deſcribitur, quadrato.

9. Si recta linea ſecetur in æqualia & non æqualia; Quadrata, quæ ab inæqualibus totius ſegmentis fiunt, ſimul duplicia ſunt & ejus, quod à dimidia, & ejus, quod ab intermedia ſectionum fit, quadrati.

10. Si recta linea ſecetur bifariam, adjiciatur autem ei in rectum quæpiam recta linea; Quod à tota cum adjuncta, & quod ab adjuncta, utraque ſimul quadrata, duplicia ſunt & ejus, quod à dimidia, & ejus, quod à compoſita ex dimidia & adjuncta, tanquam ab una, deſcriptum ſit, quadrati.

11. Datam rectam lineam ſecare, ut comprehenſum ſub tota, & altero ſegmentorum rectangulum, æquale ſit ei, quod à reliquo ſegmento fit, quadrato.

12. In oxygoniis triangulis, quadratum à latere angulum acutum ſubtendente minus eſt quadratis, quæ fiunt à lateribus acutum angulum comprehendentibus, rectangulo bis comprehenſo, & ab uno laterum, quæ ſunt circa acutum angulum, in quod perpendicularis cadit, & ab aſſumpta interius linea ſub perpendiculari prope acutum angulum.

13. Dato rectilineo æquale quadratum conſtituere.

EUCLIDIS ELEMENTUM TERTIUM.

DEFINITIONES.

1. ÆQuales circuli ſunt, quorum diametri ſunt æquales; vel quorum, quæ ex centris, rectæ lineæ ſunt æquales.

2. Recta linea circulum tangere dicitur, quæ cùm circulum tangat, ſi producatur, circulum non ſecat.

3. Circuli ſeſe mutuo tangere dicuntur, qui ſeſe mutuo tangentes, ſeſe mutuo non ſecant.

4. In circulo æqualiter diſtare à centro rectæ lineæ dicuntur, cum perpendiculares, quæ à centro in ipſas ducuntur, ſunt æquales. Longius autem abeſſe illa dicitur, in quam major perpendicularis cadit.

5. Segmentum circuli eſt figura, quæ ſub recta linea, & circuli peripheria comprehenditur.

6. Segmenti autem angulus eſt, qui ſub recta linea, & circuli peripheria comprehenditur.

7. In ſegmento autem angulus eſt, cum in ſegmenti peripheria ſumptum fuerit quodpiam punctum, & ab illo in terminos rectæ ejus lineæ, quæ ſegmenti baſis eſt, adjunctæ fuerint

rectæ

rectæ lineæ: Is, inquam, angulus ab adjunctis illis lineis comprehenſus.

8. Cum verò comprehendentes angulum rectæ lineæ aliquam aſſumunt peripheriam, illi angulus inſiſtere dicitur.

9. Sector autem circuli eſt, cum ad ipſius circuli centrũ conſtitutus fuerit angulus, cõprehenſa nimirum figura, & à rectis lineis angulũ continentibus, & à peripheria ab illis aſſumpta.

10. Similia circuli ſegmenta ſunt, quæ angulos capiunt æquales: Aut in quibus anguli inter ſe ſunt æquales.

PROPOSITIONES.

1. DAti circuli centrum reperire. 17

2. Si in circuli peripheria duo quælibet puncta accepta fuerint; Recta linea, quæ ad ipſa puncta adjungitur, intra circulum cadet.

3. Si in circulo recta quædam linea per centrum extenſa, quandam non per centrum extenſam bifariam ſecet; & ad angulos rectos ipſam ſecabit: Et ſi ad angulos rectos eam ſecet, bifariam quoque eam ſecabit.

4. Si in circulo duæ rectæ lineæ ſeſe mutuo ſecent non per centrum extenſæ; Seſe mutuo bifariam non ſecabunt.

5. Si duo circuli ſeſe mutuo ſecent, non erit illorum idem centrum.

6. Si duo circuli ſeſe mutuo interius tangant, eorum non erit idem centrum.

7. Si in diametro circuli quodpiam ſumatur punctum, quod circuli centrum non ſit, ab eoque puncto in circulum quædam rectæ lineæ cadant; Maxima quidem erit ea, in qua centrũ, minima verò propinquior illi, quæ per centrum ducitur, remotiore ſemper major eſt: Duæ autem ſolum rectæ lineæ æquales ab eodem puncto in circulum cadunt, ad utraſque partes minimæ, vel maximæ.

8. Si extra circulum ſumatur punctum quodpiã, ab eoque puncto ad circulũ deducantur rectæ quædam lineæ, quarum una quidem per centrum protendatur, reliquæ verò ut libet: in cavam peripheriam cadentium rectarum linearum maxima quidem eſt illa, quæ per centrum ducitur, aliarum autem propinquior ei, quæ per centrum tranſit, remotiore ſemper major eſt: In convexam verò peripheriam cadentium rectarum linearum minima quidem eſt illa, quæ inter punctum, & diametrum interponitur; illarum autem ea, quæ propinquior eſt minimæ, remotiori ſemper minor eſt: Duæ autem tantum rectæ lineæ æquales ab eo puncto in ipſum circulum cadunt, ad utraſque partes minimæ, vel maximæ.

9. Si in circulo acceptum fuerit punctum aliquod, & ab eo puncto ad circulum cadent plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: Acceptum punctum centrum eſt ipſius circuli.

10. Circulus circulum in pluribus quàm duobus punctis non ſecat.

11. Si duo circuli ſeſe intus contingant, atque accepta fuerint eorum centra; Ad eorum centra adjuncta recta linea, & producta, in contactum circulorum cadet.

12. Si duo circuli ſeſe exterius contingant, linea recta, quæ ad centra eorum adjungitur, per contactum tranſibit.

13. Circulus circulum non tangit in pluribus punctis quàm uno, ſive intus, ſive extra tangat.

14. In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter diſtant à centro: Et quæ æqualiter diſtant à centro, æquales ſunt inter ſe.

15. In circulo maxima quidem linea eſt diameter, aliarum autem propinquior centro, remotiore ſemper major.

16. Quæ ab extremitate diametri cujuſq; circuli ad angulos rectos ducitur, extra ipſum circulum cadet, & in locum inter ipſam rectam lineam, & peripheriam comprehenſum altera recta linea non cadet: Et ſemicirculi quidem angulus, quovis angulo acuto rectilineo major eſt, reliquus autem minor.

17. A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum tangat circulum.

18. Si circulum tangat recta quæpiam linea, à centro autem ad contactum adjungatur recta quædam linea: quæ adjuncta fuerit, ad ipſam contingentem perpendicularis erit.

19. Si circulum tetigerit recta quæpiam linea, à contactu autem recta linea ad angulos rectos ipſi tangenti excitetur: In excitata erit centrum circuli.

20. In circulo, angulus ad centrum duplex eſt anguli ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria baſis angulorum.

21. In circulo, qui in eodem ſegmento ſunt, anguli ſunt inter ſe æquales.

22. Quadrilaterorum in circulis deſcriptorum anguli, qui ex adverſo, duobus rectis ſunt æquales.

23. Super eadem recta linea duo ſegmenta circulorum ſimilia, & inæqualia, non conſtituentur ad eaſdem partes.

24. Super æqualibus rectis lineis, ſimilia circulorum ſegmenta ſunt inter ſe æqualia.

25. Circuli ſegmento dato, deſcribere circulum, cujus eſt ſegmentum.

26. In æqualibus circulis æquales anguli æqualib. peripheriis inſiſtunt, ſive ad centra, ſive ad peripherias inſiſtant.

27. In æqualibus circulis, anguli, qui æqualib. peripheriis inſiſtunt, ſunt inter ſe æquales, ſive ad cẽtra, ſive ad peripherias conſtituti inſiſtãt.

28. In æqualibus circulis, æquales rectæ lineæ æquales peripherias auferunt, majorem quidem majori, minorem autem minori.

29. In æqualibus circulis, æquales peripherias æquales rectæ lineæ ſubtendunt.

30. Datam peripheriam bifariam ſecare.

31. In circulo angulus, qui in ſemicirculo, rectus eſt, qui autem in majore ſegmento, minor recto, qui verò in minore ſegmento, major eſt recto. Et inſuper angulus majoris ſegmenti recto quidẽ major eſt, minoris autem ſegmenti angulus minor eſt recto.

32. Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem producatur quædam recta linea circulum ſecans, Anguli, quos ad contingentem facit, æquales ſunt iis, qui in alternis circuli ſegmentis conſiſtunt, angulis.

33. Super data recta linea deſcribere ſegmentum circuli, quod capiat angulum æqualem, dato angulo rectilineo.

34. A dato circulo ſegmentum abſcindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

35. Si in circulo duæ rectæ lineæ ſeſe mutuo ſecuerint, rectangulum comprehenſum ſub ſegmentis unius, æquale erit ei, quod ſub ſegmentis alterius comprehēditur, rectangulo.

36. Si extra circulum ſumatur punctum aliquod, ab eoque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera quidem circulum ſecet, altera verò tangat; Quod ſub tota ſecante, & exteriùs inter punctum & convexam peripheriam aſſumpta comprehenditur rectangulum, æquale erit ei, quod à tangente deſcribitur, qu d:aro.

37. Si extra circolum ſumatur punctum aliquod, ab eoque puncto in circulum cadaot duæ rectæ lineæ, quarum altera circulum ſecet, altera in eum incidat, ſit autem quod ſub tota ſecante, & exterius inter punctum & convexam peripheriam aſſumpta comprehenditur rectangulum, æquale ei, quod ab incidente deſcribitur quadratu; Incidens ipſa circulum tanget.

EUCLIDIS ELEMENTUM QVARTUM.

DEFINITIONES.

1. FIgura rectilinea in figura rectilinea inſcribi dicitur, cum ſinguli ejus figuræ, quæ inſcribitur, anguli ſingula latera ejus, in qua inſcribitur, tangunt.
2. Similiter & figura circum figuram deſcribi dicitur, cum ſingula ejus, quæ circumſcribitur, latera ſingulos ejus figuræ angulos tetigerint, circum quam illa deſcribitur.
3. Figura rectilinea in circulo inſcribi dicitur, cum ſinguli ejus figuræ, quæ inſcribitur, anguli tetigerint circuli peripheriam.
4. Figura verò rectilinea circa circulum deſcribi dicitur, cum ſingula latera ejus, quæ circumſcribitur, circuli peripheriam tangunt.
5. Similiter & circulus in figura rectilinea inſcribi dicitur, cum circuli peripheria ſingula latera tangit ejus figuræ; cui inſcribitur.
6. Circulus autem circum figuram deſcribi dicitur, cum circuli peripheria ſingulos tangit ejus figuræ, quam circumſcribit, aogulos.
7. Recta linea in circulo accummodari, ſeu coaptari dicitur, cum ejus extrema in circuli peripheria fuerint.

PROPOSITIONES.

1. IN dato circulo rectam lineam accommodare æqualem datæ rectæ lineæ, quæ circuli diametro non ſit major.
2. In dato circulo triangulum deſcribere dato triangulo æquiangulum.
3. Circa datum circulum, triangulum deſcribere dato triangulo æquiangulum.
4. In dato triangulo circulum inſcribere.
5. Circa datum triangulum circulum deſcribere.
6. In dato circulo quatradum deſcribere.
7. Circa datum circulum quadratum deſcribere.
8. In dato quadrato circulum deſcribere.
9. Citca datum quadratum circulum deſcribere.
10. Iſoſceles triangolum conſtituere, quod habeat utrumque eorum, qui ad baſin ſunt, angulorum duplum reliqui.
11. In dato circulo pentagonum æquilaterum & æquiaogulom inſcribere.
12. Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum, & æquiangulum deſcribere.
13. In dato pentagono æquilatero, & æquiangulo circulum inſcribere.
14. Circa datum pentagonum æquilaterum, & æquiangulum, circulum deſcribere.
15. In dato circulo hexagonum & æquilaterum, & æquiangulum inſcribere.
16. In datu circulo, quintidecagonum & æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

EUCLIDIS ELEMENTUM QVINTUM.

DEFINITIONES.

1. PArs eſt magnitudo magnitudiois, minor majoris, cum minor metitur majurem.
2. Multiplex autem eſt major minoris, cum minor metitur majorem.
3. Ratio eſt duarum magnitudinū ejuſdem generis mutua quædā ſecundū quantitatem habitudo.
4. Proputtio verò eſt rationum ſimilitudo.
5. Rationē habere inter ſe magnitudines dicuntur, quæ poſſunt multiplicatæ ſeſe mutuo ſuperare.
6. In eadem ratione magnitudines dicuntur eſſe prima ad ſecundam, & tertia ad quartam, cum primæ & tertiæ æquemultiplicia, à ſecundæ & quartæ æquemultiplicibus, qualiſeunque ſit hæc multiplicatio, utrumque ab utroque vel unà deficiunt, vel unà æqualia ſuot, vel unà excedunt, ſi ea ſumantur, quæ inter ſe reſpondent.
7. Eandem autem habentes rationem magnitudines, Proportionales vocentur.
8. Cum verò æquemultiplicium, multiplex primæ magnitudines exceſſerit multiplicē ſecundæ; at multiplex tertiæ non exceſſerit multiplicem quartæ; tunc prima ad ſecundam majorem rationem habere dicetur, quàm tertia ad quartam.
9. Proportio autem in tribus terminis pauciſſimis conſiſtit.
10. Cum autem tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam, duplicatam rationem habere dicitur ejus, quam habet ad ſecundā. At cum quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplicatam rationem habere dicitur ejus, quam habet ad ſecundam: & ſemper deinceps uno ampliùs, quamdiu propotrio extiterit.
11. Homologæ ſeu ſimiles ratione magnitudines dicuntur, aotecedentes quidem antecedentibus, conſequentes verò conſequentibus.
12. Alterna ratio, eſt ſūptio antecedentis ad antecedentem, & conſequentis ad conſequentē.
13. Inverſa ratio, eſt ſumptio conſequentis, ceu antecedentis, ad antecedentem velut ad conſequeotem.
14. Compoſitio ratiunis, eſt ſumptio antecedentis cum conſequente ceu unius, ad ipſum conſequentem.
15. Diviſio rationis, eſt ſumptio exceſſus, quo conſequentem ſuperat antecedens, ad ipſum conſequentem.

16. Con-

16. Converſio rationis, eſt ſumptio antecedentis ad exceſſum, quo ſuperat antecedens ipſum conſequentem.

37. Ex æqualitate ratio eſt, ſi plores duabus ſint magnitudines, & his aliæ multitudine pares, quæ binæ ſumantur, & in eadem ratione: cum ut in primis magnitudinibus prima ad ultimã, ſic & in ſecundis magnitudinibus prima ad ulmam ſeſe habuerit. Vel aliter, ſumptio extremorum per ſubductionem mediorom.

18. Ordinata proportio eſt, cum fuerit quemadmndum antecedentea ad conſequentem: ita antecedens ad conſequentem; fuerit etiam ut conſequens ad aliud quidpiam; ita conſequens ad aliud quidpiam.

19. Perturbata autem proportio eſt, cum tribus poſitis magnitudinibus: & aliis quæ ſint his multitudine pares, ut in primis quidem magnitudinibus ſe habet antecedens ad conſequentem, ita in ſecundis magnitudinibus antecedens ad cooſequentem: ut autem in primis magnitodinibus conſequens ad aliud quidpiam, ſic in ſecundis magnitudinibus aliud quidpiam ad antecedentem.

11. *Quam proportionem habet magnitudo aliqua ad aliam, eandem habebit quævis magnitudo propoſita ad aliquam aliam, & eandem habebit quapiam alia magnitudo ad quamvis magnitudinem propoſitam.*

PROPOSITIONES.

1. SI ſiot quotcunque magnitudines quotcunqoe magnitudinum æqualium oumero, ſingulæ ſingularum, æquemultiplices: quàm multiplex eſt onius una magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.

2. Si prima ſecundæ æque fuerit multiplex, atque tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æquemultiplex, atque ſexta quartæ, erit & compoſita prima cum quinta ſecundæ æquemultiplex, atque tertia cum ſexta quartæ.

3. Si ſit prima ſecundæ æquemultiplex, atque tertia quartæ; ſumantur autem æquemultiplices primæ, & tertiæ; erit & ex æquo ſumptarum utraque utrinſque æquemultiplex, altera quidem ſecundæ, altera autem quartæ.

4. Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam; Etiam æquemultiplices primæ & tertiæ, ad æquemultiplices ſecundæ & quartæ, juxta quamvis multiplicationem, eandem habebunt rationem ſi prout inter ſe reſpondent, ita ſumptæ fuerint.

5. Si magnitudo magnitudinis æque fuerit moltiplex, atque ablata ablatæ; Etiam reliqua reliquæ ita multiplex erit, ut tota totius.

6. Si duæ magnitodines duarum magnitudinum ſint æquemultiplices, & detractæ quædam ſint earundem æquemultiplices; Et reliquæ eiſdem aut æquales ſunt, aut æque ipſarum multiplices.

7. Æquales ad eandem, eandem habent rationem; Et eadem ad æquales.

8. Inæqualium magnitudinum major ad eandẽ, majorem rationem habet, quàm minor: Et eadem ad minorem, majorem rationem habet, quàm ad majorem.

9. Quæ ad eandem, eandẽ habent rationẽ, æquales ſunt inter ſe: Et ad quas eadem eandem habet rationẽ, eæ quoque ſunt inter ſe æquales.

10. Ad eandem magnitudioem rationem habentium, quæ majorẽ rationem habet, illa major eſt; Ad quam autem eadem majorem rationem habet, illa minor eſt.

11. Quæ eidem ſunt eædem rationes, & inter ſe ſunt eædem.

12. Si ſint magnitudines quotcunqoe proportionales: quemadmodum ſe habuerit una antecedennum ad unam conſequetitium, ita ſe habebunt omnes antecedeotes ad omnes conſequentes.

13. Si prima ad ſecondam, eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam; tertia verò ad quartam, majorem rationem habuerit, quam quinta ad ſextam; Prima quoque ad ſecondam majorem rationem habebit, quam quinta ad ſextam.

14. Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam; prima verò quam tertia major fuerit; Erit & ſecunda major, quàm quarta. Quod ſi prima fuerit æqualis tertiæ, erit & ſecunda æqualis quartæ: Si verò minor, & minor erit.

15. Partes cum pariter multiplicibus in eadem ſunt ratione, ſi prout ſibi mutuo reſpondent; ita ſumantur.

16. Si quatoot magnitudines proportionales fuerint; Et viciſſim proportionales erunt.

17. Si compoſitæ magnitudines proportionales fuerint, hæ quoque diviſæ proportionalea erunt.

18. Si diviſæ magnitudines ſint proportionales; hæ quoque compoſitæ proportionales erunt.

19. Si quemadmodum totum ad totum, ita ablatum ſe habuerit ad ablatum: Et reliquum ad reliquum, ut totum ad totum, ſe habebit.

20. Si ſint tres magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, quæ binæ & in eadem ratione ſumantur ex æquo autem prima quàm tertia, major fuerit: Erit & quarta, quàm ſexta major. Quod ſi prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis ſextæ; Sin illa minor, hæc quoque minor erit.

21. Si ſint tres magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, quæ binæ, & in eadem ratione ſomantur, fueritq; perturbata earũ proportio: ex æquo autẽ prima, quàm tertia, major fuerit, Erit & quarta, quàm ſexta, major. Quod ſi prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis ſextæ: ſin illa minor, hæc quoque minor erit,

21. Si ſint quotcuoque magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, quæ binæ in eadem ratione ſumantur, Et ex æqoalitate in eadem ratione erunt.

23. Si ſint tres magnitodines, aliæq; ipſis æquales numero, quæ binæ in eadẽ ratione ſumantur: fuerit autẽ perturbata earum proportio: Etiã ex æqualitate in eadem ratione erunt.

24. Si prima ad ſecundã, eandem habuerit rationem, quàm tertia ad quartam: habuerit autem & quinta ad ſecundã eandẽ rationem, quàm ſexta ad quartã: Etiam compoſita prima cum quinta ad ſecundam, eandem habebit rationem, quàm tertia cum ſexta ad quartam.

25. Si quatuor magnitudines proportionales fuerint: Maxima & minima reliquis duabus majores erunt.

XXVI. *Si prima ad ſecundam habuerit majorẽ proportionem.*

Google

tionem, quàm tertia ad quartam; habebit convertendo ſecunda ad primam minorem proportionem quam quarta ad tertiam.

XXVII. *Si prima ad ſecundam habuerit majorem proportionem, quàm tertia ad quartam; Habebit quoque viciſſim prima ad tertiam majorem proportionem, quam ſecunda ad quartam.*

XXVIII. *Si prima ad ſecundā habuerit majorem proportionem, quàm tertia ad quartam: Habebit quoque compoſita prima cum ſecunda ad ſecundam majorem proportionem, quam compoſita tertia cum quarta ad quartam.*

XXIX. *Si compoſita prima cum ſecunda ad ſecundam, majorem habuerit proportionem, quam compoſita tertia cum quarta ad quartam; Habebit quoque dividendo prima ad ſecundam majorem proportionem, quam tertia ad quartam.*

XXX. *Si compoſita prima cum ſecunda ad ſecundam habuerit majorem proportionem, quam compoſita tertia cum quarta ad quartam; Habebit per converſionem rationis, prima cum ſecunda ad primam minorem proportionem, quàm tertia cum quarta ad tertiam.*

XXXI. *Si ſint tres magnitudines, & alia ipſis æquales numero, ſitq; major proportio prima priorū ad ſecundam, quam prima poſteriorum ad ſecundam: Item ſecunda priorum ad tertiam major, quàm ſecunda poſteriorum ad tertiam: Erit quoque ex æqualitate, major proportio prima priorum ad tertiam, quam prima poſteriorum ad tertiam.*

XXXII. *Si ſint tres magnitudines, & alia ipſis æquales numero, ſitq; major proportio prima priorū ad ſecundam, quam ſecunda poſteriorum ad tertiam; Item ſecunda priorum ad tertiam major, quā prima poſteriorum ad ſecundam, Erit quoq; ex æqualitate, major proportio prima priorum ad tertiam, quàm prima poſteriorum ad tertiam.*

XXXIII. *Si fuerit major proportio totius ad totum, quàm ablati ad ablatum; Erit & reliqui ad reliquum major proportio, quàm totius ad totum.*

XXXIV. *Si ſint quotcunque magnitudines, & alia ipſis æquales numero, ſitq; major proportio primæ priorum ad primam poſteriorum, quàm ſecunda ad ſecundam; & hæc major, quam tertiæ ad tertiam; & ſic deinceps. habebunt omnes priores ſimul, ad omnes poſteriores ſimul, majorem proportionem, quàm omnes priores, relicta prima ad omnes poſteriores, relicta quoque prima; minorem autem, quàm prima priorum ad primam poſteriorum: majorem deniq; etiam, quam ultima priorum ad ultimam poſteriorum.*

EUCLIDIS ELEMENTUM SEXTUM.

DEFINITIONES.

1. Similes figuræ rectilineæ ſunt, quæ & angulos ſingulos ſingulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum angulos æquales, proportionalia.
2. Reciprocæ autem figuræ ſunt, cum in utraque figura antecedentes, & conſequentes rationum termini fuerint.
3. Secundum extremā & mediam rationem recta linea ſecta eſſe dicitur, cum ut tota ad maj' ſegmentum, ita majus ad minus ſe habuerit.
4. Altitudo cujuſque figuræ, eſt linea perpendicularis à vertice ad baſin deducta.
5. Ratio ex rationibus componi dicitur, cum rationum quantitates inter ſe multiplicatæ aliquam effecerint rationem.

VI. *Parallelogrammum ſecundum aliquam rectā lineam applicatum, deficere dicitur parallelogrammo, quando non occupat totam lineā: excedere verò, quando occupat majorem lineam, quàm ſit ea, ſecundum quam applicatur: ita tamen ut parallelogrammum deficiens, aut excedens eandem habeat altitud nem cum parallelogrammo applicato, conſtituatque cum eo totum unum parallelogrammum.*

PROPOSITIONES.

1. Triangula & parallelogramā, quorum eadem fuerit altituoo, ita ſe habent inter ſe, ut baſes.
2. Si ād unum trianguli latus parallela ducta fuerit recta quædam linea, hæc proportionaliter ſecabit ipſius trianguli latera. Et ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint; quæ ad ſectiones adjuncta fuerit recta linea, erit ad reliquum ipſius trianguli latus parallela.
3. Si trianguli angulus bifariam ſectus ſit, ſecans autem angulum recta linea ſecuerit & baſin; Baſis ſegmenta eandem habebunt rationem, quam reliqua ipſius trianguli latera. Et ſi baſis ſegmenta eandem habeant rationē, quam reliqua ipſius triāguli latera; Recta linea, quæ à vertice ad ſectionem producitur, bifariam ſecat trianguli ipſius angulum.
4. Æquiangulorum triangulorum proportionalia ſunt latera, quæ circum æquales angulos: & homologa ſunt latera, quæ æqualibus angulis ſubtenduntur.
5. Si duo triangula latera proportionalia habeant; æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos, ſub quibus & homologa latera ſubtenduntur.
6. Si duo triangula unum angulum uni angulo æqualem, & circum æquales angulos latera proportionalia habuerint; æquiangula erunt triangula, æqualesque habebunt angulos, ſub quibus homologa latera ſubtenduntur.
7. Si duo triangula unum angulum uni angulo æqualem, circum autem alios angulos latera proportionalia habeant, reliquorum verò ſimul utrumq; aut minorem aut non minorem recto; Æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos, circum quos proportionalia ſunt latera.
8. Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in baſin perpendicularis ducta ſit; Quæ ad perpendicularem triangula, tum toti triangulo, tum ipſa inter ſe ſimilia ſunt.
9. A data recta linea imperatam partem auferre.
10. Datam rectam lineam inſectam ſimiliter ſecare, ut data altera recta ſecta fuerit.
11. Duabus datis rectis lineisi tertiam proportionalem adinvenire.
12. Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem iuvenire.
13. Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem adinvenire.

14. Æqua-

14. Æqualium, & unum uni æqualem habentium angulum parallelogrammorum, reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum parallelogrammorum unum angulum uni angulo æqualem habentium reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, illa ſunt æqualia

15. Æqualium, & unum uni æqualem habentium angulum triangulorũ, reciproca ſunt latera, quæ circũ æquales angulos. Et quorum triangulorum unum angulum uni angulo æqualem habentium reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, illa ſunt æqualia.

16. Si quatuor rectæ lineæ proportiõales fuerint; quod ſub extremis comprehenditur rectangulũ, æquale eſt ei, quod ſub mediis comprehenditur, rectangulo. Et ſi ſub extremis comprehenſum rectangulũ æquale fuerit ei, quod ſub mediis continetur rectãgulo; illæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

17. Si tres rectæ lineæ ſint proportionales; quod ſub extremis comprehenditur rectangulum, æquale eſt ei, quod à media deſcribitur, quadrato. Et ſi ſub extremis comprehenſum rectangulum æquale ſit ei, quod à media deſcribitur, quadrato; illæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

18. A data recta linea dato rectilineo ſimile, ſimiliterque poſitum rectilineum deſcribere.

19. Similia triangula inter ſe ſunt in duplicata ratione late- rum homologorum.

20. Similia polygona in ſimilia triangula dividũtur, & numero æqualia, & homologa totius: Et polygona duplicatam habent eam inter ſe rationem, quam latus homologum ad homologum latus.

21. Quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia; & inter ſe ſunt ſimilia.

22. Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint; Et ab eis rectilinea ſimilia, ſimiliterque deſcripta, proportionalia erunt; ſi à rectis lineis ſimilia, ſimiliterque deſcripta rectilinea, proportionalia fuerint, ipſæ etiam rectæ lineæ proportionales erunt.

23. Æquiangula parallelogramma inter ſe rationem habẽt eam, quæ ex lateribus componitur.

24. In omni parallelogrammo, quæ circa diametrum ſunt, parallelogramma & toti, & inter ſe ſunt ſimilia.

25. Dato rectilineo ſimile ſimiliterque poſitum, & alteri dato æquale idem conſtituere.

26. Si à parallelogrammo parallelogrammum ablatũ ſit & ſimile toti, & ſimiliter poſitũ, communem cum eo habens angulum; hoc circum eandem cum toto diametrum conſiſtit.

27. Omnium parallelogrammorum ſecundum eandem rectam lineam applicatorum, deficientiumque figuris parallelogrammis ſimilibus ſimiliterque poſitis ei, quod à dimidia deſcribitur; maximum id eſt, quod ad dimidiam applicatur, parallelogrammum ſimile exiſtens defectui.

28. Ad datam lineã rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, deficiẽs figura parallelogramma, quę ſimilis ſit alteri parallelogrammo dato. Oportet autem datum rectilineum, cui æquale applicandum eſt, non majus eſſe eo, quod ad dimidiã applicatur, cum ſimiles fuerint defectus & ejus, quod ad dimidiã applicatur, & ejus, cui ſimile deeſſe debet.

29. Ad datam rectam lineam, dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, quæ ſimilis ſit parallelogrammo alteri dato.

30. Propoſitam rectam lineam terminatam, extrema ac media ratione ſecare.

31. In rectangulis triangulis, figura quævis à latere rectum angulum ſubtendente deſcripta, æqualis eſt figuris, quæ priori illi ſimiles, & ſimiliter poſitæ à lateribus rectum angulum continentibus deſcribuntur.

32. Si duo triangula, quæ duo latera duobus lateribus proportionalia habeant, ſecundum unum angulum compoſita fuerint, ita ut homologa eorũ latera ſint etiam parallela: tum reliqua illorum triangulorum latera in rectam lineam collocata reperientur.

33. In æqualibus circulis, anguli eandem habent rationẽ cum peripheriis, quibus inſiſtunt ſive ad centra, ſive ad peripherias conſtituti inſiſtant: Inſuper verò & ſectores, quippe qui ad centra conſiſtunt.

FRAGMENTUM ELEMENTI UNDECIMI EUCLIDIS.

DEFINITIONES.

1.

Solidum eſt, quod longitudinem, latitudinem, & craſſitudinem habet.

2. Solidi autem extremum, eſt ſuperficies.

3. Linea recta eſt ad planum recta, cùm ad rectas omnes lineas, à quibus illa tangitur, quæq; in propoſito ſunt plano, rectos angulos efficit.

4. Planum ad planum rectũ eſt, cùm rectæ lineæ, quæ communi planorum ſectioni ad rectos angulos in uno planorum ducuntur, alteri plano ad rectos ſunt angulos.

5. Rectæ lineæ ad planum inclinatio eſt, cùm à ſublimi termino rectæ illius lineæ ad planum deducta fuerit perpendicularis, atque à puncto, quod perpendicularis in ipſo plano fecerit, ad propoſitæ illius lineæ extremum, quod in eodem eſt plano, altera recta linea fuerit adjuncta; eſt, inquam, angulus acutus inſiſtente lineâ. & adjunctâ comprehenſus.

6. Plani ad planum inclinatio, eſt angulus acutus rectis lineis contentus, quæ in utroque planorum ad idem communis ſectionis punctũ ductæ, rectos cum ſectione angulos efficiunt.

7. Planum ad planũ ſimiliter inclinatum eſſe dicitur, atque alterũ ad alterum, cùm dicti inclinationum anguli inter ſe fuerint æquales.

8. Parallela plana ſunt, quæ inter ſe non conveniunt, quantumcunque producantur.

9. Similes ſolidæ figuræ ſunt, quæ ſimilibus planis continentur multitudine æqualibus.

10. Æquales & ſimiles ſolidæ figuræ ſunt, quæ ſimilibus planis, multitudine, & magnitudine æqualibus continentur.

11. Solidus angulus eſt plurium, quàm duarum linearum, quæ ſe mutuo contingant, nec in eadem ſint ſuperficie, ad omnes lineas inclinatio.

Aliter. Solidus angulus eſt, qui pluribus, quàm duobus planis angulis in eodem non conſiſtentibus plano, ſed ad unum punctum conſtitutis, continetur.

12. Pyramis eſt figura ſolida, quæ planis continetur, ab uno plano ad unum punctũ conſtituta.

13. Priſma eſt figura ſolida, quæ planis continetur, quorum adverſa duo ſunt & æqualia, & ſimilia, & parallela, alia verò parallelogram̃a.

14. Sphæra eſt, quando ſemicirculi manente diametro, circumductus ſemicirculus in ſe ipſum rurſus revolvitur, unde moveri cœperat, circumaſſumpta figurâ.

15. Axis autem ſphæræ, eſt quieſcens illa recta linea, circum quam ſemicirculus convertitur.

16. Centrũ ſphæræ eſt idem, quod & ſemicirculi.

17. Diameter autem ſphæræ, eſt recta quædam linea per centrum ducta, & utrinque à ſphæræ ſuperficie terminata.

18. Conus eſt, quando rectanguli trianguli manente uno latere eorum, quæ circa rectum angulum, circumductum triangulum in ſe ipſum rurſus revolvitur, unde moveri cœperat, circomaſſumptâ figurâ.

Atque ſi quieſcens recta linea æqualis ſit reliquæ, quæ circa rectum angulum convertitur, Orthogonius erit conus: ſi verò minor, Amblygonius: ſi verò major, Oxigonius.

19. Axis autem coni, eſt quieſcens illa linea, circa quam triangulum vertitur.

20. Baſis verò coni, eſt circulus, qui à circumducta linea recta deſcribitur.

21. Cylindrus eſt, quando rectanguli parallelogrammi manente uno latere eorum, quæ circa rectum angulum, circumductum parallelogrammum in ſe ipſum rurſus revolvitur, unde cœperat moveri, circumaſſumptâ figura.

22. Axis autem cylindri, eſt quieſcens illa recta linea, circum quam parallelogrammum convertitur.

23. Baſes autem cylindri ſunt circuli à duobus adverſis lateribus, quæ circũ aguntur, deſcripti.

24. Similes coni & cylindri ſunt, quorum & axes, & baſium diametri proportionales ſunt.

25. Cubus eſt figura ſolida, ſub ſex quadratis æqualibus contenta.

26. Tetraëdrum eſt figura ſolida, ſub quatuor triangulis æqualibus, & æqoilateris, contenta.

27. Octaëdrum eſt figura ſolida, ſub octo triangulis æqualibus, & æquilateris, contenta.

28. Dodecaëdrum eſt figura ſolida, ſub duodecim pentagonis æqoalibus, & æquilateris, & æquiangulis, contenta.

29. Icoſaëdrum eſt figura ſolida, ſub viginti triangulis æqualibus, & æquilateris, contenta.

30. Parallelepipedum eſt figura ſolida, ſex figuris quadrilateris, quarum quæ ex adverſo, parallelæ ſunt, contenta.

31. Solida figura in ſolida figura dicitur inſcribi, quando omnes anguli figuræ inſcriptæ conſtituuntur vel in angulis, vel in lateribus, vel denique in planis figuræ, cui inſcribitur.

33. Solida figura ſolidæ figuræ viciſſim circumſcribi dicitur, quando vel anguli, vel latera, val denique plana figuræ circumſcriptæ tangunt omnes angulos figuræ, circum quam deſcribitur.

PROPOSITIONES.

1. Rectæ lineæ para quædam non eſt in ſubjecto plano, quædam verò in ſublimi.

2. Si duæ rectæ lineæ ſe mutuo ſecent, in uno ſunt plano. Atque triangulum omne in uno eſt plano.

3. Si duo plana ſe mutuò ſecent, communis eorum ſectio eſt linea recta.

4. Si recta linea rectis duabus lineis ſe mutuò ſecantibus, in communi ſectione ad rectos angulos inſiſtat; illa ducto etiam per ipſas plano ad angulos rectos erit.

5. Si recta linea rectis tribus lineis ſe mutuò tangentibus, in cõmuni ſectione ad rectos angulos inſiſtat; illæ tres rectæ in uno ſunt plano.

6. Si duæ rectæ lineæ eidem plano ad rectos ſint angulos; parallelæ erunt illæ rectæ lineæ.

7. Si duæ ſint parallelæ rectæ lineæ, in quarum utraq; ſumpta ſint quælibet puncta; illa linea, quæ ad hæc puncta adjungitur, in eodem eſt cum parallelis plano.

8. Si duæ ſint parallelæ rectæ lineæ, quarum altera ad rectos cuidam plano ſit angulos; & reliqua eidem plano ad rectos angulos erit.

9. Quæ eidem rectæ lineæ ſunt parallelæ, ſed non in eodem cum illa plano; hæ quoque ſuot inter ſe parallelæ.

10. Si duæ rectæ lineæ ſe mutuò tangentes, ad duas rectas ſe mutuò tangentes ſint parallelæ, non autem in eodem plano; illæ angulos æquales comprebendent.

13. Dato plano, à puncto, quod in illo datum eſt, duæ rectæ lineæ ad rectos angulos non excitabuntur, ad eaſdem partes.

14. Ad quæ plana, eadem recta linea recta eſt; illa ſunt parallela.

15. Si duæ rectæ lineæ ſe mutuò tangentes, ad duas rectas ſe mutuò tangentes ſint parallelæ, non in eodem conſiſtentes plano; parallela ſunt, quæ per illas ducuntur, plana.

16. Si duo plana parallela plano quopiã ſecentur; communes illorum ſectionea ſunt parallelæ.

17. Si duæ rectæ lineæ parallelis planis ſecentur; in eaſdem rationes ſecabuntur.

18. Si recta linea plano cuipiam ad rectos ſit angulos; & omnia, quæ per ipſam, plana eidem plano ad rectos angulos erunt.

19. Si duo plana ſe mutuò ſecantia, plano cuidam ad rectos ſint angulos; communis etiam illorum ſectio ad rectos eidẽ plano angulos erit.

20. Si ſolidus angulus tribus angulis planis contineatur; ex his duo quilibet utut aſſumpti tertio ſunt majores.

21. Omnis ſolidus angulus ſub minoribus, quàm quatuor rectis angulis planis continetur.

24. Si ſolidum parallelis planis contineatur: adverſa illius plana, parallelogramma ſunt, ſimilia, & æqualia.

25. Si ſolidum parallelepipedum plano ſecetur adverſis planis parallelo; erit quemadmodum baſis ad baſim, ita ſolidum ad ſolidum.

29. Solida parallelepipeda ſuper eandem baſim conſtituta, & in eadem altitudine, quorũ inſiſten-

ſtentes lineæ in iiſdem collocantur rectis lineis; ſunt inter ſe æqualia.

30. Solida parallelepipeda ſuper eandem baſin conſtituta, & in eadem altitudine, quorum inſiſtentes lineæ non iiſdem collocantur rectis lineis; inter ſe ſunt æqualia.

31. Solida parallelepipeda ſuper æquales baſes conſtituta, & in eadem altitudine, æqualia ſunt inter ſe.

32. Solida parallelepipeda ſub eadem altitudine, inter ſe ſunt ut baſes

33. Similia ſolida parallelepipeda, inter ſe ſunt in triplicata ratione homologorum laterum.

34. Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint; quod ex his tribus fit ſolidum parallelepipedum, æquale eſt deſcripto à media linea ſolido parallelepipedo, quod æquilaterum quidem ſit, æquiangulum verò prædicto.

35. Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint; & ſolida parallelepipeda, quæ ab ipſis & ſimilia, & ſimiliter deſcribuntur, proportionalia erunt. Et ſi ſolida parallelepipeda, quæ & ſimilia, & ſimiliter deſcribuntur, fuerint proportionalia; & ipſæ rectæ lineæ proportionales erunt.

36. Si planum ad planum rectum fuerit; & ab aliquo puncto eorum, quæ in uno ſunt planorum, ad alterum planum perpendicularis ducta fuerit; in communem ſectionem cadet planorum ducta perpendicularis.

37. Si fuerint duo priſmata æqualis altitudinis, quorum hoc quidem habeat baſin, parallelogrammum; illud verò, triangulum; duplum autem fuerit parallelogrammum trianguli: æqualia erunt ipſa priſmata.

FRAGMENTUM ELEMENTI DUODECIMI EUCLIDIS.

PROPOSITIONES,

1. QVæ in circulis polygona ſimilia; inter ſe ſunt, ut à diametris quadrata.

2. Circuli inter ſe ſunt, quemadmodum à diametris quadrata.

3. Omnis pyramis triangularem habens baſin, dividitur in duas pyramides æquales, & ſimiles inter ſe, triangulares habentes baſes, & ſimiles toti; & in duo priſmata æqualia, quæ duo priſmata majora ſunt dimidio totius pyramidis.

5. Sub eadem altitudine exiſtentes pyramides, & triangulares habentes baſes; inter ſe ſunt, ut baſes.

6. Sub eadem altitudine exiſtentes pyramides, & polygonas habentes baſes; inter ſe ſunt, ut baſes.

7. Omne priſma triangularem habens baſim, dividitur in tres pyramides æquales inter ſe, triangulares baſes habentes.

8. Similes pyramides, quæ triangulares habent baſes, in triplicata ſunt homologorum laterum ratione.

9. Æqualium Pyramidum, & triangulares baſes habentium, reciprocantur baſes & altitudines. Et quarum pyramidum triangulares baſes habentium reciprocantur baſes & altitudines; illæ ſunt æquales.

10. Omnis conus tertia pars eſt cylindri eandem cum ipſo baſin habentis, & altitudinem æqualem.

11. Sub eadem altitudine exiſtentes coni & cylindri, inter ſe ſunt, ut baſes.

12. Similes coni, & cylindri, in triplicata ratione ſunt diametrorum, quæ in baſibus.

13. Si cylindrus plano ſecetur adverſis planis parallelo; erit ut cylindrus ad cylindrum, ita axis ad axem.

14. Super æqualibus baſibus exiſtentes coni, & cylindri, inter ſe ſunt, ut altitudines.

15. Æqualium conorum, & cylindrorum reciprocantur baſes, & altitudines; & quorum conorum, & cylindrorum reciprocantur baſes & altitudines, illi ſunt æquales.

F I N I S.

401 146 18 61

Ao1 1461861

Digitized by Google

H.33.